

**Conceitos Básicos no Ensino de Astronomia - MPA5001**

**Enos Picazzio - IAGUSP**

# **MECÂNICA DO SISTEMA SOLAR, ÓRBITAS E GRAVIDADE**

*Notas de aula. Não é autorizada reprodução total ou parcial deste material para outras finalidades*



## 10 ESFERAS

1ª à 7ª  
planetas ptolomaicos

8ª  
estrelas fixas, morada  
da Igreja triunfante,

9ª  
"Primum Mobile"

10ª  
morada de Deus,  
rodeado por nove  
anéis de anjos..

# Os Modelos de Movimentos Planetários

**Vamos focalizar os modelos de movimentos planetários,  
NÃO a Cosmologia antiga**

## **O “calcanhar de Aquiles”:**

- ✓ “Laçadas” dos planetas ( $O \rightarrow L \rightarrow O \rightarrow L$ )
- ✓ Fases dos planetas

## **Os equívocos:**

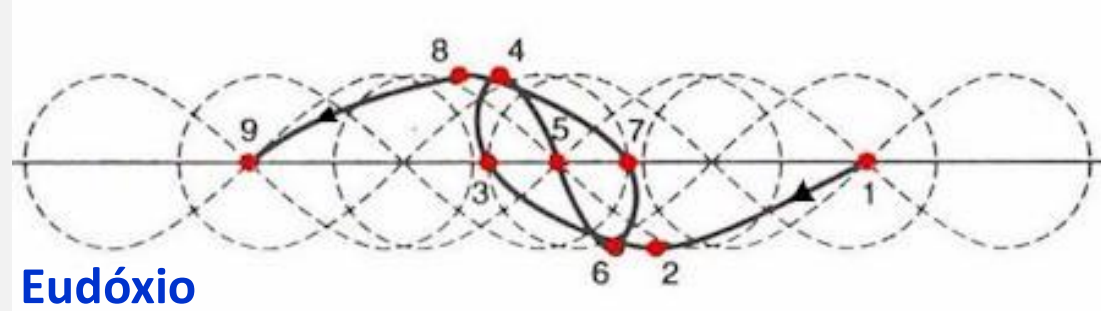
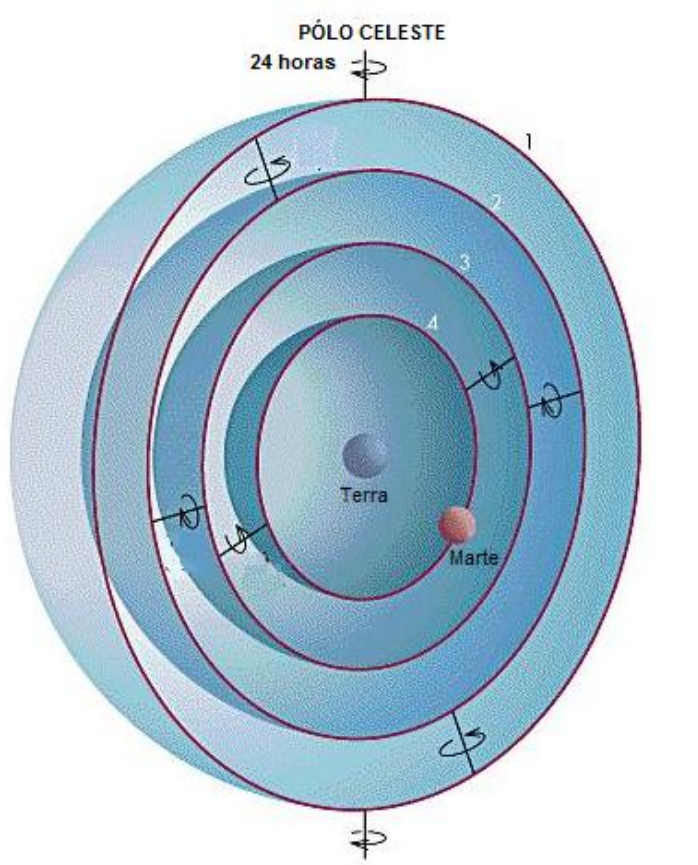
- ✓ Órbitas circulares
- ✓ Movimentos uniformes
- ✓ Terra no centro

## **As soluções:**

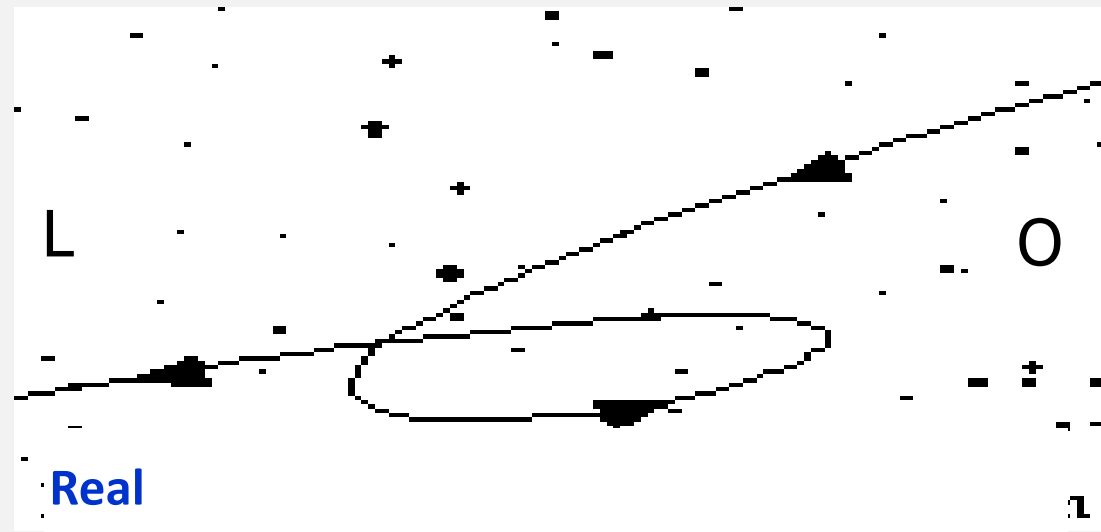
- ✓ Contornar as limitações das órbitas circulares e movimentos uniformes com artifícios
- ✓ Observações mais precisas
- ✓ Leis de Kepler, Galileu e Newton

# Eudócio de Cnidus (390 – 337 a.C.)

**ESFERAS CONCÊNTRICAS:**  
Terra no centro (comum a todas)  
Eixos não coincidentes  
Rotações em sentidos opostos



Eudócio



Real

# Claúdio Ptomoleu (87 – 151 d.C)



Último astrônomo importante da antiguidade. Egípcio, mas de descendência grega, viveu em Alexandria.

Ptolomeu resumizou todo o conhecimento astronômico grego, incluindo contribuições significativas próprias.



## Almagesto

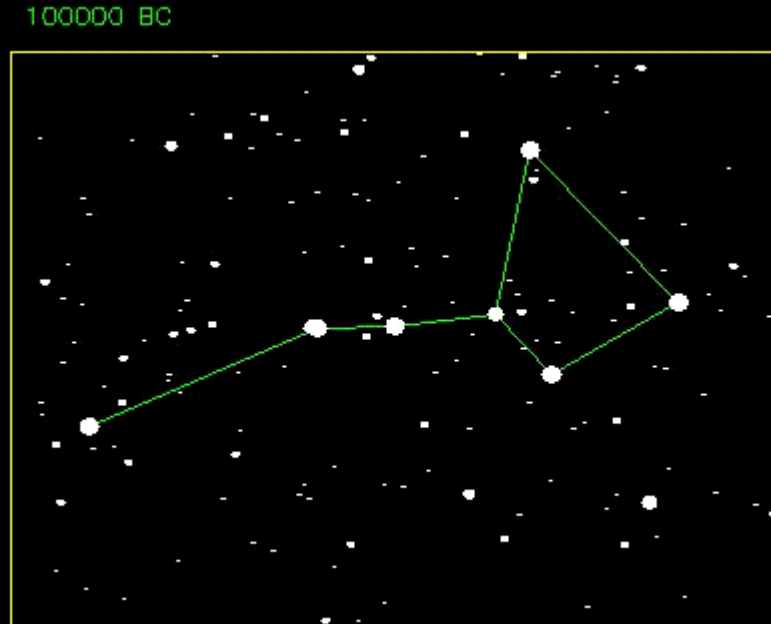
Treze volumes. A maior fonte de conhecimento sobre a Astronomia na Grécia.

# Claúdio Ptomoleu (87 – 151 d.C)

## A estrutura de mundo da época



Esferas concêntricas com a Terra no centro. A última esfera, a grande motora, era a das estrelas; estas permaneciam fixas sobre ela.



O movimento próprio\*, mostrado acima por setas em vermelho) das estrelas não era perceptível com os instrumentos rudimentares da época

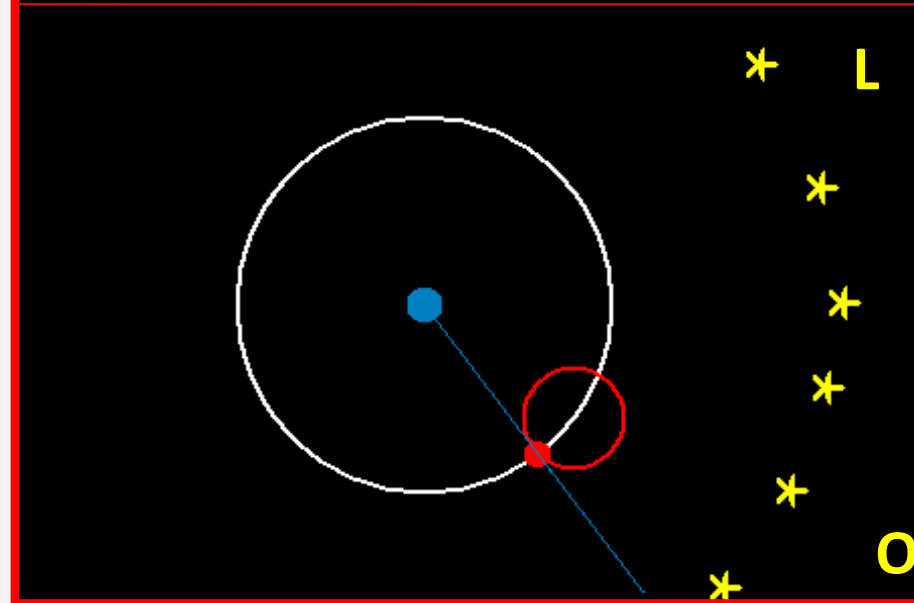
(\* ) é o movimento aparente das estrelas, perpendicular à linha de visada, medido em segundos de arco por ano.

# Claúdio Ptomoleu (87 – 151 d.C)

Ptolomeu explica a complexidade dos movimentos dos planetas, com um esquema complexo de epiciclos e deferentes e equantes.

Visto do equante o movimento era uniforme.

Visto da Terra a velocidade do planeta é variável.

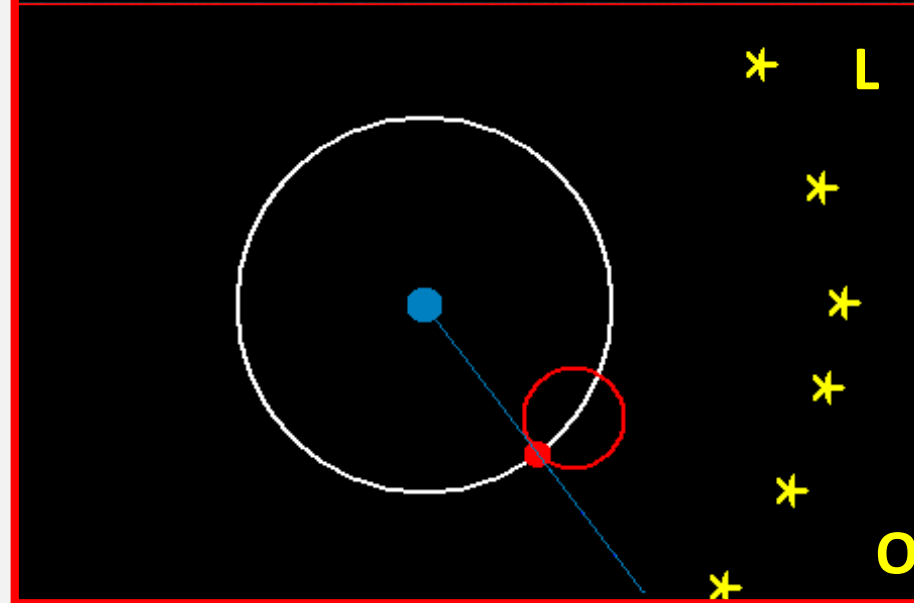
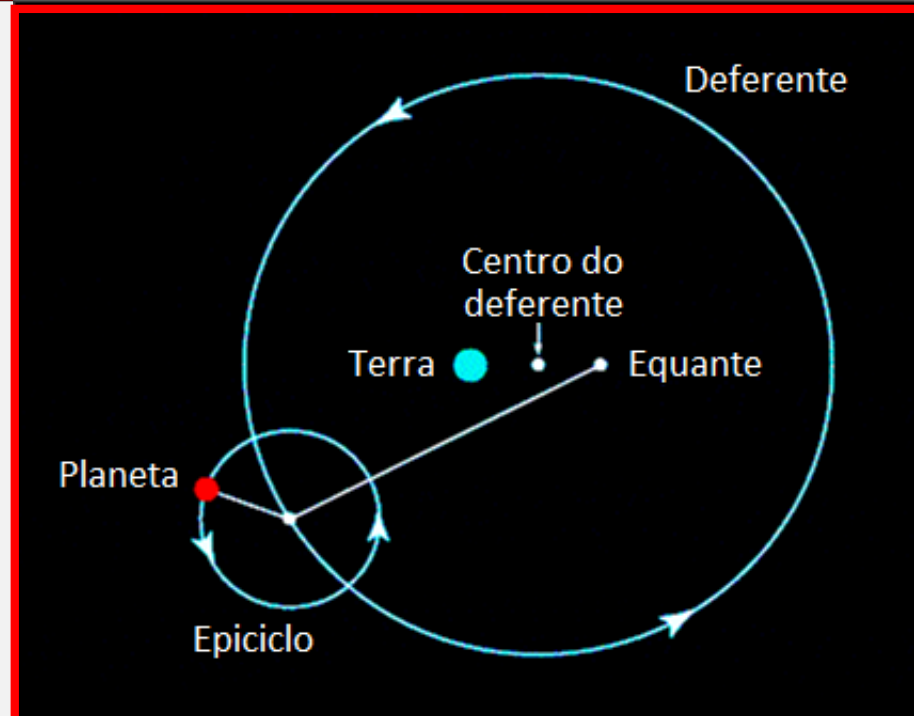


# Claúdio Ptomoleu (87 – 151 d.C)

Ptolomeu explica a complexidade dos movimentos dos planetas, com um esquema complexo de epiciclos e deferentes e equantes.

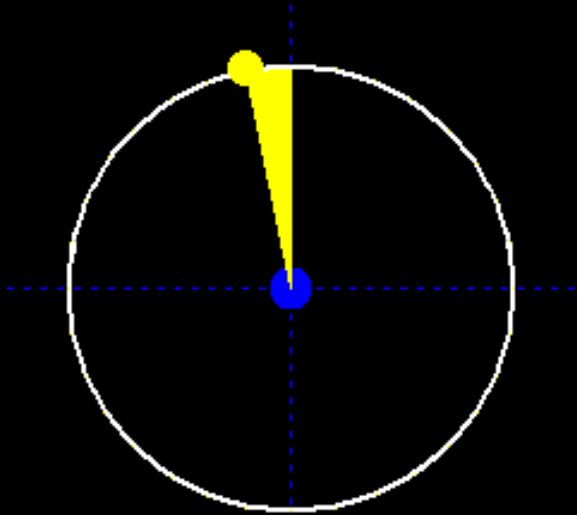
Visto do equante o movimento era uniforme.

Visto da Terra a velocidade do planeta é variável.

