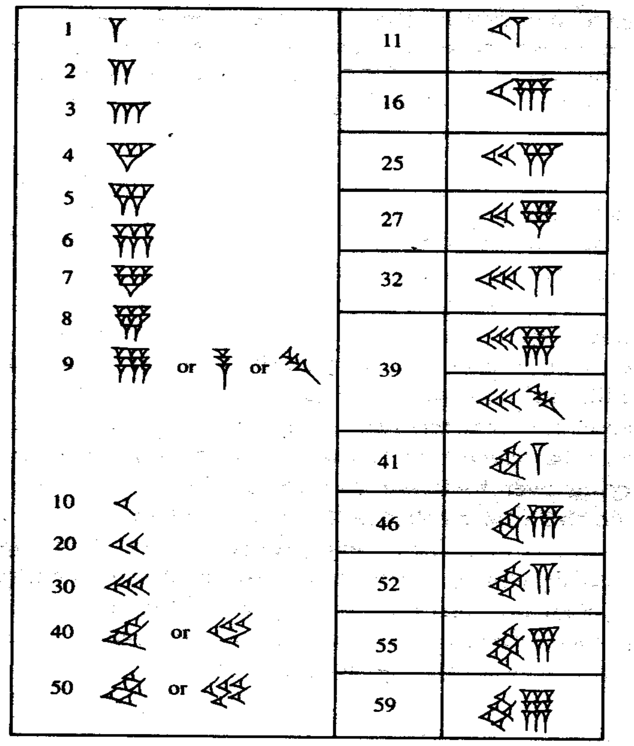
ATIVIDADES COM O SISTEMA BABILÔNIO DE BASE 60

A representação escrita dos povos da Mesopotâmia é a chamada **escrita cuneiforme**, pois seus caracteres eram grafados em forma de cunha, produzidos através da impressão, em tabletes de argila, com um tipo de estilete. No quadro abaixo temos algumas dessas representações numéricas. Observamos que a unidade era indicada por uma cunha vertical e a dezena, por uma cunha horizontal. A cunha vertical pode corresponder ao 1, ao 60 ou às suas potências. Um símbolo para o zero só aparece no primeiro milênio a.C.

A representação para as frações era idêntica a dos inteiros e a identificação ou distinção entre inteiros e frações dependia do problema em que apareciam. Os pesquisadores, atualmente, usam o ponto e vírgula para separar a parte inteira da parte fracionária.

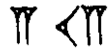
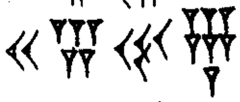


(GRUPOS 1, 2, 3, 4 e 5)

a) Explique a convenção atual para a tradução em símbolos decimais do sistema de numeração babilônico. Verifique e explique como cada um dos conjuntos de caracteres cuneiformes da coluna da direita pode corresponder à quantidade no nosso sistema decimal da coluna da esquerda.

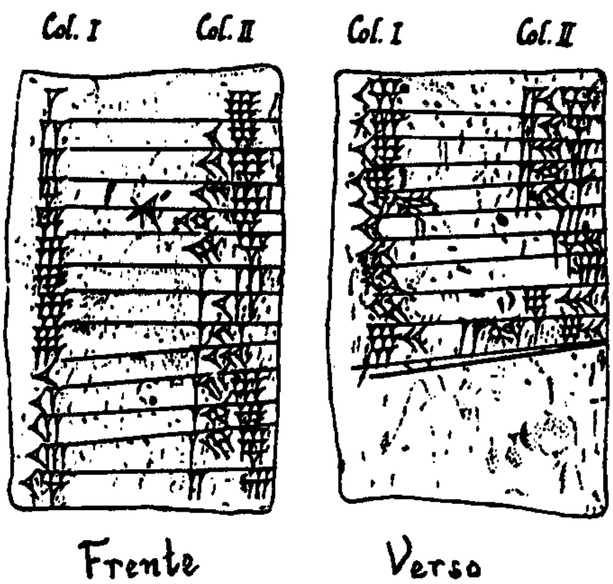
Decimal	Escrita representativa (convenção atual)	Cuneiforme
12	12	
602	10,2	
1	1	
60	1,0	
7236	2,0,36	
156	2,36	

b) Os cálculos com frações aparecem freqüentemente e a convenção para a leitura da representação cuneiforme e sua tradução decimal estão exemplificadas nos quadros abaixo. Verifique e explique as representações para alguns números e frações.

