

Tabela 2x2

Estudos Epidemiológicos

Hipóteses

Testes

Medidas de associação



Tabela 2x2

Estudos Epidemiológicos

Hipóteses

Testes

Medidas de associação



Estudo de Coorte

O Delineamento

Categoria da Variável X	Categoria da Variável Y		Total
	j (1)	j (2)	
i (1)	n11 a	n12 b	n1. a + b
i (2)	n21 c	n22 d	n2. c + d
Total	n.1 a + c	n.2 b + d	n a + b + c + d

Frequencia - nij - numero de individuos na categoria i de X e categoria j de Y, onde i e j =1,2

Totais marginais

linha - frequencia ni.

coluna - frequencia n.j

Total geral - n soma dos ni

Quantidades de interesse

Categoria da Variável X	Categoria da Variável Y		Total
	D (1)	ND (2)	
E (1)	p111	p112	1
NE (2)	p211	p212	1
Total	p1	p2	1

- pij P(X=i,Y=j) probabilidade conjunta
- pi(j) P(X=i|Y=j) probabilidade condicional
- p(i)j P(Y=j|X=i) probabilidade condicional
- pi. P(X=i) probabilidades marginais linha
- p.j P(X=j) Probabilidades marginais coluna
- p(1)1=incidencia dos expostos
- p(2)1=incidencia não dos expostos
- N11 e variável aleatoria Binomial com parâmetros n1. e p(1)1
- N21 e variável aleatoria Binomial com parametros n2. e p(2)1
- N11 e o número de indivíduos D e E
- N21 e o número de indivíduos D e NE

Modelos para dados binarios

Tabela unica 2x2

- N11 e o número de individuos doentes expostos
- N21 e o número de individuos doentes não expostos

O modelo probabilistico é o produto de binomiais (Probabilidade conjunta de acontecer N11 e N21).

$$P(N11 = n11, N21 = n21) = \binom{n1}{n11} \binom{n2}{n21} p1^{n11} (1-p1)^{n1-n11} p2^{n21} (1-p2)^{n2-n21}$$

Arrendal Francisco, 2012. Coortes e caso-controle. pp. 11-12.

$$p_{11} = \text{frequencia de doentes D1 em A1} = \frac{n_{11}}{n_{1.}}$$

$$p_{21} = \text{frequencia de doentes D1 em A2} = \frac{n_{21}}{n_{2.}}$$

$$p_1 = \frac{n_{1.}}{n}$$

$$p_2 = \frac{n_{2.}}{n}$$

$$p_{1.} = \frac{n_{11}}{n_{1.}}$$

$$p_{2.} = \frac{n_{21}}{n_{2.}}$$

Vamos lembrar do teste Qui-quadrado de Pearson!!!

Karl Pearson, foi matemático britânico, nasceu a 27 de Março de 1857, em Londres. Formou-se na Universidade de Cambridge em Matemática, 1879.

Criou o teste do "qui-quadrado", em 1900 para verificar a possibilidade de um ajustamento. O teste do qui-quadrado constitui a base da Estatística das pequenas amostras de populações normais, servindo para medir a confiança de resultados estatísticos, testar hipóteses, etc. Inventou o termo "desvio-padrão" (1893).

Como os dados experimentais podem variar de amostra para amostra, uma maneira sensata de avaliar quão grandes ou quão pequenas são as diferenças é utilizar o quadrado dos desvios e dividi-los por um valor estável, isto é, um valor que se mantenha constante em qualquer amostra. Esse valor, em geral, é dado pela H0.

Outras estatísticas utilizadas

O Delineamento

Categoria da Variável X	Categoria da Variável Y		Total
	j (1)	j (2)	
i (1)	$n_{11} a$	$n_{12} b$	$n_{1.} a + b$
i (2)	$n_{21} b$	$n_{22} d$	$n_{2.} c + d$
Total	$n_{.1} a + c$	$n_{.2} b + d$	$n a + b + c + d$

Frequencia - n_{ij} - numero de individuos na categoria i de X e categoria j de Y , onde i e $j = 1, 2$

Totais marginais

linha - frequencia $n_{i.}$

coluna - frequencia $n_{.j}$

Total geral - n soma dos n_{ij}



Quantidades de interesse

Categoria da Variável X	Categoria da Variável Y		Total
	D (1)	ND (2)	
E (1)	$p_{(1)1}$	$p_{(1)2}$	1
NE (2)	$p_{(2)1}$	$p_{(2)2}$	1
Total	$p_{.1}$	$p_{.2}$	1

- p_{ij} $P(X=i, Y=j)$ probabilidade conjunta
- $p_{i(j)}$ $P(X=i|Y=j)$ probabilidade condicional
- $p_{(i)j}$ $P(Y=j|X=i)$ probabilidade condicional
- $p_{i.}$ $P(X=i)$ probabilidades marginais linha
- $p_{.j}$ $P(X=j)$ Probabilidades marginais coluna
- $p_{(1)1}$ =incidência dos expostos
- $p_{(2)1}$ =incidência não dos expostos
- N_{11} e variável aleatória Binomial com parâmetros $n_{1.}$ e $p_{(1)1}$
- N_{21} e variável aleatória Binomial com parâmetros $n_{2.}$ e $p_{(2)1}$
- N_{11} e o número de indivíduos D e E
- N_{21} e o número de indivíduos D e NE

Modelos para dados binarios

Tabela unica 2x2

- N11 e o número de individuos doentes expostos
- N21 e o número de individuos doentes não expostos

O modelo probabilístico é o produto de binomiais
(Probabilidade conjunta de acontecer N11 e N21).

$$P(N_{11} = n_{11}, N_{21} = n_{21}) = \binom{n_1}{n_{11}} \binom{n_2}{n_{21}} p_{(1)1}^{n_{11}} (1-p_{(1)1})^{n_1-n_{11}} p_{(2)1}^{n_{21}} (1-p_{(2)1})^{n_2-n_{21}}$$

As probabilidades de p_{ij} são estimadas por:

$$p_{(1)1} = \text{incidência dos expostos } \frac{a}{a+c} \text{ ou } \hat{p}_{(1)1} = \frac{n_{11}}{n_1}.$$

$$p_{(2)1} = \text{incidência não dos expostos } \frac{c}{a+c} \text{ ou } \hat{p}_{(2)1} = \frac{n_{21}}{n_2}.$$

$$\begin{cases} H_0 : p_{(1)1} = p_{(2)1} = p_{.1}; \\ H_a : p_{(1)1} \neq p_{(2)1}. \end{cases}$$

$$Tq = \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 \frac{(n_{ij} - e_{ij})^2}{e_{ij}} \sim \chi_{(1)}^2$$

$$E[N_{i1}] = n_i p_{.1}$$

$$E[N_{i2}] = n_i p_{.2}$$

$$e_{ij} = \frac{n_i n_{.j}}{n}$$

O modelo probabilístico é o produto de binomiais
(Probabilidade conjunta de acontecer N_{11} e N_{21}).