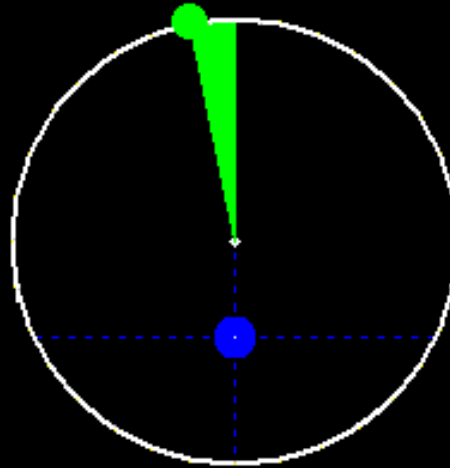




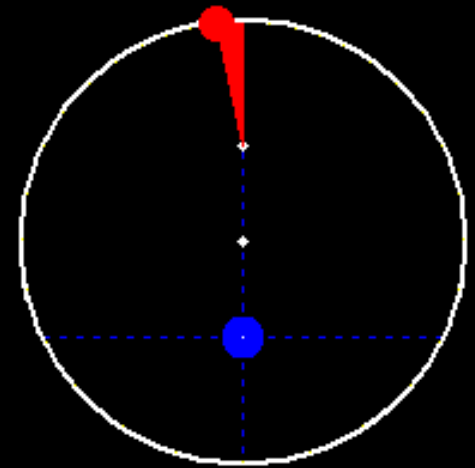
# Movimentos circulares



Centro na Terra

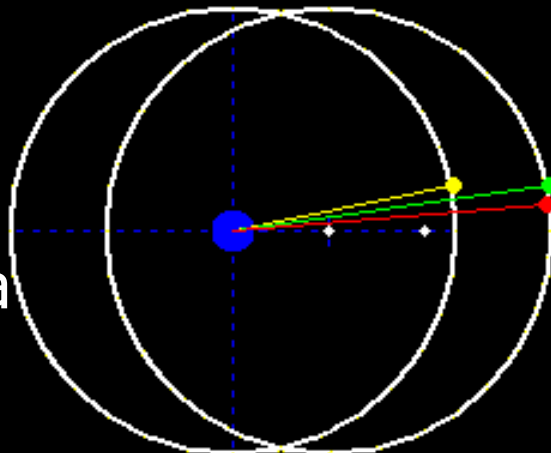


Terra fora do centro



Terra e Equante  
fora do centro

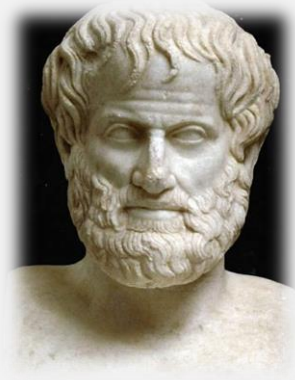
animação Antikitera



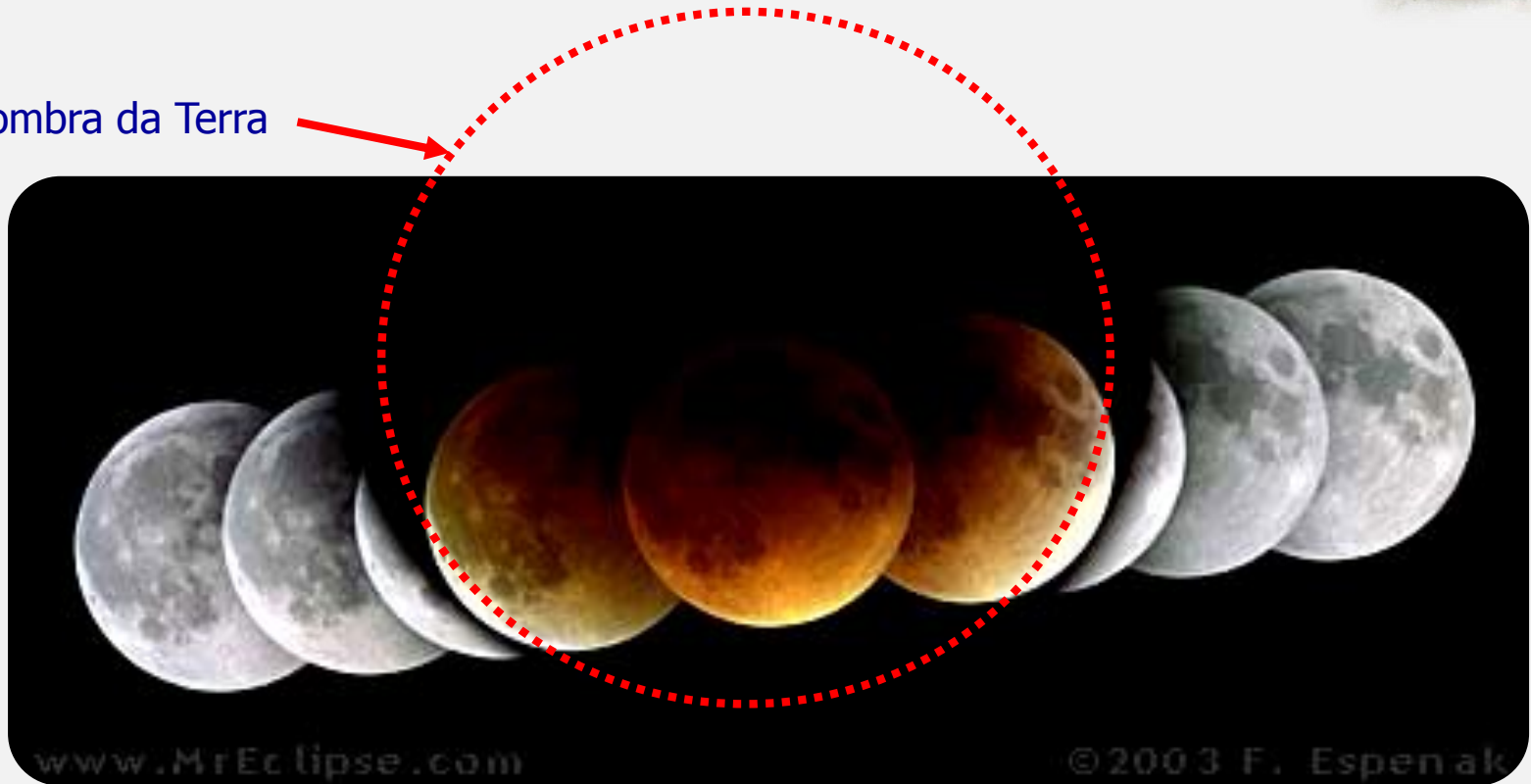
Visão da Terra

# Aristóteles (324-322 a.C)

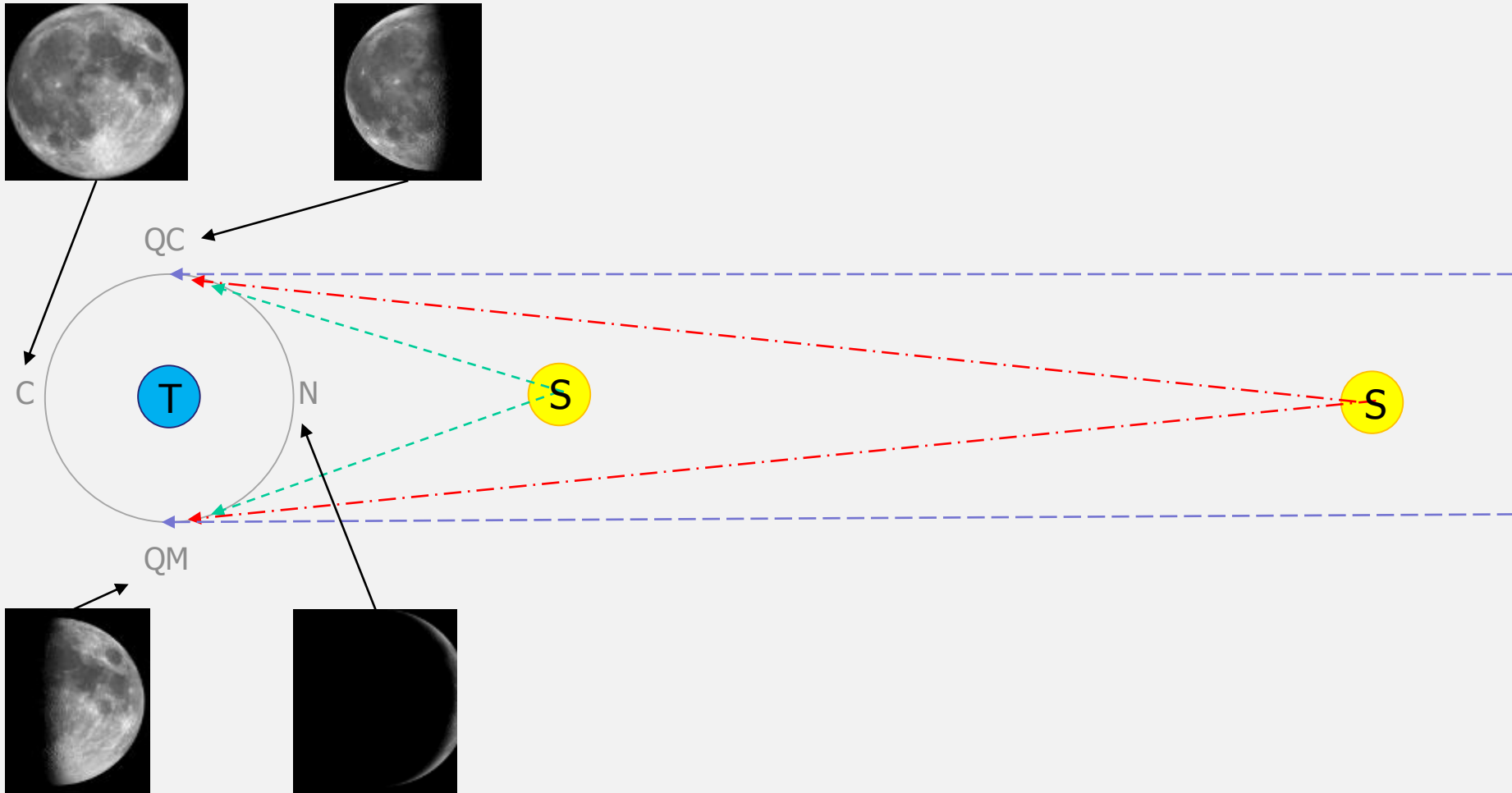
Usou a forma aparente da sombra da Terra para mostrar que ela era uma esfera.



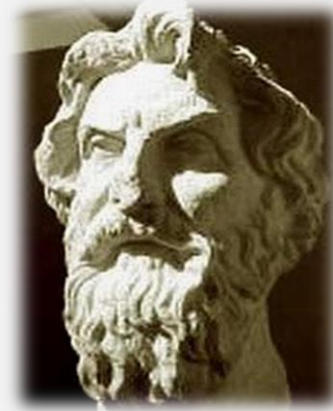
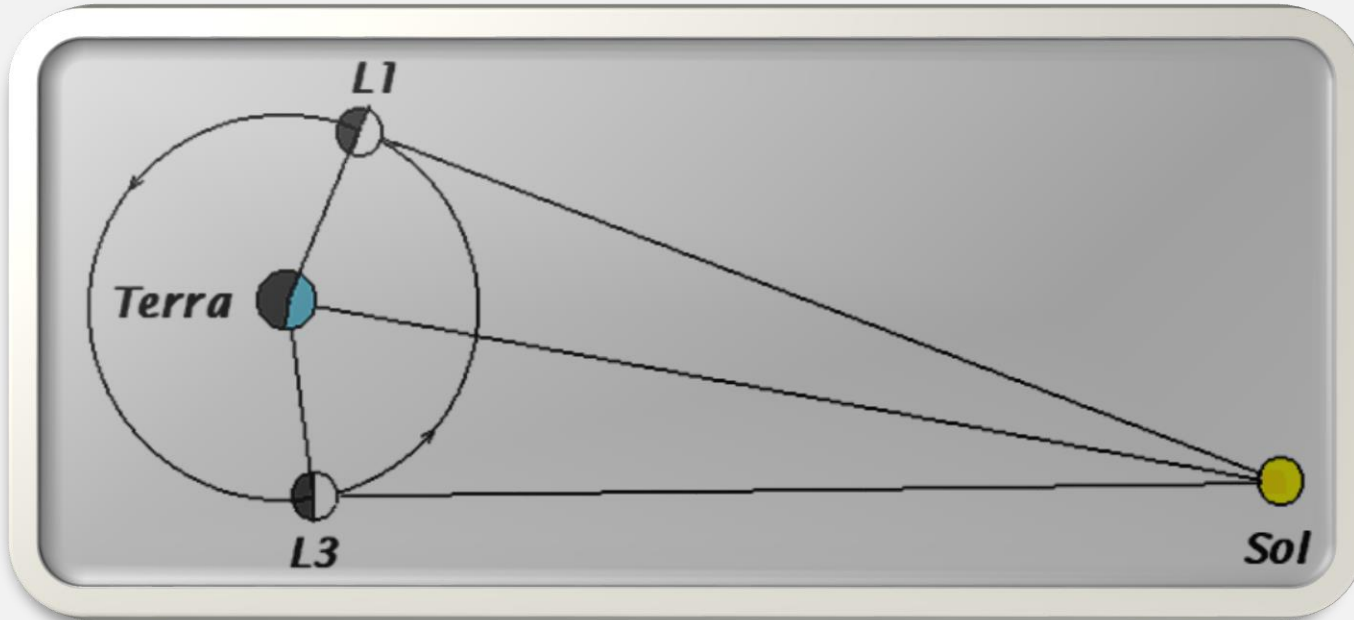
sombra da Terra



# Configuração das fases lunares



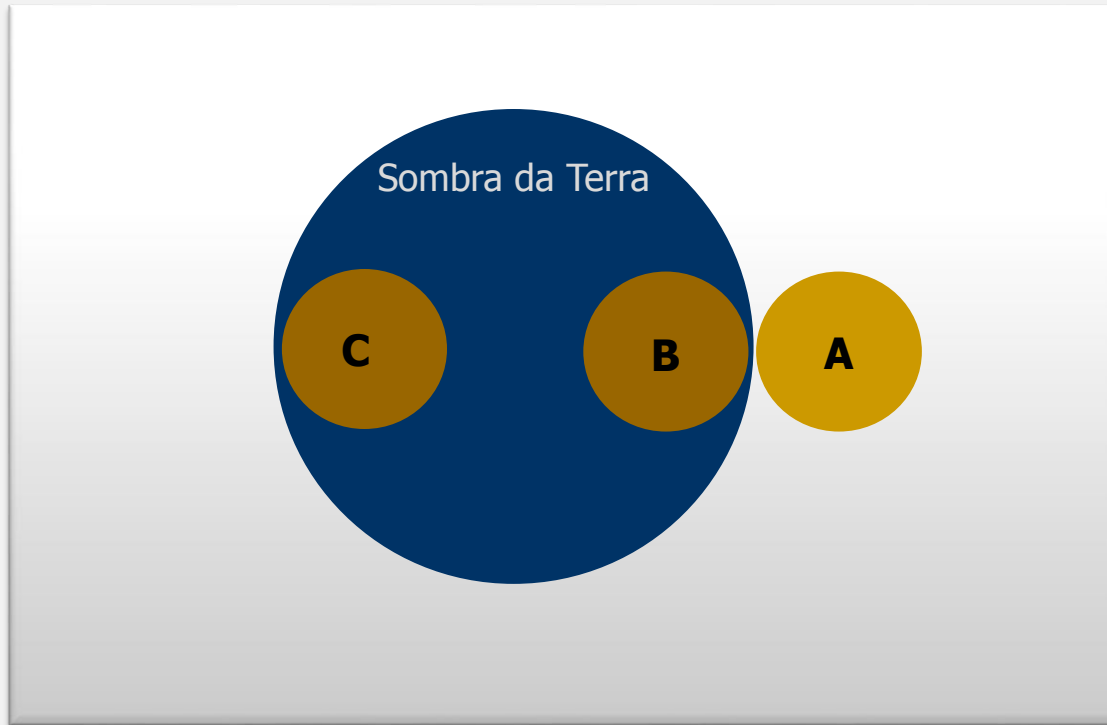
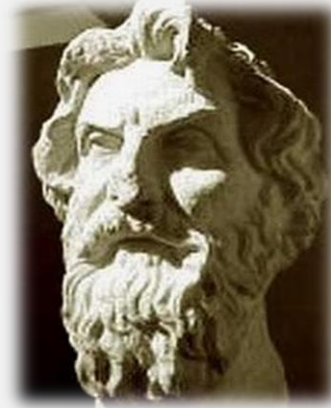
# Aristarco de Samos (280 a.C.)



- Intervalos de tempo entre L1 e L3 e L3 e L1 são praticamente iguais → os raios de luz são quase paralelos → então, o Sol está bem mais longe que a Lua
- Como os diâmetros aparentes são praticamente iguais, → então o Sol é bem maior
- Conclusão: o Sol deve estar no centro do universo, não a Terra.

# Aristarco de Samos (280 a.C.)

- **Aristarco de Samos (280 a.C.):** criou um método para medir tamanhos e distâncias relativos da Lua, Terra, Sol: *a Terra tem quase o tamanho da sombra, e esta é quase 3 vezes o diâmetro da Lua.*
- Valor real:  $6.378\text{km} / 1.738\text{km} = 3.7$  vezes)



- Tempo decorrido entre A e B é proporcional ao diâmetro da Lua.
- Tempo decorrido entre B e C é proporcional ao diâmetro da sombra da Terra (~ Terra).

# Nicolau Copérnico (1472-1543)

Imagem reconstruída com técnicas forenses, a partir do crânio de Copérnico.

