

ERMEL - Grupo de
Didática da Matemática
do INRP.

I ABORDAGEM TEÓRICA

1. QUE CONSTRUÇÃO DOS NÚMEROS PARA AS CRIANÇAS DE 5 A 7 ANOS?

Enquanto que a parte reservada às actividades numéricas na pré-primária e no início do 1º ciclo foi substancialmente reduzida nos anos 70-80, uma reflexão renovada sobre as primeiras aprendizagens dos números e da numeração permite hoje avançar um conjunto de propostas a favor do desenvolvimento de certas actividades numéricas, desde a pré-primária e na perspectiva de um ciclo de aprendizagem que assegure a continuidade com o 1º e 2º ciclos.

Escolher, construir e pôr em prática actividades de ensino, supõe uma reflexão organizada em torno de um triplo questionamento.

A que alunos nos dirigimos?

Que conhecemos do seu desenvolvimento, das suas capacidades cognitivas? O que é que eles sabem já dos números e das suas utilizações? Que representações, que imagens têm eles acerca disso? Como e em que circunstâncias os utilizam? Com que dificuldades?

Como é que os alunos aprendem?

A que hipóteses respeitantes à aprendizagem nos referimos? Da resposta dada a esta questão dependem largamente as estratégias de ensino propostas.

Que ideias temos sobre os conceitos a ensinar?

Que aspectos dos números, e da sua construção pelos alunos, desejamos privilegiar no decurso dessas primeiras aprendizagens, particularmente na pré-primária e no 1º ciclo?

São raras as propostas de ensino dos números que têm explicitado claramente as opções tomadas relativamente a esses três pólos. Contudo, é possível fazer-se uma ideia dos pontos de vista que têm prevalecido ao longo dos últimos quarenta anos, de modo especial a partir do exame dos textos oficiais, de artigos de pedagogia ou de manuais.

Foi por isso que durante muito tempo, houve pouca preocupação de conhecer "o estado de conhecimento inicial" dos alunos e, portanto, de ter em consideração as competências manifestadas antes ou fora de qualquer aprendizagem escolar.

Assim, num artigo publicado nos "Cahiers de Pédagogie Moderne" (Ed. Bourrellier, 1958) consagrados ao curso preparatório, pode ler-se: "É do conceito dessa criança "virgem" que normalmente deve partir uma reflexão que pretende levar à elaboração de um método e de uma progressão válidos para o ensino do cálculo no CP (1º ciclo)...", concepção inaceitável, ainda que essas linhas tenham sido escritas antes do desenvolvimento da escolaridade pré-primária.

No mesmo sentido, e mais recentemente, foi possível que algumas pessoas fossem tentadas a proibir os alunos de utilizar os números antes que "a noção de número" tivesse sido adquirida: donde, por exemplo, a imposição do recurso à correspondência termo a termo para comparar dois conjuntos de 4 e 6 objectos...

quando o aluno sabe enumerar e utilizar o resultado da enumeração para compará-lo!

Respeitante ao terceiro ponto: os artífices da reforma de 1970 (dita "das matemáticas modernas") têm eles próprios argumentado as suas propostas privilegiando uma reflexão sobre o conceito de número considerado, em primeiro lugar, do ponto de vista dos matemáticos, e Piaget foi abundantemente solicitado para justificar as escolhas utilizadas na época.

Neste capítulo, após ter analisado sucintamente as opções retidas no decurso dos últimos quarenta anos, propomo-nos esclarecer a nossa concepção da construção dos números pelos alunos da pré-primária e do curso preparatório (1º ciclo).

1.1. DOIS PERÍODOS RELATIVOS AOS PRIMEIROS ENSINOS DOS NÚMEROS

Dos últimos quarenta anos, destacam-se dois períodos cuja charneira é marcada pela reforma (francesa) de 1970. O nosso intento não é fazer aqui uma análise detalhada, mas antes destacar as grandes tendências de maneira a situar melhor as propostas de ensino feitas nesta obra.

1945-1970: APRENDER OS NÚMEROS

Citemos *in extenso* o programa do CP de 1945:

"Estudo concreto dos números de 1 a 5, depois de 5 a 10, depois de 10 a 20. Formação, decomposição, nome e escrita. Uso das moedas e notas de 1, 2, 5 e 10 francos, do decímetro e do duplo decímetro graduados em centímetros.

Os números de 1 a 100. Dezenas e meias-dezenas. Contar a 2, a 10, a 5. Uso do tabuleiro de 100 casas e da fita métrica.

Exercícios e problemas concretos de adição, de comparação e de subtração (número de um algarismo, depois de dois algarismos), de multiplicação e de divisão por 2 e por 5."

E alguns extractos de instruções que acompanham esse programa:

"No ensino do CP, a aprendizagem dos números deve fazer-se pela observação de conjuntos de objectos simples ou usuais, manejados ou desenhados. (...) Para ter verdadeiramente a noção de um número, é necessário poder reconhecê-lo nos seus diversos aspectos; conhecer o seu nome, a sua figura, a sua constituição."

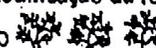
Aulas práticas: repetir, reproduzir

O docente apresenta aos alunos os números, uns a seguir aos outros; primeiro até 5, depois até 10 (o que ocupa aproximadamente o primeiro trimestre) segundo um cenário repetitivo cujas principais fases são (cf. os Cahiers de Pédagogie Moderne consagrados ao CP, 1957, página 59):

a) apresentação global do número: mostrar a quantidade de objectos correspondente ao número estudado, mandar-lhes constituir um semelhante, procurar à sua volta exemplos concretos, denominação...

b) formação do número: sua representação concreta a partir do número precedente e/ou do número 5, a sua escrita em algarismos, a sua realização por meio de fichas...

c) decomposição, em particular através de constelações...

Neste procedimento, trata-se de transmitir, de comunicar um saber já constituído. O aluno aprende primeiro observando, imitando, repetindo. Insiste-se na função das imagens (constelações, dominós...); muitas vezes há manuseamento, mas guiado, imitado do do docente. Finalmente, as escritas simbólicas (cifradas) não são mais do que uma simples codificação da realidade: assim 3 é uma outra maneira de designar  ou mesmo 

Como no início o sublinhámos, em nenhum momento são solicitados os *savoir-faire* que o aluno consegue elaborar "fora da aprendizagem escolar".

Os métodos pedagógicos surgem assim influenciados pelo empirismo sensualista: os conhecimentos formam-se a partir da experiência e da observação, e indo do simples para o complexo. A aprendizagem é baseada na recepção e na repetição.

Que ideia do número?

Aqui, o número confunde-se com o conjunto: é, em simultâneo, um símbolo, uma colecção, uma constelação. Esta confusão vai, em seguida, conduzir à distinção de "número concreto" (5 carneiros) e "número abstracto" (5).

Nem a mnemónica, nem a enumeração são encaradas, no início, de maneira explícita: trata-se, na verdade, de apresentar, de mandar estudar e de fazer aprender os números, uns atrás dos outros, como "objectos" pré-existentes de que o aluno deve aprender e reter certas características — daí o paralelismo com a lição de coisas.

Para que é que servem esses números? Que problemas permitem resolver? O aluno vê-lo-á depois, quando tiver de resolver pequenos problemas: aprende-se primeiro, aplica-se depois.

Por último, não se põe verdadeiramente em evidência nem o aspecto cardinal dos números (ainda que sejam manuseadas quantidades "concretas"), nem o seu aspecto ordinal (ainda que os números sejam apresentados na sua sequência natural, e que estes estejam estruturados primeiro, pela ideia de "acrescentar um").

Lembramos que a enumeração (sistema de designação dos números) não é estudada nos seus princípios, mas simplesmente evocada a propósito do estudo de cada um dos números: deste modo, fala-se da dezena por ocasião da lição sobre o número dez.

E na Pré-Primária?

A julgar por alguns textos oficiais ou pelos manuais dessa época, a pré-primária não é mais do que um "ensaio geral" do CP - 1º ciclo- (ainda que se limite a 50 os números a estudar). Nem as perspectivas, nem os métodos, nem os conteúdos parecem muito diferentes.

A PARTIR DE 1970: O QUE É UM NÚMERO?

Ainda aqui se pode partir do programa do CP de 1970:

"Actividades de classificação e de ordenação.

Noção de número natural.

Nomear e escrever os números.

Comparar dois números.

Soma de dois números."

Comentários que acompanham estes extractos:

"É através de numerosos manuseamentos de objectos que as crianças elaboram gradualmente a noção de número natural. É necessário compreender bem que o número natural não é um objecto, nem uma propriedade ligada a alguns objectos, mas uma propriedade atribuída a conjuntos.

(...) A noção de número natural como propriedade de um conjunto surgirá na medida em que se puder estabelecer uma correspondência termo a termo entre conjuntos...

(...) O emprego sistemático da correspondência termo a termo permite classificar conjuntos e atribuir a cada classe um número: deste modo, a classe de todos os conjuntos que tiverem tantos objectos quanto os dedos de uma das mãos define o número natural «cinco».

(...) Insistir-se-á sobre o sentido das expressões: tanto como, mais que, menos que".

Vários elementos desses comentários fazem alusão à pré-primária:

"Tais actividades de classificação praticadas desde a pré-primária (é determinado que elas devem incidir sobre variados objectos de forma, cor, matéria e tamanhos diferentes) deverão ser retomadas nas primeiras semanas do CP (sendo, ou não, as propriedades de ordem sensorial).

(...) Convém sublinhar a importância, para a elaboração da noção de número natural, das actividades de classificação, de ordenação, de colocação em correspondência termo a termo, realizadas na pré-primária.

Um trabalho (...) pode já ser feito proveitosamente no último ano da pré-primária, mas será prematuro, a esse nível, fixar-se como objectivo, de maneira sistemática e geral, a aprendizagem dos números naturais."

O programa de 1977, para o CP, e o texto de orientação da pré-primária, igualmente de 1977, retomam as mesmas ideias respeitantes à abordagem dos números. (Estas referências dizem respeito à reforma francesa)

A função da acção e a importância das estruturas

As concepções de aprendizagem que influenciaram a prática desta reforma são amplamente inspiradas nas ideias estruturalistas, ainda que elas invoquem abundantemente os trabalhos de Piaget. A função da acção nos processos de aprendizagem é largamente sublinhada: é a partir da sua acção sobre o real que o aluno pode abstrair as noções, pôr em evidência as estruturas. Esse real pode, aliás, assumir a forma de um material estruturado no qual o aluno poderá descobrir (ler?) a estrutura subjacente. É neste sentido que o programa para o CP, de 1977, precisa:

"A observação e a análise dessas situações múltiplas e variadas, terão como objectivos gerais:

a) fazer surgir os elementos e as estruturas comuns a fim de destacar as noções essenciais que a criança deve adquirir;

b) representar os modelos correspondentes por meio de sinais, de símbolos ou sob forma esquemática (diagramas, quadros...) e assim, em simultâneo, precisar essas noções e torná-las conceptualmente utilizáveis;

c) responder às questões, dar uma solução aos problemas que se podem pôr ao empregar as técnicas adquiridas, o que permite à criança confirmar os seus conhecimentos..."

Fundamentalmente, no plano das concepções de aprendizagem, não há verdadeira ruptura relativamente ao período precedente: trata-se, antes de mais, de aprender conhecimentos (aqui, conceitos ou estruturas) para, em seguida, os aplicar na resolução de problemas. Insiste-se mais, sem dúvida, sobre o aspecto activo da aprendizagem, e alguns procuram igualmente descrever as condições do processo de abstracção das noções matemáticas: deste modo, Diénes, que muito influenciou este período, descreve um processo em seis etapas, insistindo sobre o facto de a abstracção de uma estrutura passar pela sua concretização sob várias formas.

Mudar o conteúdo: a noção de número

A reforma de 1970 foi, antes de mais, uma reforma dos conteúdos. Portanto, é uma nova concepção do número que é proposta. Esta concepção do número como "cardinal de conjuntos finitos" pretende uma transposição muito directa, para os alunos da escola primária, da "definição" dos números naturais pelos matemáticos no âmbito da teoria dos conjuntos. Os termos conjunto, número natural surgem, por outro lado, às vezes na terminologia utilizada com as crianças.

