

Capítulo 3

O Espectro contínuo de luz

3.1 Paralaxe estelar

3.2 A escala de magnitudes

3.3 A natureza ondulatória da luz

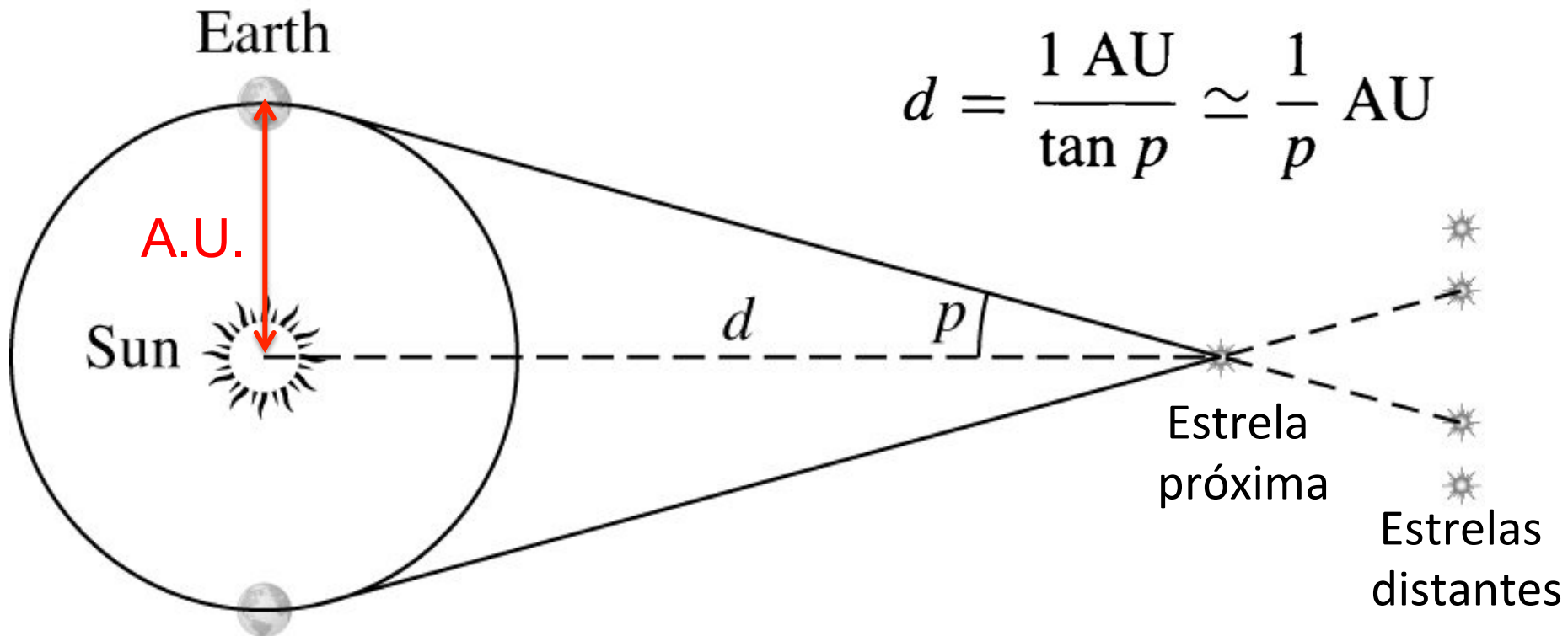
3.4 Radiação de corpo-negro

3.5 Quantização de energia

3.6 O índice de cor

Slides pela Profa. Jane Gregorio-Hetem e Prof. Jorge Meléndez

3.1 Paralaxe Trigonométrica Estelar



A paralaxe é dada em segundos de arco (p'')*

* Usando a aproximação de pequenos ângulos: $\tan p \approx p$ (rad)

1 rad = $57,2958^\circ = 206264,806''$

Paralaxe Trigonométrica (cont.)

- Por **convenção**: uma estrela com paralaxe de 1" está a uma distância de 206265 U.A.
- **Define-se** essa distância como sendo de 1 **parsec** (1pc = $3,085 \times 10^{16}$ m = 3,26 anos-luz) → se medirmos a paralaxe (p") teremos a distância em parsec:

$$d \text{ (pc)} = 1/p''$$

Exemplo: Bessel anunciou em 1938 o ângulo paralático

$p = 0,316''$ para a estrela **61 Cygni**

→ distância $d = 1/0,316'' = 3,16 \text{ pc}$.

Paralaxe Trigonométrica (cont.)

- Dada a definição de parsec e a conversão de radianos para segundos de arco:

$$d(pc) = \frac{1}{p(")}$$

$$d(UA) = \frac{206265}{p(")}$$

Como o ângulo é pequeno, geralmente é usado “mas” (mili segundo de arco). Por ex. $0.015'' = 15\text{mas}$

Se p é em radianos,
 d é em U.A.:

$$d(UA) = \frac{1}{p(rad)}$$



3.2 Escala de Magnitude



Magnitude Aparente (m)

- Definida por Hiparco, refinada por Ptolomeu.
- Estrelas mais brilhantes* \Rightarrow 1ª magnitude, magnitude aparente $m_1 \Rightarrow F_1$.
- Estrelas de menor brilho 6ª magnitude, $m_6 \Rightarrow F_6$.
- Na convenção moderna $\Rightarrow F_1 = 100 F_6$.

(*) usamos F (fluxo radiante) para denotar o brilho aparente de uma estrela com magnitude m .

Uma diferença de 5 magnitudes corresponde a um fator 100 em brilho:

- $\Delta m = m_6 - m_1 = 5 \Rightarrow F_1 / F_6 = 100$
- $\Delta m = m_5 - m_1 = 4 \Rightarrow F_1 / F_5 = 100^{4/5}$
- $\Delta m = m_4 - m_1 = 3 \Rightarrow F_1 / F_4 = 100^{3/5}$
- $\Delta m = m_3 - m_1 = 2 \Rightarrow F_1 / F_3 = 100^{2/5}$
- $\Delta m = m_2 - m_1 = 1 \Rightarrow F_1 / F_2 = 100^{1/5} = 2,512$

Uma diferença de 1 magnitude corresponde a um fator 2,512 em brilho

Razão de fluxos em função das diferenças de magnitudes:

$$m_j - m_i = 2,5 \log \frac{F_i}{F_j}$$

$$m_i - m_j = -2,5 \log \frac{F_i}{F_j}$$

Expressão genérica

magnitude zero \Rightarrow fluxo de calibração



Se $m_j = 0 \Rightarrow F_j = F_0 = \text{constante}$.

Para estrela de magnitude $m_i = m$ com fluxo $F_i = F$:

$$m_i - m_j = -2,5 \log \frac{F_i}{F_j} \quad \rightarrow \quad m - 0 = -2,5 \log \frac{F}{F_0}$$

$$m = \underbrace{2,5 \log F_0}_{C} - 2,5 \log F$$

$C = \text{constante}$

$$m = C - 2,5 \log F$$

Ponto zero para o filtro “V” (visível)

$$m_V = -21.1 - 2.5 \log f_V$$

$$V = -21.1 - 2.5 \log f_V$$

Onde f é o fluxo em 10^{-11} erg cm⁻² s⁻¹ A⁻¹

Relação de m_V para o fluxo f_V :

$$f_V = f_{0,V} 10^{-0.4m_V}$$

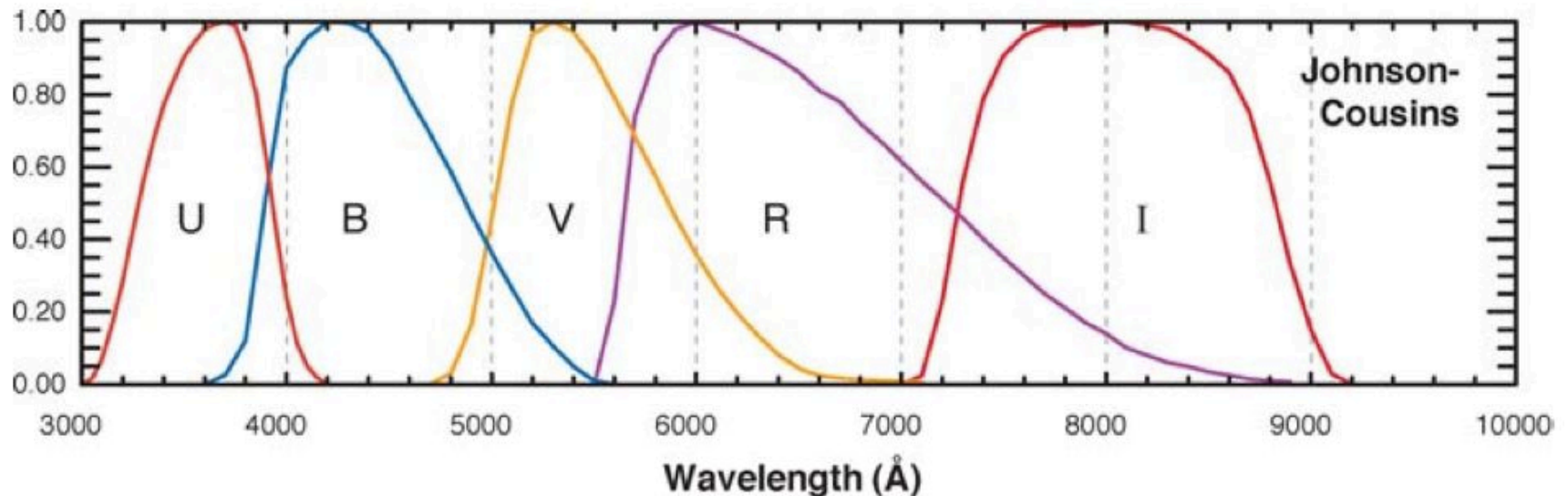
$$f_{0,V} = 363,1 \times 10^{-11} \text{ erg cm}^{-2} \text{ s}^{-1} \text{ A}^{-1}$$

Transformação de magnitude m_λ para fluxo f_λ nos filtros U,B,V,R,I

filtro	U	B	V	R	I
$f_{0,\lambda}$	417.5	632	363.1	217.7	112.6

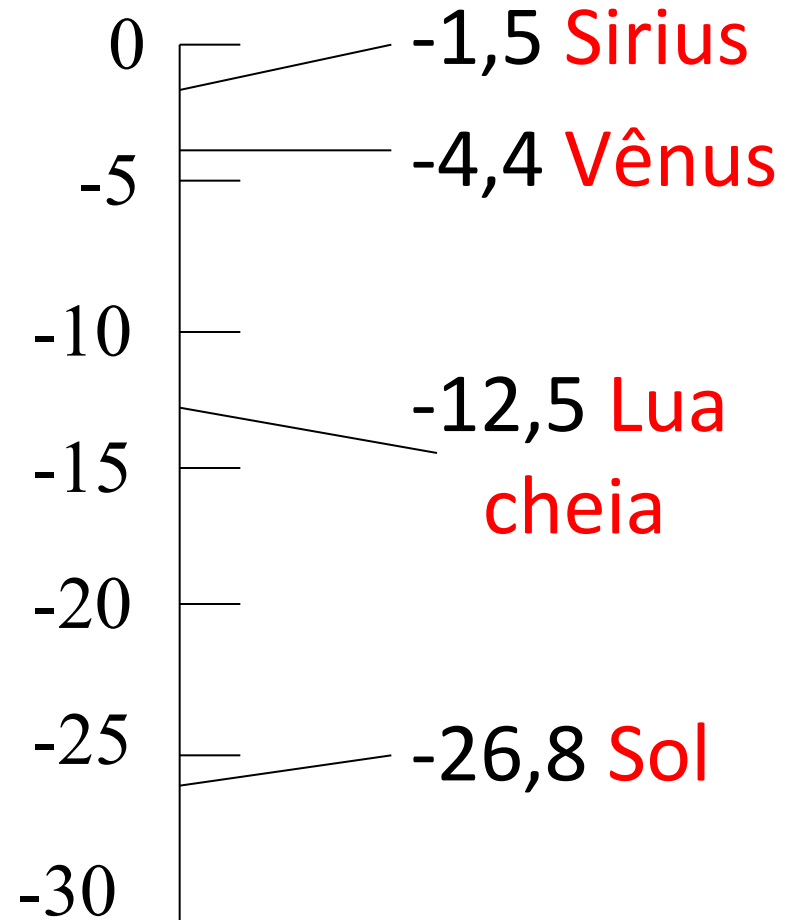
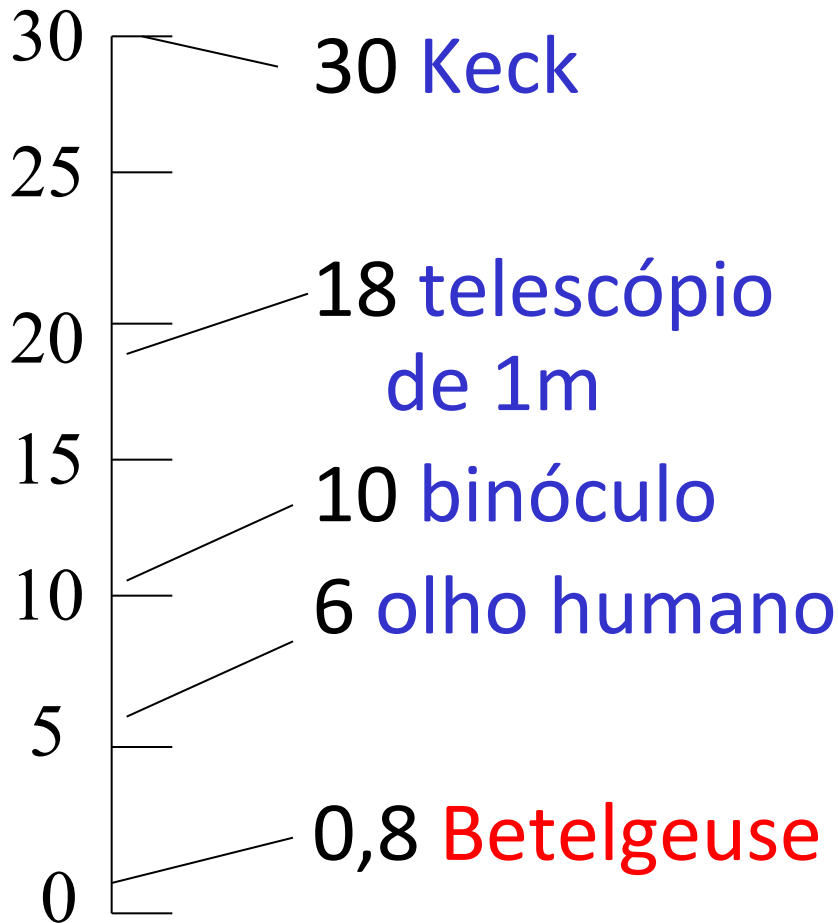
$f_{0,\lambda}$ é o fluxo (em 10^{-11} erg cm^{-2} s^{-1} \AA^{-1}) para $m_\lambda = 0$

$$f_\lambda = f_{0,\lambda} 10^{-0.4m_\lambda}$$



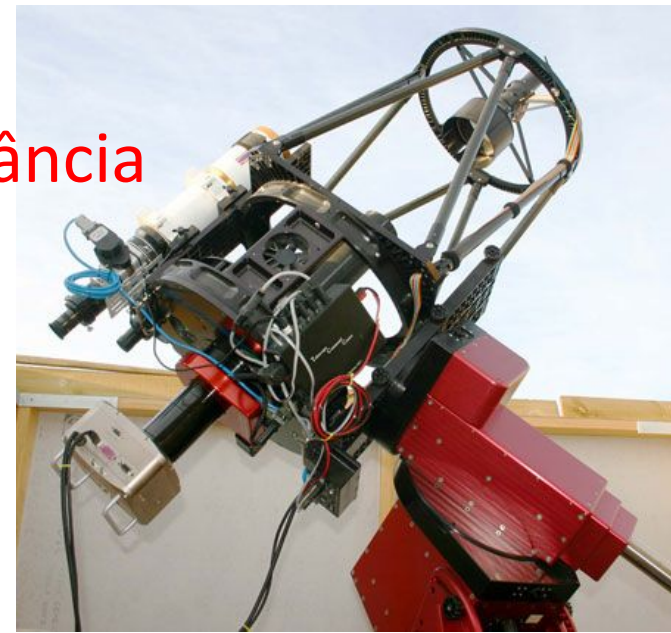
Limite de detecção de alguns telescópios e magnitude aparente de alguns astros

$$m \propto -2,5 \log F$$



Fluxo, Luminosidade e a lei do inverso do quadrado da distância

- **Brilho aparente** pode ser medido (fluxo = energia detectada numa dada área de superfície coletora, num intervalo de tempo).
- **Luminosidade**: Variação de energia por unidade de tempo (Potência) emitida na superfície da estrela.
Ex: Sol: $L_{\odot} \sim 4 \times 10^{26}$ Watts.