- Aprimorou o sistema discutido por Aristarco de Samos, com o Sol no centro do movimento

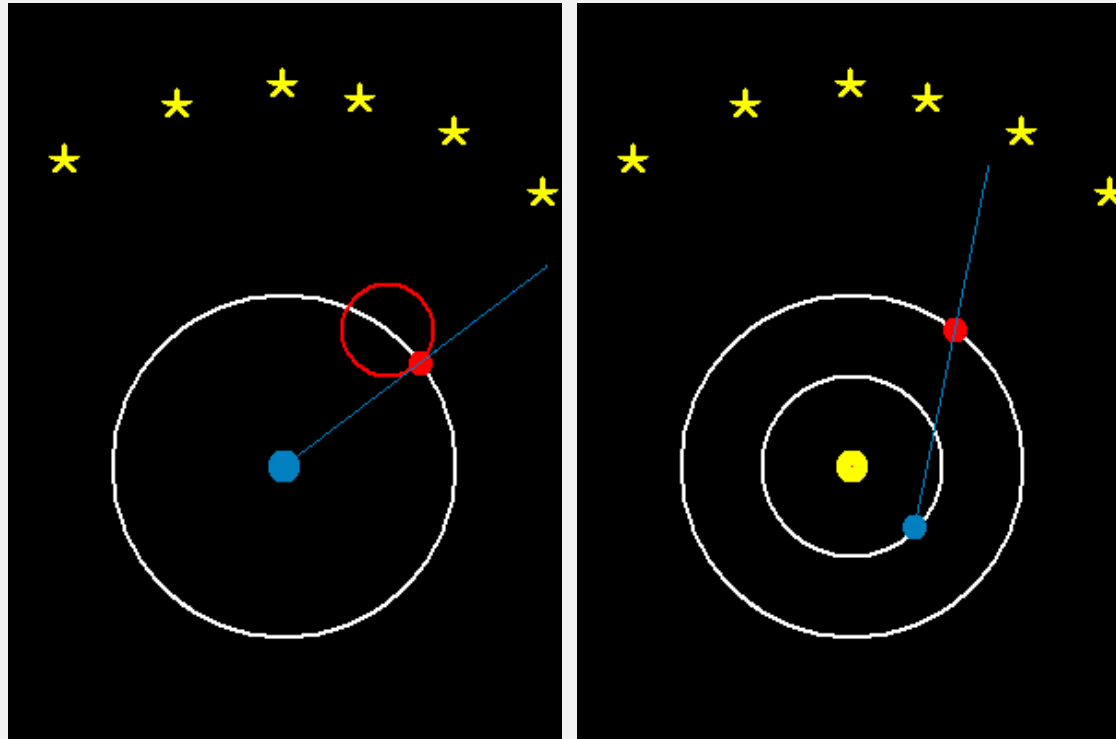


- Ele manteve o sistema de esferas concêntricas, com os planetas girando em órbitas circulares
- Seu trabalho só foi publicado 1 ano após a sua morte
- Seu modelo não foi prontamente aceito

# Movimento Retrógrado

Ptolomeu e Copérnico

Movimento  
de Marte



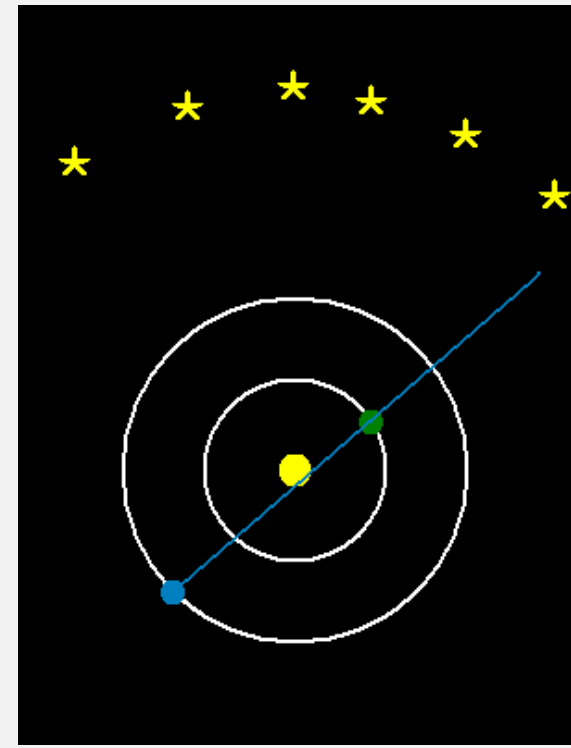
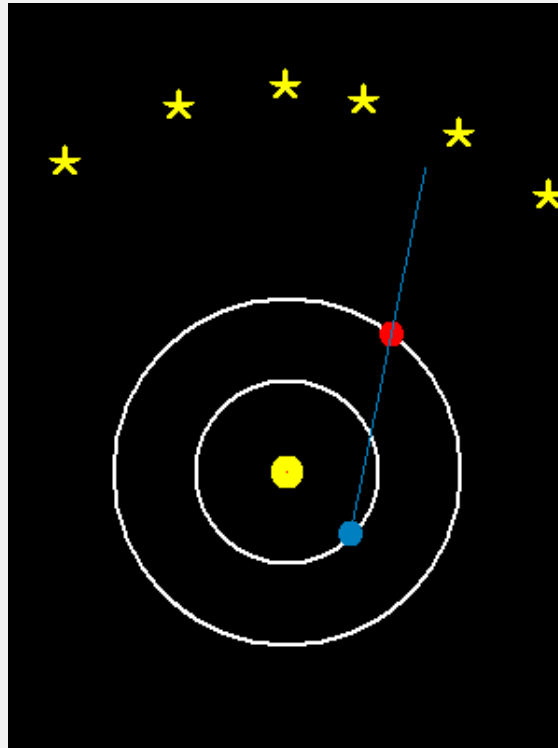
- 
- No heliocentrismo, a explicação do movimento retrógrado aparente é mais simples.
  - A precisão crescente na determinação das posições implicava em maiores dificuldades de explicação.

# Movimento Retrógrado

Marte

Vênus

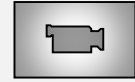
Modelo  
Copernicano





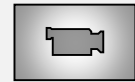
# Fases de Vênus

## Ptolomaico



<http://astro.unl.edu/classaction/animations/renaissance/ptolemaic.html>

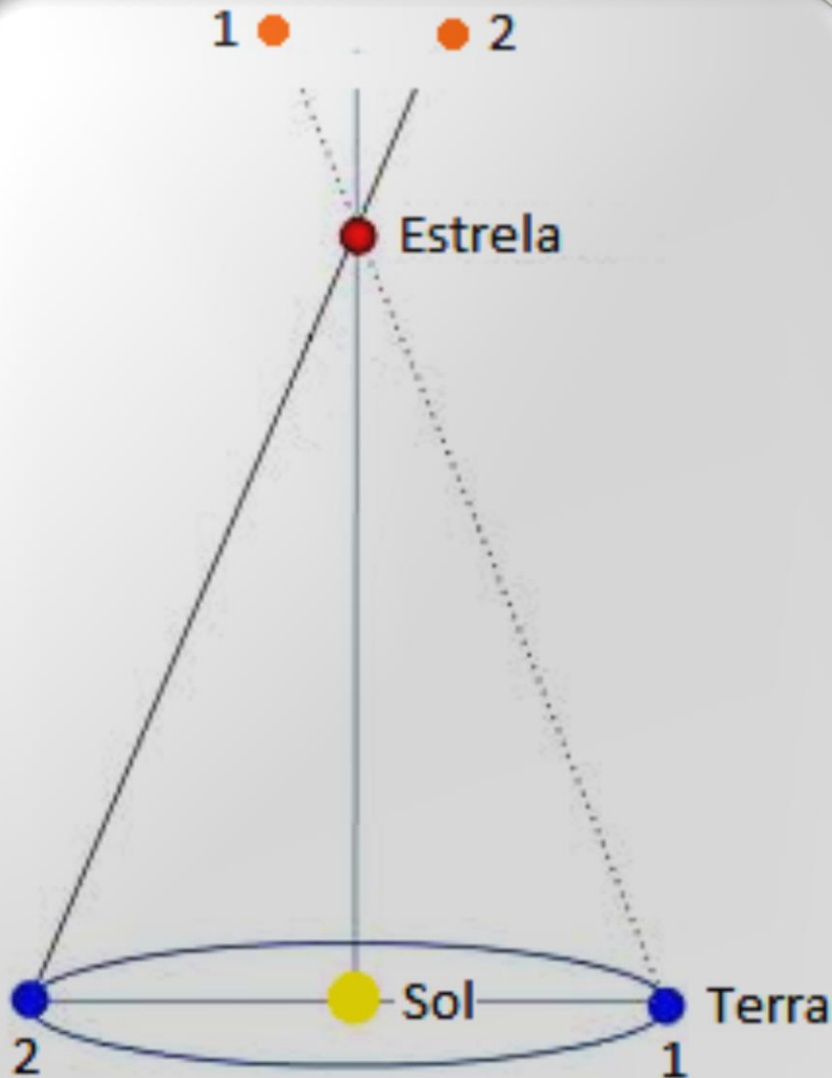
## Copernicano



<http://astro.unl.edu/classaction/animations/renaissance/venusphases.html>

**Heliocentrismo explica melhor as fases observadas**

# O problema da paralaxe



Apesar de o modelo heliocêntrico solucionar as dificuldades do modelo geocêntrico, permanecia em aberto a questão da paralaxe:

*Por que a posição aparente das estrelas não mudava durante o movimento da Terra em torno do Sol?*

# Tycho Brahe (1546-1601)



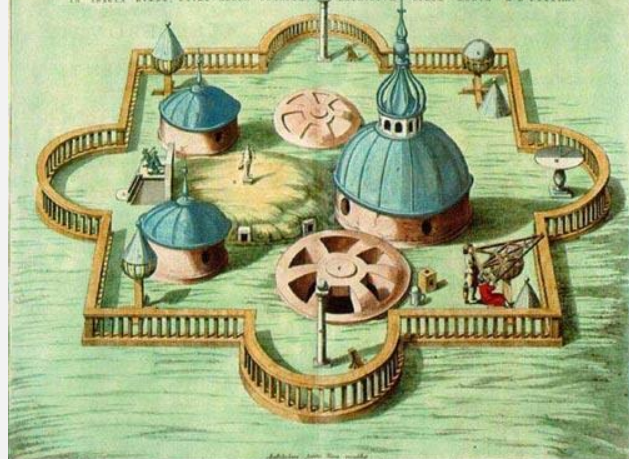
Dinamarquês

# Tycho Brahe (1546-1601)

1584 - Uraniburgo, Ilha de Vem, no Öresund, entre Dinamarca e Suécia



STELLEBURGUM seu OBSERVATORIUM SUBTERRANEUM A TYCHONE BRAHE



Stjärneborg. Copper etching from Blaeu's Atlas Major, 1663.

## QVADRANS MVRALIS SIVE TICHONICVS.



**Precisão:**

Tycho Brahe:  
2'

Satélite  
Hipparcos  
(1998):  
0,001" de arco  
(8 milionésimos)

Satélite Gaia  
(futuro):  
0,00001"  
80 bilionésimos

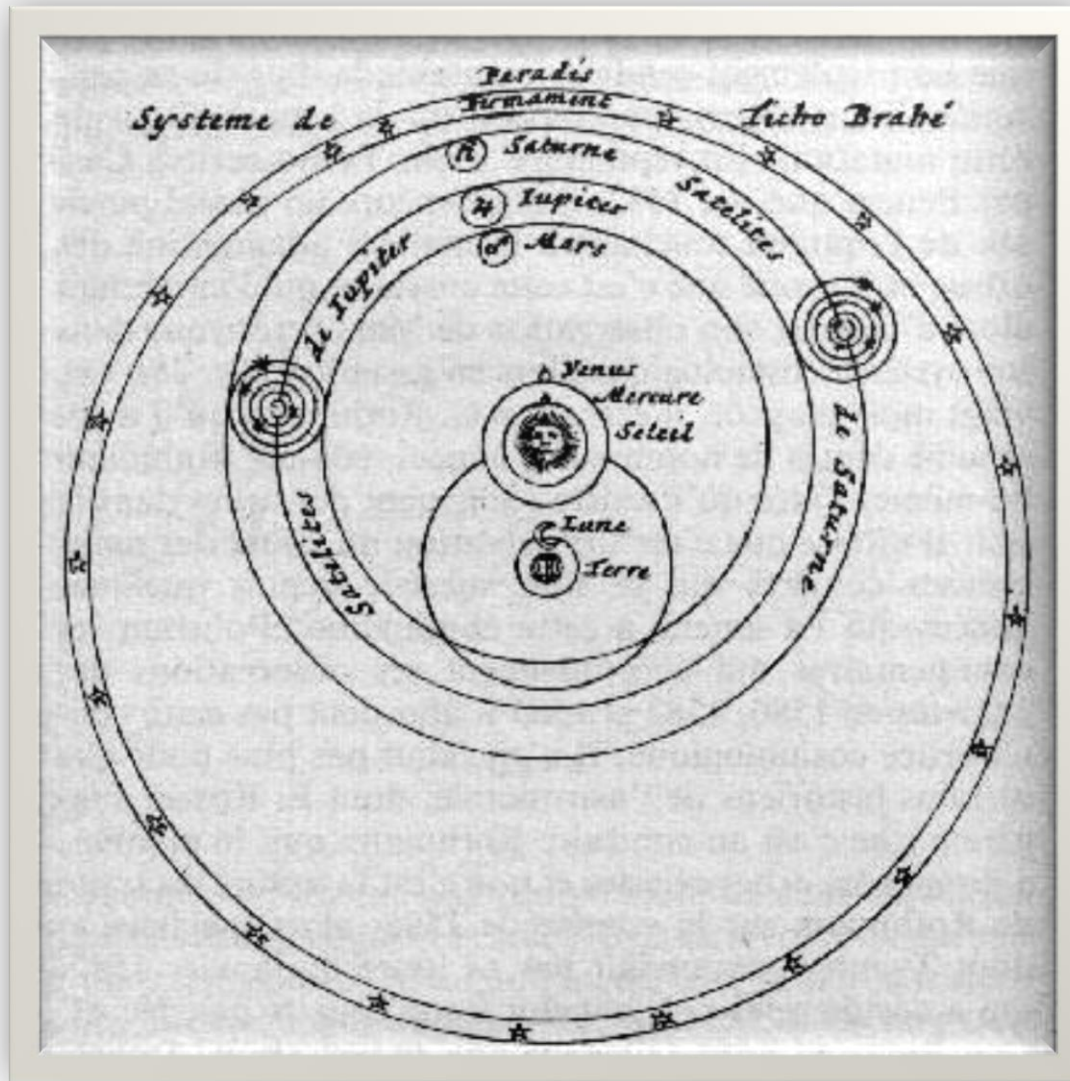
# Tycho Brahe (1546-1601)

Brahe passou décadas observando e registrando as posições dos planetas no céu.

Em 1572 observa uma supernova e em 1577 observa um cometa. Mediu as paralaxes e mostrou que esses objetos estavam mais distante que a Lua e que o brilho da supernova variava.

Refutava a totalidade do modelo Copernicano porque não via paralaxe decorrente do movimento da Terra em torno do Sol

# Sistema Ticônico



Planetas orbitam o Sol.  
Sol e a Lua orbitam a Terra.

# Equivalências dos Modelos

## EQUIVALÊNCIA DE HIPÓTESES

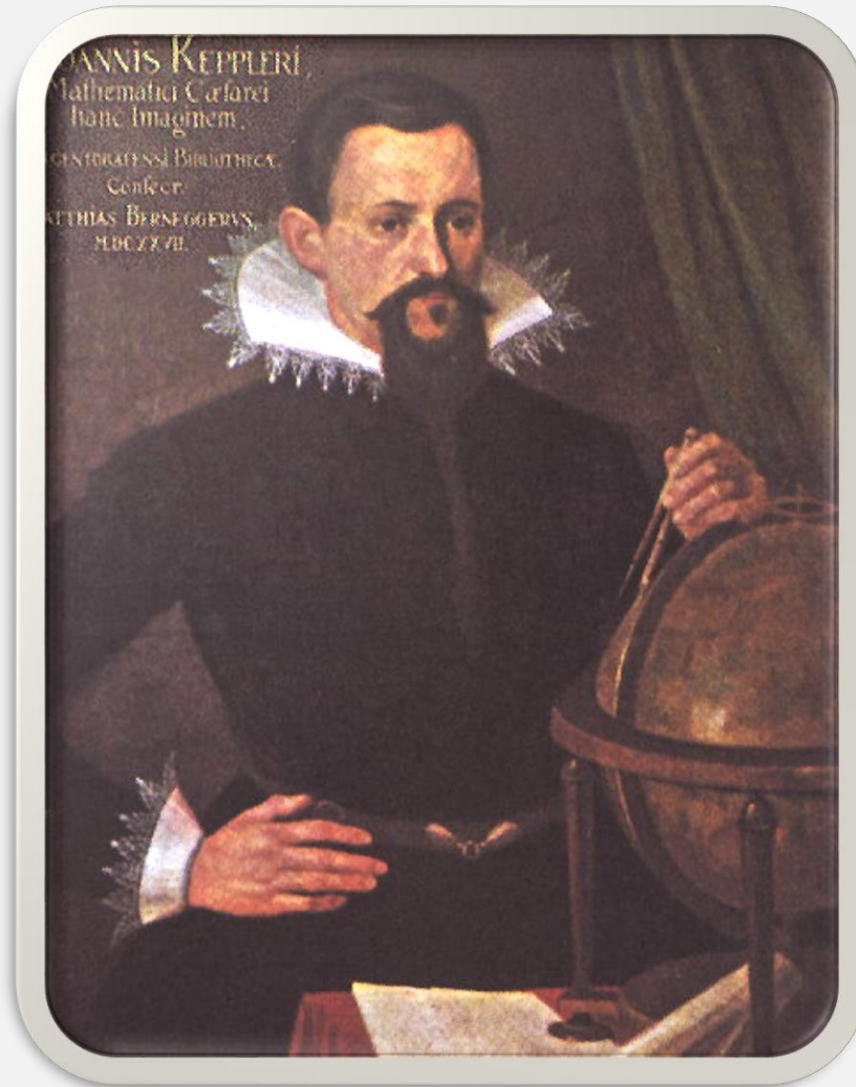
<http://science.larouhepac.com/kepler/newastronomy/part1/MegaEquivalence.swf>

# A Máquina de Anticítera (Antikythera)

Computador analógico. Previa posições astronômicas, eclipses, calendário, jogos atléticos (semelhante à Olimpíada) e astrologia. Artefato datado de 87 a.C. (Grécia Antiga), resgatado em 1901, juntamente com outros artefatos, na costa da ilha grega Anticítera, entre as ilhas de Citera e de Creta.