$$P(N_{11} = n_{11}, N_{21} = n_{21}) = \binom{n_1}{n_{11}} \binom{n_2}{n_{21}} p_{(1)1}^{n_{11}} (1-p_{(1)1})^{n_1-n_{11}} p_{(2)1}^{n_{21}} (1-p_{(2)1})^{n_2-n_{21}}$$

As probabilidades de p_{ij} são estimadas por:

$$p_{(1)1} = \text{incidência dos expostos } \frac{a}{a+c} \text{ ou } \hat{p}_{(1)1} = \frac{n_{11}}{n_1}.$$

$$p_{(2)1} = \text{incidência não dos expostos } \frac{c}{a+c} \text{ ou } \hat{p}_{(2)1} = \frac{n_{21}}{n_2}.$$

$$\begin{cases} H_0 : p_{(1)1} = p_{(2)1} = p_{.1}; \\ H_a : p_{(1)1} \neq p_{(2)1}. \end{cases}$$

$$Tq = \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 \frac{(n_{ij} - e_{ij})^2}{e_{ij}} \sim \chi_{(1)}^2$$

$$E[N_{i1}] = n_i \cdot p_{.1}$$

$$E[N_{i2}] = n_i \cdot p_{.2}$$

$$e_{ij} = \frac{n_i \cdot n_{.j}}{n}$$

- N21 e o número de indivíduos D e NE

Vamos lembrar do teste Qui-quadrado de Pearson!!!

Karl Pearson, foi matemático britânico, nasceu a 27 de Março de 1857, em Londres. Formou-se na Universidade de Cambridge em Matemática, 1879.

Criou o teste do "qui-quadrado", em 1900 para verificar a possibilidade de um ajustamento. O teste do qui-quadrado constitui a base da Estatística das pequenas amostras de populações normais, servindo para medir a confiança de resultados estatísticos, testar hipóteses, etc. Inventou o termo "desvio-padrão" (1893).

Como os dados experimentais podem variar de amostra para amostra, uma maneira sensata de avaliar quão grandes ou quão pequenas são as diferenças é utilizar o quadrado dos desvios e dividi-los por um valor estável, isto é, um valor que se mantenha constante em qualquer amostra. Esse valor, em geral, é dado pela H0.

Outras estatísticas utilizadas

Estatística da Razão de Verossimilhança

$$T_{\text{res}} = -2 \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 n_{ij} \log \left(\frac{n_{ij}}{n_{i.}} \right) \sim \chi^2(1)$$

qualquer amostra. Esse valor, em geral, é dado p

Outras estatísticas utilizadas

Estatística da Razão de Verossimilhança

Estatística de Neyman

Teste exato de Fisher.

$$T_{Fisher} = \frac{n_{1.}!n_{2.}!n_{.1}!n_{.2}!}{n_{11}!n_{12}!n_{21}!n_{22}!}$$

$$T_{rv} = -2 \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 n_{ij} \log\left(\frac{e_{ij}}{n_{ij}}\right) \sim \chi^2_{(1)}$$

$$T_{ney} = \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 \frac{(n_{ij} - e_{ij})^2}{n_{ij}} \sim \chi^2_{(1)}$$

TESTE DE ASSOCIAÇÃO
 PAUL HELLER & SIOGA

- É o teste estatístico mais antigo e um dos mais utilizados na Estatística!
- É um método que permite testar a significância da associação entre duas variáveis QUALITATIVAS...

Do ponto de vista estatístico...

- Teste de associação pelo Qui-Quadrado: teste de associação entre duas variáveis qualitativas.
- 1) Definir as hipóteses:
 H_0 : Não existe associação entre as variáveis.
 H_1 : Existe associação entre as variáveis.
- 2) Estatizar as variáveis sob teste:
 • Qui-Quadrado: Estatizar o teste de associação por meio de uma tabela de contingência.
 • Qui-Quadrado (Observado) = Estatística de Teste (Contingência de duas variáveis).

Regra de Rejeição de H_0

Para procurar na tabela χ^2 :

- Nível de significância: α
- Número de graus de liberdade ($g.l$):
 $(N^{\circ} \text{Linhas} - 1) \cdot (N^{\circ} \text{Colunas} - 1)$

Estatística do Teste - $\chi^2_{g.l}$

$$\chi^2_{g.l} = \sum_{i,j} \frac{(O_{ij} - E_{ij})^2}{E_{ij}}$$

Para facilitar os cálculos, construir a tabela auxiliar...

Tabela Auxiliar

- Utilizada para o cálculo da Estatística de Teste

Valores esperados (E)

Tabela 2x2

Regra para cálculo do qui-quadrado

- Valores esperados serão:

• O teste de associação pelo Qui-Quadrado constrói um novo conjunto de tabelas de contingência com as frequências esperadas.

Teste de Associação - χ^2

Teste de associação pelo Qui-Quadrado

- 1) Definir as hipóteses:
 H_0 : Não existe associação entre as variáveis.
 H_1 : Existe associação entre as variáveis.
- 2) Definir valores críticos e observados:
 χ^2_{crit} : valor χ^2 - Amostra n , α , $g.l$.
 χ^2_{obs} : Estatística de observação.

Tabela auxiliar - χ^2

Teste qui-quadrado

- Qui-Quadrado observado: 12,161
- Qui-Quadrado crítico (1 grau de liberdade):
 $\chi^2_{crit} = 3,841$

Resultado do Teste qui-quadrado

- Regras de Rejeição de H_0

Tabelas de contingência:

- Outras dimensões (1 x 1)

Exemplo:

- Verificar a associação (n=60)
- Frequências observadas, seguem tabela:

Teste de associação

- Hipóteses:
 H_0 : Não existe associação entre as variáveis.
 H_1 : Existe associação entre as variáveis.
- Estatísticas:
 $\chi^2_{obs} = 12,161$ (Observado)
 $\chi^2_{crit} = 3,841$ (Crítico)

Teste de Associação

- Regras de Rejeição de H_0

Exemplo:

- Verificar a associação (n=70)
- Frequências observadas, seguem tabela:

Bibliografia

- FLEISS, J. L. Estatística Médica e Epidemiologia. 5ª edição. Rio de Janeiro: Elsevier, 2014.
- BRUNO, D. P. Estatística Básica. 1ª edição. São Paulo: Pearson, 2013.
- DEGEN, A. G. Estatística: Teoria e Aplicação. 1ª edição. São Paulo: Pearson, 2013.
- DEGEN, A. G. Estatística Básica. 1ª edição. São Paulo: Pearson, 2013.
- DEGEN, A. G. Estatística Avançada. 1ª edição. São Paulo: Pearson, 2013.
- DEGEN, A. G. Estatística Avançada. 2ª edição. São Paulo: Pearson, 2013.

