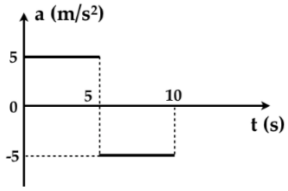
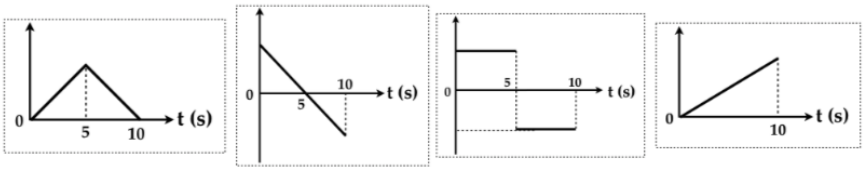
Cinemática e Vetores

QUESTÕES CONCEITUAIS

1. O gráfico da direita mostra a aceleração de uma partícula que descreve um movimento ao longo do eixo x como função do tempo. As figuras 1 a 4 abaixo mostram gráficos que podem representar a função posição $x(t)$, ou a velocidade $v(t) = dx/dt$, de uma dada partícula. Indique se cada uma das alternativas é verdadeira (V) ou falsa (F). (Respostas: (a) F; (b) F; (c) F; (d) F; (e) V)





1 **2** **3** **4**

(a) As figuras 1 e 2 representam, respetivamente, a velocidade e posição da partícula como função do tempo.

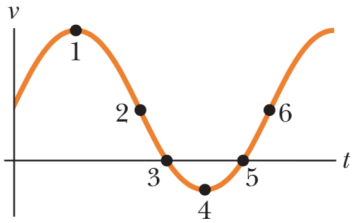
(b) As figuras 3 e 4 representam, respetivamente, a velocidade e posição da partícula como função do tempo.

(c) A figura 2 representa a velocidade da partícula como função do tempo.

(d) A figura 4 representa a posição da partícula como função do tempo.

(e) A figura 1 representa a velocidade da partícula como função do tempo.

2. A figura da direita mostra a componente da velocidade de uma partícula que se move em um eixo. O ponto 1 é o ponto mais alto da curva; o ponto 4 é o ponto mais baixo; os pontos 2 e 6 estão na mesma altura. Responda se as seguintes afirmações são verdadeiras (V) ou falsas (F) (Respostas: (a) F; (b) V; (c) F; (d) F).



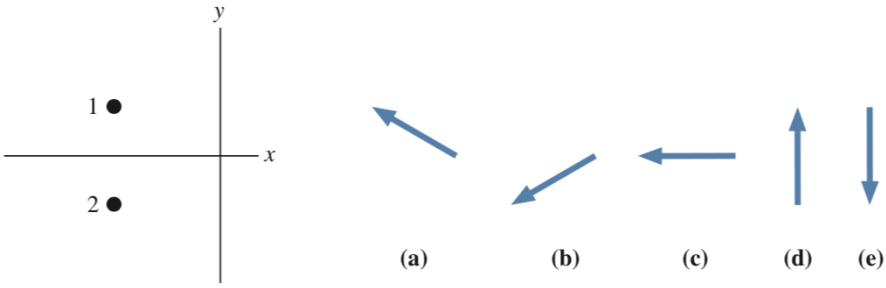
(a) Em $t = 0$ o movimento é no sentido positivo do eixo.

(b) A partícula inverte o sentido do movimento nos pontos 3 e 5.

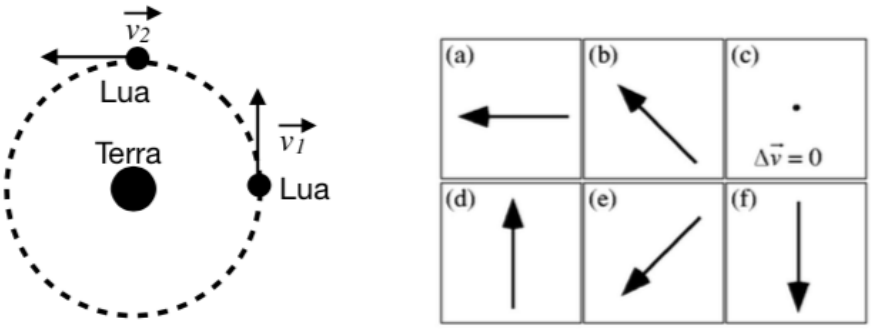
(c) Considerando o módulo da aceleração, $|\vec{a}|$, em cada ponto, $|\vec{a}_6| = |\vec{a}_2| > |\vec{a}_3| = |\vec{a}_5| > |\vec{a}_1| = |\vec{a}_4|$, com $|\vec{a}_4| \neq 0$.