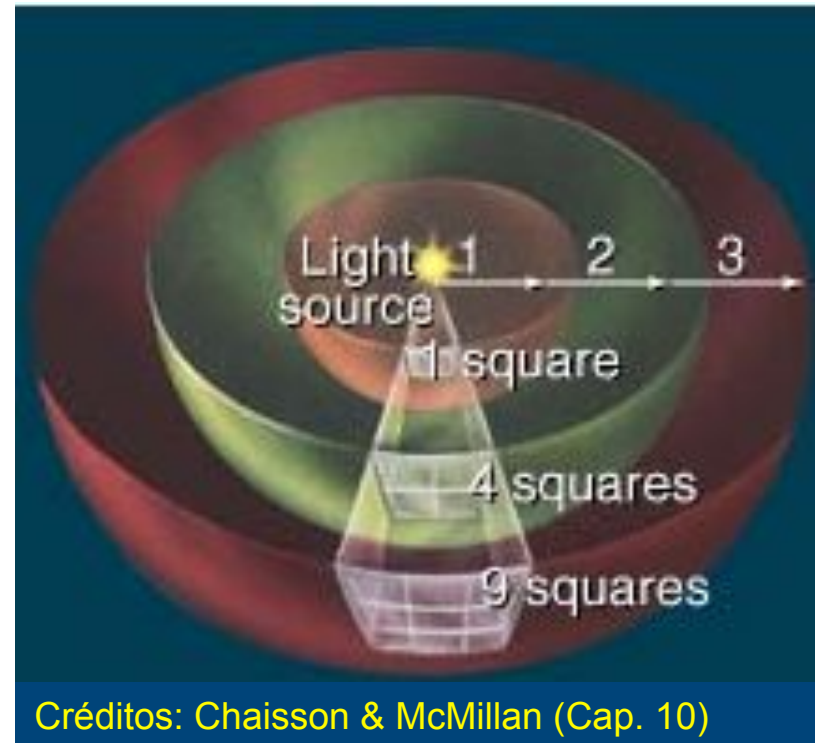
é intrínseca: não depende da localização da estrela,
mas não é diretamente observável.

Fluxo de Radiação Estelar

Imagine uma estrela de luminosidade L rodeada por uma enorme esfera de raio r . Qual é o fluxo de radiação medido à distância r ?

À medida que nos distanciamos de uma fonte de luz, sua radiação é diluída com o quadrado da distância.

$$F(r) = \frac{L}{4\pi r^2}$$



Exemplo: Irradiância solar (constante solar)

A luminosidade do Sol é $L_{\odot} = 3,839 \times 10^{26}$ W. A uma distância de 1 U.A. = $1,496 \times 10^{11}$ m, a Terra recebe um fluxo de radiação acima de sua atmosfera absorvedora de:

$$F = \frac{L}{4\pi r^2} = \frac{3,839 \times 10^{26}}{4\pi (1,496 \times 10^{11})^2} = 1365 \text{ W m}^{-2}$$

O fluxo (F) observado depende da luminosidade (L) e da distância (d) da estrela:

$$m = C - 2,5 \log F \quad \leftarrow \quad F(d) = \frac{L}{4\pi d^2}$$

$$m = C - 2,5 \log L + 2,5 \log(4\pi d^2)$$

$$m = C' - 2,5 \log L + 5 \log d$$

Onde: $C' = C + (2,5 \log 4\pi)$

- m é a **magnitude aparente** da estrela.

Magnitude Absoluta M

Para comparação entre diversas estrelas adota-se uma mesma distância (10 pc) para todas:

$$m, d, L_*, F_d$$

$$M, 10\text{pc}, L_*, F_{10}$$

$$M = m(d=10\text{pc})$$

$$m = C' - 2,5 \log L + 5 \log d$$

$$M = C' - 2,5 \log L + 5$$

Módulo de distância: $m - M$

- Comparação entre magnitudes aparente (observada) e absoluta (determinada pela luminosidade da estrela).

$$m - M = (C' - 2,5 \log L + d) - (C' - 2,5 \log L + 5)$$

$$m - M = 5 \log d - 5$$

$$m - M = 5 \log \frac{d}{10}$$

ATENÇÃO: (1) distância em pc. (2) Supondo ausência de extinção interestelar, a qual afeta a magnitude aparente.

Exemplo: Magnitude absoluta do Sol (M_{Sol})*

A magnitude aparente do Sol é $m_{Sol} = -26,83$ mag. e sua distância é $d = 1 \text{ U.A.} = 4,949 \times 10^{-6} \text{ pc}$. Pela equação do módulo de distância temos:

$$m - M = 5 \log \frac{d}{10}$$

$$M_{Sol} = m_{Sol} - 5 \log \frac{d(\text{pc})}{10}$$

$$M_{Sol} = -26,83 - 5 \log \frac{4,949 \times 10^{-6}}{10} = 4,74$$

Vamos adotar para as magnitudes m e M com “Sol” subscrito, para evitar confusão com o símbolo de massa solar M_{\odot}

- Comparando duas estrelas à mesma distância:

$$M = C' - 2,5 \log L + 5$$

$$M_1 - M_2 = -2,5 \log \left(\frac{L_1}{L_2} \right)$$

- Supondo que uma delas é o Sol, temos a magnitude absoluta da outra estrela:

$$M_* = M_{Sol} - 2,5 \log \left(\frac{L_*}{L_{Sol}} \right)$$

- Veja no Cap. 14 do livro o uso da magnitude para determinar a distância das estrelas variáveis pulsantes.

Provinha 1

15 minutos antes do fim da 1a aula.

2 questões

Aula 8/ago/2018

3.3 Natureza da luz

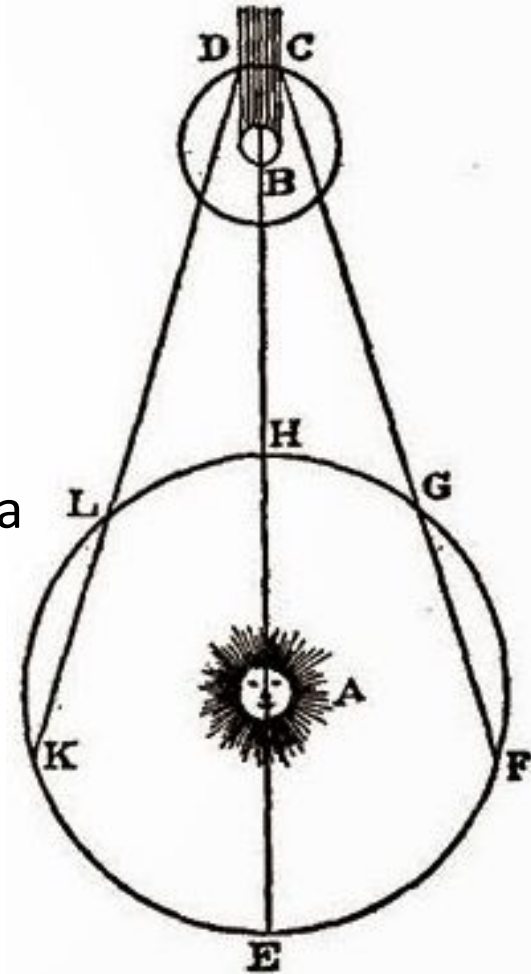
A velocidade da luz: experiência de Roemer

- Observação das luas de Júpiter quando passavam pela sombra do planeta → usando leis de Kepler → previsão dos próximos eclipses das luas;
- Quando a Terra estava mais próxima de Júpiter, os eclipses ocorriam antes do previsto;
- Roemer concluiu que a discrepância era causada pela diferença no tempo que a luz leva para se deslocar entre os dois planetas → 22 minutos para cruzar o diâmetro da órbita da Terra*

$$\rightarrow v_{\text{luz}} \sim 2,2 \times 10^8 \text{ m s}^{-1}$$

- Em 1983 v_{luz} no vácuo formalmente definida:

$$c = 2,99792458 \times 10^8 \text{ m s}^{-1}$$



* Hoje sabemos que a luz leva cerca de 16,5 minutos para cruzar 2 U.A.

Dualidade partícula-onda: experiência de Young

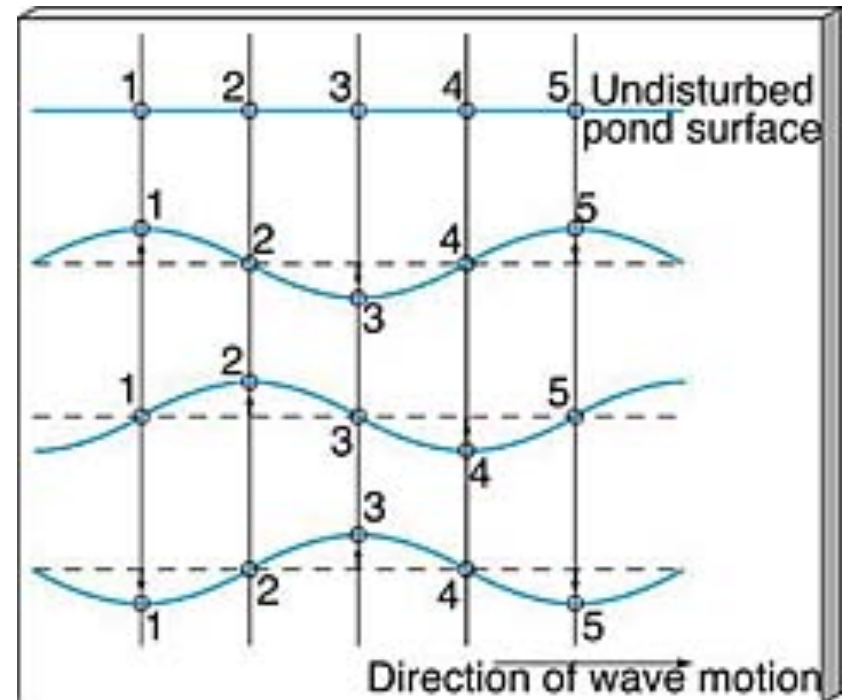
- Newton: luz é um feixe de partículas;

- Huygens (1629 – 1695): luz são ondas*

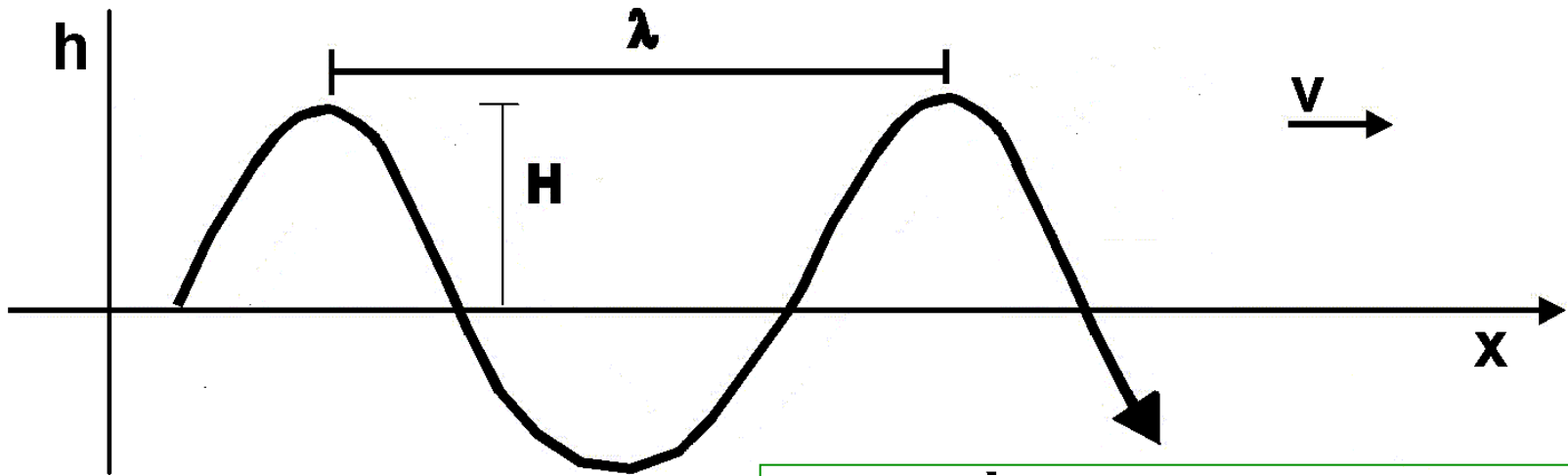
-comprimento de onda λ : distância entre duas cristas

-frequência n : número de ondas que passam por um determinado ponto no espaço

-velocidade da luz é $c = \lambda n$



* Ao contrário dos outros tipos de ondas na natureza, as ondas eletromagnéticas não necessitam de um meio físico para serem transportadas.