# Johannes Kepler (1571 – 1630)



Alemão

# Johannes Kepler (1571 – 1630)

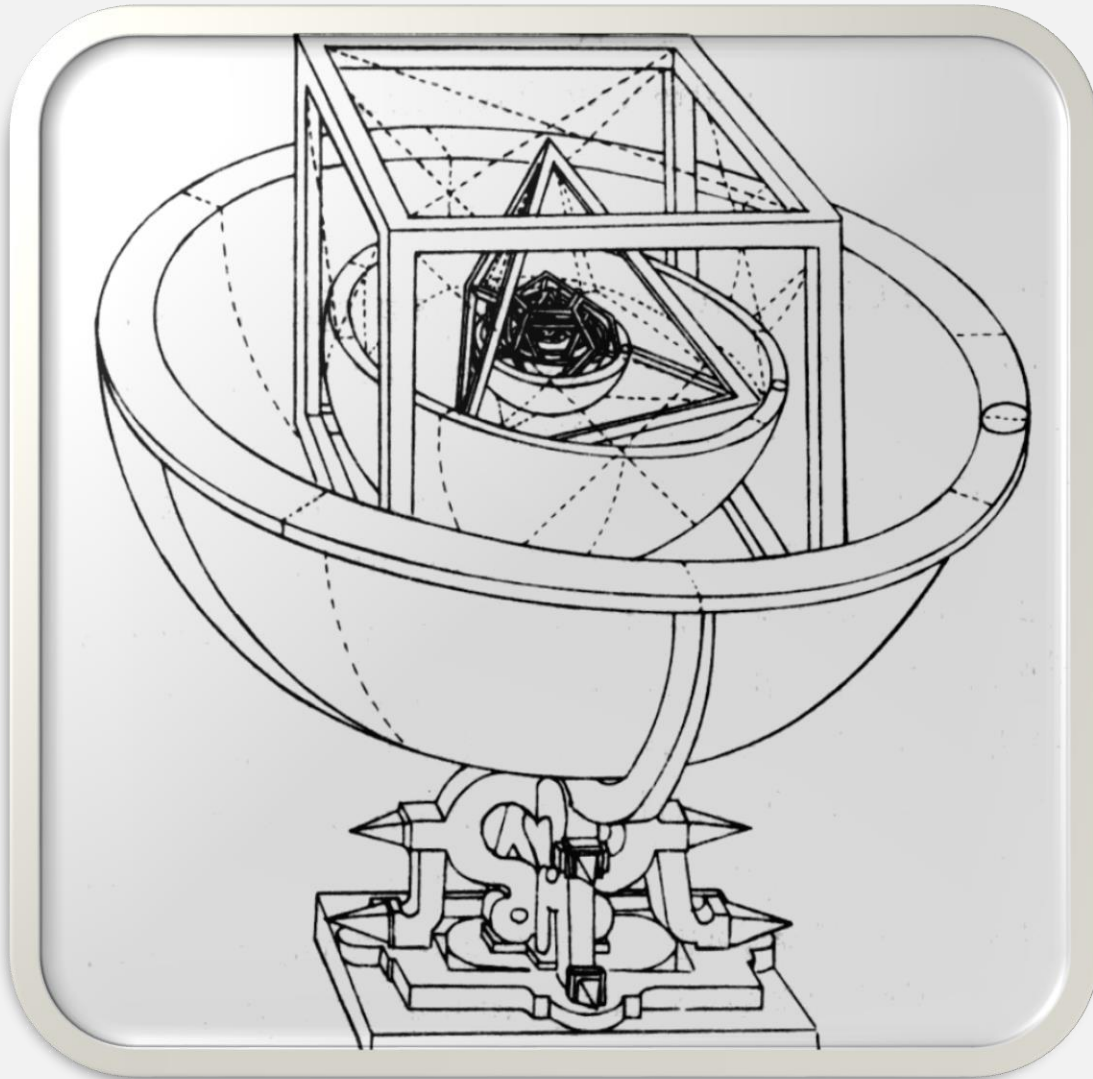
Fascinado pela simplicidade da teoria de Copérnico, pela geometria e pelos sólidos geométricos.

“Existem cinco sólidos perfeitos. Portanto, apenas seis esferas podem ser interpoladas entre eles... o número de planetas é consequência do número de sólidos perfeitos!... o Sol no centro, seguido da esfera de Mercúrio, cercada por um octaedro. Depois a esfera de Vênus, cercada por um icosaedro. A da Terra, cercada por um dodecaedro. A de Marte, por um tetraedro. A de Júpiter, por um cubo. E, por fim, a esfera de Saturno. É essa a solução do mistério cósmico”

[A Harmonia do Mundo, Marcelo Gleiser, Cia. das Letras]

# Johannes Kepler (1571 – 1630)

Fascinado pela simplicidade da teoria de Copérnico, pela geometria e pelos sólidos geométricos.



Esfera de Saturno

- Cubo -

Esfera de Júpiter

- Tetraedro -

Esfera de Marte

- Dodecaedro -

Esfera da Terra

- Icosaedro -

Esfera de Vênus

- Octaedro -

Esfera de Mercúrio

# Johannes Kepler (1571 – 1630)

Iniciou a análise com os dados de Marte.

## Admitiu

- órbita terrestre circular (mantinha fixa a distância heliocêntrica)
- período de translação de 365 dias.

## Constatou

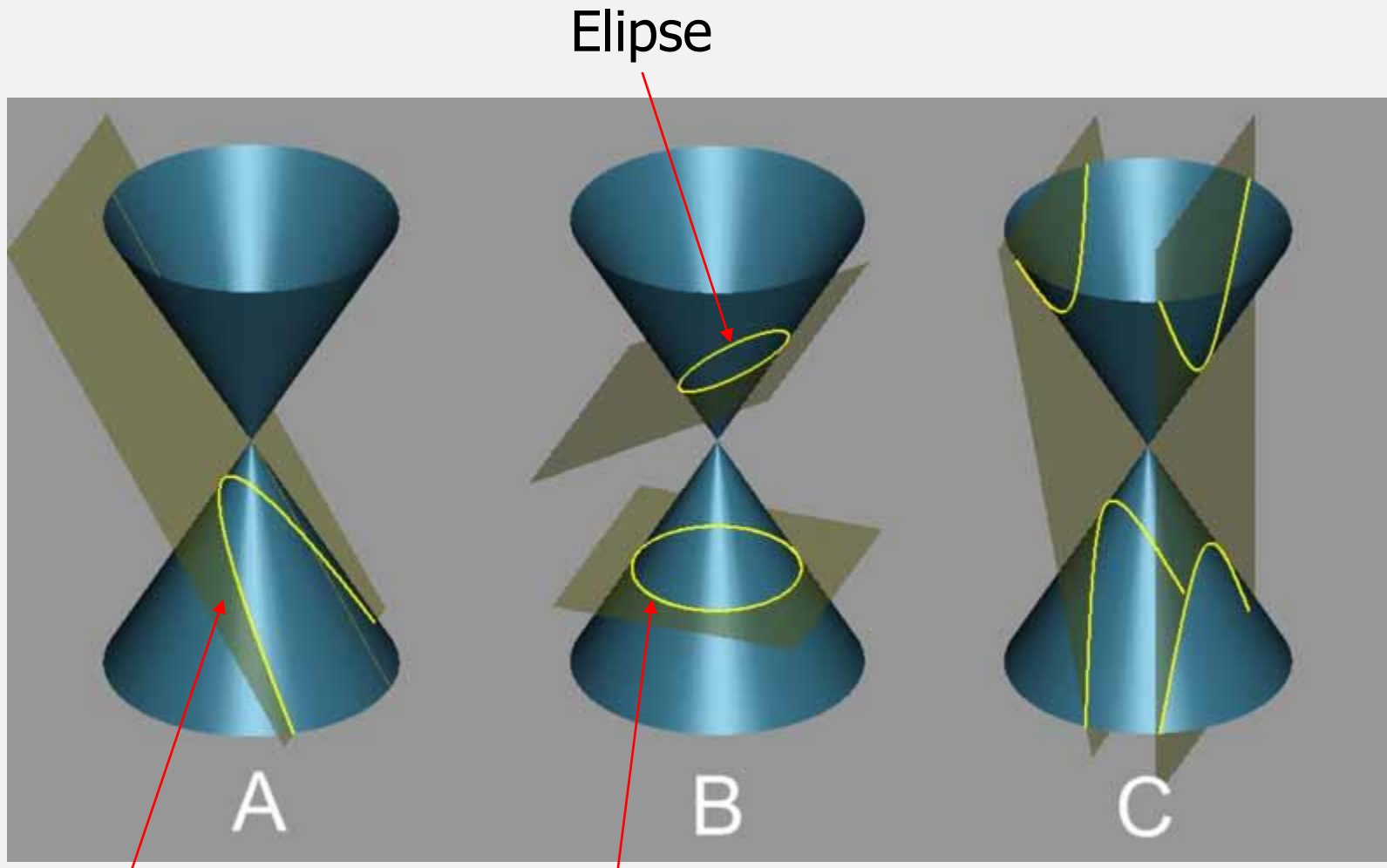
- a órbita de Marte não se ajustava a um círculo



## Obras:

- Mysterium Cosmographicum - Dioptrice
- Astronomic pars Optica -
- Astronomia Nova - De vero Anno, quo aeternus Dei Filius humanam naturam in Utero benedictae Virginis Mariae assumpsit - Stereometria, Harmonices Mundi e Epitome Astronomiae Copernicanae.

# Elipse (Cônica)



Elipse

A

B

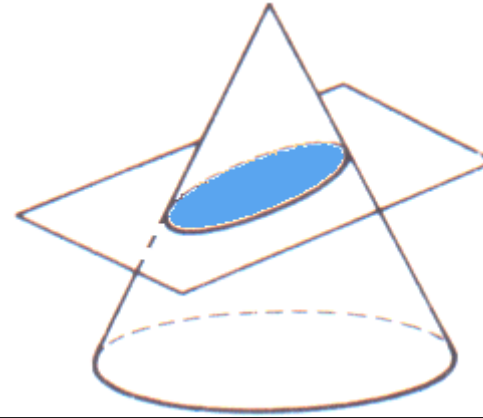
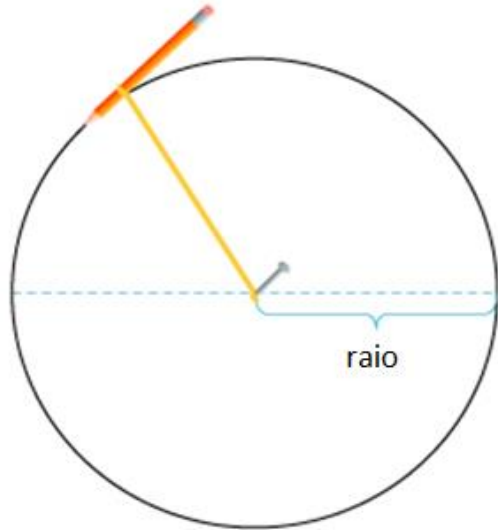
C

Parábola

Círculo

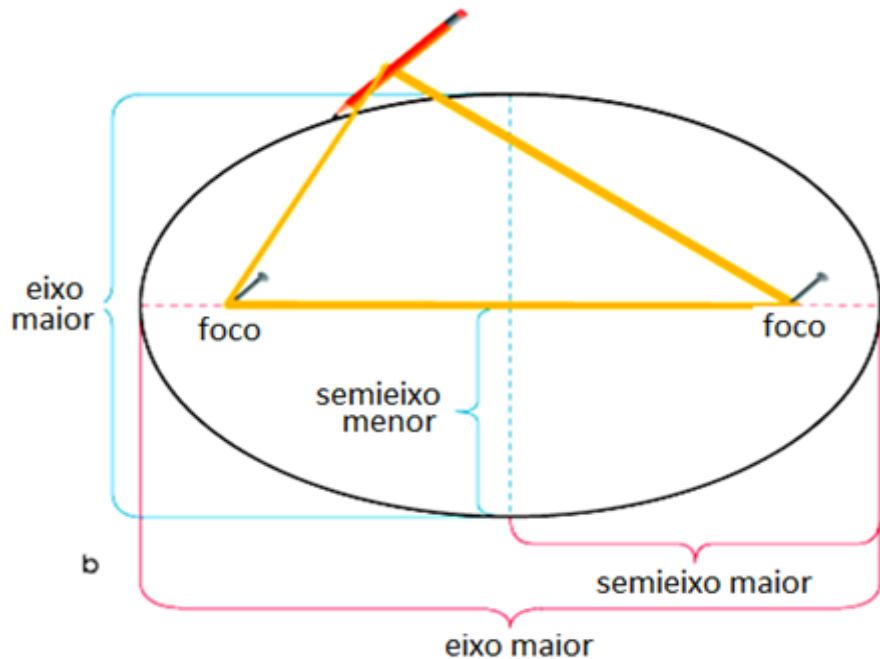
Hipérbole

# Elipse (Cônica)

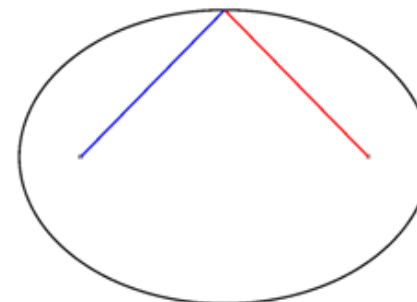


Círculo  
achatado  
não é  
elipse

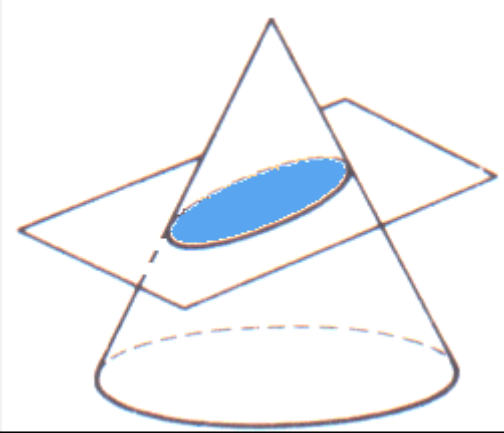
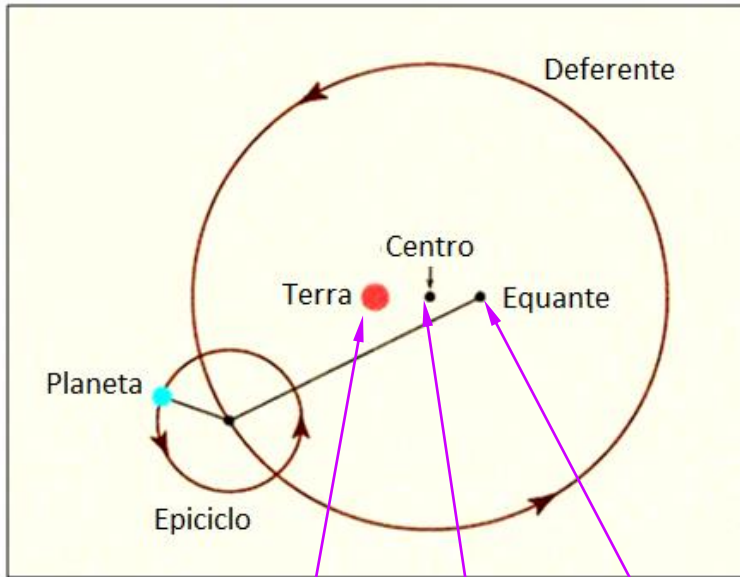
$$\text{excentricidade} = \frac{\text{distância entre pontos focais}}{\text{comprimento do eixo maior}}$$



comprimento  
— (5.000)  
— (5.000)  
— (10.00)

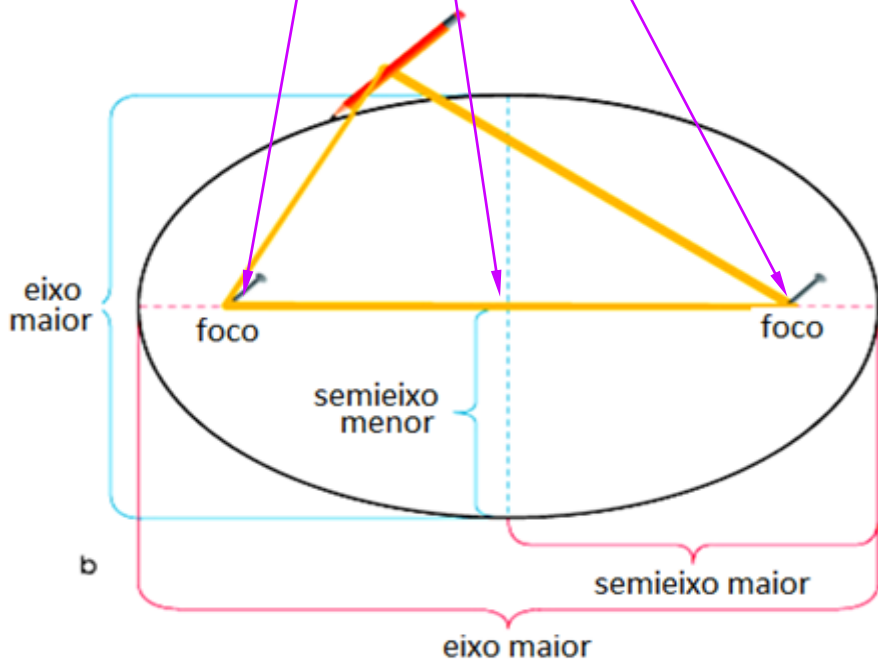


# Elipse (Cônica)



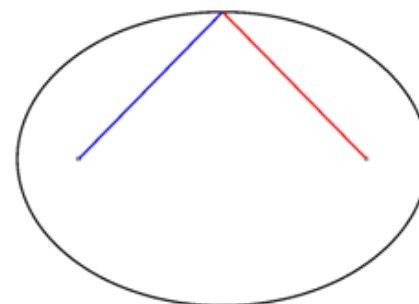
Círculo  
achatado  
não é  
elipse

$$\text{excentricidade} = \frac{\text{distância entre pontos focais}}{\text{comprimento do eixo maior}}$$



comprimento

— (5.000)  
 — (5.000)  
 — (10.00)