Prezi



Universidade Federal de Mato Grosso (UFMT)
Instituto de Ciências Exatas e da Terra
Departamento de Estatística

TESTE DE ASSOCIAÇÃO

$$\chi^2$$

Prof. Neuber J. Segri

Teste de Associação - χ^2

- É o teste estatístico mais antigo e um dos mais utilizados na Bioestatística !
- É um método que permite testar a significância da associação entre duas variáveis QUALITATIVAS...

Teste de Associação - χ^2

- Uma forma de resumir e apresentar variáveis **qualitativas** (dados categóricos) é utilizando uma tabela de contingência (tabela cruzada):
 - 2 x 2 – (2 linhas e 2 colunas)
 - i x j – (i linhas e j colunas)

χ^2

Teste de Associação

Variáveis Dicotômicas

tabela 2x2

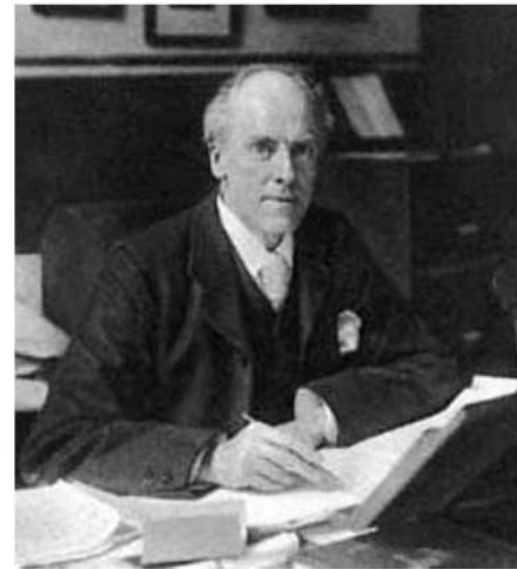
Variável 1	Variável 2		TOTAL
	sim	não	
sim	a	b	a+b
não	c	d	c+d
TOTAL	a+c	b+d	N=a+b+c+d

■ Teste de associação pelo **Qui-Quadrado**:

□ **Karl Pearson**

- Estatístico Inglês
- 1857 – 1936

Fundador do Depto. Estatística
da Univ. College London



Trouxe inúmeras contribuições na Estatística

Fonte: http://pt.wikipedia.org/wiki/Karl_Pearson

Do ponto de vista estatístico...

- Teste de associação pelo Qui-Quadrado:
(método mais comum para analisar tabelas de contingência)

- 1) Definir as hipóteses:

H_0 : *Não existe associação entre as variáveis*

H_A : *Existe associação entre as variáveis*

$p_{21|1})^{n_{2.} - n_{21}}$

$$\begin{cases} H_0 : p_{(1)1} = p_{(2)1} = p_{.1}; \\ H_a : p_{(1)1} \neq p_{(2)1}. \end{cases}$$

$$Tq = \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 \frac{(n_{ij} - e_{ij})^2}{e_{ij}} \sim \chi_{(1)}^2$$

$$E[N_{i1}] = n_{i.} p_{.1}$$

$$E[N_{i2}] = n_{i.} p_{.2}$$

$$e_{ij} = \frac{n_{i.} n_{.j}}{n}$$

Do ponto de vista estatístico...

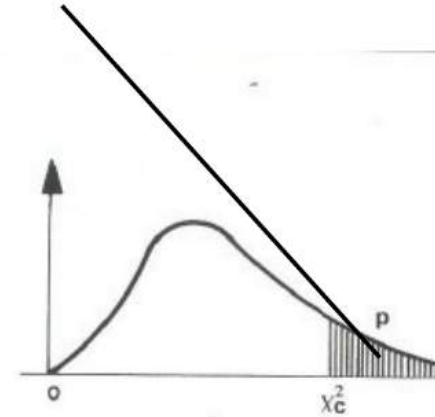
- Teste de associação pelo Qui-Quadrado:
(método mais comum para analisar tabelas de contingência)
 - 2) Encontrar os seguintes valores:
 - Qui-quadrado **Crítico** (baseado no nível de significância → tabela do qui-quadrado)
 - Qui-quadrado **Observado** → Estatística do Teste (construção da tabela auxiliar)

Região de Rejeição de Ho

DISTRIBUIÇÃO DE QUIQUADRADO: $\chi^2(n)$

VALORES CRÍTICOS DE QUIQUADRADO TAIS QUE

$$P(\chi^2 > \chi_c^2) = p$$



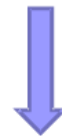
95%	90%	80%	70%	50%	30%	20%	10%	5%	4%	2,5%	2%	1%
0,004	0,016	0,064	0,148	0,455	1,074	1,642	2,706	3,841	4,218	5,024	5,412	6,635
0,103	0,211	0,446	0,713	1,386	2,408	3,219	4,605	5,991	6,438	7,378	7,824	9,210
2,57	1,65	1,29	1,05	0,68	0,43	0,32	0,20	0,15	0,14	0,17	0,18	0,22

χ^2

Crítico → Obtido da Tabela

Para procurar na tabela χ^2 :

- Nível de significância: α
- Número de graus de liberdade (g.l.)



$$(N^{\circ} \text{ Linhas} - 1) \cdot (N^{\circ} \text{ Colunas} - 1)$$

Estatística do Teste - $\chi^2_{g.l.}$



$$\chi^2_{g.l.} = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \frac{(O_{ij} - E_{ij})^2}{E_{ij}}$$

Para facilitar os cálculos, construir a tabela auxiliar...

$$\chi^2_{g.l.} = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \frac{(O_{ij} - E_{ij})^2}{E_{ij}}$$

Tabela Auxiliar

- Utilizada para o cálculo da Estatística do Teste

Valores observados (O)	Valores esperados (E)	(O-E)	(O-E) ²	$\frac{(O-E)^2}{E}$
				Σ
Qui-quadrado=				