Decimal	**Escrita representativa (convenção atual)**	**Cuneiforme**
63	1,3	
132	2,12	
1547	25,47	
$2\frac{1}{2} = 2\frac{30}{60}$	2;30	
$\frac{3}{4} = \frac{45}{60}$	0;45	

Fração Decimal	**Escrita representativa (convenção atual)**	**Cuneiforme**
$\frac{1}{5} = \frac{12}{60}$	0;12	
$\frac{2}{27} = \frac{4}{60} + \frac{26}{60^2} + \frac{40}{60^3}$	0;4,26,40	
$1\frac{3}{8} = 1 + \frac{22}{60} + \frac{30}{60^2}$	1;22,30	

c) **(GRUPO 1)**



Vamos decifrar os dados numéricos contidos no tablete reproduzido ao lado.
Estabeleça a relação entre os dados de cada uma de suas linhas.

d) **(GRUPO 2)** Um dos famosos tabletes da Matemática da Mesopotâmia contém a chamada tabela dos inversos. Com a notação atual, temos os dados da tabela. Como podemos verificar que os elementos correspondentes (coluna I, coluna II) são inversos? Justifique sua resposta.

Coluna I	Coluna II	Coluna I	Coluna II	Coluna I	Coluna II
2	30	16	3,45	45	1, 20
3	20	18	3, 20	48	1, 15
4	15	20	3	50	1, 12
5	12	24	2, 30	54	1, 6, 40
6	10	25	2, 24	1	1
8	7, 30	27	2, 13, 20	1,4	56, 15
9	6, 40	30	2	1,12	50
10	6	32	1, 52,30	1,15	48
12	5	36	1, 40	1, 20	45
15	4	40	1, 30	1, 21	44, 26, 40

e) **(GRUPO 3)** Os números cujos inversos aparecem usualmente nas tabelas são chamados **números regulares**; os demais números eram considerados "**números que não dividem"** pelos babilônios. Frações correspondentes a números não regulares não eram utilizadas, embora existam registros de aproximações para 1/7, 1/59, 1/61 etc.... Por exemplo, vejamos como 1/7 = 0; 8, 34, 17....

1/7 = 60/420 = 1/60. 60/7 = 1/60. (8+ 4/7) = 8/60 + $1/60^2$. 240/7 = 8/60+ $1/60^2$ (34+2/7) = 8/60+ $34/60^2$+$1/60^3$. 120/7

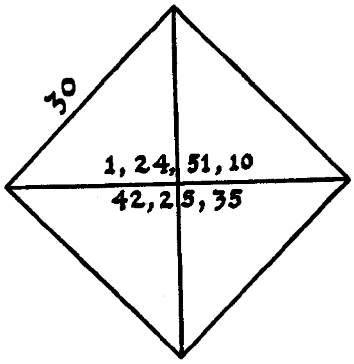
1/7 = 8/60 + $34/60^2$ + $17/60^3$ + $1/60^4$.**1/7**

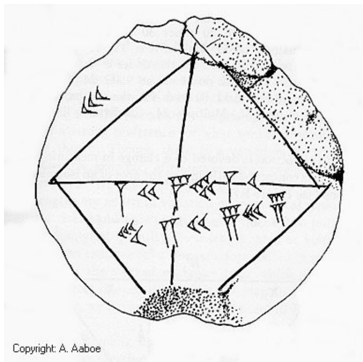
Neste caso, temos uma **dízima periódica sexagesimal**:

1/7 = 0; 8, 34, 17....

– Verifique que: 1/59 corresponde a 0;1,1..... e 1/61 a 0; 59, 0, 59....

Um pouco da Geometria dos babilônios





f) **(GRUPO 4)** No tablete YBC 7289 da figura acima, encontramos um quadrado com as anotações dadas pela reprodução acima. Encontre as correspondentes quantidades decimais e a relação entre elas que pode ser obtida. O que podemos inferir a respeito do conhecimento dos babilônios registrado no tablete?

g) **(GRUPO 5)** Um problema relacionado à divisão de terras é encontrado no tablete YBC 4608:

Um triângulo, com comprimento 6,30 e 11, 22, 30 de área, com largura desconhecida, é dividido entre 6 irmãos. A parte de cada um excede a do outro, mas também não se sabe o quanto excede. Quanto cada irmão ganha a mais do que o outro?