(d) Considerando o módulo da aceleração, $|\vec{a}|$, em cada ponto, $|\vec{a}_6| = |\vec{a}_2| > |\vec{a}_3| = |\vec{a}_5| > |\vec{a}_1| = |\vec{a}_4|$, com $|\vec{a}_1| \neq 0$.

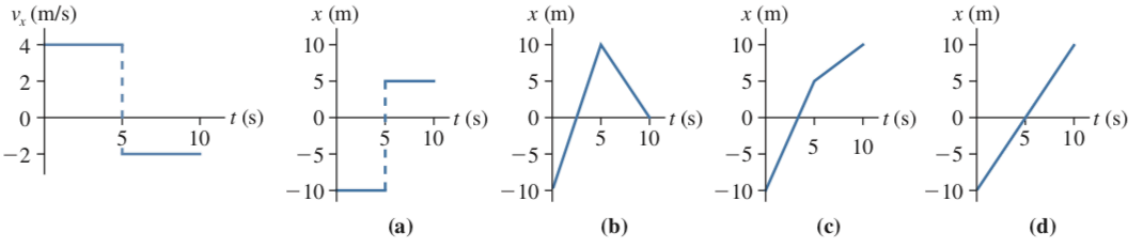
3. Uma partícula se move da posição 1 para a posição 2 durante o intervalo de tempo Δt. Qual dos vetores corresponde à velocidade média da partícula? (Resposta (e))



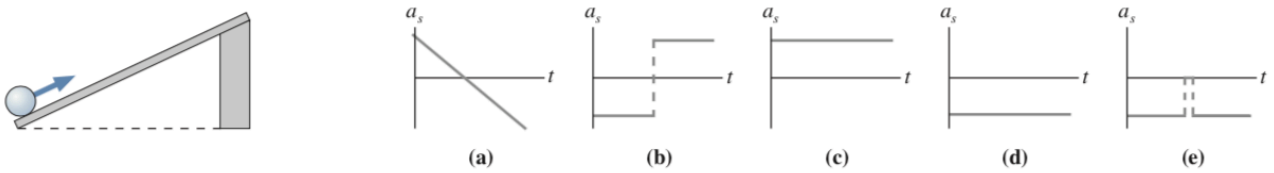
4. A figura abaixo (esquerda) mostra a Lua em duas posições diferentes na sua órbita ao redor da Terra, aproximadamente em uma diferença de 7 dias. Qual dos vetores mostrados na figura abaixo (direita) representa o vetor $\Delta\vec{v} = \vec{v}_2 - \vec{v}_1$ da Lua nesse intervalo de tempo (Resposta (e)).



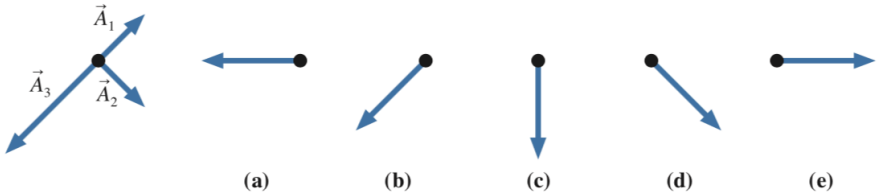
5. Qual é o gráfico de posição versus tempo que corresponde ao gráfico da velocidade versus tempo à esquerda? A posição da partícula em $t_0 = 0$ s é $x_0 = -10$ m (Resposta (b))



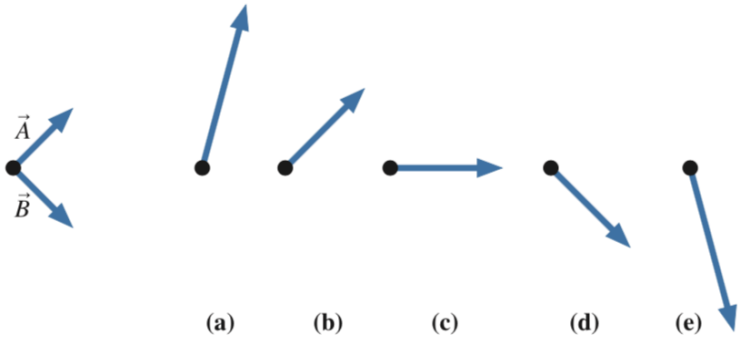
6. A bola rola rampa acima e, depois, rampa abaixo. Qual é o gráfico correto da componente da aceleração a_s ao longo da rampa (Resposta d)?