Compara os valores observados e esperados e verifica se são semelhantes ou não...

$$E_{ij})^2$$

ste

Valores esperados (**E**)

□ Na tabela: $a_{esperado}$

Variável 1	Variável 2		TOTAL
	sim	não	
sim	a	b	a+b
não	c	d	c+d
TOTAL	a+c	b+d	N=a+b+c+d

Tabela 2x2

□ Similarmente:

$$c_{esperado} = \frac{(a + c) \cdot (c + d)}{N}$$

Variável 1	Variável 2		TOTAL
	sim	não	
sim	a	b	a+b
não	c	d	c+d
TOTAL	a+c	b+d	N=a+b+c+d

Regra para cálculo do qui-quadrado

- Valores esperados serão:

$$e_{\text{esperado}} = \frac{\text{produtos das marginais}}{N}$$

- O teste qui-quadrado compara as frequências observadas em cada categoria da tabela de contingência com as frequências esperadas.

Teste de Associação - χ^2

Com o objetivo de investigar a associação entre história de bronquite na infância e presença de tosse diurna ou noturna em idades mais velhas, foram estudados 1.319 adolescentes com 14 anos. Destes, 273 apresentaram história de bronquite até os 5 anos de idade sendo que 26 apresentaram tosse diurna ou noturna aos 14 anos.

Número de adolescentes segundo história de bronquite aos 5 anos e tosse diurna ou noturna aos 14 anos de idade. Local X, ano Y.

Tosse	Bronquite		Total
	Sim	Não	
Sim	26	44	70
Não	247	1002	1249
Total	273	1046	1319

Holland, WW et al.. Long-term consequences of respiratory disease in infancy. *Journal of Epidemiology and Community Health* 1978; 32: 256-9.

■ Teste de associação pelo Qui-Quadrado:

1) *Definir as hipóteses:*

H_0 : *Não existe associação entre as variáveis*

H_A : *Existe associação entre as variáveis*

2) *Obter os valores crítico e observado:*

$\chi^2_{crítico} \rightarrow$ *tabela χ^2 – depende de α e g.l.*

$\chi^2_{observado} \rightarrow$ *Estatística do teste = tabela auxiliar*

Tabela auxiliar -

$$\chi^2$$

Valores observados (O)	Valores esperados (E)	(O-E)	(O-E) ²	$\frac{(O-E)^2}{E}$
26	14,488	11,512	132,526	9,147
247	258,512	-11,512	132,526	0,513
44	55,512	-11,512	132,526	2,387
1002	990,488	11,512	132,526	0,134
Qui-quadrado=				12,181

s
o
m
a

Tosse	Bronquite		Total
	Sim	Não	
Sim	26	44	70
Não	247	1002	1249
Total	273	1046	1319

Teste qui-quadrado

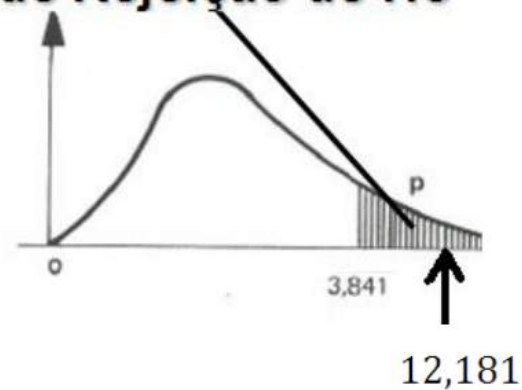
- Qui-quadrado observado: **12,181**
- Qui-quadrado crítico (1 grau de liberdade):
 - (1) $\alpha = 5\%$ 3,841

Resultado do Teste qui-quadrado

$$\alpha = 5\%$$

- Rejeita-se a hipótese H_0

Região de Rejeição de H_0



Existe associação estatisticamente significativa

Tabelas de contingência:

- Outras dimensões: $i \times j$

Teste de associação pelo χ^2

variável 1	variável 2			TOTAL
	1	...	j	
1				n_1
...				...
i				n_i
TOTAL	m_1	m_j	N

Exemplo:

- Verifique a associação, ($\alpha=5\%$):
 - Presença de anemia, segundo idade:

idade (meses)	anêmico	não anêmico	total
0-6	166	147	313
6-12	172	98	270
total	338	245	583

Fonte: Uchimura T “Anemia e peso ao nascer”. *Rev. Saúde Pública* 37(4): 2003.

Teste de associação

- Hipóteses: $\begin{cases} H_0 : \text{Não existe associação (entre as variáveis)} \\ H_A : \text{Existe associação (entre as variáveis)} \end{cases}$

- Estatísticas:

$\chi^2_{crítico} \rightarrow \alpha = 5\% ; 1 \text{ g.l.} \rightarrow \text{tabela} =$

$$\chi^2_{crítico} = 3,84$$

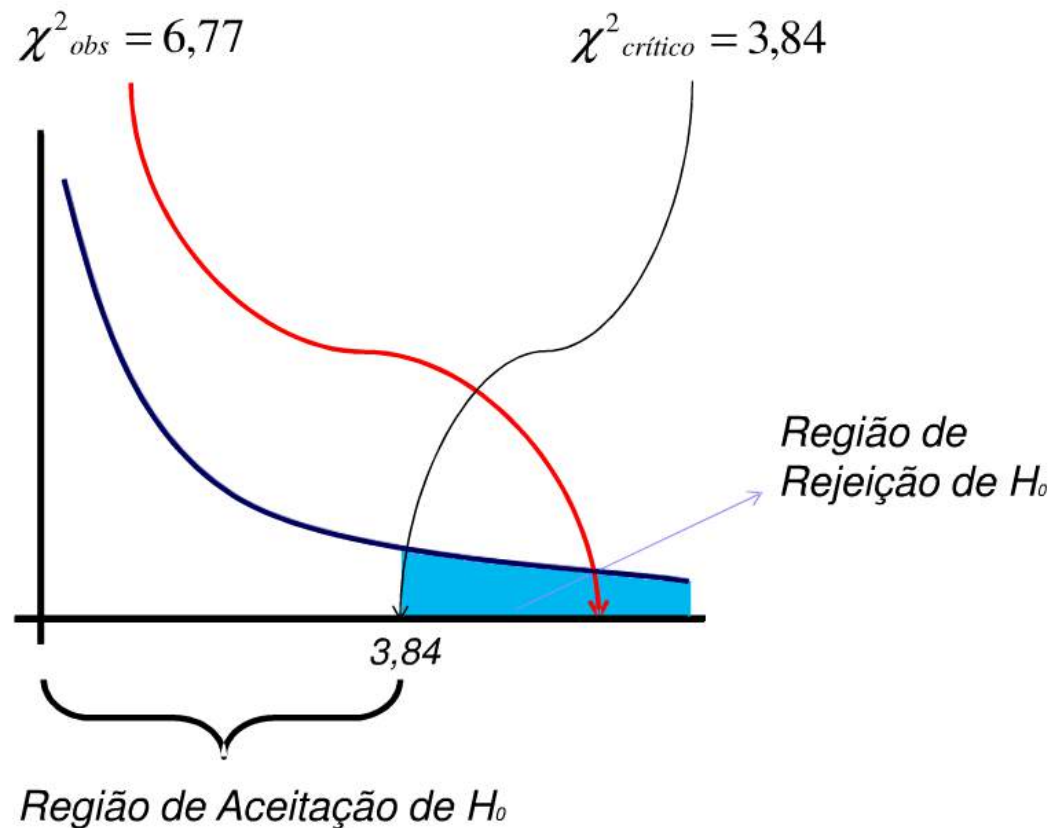
$\chi^2_{observado} \rightarrow \text{Estatística do teste} =$