O aspecto "cardinal" dos números é então nitidamente dominante (o termo é, aliás, empregue por algumas obras). De facto, trata-se essencialmente de pôr ao alcance das crianças o esquema de construção dos naturais, utilizado pelos matemáticos, propondo-lhes uma teoria simples do número, considerado como ligado a uma classe de conjuntos que podem ser postos em correspondência termo a termo (em bijecção, como dizem os matemáticos). Os números assim construídos serão, em seguida, ordenados em referência à comparação dos conjuntos. Daí a importância conferida nos textos às actividades ditas pré-numéricas: trabalhos sobre conjuntos de objectos, actividades de comparação, de classificação e de ordenação, utilização da correspondência termo a termo, trabalho sobre a designação de objectos ou de conjuntos...

É preciso acrescentar a isso a hesitação em tomar em consideração os conhecimentos sociais dos alunos em matéria numérica: hesitação de facto em utilizar números antes que a construção da noção de número esteja consumada. Por esta razão, o conhecimento da mnemónica só é considerado como um acto de recitação e a acção de enumerar conjuntos pela contagem é depreciada.

Nesta abordagem, e em oposição ao período precedente, a numeração torna-se um objecto de estudo, particularmente ao nível dos princípios (agrupamentos, trocas) empregues para produzir a escrita dos números. A aplicação, ao estudo da numeração, dos princípios didácticos enunciados por Diénes, conduz à utilização de bases não decimais e de material estruturado (material multibase).

É neste período que se assiste, na pré-primária, a um recuo muito nítido das actividades que utilizam os números e, simultaneamente, a um desenvolvimento das actividades muitas vezes qualificadas de pré-numéricas. O texto de orientação para a pré-primária (1977) evoca prudentemente uma "abordagem" da noção de número natural, limitando essa abordagem ao estabelecimento de "correspondências entre os elementos de dois conjuntos depois de ter definido bem estes últimos". Em compensação, confere um amplo lugar às actividades de designação (§ "A criança aprende a designar objectos, conjuntos"), de classificação, de ordenação e de esquematização (§ "A criança forma o seu pensamento lógico e relacional").

A pré-primária vê assim ser-lhe confiada a tarefa de dar às crianças os pré-requisitos ao estudo da noção de número que será conduzida no 1º ciclo. Pode-se notar aqui o resultado de uma certa leitura dos trabalhos de Piaget segundo a qual antes de pôr em prática certas estruturas lógicas, ligadas à classificação, à ordenação, à compreensão das relações parte-todo, à conservação das quantidades discretas... não pode haver verdadeira concepção do número, e, portanto, na escola, não é preciso apressar a prática das actividades numéricas.

Em resumo, a oposição entre os dois períodos pode ser enunciada da seguinte maneira. Antes de 1970, os números são estudados uns a seguir aos outros e, quando do estudo de cada um dos números, são determinadas as regras de escrita e as convenções e os resultados relativos às operações (sommas, diferenças, decomposições, certos produtos); é pois a ordem dos números que determina largamente a progressão. Pelo contrário, depois de 1970, são as noções que vão servir de trama à progressão: estudo das noções ditas pré-numéricas (classificação, ordenação, designação), depois da noção de número, e depois (muitas vezes, simultaneamente) da numeração e da adição.

1.2. PÔR O PROBLEMA DE OUTRO MODO

• Não é nosso propósito passar um traço sobre o passado, negar ou renegar os esforços de reflexão e de propostas dos investigadores e dos docentes. Simplesmente, parece-nos hoje possível tirar algumas lições da experiência destes últimos anos e ter em consideração os contributos de trabalhos recentes de origem psicológica ou didáctica. Estes diferentes elementos conduzem-nos a reexaminar as condições de apropriação dos números pelas crianças.

Os objectivos que nos propomos para esta primeira etapa das aprendizagens numéricas, as hipóteses de aprendizagem a que nos reportamos e os princípios

didáticos que desejamos aplicar são objecto de uma explicação noutros capítulos. Aqui, são antes examinados os aspectos relativos ao conteúdo: que aspectos dos números, que práticas numéricas convém desenvolver com os alunos da pré-primária e do CP para que estes "dêem sentido" aos números e às suas designações? Como tomar em consideração os *savoir-faire* iniciais dos alunos, em particular como levá-los a utilizar e a enriquecer as suas práticas de enumeração?

A análise e as propostas apresentadas organizam-se principalmente em torno de duas ideias-pivot:

- os conhecimentos matemáticos ganham sentido, primeiro que tudo, nos problemas que permitem resolver eficazmente;
- o "novo" constrói-se a partir do "antigo", melhorando-o ou rejeitando-o (como insuficiente ou inapropriado), e, portanto, convém, em qualquer processo de aprendizagem, ter em conta os conhecimentos iniciais dos alunos, considerando-os quer como pontos de apoio, quer como motivos de possíveis dificuldades a que o aluno deverá fazer frente para construir novos conhecimentos.

BREVE REFLEXÃO SOBRE AS ESCOLHAS ANTERIORES

Foi já sublinhado que, quer antes como depois de 1970, as competências iniciais dos alunos não eram tidas em consideração: partia-se de zero (ou de um!) no primeiro período, e no segundo considerava-se que a noção de número estava inteiramente por construir. Ainda que depois de 1970 se tenha insistido mais sobre a função da acção da criança sobre o real, sobre a importância do processo de matematização no qual o aluno tem uma parte essencial, não é menos verdade que os conhecimentos não são verdadeiramente utilizados para resolver problemas senão após terem sido estudados por eles mesmos.

Das opções e das práticas provenientes do período mais recente, portanto, da reforma dita das matemáticas modernas que ainda hoje influencia largamente o ensino, quatro pontos nos parecem particularmente interessantes de analisar.

O número cardinal

O esquema de construção da noção de número como "cardinal de uma classe de conjuntos equipotentes" aparece como uma bela construção, satisfatória para um espírito matemático que aí reconhece a teorização dessa noção de "cardinal". Mas não haverá uma considerável diferença entre o que o docente crê que o aluno construiu e o que o aluno realmente fez, por outras palavras, não se é vítima do que Guy Brousseau chama "o efeito Jourdain"; isto é, o facto de o docente reconhecer um saber erudito aí onde o aluno apenas manipulou significações banais? E quanto tempo passado (a colorir, a traçar setas...) antes de entrar no ponto principal do tema, isto é, antes de o aluno chegar a trabalhar com os números!

Aliás, bem depressa este esquema foi contestado ou precisado.

Citemos como exemplo a crítica de Freudenthal em "Mathematics as an educational task" (1973) que é mencionada numa brochura do Instituto de Pesquisa sobre o ensino das matemáticas, de Nantes (*Nombres entiers naturels*): "Na génese do conceito de número, o número "para contar" desempenha o primeiro papel e o mais importante..."

E, mais adiante, precisa:

"(...) de modo algum a criança constitui o número como classe de conjuntos equivalentes, mesmo inconscientemente. O facto de insistir nesta invariância por bijecções é uma atitude de matemático adulto que não pode esquecer a sua própria teoria dos números naturais. Ora, as crianças aprendem esta invariância num contexto muito mais vasto; elas dão-se conta de que se contarem ainda amanhã encontrarão novamente 5 dedos na sua mão, que todos os homens têm o mesmo número de certas coisas e que o número de esferas dentro do lenço não muda quando se diz «abracadabra». A invariância por bijecções é um ponto quente neste contexto, um hobby de adultos que o vendem como aspecto cardinal. (...)"

Na sua conclusão em *Décrire, agir, compter*, Claire Meljac (1979) não põe explicitamente em causa este tipo de abordagem; todavia, observa:

"A criança não espera ter construído inteiramente o número — na base de operações de seriação e de classificação que se fundem numa síntese original — para dela se servir em diferentes ocasiões. Admitimos, é evidente, que só o acesso à operatividade garante o pleno uso deste número e que anteriormente apenas se pode falar de um conceito "parcial", de que a própria existência se desvanece fora do contexto que o sugere electivamente; contudo, parece-nos infundamentado subestimar a importância dessas primeiras colocações à prova, que constituem a própria trama das futuras experiências fecundas da criança."

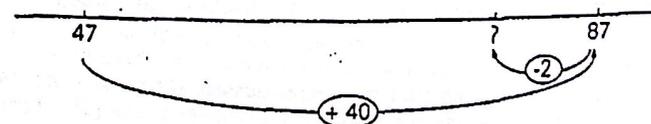
O número ordinal

O aspecto cardinal do número é largamente privilegiado em detrimento do aspecto ordinal, em referência, muitas vezes, aos trabalhos de Piaget (que afirma, contudo, que o número se constrói como síntese das abordagens cardinal e ordinal) e descurando a função das práticas de contagem nesta aprendizagem.

E, contudo, é preciso tomar nota de que as práticas "ordinais" são, muitas vezes, mais eficazes, em particular para o cálculo mental:

— por exemplo, para "adicionar" 5 e 3, a criança vai "avançar 3" partindo de 5, como o faria na pista do jogo da glória;

— mais tarde, com a utilização da ditreta numérica como suporte de certos cálculos, por exemplo para $47 + 38$, o aluno empregará uma técnica que pode ser representada pelo seguinte esquema:



Pela nossa parte, propomos não dissociar no CP os aspectos ordinal e cardinal, admitindo a hipótese de relações dialécticas entre ambos. Assim, para avaliar o resultado de uma modificação (ganho ou perda) produzida numa quantidade — problema de natureza cardinal — o aluno pode utilizar a sequência numérica associando as acções "ganhar ou perder" às acções "avançar ou recuar" nessa sequência, processo que é de natureza ordinal.

Número e conservação

A ideia de pré-requisito à construção do número é discutida. É certo que seja necessário esperar que a conservação das quantidades seja assegurada para que alguns números sejam utilizados pelo aluno, ou ainda, como parecem demonstrá-lo inúmeros trabalhos, não é antes necessário fundamentar-se num método no qual a utilização de processos numéricos (contagem e enumeração) e de processos não numéricos (correspondência termo a termo, por exemplo) favoreceria a construção pela criança da ideia de conservação das quantidades? É por isso que, desde 1962, Gréco (que quanto ao essencial se liga às teorias de Piaget) diversifica o ponto de vista dos "pré-requisitos" e atribui uma determinada função à enumeração na formação do conceito de número:

"A primeira prática que a sociedade nos transmite prematuramente, é um Instrumento". (In P. Gréco e A. Morf: *Structures numériques élémentaires*, Paris, Ed. P.U.F., 1962).

Por outras palavras, a criança deve construir a ideia de número antes de poder utilizar números? Ou, não será necessário ter já "vivido" muito com os números, deles se ter servido, ter percebido alguma coisa da sua organização para poder estar em condições de pensar "o número"? A história levar-nos-ia a pender para a segunda hipótese: foi necessário ao homem, ao matemático, uma longa prática dos números antes de poder propor a sua definição matemática e actual (que data apenas do fim do século XIX).

Esta observação não põe de novo em causa o interesse das actividades do tipo lógico e relacional (classificação e ordenação, particularmente), mas conduz a considerá-las mais com as suas próprias finalidades (desenvolvimento do pensamento lógico) do que como pré-requisitos à construção da noção de número.

As actividades propostas

Na prática, certos exercícios propostos no âmbito desta reforma (mas não no seu espírito) têm um interesse inteliramente limitado. Podem-se citar aqui exercícios que se limitam a tarefas de coloração ou de contorno de coelhos ou de patos, outros em que se pede ao aluno para ligar 3 coelhos a 5 cenouras para saber se há tantos coelhos como cenouras, quando a percepção visual é suficiente para responder.

Numa palavra, o esquema de abordagem da noção de número raramente foi respeitado com toda a sua coerência. Muitas vezes, particularmente no CP, têm sido propostas actividades, mistura de antigo e de moderno, em que depois de algumas actividades sobre os conjuntos, as relações "tanto como", "mais que" e

"menos que"... se chegava rapidamente a um estudo dos números uns a seguir aos outros (mas nem sempre na ordem natural, sem que se saiba a razão disso). Numa palavra, actividades banais para os alunos, muitas vezes aquém das suas próprias competências numéricas.

TER EM CONTA AS COMPETÊNCIAS NUMÉRICAS DAS CRIANÇAS

O nosso projecto, como atrás o dissemos, é (entre outras coisas) tomar em consideração as competências numéricas iniciais dos alunos. Esta posição assenta nos contributos de vários estudos que as nossas próprias investigações têm confirmado. (C. Melljac: *Décrire, agir, compter*, Ed. P.U.F., 1979; J. P. Fischer: *Développement et fonction du comptage chez l'enfant de 3 à 6 ans, Recherches en Didactique des Mathématiques*, 1981; R. Gelman: *Les bébés et le calcul*, Ed. La Recherche, 1983; etc.).