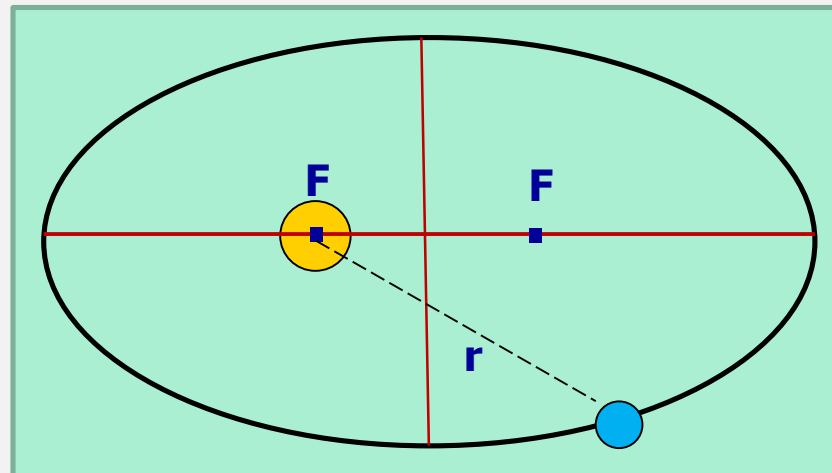


# Primeira Lei de Kepler (1609)

- 1a. Lei de Kepler do movimento planetário

Planetas movem-se em órbitas elípticas,  
com o Sol em um dos pontos focais

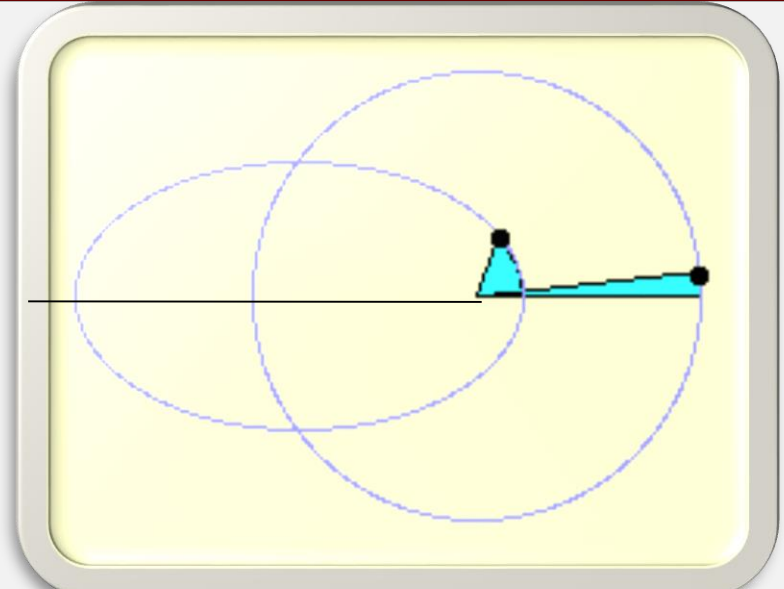
- Esta é uma conclusão empírica





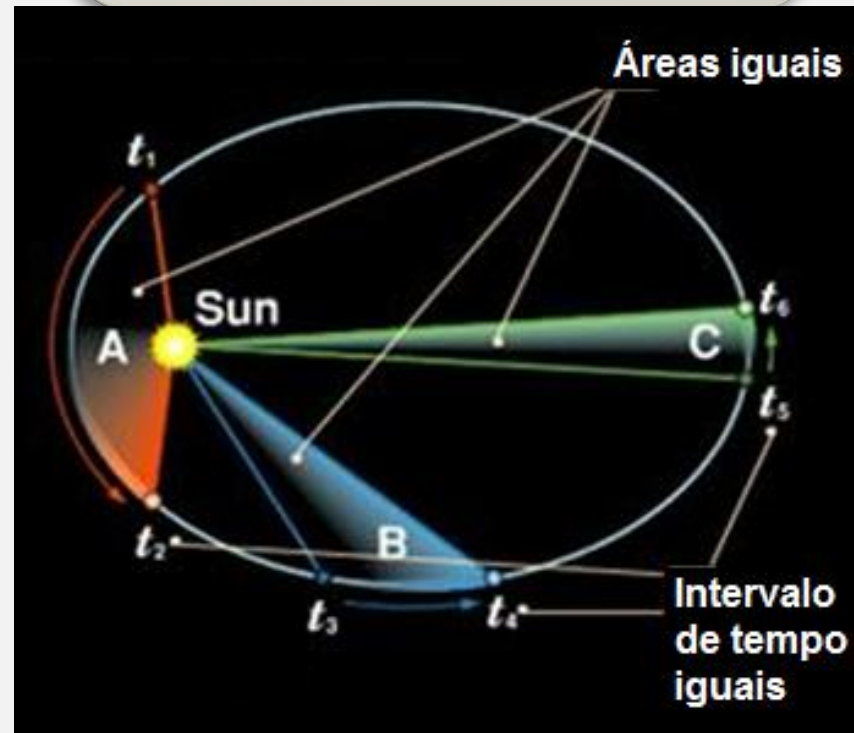
# Segunda Lei de Kepler (1609)

Planetas descrevem áreas iguais em tempos iguais



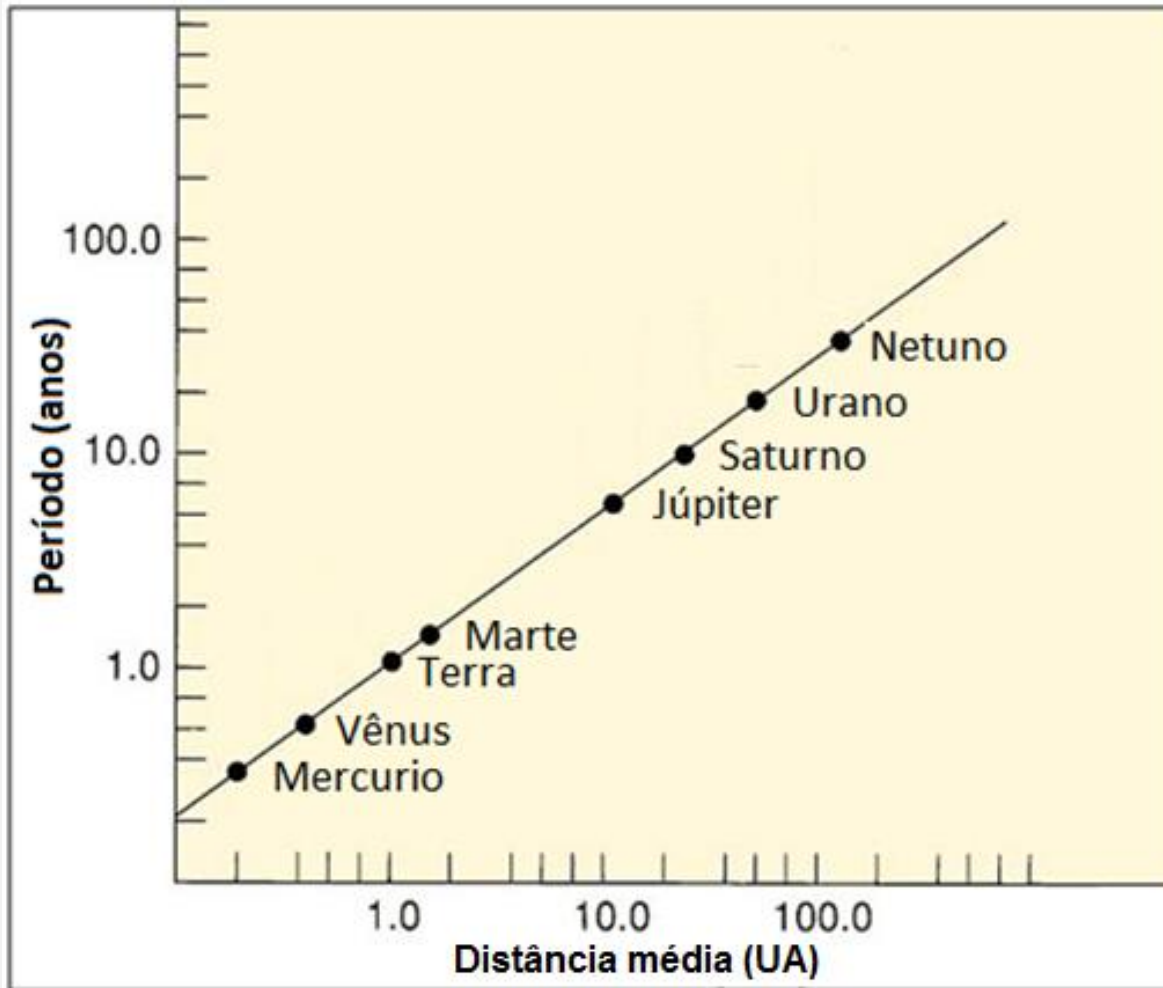
Os planetas:

- movem-se mais rápido quando estão mais próximos do Sol,
- e mais devagar quando estão mais distantes do Sol



# Terceira Lei de Kepler (1619)

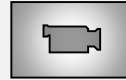
## Lei Harmônica



O quadrado do período orbital do planeta é igual ao cubo do semieixo maior da sua órbita

$$(P_{\text{anos}})^2 = (A_{\text{UA}})^3$$

# Leis de Kepler



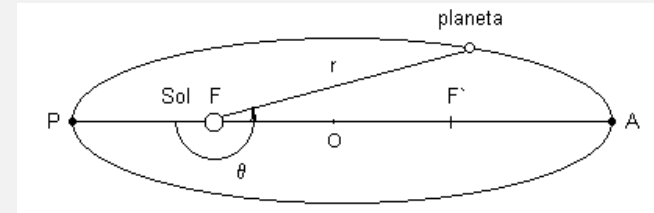
<http://astro.unl.edu/classaction/animations/renaissance/kepler.html>

# Leis de Kepler

## Representação matemática

1ª. Lei:

$$r = \frac{a(1 - e^2)}{1 + e \cos \theta}$$



2ª. Lei:

$$\frac{dA}{dt} = \frac{r^2}{2} \frac{d\theta}{dt} = \frac{r^2 \dot{\theta}}{2} = \frac{h}{2}$$

const.

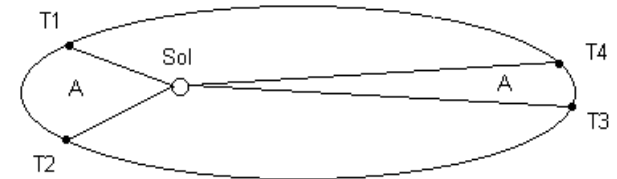
dist.

veloc.  
angular

const.

variáveis

momento  
angular

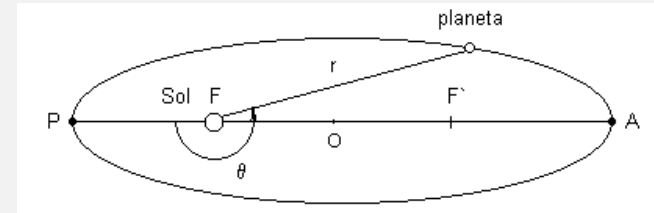


**conservação do momento angular:**  
velocidade aumenta quando distância diminui, vice-versa

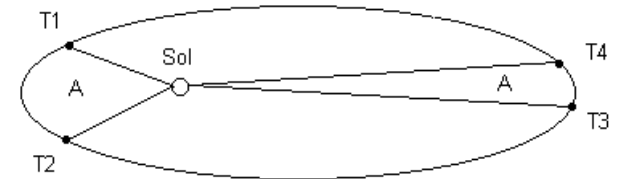
# Leis de Kepler

## Representação matemática

1ª. Lei: 
$$r = \frac{a(1 - e^2)}{1 + e \cos \theta}$$



2ª. Lei: 
$$\frac{dA}{dt} = \frac{r^2}{2} \frac{d\theta}{dt} = \frac{r^2 \dot{\theta}}{2} = \frac{h}{2}$$



3ª. Lei: 
$$a^3 = \text{const.} \cdot P^2 \quad \text{ou} \quad n^2 a^3 = \text{const.} \quad \text{com} \quad n = \frac{2\pi}{P}$$

# A Explicação

- **Leis de Kepler**
  - são excelentes para descrever o movimento dos planetas
  - mas não dizem por que eles se movimentam dessa forma
- **A resposta veio através de**

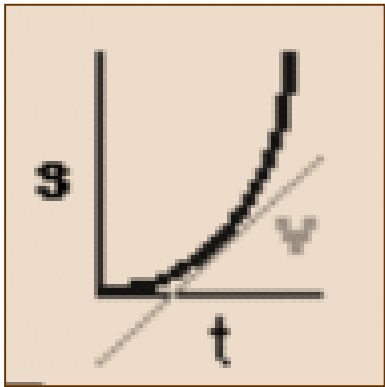
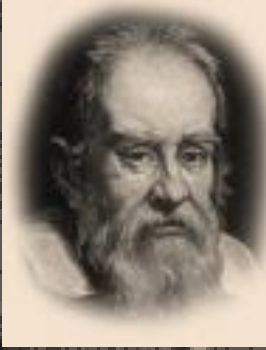
**Galileo Galilei**  
(1564-1642)



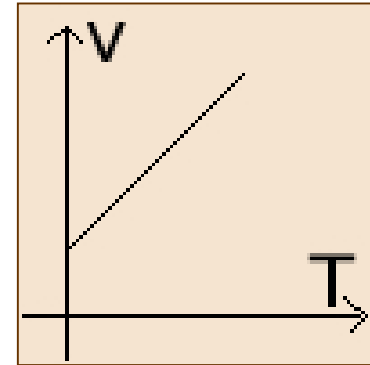
**Isaac Newton**  
(1642-1727)



# Estudos de Galileu

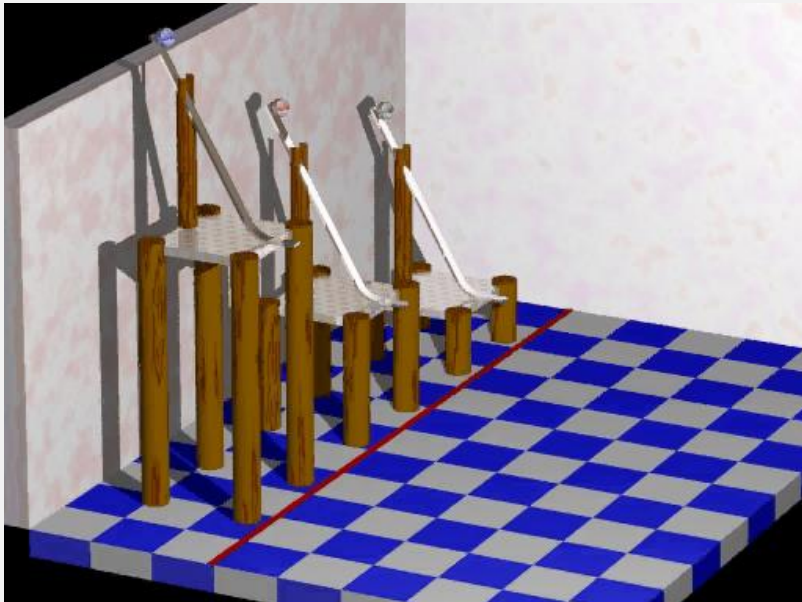
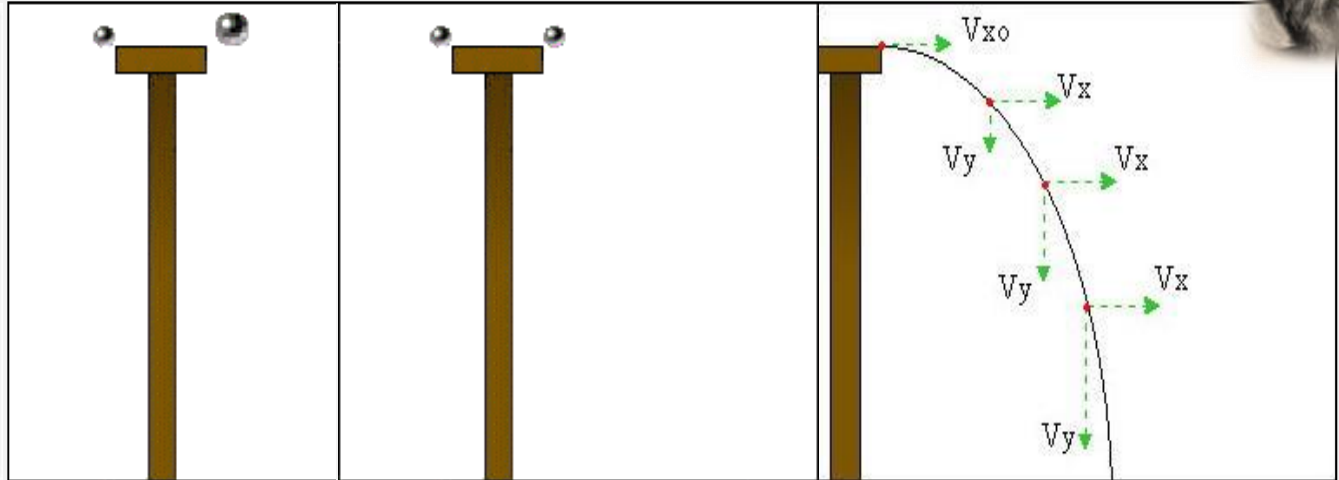