$$\chi^2_{obs} = 6,77$$

X

C
O
N
F
R
O
N
T
A
R

Teste de Associação



Exemplo:

- Verifique a associação, ($\alpha=5\%$):
 - Presença de anemia, segundo idade:

idade (meses)	anêmico	não anêmico	total
0-6	166	147	313
6-12	172	98	270
total	338	245	583

Fonte: Uchimura T “Anemia e peso ao nascer”. *Rev. Saúde Pública* 37(4): 2003.

DECISÃO: Rejeita-se H_0 .

Existe associação significativa

Bibliografia

- Arango HG. **Bioestatística Teórica e Computacional**. Guanabara Koogan. 2ª ed. Rio de Janeiro, 2005.
- Bergamaschi DP. Bioestatística (Apostila Graduação) FSP/USP, 2010.
- Callegari-Jacques SM. Bioestatística – Princípios e Aplicações. Artmed. Porto Alegre, 2003.
- ENCE – Escola Nacional de Ciências Estatísticas www.ence.ibge.gov.br
- Latorre MRDO. Bioestatística (Apostila graduação) FSP/USP, 2009.
- Magalhães MN; Lima ACP. **Noções de Probabilidade e Estatística**. EDUSP. São Paulo, 2002.
- Vieira S. **Introdução à Bioestatística**. ELSEVIER. 4ª ed. Rio de Janeiro, 2010.

Estatísticas de interesse

Variações da Hipóteses

- $H_0: \mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = \dots = \mu_k$
- $H_0: p_1 = p_2 = p_3 = \dots = p_k = 0$
(diferença entre frequências) \rightarrow caso ambíguo
- $H_0: \frac{p_1}{p_2} = \frac{p_3}{p_4}$
(razão de incidências) \rightarrow caso positivo
- $H_0: \frac{p_1/p_2(1-p_1)}{p_3/p_4(1-p_3)} = \frac{p_1-p_1^2}{p_3-p_3^2}$
(razão das probabilidades cruzadas) \rightarrow odds ratio ou razão de chances

- Se $RR = 1$ a probabilidade de ocorrer o evento é a mesma tanto entre os indivíduos com exposição quanto sem
- Se $RR > 1$ a incidência de doenças, lesões, problemas é maior entre os frequentes e raros
- Se $RR < 1$ a probabilidade de qualquer problema é menor entre os indivíduos não-expostos
- Se $OR = 1$ a chance de serem afetados por uma doença entre os indivíduos expostos e não expostos
- Se $OR > 1$ a chance de serem afetados por uma doença se for afetado o exposto
- Se $OR < 1$ a chance de serem afetados por uma doença se for afetado o não exposto

$$RR = \frac{p_1/p_2}{p_3/p_4} = \frac{p_1 \cdot p_4}{p_2 \cdot p_3}$$
$$OR = \frac{p_1/p_2(1-p_1)}{p_3/p_4(1-p_3)} = \frac{p_1 \cdot p_4 \cdot (1-p_1)}{p_2 \cdot p_3 \cdot (1-p_3)}$$

Variações da Hipóteses

- $H_0: p_{(1)1} = p_{(2)1} = p_{.1}$
- $H_0: p_{(1)1} - p_{(2)1} = 0$
(diferença entre incidências) \Rightarrow risco atribuível
- $H_0: \frac{p_{(1)1}}{p_{(2)1}}$
(razão de incidências) \Rightarrow risco relativo
- $H_0: \frac{p_{(1)1}/(1-p_{(1)1})}{p_{(2)1}/(1-p_{(2)1})} = \frac{p_{(1)1}p_{(2)2}}{p_{(1)2}p_{(2)1}} = 1$
(razão dos produtos cruzados \Rightarrow odds ratio ou razão de chances)

- Se $RR = 1$ a probabilidade de resposta positiva não difere entre os indivíduos expostos e não-expostos
- Se $RR > 1$ a probabilidade de resposta positiva é maior entre os indivíduos expostos
- Se $RR < 1$ a probabilidade de resposta positiva é maior entre os indivíduos não-expostos
- Se $OR = 1$ a chance de resposta positiva não difere entre os indivíduos expostos e não-expostos
- Se $OR > 1$ a chance de resposta positiva é maior entre os indivíduos expostos
- Se $OR < 1$ a chance de resposta positiva é maior entre os indivíduos não-expostos

$$IC(RR) = \exp(\log(\widehat{RR})) \pm z_{\alpha/2} \sqrt{Var(\log(\widehat{RR}))}$$

$$Var(\log(\widehat{RR})) = \frac{1-p_{11}}{n_1 p_{11}} + \frac{1-p_{21}}{n_2 p_{21}}$$

$$IC(OR) = \exp(\log(\widehat{OR})) \pm z_{\alpha/2} \sqrt{Var(\log(\widehat{OR}))}$$

$$Var(\log(\widehat{OR})) = \frac{1}{n_{11}} + \frac{1}{n_{12}} + \frac{1}{n_{21}} + \frac{1}{n_{22}}$$