São apontados, no tablete, os passos:

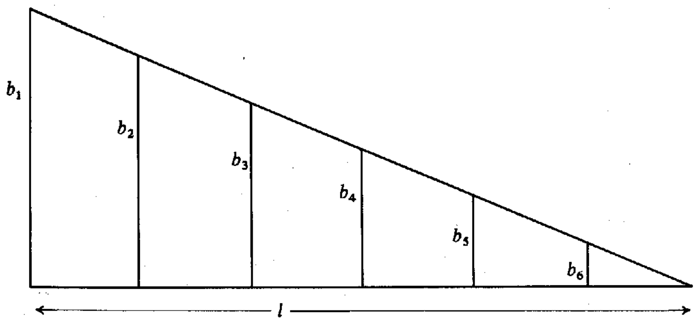
- multiplique a área por 2 – temos 22,45,0

- o recíproco de 6,30 não pode ser obtido; por quanto se deve multiplicar 6,30 para dar 22,45,0?

- temos 3,30 para a multiplicação, a maior largura

- tome o recíproco de 6, o número de irmãos, e 0; 10 multiplicado por 6;30, resulta em 1,5 o comprimento de cada um.

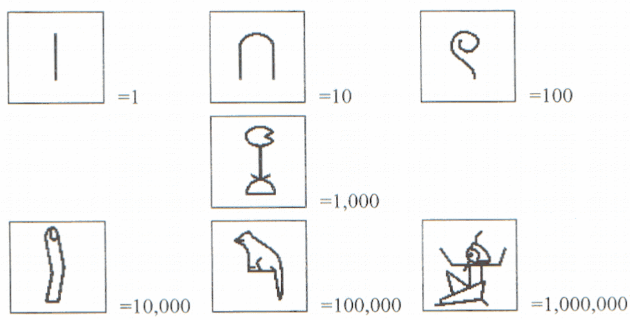
O tablete está danificado a partir daí, o que impede a tradução completa do texto. A figura a seguir ilustra a divisão proposta.



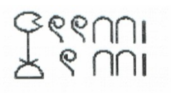
Verifique se os cálculos efetuados estão corretos e conclua a solução do problema, dando a resposta que deveria ter sido encontrada no tablete.

O Sistema de Numeração dos Egípcios

O sistema numérico dos egípcios era um sistema aditivo, com os símbolos para as unidades e os múltiplos de 10 representados, na escrita hieroglífica, como na figura abaixo.

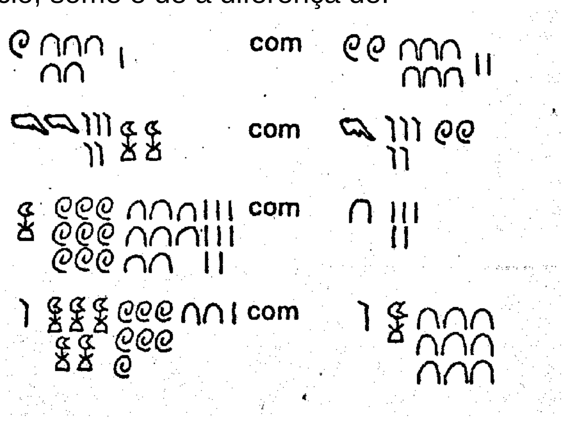


O sistema era aditivo, ou seja, os valores correspondentes aos símbolos do conjunto eram somados. Por exemplo, o número 1342 era representado pelo conjunto de símbolos:

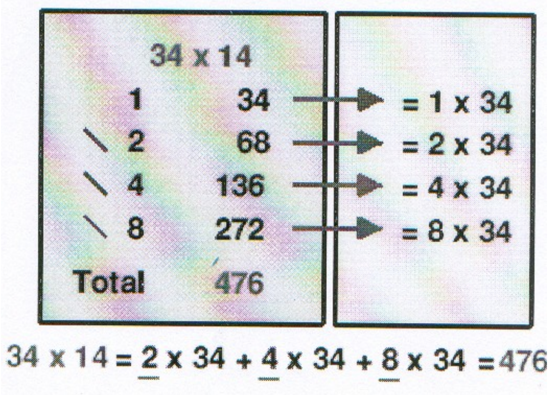


(GRUPOS 6, 7 e 8)

a) Represente, na numeração egípcia, os números: 17, 43, 101, 1302, 12 345.
b) No sistema egípcio, some e dê a diferença de:



c) **(GRUPO 6)** A multiplicação egípcia utilizava um processo de duplicações sucessivas; no quadro a seguir está ilustrada a multiplicação 34 X 14:



e a divisão se utilizava do mesmo procedimento, invertendo a leitura do resultado. Efetue, segundo o processo egípcio, os cálculos:

85 x 29 ; 529 X 51 ; 756 : 42.