7. Qual das figuras na direita representa $\vec{A}_1 + \vec{A}_2 + \vec{A}_3$? (Resposta (c))

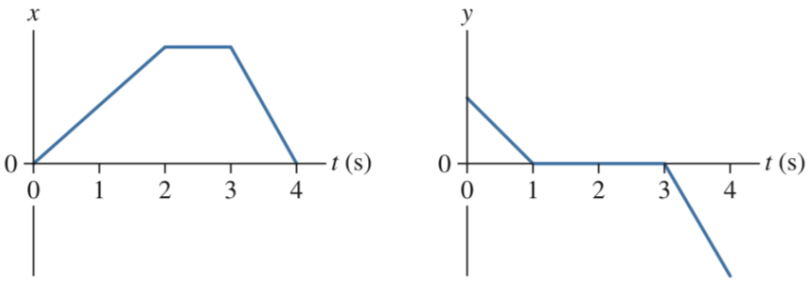


8. Qual das figuras na direita representa $2\vec{A} - \vec{B}$? (Resposta (a))

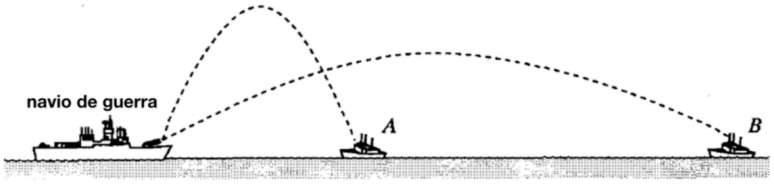


9. Durante qual ou quais dos intervalos abaixo se encontra em repouso a partícula cujo movimento é representado nestes gráficos? (Resposta (c))

a. 0−1 s
b. 1−2 s
c. 2−3 s
d. 3−4 s



10. Um navio de guerra atira simultaneamente dos mísseis em navios inimigos. Se os mísseis seguem as trajetórias parabólicas mostradas, qual das afirmações é correta (Resposta (b)):



(a) O navio A é atingido primeiro.

(b) O navio B é atingido primeiro.

(c) Os navios A e B são atingidos simultaneamente.

(d) Só é possível determinar a ordem de chegada dos mísseis conhecendo-se o valor exato dos ângulos de lançamento.

(e) Só é possível determinar a ordem de chegada dos mísseis conhecendo-se as magnitudes das velocidades de lançamento.

PROBLEMAS

11. O produto escalar e vetorial dos vetores $\vec{u}$ e $\vec{A}$ é $\vec{A} \cdot \vec{u} = C$ e $\vec{A} \times \vec{u} = \vec{B}$. Mostre que $\vec{u} = (C\vec{A} - \vec{A} \times \vec{B})/|\vec{A}|^2$.

12. Uma partícula está restrita a mover-se no plano, com uma aceleração $\vec{a} = 4\hat{i}$ m/s^2. A partícula sai da origem em $t = 0$ s, com a velocidade inicial $\vec{v}_0 = 20\hat{i} - 15\hat{j}$ m/s.

(a) Determine o vetor velocidade $\vec{v}(t)$ para esta partícula ($\vec{v}(t) = (20 + 4t)\hat{i} - 15\hat{j}$ m/s).

(b) Calcule $\vec{v}(t)$ e o correspondente módulo em $t = 5$ s ($40\hat{i} - 15\hat{j}$ m/s, 43 m/s).

(c) Determine o vetor posição $\vec{r}(t)$ e a velocidade média da partícula entre os instantes $t = 0$ s e $t = 5$ s ($(2t^2 + 20t)\hat{i} - 15t\hat{j}$ m/s, $30\hat{i} - 15\hat{j}$ m/s).

13. Uma pedra é lançada do alto de um prédio com um ângulo de 30° com a horizontal e com uma velocidade escalar inicial de 20 m/s. Se a altura do prédio é de 45 m,

(a) Por quanto tempo permanece a pedra "em vôo"? (4,22 s).

(b) Qual é o vetor velocidade e a velocidade escalar da pedra logo antes de alcançar o solo e qual é o ângulo formado com a horizontal? ($\simeq 35,9$ m/s, $\simeq -61°$).

(c) Onde a pedra alcança o solo? (a 73 m da base do prédio).

14. Uma partícula se movimenta em um plano com velocidade radial constante $\dot{r} = 4$ m/s, começando na origem. A velocidade angular é constante e tem valor $\dot{\theta} = 2$ rad/s. Quando a partícula está a 3 m da origem, determine o módulo de (a) a velocidade e (b) a aceleração ($\simeq 7,2$ m/s, 20 m/s^2).

15. Uma partícula se movimenta descrevendo uma espiral no sentido antihorário. Sua trajetória é dada por $r = A\theta$, onde $A = (1/\pi)$ m/rad é constante. O ângulo θ aumenta com o tempo seguindo a equação $\theta = \alpha t^2/2$, onde α é constante.