Variações da Hipoteses

- $H_0: p_{(1)1} = p_{(2)1} = p_{.1}$
- $H_0: p_{(1)1} - p_{(2)1} = 0$
(diferença entre incidências) \implies risco atribuível
- $H_0: \frac{p_{(1)1}}{p_{(2)1}}$
(razão de incidências) \implies risco relativo
- $H_0: \frac{p_{(1)1}/(1 - p_{(1)1})}{p_{(2)1}/(1 - p_{(2)1})} = \frac{p_{(1)1}p_{(2)2}}{p_{(1)2}p_{(2)1}} = 1$
(razão dos produtos cruzados \implies odds ratio ou razão de chances)

- Se $RR = 1$ a probabilidade de resposta positiva não difere entre os indivíduos expostos e não-expostos
- Se $RR > 1$ a probabilidade de resposta positiva é maior entre os indivíduos expostos
- Se $RR < 1$ a probabilidade de resposta positiva é maior entre os indivíduos não-expostos
- Se $OR = 1$ a chance de resposta positiva não difere entre os indivíduos expostos e não-expostos
- Se $OR > 1$ a chance de resposta positiva é maior entre os indivíduos expostos
- Se $OR < 1$ a chance de resposta positiva é maior entre os indivíduos não-expostos

$$IC(RR) = exp(\pm 1.96 \sqrt{Var(\widehat{\log(RR)})})$$

$$Var(\widehat{\log(RR)}) = \frac{1}{RR^2} \left(\frac{a}{b} + \frac{c}{d} \right)$$

$$IC(OR) = exp(\pm 1.96 \sqrt{Var(\widehat{\log(OR)})})$$

$$Var(\widehat{\log(OR)}) = \frac{1}{OR^2} \left(\frac{a}{b} + \frac{c}{d} \right)$$

$$IC(RR) = \exp(\log(\widehat{RR}) \pm z_{\alpha/2} \sqrt{Var(\log(\widehat{RR}))})$$

$$Var(\log(\widehat{RR})) = \frac{1 - p_{(1)1}}{n_{1 \cdot} p_{(1)1}} + \frac{1 - p_{(2)1}}{n_{2 \cdot} p_{(2)1}}$$

$$IC(OR) = \exp(\log(\widehat{OR}) \pm z_{\alpha/2} \sqrt{Var(\log(\widehat{OR}))})$$

$$Var(\log(\widehat{OR})) = \frac{1}{n_{11}} + \frac{1}{n_{12}} + \frac{1}{n_{21}} + \frac{1}{n_{22}}$$

Outros tipos de estudos

Ensaio Clínico

Categoria da Variável X	Categoria da Variável Y		Total
	D (1)	ND (2)	
TratA (1)	p_{11}	p_{12}	1
TratB(2)	p_{21}	p_{22}	1
Total	$p_{.1}$	$p_{.2}$	1

Estudo Caso Controle

Categoria da Variável X	Categoria da Variável Y		Total
	Caso (1)	Controle (2)	
E (1)	p_{11}	p_{12}	$p_{.1}$
NE (2)	p_{21}	p_{22}	$p_{.2}$
Total	1	1	1

$$N_{1j} \sim Bin(n_{1j}, p_{1j})$$

$$N_{2j} \sim Bin(n_{2j}, p_{2j})$$

$$P(N_{1j} = n_{1j}, N_{2j} = n_{2j}) = \prod_{j=1}^2 \left[n_{1j}! \prod_{i=1}^2 \frac{p_{ij}^{n_{1j}}}{n_{1j}!} \right]$$

$$\begin{cases} H_0 : p_{1(1)} = p_{1(2)} = p_{1.} \\ H_a : p_{1(1)} \neq p_{1(2)} \end{cases}$$

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 \frac{(n_{ij} - e_{ij})^2}{e_{ij}} \sim \chi^2_{(1)}$$

$$e_{ij} = \frac{n_{i.} n_{.j}}{n}$$

$$\hat{p}_{ij} = \frac{n_{ij}}{n_{i.}}$$

$$E[N_{1j}] = n_{1j} p_{1.} e E[N_{2j}] = n_{2j} p_{2.}$$

$\rightarrow D = \text{doença}, \bar{D} = \text{não doença}, P(D) = 1 - P(\bar{D})$
 $\rightarrow E = \text{exposição e } \bar{E} = \text{não-exposição}$

$$RR = \frac{P(D|E) - P(D|\bar{E})}{P(D|\bar{E})} = \frac{P(D)P(E|D) / [P(D)P(E|D) + P(\bar{D})P(E|D)]}{P(D)P(\bar{E}|D) / [P(D)P(\bar{E}|D) + P(\bar{D})P(\bar{E}|D)]}$$

$$= \frac{P(E|D)P(D) - P(D)P(\bar{E}|D)}{P(\bar{E}|D)P(D) - P(D)P(\bar{E}|D)}$$

Se doença rara, $P(D) \rightarrow 0$

$$RR \approx \frac{P(E|D)P(D)}{P(\bar{E}|D)P(D)} = \frac{P_{11}P_{22}}{P_{21}P_{12}} = OR$$

Estudo Transversal

Categoria da Variável X	Categoria da Variável Y		Total
	D (1)	ND (2)	
E (1)	p_{11}	p_{12}	
NE (2)	p_{21}	p_{22}	
Total			1

$$P(N = n) = P(N_{11} = n_{11}, N_{12} = n_{12}, N_{21} = n_{21}, N_{22} = n_{22}) = n! \prod_{i=1}^2 \prod_{j=1}^2 \frac{p_{ij}^{n_{ij}}}{n_{ij}!}$$

$$\hat{OR} = \frac{n_{12}n_{21}}{n_{21}n_{12}}$$

$$\begin{cases} H_0 : p_{1j} = p_{2j} \\ H_a : p_{1j} \neq p_{2j} \end{cases}$$

$$\hat{EP} = \frac{n_{11}/n_{1.}}{n_{21}/n_{2.}}$$

$$\hat{p}_{ij} = \frac{n_{ij}}{n}$$

$$n_{ij} = n \binom{n_i}{n_j} \binom{n_j}{n_i}$$

Outros tipos de estudo

FIGURA 3.10. FIGURA 2.12

	Categoria da Variável Y		
Categoria da Variável X	D (1)	ND (2)	Total
TratA (1)	$p_{(1)1}$	$p_{(1)2}$	1
TratB(2)	$p_{(2)1}$	$p_{(2)2}$	1
Total	$p_{.1}$	$p_{.2}$	1

Estudo Caso Con

do Caso Controle

Categoria da Variável X	Categoria da Variável Y		Total
	Caso (1)	Controle (2)	
E (1)	$p_{1(1)}$	$p_{1(2)}$	$p_{1.}$
NE (2)	$p_{2(1)}$	$p_{2(2)}$	$p_{2.}$
Total	1	1	1