Avalie as vantagens ou desvantagens que o procedimento apresenta em relação ao que utilizamos hoje.

d) **(GRUPO 7)** Os egípcios tinham um maneira toda especial para trabalhar com as frações, utilizando, por um longo período, apenas as **frações unitárias**:

1/2, 1/3, 1/4,.....1/15,... e a fração 2/3.

Eles foram capazes de desenvolver técnicas, cujos fundamentos são discutidos até hoje, para escrever qualquer fração como soma de frações unitárias. Por exemplo, 3/4 = 1/2+1/4, 6/7 = 1/2+ 1/3+1/42.

Os primeiros problemas do papiro de Rhind (a fonte mais importante para o conhecimento da Matemática egípcia) são do tipo:

Dividir 5 sacos de grãos entre 8 pessoas ou 4 sacos entre 7 pessoas.

Quem ganha mais: o que recebeu a sua parte na divisão anterior ou o que recebeu a parte correspondente à divisão de 4 sacos de grãos entre 7 pessoas?

Descreva uma forma simples de resolver o problema acima que conduza à resposta como soma de frações unitárias.

Comparando a solução obtida e a maneira atual de comparar as frações 5/8 e 4/7, avalie a eficiência do método egípcio.

e) **(GRUPO 8)** O papiro de Rhind contém uma tabela com a representação das frações da forma 2/n, para alguns valores de n que destacamos a seguir, como soma de frações unitárias (a notação utilizada é: $\overline{3}=1/3, \overline{15}=1/15$,...)

$$2 \div 5 = \overline{3} + \overline{15} \qquad 2 \div 55 = \overline{30} + \overline{330}$$
$$2 \div 7 = \overline{4} + \overline{28} \qquad 2 \div 57 = \overline{38} + \overline{114}$$
$$2 \div 9 = \overline{6} + \overline{18} \qquad 2 \div 59 = \overline{36} + \overline{236} + \overline{531}$$

Encontre, em cada caso, a justificativa para representação aí descrita, sem reduzir ao mesmo denominador.

O sistema numérico dos maias

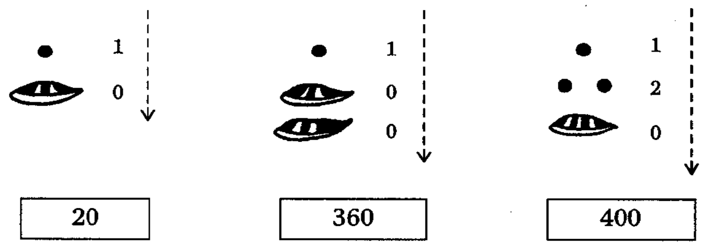
O sistema de numeração maia tem como base o 20 (associado à maneira de contar utilizando os dedos das mãos e dos pés, ou ainda, um sistema 5-20). O registro, posicional, utiliza dois símbolos (que grafamos como um ponto - para as unidades - e uma barra - correspondente ao 5) e um símbolo especial para representar o Zero , conforme o quadro a seguir.

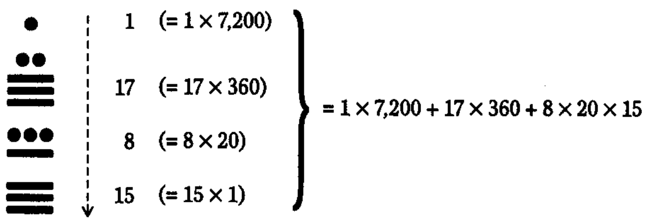
 - zero

A disposição vertical determina o valor posicional, de baixo para cima:

- o número da posição inferior corresponde às unidades;
- o número logo acima representa múltiplos de 20;
- o número na terceira posição representa múltiplos de 360;
- nas camadas superiores vamos sempre multiplicando por 20 para obter o valor posicional: 7200, 14400, etc...

Temos, portanto:

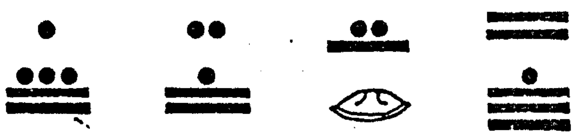




f) **(GRUPO 9)**

I) Continue a tabela acima, representando as quantidades seguintes: 20, 21, 22, ..., 30, 40, 50, 60...., 100, 110, 120..., 200, 300, 400, 500,

II) Que quantidades representam esses números?



III) Escreva, usando a representação maia: 35, 41, 120, 74, 146 e 376.

IV) Compare o sistema maia com o atual, explicitando o que considera vantagens ou desvantagens de cada um.