    (a) Desenhe a trajetória, assim como os vetores velocidade e aceleração em vários pontos da trajetória.

    (b) Mostre que a aceleração radial é zero quando $\theta = 1/\sqrt{2}$ rad.

    (c) Para qué ângulos as componentes radial e tangencial da aceleração tem a mesma magnitude? ($\simeq 2,69$ rad $\simeq 154°$).

16. Para um percurso tranquilo, um elevador é programado para começar do repouso e acelerar de acordo a $\vec{a}(t) = a(t)\hat{j}$, onde

$$a(t) = \begin{cases} (a_m/2)[1 - \cos(2\pi t/T)], 0 \leqslant t \leqslant T, \\ -(a_m/2)[1 - \cos(2\pi t/T)], T <\leqslant t \leqslant 2T \end{cases}, \tag{1}$$

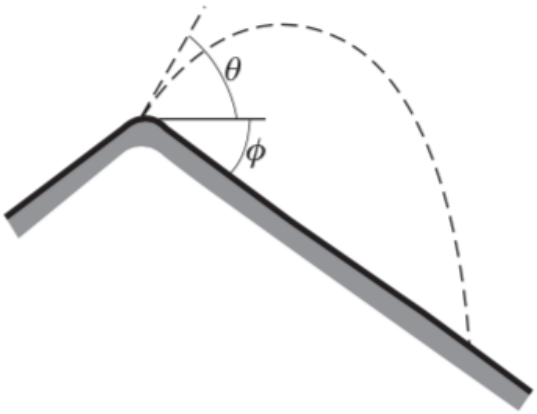
    a_m representa a aceleração máxima e $2T$ o tempo total do percurso realizado.

    (a) Desenhe $a(t)$, a componente $v(t)$ do vetor velocidade e $j(t) = \frac{da}{dt}$ como função do tempo.

    (b) Qual é a a velocidade escalar máxima do elevador? ($a_m T/2$).

    (c) Qual é o tempo necessário para um percurso de distancia D ($a_m T^2/2$).

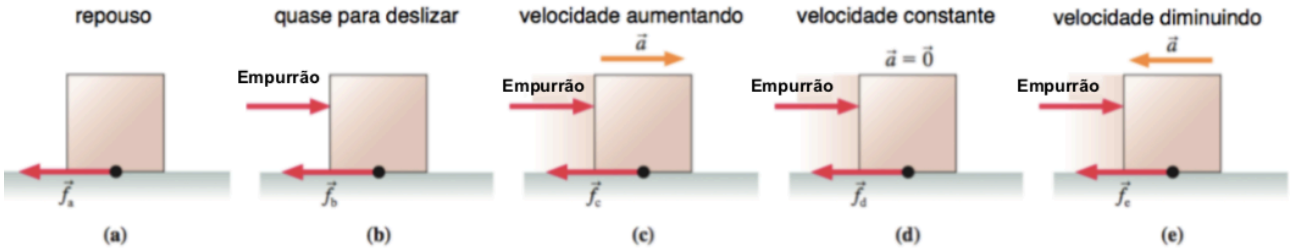
17. Uma pedra está no topo de uma montana que tem uma inclinação descendente de ângulo ϕ como mostrado na figura. A que ângulo θ com a horizontal a pedra tem que ser lançada para que o alcance seja máximo? ($\pi/4 - \phi/2$).



Leis de Newton

QUESTÕES CONCEITUAIS

18. Ordene, da maior para a menor, os módulos das forças $\vec{f}_a$ a $\vec{f}_e$ nas cinco diferentes situações. A caixa e o piso são feitos dos mesmos materiais em todas as situações (Resposta (d))



(a) $f_c = f_d = f_e > f_b > f_a$.

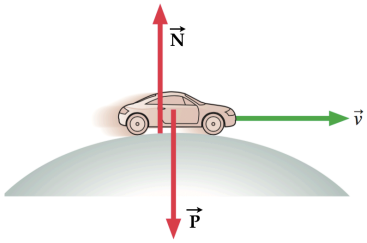
(b) $f_e > f_d > f_c > f_b > f_a$.

(c) $f_b > f_e > f_d > f_c > f_a$.

(d) $f_b > f_c = f_d = f_e > f_a$.

(e) É preciso conhecer os valores dos coeficientes de atrito estático e cinético.

19. Um carro sem combustível passa pelo ponto mais alto de uma colina com velocidade $\vec{v}$. Nesse instante pode-se afirmar que (Resposta (d))



(a) $|\vec{N}| = |\vec{P}|$, onde $\vec{N}$ e $\vec{P}$ representam os vetores força normal e peso.