$\Rightarrow D = \text{doença}, \bar{D} = \text{não doença}, P(\bar{D}) = 1 - P(D)$

$\Rightarrow E = \text{exposição e } \bar{E} = \text{não-exposição}$

$$\begin{aligned}
 RR &= \frac{P_{(1)1}}{P_{(2)1}} = \frac{P(D|E)}{P(D|\bar{E})} = \frac{P(D)P(E|D)/[P(D)P(E|D) + P(\bar{D})P(E|\bar{D})]}{P(D)P(\bar{E}|D)/[P(D)P(\bar{E}|D) + P(\bar{D})P(\bar{E}|\bar{D})]} \\
 &= \frac{P(E|D)\{P(\bar{E}|\bar{D}) + P(D)[P(\bar{E}|D) - P(\bar{E}|\bar{D})]\}}{P(\bar{E}|D)\{P(E|\bar{D}) + P(D)[P(E|D) - P(E|\bar{D})]\}}
 \end{aligned}$$

$$N_{11} \sim \text{Bin}(n_{.1}, p_{1(1)})$$

$$N_{12} \sim \text{Bin}(n_{.2}, p_{1(2)})$$

$$P(N_{1j} = n_{1j}, N_{2j} = n_{2j}) = \prod_{j=1}^2 \left[n_{.j}! \prod_{i=1}^2 \frac{p_{i(j)}^{n_{ij}}}{n_{ij}!} \right]$$

$$\begin{cases} H_0 : p_{1(1)} = p_{1(2)} = p_1. \\ H_a : p_{1(1)} \neq p_{1(2)}. \end{cases}$$

$$Tq = \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 \frac{(n_{ij} - e_{ij})^2}{e_{ij}} \sim \chi^2_{(1)}$$

$$e_{ij} = \frac{n_{i.} n_{.j}}{n}$$

$$\hat{p}_{i(j)} = \frac{n_{ij}}{n_{.j}}$$

$$E[N_{1j}] = n_{.j} p_{1.} \quad E[N_{2j}] = n_{.j} p_{2.}$$

Estudo Transversal



	1	1	1
Total	1	1	1

$\Rightarrow D = \text{doença}, \bar{D} = \text{não doença}, P(\bar{D}) = 1 - P(D)$

$\Rightarrow E = \text{exposição e } \bar{E} = \text{não-exposição}$

$$\begin{aligned}
 RR &= \frac{P_{(1)1}}{P_{(2)1}} = \frac{P(D|E)}{P(D|\bar{E})} = \frac{P(D)P(E|D)/[P(D)P(E|D) + P(\bar{D})P(E|\bar{D})]}{P(D)P(\bar{E}|D)/[P(D)P(\bar{E}|D) + P(\bar{D})P(\bar{E}|\bar{D})]} \\
 &= \frac{P(E|D)\{P(\bar{E}|\bar{D}) + P(D)[P(\bar{E}|D) - P(\bar{E}|\bar{D})]\}}{P(\bar{E}|D)\{P(E|\bar{D}) + P(D)[P(E|D) - P(E|\bar{D})]\}}
 \end{aligned}$$

Se doença rara, $P(D) \rightarrow 0$

$$RR \approx \frac{P(E|D)P(\bar{E}|\bar{D})}{P(\bar{E}|D)P(E|\bar{D})} = \frac{P_{1(1)}P_{2(2)}}{P_{2(1)}P_{1(2)}} = OR$$

$$p_{i(j)} = \frac{n_{.j}}{n_{.j}}$$

$$E[N_{1j}] = n_{.j}p_{1.e}E[N_{2j}] = n_{.j}p_2.$$

Estudo Transversal

TABELA 3.3. TABELA 2x2

Categoria da Variável X	Categoria da Variável Y		Total
	D (1)	ND (2)	
E (1)	p_{11}	p_{12}	
NE (2)	p_{21}	p_{22}	
Total			1

$$P(N = n) = P(N_{11} = n_{11}, N_{12} = n_{12}, N_{21} = n_{21}, N_{22} = n_{22}) = n! \prod_{i=1}^2 \prod_{j=1}^2 \frac{p_{i(j)}^{n_{ij}}}{n_{ij}!}$$

$$\widehat{OR} = \frac{n_{11}n_{22}}{n_{12}n_{21}}$$

$$\widehat{RP} = \frac{n_{11}/n_{1.}}{n_{21}/n_{2.}}$$

$$\begin{cases} H_0 : p_{ij} = p_{i.}p_{.j} \\ H_a : p_{ij} \neq p_{i.}p_{.j} \end{cases}$$

$$\hat{p}_{i(j)} = \frac{n_{ij}}{n}$$

$$e_{ij} = n \left(\frac{n_{i.}}{n} \right) \left(\frac{n_{.j}}{n} \right)$$

Utilizando Software R

Estudo de Coorte

```
dat <- as.table(matrix(c(180,120,125,175), nrow = 2, byrow = TRUE))
epi.2by2(dat,method="cohort.count",conf.level=0.95)
epi.2by2(dat,method="cohort.count",conf.level=0.95,verbose=T)
chisq.test(dat,correct=F)
fisher.test(dat)
dat <- as.table(matrix(c(50,450,5,495), nrow = 2, byrow = TRUE))
```

pg215 Fundamentos da epidemiologia

	Disease +	Disease -	Total	Inc risk *
Exposed +	180	120	300	60.0
Exposed -	125	175	300	41.7
Total	305	295	600	50.8

	Odds
Exposed +	1.500
Exposed -	0.714
Total	1.034

Point estimates and 95 % CIs:

Inc risk ratio	1.44 (1.22, 1.69)
Odds ratio	2.1 (1.5, 2.85)
Attrib risk *	18.33 (10.47, 26.2)
Attrib risk in population *	9.17 (2.3, 16.03)
Attrib fraction in exposed (%)	30.55 (18.29, 40.98)
Attrib fraction in population (%)	18.03 (9.68, 25.62)

* Cases per 100 population units

Estudo de Caso Controle

```
dat <- as.table(matrix(c(100,30,400,470), nrow = 2, byrow = TRUE))
epi.2by2(dat,method="case.control",conf.level=0.95)
```

pg235 Fundamentos da epidemiologia

	Disease +	Disease -	Total	Prevalence *	Odds
Exposed +	100	30	130	76.9	3.333
Exposed -	400	470	870	46.0	0.851
Total	500	500	1000	50.0	1.000