Propagação de uma onda de amplitude H , velocidade v , e comprimento da onda λ

$$h = H \operatorname{sen} \left[\frac{2\pi}{\lambda} (x - v t) \right]$$

Frequência f :

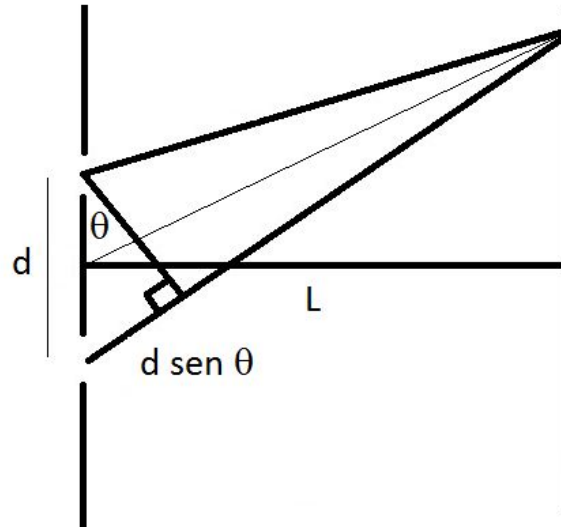
$$f = \frac{v}{\lambda}$$

Frequência ν de ondas eletromagnéticas:

$$\nu = \frac{c}{\lambda} (\text{Hz})$$

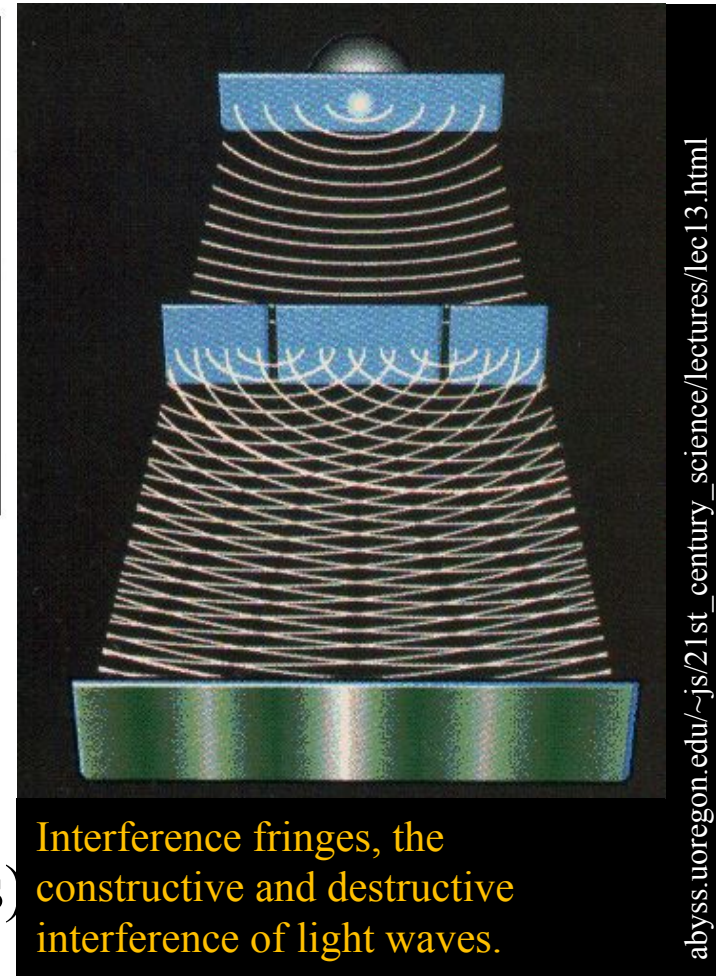
A natureza ondulatória da luz só foi conclusivamente demonstrada por Thomas Young (1773-1829), com o **experimento da dupla fenda**

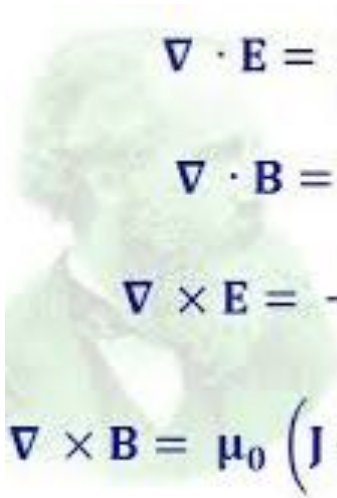
A luz atravessa duas fendas separadas pela distância d , atingindo uma tela atrás das fendas, a uma distância L .



Na tela aparecem **franjas de interferência**, cujo padrão é dado pela **diferença dos caminhos** percorridos pela luz, dado por $d \sin \theta$ (se $L \gg d$), tal que:

$$d \sin \theta \begin{cases} n \lambda & (n = 0, 1, 2, \dots \text{franjas brilhantes}) \\ (n - 1/2) \lambda & (n = 1, 2, \dots \text{franjas escuras}) \end{cases}$$




$$\begin{aligned}\nabla \cdot \mathbf{E} &= \frac{\rho}{\epsilon_0} \\ \nabla \cdot \mathbf{B} &= 0 \\ \nabla \times \mathbf{E} &= -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \\ \nabla \times \mathbf{B} &= \mu_0 \left(\mathbf{J} + \epsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \right)\end{aligned}$$

A teoria de Ondas Eletromagnéticas



James Clerk Maxwell
(1831-1879)

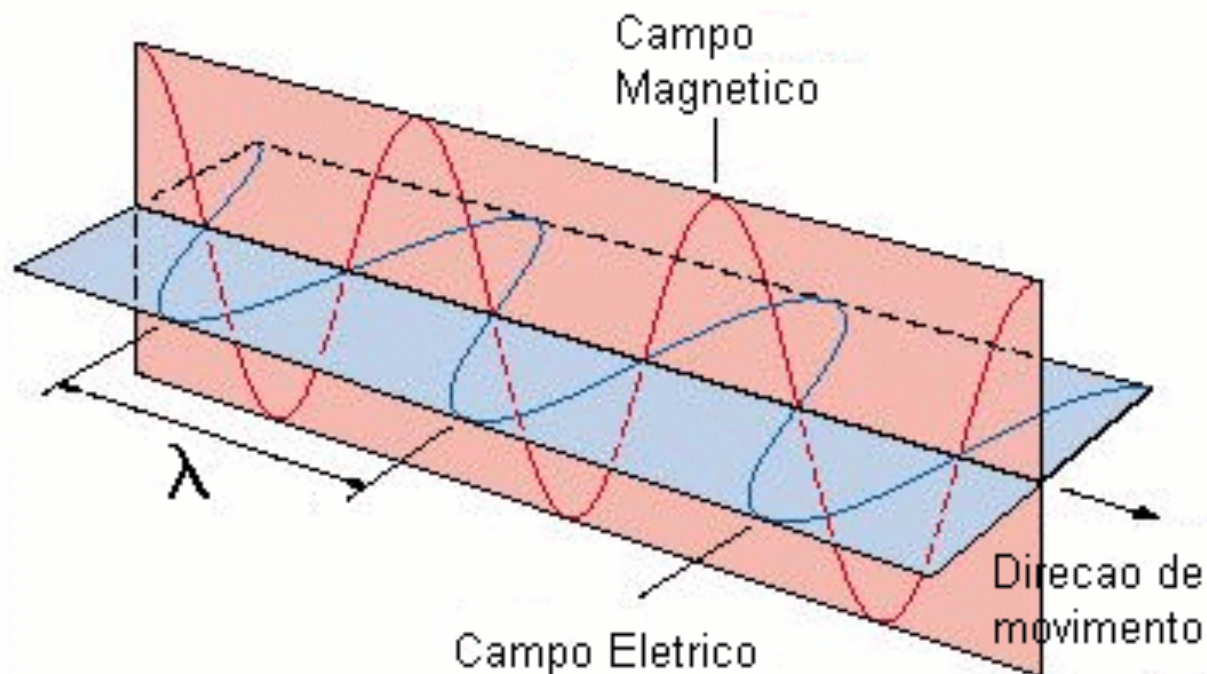
Das equações de Maxwell \rightarrow campos **elétrico (E)** e **magnético (B)**
 \rightarrow equação de ondas eletromagnéticas \rightarrow deslocam-se no vácuo à velocidade:

$$v = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}$$

Substituindo pelos valores das constantes ϵ_0 e μ_0 Maxwell descobriu que as ondas eletromagnéticas viajam à velocidade da luz.

Em 1904, H. Hertz produziu ondas rádio em laboratório, demonstrando que as ondas eletromagnéticas têm propriedades de reflexão, refração e polarização.

Ondas Eletromagnéticas



Campos **elétrico** e **magnético** vibram em planos perpendiculares entre si. Juntos, eles formam uma onda eletromagnética que se move através do espaço à velocidade da luz.

Reflection & refraction laws

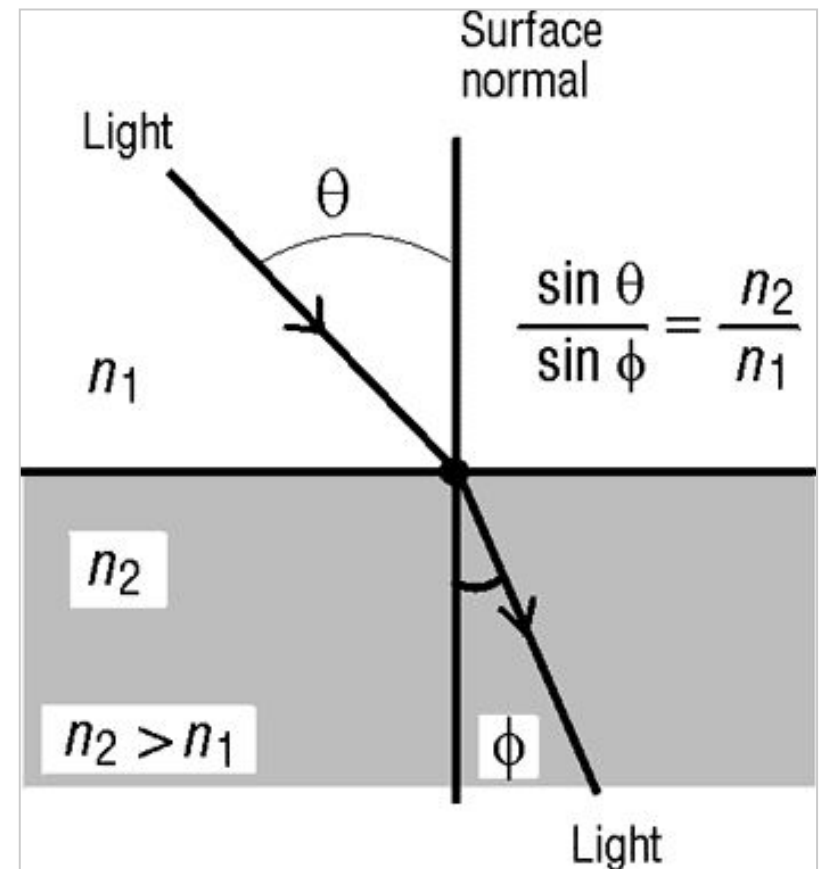
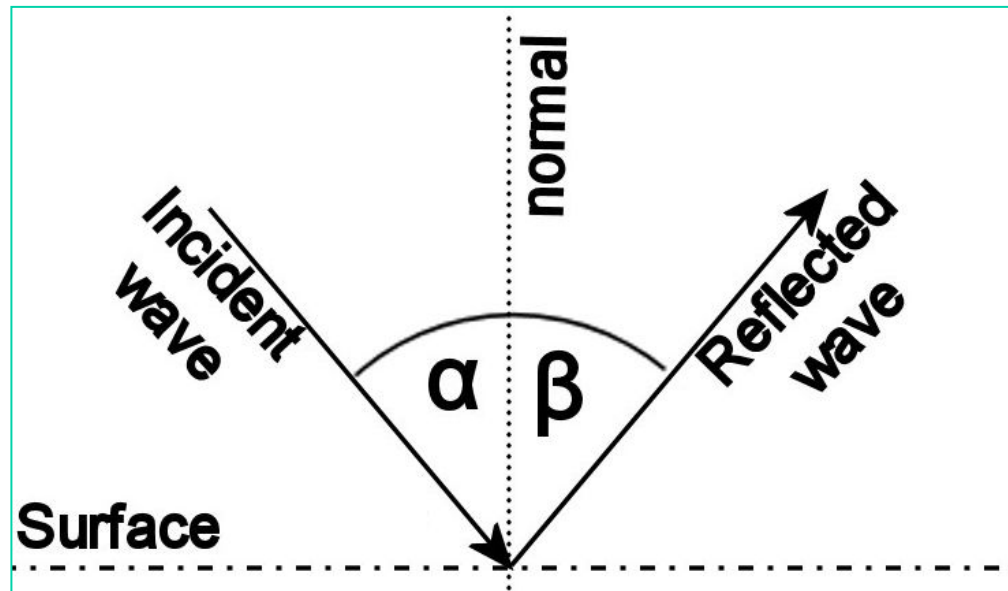
Law

Law of reflection

$$\alpha = \beta$$

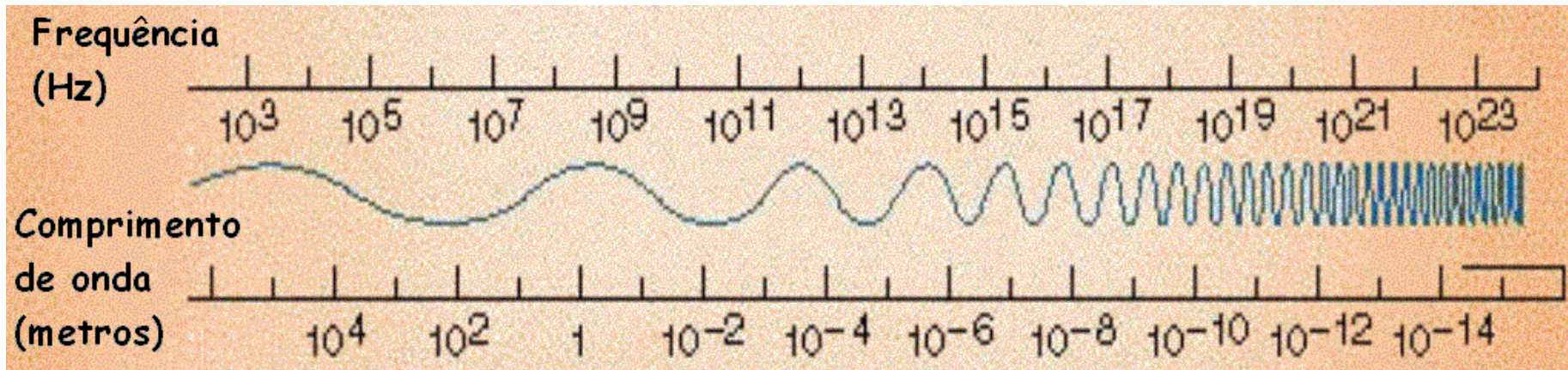
of refraction (Snell)