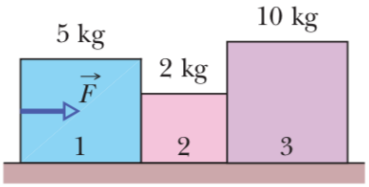
(b) $\vec{F}_c + \vec{P} + \vec{N} = m\vec{a}_c$, onde m é a massa do carro, $\vec{a}_c$ e $\vec{F}_c$ são aceleração e força centrípeta, respetivamente.

(c) Não é possível dizer nada sobre $|\vec{N}|$ sem conhecer a magnitude da velocidade.

(d) $|\vec{N}| < |\vec{P}|$.

(e) $|\vec{N}| > |\vec{P}|$.

20. A figura abaixo mostra três blocos sendo empurrados sobre um piso sem atrito por uma força horizontal $\vec{F}$. Responda se as seguintes afirmações são verdadeiras (V) ou falsas (F) (Respostas: (a) F; (b) V; (c) V; (d) V; (e) V)



(a) A massa acelerada pela força exercida pelo bloco 1 sobre o bloco 2, $\vec{F}_{2(1)}$ é de 2 kg.

(b) A força $\vec{F}$ acelera para a direita a massa total de 17 kg.

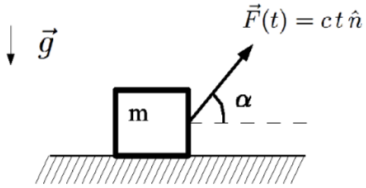
(c) A massa acelerada pela força exercida pelo bloco 2 sobre o bloco 3, $\vec{F}_{3(2)}$ é de 10 kg.

(d) Considerando o módulo da aceleração, $|\vec{a}|$, de cada bloco, $|\vec{a}_1| = |\vec{a}_2| = |\vec{a}_3|$.

(e) Considerando as forças $\vec{F}$, $\vec{F}_{2(1)}$ e $\vec{F}_{3(2)}$, $|\vec{F}| > |\vec{F}_{2(1)}| > |\vec{F}_{3(2)}|$.

PROBLEMAS

21. Um corpo de massa m, inicialmente em repouso no instante inicial $t = 0$ s, é submetido a uma força dependente do tempo $\vec{F}(t) = c\,t\,\hat{n}$, onde c é uma constante positiva e $\hat{n}$ é um vetor unitário que faz um ângulo fixo $0 \leqslant \alpha < \pi/2$ com a horizontal, conforme mostrado na figura abaixo. O coeficiente de atrito estático entre o corpo e a superficie é μ_e enquanto o coeficiente de atrito cinético é μ_c.

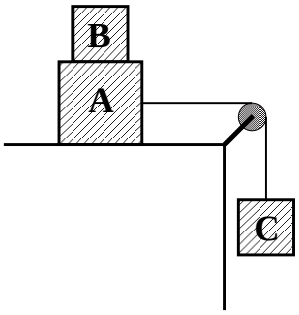


(a) Faça um diagrama das forças que atuam no corpo no instante inicial e escreva tais forças num sistema de coordenadas apropriado.

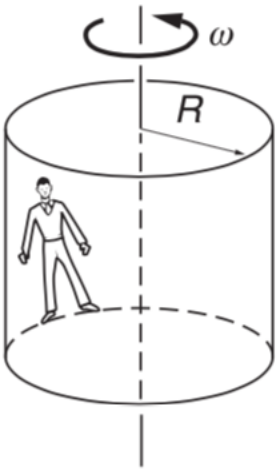
(b) Encontre quanto tempo leva para o corpo começar a se movimentar (t_m) e também o tempo que leva para o corpo "perder" contato com o solo (t_p) ($t_m = \mu_e mg/[c(\cos\alpha + \mu_e \operatorname{sen}\alpha)]$, $t_p = mg/(c \operatorname{sen}\alpha)$)

(c) Encontre o vetor posição e o vetor velocidade do corpo no instante em que o mesmo perde contato com o solo. Deixe sua resposta em termos de t_m e t_p. ($\vec{r}(t_p) = [(c/(6m))(\cos\alpha - m_c \text{sen}\alpha)(t_p^3 - t_m^3) - (\mu_c g/2)(t_p - t_m)^2 - (c\,t_m^2/(2m))(\cos\alpha - \mu_c \text{sen}\alpha)(t_p - t_m)]\hat{i}$, $\vec{v}(t_p) = \left[(c/(2m))(\cos\alpha - \mu_c \text{sen}\alpha)(t_p^2 - t_m^2) - \mu_c g(t_p - t_m)\right]\hat{i}$)