$$S = s_0 + v_0 t + \frac{at^2}{2}$$

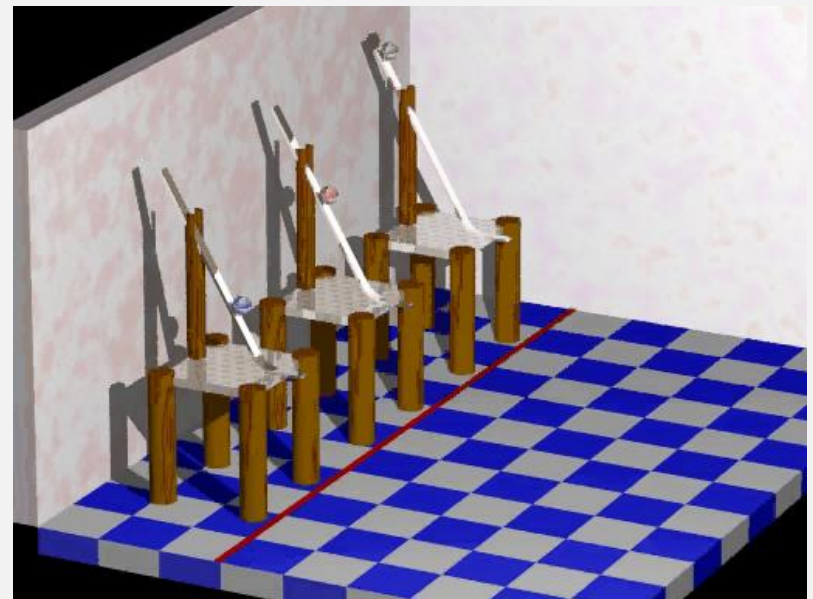


$$V = v_0 + at$$

# Estudos de Galileu



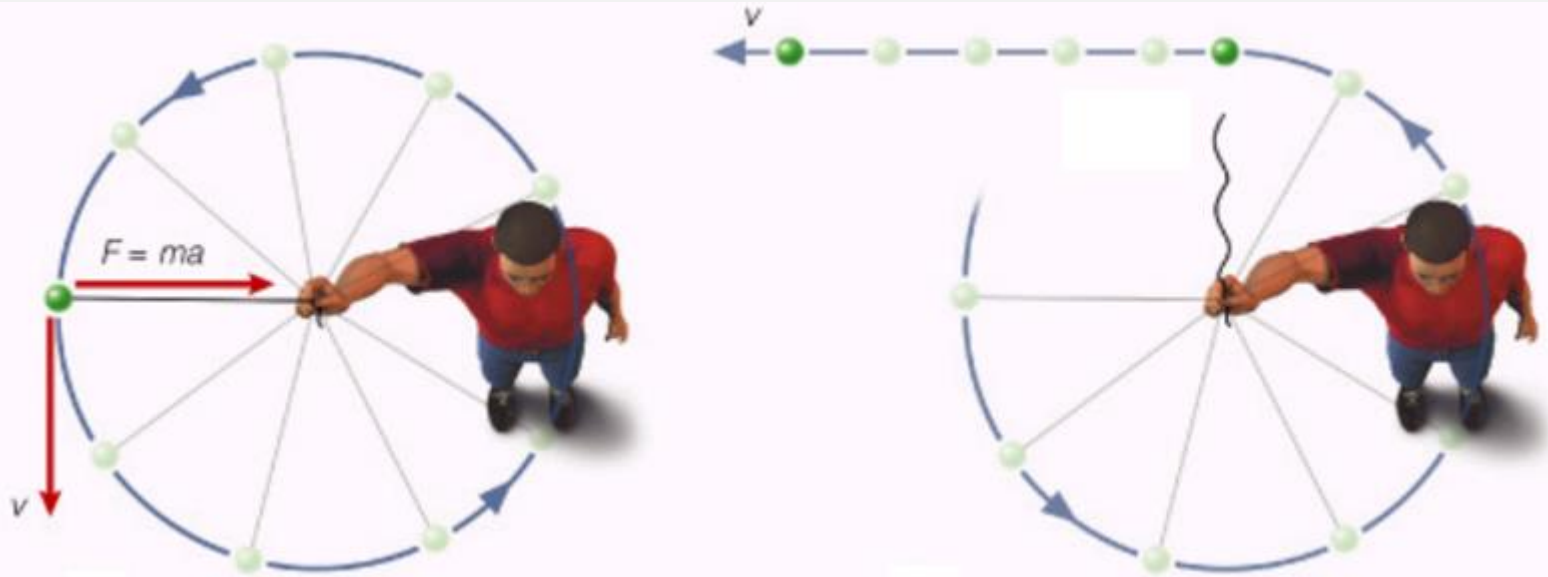
Variando altura



Variando velocidade



# Estudos de Galileu



## Princípio da inércia:

Um corpo mantém seu estado dinâmico na ausência de força externa.

Se estiver em movimento, a velocidade será constante e a trajetória uma reta.

# Leis de Newton



Sir Isaac Newton

## 1. Primeira lei de Newton ou princípio da inércia:

Um corpo que esteja em movimento ou em repouso, tende a manter seu estado inicial

## 2. Segunda lei de Newton ou princípio fundamental da mecânica:

A resultante das forças de agem num corpo é igual ao produto de sua massa pela aceleração adquirida [  $a = F/m$  ]

## 3. Terceira lei de Newton ou lei de ação e reação:

Para toda força aplicada, existe outra de mesmo módulo, mesma direção e sentido oposto

# Medindo a massa da Terra

■ Newton:

$$F = ma ; \quad F = G \frac{M_1 M_2}{r^2}$$



■ Também sabemos

- Galileo: todos os objetos são acelerados em direção à Terra com a mesma taxa ( $a = 9,80 \text{ m/s}^2$ )
- Laboratório:  $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2$
- Medidas da curvatura da Terra:  
 $r = 6,38 \times 10^6 \text{ m}$ ,
- $M_1 = m =$  massa de um objeto na Terra
- $M_2 = M_e =$  massa da Terra

■ Com isso medimos a massa da Terra:  $5,98 \times 10^{24} \text{ kg}$

$$ma = G \frac{m M_e}{r^2}$$
$$M_e = \frac{a r^2}{G}$$

# Medindo a massa da Lua

## 3ª Lei de Kepler e movimento de um satélite

### Lei generalizada

$$P^2 = \frac{4\pi^2}{G} \cdot \frac{a^3}{(m + M)} = k \times a^3 \quad \text{com} \quad k = \frac{4\pi^2}{G(m + M)}$$

satélite    Lua

$$m_s + M_m = \frac{4\pi^2}{G} \frac{a^3}{P^2}$$

$$m_s + M_m \approx M_m$$

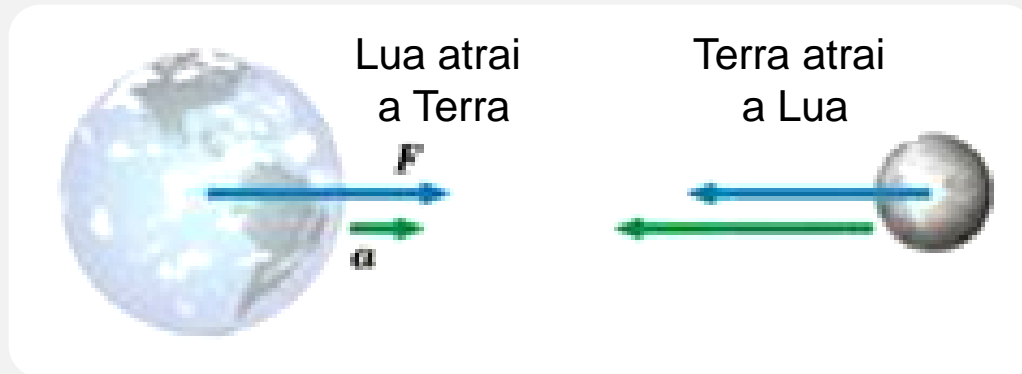
$$M_m = \frac{4\pi^2}{G} \frac{a^3}{P^2}$$

Lei generalizada

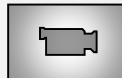
$$P^2 = \frac{4\pi^2}{G(M_{\text{SUN}} + m_{\text{planet}})} a^3$$

$$\frac{P_1^2}{P_2^2} = \frac{a_1^3}{a_2^3}$$

# Lei da Gravitação



$$F = G \frac{M_1 M_2}{r^2}$$



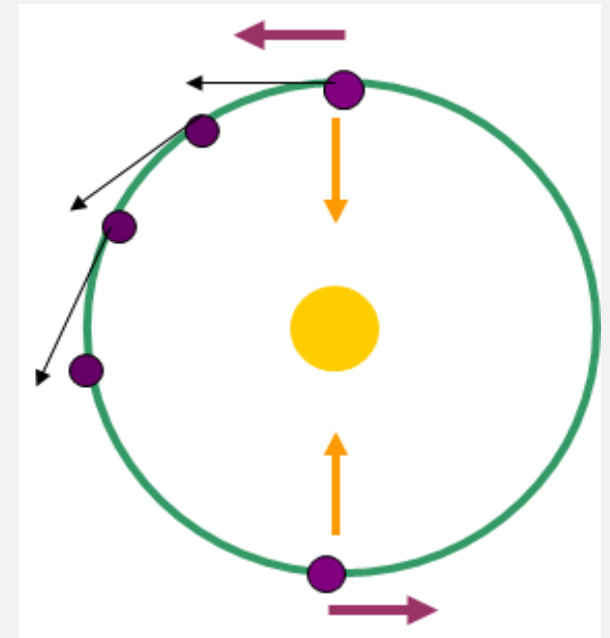
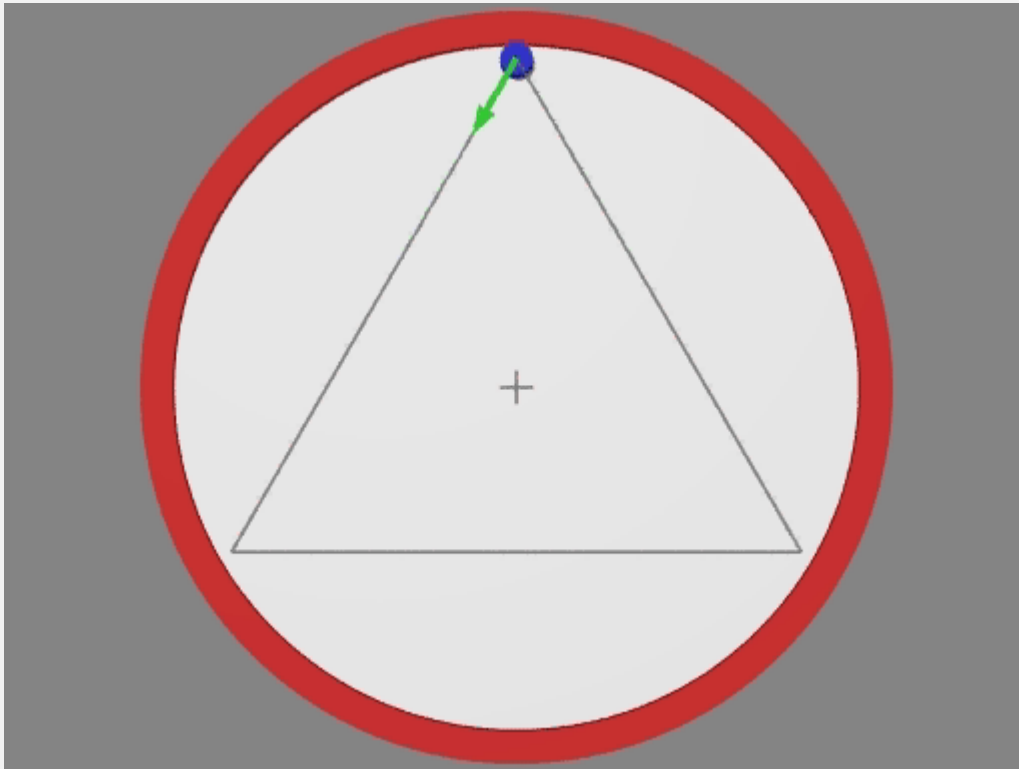
<http://astro.unl.edu/classaction/animations/renaissance/kepler.html>

# Lei da Gravitação



Por que a Terra não cai no Sol?

Na realidade ela cai, e sempre!

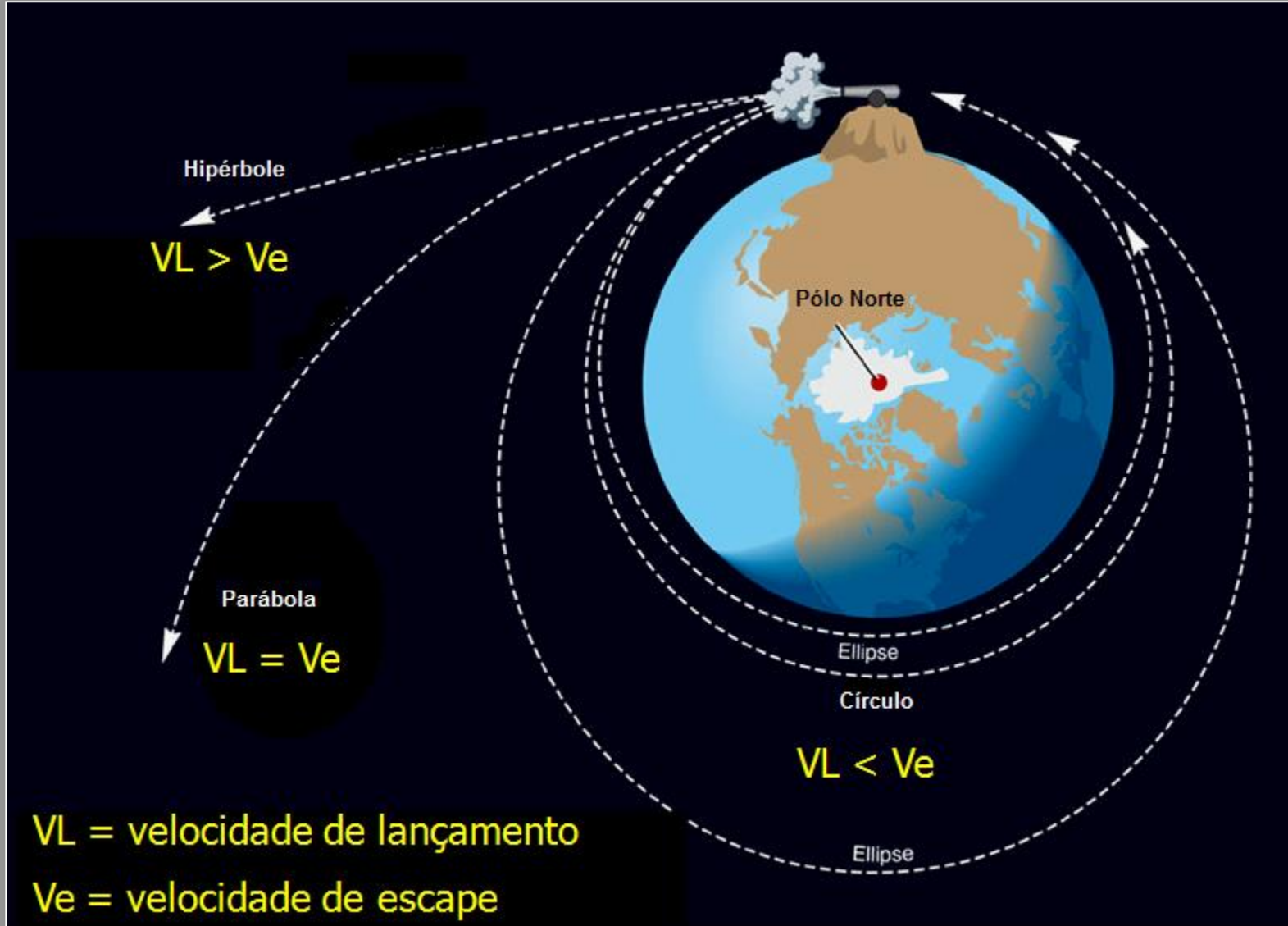


# Lei da Gravitação

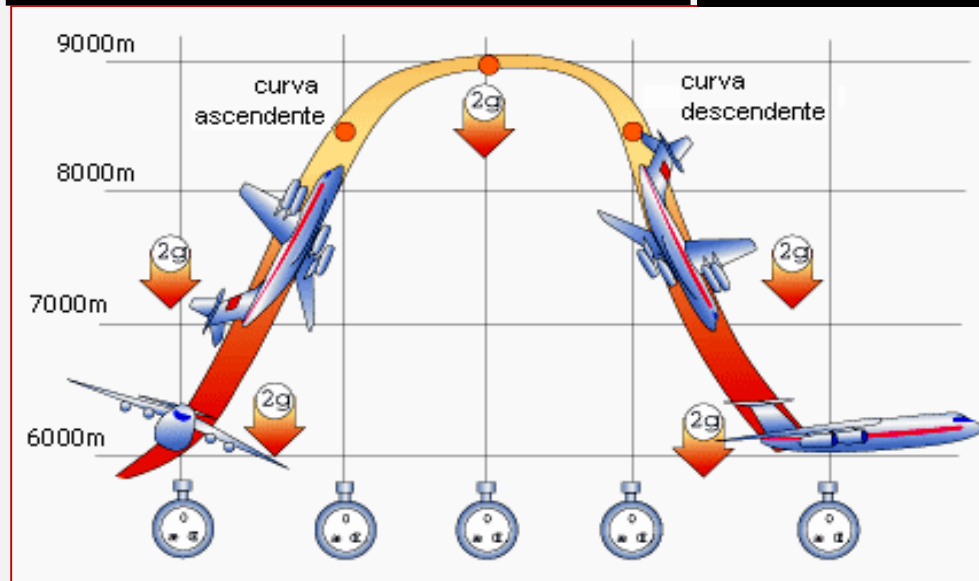
## Canhão de Newton



Sir Isaac Newton  
(1642-1727)