Temo-nos aplicado a observar, por exemplo, as práticas numéricas das crianças no início do CP graças a um protocolo que retomava, em parte, o utilizado na pré-primária e relativo:

- ao saber contar (recitar a sequência das palavras-números);
- ao saber enumerar;
- ao saber constituir um conjunto que tenha um dado número de objectos;
- assim como às capacidades para resolver "pequenos" problemas aritméticos.

Essas observações mostram uma grande heterogeneidade dos saberes infantis, bem como o carácter muitas vezes instável desses saberes. Retenhamos alguns factos importantes que dizem respeito a crianças que tenham tido uma actividade limitada na pré-primária.

Pelo conhecimento da mnemónica, estas observações mostram que, muitas vezes, ela é recitada começando por uma sequência correcta (estável e convencional) mais ou menos extensa. Metade das crianças recitam para lá de 10 (e, muitas vezes, acima de 20), cerca de 10% recitam para além de 40. Só algumas crianças não vão além de 4 ou 5.

Para 3 alunos em cada 4, este conhecimento da sequência das palavras-número permite enumerar correctamente quantidades de objectos (contando que, é óbvio, a quantidade seja adaptada ao seu próprio campo numérico). A capacidade de enumerar está, pois, mais frequentemente do que pré-primária, ligada à actividade de dizer os números. As causas de insucesso nesta actividade são, pelo contrário, as mesmas que na pré-primária:

- falta de sincronização entre a recitação e o gesto da mão (não há correspondência entre as palavras-número pronunciadas e os objectos apontados);
- má organização da contagem, em particular a não separação de objectos já contados e objectos que falta contar, devida muitas vezes a uma hesitação em lançar mão de um método de transferência ou de organização dos objectos que poderia ajudar;

- ausência de um estatuto particular atribuído à última palavra-número enunciada, o que conduz determinadas crianças a recortar tantas vezes quantas lhe for formulada a questão "Quantos há?", enquanto que outras dizem um outro número que não a última palavra-número enunciada, ou dizem que não sabem;
- importância concedida a outra coisa além da contagem: receio de homogeneização do conjunto (classificação por cor, por exemplo), procura de uma disposição espacial (alinhamento, empilhamento...)

Respeitante à dificuldade de extrair um determinado número de objectos de um conjunto, as nossas observações reafirmam as de Annie Bessot, Claude Comiti e Claude Pariselle (1981):

"Extrair p objectos de entre n, num domínio numérico em que a criança memorizou o nome dos números, supõe além disso que a criança situe p na mnemónica para poder prever a passagem deste número e parar aquando do seu enunciado. Ora, temos constatado que crianças que sabem dizer de cor a mnemónica, sem errar, até vinte, são capazes de tirar sete fósforos de uma caixa de 22, mas são mal sucedidas quando se lhes pede para de lá tirarem 15. De facto, essas crianças não dominam suficientemente a sequência dos primeiros números para situar quinze nessa sequência; não podendo prever esse número, não o ouvem passar e continuam a tirar fósforos ultrapassando vinte".

Muitas vezes, quando são interrogados, esses alunos dizem ter esquecido o número pedido: é possível que a tarefa de enumeração, mal automatizada, tenha, por assim dizer, apagado da sua memória a recomendação inicial.

Assinalamos, igualmente, a convergência dos sucessos em dois exercícios complementares: dizer o seguinte de um número e indicar o novo valor de uma quantidade quando se lhe acrescentou um elemento: metade das crianças são simultaneamente bem sucedidas nessas duas provas.

Em função deste conjunto de resultados, pode-se já afirmar que parece razoável mandar trabalhar os alunos (desde o início do CP) num campo numérico que vá até 20 ou 30, prevendo, todavia, ajudas específicas para os que disso tiverem necessidade.

As nossas observações mostram igualmente que, para certas crianças, essas técnicas de contagem (ainda que limitadas, por vezes, a um campo numérico restrito) lhes permitem, apesar de tudo, resolver "pequenos" problemas aditivos ou subtrativos antes de qualquer aprendizagem da adição ou da subtração. Temos apresentado, por exemplo, a alunos no início do CP uma carta com 4 autocolantes, depois uma outra com 3 autocolantes, perguntando: "Quantos autocolantes haverá se eu colar os da segunda carta com os da primeira?" Um quarto dos alunos responde de imediato 7, um outro quarto tem igualmente uma resposta do género "4 e 3", depois anuncia 7 após ter recortado o total pelos dedos ou apontando autocolantes fictícios em cima da mesa. A outra metade dos alunos fica embaraçada perante esta questão.

Convém não pecar por excesso de optimismo, visto que muitas vezes esses conhecimentos são parciais, por vezes instáveis, frágeis e sobretudo desigualmente repartidos. Numa palavra, estão muito dependentes do contexto em que

são solicitados. Retenhamos, contudo, que a criança pode já utilizar o número sem lhe dominar todos os aspectos, sem ter realizado todas as sínteses; pode fazer dele um emprego parcial, ocasional. É neste sentido que C. Mellac pode escrever:

"O essencial do nosso contributo incide, em resumo, sobre as multiplicidades de sentido que aos olhos de uma criança pode assumir o simples facto de enumerar e sobre as diferenças entre execução de uma ordem "arbitrária" proveniente do adulto e livre realização pelo sujeito actuante".

Assim, a faculdade de enumerar "por ordem" (incluída a de anunciar o número de objectos no fim da enumeração) nem sempre implica um uso espontâneo do número para "memorizar" quantidades. Pode-se afirmar que, para certos alunos, as palavras-número que conhecem (à sua maneira) estão por "quantificar" e por "aritmizar".

É possível, contudo, notar uma melhoria sensível entre a pré-primária e o CP, em particular no caso de algumas actividades numéricas significativas terem sido propostas na pré-primária.

Considerando que a construção dos conhecimentos numéricos pela criança depende de um longo e complexo processo e que arranca muito cedo, parece-nos que a função da escola é de se interessar por ele igualmente muito cedo a fim de ajudar a criança a aprender os números e as suas utilizações sociais e matemáticas mais correntes.

1.3. PARA QUE É QUE SERVEM OS NÚMEROS? CONSTRUIR SENTIDO

Todos os docentes sabem bem que uma das apostas decisivas do ensino matemático, e isso desde o período das primeiras aprendizagens, é que o aluno atribua um sentido aos conceitos que encontra. Mas como definir o sentido de um conceito? Pela nossa parte, sustentaremos que este se constrói em duas direcções:

- por um lado, no poder que o conceito confere ao aluno de dominar, resolver problemas para os quais, o número constitui um instrumento pertinente;
- por outro lado, no poder que o aluno tem sobre o conceito, poder de lhe captar as propriedades, de as fazer funcionar, de utilizar uma linguagem (em particular simbólica) que permita explicitá-lo, estabelecer conexões com outros conceitos...

Os trabalhos anteriormente evocados e respeitantes aos conhecimentos numéricos das crianças mostram que estas elaboraram as primeiras competências numéricas muito cedo. A experiência quotidiana permite acrescentar a isso o seu desejo de saber mais, de ir mais longe, o prazer "lúdico" de dizer a mnemónica, a possibilidade que têm, por exemplo, de prever no calendário a data do dia seguinte. Deste modo, os números são já, para eles e numa certa medida (mais uma vez limitada, frágil), instrumentos para dominar certos aspectos do real... mas também objectos que eles têm vontade de conhecer melhor.

A nossa suposição é que seria ilusório procurar fabricar o conceito de número antes de utilizar números. Pelo contrário, é através do uso que disso fará, do domínio que disso construirá, que o aluno elaborará as suas próprias concepções de número, nunca definitivas, sempre em evolução, completadas ou novamente postas em causa com a extensão do campo dos números que conhece, com a descoberta de novas possibilidades de utilização (para a medição, por exemplo), com as capacidades calculatórias da existência de outros tipos de números...

Nesta perspectiva, a construção feita pelo aluno dos seus conhecimentos numéricos poderia assentar no que R. Douday chama uma **dialéctica instrumento-objecto** "na qual eles intervêm alternadamente como instrumentos eficazes para a resolução de certos problemas e como objectos identificados podendo ser estudados por si mesmos".

Optámos assim, não por ensinar os números aos alunos, mas, muito mais, por lhes permitir primeiro utilizá-los, fazer qualquer coisa com eles... a fim de que as palavras e os símbolos que as designam se impregnem de sentido. Esses números que os alunos têm começado, assim, a utilizar podem depois ser mais "domesticados" ao procurar compreender as suas escritas cifradas, as suas denominações orais, certas relações que mantêm entre si, etc.

QUANDO UTILIZAR OS NÚMEROS?

Como antes foi dito, as crianças, nesta idade, gostam de "brincar" com os números: dizê-los o mais longe possível (até mesmo escrevê-los), utilizar expressões que contenham números... Encontram-nos, igualmente, em certos livros (livros de contar, em particular), nas mnemónicas, ou utilizam-nos em certos jogos (jogo da macaca, por exemplo). Por certo que não se deve sobrestimar o alcance dessas actividades lúdicas, mas reconhecer que esta primeira familiarização com os números pode com utilidade acompanhar as actividades em que os alunos serão conduzidos a dar uma significação (ou antes, algumas significações) a esses seres ainda misteriosos... À medida que se apropriam deles, que descobrir os seus usos, o aluno deverá ter oportunidades de manter com os números essa relação particular feita de mistério (a "magia" dos números) e de prazer (já a vertigem do Infinito!).

Sucintamente, reter-se-ão para este ciclo da escolaridade duas funções do número que os alunos podem reconhecer e utilizar para construir sentido:

- o número como **memória**, quer como "**memória da quantidade**" que permite evocar uma quantidade sem que esta esteja presente (e que corresponde ao aspecto cardinal), quer como "**memória da posição**", da ordem que permite evocar o lugar numa lista ordenada (e que corresponde ao aspecto ordinal);
- o número é também a possibilidade de **antecipar resultados** para situações não presentes ou ainda não realizadas (quer dizer, simplesmente evocadas), mas acerca das quais se dispõe de certas informações: os processos aplicados pelos alunos vão utilizar técnicas que são do âmbito quer da **contagem** quer do **cálculo**.

Para a pré-primária e o CP, parece-nos possível reter alguns grandes conjuntos-tipo de problemas susceptíveis de dar sentido aos processos numéricos e às designações orais ou escritas dos números utilizados. É em referência a esses tipos de problemas que poderão ser exploradas, escolhidas ou construídas as situações didácticas propostas aos alunos.

Problemas que põem em acção dois conjuntos A e B

Trata-se então:

- de **comparar os conjuntos A e B** (do ponto de vista da quantidade de objectos que eles contêm);
- de **realizar um conjunto B que deve ter tantos elementos quantos os do conjunto A**;
- de **realizar um conjunto B que deve ter o dobro, o triplo... do conjunto A** (por exemplo, pegar exactamente no calçado suficiente para todas as bonecas);
- de **completar um conjunto B para que ele tenha tantos elementos quantos os do conjunto A**.

Problemas de referência ordinal

Os números podem ser eficazmente utilizados para se situar, se localizar numa sequência de casas ou de nós numa linha. Por exemplo, num jogo do género do jogo da glória, trata-se de se recordar da sua posição para poder retomar o jogo mais tarde, ou de saber se determinado jogador está antes ou depois de um outro...

Problemas de antecipação de um resultado

Trata-se de problemas que serão estudados mais tarde pelo recurso às operações clássicas, em particular:

- problemas ligados a **deslocações numa pista graduada** (onde é que se chegará se se avançar ou recuar a casa? Quantas casas e em que sentido é necessário deslocar-se para alcançar determinada marca?);
- problemas em que intervêm a **reunião de dois ou vários conjuntos**, em particular quando se trata de **antecipar** o número de objectos a "acrescentar" a um conjunto conhecido para obter a quantidade desejada;
- problemas em que um conjunto conhecido se encontra "**separado**" em dois subconjuntos e onde se trata de prever o número de elementos de um dos subconjuntos, conhecendo o número de elementos do outro, ou de prever quais são as distribuições possíveis;
- problemas de **divisão** de um conjunto em conjuntos equipotentes, ou não, conhecendo quer o número de partes a concretizar (caso de uma distribuição, por exemplo), quer o valor de uma parte (fazer maços, por exemplo), em particular quando se trata de antecipar ou de controlar o resultado da partilha;

- problemas em que são realizadas trocas de objectos de valor diferente (por exemplo, para obter três cartas encarnadas é preciso dar uma carta azul), particularmente quando se trata de antecipar ou de controlar o resultado da troca; convém notar que essas situações são delicadas para muitos alunos que têm dificuldade em admitir que "um nem sempre vale um", e que, por exemplo, é possível ter menos moedas e, apesar disso, mais dinheiro!