22. Um bloco B, de massa m_B, está sobre um bloco A, de massa m_A, que está sobre o topo de uma mesa horizontal (figura da direita). O coeficiente de atrito cinético entre o bloco A e o topo da mesa é μ_c e o coeficiente de atrito estático entre o bloco A e o bloco B é m_e. Um fio leve ligado ao bloco A passa sobre uma polia fixa, considerada ideal, e conectase ao bloco C, de massa m_C, estando este suspenso de outro lado do fio. Determine o valor máximo para m_C de maneira que os blocos A e B deslizem juntos quando o sistema for liberado a partir do repouso ($m_C < (m_A + m_B)(\mu_e + \mu_c)/(1 - \mu_e)$).



23. Considere um grande cilindro oco vertical de raio R girando ao redo de seu eixo com velocidade angular ω. Quando a velocidade angular do conjunto atinge um valor predeterminado (ω_d), o piso do cilindro desce repentinamente, mas a pessoa dentro do conjunto, no entanto, não cai, permanecendo em contato com a parede. O coeficiente de atrito estático entre a pessoa e a parede é μ_e.



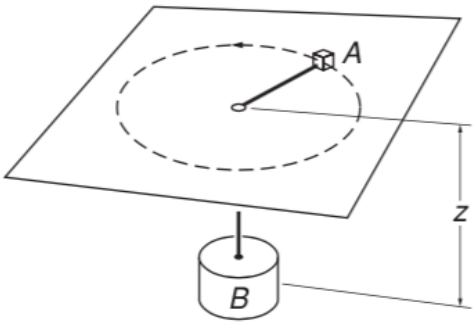
(a) Faça um diagrama das forças que atuam sobre a pessoa após o piso ter descido.

(b) Determine ω_d [$\sqrt{g/(\mu_e R)}$].

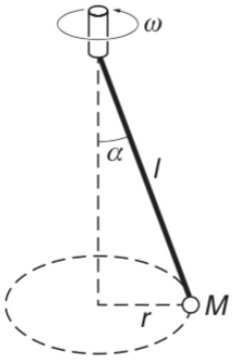
(c) Obtenha o valor do perído máximo de revolução necessário para evitar que a pessoa caia no caso $R = 2,1$ m e $\mu_e = 0,40$ [$1,84$ s].

(d) Se a massa da pessoa for de 49 kg, qual é o módulo da força centrípeta que atuará sobre a mesma? [1200 N]

24. Um fio ligado de massa desprezível passa pelo buraco de uma mesa horizontal sem frição. O fio liga dois blocos A e B de massas M_A e M_B como mostrado na figura da direita. Inicialmente, B é mantido em repouso mediante algum mecanismo desconhecido e A gira com raio constante r_0 e velocidade angular constante ω_0. Se B é liberado no instante $t = 0$ s, qual é o vetor aceleração em um instante imediatamente posterior? $[(M_B g - M_A r_0 \omega_0^2)/(M_A + M_B)]$



25. Uma massa M está suspensa de uma corda de massa desprezível e comprimento l. A extremidade superior da corda pode girar com velocidade angular constante ω formando um ângulo constante α com a vertical como mostrado na figura da direita. A massa M descreve um movimento circular uniforme de raio r.



   (a) Determine o vetor aceleração e o vetor velocidade da massa M em termos do ângulo α $[-g\mathrm{tg}\,\alpha\hat{r},\ \sqrt{rg\mathrm{tg}\,\alpha}\hat{\theta}]$

   (a) Determine o ângulo α e analice as situações $\omega \to \infty$ e $\omega \to 0$ $[\cos\alpha = g/(l\omega^2)]$

26. *Para corajosos!* Uma bola é lançada verticalmente para cima com velocidade inicial v_0. Considere uma força de arrastro do ar $\vec{F}_d = -m\alpha\vec{v}$, onde $\vec{v}$ é a velocidade da bola.

   (a) Qual é a velocidade escalar da bola v_f imediatamente antes de chegar ao chão (uma equação implícita é suficiente)? $[v_0 + v_f = (g/\alpha)\ln[(g + \alpha v_0)/(g - \alpha v_f)]]$.

   (b) Determine o tempo T de vôo da bola. A bola passa mais tempo ou menos tempo no ar em comparação com o caso onde a bola é lançada no vâcuo? $[T = (v_0 + v_f)/g]$.

27. *Para corajosos!* Uma partícula de massa m é lançada com velocidade inicial v_0 formando um ângulo θ com a horizontal. Considere a força de arrastro do ar $\vec{F}_d = -\beta\vec{v} \equiv -m\alpha\vec{v}$.