# Lei da Gravitação - Microgravidade

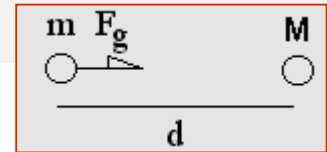


**Vôo parabólico**



# Sumário

## Lei de Gravitação



$$F_g \equiv F_c = \frac{mv^2}{d} = m \frac{w^2 d^2}{d} = m \frac{4\pi^2 d}{p^2} = m \frac{4\pi^2 d}{kd^3}$$

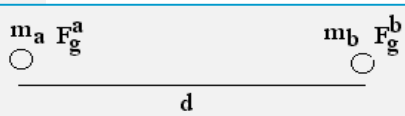
$$F_g \propto \frac{m}{d^2}$$

1º Lei de Kepler  $\Rightarrow$  Órbita elíptica: Curva-se cte//

1º Lei de Newton  $\Rightarrow$  Repouso ou MRU se não existir força

Existe força atuando para dentro da órbita

Força dirigida ao centro do Sol



$$F_g^a \propto \frac{m_a}{d^2} \Rightarrow F_g^a \propto \frac{k_a m_a}{d^2}$$

$$F_g^b \propto \frac{m_b}{d^2} \Rightarrow F_g^b \propto \frac{k_b m_b}{d^2}$$

2º Lei de Kepler

Raio vetor varre áreas iguais em tempos iguais

1º Lei de Kepler: Sol no foco

$$F_g \propto d^{-2}$$

mas  $F_g^a = F_g^b$

$$k_a m_a = k_b m_b$$

$$\frac{k_a}{m_b} = \frac{k_b}{m_a} = K$$

$$\therefore k_a = K m_b ; k_b = K m_a$$

$$\Rightarrow F_g^a = F_g^b = F \propto \frac{m_a m_b}{d^2}$$

3º Lei de Newton

Ação  $\rightarrow$  reação

$$F_g \propto \frac{Mm}{d^2}$$

3º Lei de Kepler

$$\left(\frac{a_1}{a_2}\right)^3 = \left(\frac{P_1}{P_2}\right)^2$$

$$F_g \propto Mm$$

# Parâmetros orbitais

**$i$**  - Inclinação ( $i > 90^\circ$ , movimento retrógrado).

**$\Omega$**  - Longitude do nodo ascendente ( $0 \leq \Omega \leq 360^\circ$ )

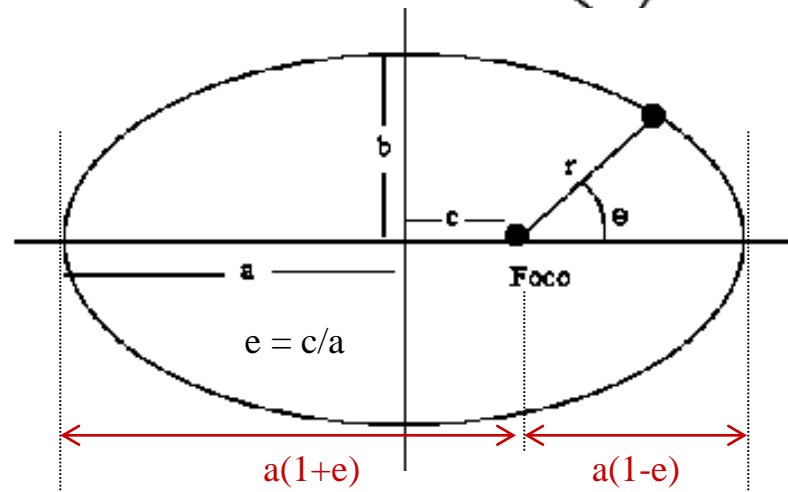
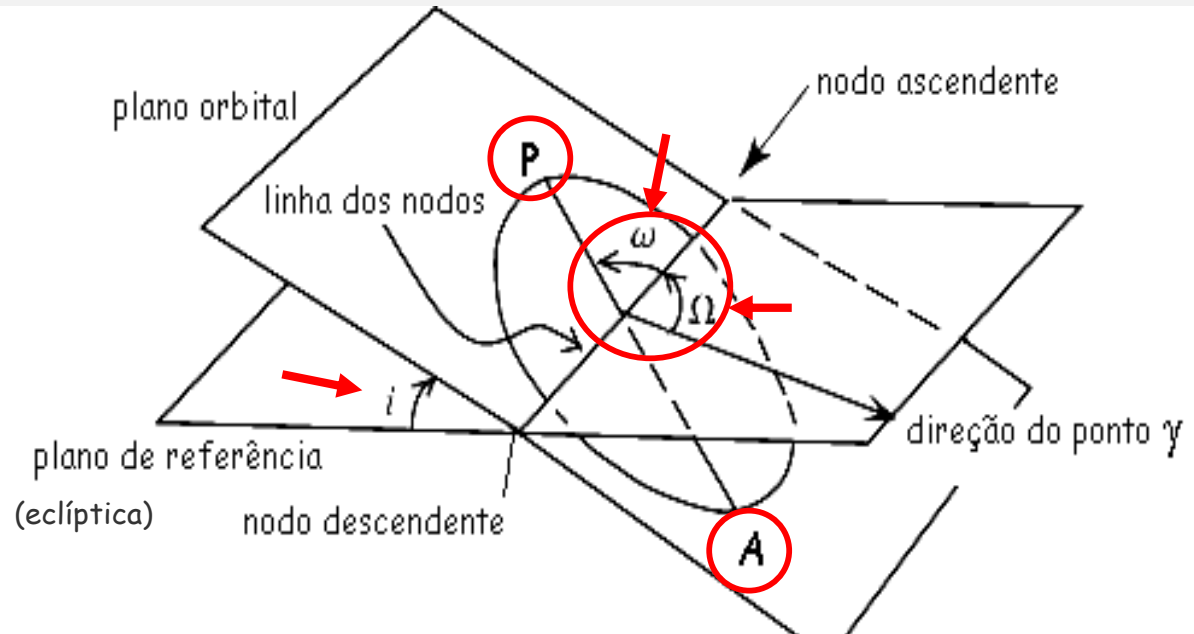
**$\omega$**  - Argumento do pericentro, contado no sentido do movimento do corpo ( $0 \leq \omega \leq 360^\circ$ )

**P, A** - Pericentro e Apocentro

**$\varpi$**  - Longitude do pericentro ( $\Omega + \omega$ )

**$n$**  - movimento médio (velocidade angular média do corpo em torno do atrator:  $n = (2\pi/\text{período})$ )

**$e$**  - Excentricidade da órbita (relação entre a semi-distância focal e o semi-eixo maior ( $c/a$ ))



# Sumário



## ASTRONOMIA DO SISTEMA SOLAR

AGA0292

Enos Picazzio

## DINÂMICA DO SISTEMA SOLAR



NÃO HÁ PERMISSÃO DE USO PARCIAL OU TOTAL DESTES MATERIAIS PARA OUTRAS FINALIDADES.

### Sugestões:

O Problema dos Três Corpos – análise e animações:

<http://cmup.fc.up.pt/cmup/relatividade/3Corpos/3corpos.html>

Simulação Computacional em Dinâmica Clássica:

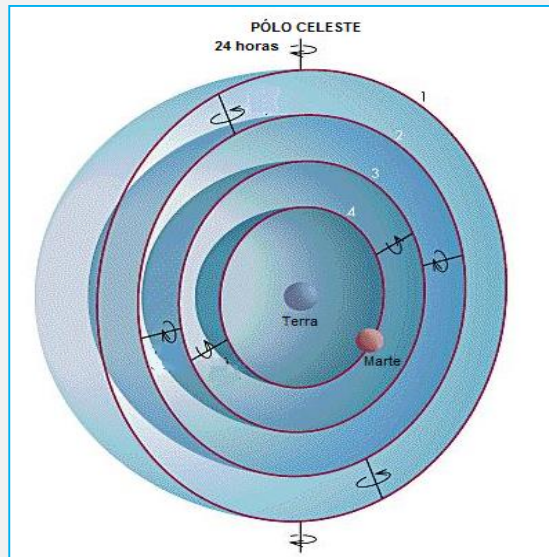
<http://faculty.ifmo.ru/butikov/index.html>

Problema gravitacional de 3 corpos

<http://www.upscale.utoronto.ca/GeneralInterest/Harrison/Flash/Chaos/ThreeBody/ThreeBody.html>

# Sumário

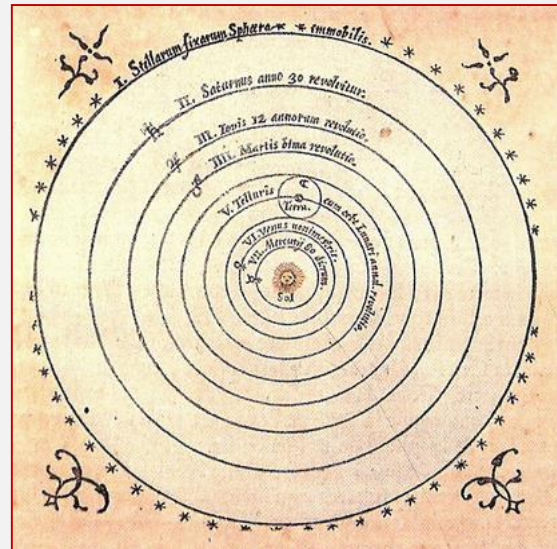
Eudócio de Cnidus (390 – 337 a.C.)



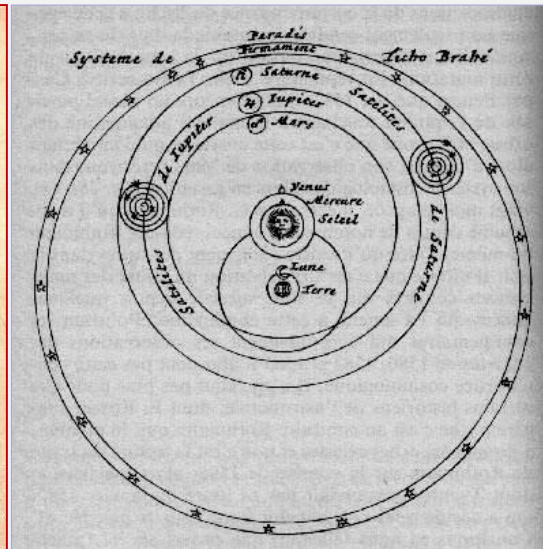
Cláudio Ptolomeu (87 – 151)



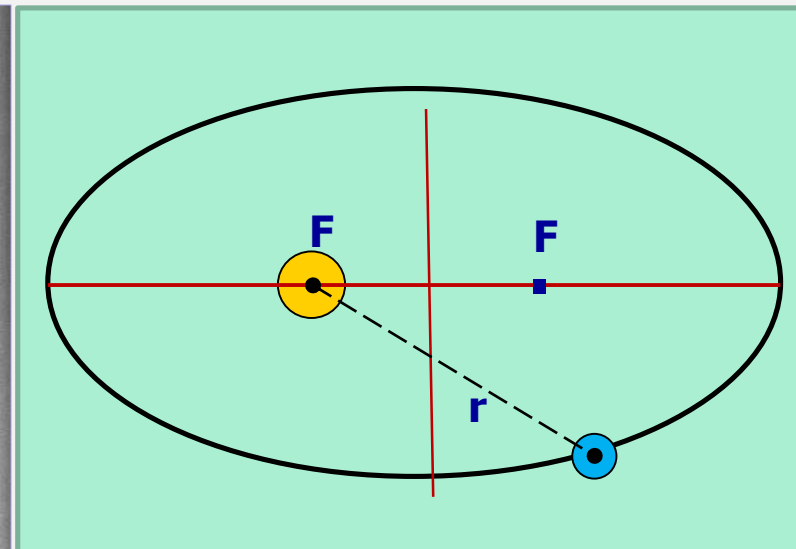
Nicolau Copérnico (1472-1543)



Tycho Brahe (1546-1601)

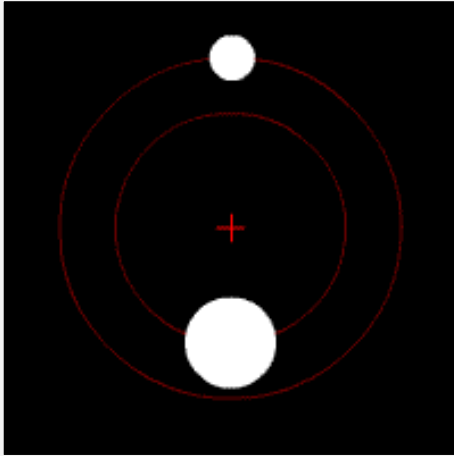


Johannes Kepler (1571 – 1630)

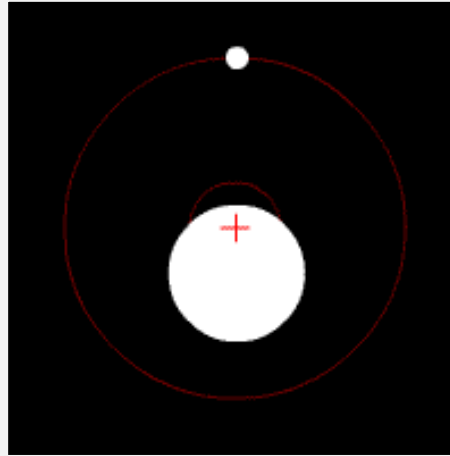


# Sumário

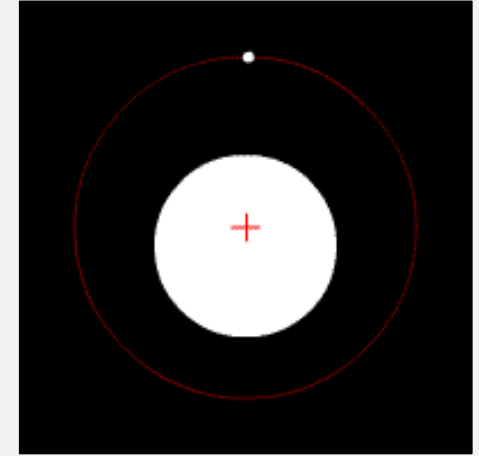
Isaac Newton (1643 - 1727)



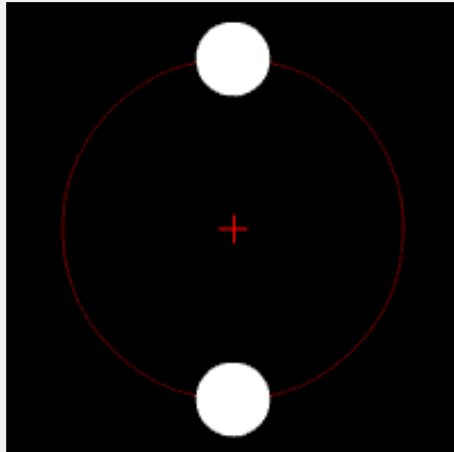
Plutão-Caronte



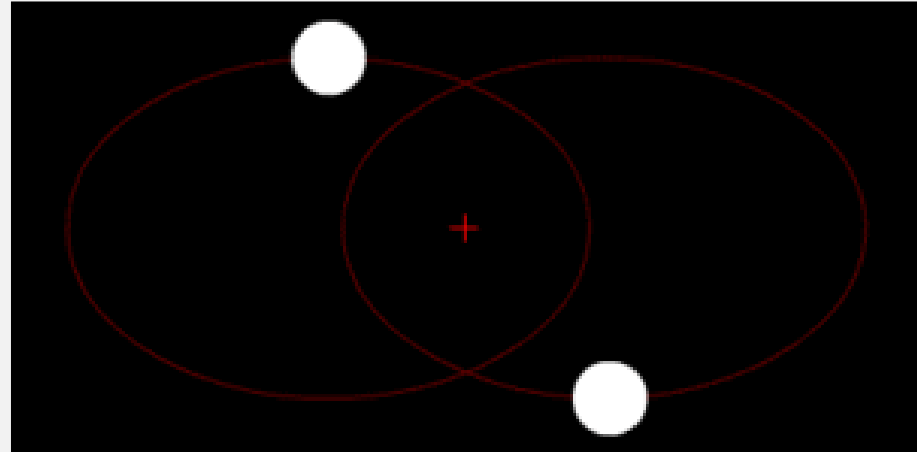
Terra-Lua



Sol-Terra



Sistema 90 Antiope

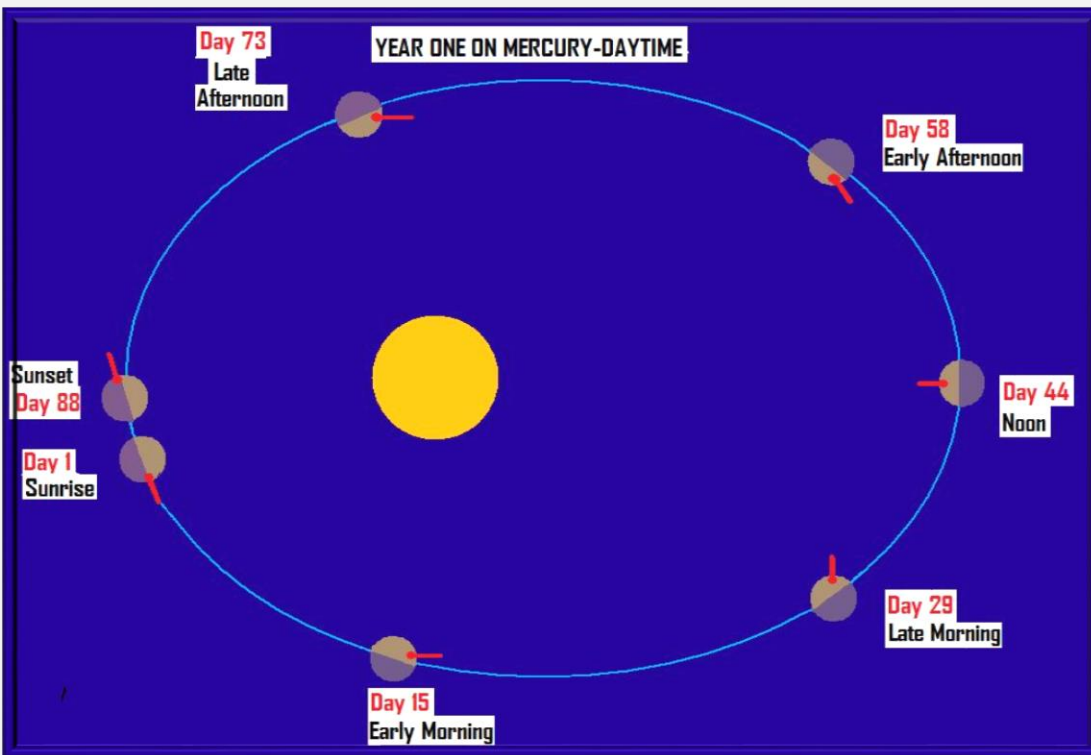


Sistema binário típico

# Rotação x Translação

[//www.newtonsapple.org.uk/wp-content/uploads/2014/11/one-year-on-Mercury.jpg](http://www.newtonsapple.org.uk/wp-content/uploads/2014/11/one-year-on-Mercury.jpg)

[//pt.wikipedia.org/wiki/Vênus\\_\(planeta\)](http://pt.wikipedia.org/wiki/Vênus_(planeta))



Mercúrio: 1 ano equivale a 88 dias terrestres, e o dia local equivale a 176 dias terrestres

Vênus: o dia sideral (~243 dias terrestres) é mais longo do que o ano sideral (224,7 dias terrestres).