$$\sin \theta / \sin \phi = n_2 / n_1$$

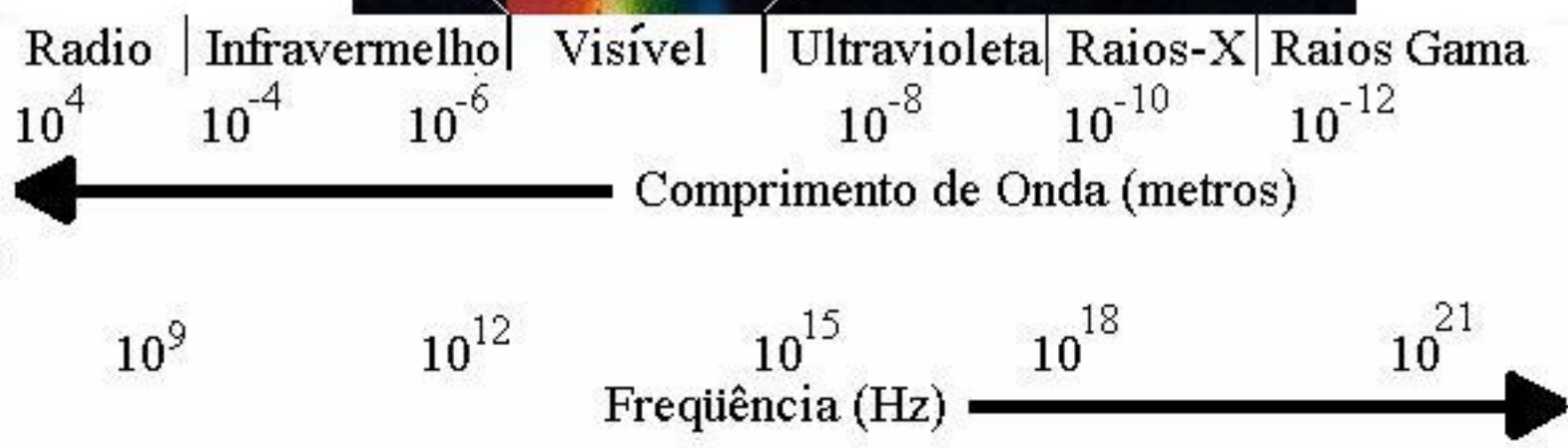
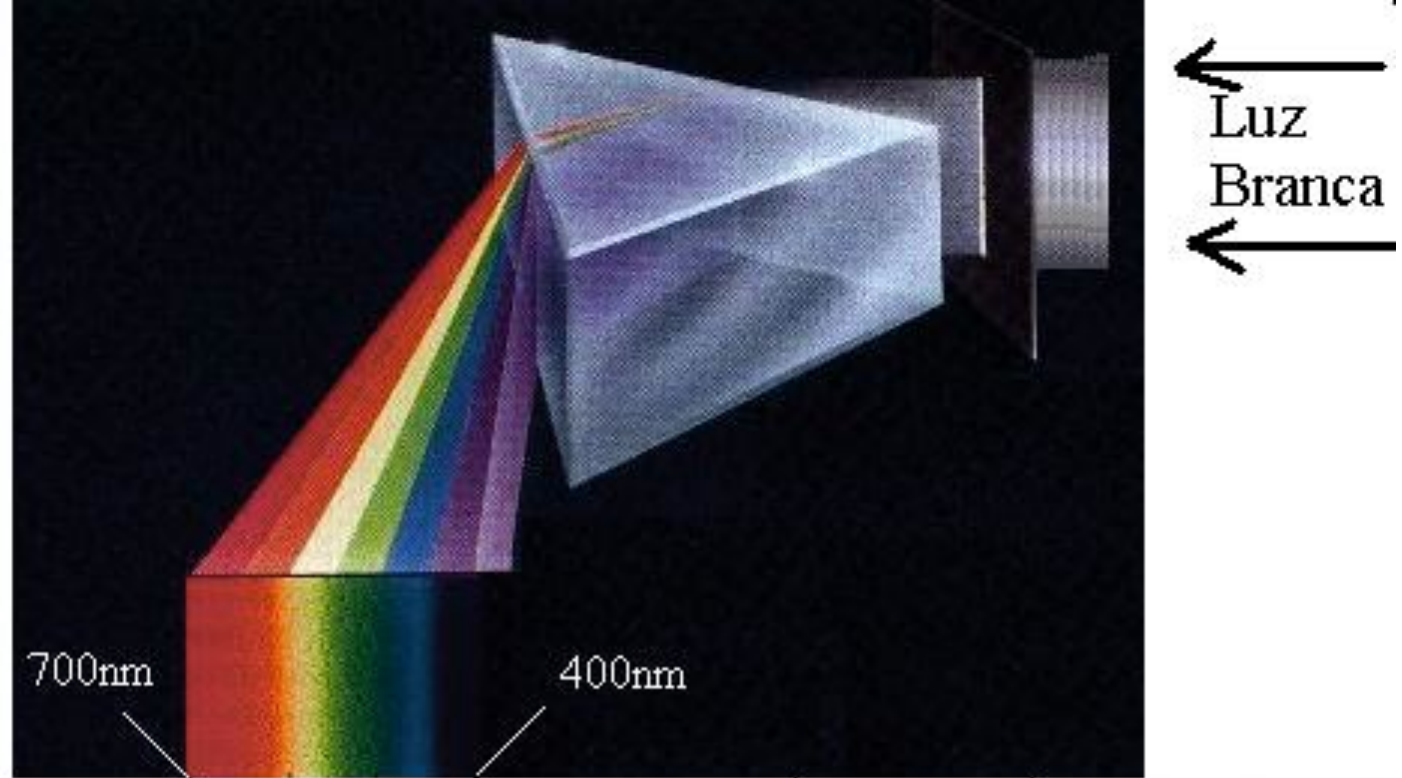


O Espectro Eletromagnético

- O espectro eletromagnético óptico (faixa do visível) cobre comprimentos de onda desde o violeta: 3900 Å até o vermelho: 7200 Å
- A radiação da luz solar pode ser decomposta em diferentes frequências.



(1 Ångstrom = 10^{-8} cm = 0,1 nm)



Região espectral	λs típicos	λ (em metros)
Raios- γ	$< 0,1 \text{ \AA}$	$< 10^{-11}$
Raios-X	$0,1 - 100 \text{ \AA}$	$10^{-11} - 10^{-8}$
UV	$100 \text{ \AA} - 4000 \text{ \AA}$	$10^{-8} - 4 \cdot 10^{-7}$
Visível	$4000 - 7000 \text{ \AA}$	$4 \cdot 10^{-7} - 7 \cdot 10^{-7}$
IV	$1 \text{ }\mu\text{m} - 100 \text{ }\mu\text{m}$	$10^{-6} - 10^{-3}$
Microondas	$1 \text{ mm} - 10 \text{ cm}$	$10^{-3} - 10^{-1}$
Rádio	$> 10 \text{ cm}$	$> 10^{-1}$

O vetor de Poynting e Pressão de Radiação:

Ondas carregam **energia** e **momento** na direção de propagação.

O vetor de Poynting: $\vec{S} = \frac{1}{\mu_0} \vec{E} \times \vec{B}$

fornece a taxa (em W m^{-2}) na qual a energia é carregada pela luz e atravessa uma dada área perpendicular a direção de propagação.

O valor médio (no tempo) do vetor de Poynting é: $\langle S \rangle = \frac{1}{2\mu_0} E_o B_o$

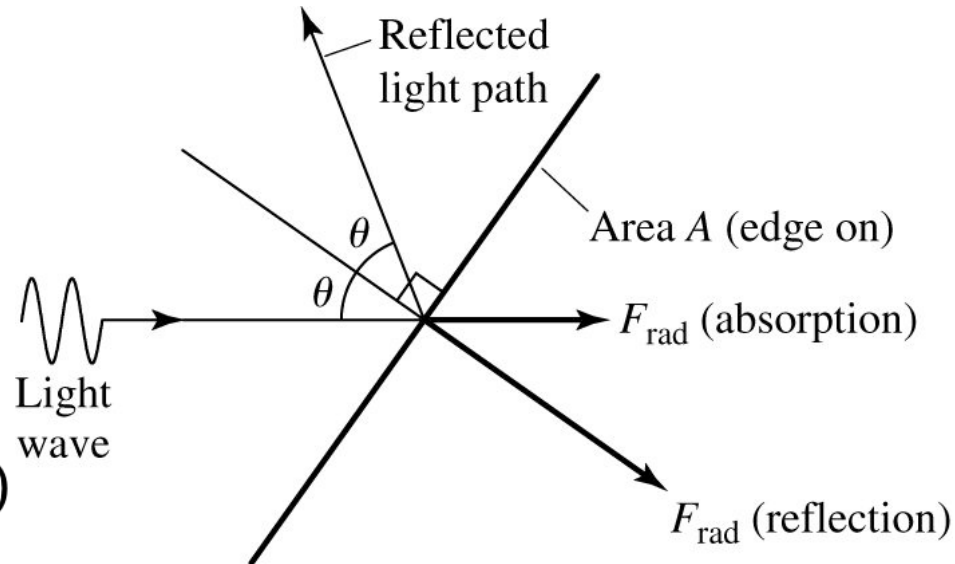
onde E_o e B_o descrevem a onda para um específico comprimento de onda.

Pressão de Radiação

Ondas carregam **momento** e exercem uma força na superfície onde há incidência da luz, dependendo se é refletida ou absorvida

$$F_{rad} = \frac{\langle S \rangle A}{c} \cos\theta \quad (\text{absorção})$$

$$F_{rad} = \frac{2\langle S \rangle A}{c} \cos^2\theta \quad (\text{reflexão})$$



$\langle S \rangle$: Energia por unidade de tempo por unidade de área

$$p = E/c$$

F : change in momentum [change in p /time]

Pressão de Radiação



Dependendo das condições a pressão de radiação pode ser importante, como por exemplo em **estrelas quentes**



3.4 Radiação de Corpo-Negro

Em Orion identifica-se a estrela **fria** avermelhada (Betelgeuse – α Ori) e a estrela **quente** azulada (Rigel – β Ori).

A cor depende da temperatura superficial da estrela

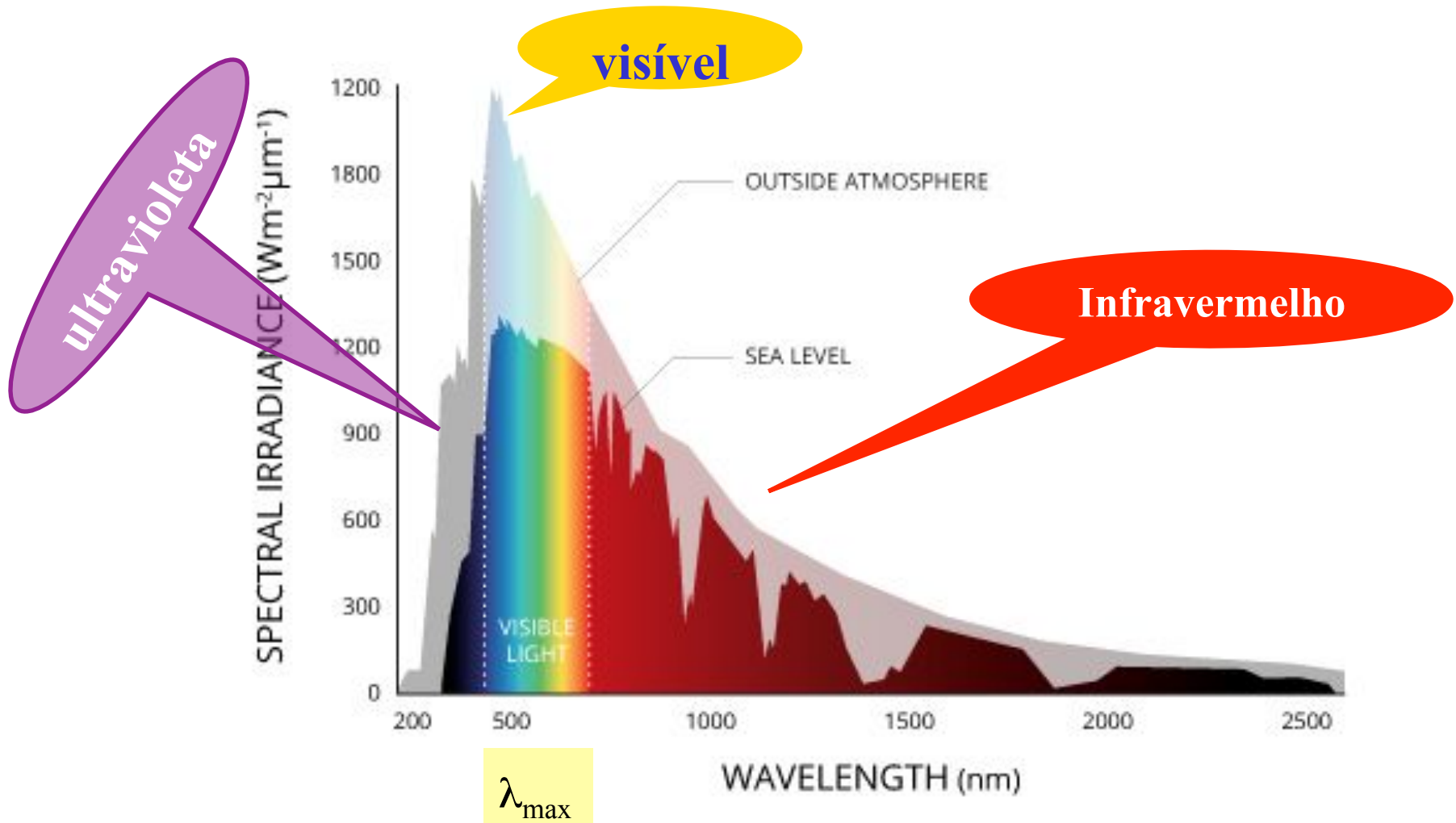
Observações mais detalhadas

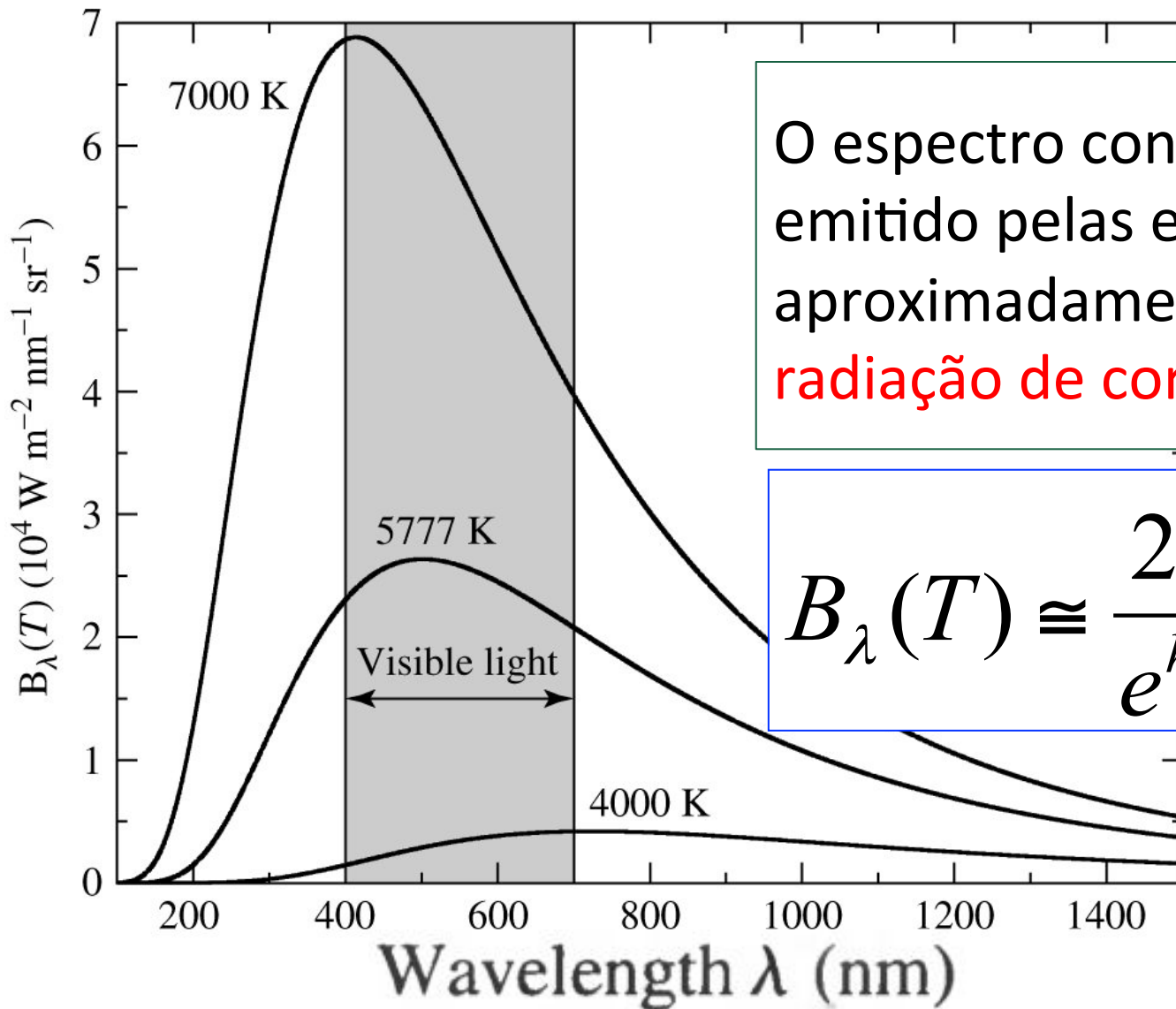
Betelgeuse ($T \sim 3600\text{K}$) e Rigel ($T \sim 13000\text{K}$)