Estes diferentes problemas podem apolar-se em situações em que estão em jogo conjuntos de objectos, mas também em situações que são do âmbito da medição: pontos ganhos num jogo, dinheiro, cumprimentos, etc.

COMO RESOLVER ESSES PROBLEMAS, EM PARTICULAR, UTILIZANDO NÚMEROS?

Como se pode constatar pela enumeração dos tipos de problemas acima evocados, trata-se, na verdade, de propor aos alunos situações a resolver antes de qualquer estudo das operações que um perito utilizaria, por exemplo, dos problemas ditos "aditivos" quando a adição não foi ainda "introduzida" e o sinal "+" não é conhecido, mas também problemas ditos "de divisão" quando a operação correspondente não será explicitada antes do Ensino Básico (2º Ano).

Como é que os alunos do CP podem então resolver tais problemas? Conforme o contexto da situação, conforme a pergunta formulada (pedido explícito ou não de contar, por exemplo), conforme a natureza da tarefa (tarefa de constatação, tarefa de antecipação, tarefa que implique ou não uma acção...), conforme o domínio numérico (extensão das quantidades em jogo, por exemplo) e, certamente, conforme a natureza do problema, o aluno poderá empregar processos diversificados, utilizando ou evitando o recurso aos números, reportando-se à contagem ou mobilizando já o cálculo.

Problemas que põem em jogo dois conjuntos

Para os problemas de comparação de conjuntos ou de concretização de um conjunto equipotente a um conjunto dado (cf. Problemas que põem em acção dois conjuntos A e B, p. 29) o aluno pode, por exemplo, lançar mão de:

- processos que quase evitam o número: estimativa puramente visual (representação geométrica particular de uma quantidade, por exemplo), correspondência termo a termo (para conjuntos que não saiba enumerar), utilização de um conjunto-testemunho para conservar a recordação de uma quantidade (conjunto-testemunho material, desenhado ou evocado pelos dedos se a quantidade não ultrapassar 10);
- processos que utilizam mais ou menos explicitamente o recurso aos números: reconhecimento imediato da quantidade (caso dos números muito pequenos, a que os anglo-saxónicos chamam o "subitizing"), utilização da enumeração (particularmente quando os conjuntos são distantes no espaço ou no tempo: o número desempenha então essa função de "recordação da quantidade" anteriormente evocada, quer ela seja designada oralmente ou através de uma escrita cifrada);

- processos mistos: correspondência por maços, constituição de maços e utilização de uma expressão oral ou escrita do tipo aditivo ("Preciso de 4 e mais 4 e mais 2").

Problemas de antecipação

Para os outros problemas evocados (e que serão tratados mais tarde, pelo recurso às operações usuais), o aluno pode utilizar:

- quer processos que são mais do âmbito da "contagem";
- quer processos que são mais do âmbito do "cálculo".

Os primeiros, do género "contagem", baseiam-se quer numa "representação realizada", na situação, mais ou menos próxima desta (manuseamento de objectos, desenho dos objectos ou da pista numerada, recursos aos dedos, pontuação de objectos fictícios...), quer numa representação mental da situação (o aluno visualiza, por assim dizer, de cabeça, a situação, particularmente no caso de quantidades muito pequenas). Por exemplo: se numa caixa opaca se puserem 4 cubos encarnados e 3 cubos azuis, e se se perguntar quantos cubos há agora na caixa, o aluno pode utilizar a "recontagem" (conta de novo todos os objectos um a um, mentalmente ou apontando objectos fictícios), ou ainda a "sobrecontagem" (por assim dizer, ele toma nota dos 4 cubos encarnados e avança 3 a partir de 4, apontando eventualmente 3 cubos azuis fictícios, e enunciando "5, 6, 7"). Noutras situações, recorrerá à "descontagem" (contagem recuando a partir de um número dado).

Para os segundos, do género "cálculo", o aluno reconhece que pode apelar para saberes numéricos antigos, e utiliza quer resultados memorizados, quer conhecimentos sobre os números e as transformações a que é possível sujeitá-los (técnicas de cálculo, decomposições...).

No que diz respeito a este tipo de problemas, uma das apostas (particularmente no CP) é permitir ao aluno passar de soluções que se baseiam numa espécie de realização da situação (realização material ou evocação mental) e que utilizam pois processos que decorrem da contagem a soluções que passam pelo reconhecimento do modelo matemático (em particular das operações a aplicar) e que decorrem então do cálculo. Num primeiro momento (tanto na pré-primária como no início do C.P.), trata-se antes de permitir aos alunos tomar consciência de que a antecipação é possível, que se pode, com a ajuda dos números, conhecer o resultado de uma acção antes de efectivamente a realizar e de lhes dar oportunidade de empregar processos de resolução (que, a maioria das vezes, se basearão na contagem).

Observações

Antes de mais, é preciso insistir no facto de que, para o mesmo aluno, os processos elaborados estarem muito dependentes da situação proposta, de serem muito fortemente contextualizados, de os fenómenos de transferência não

se produzirem sempre quando se espera, de numa situação nova (ainda que "próxima" de uma situação anterior) o aluno dar a impressão de regredir, de se embrenhar numa reconstrução de processos que contudo já utilizara, em resumo, de os *savoir-faire* muitas vezes serem frágeis, pouco disponíveis. Foi preciso tempo e o confronto com situações variadas para que um *savoir-faire* inicialmente local se tornasse um saber identificado, mobilizável em numerosas situações.

Em seguida, é preciso estar a contar com o facto de numa mesma classe ver surgir processos muito diversos para o mesmo problema. Há aqui uma dificuldade para o docente em gerir esta diversidade ao mesmo tempo que uma riqueza pedagógica: possibilidade de, em simultâneo, fazer progredir cada aluno a partir dos seus próprios *savoir-faire*, e de provocar trocas acerca dos processos utilizados.

Finalmente, num outro plano, importa sublinhar que os processos aplicados podem ser solicitados em certos momentos como instrumentos para resolver um problema, mas igualmente, e noutros momentos, para controlar uma resposta, para discutir acerca da sua validade. Neste último caso, é muitas vezes ao recorrer a um processo mais "falacioso", mas mais seguro para si, que o aluno consegue controlar a resposta obtida, mas cujo sentido ou mestria são menos assegurados.

COM QUE NÚMEROS?

A apropriação dos números pela criança, os processos de resolução que aplicará nos problemas serão de natureza diferente conforme o contexto, mas também conforme o domínio numérico encarado, ou ainda conforme a extensão relativa dos números em presença (um número "pequeno" e um número "grande", por exemplo).

Diferentes domínios numéricos

Para os jovens alunos, no começo do CP, podem-se distinguir sucintamente 4 domínios numéricos.

— O domínio dos números "visualizáveis", números até 4 ou 5. São os números para os quais um reconhecimento rápido e/ou global é possível, sem recurso à contagem ou com uma contagem muito rápida (a criança reconhece sem dificuldade que um conjunto contém 3 objectos). Neste domínio, é possível ao aluno enumerar mentalmente cada um dos objectos que constitui o conjunto. Trata-se, pois, de um domínio privilegiado para os processos do género "contagem mental" (recontagem, sobrecontagem, descontagem) anteriormente-evocados e, mais tarde, para os processos que recorrem a resultados memorizados. É aí que a criança poderá desde logo tomar consciência do poder de antecipação, de previsão, que os números conferem e passar mais facilmente da contagem ao cálculo.

— O domínio dos números "familiares", até 12, 16, 19... ou ainda mais, conforme as crianças. Neste domínio, a mnemónica (dizer de cor os nomes dos números) pode ser assimilada bastante rapidamente e a enumeração por contagem um a um é possível e eficaz. O uso social destes números é relativamente frequente. Desde a pré-primária que, muitas vezes, é possível levar as crianças a reconhecer globalmente as suas escritas cifradas (isto é, sem delas fazer uma análise em dezenas e em unidades). Finalmente, nos problemas, pode ser racionalmente encarado o recurso a uma representação realizada. É igualmente neste domínio que, utilizando certos resultados memorizados ou ordenados por escrito (tabela) e os seus primeiros conhecimentos sobre os números, o aluno poderá, desde bastante cedo no CP, empregar processos do género "cálculo".

— O domínio dos números "frequentados". São, por alto, os números que vão até 30, 40, ou mais adiante: é neste campo que se situam os números do calendário, o número de alunos da classe... Não obstante, correspondem menos a quantidades que a criança está habituada a manipular mas, muitas vezes, estão presentes na classe desde a pré-primária. A mnemónica pode ser prolongada até aí com bastante facilidade. Os processos que utilizam uma representação "concretizada" são ainda possíveis, ainda que mais difíceis de gerir. É neste domínio que os alunos vão encontrar a ocasião de fazer as suas primeiras constatações sobre as "regularidades" da sequência oral, mas sobretudo da sequência escrita dos números... e poderão ter a ideia de as explorar para produzir sequências escritas para além de 30 ou 40...

— O domínio dos "grandes" números. Muitas vezes, têm uma função um tanto mítica para a criança ("Sou grande, sei contar até 100."; "Eu queria mil dólares."). É nesta altura que os métodos de enumeração ou de escrita ligados à numeração escrita (agrupamentos, trocas, contadores) ganharão todo o seu interesse e, portanto, o seu sentido. Contrariamente aos domínios precedentes (em particular o primeiro e o segundo) em que as designações orais são muitas vezes as primeiras, aqui são as designações escritas que vão ser produzidas e utilizadas em primeiro lugar (acima de 100 eventualmente). É também nesta altura que os algoritmos de cálculo escrito se tornarão necessários.

A dimensão relativa dos números

É também um parâmetro determinante sobre o qual o docente pode agir para levar os alunos a perceber a necessidade de mudar de processos. Consideremos, por exemplo, o seguinte problema que decorre normalmente da adição de dois números: à frente dos alunos, meto numa caixa opaca x cubos encarnados primeiro e y cubos azuis depois; os alunos têm de dizer quantos cubos há então na caixa (só depois poderão verificar a sua resposta enumerando efectivamente os cubos).

Se ambos os números forem "muito pequenos" (por exemplo, 4 e 2), o aluno poderá utilizar uma visualização mental e a recontagem dos cubos: poderá "ver", por assim dizer, os objectos na cabeça e enumerá-los.

Se um dos números for "grande" (por exemplo 26) e o outro "pequeno" (por exemplo 2), a sobrecontagem será um bom instrumento: a criança visualiza, mental e sucessivamente, os 2 cubos, começando a fazer a enumeração a partir de 27.

Pelo contrário, se ambos os números forem "grandes" (por exemplo 27 e 19), este tipo de "visualização mental" torna-se impossível, a sobrecontagem de 19 a partir de 28 revela-se demasiado difícil e fonte de erros: outros processos, decorrentes antes demais, do cálculo, tornam-se então necessários.

É necessário insistir no facto de não se passar de uma situação a outra, de um processo a outro; por simples prolongamento, mas que deve operar-se uma ruptura, uma renúncia a um processo que funcionava e que já não é eficaz, para construir um novo processo mais adaptado. Compete ao docente utilizar tais variáveis, no momento adequado, pondo em prática situações preparadas nesta perspectiva, para encetar a elaboração de novos conhecimentos. Este ponto encontra-se pormenorizado noutras partes desta obra.

1.4. CONCLUSÃO

Como é que os alunos, através desta convivência com os números, vão estar em condições de construir sentido?

A nossa resposta é que o aluno elabora, apropria-se dos seus conhecimentos numéricos e lhes confere sentido, em primeiro lugar através dos problemas que eles lhes permitem resolver eficazmente, e isso:

- a partir dos processos de resolução que ele próprio emprega, em função da representação que ele faz da tarefa proposta e dos saberes ou *savoir-faire* "antigos" que ele percebe como instrumentos possíveis;

- ao apolar-se em designações orais e escritas que deve mobilizar, em particular para as necessidades de comunicação com outros;

- ao ser confrontado com novas situações, por exemplo num domínio numérico mais extenso, que exigem quer a adaptação de processos anteriores quer a produção de novos processos.

A função e a tarefa do docente são, então, elaborar instrumentos para conhecer "o estado do saber" dos seus alunos, conceber e aplicar situações de aprendizagem que permitirão aos alunos apropriar-se de novos conhecimentos. As considerações didácticas que sustentam os diferentes aspectos desta tarefa são especificadas no capítulo seguinte e um conjunto organizado de actividades é descrito e comentado no resto da obra.