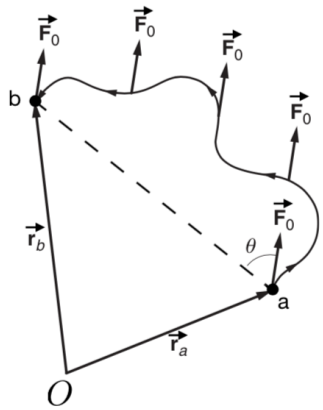
   (a) Determine $x(t)$ e $y(t)$ $[x(t) = (v_0\cos\theta/\alpha)(1 - \exp(-\alpha t)),\ y(t) = (1/\alpha)(v_0\mathrm{sen}\theta + (g/\alpha))(1 - \exp(-\alpha t)) - (g/\alpha)t]$

   (b) Considere que o valor de β é tal que a magnitude da força de arrastro no instante em que a bola é lançada é igual ao peso da bola. Se o objetivo é ter o valor mais grande de x quando y é máximo, mostre que $\mathrm{sen}\theta = (\sqrt{5} - 1)/2$.

Trabalho, Energia Cinética e Energia Potencial

QUESTÕES CONCETUAIS

28. A figura mostra uma partícula que se movimenta sob a ação da força constante $\vec{F}_0 = F_0\hat{n}$. A partícula é movimentada do ponto a até o b, com vetores de posição $\vec{r}_a$ e $\vec{r}_b$ em relação a uma origem O, seguindo a trajetória mostrada na figura. Em relação ao trabalho realizado pela força $\vec{F}_0$ para levar a partícula de a até b, $W_{a\to b}$, pode-se dizer (Resposta (a)):



   (a) $W_{a\to b} = F_0\cos\theta|\vec{r}_b - \vec{r}_a|$ e $W_{a\to b} = -W_{b\to a}$.

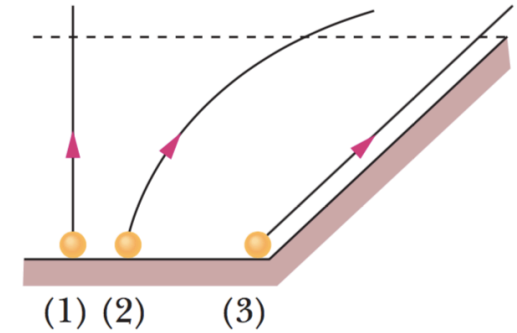
   (b) $W_{a\to b} = F_0\cos\theta|\vec{r}_b - \vec{r}_a|$ e $W_{a\to b} = W_{b\to a}$.

   (c) $W_{a\to b} = F_0\text{sen}\theta|\vec{r}_b - \vec{r}_a|$ e $W_{a\to b} \neq -W_{b\to a}$.

   (d) $W_{a\to b} = F_0\text{sen}\theta(|\vec{r}_b| - |\vec{r}_a|)$ e $W_{a\to b} = -W_{b\to a}$.

   (e) Não é possível calcular o trabalho realizado pela força sem conhecer a curva que representa a trajetória pela partícula entre a e b.

29. A figura mostra três bolinhas iguais que são lançadas desde o chão com o mesmo módulo da velocidade mas seguindo trajetórias diferentes: uma segue uma trajetória em linha reta, outra é lançada formando um pequeno ângulo com a vertical e outra soube uma superfície inclinada sem atrito. Desconsidere a força de arrastro do ar. Quando as bolinhas chegam na linha tracejada, pode-se dizer para o módulo da velocidade de cada bolinha, $\vec{v}_i$ $(i = 1, 2, 3)$, que (Resposta (a))



   (a) $|\vec{v}_1| = |\vec{v}_2| = |\vec{v}_3|$

   (b) $|\vec{v}_1| > |\vec{v}_2| > |\vec{v}_3|$

   (c) $|\vec{v}_1| > |\vec{v}_3| = |\vec{v}_2|$

   (d) $|\vec{v}_2| = |\vec{v}_1| = |\vec{v}_3|$

   (e) $|\vec{v}_3| = |\vec{v}_1| = |\vec{v}_2|$

30. Uma partícula que pode-se mover livremente ao longo do eixo x tem uma energia potencial da forma $U(x) = \beta[1-e^{-x^2}]$, onde $-\alpha \leqslant x \leqslant \alpha$ e α e β são constantes positivas. Responda se as seguintes afirmações são verdadeiras (V) ou falsas (F) (Respostas: (a) F; (b) F; (c)

V; (d) V).

(a) Existem vários pontos de equilibrio estável.