Temperatura & Cor

Observando a radiação do Sol notamos que o pico se encontra no visível e que emite muito mais no infravermelho do que no UV





O espectro contínuo emitido pelas estrelas é aproximadamente a **radiação de corpo negro**

$$B_\lambda(T) \cong \frac{2hc^2 / \lambda^5}{e^{hc/\lambda kT} - 1}$$

Radiação da estrela é aprox. a **função de Planck**, que depende da temperatura T e comprimento de onda λ (ou frequência $\nu = c/\lambda$)

Radiação de Corpo Negro

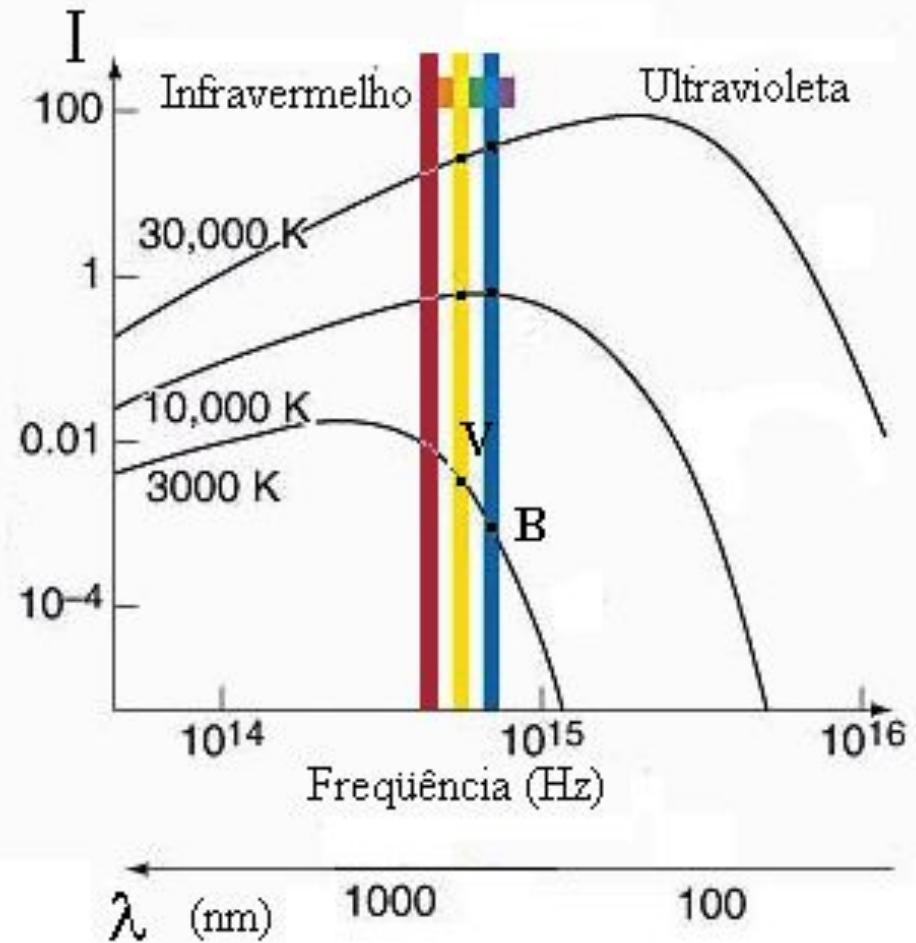
Espectro contínuo emitido pelas estrelas

- Objeto caracterizado por uma temperatura T .
- Supõe-se um estado de equilíbrio termodinâmico.

A frequência ν_{max} correspondente ao *máximo de intensidade*

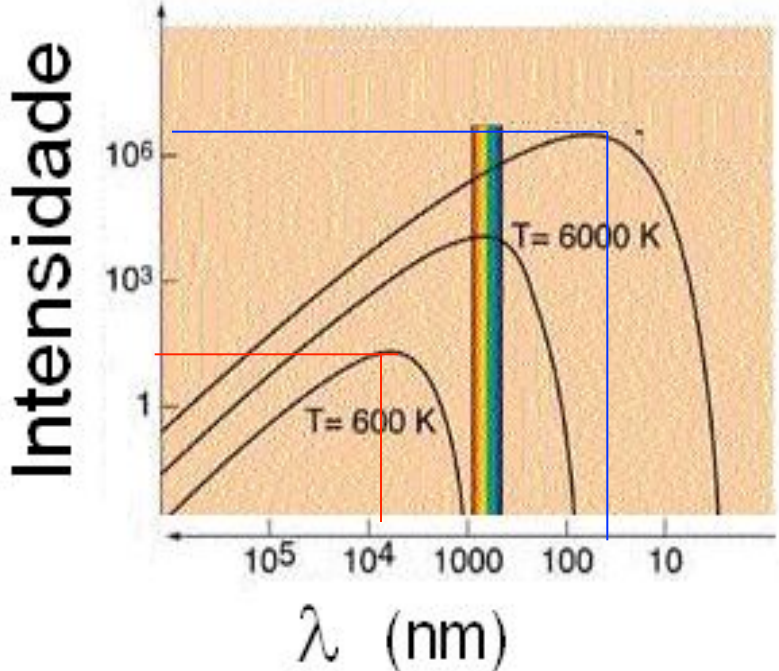
$T \uparrow$; $\nu_{max} \uparrow$; $I \uparrow$;

$T \uparrow$ $\lambda_{max} \downarrow$ (**azul**) ou $T \downarrow$ $\lambda_{max} \uparrow$ (**vermelho**)



Deslocamento do pico de máxima intensidade: variação de λ_{\max} em função de T

- Onde é o máximo de intensidade?



$$I_{\lambda}(T) \cong \frac{2hc^2 / \lambda^5}{e^{hc/\lambda kT} - 1}$$

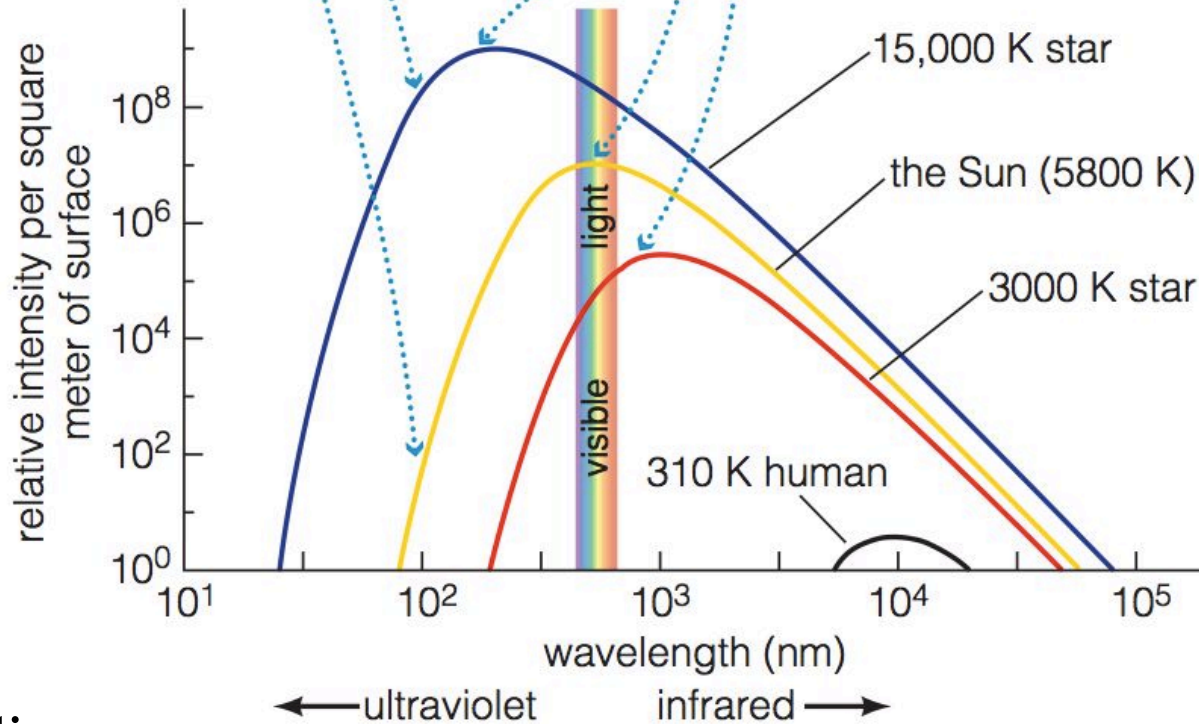
$(I_{\max}) \Rightarrow \lambda_{\max}$ obtido pela derivada

$$\frac{d I_{\lambda}}{d \lambda} = 0$$

Lei de Wien $\lambda_{\max}(cm) = \frac{0,2897755}{T(K)}$

The curve for a hotter object is everywhere above the curve for a cooler object, showing that hotter objects emit more radiation per unit surface area at every wavelength.

The peak wavelength is farther to the left for hotter objects, showing that hotter objects emit more of their light at shorter wavelength (high energy).



© cosmic perspective

Exemplos:

- Sol ($T_{\text{ef}} \sim 5800 \text{ K}$), $\lambda_{\text{max}} \sim 500 \text{ nm}$ (visível)
- Antares ($T_e \sim 3000 \text{ K}$ gigante vermelha), $\lambda_{\text{max}} \sim 1 \mu\text{m}$ (infravermelho)
- Sirius ($T_e \sim 10000 \text{ K}$ gigante azul), $\lambda_{\text{max}} \sim 290 \text{ nm}$ (UV).

Lei de Stefan – Boltzmann

1879-1884: Stefan e Boltzmann mostram que a luminosidade de um corpo negro de temperatura T e área A é:

$$L = A\sigma T^4$$

$\sigma = 5,67 \times 10^{-5} \text{ erg cm}^{-2} \text{ K}^{-4} \text{ s}^{-1}$ (cte de Stefan-Boltzmann)



James Stefan (1835 – 1893)

Considerando a área de uma esfera de raio R :

$$L = 4\pi R^2 \sigma T^4$$

A temperatura na “superfície” da estrela é definida como a **temperatura efetiva**, com fluxo total igual ao de um corpo negro:

$$F = \sigma T_e^4$$



Ludwig Boltzmann (1844 – 1906)

3.5 A quantização de energia

- **Rayleigh** combinou equações de Maxwell com a física térmica para deduzir a expressão:

$$B_{\lambda}(T) \cong \frac{2ckT}{\lambda^4} \quad \textit{UV catastrophe}$$

essa aproximação de corpo negro é a **lei de Rayleigh-Jeans**, válida caso **λ seja longo**.

- **Wien** também buscava a expressão correta para a radiação de corpo negro e desenvolveu uma lei empírica válida caso **λ seja curto**:

$$B_{\lambda}(T) \cong a\lambda^{-5} e^{-b/\lambda T}$$

onde a e b são constantes de ajuste dos dados experimentais.

$k = 1,38 \times 10^{-16}$ erg K⁻¹ cte. de Boltzmann



Max Planck
(1858-1947)

Planck descobriu que uma modificação da expressão de Wien poderia reproduzir também a lei de Rayleigh-Jeans, evitando o problema de $\lambda \rightarrow 0$

$$B_{\lambda}(T) \cong \frac{a / \lambda^5}{e^{b / \lambda T} - 1}$$

A onda eletromagnética somente pode ter múltiplos inteiros de um **quantum** ($E = h \nu$). Ou seja, a radiação é composta de **pacotes discretos** (*quanta*) de energia.

$h = 6,63 \cdot 10^{-27}$ erg s (= $6,63 \cdot 10^{-34}$ J s; cte. de Planck).

A função de Planck é a expressão da curva de radiação de corpo negro

$$B_{\lambda}(T) = \frac{2hc^2 / \lambda^5}{e^{hc / \lambda kT} - 1}$$

Aproximações da Lei de Planck em função da frequência

$$B_{\nu}(T) = \frac{2h\nu^3}{c^2} \frac{1}{\left[e^{h\nu/kT} - 1 \right]}$$

Dependendo da faixa de frequências, podemos adotar algumas aproximações para a lei de Planck:

1. Distribuição de Wien:

Altas frequências e Temperaturas não muito altas

$$\frac{h\nu}{kT} \gg 1 \rightarrow e^{\frac{h\nu}{kT}} \gg 1$$

$$B_{\nu}(T) = \frac{2h\nu^3}{c^2} e^{-h\nu/kT}$$

Aproximações da Lei de Planck (cont.)

$$B_{\nu}(T) = \frac{2 h \nu^3}{c^2} \frac{1}{\left[e^{h\nu/kT} - 1 \right]}$$

2. Distribuição de Rayleigh-Jeans:

Baixas frequências e temperaturas não muito baixas

$$\frac{h\nu}{kT} \ll 1 \rightarrow e^{\frac{h\nu}{kT}} \approx 1 + \frac{h\nu}{kT}$$

$$B_{\nu}(T) = \frac{2h\nu^3}{c^2} \frac{1}{h\nu/kT}$$

$$B_{\nu}(T) = \frac{2\nu^2 kT}{c^2}$$

Função de Planck e o fluxo monocromático de radiação

O fluxo é a quantidade que se relaciona diretamente com a medida da energia coletada:

$$F_{\lambda} = \frac{\textit{energia}}{\Delta A \Delta t \Delta \lambda}$$

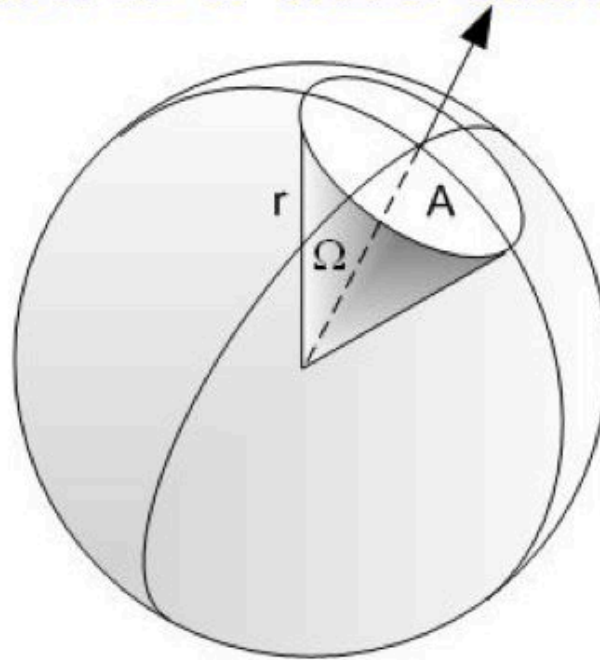
O fluxo (F) de energia que chega numa superfície é a *quantidade de energia* por *unidade de tempo* que passa através de uma *unidade de área* da superfície por unidade de *intervalo de comprimento de onda*:

unidades **erg** m⁻² s⁻¹ nm⁻¹

Revisão dos conceitos geométricos

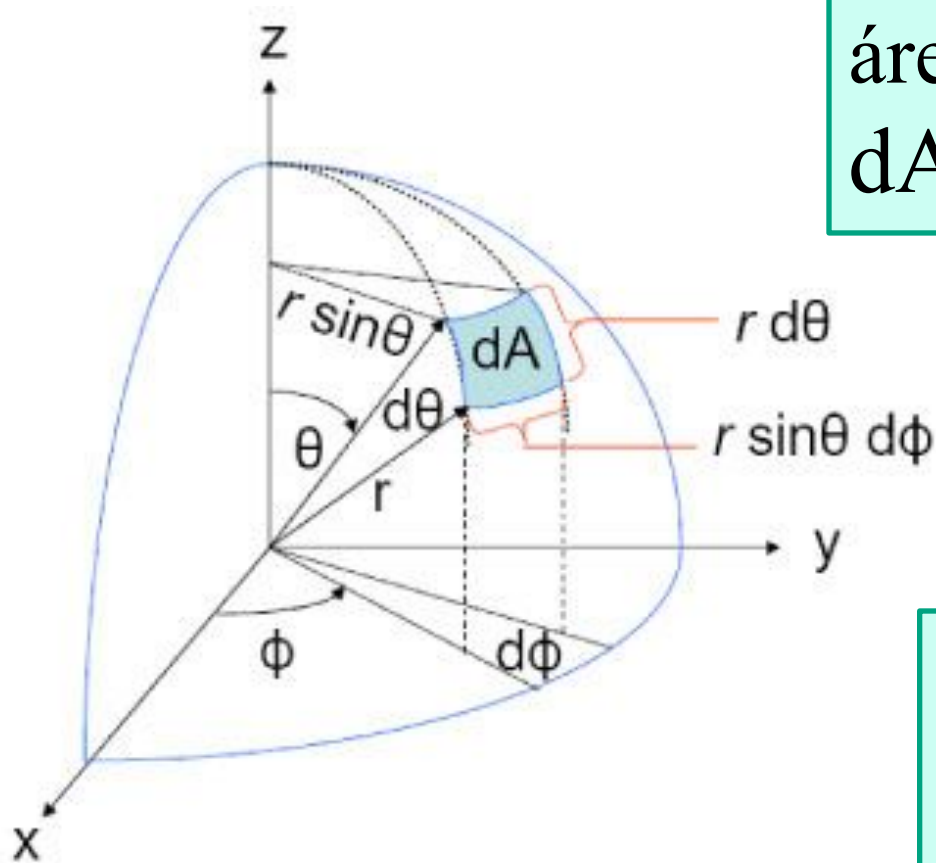
Ângulo Sólido

ângulo subtendido por um objeto de área A a uma distância r .



$$\Omega = A/r^2$$

Ângulo sólido em coordenadas esféricas



área elementar

$$dA = (r d\theta) (r \sin\theta d\phi)$$

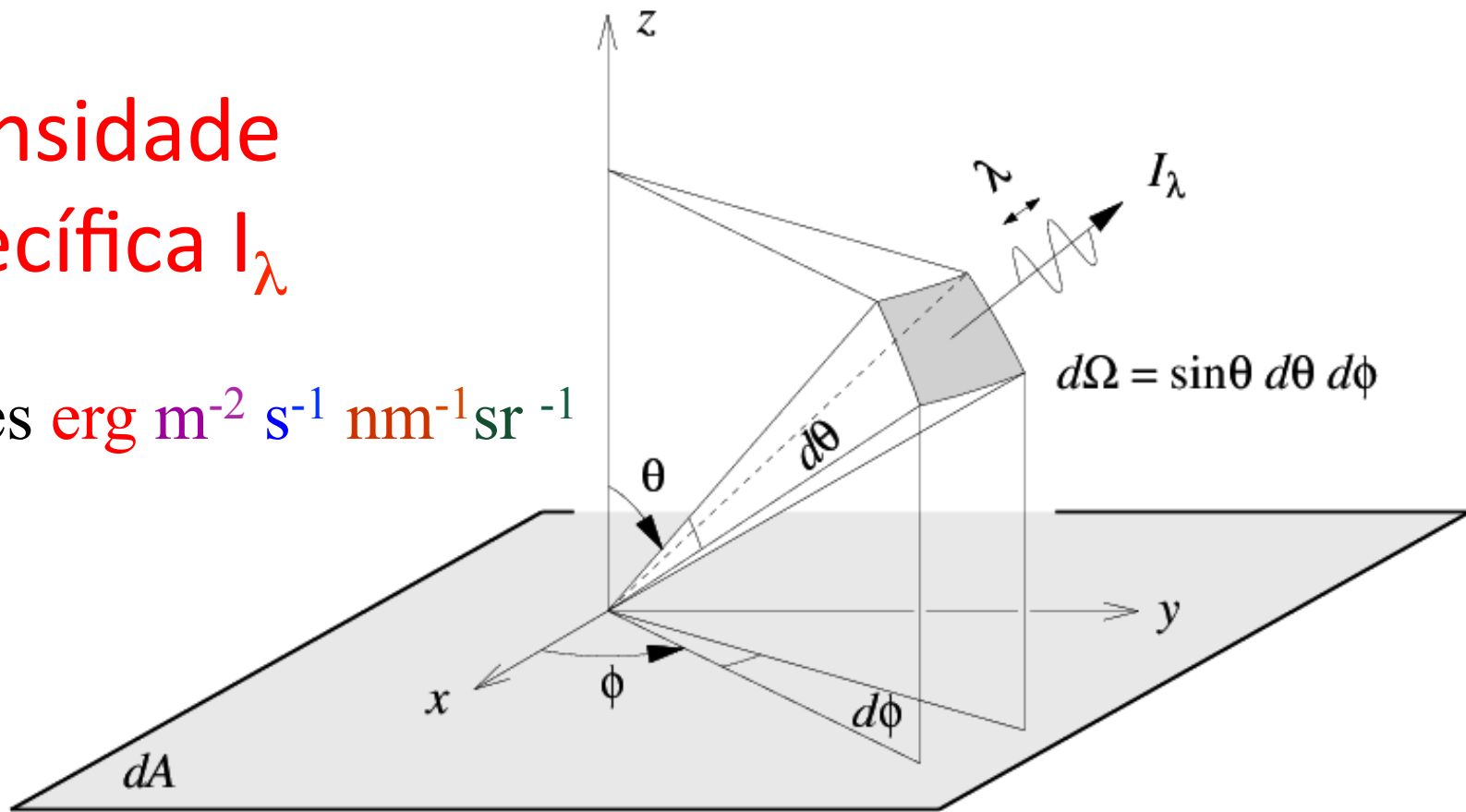
$$\omega = A/r^2$$

ângulo sólido elementar
subtendido pela área dA :

$$d\omega = \sin\theta d\theta d\phi$$

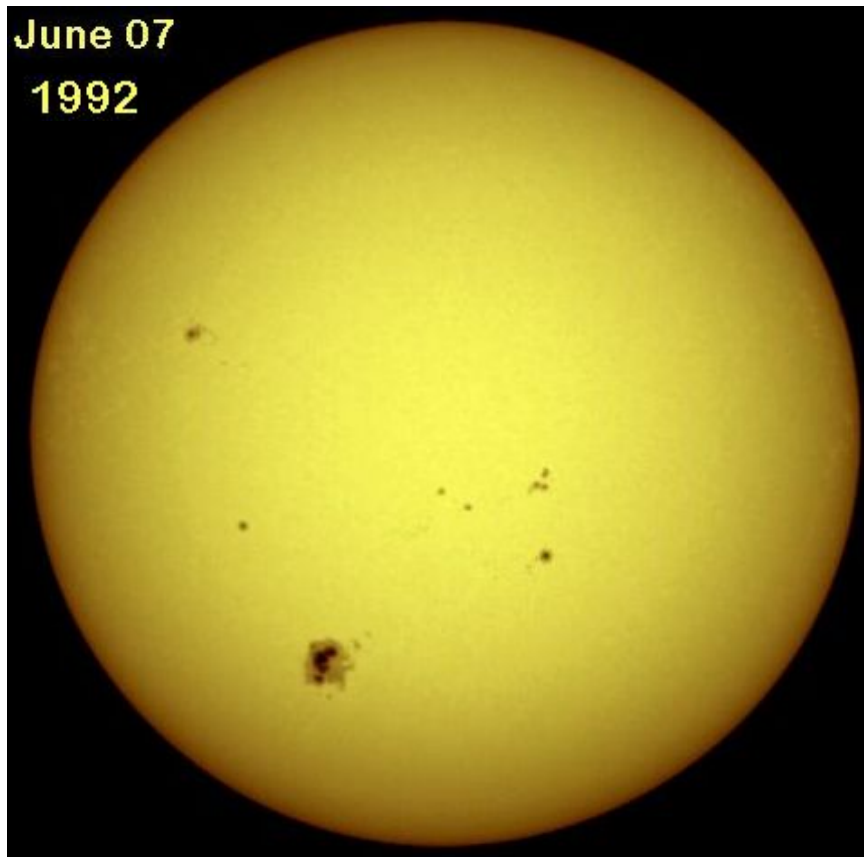
Intensidade específica I_λ

unidades $\text{erg m}^{-2} \text{s}^{-1} \text{nm}^{-1} \text{sr}^{-1}$



Energia que atravessa um elemento de **área perpendicular** ($\Delta A \cos\theta$), por unidade de **tempo**, por unidade de **comprimento de onda**, por unidade de **ângulo sólido**

Intensidade específica vs. Fluxo



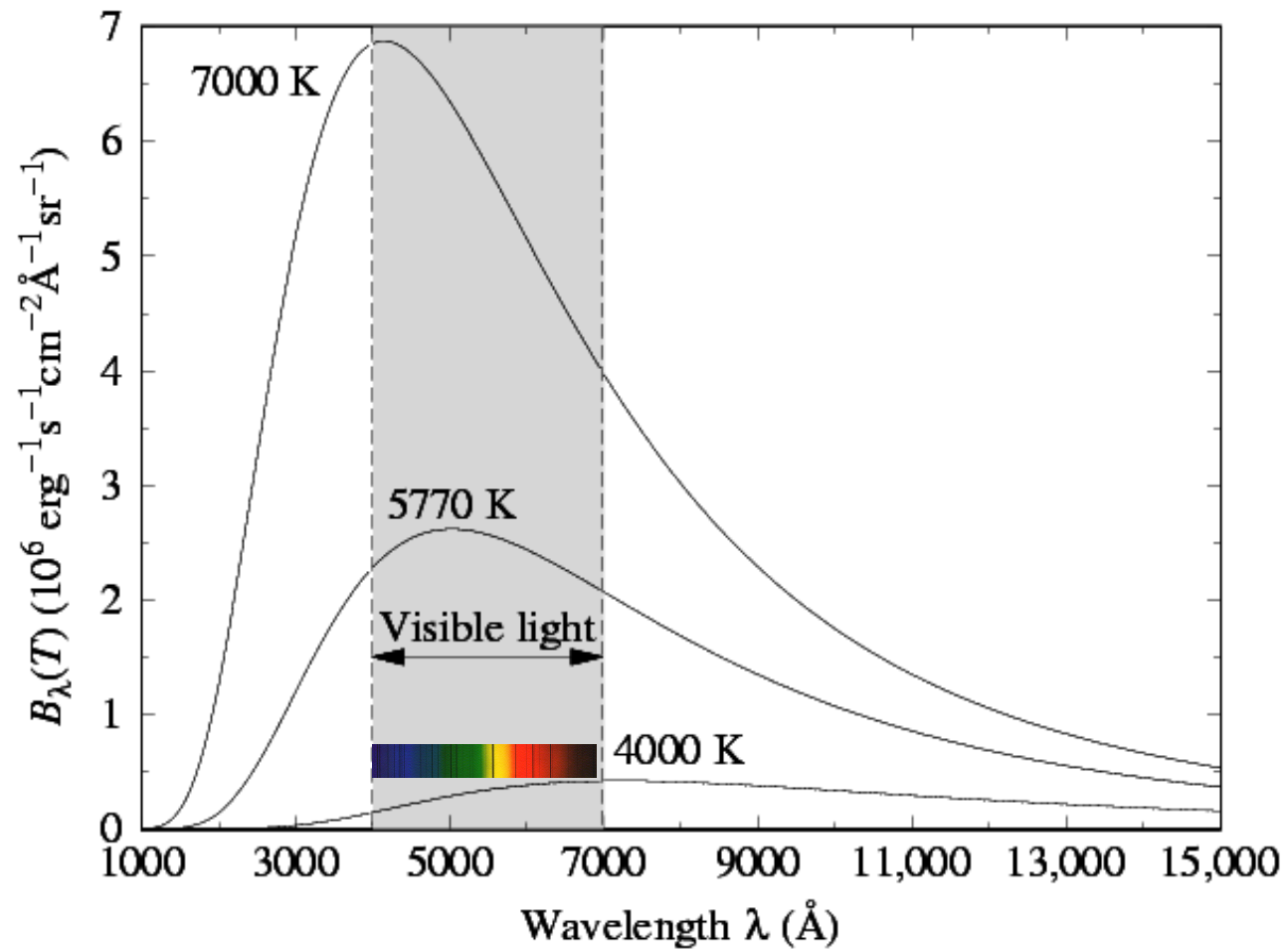
- Sol: é possível medir intensidade específica
- Estrelas: medida de fluxo

<http://solarscience.msfc.nasa.gov/surface.shtml>



<http://www.twanight.org/newtwan/photos.asp?ID=3001503>

Radiação de corpo negro é exemplo de intensidade específica



$$I_\lambda = B_\lambda(T) = \frac{2hc^2}{\lambda^5} \frac{1}{e^{(hc/\lambda kT)} - 1}$$

Fluxo na superfície de estrelas, $F_\lambda \sim \pi B_\lambda$

A lei de Planck como Intensidade Específica

A quantidade de energia emitida por unidade de tempo Δt , por unidade de área perpendicular à fonte $dA \cos\theta$, no intervalo de comprimento de onda $\lambda + \delta\lambda$, por unidade de ângulo sólido:

$$B_{\lambda}(T) = \frac{dE}{dt dA \cos \theta d\lambda d\omega}$$

nas unidades: $\text{erg s}^{-1} \text{ m}^{-2} \text{ sr}^{-1} \text{ nm}^{-1}$.

ou $\text{erg s}^{-1} \text{ m}^{-2} \text{ sr}^{-1} \text{ Hz}^{-1}$ se usarmos a expressão de Planck em função da frequência

$$B_{\nu}(T) = \frac{2 h \nu^3}{c^2} \frac{1}{\left[e^{h\nu/kT} - 1 \right]}$$

Luminosidade (taxa de energia) de uma estrela

Modelo de estrela, **esfera de raio R**, emitindo como corpo negro a uma temperatura T:

$$L_{\lambda}d\lambda = \int_{\varphi=0}^{2\pi} \int_{\theta=0}^{\pi/2} \int_A B_{\lambda}d\lambda dA \cos\theta \sin\theta d\theta d\varphi$$

$$L_{\lambda}d\lambda = \pi B_{\lambda} \int_A dA d\lambda$$

$$L_{\lambda}d\lambda = 4\pi^2 R^2 B_{\lambda}d\lambda$$

$$L_{\lambda}d\lambda = \frac{8\pi^2 R^2 hc^2 / \lambda^5}{e^{hc/\lambda kT} - 1} d\lambda$$