2. AS NOSSAS CONCEPÇÕES DE APRENDIZAGEM

Qualquer proposta de material "para a classe", seja qual for a sua forma (manual, filme, equipamentos, livros para os professores, etc.), sejam quais forem os seus destinatários (as crianças, os docentes, os pais...), revela, de forma implícita ou explícita, as concepções que os autores fazem da aprendizagem. Quanto a nós, parece-nos indispensável dar aos docentes que desejarem apropriar-se das propostas contidas nesta obra o meio de compreender as razões das nossas opções de actividades assim como da sua aplicação. Ainda que isso seja uma tarefa delicada, tentaremos, pois, explicitar neste capítulo, tanto quanto é possível fazê-lo, as hipóteses (já que, é evidente, estas não são certezas...) que retivemos sobre "as maneiras de aprender" a matemática quando se tem seis ou sete anos. É evidente que essas hipóteses são, ao mesmo tempo, perfilhadas por outros e susceptíveis de ser postas em causa quando a sua colocação à prova o exigir. Não procuraremos, aqui, esgotar a questão das aprendizagens, remetendo o leitor para a bibliografia e para o capítulo "Para saber mais" sobre alguns pontos particulares.

2.1. A FUNÇÃO DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS NA CONSTRUÇÃO DOS CONHECIMENTOS

Parece-nos que certos conhecimentos são susceptíveis de ser transmitidos de uma geração à outra, de uma criança para outra, por vezes sem grande esforço e sem mesmo disso haver consciência, por uma espécie de impregnação, por simples imitação, enquanto que outros requerem uma autêntica construção e uma intenção de aprender.

Hipótese 1

Muitos conhecimentos (saberes, *savoir-faire*, concepções, representações) são elaborados e ganham sentido através das acções finalizadas, isto é, permitindo resolver um problema, responder a uma questão, numa situação de que o sujeito foi capaz de se apropriar.

Convém precisar certos termos desta "hipótese".

OS CONHECIMENTOS

É muito provável que a maior parte de nós tenha "aprendido" a fazer o laço nos seus sapatos graças à perseverante ajuda de um adulto atento que "demonstrou" a sua própria maneira de agir e repetiu a sua acção inúmeras vezes aos nossos olhos, até que nós próprios fôssemos capazes de fazer o mesmo. Este conhecimento, "aprendido", "treinado", graças à paciência de um adulto, tornou-se automático: um dia soubemos laçar os nossos sapatos sem a ajuda de quem quer que seja e, mesmo sem ter de pensar mais nisso... Durante muito tempo

acreditou-se que todos os conhecimentos podiam, assim, adquirir-se por imitação e prática, contanto que, talvez eles fossem necessários ou úteis ao sujeito que aprendia. Motivação, repetição, eram então as palavras chave da aprendizagem.

O mesmo não acontece quando se trata de conhecimentos cuja utilidade é menos evidente: muitos alunos "sabem" muitas coisas, mas não "sabem" servir-se delas no momento exacto. É o caso, por exemplo, do equacionamento de um problema: são utilizadas numerosas horas a resolver equações na escola, mas esses "conhecimentos" não são reutilizados quando já não se está a estudar o capítulo das equações... De uma certa forma, esses conhecimentos (reais, de um certo ponto de vista) permanecem destituídos de sentido enquanto não tiverem adquirido o valor de instrumento para resolver problemas. Diremos, com Gérard Vergnaud (1) que "o saber se forma a partir de problemas a resolver, isto é, de situações a dominar... As concepções dos alunos são moldadas pelas situações que encontraram".

AS "ACÇÕES COM UMA FINALIDADE"

O termo "acção" é ambíguo. Em certas correntes da pedagogia dita "activa", deu-se muitas vezes a esta palavra o sentido de "manuseamento": trata-se de levar as crianças a resolver um problema "concreto" com o auxílio do material que lhe dá corpo, e, depois, propor uma codificação matemática dessas manipulações e do seu resultado. Parece-nos que o peculiar da "actividade" matemática não está neste tipo de acção. Pelo contrário, trata-se sempre de antecipar a acção concreta. Isto é, de construir uma solução que vai dispensar a manipulação dos objectos reais, quer porque os objectos estão ausentes, no espaço ou no tempo, quer porque são em grande número, quer porque a sua utilização provocaria numerosíssimas manipulações que dispenderiam muito tempo, por exemplo. As "acções" de que aqui falamos radicam em anteriores manipulações reais que podem ser "evocadas" mental ou até mesmo verbalmente pelo sujeito, mas que se distinguem das manipulações em si mesmas. Por assim dizer, a solução matemática — a acção matemática — opõe-se à solução prática, a acção sobre o real. A acção sobre o real conduz, a maioria das vezes, a fazer uma constatação, enquanto que a acção matemática, ainda que não utilize um processo experimental, situa-se ao nível de uma antecipação.

Significa isto que as manipulações não têm o seu lugar na aprendizagem? Não o cremos de modo algum. Muitas vezes, elas permitem à criança apropriar-se de um problema, compreender a natureza da questão a que é convidada a responder, formar uma boa imagem da situação. Sabe-se, por exemplo, que o problema: "Num parque de estacionamento há 34 lugares; o parque está cheio. Há 12 viaturas pretas; as outras são vermelhas. Quantas viaturas vermelhas há

(1) Gérard Vergnaud: "Psychologie du développement cognitif et didactique des mathématiques", Grand N, nº 38, 1986.

no parque?" obtém muitas vezes a resposta: "Há 46 viaturas vermelhas.", aliás, interpretada de formas muito diversas... ou literalmente nenhuma resposta. Temos constatado que um material de simulação (disco de cartão com os lugares das viaturas desenhados, cubos de duas cores à escolha) permite às crianças que não conseguiram resolver o problema posto, apropriar-se da situação: essas crianças não resolveram o problema, no sentido matemático do termo, nesse dia, mas, mais tarde, estarão em melhores condições de resolver um outro problema da mesma natureza. A manipulação, a acção sobre os objectos concretos da situação permite a construção de representações que poderão ser concretizadas (num desenho, por exemplo) ou apenas mentalmente evocadas aquando de situações análogas e permitirão o desenvolvimento de "acções" no sentido matemático do termo: elaboração de esquemas, cálculos, etc. Por outro lado, as manipulações são igualmente um meio, para a criança, de validar as suas soluções matemáticas. Por exemplo: no jogo da caixa (cf. p. 137), quando uma criança responde que haverá 23 cubos na caixa que já continha 18 antes de o professor acrescentar 5, é-lhe por vezes, indispensável abrir a caixa e contar os cubos que de facto aí se encontram: esta contagem (contando que ela própria esteja certa...) será então para ela a confirmação da validade da sua antecipação sobre esta acção. Ainda aqui, a manipulação como verificação de um cálculo não constitui mais do que uma das formas de validar: parece-nos que uma etapa estará transposta quando a criança puder estar segura de que há efectivamente 23 cubos na caixa sem ter necessidade de a abrir... por exemplo, utilizando um processo de cálculo diferente do que permitiu estabelecer o primeiro resultado.

As acções devem ser "objectivadas", quer dizer que elas não são executadas só pelo prazer do seu bom funcionamento (por exemplo, fazer adições porque se acaba de aprender a fazê-las e porque se está muito contente por efectuá-las sem erros), mas porque se tem em mente um objectivo a atingir, uma questão para a qual é necessário achar uma resposta. Esta atribuição de uma finalidade, para o sujeito — e não só para o docente — é uma condição imprescindível: a criança que "faz cálculos" sem saber-se esses cálculos vão permitir aproximar-se do objectivo fixado pelo problema a resolver não está em vias de conduzir uma "acção" de resolução do problema. Talvez esses "cálculos", por ora destituídos de sentido, se possam tornar úteis mais tarde. Mas não serão úteis senão quando a criança souber o que procura.

Uma confusão de outro género pode fazer-se entre essas acções e o emprego prematuro de uma escrita matemática estandardizada. Se, para o aluno, as escritas matemáticas são muitas vezes um instrumento para elaborar um processo de resolução, acontece também elas não terem senão uma função formal: quando se resolve um problema, é preciso escrever "alguma coisa" com os números do enunciado... ainda que essa escrita não tenha sentido para a criança que se sujeita a utilizá-la para preencher um certo contrato explícito ou implícito. Assim, como só as manipulações de objectos reais não podem constituir uma actividade matemática, mas dela são, por assim dizer, as premissas, também as

acções de que falamos conduzem à utilização, no decurso da resolução ou talvez um pouco mais tarde, dessa linguagem simbólica abstracta que são as escritas matemáticas. Pedir às crianças para as utilizarem demasiado cedo é incorrer no risco de as conduzir a utilizá-las sem lhes compreenderem nem o sentido nem o interesse. Parece-nos importante preparar as crianças para distinguir bem, desde o início da sua utilização, as escritas "para procurar" que podem assumir formas variadas (em particular uma linguagem matemática nem sempre tão polida quanto o matemático o deseja, tal como $3 + 5 = 8 + 2 = 10 - 4 = 6$, por exemplo), e as escritas convencionais para as quais deve ser respeitada uma sintaxe rigorosa.

OS "PROBLEMAS PARA APRENDER"

De que problemas se trata? O termo tem tido, desde há muito, numerosas significações. Na escola, o termo "problema" cobre actividades variadas que serão encaradas mais em pormenor no tema 2 da segunda parte.

Aqui, digamos apenas que por vezes se trata de uma actividade de controlo dos conhecimentos: após ter ensinado a fazer multiplicações, dá-se um problema para o qual a multiplicação é o processo correcto. Certos problemas têm como principal função fornecer uma motivação: em vez de fazer quinze adições, sem justificação nem utilidade, propõe-se aos alunos que façam ou verifiquem as contas da cooperativa, etc. Noutros momentos, os problemas têm como objectivo principal proporcionar às crianças a oportunidade de aprender a procurar, de construir métodos: acontece que alguns desses problemas que não tenham soluções, que outros tenham várias e nem sempre uma solução única, como o permitem pensar as séries de problemas habitualmente propostos às crianças(2). Mais tarde, chamaremos a estes "problemas para procurar".

Os problemas que permitem construir novos conhecimentos — os "problemas para aprender"(3) — são muito particulares: devem, em simultâneo, permitir ao aluno utilizar os seus conhecimentos actualmente disponíveis para compreender o que está em causa, descobrir, e levá-lo a tomar consciência da inadequação ou da insuficiência desses mesmos conhecimentos. Se essas duas condições não forem preenchidas para cada aluno em particular, o problema não será, nesse dia, utilizado como meio de aprendizagem.

Peguemos num exemplo: um dos objectivos de aprendizagem do CP é a capacidade de obter a soma de dois números. Os processos utilizados pelas crianças devem evoluir desde a contagem a partir de 1, à sobrecontagem através da utilização dos dedos ou a deslocação na tira numérica, à utilização de procedimentos memorizados, às transformações de escritas cifradas, etc. Cada um desses

(2) Acerca deste assunto, poder-se-á consultar o documento "Apprentissage à la résolution de problèmes au CE", INRP (CRDP de Grenoble), 1988.

(3) Tais problemas são, por vezes, chamados "situações-problema" ou "situações de aprendizagem" por diferentes autores, mas essas expressões podem dissimular, noutros, actividades que não correspondem à definição que temos tentado dar aos "problemas para aprender". Encontrar-se-á, igualmente, o termo "situação didáctica".

processos pode ser cómodo em certos casos e praticamente inutilizável noutros: pode-se obter a soma de $5 + 3$ por sobrecontagem pelos dedos, mas esse mesmo processo é fonte de erros para $27 + 35$, por exemplo. Dito de outra forma, a extensão dos números — e a sua extensão relativa — é um factor determinante da escolha do processo. Para incentivar os alunos a elaborarem uma técnica operatória, será pois necessário propor-lhes problemas para os quais os processos que eles conhecem dão sentido à questão colocada, mas que se evidenciam ou muito penosos, ou muito demorados, ou fonte de erros. Diremos que a dimensão dos números é aqui uma "variável didáctica" fundamental.

Vê-se que esses "problemas para aprender" são da inteira responsabilidade do docente que os constrói especificamente para cada objectivo preciso (e dever-se-ia mesmo dizer, considerando o caso extremo, para cada aluno...).