# Mecânica Newtoniana e Teoria da Relatividade

## Equivalência entre massa inercial e massa gravitacional

$$\mathbf{F} = \mathbf{M} \times \mathbf{a}$$

$$F = G \frac{M_1 M_2}{r^2}$$

**Newton** pensava que os valores das duas massas eram muito próximos, senão iguais.

**Barão von Roland Eötvös** (húngaro): mediu com grande precisão a equivalência entre elas.

**Einstein:** “ Essa lei (de equivalência) atingia-me com todo seu impacto. Espantava-me sua persistência e imaginei que nela deveria residir a chave de mais profunda compreensão da gravitação e da inércia. Eu não tinha dúvidas sérias acerca de sua estrita validade...”

# Mecânica Newtoniana e Teoria da Relatividade

## Equivalência entre massa inercial e massa gravitacional

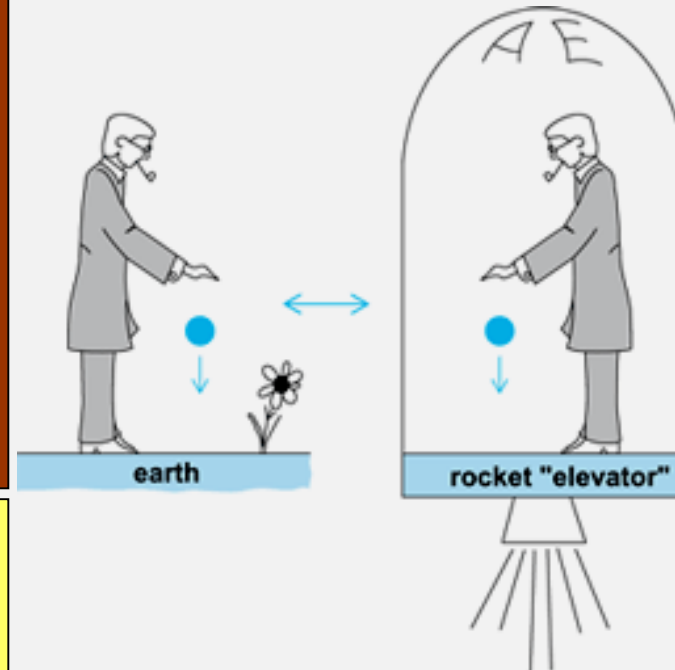
$$F = M \times a$$

$$F = G \frac{M_1 M_2}{r^2}$$

Para compreender o princípio da equivalência podemos usar o "elevador de Einstein": uma caixa fechada, colocada em um ponto do espaço, suscetível de ser içada por alguém situado fora dela, que puxa com força constante, uma corda ligada ao teto da mesma.

Os ocupantes do elevador sentem-se impelidos "para baixo", na direção do piso. O princípio da equivalência assegura que essa força é idêntica à que poderia ser produzida por um campo gravitacional convenientemente construído que atuasse "de cima para baixo" sobre o elevador estacionário. *As pessoas que se acham no elevador não serão capazes de dizer se enfrentam uma situação ou outra.*

**A equivalência entre massa gravitacional e massa inercial é, na verdade, equivalência entre força gravitacional e força inercial.**





# Mecânica Newtoniana e Teoria da Relatividade

**Espaço (3D) e tempo são grandezas independentes e absolutas.**

**O referencial absoluto de tempo está no agente motor.**

**A velocidade que um corpo pode adquirir sob aceleração constante é infinita.**

**O valor da massa não muda com o estado dinâmico.**

**Espaço-tempo (4D) não são grandezas independentes.**

**Tempo é grandeza variável com o referencial.**

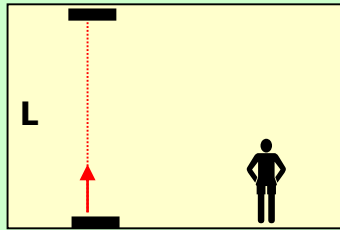
**Velocidade é finita e o valor máximo é o da luz propagando-se no vácuo.**

**A massa inercial aumenta com a velocidade e tende a infinito na velocidade da luz.**

# Mecânica Newtoniana e Teoria da Relatividade

## Dilatação do tempo

Referencial em repouso: o que a pessoa vê de dentro



veloc = 0

Tempo:

$$t = \frac{2L}{c}$$

$$t^2 = \frac{4L^2}{c^2}$$

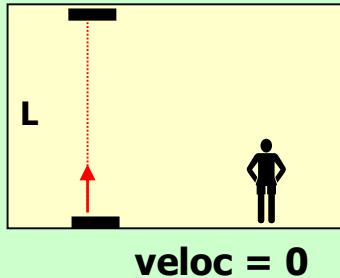
Pensemos nesta situação:

Uma pessoa dentro de uma caixa, com dois espelhos: um no piso e outro no teto, alinhados com a vertical. **L** é a altura da caixa. Do espelho do piso sai um raio de luz em direção ao espelho do teto, reflete e volta para o espelho do piso.

# Mecânica Newtoniana e Teoria da Relatividade

## Dilatação do tempo

**Referencial em repouso: o que a pessoa vê de dentro**

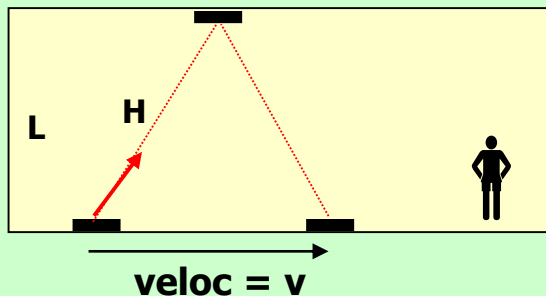


Tempo:

$$t = \frac{2L}{c}$$

$$t^2 = \frac{4L^2}{c^2}$$

**Referencial em movimento: o que uma pessoa vê de fora**



Tempo:

$$t' = \frac{2H}{c}$$

$$t'^2 = \frac{4H^2}{c^2}$$

Pensemos nesta situação:

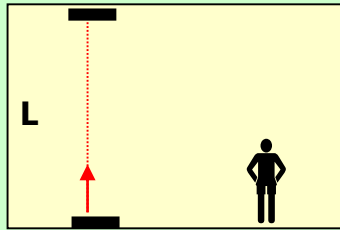
Uma pessoa dentro de uma caixa, com dois espelhos: um no piso e outro no teto, alinhados com a vertical. **L** é a altura da caixa. Do espelho do piso sai um raio de luz em direção ao espelho do teto, reflete e volta para o espelho do piso.

Agora, imaginemos uma pessoa fora da caixa, vendo esta se deslocar com velocidade **v**. Para que a luz atinja o espelho do teto, o raio deverá se inclinar na direção do movimento. Na volta, deverá se inclinar novamente na direção do movimento para atingir o espelho do piso.

# Mecânica Newtoniana e Teoria da Relatividade

## Dilatação do tempo

**Referencial em repouso: o que a pessoa vê de dentro**



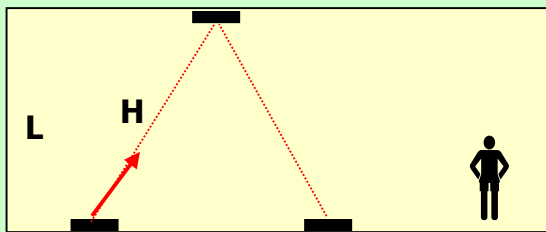
veloc = 0

Tempo:

$$t = \frac{2L}{c}$$

$$t^2 = \frac{4L^2}{c^2}$$

**Referencial em movimento: o que uma pessoa vê de fora**

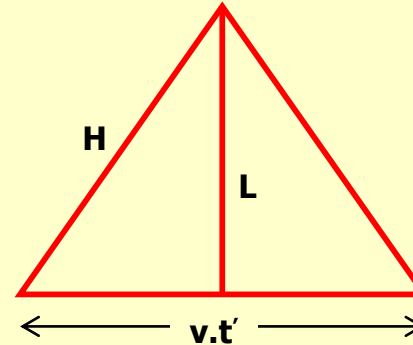


veloc = v

Tempo:

$$t' = \frac{2H}{c}$$

$$t'^2 = \frac{4H^2}{c^2}$$



Pitágoras

$$H^2 = L^2 + \left(\frac{v \cdot t'}{2}\right)^2$$

$$t'^2 = \frac{4H^2}{c^2} = \frac{4 \left[ L^2 + \frac{v^2 \cdot t'^2}{4} \right]}{c^2} = \frac{4L^2 + v^2 \cdot t'^2}{c^2}$$

$$c^2 \cdot t'^2 = 4L^2 + v^2 \cdot t'^2 \Rightarrow t'^2 (c^2 - v^2) = 4L^2$$

$$\text{mas } 4L^2 = c^2 \cdot t^2; \text{ então } t'^2 (c^2 - v^2) = c^2 \cdot t^2$$

$$\text{divide por } c^2 : t'^2 \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right) = t^2$$

$$\text{ou: } t' = t \cdot \left[1 - \frac{v^2}{c^2}\right]^{-1/2}$$

## Variação da massa inercial

Nenhuma aceleração pode aumentar a velocidade de um objeto além da velocidade luz no vácuo:

$$\mathbf{v} = \mathbf{v}_0 + \mathbf{a} \cdot \mathbf{t}; \quad \text{qdo } \mathbf{v} \rightarrow \mathbf{c}, \quad \mathbf{a} \rightarrow \mathbf{0}$$

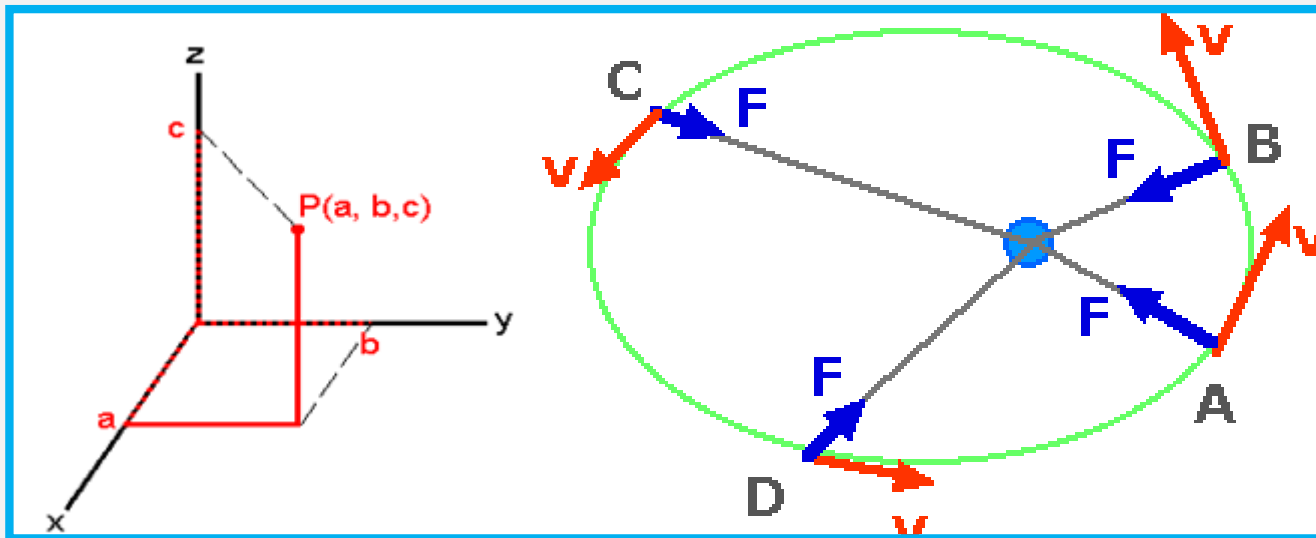
Isto equivale a dizer que sua massa inercial tende ao infinito quando sua velocidade tende a da luz no vácuo:

$$\mathbf{a} = \frac{\mathbf{F}}{\mathbf{m}}; \quad \text{se } \mathbf{a} \rightarrow \mathbf{0}, \quad \mathbf{m} \rightarrow \infty$$

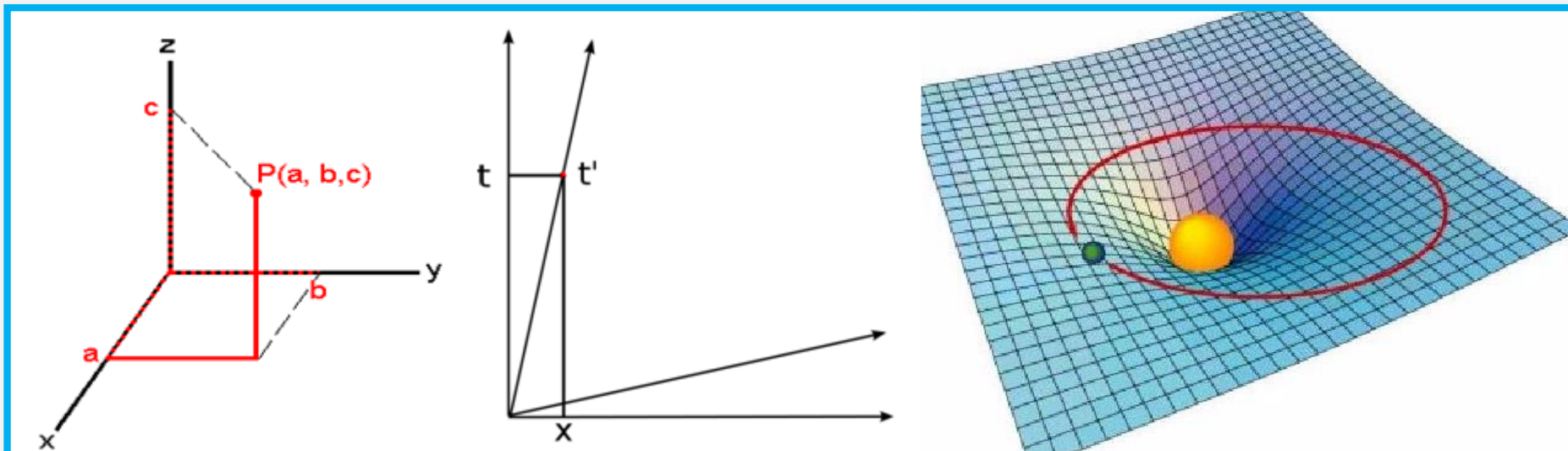
Dizer que a massa inercial aumenta com a velocidade equivale a dizer que a mesma força aplicada ao objeto terá resultado de aceleração cada vez menor na medida em que o objeto atingir a velocidade muito próxima a da luz, a força não terá qualquer resultado.

# Mecânica Newtoniana e Teoria da Relatividade

## Visão clássica

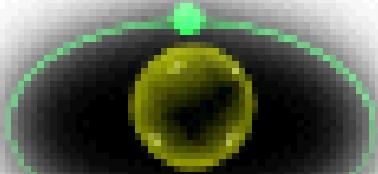


## Visão relativística

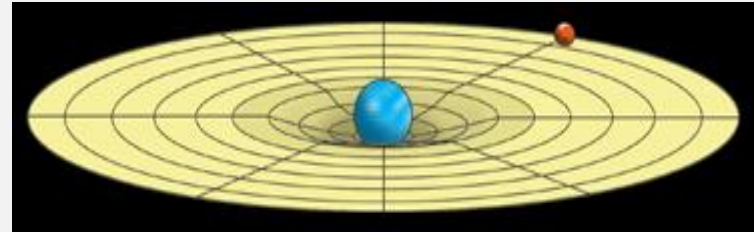


# Mecânica Newtoniana e Teoria da Relatividade

Visão clássica



Visão relativística



<https://fundacaocarlsagan.wordpress.com/>





“Somos uma dupla imbatível : ninguém duvida dele, ninguém acredita em mim”

Charles Chaplin