Fluxo monocromático

Modelo de estrela, esfera de raio R , emitindo como corpo negro à uma temperatura T :

$$L_{\lambda} d\lambda = \frac{8\pi^2 R^2 hc^2 / \lambda^5}{e^{hc/\lambda kT} - 1} d\lambda$$

$$F_{\lambda} d\lambda = \frac{L_{\lambda}}{4\pi r^2} d\lambda$$

$$F_{\lambda} d\lambda = \frac{2\pi hc^2 / \lambda^5}{e^{hc/\lambda kT} - 1} \left(\frac{R^2}{r^2} \right) d\lambda$$

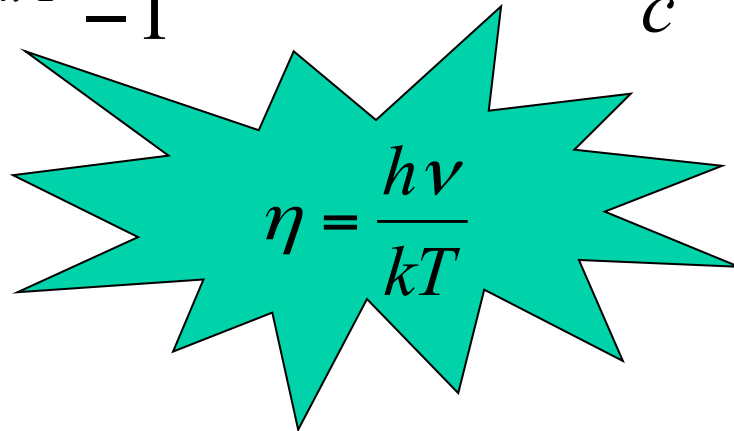
Equação de Stefan – Boltzmann

A integral da função I_ν sobre todas as frequências ν , determina o fluxo total na superfície da estrela:

$$F = \int I_\nu d\nu = \sigma T_e^4$$

Para um corpo negro, $I_\nu = B_\nu$

$$F = \frac{2\pi h}{c^2} \int \frac{\nu^3}{e^{h\nu/kT} - 1} d\nu \quad \Rightarrow \quad F = \frac{2\pi h}{c^2} \left(\frac{kT}{h} \right)^4 \int_0^\infty \frac{\eta^3}{e^\eta - 1} d\eta$$


$$\eta = \frac{h\nu}{kT}$$

$$F = \frac{2\pi^5 k^4}{15h^3 c^2} T^4$$

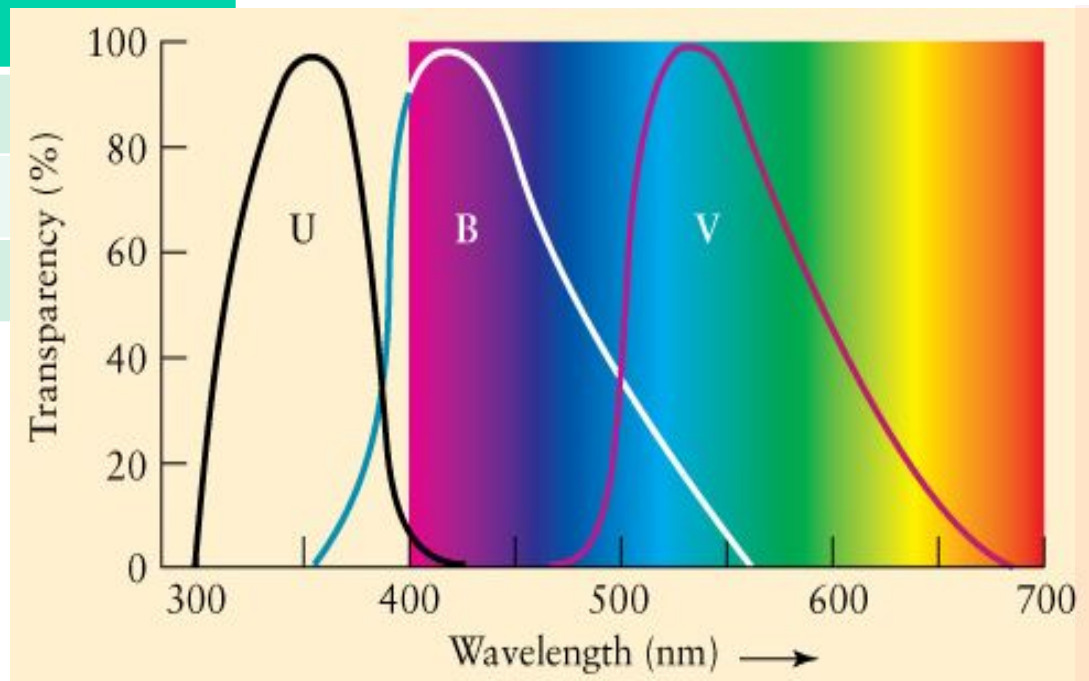
3.6 Índice de Cor

As magnitudes aparentes (m) e absoluta (M), medidas em todos os comprimentos de ondas, são magnitudes **bolométricas** (m_{bol} e M_{bol}).

Na prática, os fotômetros medem o fluxo em faixas estreitas.

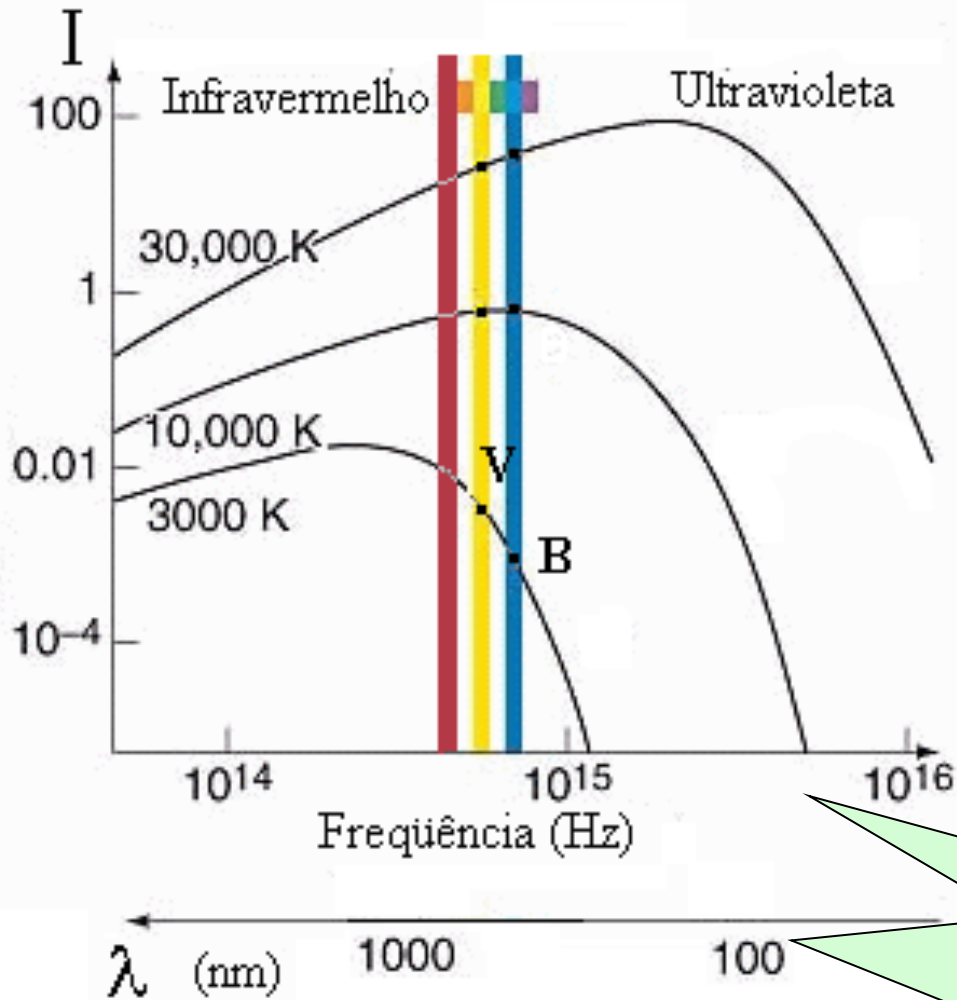
A “cor” de uma estrela pode ser estimada medindo a magnitude aparente em diferentes filtros, por exemplo o padrão U B V

filtro	cor	λ nm	Largura nm
U	ultraviolet	365	68
B	azul	440	98
V	visível	550	89



Índice de Cor

$$B-V = m_B - m_V = -2,5 \log (F_B / F_V)$$



$$B \ll V \Rightarrow F_B \gg F_V$$

$$[B-V] < 0$$

Estrela quente, azulada

$$B \gg V \Rightarrow F_B \ll F_V$$

$$[B-V] > 0$$

Estrela fria, avermelhada

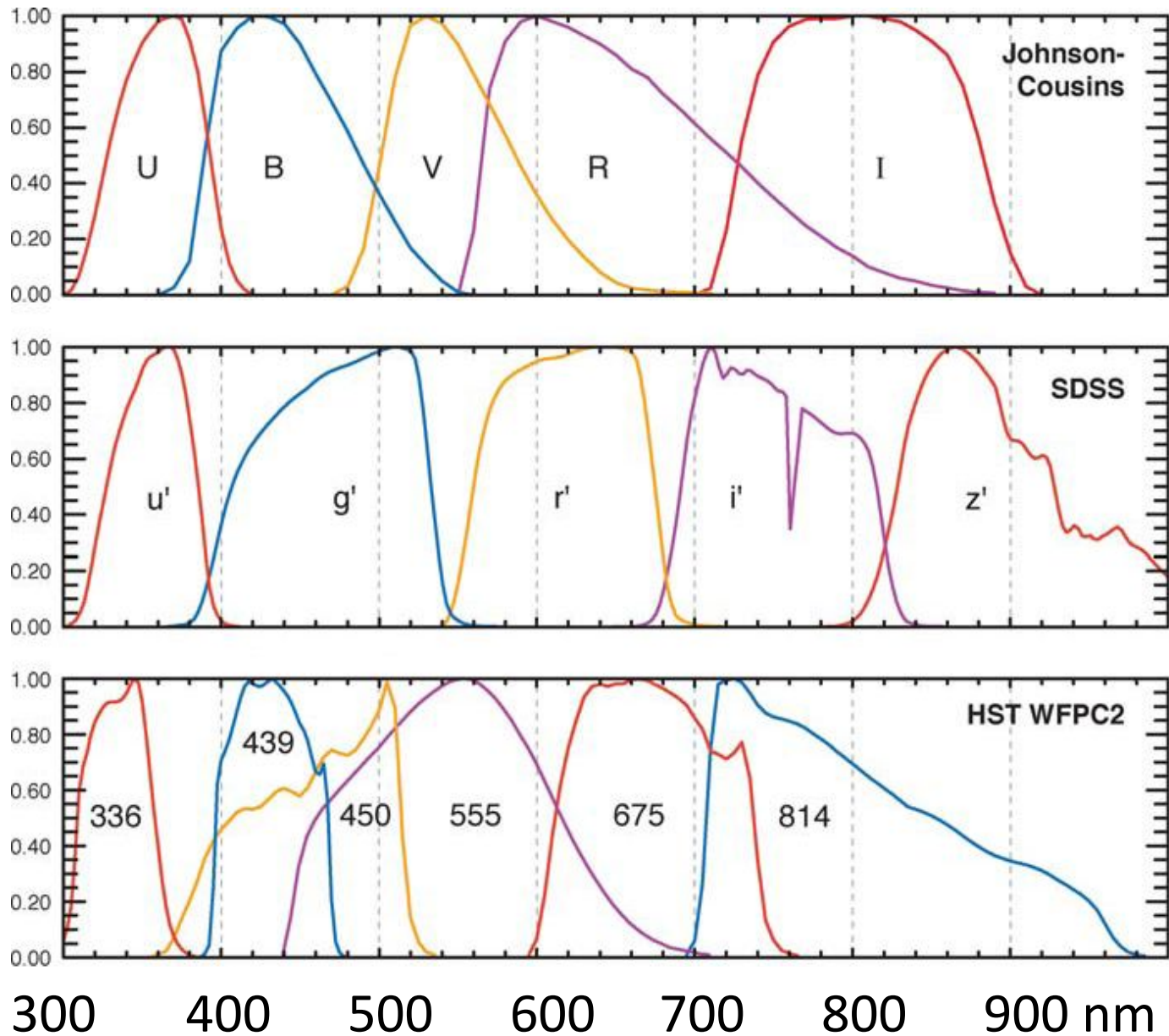
Lembrar que fluxos mais intensos são representados por magnitudes menores.

Outros sistemas fotométricos

Índice de cor em qualquer sistema: $X - Y$

Por ex.,

- $U - B$
- $B - V$
- $V - R$
- $u' - g'$
- $g' - i'$
- $336 - 439$



Magnitudes de Vega

Banda U, $m_U = U = 0,0$

Banda B, $m_B = B = 0,0$

Banda V, $m_V = V = 0,0$

Banda R, $m_R = R = 0,0$

Banda I, $m_I = I = 0,0$

Banda K (2200 nm), $m_K = K = 0,0$

Estrelas de tipo A0 (como Vega) tem índices de cor $X - Y = 0.0$

Por exemplo, $B - V = 0,00$

THE $UBV(RI)_C$ COLORS OF THE SUN

I. RAMÍREZ¹, R. MICHEL², R. SEFAKO³, M. TUCCI MAIA^{4,5}, W. J. SCHUSTER², F. VAN WYK³,
J. MELÉNDEZ⁵, L. CASAGRANDE⁶, AND B. V. CASTILHO⁷

¹ McDonald Observatory and Department of Astronomy, University of Texas at Austin, 1 University Station, C1400 Austin, TX 78712-0259, USA

² Observatorio Astronómico Nacional, Universidad Nacional Autónoma de México, Apartado Postal 877, Ensenada, B.C., CP 22800, Mexico

³ South African Astronomical Observatory, P.O. Box 9, Observatory 7935, Cape Town, South Africa

⁴ UNIFEI, DFQ–Instituto de Ciências Exatas, Universidade Federal de Itajubá, Itajubá MG, Brazil

⁵ Departamento de Astronomia do IAG/USP, Universidade de São Paulo, Rua do Mãtao 1226, São Paulo, 05508-900 SP, Brazil