Esses problemas podem assumir diversas formas. Muitas vezes, estas são situações de jogo porque os jogos permitem obter facilmente a adesão das crianças de seis anos... É certo que não se trata de simples "jogos de comércio"(N.T.) ou de jogos recolhidos à sorte do património cultural francês ou estrangeiro. Se no início utilizamos por vezes um desses jogos, esforçamo-nos para dele fazer verdadeiras situações de antecipação e não hesitamos em modificar-lhe as regras para alcançar os objectivos de aprendizagem que nós fixámos. Um jogo pode igualmente dar lugar, num segundo tempo, a um enunciado clássico, no mesmo contexto. O enunciado invoca o jogo, mas as crianças já não jogam, já não dispõem do material que têm de evocar mentalmente. Noutros momentos, a actividade proposta às crianças afasta-se mais do jogo: há uma tarefa a cumprir, só ou em grupo, tal como fazer uma flor a partir de um centro e de um determinado número de pétalas que é preciso procurar, respeitando certas restrições (cf. p. 142). Neste caso, uma primeira fase, muitas vezes colectiva, permite a cada uma das crianças apropriar-se bem da situação, saber o que é preciso fazer e quais as regras de acção permitidas. O importante, qualquer que seja a forma escolhida para o problema, é a certeza de que a criança sabe, por um lado, que tem de executar a tarefa e, por outro lado, que está autorizada a mobilizar todos os seus conhecimentos, a desenhar, a fazer experiências, etc. Finalmente, ainda que muitas vezes isso se faça em "leve diferido", parece-nos necessário dar à criança a oportunidade de tomar consciência, com a ajuda do adulto, de que ao resolver tal problema, aprendeu alguma coisa, uma "alguma coisa" que ganhará progressivamente um verdadeiro estatuto de conhecimento.

Muitas vezes, tem-se procurado motivar a resolução de problemas escolhendo-se entre as situações funcionais da vida da classe: preparação de diversas festas que balizam o ano, contas da cooperativa, etc. É certo que essas situações vividas são frequentemente muito ricas e que efectivamente motivam longos trabalhos(4). Este interessante contexto será mais reservado para uma reutilização

(N.T.) Jogo de cartas que consiste em pôr em leilão uma carta desconhecida dos participantes.

(4) Cf. Philippe Meirieu: "Apprendre... oui, mais comment?", Ed. ESF, 1989.

dos conhecimentos do que para a sua construção. Com efeito, por um lado a complexidade dessas situações torna difícil, até mesmo impossível, a gestão das variáveis e, por outro lado, a pregnância da realidade (é preciso acabar no dia), é talvez preciso, também, que todas as crianças tenham conseguido realizar a tarefa, etc.) não facilita a construção de aprendizagens precisas e estruturadas. As situações locais, deixadas à iniciativa dos docentes, parecem-nos importantes oportunidades de reinvestimento que não está em causa descurar, mas que é impossível programar do exterior.

No que nos diz respeito, o aspecto "fabricado", até mesmo "artificial" das situações de aprendizagem que propomos, contanto que elas tenham sempre sentido para a criança, parece-nos inteiramente compatível com a intenção de "fazer aprender", de mandar fazer saltos de aprendizagem que não se fazem de forma "natural"...

2.2. AS INTERACÇÕES SOCIAIS

Hipótese 2

Aprender faz-se também num contexto de interacções sociais.

No que precede, mostrámos a importância da confrontação com o real; aqui, insistiremos no confronto com outros pensamentos: a criança não pode construir o seu próprio pensamento a não ser confrontando-o com o de outrem.

Essas interacções são de dois tipos: com os parceiros da mesma idade — dos pares — e com os adultos tutores — dos peritos.

INTERACÇÕES COM OS PARES

Estas acções asseguram diversas funções e podem assumir diversas formas. Podem permitir:

- apropriar-se das instruções de uma situação: cada criança, muitas vezes após um tempo de trabalho individual, exprime a forma como interpretou o enunciado, o que não compreendeu, o que isso evoca para ela, por exemplo; a reformulação de uma outra criança pode, por vezes, permitir-lhe compreender melhor;
- procurar como é que se vai elaborar, em comum, uma solução; examinar todos os meios de que se dispõe, debater uma estratégia, repartir as tarefas decididas em comum;
- confrontar as respostas elaboradas individualmente, compreender as eventuais divergências, para se pôr de acordo acerca de uma resposta única;
- comunicar o seu método ou a sua solução e defendê-la, caso se julgue necessário, contra as propostas diferentes;

- compreender a maneira de proceder de um outro, ser capaz de se descender da sua própria procura; imitar o que parece ter sido melhor conseguido por um outro;
- apreciar os elementos positivos de diferentes diligências, avaliar o grau de generalidade de cada uma;
- identificar, muitas vezes de forma não convencional, um processo ou uma diligência: "Poder-se-ia seguir o método de Nicolau..."

Esta lista não é exaustiva, ainda que seja muito ambiciosa! Ela pretende, sobretudo, realçar a importância, o lugar do trabalho de grupo. Resta ainda definir-lhe igualmente a gestão e os limites.

Assim, nas fases de construção, por exemplo, apostámos por vezes na heterogeneidade dos grupos (em função da mestria dos instrumentos explícitos já construídos) para favorecer o "contágio" dos processos elaborados no seio do grupo. Tendo compreendido a tarefa a executar, tendo participado na acção empreendida no seio do grupo, uma criança poderá "aceitar" um processo elaborado por uma outra. O que aqui é visado não é a simples imitação de um modelo (que se poderia qualificar de "acabado" ou de "pronto-a-usar") que não seria reutilizável num outro contexto. Apesar de todas as precauções tomadas para que a apropriação seja sólida e, portanto, transferível, sabemos que ela não ocorre no mesmo momento para cada uma das crianças. Encontrar-se-ão alguns "imitadores" ocasionais que, graças à ajuda dos seus colegas, terão conseguido realizar determinada tarefa particular sem poder reinvestir o processo utilizado nesse dia numa outra situação. Para esses, o trabalho de grupo talvez apenas tenha permitido evitar um fracasso total e tenha permitido a compreensão, mesmo parcial, da tarefa a executar, excepto do meio de o conseguir.

Nas fases de treino, a formação dos grupos pode variar em função dos efeitos esperados. Por vezes, opta-se por mandar trabalhar uma dificuldade muito precisa e pontual num grupo homogéneo: o docente descobriu, por exemplo, que três ou quatro crianças não conseguem sobrecontar. Ele vai-lhes mostrar, fora do contexto, como se faz para sobrecontar: "Quando se deseja saber quanto dá 5 e 3, fixa-se o 5 e mostra-se 3 com os dedos, depois conta-se: seis, sete, oito.", a seguir, manda cada uma das crianças desse grupinho utilizar este processo; em seguida, pedirá a cada uma que mande fazer um cálculo a um dos seus colegas, depois, que repita como fazer 7 e 4, etc. Mas pode-se preferir o grupo heterogéneo, concebido como grupo de apoio no qual certas crianças vão pôr em funcionamento processos estáveis de que outras, pelo contacto com estas, se vão progressivamente apropriar. É certo que não é fácil decidir que tipo de grupo será o mais favorável para determinado treino, mas somos de opinião que nem só os grupos homogéneos são facilitadores.

Os benefícios que a criança pode tirar das interacções com os seus pares não se situam unicamente ao nível das acções, mas também na oportunidade que deste modo lhe é oferecida de trocar verbalmente, de comunicar com os seus parceiros. Como o sugerir a lista atrás estabelecida, as trocas preenchem,

A DESCOBERTA DOS NÚMEROS

conforme os momentos, variadas funções: reformulação das instruções dadas pelo docente, decisão de acção comum ou partilha das tarefas, comunicação de uma solução, discussão de demonstração, etc. Em cada um desses momentos, a possibilidade e, por vezes, a necessidade de comunicar o estado da sua reflexão permitem apurar o seu pensamento. Não se trata de o fazer "formalmente" (como é o caso quando se tem de escrever a solução do problema no caderno), mas para se pôr de acordo ou para acabar com um ponto de desacordo. Em particular, a constatação de um desacordo leva as crianças a decidir novas acções, a modificar os processos de resolução ou de validação, a regressar à situação inicial, etc.

INTERACÇÕES COM O ADULTO

Tudo o que até aqui sublinhámos a respeito da necessidade da actividade do aluno na construção dos seus conhecimentos nos conduz, em paralelo, a pôr em evidência a função essencial de mediação do adulto. Essa mediação, sublinhada por J. S. Bruner, necessária a todas as fases do processo de aprendizagem, assume diversas formas e desempenha diversas funções:

- escolher, adaptar, construir situações que permitam a cada criança agir conforme as suas capacidades, com ou sem a ajuda de outrem: não se trata de propor sistematicamente actividades que a criança "quase" já sabe realizar sozinha, trata-se também de organizar a situação de maneira a permitir a cada criança efectuar um salto — talvez mesmo transpor um obstáculo — se salto deve existir;
- ajudar a criança a levar a bom termo e a melhorar a sua maneira de agir, permitindo-lhe apropriar-se dos métodos dos seus colegas reformulando-os, por exemplo, levando-a a fazê-los funcionar ela própria;
- reformular as instruções, os objectivos a atingir sempre que a criança já não souber onde está;
- encorajá-la, solicitá-la a agir, a ousar, a arriscar, ajudá-la a organizar-se;
- sublinhar os conhecimentos adquiridos, ajudar a criança a identificá-los, a designá-los pelo nome, até mesmo a codificá-los... Quando o problema tiver sido solucionado, é ainda necessário pôr em evidência, com a criança, as características marcantes da situação de maneira a permitir-lhe reconhecer, em seguida, as situações análogas (reconhecer o idêntico no diverso).
- do mesmo modo, determinar o que resta ainda adquirir acerca de um determinado assunto e os meios que serão fornecidos para o conseguir;
- organizar as interacções entre as crianças: escolher a composição dos grupos em função dos objectivos exactos visados, servir de mediador entre crianças reformulando o que foi compreendido, pondo em evidência os pontos de acordo ou de desacordo por ocasião dos debates, suavizando a forma de certos conflitos...

Assim definida, a função do docente, único adulto para cerca de vinte ou trinta crianças, pode parecer muito exigente, até mesmo apavorante... É certo que ele não pode desempenhar, ininterruptamente, essa função de tutor privilegiado para cada criança. Veremos mais adiante que as opções de aplicação se farão em torno de compromissos a fim de que cada criança possa encontrar o seu lugar numa estrutura que permanece a de um grupo relativamente grande. Parece-nos, entretanto, importante sublinhar que esta tomada em consideração do que é, do que sabe e do que sabe fazer cada uma das crianças constitui uma necessidade.

2.3. DOS CONHECIMENTOS ANTIGOS AOS CONHECIMENTOS NOVOS**Hipótese 3**

Os conhecimentos não se amontoam, não se acumulam, não se constroem a partir do nada; a sua elaboração está sujeita a rupturas e a reestruturações. Aprende-se a partir de, mas também contra o que já se sabe.

Numerosas abordagens da aprendizagem consistem em imaginar um recorte, o mais minucioso possível, dos conteúdos a aprender e em propor uma progressão linear que vá, sistematicamente, do simples ao complexo. Encontram-se exemplos disso no ensino programado, seja ou não apoiado na utilização de um computador (EAO), ou na pedagogia por objectivos. Dissemos já, no início deste capítulo, o quanto este modelo nos parecia pouco adequado. Se considerarmos, por exemplo, a maneira como uma criança que saiba contar pelos dedos vai, um dia, ter de abandonar este processo que já não lhe permite obter o resultado de $17 + 25$, por exemplo, não podemos pensar que essa passagem se vai fazer numa simples continuidade. Trata-se, nesse momento, para a criança, de uma verdadeira ruptura: é preciso abandonar um processo que ela domina bem, num campo numérico dado (dois números inferiores a dez ou, pelo menos, um dos dois inferior a dez), por um outro que vai exigir um novo treino antes de atingir o grau de *performance* que a precedente maneira de agir tinha adquirido. A necessidade de construir algo de "novo" porque o "antigo" já não está inteiramente adaptado, dificilmente é sentida pelas crianças. Muitas vezes, estas estão prontas a conservar um método, por segurança, mesmo quando sabem que ele se tornou demasiado maçudo. No momento da mudança desejada pelo docente, as crianças têm tendência para ganhar rapidez, por exemplo, a manter o que dominam bem porque lhes é difícil avaliar o que poderiam ganhar com a inovação quando esta é sentida apenas como um risco suplementar. Para as "constranger" a um abandono que lhes é profundamente desagradável, é-nos necessário, portanto, colocá-las numa situação em que o antigo processo se torne verdadeiramente demasiado maçudo, até mesmo impraticável, por exemplo, propondo a resolução de um problema conhecido num domínio numérico mais extenso do

que aquele em que elas tiveram o ensejo de se colocar idênticas questões: a identidade do contexto permite dar sentido às questões postas, e sugere o emprego do processo conhecido até aqui; a extensão dos números inviabiliza esse emprego e obriga a elaborar ou a apropriar-se de um novo processo.