Point estimates and 95 % CIs:

Odds ratio	3.91 (2.52, 6.33)
Attrib prevalence *	30.95 (22.08, 38.91)
Attrib prevalence in population *	4.02 (-0.51, 8.56)
Attrib fraction in exposed (%)	74.43 (60.24, 83.90)
Attrib fraction in population (%)	24.02 (10.11, 38.97)

* Cases per 100 population units

Estudo Transversal

```
dat <- as.table(matrix(c(100,30,400,470), nrow = 2, byrow = TRUE))
> epi.2by2(dat,method="cross.sectional",conf.level=0.95)
```

	Disease +	Disease -	Total	Prevalence *	Odds
Exposed +	100	30	130	76.9	3.333
Exposed -	400	470	870	46.0	0.851
Total	500	500	1000	50.0	1.000

Point estimates and 95 % CIs:

Prevalence ratio	1.67 (1.49, 1.88)
Odds ratio	3.91 (2.52, 6.23)
Attrib prevalence *	30.95 (22.08, 38.91)
Attrib prevalence in population *	4.02 (-0.51, 8.56)
Attrib fraction in exposed (%)	40.23 (32.71, 46.91)
Attrib fraction in population (%)	8.05 (5.53, 10.49)

* Cases per 100 population units

Estudo de Coorte

```
dat <- as.table(matrix(c(180,120,125,175), nrow = 2, byrow = TRUE))
epi.2by2(dat,method="cohort.count",conf.level=0.95)
epi.2by2(dat,method="cohort.count",conf.level=0.95,verbose=T)
chisq.test(dat,correct=F)
fisher.test(dat)
dat <- as.table(matrix(c(50,450,5,495), nrow = 2, byrow = TRUE))
```

pg215 Fundamentos da epidemiologia

	Disease +	Disease -	Total	Inc risk *
Exposed +	180	120	300	60.0
Exposed -	125	175	300	41.7
Total	305	295	600	50.8
	Odds			
Exposed +	1.500			
Exposed -	0.714			
Total	1.034			
Point estimates and 95 % CIs:				

Inc risk ratio			1.44 (1.22, 1.69)	
Odds ratio			2.1 (1.5, 2.95)	
Attrib risk *			18.33 (10.47, 26.2)	
Attrib risk in population *			9.17 (2.3, 16.03)	
Attrib fraction in exposed (%)			30.56 (18.29, 40.98)	
Attrib fraction in population (%)			18.03 (9.68, 25.62)	

* Cases per 100 population units				

Estudo de Caso Controle

```
dat <- as.table(matrix(c(100,30,400,470), nrow = 2, byrow = TRUE))  
epi.2by2(dat,method="case.control",conf.level=0.95)  
pg235 Fundamentos da epidemiologia
```

	Disease +	Disease -	Total	Prevalence *	Odds
Exposed +	100	30	130	76.9	3.333
Exposed -	400	470	870	46.0	0.851
Total	500	500	1000	50.0	1.000

Point estimates and 95 % CIs:

Odds ratio	3.91 (2.52, 6.23)
Attrib prevalence *	30.95 (22.98, 38.91)
Attrib prevalence in population *	4.02 (-0.51, 8.56)
Attrib fraction (est) in exposed (%)	74.43 (60.26, 83.95)
Attrib fraction (est) in population (%)	14.89 (10.61, 18.97)

* Cases per 100 population units

Estudo Transversal

```
dat <- as.table(matrix(c(100,30,400,470), nrow = 2, byrow = TRUE))
> epi.2by2(dat,method="cross.sectional",conf.level=0.95)
```

	Disease +	Disease -	Total	Prevalence *	Odds
Exposed +	100	30	130	76.9	3.333
Exposed -	400	470	870	46.0	0.851
Total	500	500	1000	50.0	1.000

Point estimates and 95 % CIs:

Prevalence ratio	1.67 (1.49, 1.88)
Odds ratio	3.91 (2.52, 6.23)
Attrib prevalence *	30.95 (22.98, 38.91)
Attrib prevalence in population *	4.02 (-0.51, 8.56)
Attrib fraction in exposed (%)	40.23 (32.71, 46.91)
Attrib fraction in population (%)	8.05 (5.53, 10.49)

* Cases per 100 population units

Tabelas r x c

- Variáveis Y e X nominais

Tabagismo mãe	Bebê com baixo peso		
	Sim	Não	
sim	50	450	500
Não	5	495	500
Totais	55	945	1000

- Variável Y ordinal e X nominal (ni. fixos)

Medicamentos	Horas de promoção de alívio da dor					Totais
	0	1	2	3	4	
Placebo	6	9	6	3	1	25
Padrão	1	4	6	6	8	25
Novo	2	5	6	8	6	27
Totais	9	18	18	17	15	77

- Variáveis ordinais (n fixo)

Produto	Classificação da limpeza			
	Baixa	Média	Alta	
Água	27	14	5	46
Água +prod1	10	17	26	53
Água +prod2	5	12	50	67
	42	43	81	166

- Variáveis ordinais (ni. fixos)

- Variáveis estratificadoras (confundimento e modificadora de efeito)

- Variáveis Y e X nominais

Estabelecidas as hipóteses adequadas homogeneidade para ni. fixos independência para n fixo multiplicatividade para totais aleatórios

$$Tq = \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^c \frac{(n_{ij} - e_{ij})^2}{e_{ij}} \sim \chi^2_{(r-1)(c-1)}$$

$$e_{ij} = n \left(\frac{n_{i.}}{n} \right) \left(\frac{n_{.j}}{n} \right)$$

Pode-se usar TRV e TNeyman
E alternativamente Exato de Fisher

Tabelas r x c

- Variáveis Y e X nominais

Bebê com baixo peso			
Tabagismo mãe	Sim	Não	
sim	50	450	500
Não	5	495	500
Totais	55	945	1000

- Variável Y ordinal e X nominal (ni. fixos)

Medicamentos	Horas de promoção de alívio da dor					Totais
	0	1	2	3	4	
Placebo	6	9	6	3	1	25
Padrão	1	4	6	6	8	25
Novo	2	5	6	8	6	27
Totais	9	18	18	17	15	77

- Variáveis ordinais (n fixo)

Produto	Classificação da limpeza				
	Baixa	Média	Alta		
Agua	27	14		5	46
Agua +prod1	10	17		26	53
Agua +prod2	5	12		50	67
	42	43		81	166

- Variáveis ordinais (ni. fixos)

- Variáveis estratificadoras (confundimento e modificadora de efeito)