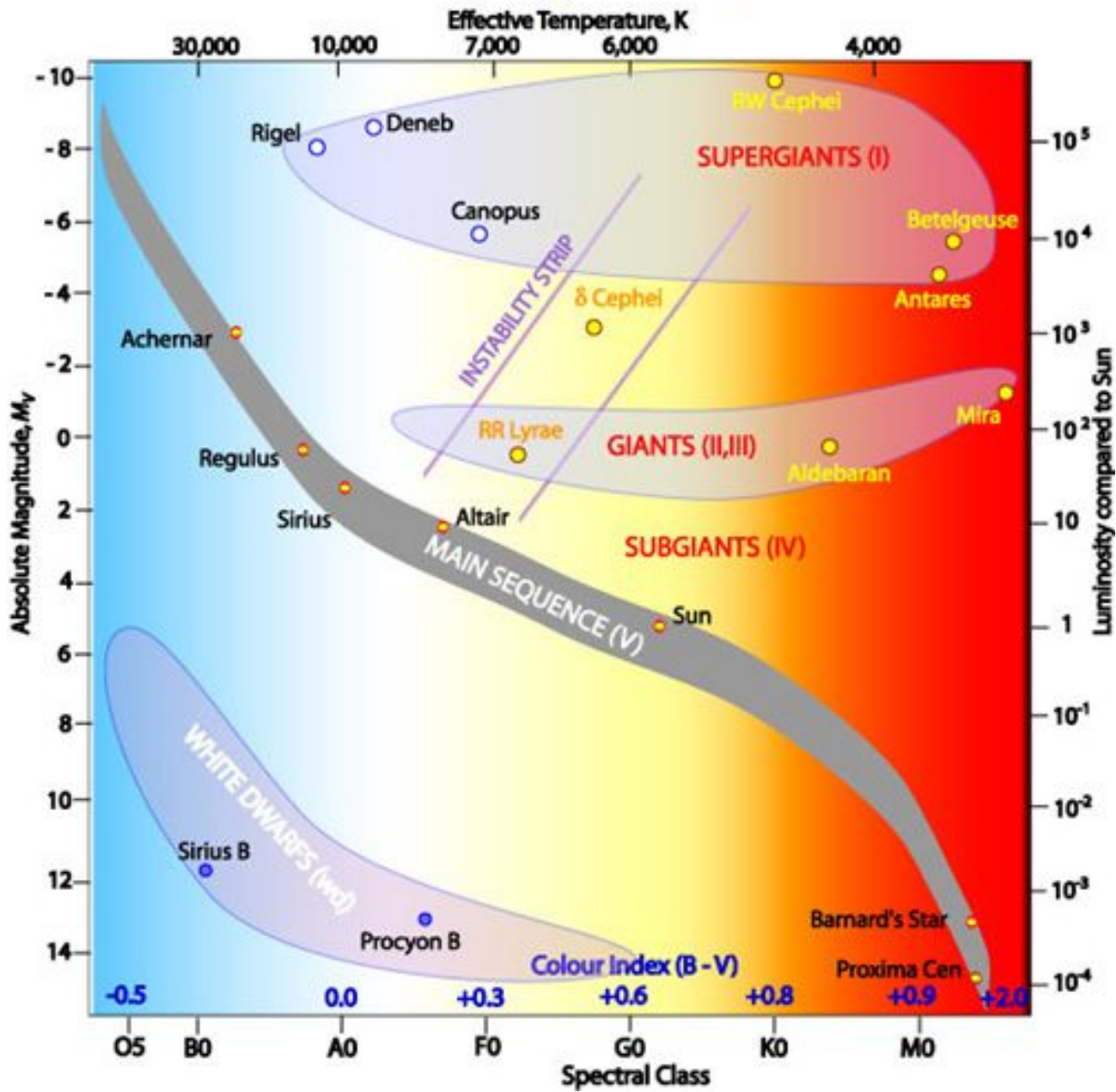
⁶ Max-Planck-Institut für Astrophysik, Karl-Schwarzschild-Str. 1, Postfach 1317, D-85741 Garching, Germany

⁷ Laboratório Nacional de Astrofísica/MCT, Rua Estados Unidos 154, 37504-364 Itajubá, MG, Brazil

$$(B-V)_{\text{Sol}} = 0,65$$

Photometric data in the $UBV(RI)_C$ system have been acquired for 80 solar analog stars for which we have previously derived highly precise atmospheric parameters T_{eff} , $\log g$, and $[\text{Fe}/\text{H}]$ using high-resolution, high signal-to-noise ratio spectra. UBV and $(RI)_C$ data for 46 and 76 of these stars, respectively, are published for the first time. Combining our data with those from the literature, colors in the $UBV(RI)_C$ system, with $\simeq 0.01$ mag precision, are now available for 112 solar analogs. Multiple linear regression is used to derive the solar colors from these photometric data and the spectroscopically derived T_{eff} , $\log g$, and $[\text{Fe}/\text{H}]$ values. To minimize the impact of systematic errors in the model-dependent atmospheric parameters, we use only the data for the 10 stars that most closely resemble our Sun, i.e., the solar twins, and derive the following solar colors: $(B - V)_{\odot} = 0.653 \pm 0.005$, $(U - B)_{\odot} = 0.166 \pm 0.022$, $(V - R)_{\odot} = 0.352 \pm 0.007$, and $(V - I)_{\odot} = 0.702 \pm 0.010$. These colors are consistent, within the 1σ errors, with those derived using the entire sample of 112 solar analogs. We also derive the solar colors using the relation between spectral-line–depth ratios and observed stellar colors, i.e., with a completely model-independent approach, and without restricting the analysis to solar twins. We find $(B - V)_{\odot} = 0.653 \pm 0.003$, $(U - B)_{\odot} = 0.158 \pm 0.009$, $(V - R)_{\odot} = 0.356 \pm 0.003$, and $(V - I)_{\odot} = 0.701 \pm 0.003$, in excellent agreement with the model-dependent analysis.

Hertzsprung-Russell Diagram



Sol,
(B-V) = 0,65

Correção Bolométrica (Bolometric Correction)

A diferença entre a magnitude bolométrica (em todos os comprimentos de onda) e a magnitude aparente em uma banda X (por ex., a banda V), é a Correção Bolométrica (BC_X):

$$BC_X = m_{bol} - m_X$$

Em função da magnitude absoluta:

$$BC_X = M_{bol} - M_X$$

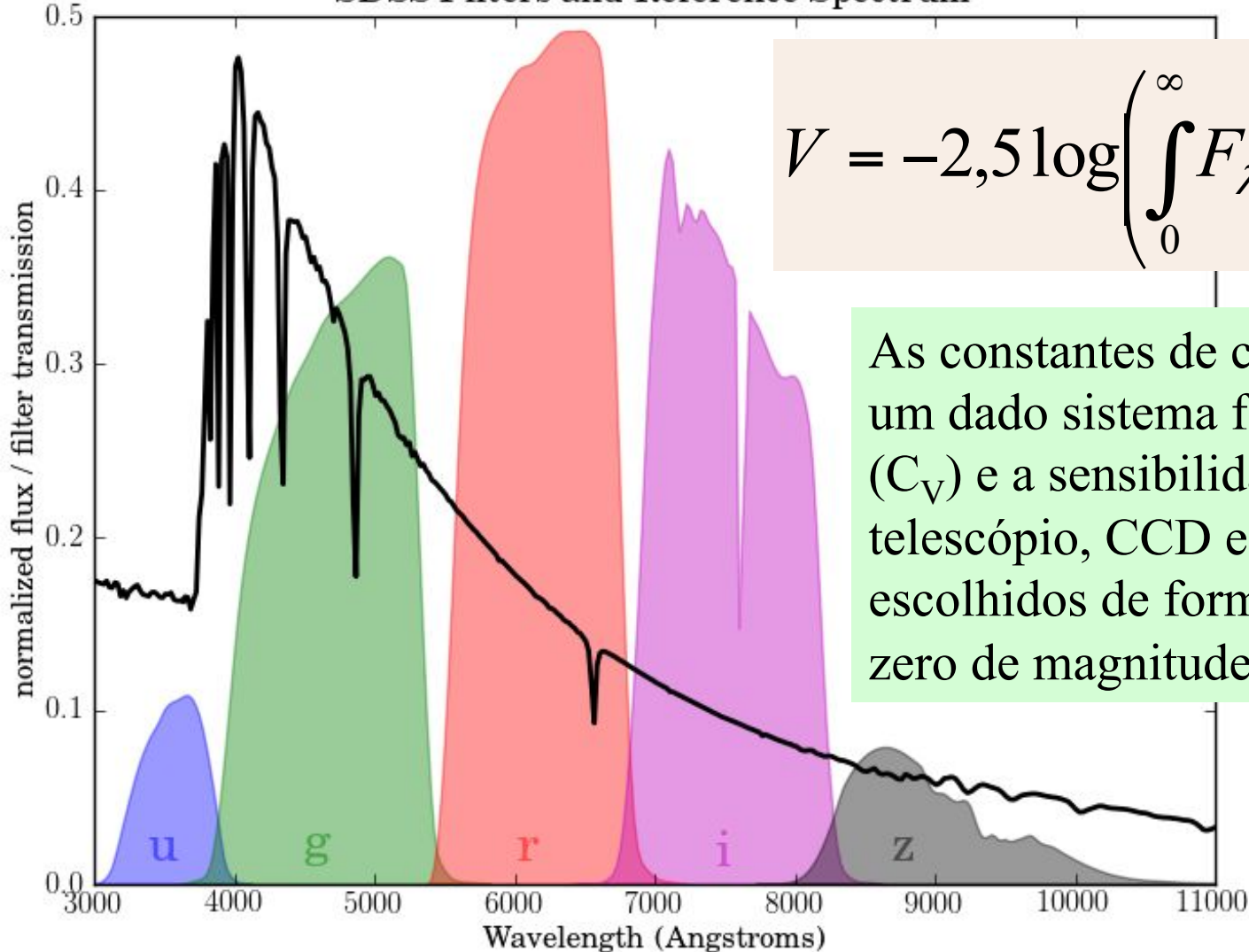
Por exemplo, $BC_V = m_{bol} - V$

para a banda V : $BC_V = M_{bol} - M_V$

Sol: $V = -26,71$ e $m_{bol} = -26,83$. Qual a BC_V ?

Normalmente os sistemas fotométricos são definidos baseados em $m = 0$ para Vega

SDSS Filters and Reference Spectrum

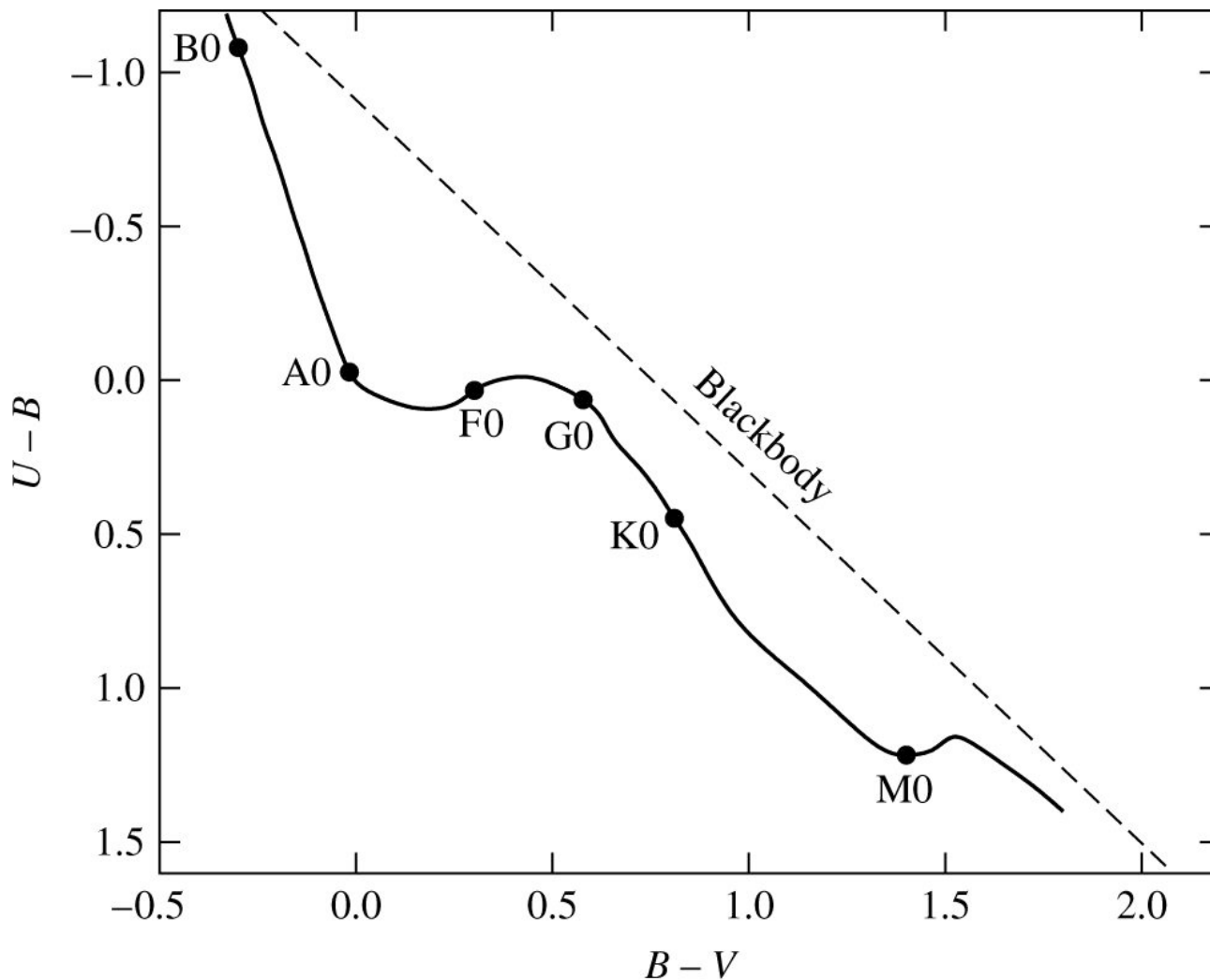


$$V = -2,5 \log \left(\int_0^{\infty} F_{\lambda} S_V d\lambda \right) + C_V$$

As constantes de calibração de um dado sistema fotométrico (C_V) e a sensibilidade do telescópio, CCD e filtros (S_V) são escolhidos de forma a definir o zero de magnitude ($V=0$).

Diagrama Cor-Cor

A relação $U-B$ e $B-V$ para as estrelas da Sequência Principal mostra que as estrelas não se comportam exatamente como corpo negro*.



(*) No Cap. 9 veremos que parte da luz é absorvida na atmosfera estelar

BIBLIOGRAFIA

- Carroll & Ostlie (2007, Cap. 3)
- Karttunen et al. (1997, Cap. 4)
- Estrelas (“O Céu Que Nos Envolve – Cap. 7)

Exercícios

1. Uma estrela variável muda de brilho por um fator 2. Em quanto sua magnitude aparente é alterada?

$$F_B = 2 F_A$$

2. A magnitude V observada em duas estrelas é 7,5 mag para ambas, mas suas magnitudes no azul são $B_1=7,2$ e $B_2=8,7$. Qual é o índice de cor $[B-V]$ de cada estrela? Qual é a mais quente?

$$m_V = V \rightarrow V_1 = V_2 = 7,5 \text{ mag}; (B-V)_1 = B_1 - V_1$$

Exercício 3

Duas estrelas A e B têm luminosidades 80 e $5 L_{\odot}$ respectivamente. Ambas são observadas com o mesmo brilho (magnitude) aparente. Se a estrela B tem distância de 100 pc, qual é a distância da estrela A?

Resp. Exercício 3

Duas estrelas A e B têm luminosidades 80 e $5 L_{\odot}$ respectivamente. Ambas são observadas com o mesmo brilho (magnitude) aparente. Se a estrela B tem distância de 100 pc, qual é a distância da estrela A?

$$m = C - 2,5 \log F$$

$$F = \frac{L}{4\pi d^2}$$

$$L_A = 80 L_{\odot} \text{ e } L_B = 5 L_{\odot} ; m_A = m_B$$

$$m_A = C - 2,5 \log \frac{L_A}{4\pi d_A^2}$$

$$m_B = C - 2,5 \log \frac{L_B}{4\pi d_B^2}$$

$$\frac{L_A}{4\pi d_A^2} = \frac{L_B}{4\pi d_B^2}$$

$$\frac{80}{5} = \left(\frac{d_A}{d_B} \right)^2 \Rightarrow \frac{d_A}{d_B} = \sqrt{16}$$

$$d_A = 4d_B$$

Exercícios

4. Se uma estrela tem magnitude aparente $-0,4$ e paralaxe $0,3''$, qual é seu modulo de distância? Qual é sua magnitude absoluta?

$$d(\text{pc}) = 1/p('')$$

$$m - M = 5 \log \frac{d}{10}$$