Mas acontece, também, que certos conhecimentos se elaboram contra o que a criança já sabe. Não só o "antigo" não facilita a compreensão do "novo", como por vezes o entrava. Por exemplo, quando se começa a trabalhar a ideia de agrupamento na numeração, é necessário que os alunos consigam considerar uma dezena como um elemento único, "um maço de dez", quando não vêem (e, muitas vezes, no sentido literal do termo "ver") senão os dez elementos do maço. A percepção, o hábito, construíram uma concepção do pacote de dez que quase nunca permite descodificá-lo como uma dezena. As numerosas actividades que a este respeito propomos, pretendem ajudar as crianças a efectuar essa difícil passagem em momentos diferentes, porquanto nem todas o conseguirão à primeira oportunidade.

Em cada situação construída para uma nova aprendizagem, as concepções iniciais dos alunos, o conjunto dos saberes evocados (pela situação proposta pelo professor), bem como as representações da tarefa ou a suposta expectativa do docente, vão formar uma rede que, em simultâneo, pode dar sentido a esta nova situação mas também impedir o desenvolvimento do saber visado. Ainda que esse facto tenha sido estudado por inúmeros investigadores em diferentes domínios, tais como a Física ou a Biologia ainda está por estudar com precisão a acessibilidade a cada novo conceito. A colocação dessas concepções iniciais em evidência constitui um quadro de referência que deve permitir aos investigadores e aos docentes elaborar os meios que vão permitir aos alunos fazer evoluir essas concepções, adaptá-las, por vezes mesmo rejeitá-las, ou apurá-las, particularmente, através de um confronto com novas situações. O esclarecimento dessas concepções iniciais permite igualmente interpretar certos erros dos alunos, erros que, de certa forma, fazem parte da aprendizagem, aqueles que revelam o que o aluno sabe e como o sabe.

Dois exemplos de erros encontrados com bastante frequência podem ilustrar o nosso propósito.

Num primeiro caso, trata-se de crianças que, tendo de procurar a soma de dois números, obtêm sistematicamente (ou "quase sempre...") um resultado falso perto de uma unidade. Dois indícios podem pôr-nos em pista: uns quantos casos em que o resultado está correcto (o que nos levou a precisar que o erro se produzia "quase sempre") e, quando for possível, a formulação, pela criança, do seu processo. A experiência tem-nos mostrado que esse tipo de erro é, muitas vezes, fruto de uma má sobrecontagem: a criança que pretende obter a soma de $18 + 5$ e que conhece o uso da sobrecontagem sabe bem que é preciso "pôr 18 na cabeça", mas em seguida começa a sobrecontagem em 18 em vez de a começar em 19. Em compensação, se tiver de obter $4 + 4$, dá o resultado correcto porque neste caso não utiliza a contagem crescente mas um resultado memorizado.

Aqui, pode-se pensar que o próprio processo de sobrecontagem tem sido utilizado, desde o início, sem ter sido bem compreendido, talvez por mera imitação de um colega, e se estabilizou de forma errada.

O segundo exemplo diz respeito ao uso do dinheiro. Em determinadas situações em que o aluno tem de descobrir, na sequência de um jogo ou de uma simples partilha, quem tem mais dinheiro, certos alunos contam as moedas obtidas pelos diferentes parceiros e deduzem, só deste número, o que cada um possui: há uma confusão entre a quantidade de moedas e o valor que elas representam. Para o aluno que comete semelhante erro, é a própria ideia de "valor" que não está adquirida: não tomou plena consciência de que uma moeda nem sempre vale "um" (ainda que noutras situações, seja de todo capaz de distinguir uma moeda de 10 F de uma moeda de 2 F, por exemplo).

2.4. A FUNÇÃO DO TREINO E A NECESSIDADE DAS TOMADAS DE CONSCIÊNCIA

Vamos abordar, nesta parte, duas hipóteses em forte interacção.

Hipótese 4

Aprender, raramente se faz de uma só vez. Aprender, é também recomençar, treinar, voltar atrás, portanto repetir, mas repetir compreendendo o que se faz e por que é que se faz.

Vimos anteriormente que a repetição raramente era suficiente para permitir uma verdadeira aquisição dos conhecimentos. Uma certa forma de repetição é entretanto, indispensável à sua estabilização. Não se trata da repetição mecânica de actos desprovidos de intencionalidade ou de sentido que não poderia ser geradora da aquisição de um *savoir-faire* realmente dominado. A repetição de que aqui se trata vem a seu tempo, isto é, quando está em questão, de maneira consciente, voluntária, tornar cada vez mais eficaz um processo, uma técnica operatória, etc. O treino sistemático de certos processos ou a memorização de certos resultados permitem, com efeito, reduzir o custo de certas tarefas, aliviar a carga de trabalho da memória a curto prazo. Se já não tiver necessidade de reflectir quando faço uma adição, posso concentrar o meu esforço na função dessa adição na resolução do problema, gerir os sucessivos cálculos, etc.

Hipótese 4 bis

Para se tornarem um dia transferíveis para novas situações de utilização, os conhecimentos devem ser reconhecidos, nomeados, descontextualizados.

Põe-se a questão de saber em que momento é preferível conferir um verdadeiro estatuto de conhecimento a um saber ou a um *savoir-faire* que primeiro foi utilizado com discernimento, por vezes com a ajuda do docente ou de um colega:

é necessário que um saber seja reconhecido (designado pelo nome, codificado, etc.) antes de ser treinado, ou não será o treino um factor do reconhecimento do saber? Parece-nos que o ideal seria permitir que o aluno tomasse progressivamente consciência da especificidade de um saber novo e, em particular, do que faz com que seja novo, eficaz, económico, etc., para resolver este problema e não aquele outro, tornando-o mesmo efectivamente cada vez mais eficaz para o treino. Neste sentido, não haveria prioridade entre treino e consciencialização, mas antes complementaridade. Dito de outro modo, procurar-se-ia fazer de forma a que o aluno compreendesse que se ele treina para fazer melhor, ou para ser mais rápido, ou para se poder desenvolver sozinho, porque tem consciência de que **actualmente a diferença entre o efeito esperado das suas acções e o efeito obtido não é o ideal**. Encontrar-se-á um bom exemplo destas interacções "treino-consciencialização" no módulo 4 da parte "Conhecer as designações dos números" no que respeita aos agrupamentos a dez.

Ao contrário da construção, da descoberta de novos processos que necessitam de um contexto forte para lhes conferir sentido, para enraizar o "novo no antigo", o treino necessário do domínio desses mesmos processos faz-se, muitas vezes, fora de qualquer contexto: o processo que era um instrumento necessário à resolução de determinado problema, torna-se aqui, e por um momento, um **objecto de estudo**(5). Interessamo-nos por ele mesmo, para que ele funcione melhor, para que um dia já não seja necessário concentrar nele toda a atenção. Não se trata, então, de dar sentido a este ou àquele saber, mas de o aperfeiçoar. É esta "descontextualização" que permite dar a este novo saber um verdadeiro estatuto de conhecimento autónomo — não ligado de maneira única à situação que serviu para o introduzir — designado pelo nome, reconhecível e portanto, espera-se que ele se mantenha disponível e mobilizável sempre que o aluno dele necessite.

Esse treino pode fazer-se de diversas formas. Numerosos jogos de cálculo, por exemplo, incentivam à memorização de certos resultados, quer porque eles ocorrem sempre, quer porque permitem jogar mais depressa. Todavia, eles não constituirão um verdadeiro treino a não ser que seja posto em evidência, pelo docente, num ou noutro momento, o que se vai procurar adquirir ao jogar ou — *a posteriori* — no que se acaba de adquirir. Também se podem utilizar actividades ritualizadas, como o eram as famosas sessões de cálculo mental da nossa infância que nada perderam do seu interesse. Entretanto, a definição dos objectivos e a forma de actividade proposta devem ser precisadas com rigor. Em particular, a ideia de "ritual", isto é, a repetição durante um certo lapso de tempo da mesma actividade sob a mesma forma não deve permitir supor que essa actividade dure todo o ano... Há um justo equilíbrio a encontrar entre a integração numa actividade que, porque é bem conhecida das crianças, se realiza rapidamente, sem preocupação e mesmo com prazer, e a monotonia de uma actividade que já nada traz a ninguém e que se efectua por hábito, sem saber já porquê.

(5) Cf. Régine Douday: Tese de Doutoramento de Estado, Universidade de Paris VII, 1984.

2.5. A DISPONIBILIDADE DOS CONHECIMENTOS

Hipótese 5

Um conhecimento não é plenamente operativo a não ser que seja mobilizável em situações diferentes das que serviram para lhes dar origem.

Toda a gente pode avaliar as dificuldades que uma criança pode ter para reconhecer, em situações de aparência variada, uma mesma estrutura matemática: a "roupagem" de uma situação traz elementos parasitas que impedem a criança de ver o idêntico no diverso. Por isso, importa, para trabalhar uma noção ou um processo, construir não uma situação, mas um conjunto de situações que permitam reutilizar várias vezes, em diferentes contextos, os mesmos conhecimentos.

De forma teórica (porque na realidade este modelo nem sempre funciona desta maneira), existiria uma espécie de processo em várias fases, de que já desenvolvemos as três primeiras:

— **uma fase de construção** (muitas vezes precedida de uma curta fase de abordagem que permite a apropriação de um novo problema) na qual um novo conhecimento seria utilizado de forma mais ou menos eficaz e reconhecida como uma boa maneira de tratar determinada situação particular; ela permaneceria "local", ligada à situação de origem (ou às duas ou três primeiras actividades propostas no início);

— **uma fase de reconhecimento** fora de contexto que leva a nomear este instrumento. Se pensarmos na sobrecontagem, por exemplo, este termo "sobrecontagem" não é indispensável, em primeiro lugar, e falar-se-á por vezes do "método de Nicolau", do nome do inventor local... Aqui, o importante é dar a possibilidade de reconhecer no seio da classe, um processo particular, de maneira a poder trabalhá-lo, avaliar a sua mestria, precisar tanto a sua eficácia como os seus limites ou as suas dificuldades de utilização;

— **uma fase de treino**, também ela fora de contexto, que permitiria adquirir uma boa mestria do novo instrumento.

O treino e o reconhecimento de um processo devem permitir uma "descontextualização" dos conhecimentos, isto é, uma espécie de autonomia relativamente aos contextos de origem;

— finalmente, a última fase, nunca totalmente consumada, consiste em dar oportunidade de transferir os conhecimentos bem dominados em variadas situações para as quais eles são pertinentes. A tarefa do aluno consiste, então, em reconhecer o (ou um) bom processo sem que o docente tenha necessidade de lhe dar indicações através de termos indutores, por exemplo, ou indicando que "Hoje, vamos fazer problemas de subtracção..." No decurso desta fase, os conhecimentos são, por assim dizer, "recontextualizados", isto é, são encarados como respostas, não a um problema em particular, mas a um conjunto de situações que se saberá reconhecer.

Se esta última etapa for, ou deveria ser, concebida por todo o docente como objectivo último que todos os alunos devem atingir e para todo o saber, é certo que ela permanece ainda muito difícil e que necessita de ser trabalhada na duração, uma duração que muitas vezes ultrapassa a habitual unidade de tempo do ensino que é o ano escolar. Os fenómenos de transferência de aprendizagem ainda estão longe de ser claros, seja para os psicólogos, os pedagogos ou para os didácticos que muitas vezes não podem senão constatar se houve ou não transferência em casos precisos, mas que não sabem construir com rigor as estratégias necessárias (se elas existem?) para o conseguir.

Ao longo de todo este processo complexo, a criança é levada, com a ajuda do docente, a efectuar diversas tomadas de consciência: identificar novos conhecimentos, medir o grau de mestria adquirido ("Eu sei o que sei."...), mas também reconhecer o que ainda não consegue fazer sozinho ("Eu sei o que preciso de aprender ainda.") e os meios de que dispõe para atingir esse objectivo ("Amanhã procurar-se-á um novo problema e tu tentarás dizer melhor o que fizeste para achar a solução." ou ainda: "Este cálculo que tu achaste difícil, vamos fazê-lo de novo juntos para que em seguida tu possas fazê-lo sozinho.", etc.). Essas tomadas de consciência traduzem-se sempre que descobrimos o meio de o fazer, num traço escrito: é a tira numérica que permite marcar até onde cada um sabe contar; é um caderninho (lindo de preferência) no qual cada um anota as somas que conhece de cor, etc.

Apesar de os discursos nem sempre serem eficazes nem suficientes, são as orientações do professor que permitirão à criança adquirir e aderir aos meios escolhidos. Estas orientações, fornecidas no momento adequado, evitam que os alunos se sintam levados por caminhos difusos e de que nunca distinguem a saída...

É também todo o estatuto do problema que é posto em prática: a partir do momento em que uma questão é vivida como uma adivinha de que se encontra a resposta um pouco por acaso até ao momento em que compreende que um problema requer um trabalho autêntico, que se tem o direito de procurar, de se enganar, de errar, mas "de errar cada vez menos", como o descrevia David C. Johnson(6).

Observação

Num tal processo, a avaliação não é concebida como uma sanção, um acontecimento que se situa no fim do percurso e que serve para apreçar ou para classificar cada aluno. Falaremos antes das avaliações que assinalam os diferentes momentos da aprendizagem.

Essas avaliações são plurais sob dois pontos de vista: frequentes porque necessárias como o são as informações que permitem tomar decisões, e diversificadas porque assumirão diferentes formas e porque também não serão as mesmas para todas as crianças.

(6) *Études sur l'enseignement des mathématiques*, UNESCO, 1987, VOL. 3

Uma avaliação formativa deve ter em conta a evolução dos saberes e dos *savoir-faire* e não só do estado dos conhecimentos. Estas duas exigências levam a considerar a elaboração das avaliações em função das necessidades: para regulamentar o conjunto do processo que se destina ao grupo classe ou para saber em que ponto está cada aluno, ou ainda, por vezes, para lhe permitir saber a ele próprio onde está. Tais avaliações não podem ser construídas senão em função das informações que se procura obter e as propostas que a este respeito são feitas nesta obra deverão ser, a maioria das vezes, adaptadas pelos docentes à sua própria progressão.

Existem outras avaliações, mais normativas, e que se pretendem independentes das estratégias de ensino localmente escolhidas. As Instruções Oficiais, que definem objectivos de nível ou de fim de ciclos, podem constituir o quadro de referência de tais avaliações, fornecendo pontos de referência úteis ao docente.

2.6. A APRENDIZAGEM: UM PROCESSO QUE SE INSERE NO LONGO PRAZO

Para sintetizar, diremos que toda a aprendizagem necessita da passagem por diferentes fases, não se efectuando essa passagem nem de forma solitária nem de uma só vez e de forma linear, mas, pelo contrário, numa espécie de ida e volta constante, por um período longo, muitas vezes.

- Abordagem: esta curta fase tem por objectivo permitir à criança familiarizar-se com uma nova situação, utilizar os seus conhecimentos anteriores. Permite igualmente ao docente referenciar os conhecimentos iniciais dos alunos acerca de um novo assunto.
- Construção: é uma fase muito contextualizada na qual o saber é um instrumento implícito.
- Reconhecimento dos saberes: o saber anteriormente construído é designado pelo nome; adquire um estatuto de conhecimento autónomo; é um objecto explícito.
- Treino, mestria, sistematização: trata-se de uma fase de descontextualização, na qual o saber é objecto de melhoramento até se tornar um instrumento bem dominado.
- Reinvestimento, transferência: o aluno pode recorrer só, sem a isso ter sido convidado, a um saber que ele próprio pode identificar, designar pelo nome; o saber é mobilizável em contextos diferentes daquele que serviu para o introduzir e para lhe dar sentido (recontextualização). Tornou-se; ao mesmo tempo, objecto e instrumento explícitos.

Estas diferentes fases são geridas pelo professor graças às variadas avaliações que pontuam o conjunto do processo e que servem para o regular.

II

ACTIVIDADES PARA A CLASSE

I. A REFERENCIAÇÃO DAS COMPETÊNCIAS NO INÍCIO DO ANO

As competências numéricas dos alunos à entrada do curso preparatório são muito diversas, frequentemente instáveis, por vezes limitadas a certos contextos. As crianças nem sempre têm uma ideia muito precisa do que sabem, nem do que são capazes de conseguir concretizar(1). Compete, portanto, ao docente, recolher informações sobre os saberes e os *savoir-faire* de cada um. No que segue, propomo-nos fornecer:

- precisões sobre as competências a avaliar no início do ano;
- propostas de observações.

1.1. PORQUÊ REFERENCIAR ESSAS COMPETÊNCIAS?

Esta primeira recolha de informações deve ser posta em prática no princípio do ano para poder:

1. Referenciar as crianças cujas competências são fracas, quer porque não tiveram ocasião de utilizar processos numéricos anteriormente, quer porque encontram outras dificuldades que é então necessário analisar.

2. Propor às crianças mais desprovidas de competências numéricas actividades que visem o conhecimento dos primeiros números: memorização da mnemónica, leitura dos primeiros números, reconhecimento de diferentes constelações, enumeração de pequenos conjuntos, deslocações numa lista numérica.

3. Adaptar as situações de aprendizagem deste período às possibilidades de cada um através de uma judiciosa escolha das variáveis (em particular a dimensão dos números) e evitar assim um desnível muito considerável entre os processos empregues pelas crianças e os que o docente espera.

Esta recolha de informação inicial não é mais do que um ponto de partida. Num período posterior, as diferentes actividades propostas serão para o docente outras tantas oportunidades de recolher informações que permitam seguir a evolução das competências de cada aluno. Neste sentido, a preocupação de avaliação é permanente: é um elemento regulador do processo de aprendizagem e não a sua conclusão.

1.2. QUE COMPETÊNCIAS OBSERVAR?

Logo no início do ano, é indispensável obter informações respeitantes ao conhecimento da mnemónica numérica, à leitura dos números, à mestria da enumeração e ao recurso espontâneo a esta, à possibilidade de constituir um conjunto de cardinal dado.

(1) Os alunos que vêm de classes da pré-primária que tenham abordado as aprendizagens numéricas segundo perspectivas análogas às que aqui desenvolvemos, adquiriram muitas vezes uma boa consciência das suas verdadeiras competências.

A MNEMÓNICA NUMÉRICA

É necessário observar e anotar as características da sequência dos nomes de números que cada criança é capaz de recitar:

- até que ponto a sequência é convencional (isto é, corresponde à ordem natural dos números sem acréscimo nem omissão)?
- até que ponto ela é estável (isto é, sem mudança de uma recitação para outra)? Depois de uma primeira recitação, o professor pergunta: "Podes recomeçar desde o princípio para que eu possa escrever tudo o que tu dizes?"
- quais os erros que surgem, tais como omissões sistemáticas, ou os erros recorrentes ("vinte e nove, vinte dez, vinte e onze...")?
- qual é, se tal suceder, o efeito de relançamento respeitante aos nomes das dezenas? (Bastará dizer "30" à criança que pára em 29 para que ela continue?)

Progressivamente, cada criança deve saber e poder dizer em que ponto está no seu conhecimento da mnemónica numérica. São propostas algumas actividades com a tira numérica, como meio de aprendizagem ou instrumento de avaliação, no capítulo "Conhecer os números" (p. 274).

O RECURSO ESPONTÂNEO À ENUMERAÇÃO

Trata-se de observar como é que a criança procede para construir um conjunto equipotente a um conjunto dado, na ausência deste.

Esta observação far-se-á após a que tem por objecto o conhecimento da mnemónica numérica de maneira a poder adaptar a dimensão dos conjuntos à mnemónica de cada um. Mas é preferível não encadear as duas observações a fim de evitar, para o recurso espontâneo à enumeração, um possível condicionamento provocado pelo pedido de contagem relativo à prova precedente.

A observação do recurso espontâneo à enumeração deverá ser efectuada antes da que respeita ao domínio da enumeração, porquanto é importante reconhecer, em primeiro lugar, se a criança recorre por si mesma à enumeração.

Para ajudar a esta recolha de informação, propomos, neste primeiro período, o problema "Os Robôs" (tema "Os números para memorizar" p. 59). Todavia, se isso não pôde fazer-se para uma criança, pode retomar-se em conversa individual. É óbvio que é indispensável que as instruções não induzam o meio a utilizar. (A questão "Quantos há?" ou qualquer alusão ao número ou à enumeração devem ser evitadas.)

Um exemplo de aplicação: pede-se a uma criança para ir buscar exactamente o número de fichas de que precisa (é necessário que haja "exactamente a quantidade suficiente, nem mais, nem menos") para colocar uma em cada casa vazia de um quadriculado.

A MESTRIA DA ENUMERAÇÃO

Ao procurar "Quantos objectos há (cubos, fichas...)" num conjunto cujo cardinal está adaptado ao nível de conhecimento da mnemónica, pode-se observar se a criança recorre a uma enumeração, a uma estimativa global ou reage de outro modo...

No caso de uma enumeração, é possível observar (ou não) o domínio:

- da sincronização entre os gestos (agarrar nos objectos, deslocá-los, apontá-los...) e a recitação da mnemónica;
- da organização da enumeração (Os objectos já contados estão bem separados dos que falta contar?);
- do princípio cardinal (À questão "Quantos há?", a criança responde com o nome do último número enunciado?).

Esta referenciação das aptidões de enumerar pode ser efectuada em conversa individual ou por ocasião de actividades na classe (contar os presentes, os lápis...).

A CONSTRUÇÃO DE UM CONJUNTO DE CARDINAL DADO

Ao pedir a uma criança para "indicar n objectos" considerados num conjunto maior (sendo o número n escolhido no interior do domínio numérico em que a enumeração é perfeitamente sabida, domínio que foi anteriormente referencia-do) pode-se observar se a criança:

- pára no fim da enumeração dos n objectos, declarando que terminou;
- enumera todos os objectos do conjunto até ao esgotamento dos objectos (ou das suas competências);
- apercebe-se de que se esqueceu do que lhe tinha sido pedido;
- indica um "monte" de objectos sem enumerar...

Essas observações podem ser feitas, por exemplo, quando das distribuições de materiais.

O SUCESSOR DE UM NÚMERO

Acrescentando um elemento a um conjunto que a criança já enumerou, e perguntando-lhe quantos objectos há, poder-se-á referenciar se a criança enuncia directamente o sucessor do número anteriormente encontrado ou se tem necessidade de recontar tudo.

Ainda aqui, o docente pode utilizar momentos de enumeração do quotidiano da classe ou aproveitar a precedente experiência ("constituição de um conjunto de cardinal dado") utilizando o mesmo material.

A LEITURA DOS NÚMEROS

Apresentam-se cartas com os números de 0 a 20 (não colocadas por ordem) e pede-se ao aluno para dizer quais são os números que conhece e para pegar na carta correspondente. Pode-se observar:

- os números que ele sabe ler neste domínio numérico;
- as tentativas de procura das cartas na ordem (apoiando-se eventualmente na recitação da mnemónica);
- as grafias que confunde;
- a maneira como enuncia os números com dois algarismos (para 13: "um-três", "três-um", ou mesmo "vinte-três"...)

Também no dia a dia surgem algumas oportunidades que permitem Interrogar uma criança: calendários, registos numéricos, números escritos numa embalagem, num livro...

A SOBRECOTAGEM

Depois de ter mandado a criança acrescentar uma pequena quantidade de objectos (3 ou 4) a um conjunto que acaba de enumerar e sem que possa ver o conjunto da colecção, pede-se-lhe para dizer quantos objectos tem agora; ou mostra-se alternadamente a uma criança as duas faces de uma carta, estando alguns autocolantes presos em cada face e pede-se-lhe para dizer quantos tem ao todo. Pode-se observar se a criança:

- consegue sobrecontar a partir do número inicial de objectos;
- se recorda de quantos há e dá uma resposta do género "cinco e dois";
- é obrigado a recontar o todo;
- enuncia simplesmente um dois dois números...

1.3. COMO RECOLHER E TOMAR NOTA DESSAS INFORMAÇÕES

Certas informações podem ser recolhidas pelo professor durante as actividades quotidianas. Todavia, para delimitar bastante cedo as dificuldades das crianças cujas competências parecem mais fracas, muitas vezes é necessário privilegiar a entrevista individual que permite também evitar as influências do grupo susceptíveis de ocorrer aquando de registos colectivos.

É preferível dispor rapidamente das primeiras informações citadas para pôr em prática as actividades de aprendizagem que delas dependem, mais do que ter um quadro preciso das competências de certas crianças, mas com informações muito lacunares sobre as outras, visto que essas competências podem evoluir consideravelmente se os registos relativos a toda a classe se estenderem por um período demasiado longo.