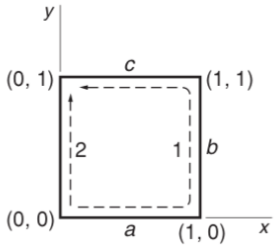
(b) Para qualquer valor finito não nulo de x, existe uma força que faz que a partícula fique cada vez mais distante de $x = 0$.

(c) Se a energia mecânica total é $\beta/2$, a energia cinética é máxima em $x = 0$.

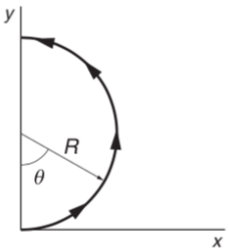
(d) $x = 0$ é um ponto de equilibrio estável.

PROBLEMAS

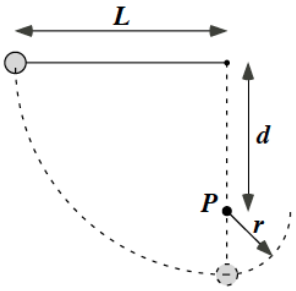
31. Considere a força $\vec{F} = A(xy\hat{\imath}+y^2\hat{\jmath})$ e os caminho 1 e 2 mostrados na figura da direita, que ligam os pontos $(0, 0)$ e $(0, 1)$. Calcule o trabalho realizado pela força $\vec{F}$ seguindo os caminhos 1 e 2 ($-A/6$ e $A/3$)



32. Determine o trabalho realizado pela força $\vec{F} = A(x^3\hat{\imath} + xy^2\hat{\jmath})$ de $(x = 0, y = 0)$ até $(x = 0, y = 2R)$ seguindo o semicírculo da figura abaixo.



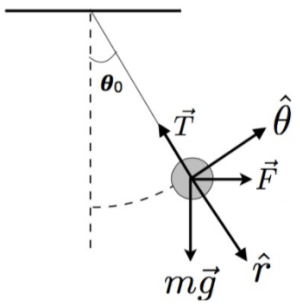
33. A corda da figura da direita tem $L = 120$ cm de comprimento e a distância d até o pino fixo P é de 75 cm. Quando a bola é liberada, a partir do repouso na posição indicada na figura, descreve a trajetória indicada pela linha tracejada.



(a) Mostre que para que a bola faça uma volta completa em torno do pino $d > 3L/5$ (sugestão: a bola ainda deve estar se movendo quando chegar ao ponto mais alto da trajetória).

(b) Qual é a velocidade escalar da bola no ponto mais baixo e no ponto mais alto (depois que a corda toca o pino) da trajetória? (4,8 m/s e 2,4 m/s)

34. Um pêndulo de comprimento L e massa m em posição vertical (posição 1) é submetido a uma força horizontal $\vec{F}$ e se movimenta com velocidade constante até alcançar o ângulo θ_0 (posição 2).



   (a) Calcule o trabalho realizado pela tensão $\vec{T}$, força peso $\vec{P}$ e força $\vec{F}$ ao deslocar o pêndulo da posição 1 até a 2 $(0, -mgL(1-\cos\theta_0), mgL(1-\cos\theta_0))$

   (b) O pêndulo é liberado. Qual é o vetor velocidade do pêndulo quanto este passa pelo ponto mais baixo da trajetória $(-\sqrt{2gL(1-\cos\theta_0)}\hat{i})$

35. Um bloco de 2,1 kg é mantido contra uma mola de massa desprezível cuja constante é $k = 2400$ N/m e que sofre uma compressão de 0,15 m. O bloco é liberado do repouso no ponto i e a mola projeta o bloco por uma rampa ascendente de 25°, conforme a figura da direita. O bloco entra em repouso momentâneo no ponto f. Considere o coeficiente de atrito cinético entre o bloco e a rampa igual a 0,20. Admita que o bloco perca o contato com a mola quando está relaxada.

   (a) Qual é a distância, na rampa, do ponto f ao ponto i? (2,17 m)

   (b) Quando o bloco desliza de volta rampa a baixo, qual é a velocidade no ponto médio do caminho entre f e i? (2,27 m/s)

36. A energia potencial de uma partícula de massa $m = 0,5$ kg que se move ao longo do eixo x $(x > 0)$ é dada por $U(x) = (1/x^2) - (2/x)$, com U em Joules e x em metros.

   (a) Esboce o gráfico de $U(x)$.

   (b) Determine a força que age sobre a partícula $[((2/x^3) - (2/x^2))\hat{i}]$.

   (c) Qual é o valor de x_0 correspondente ao ponto de equilíbrio? $(x_0 = 1$ m).

   (d) Supondo que a partícula seja abandonada na posição $x_1 = 0,75$ m, qual é o valor máximo x_2 da coordenada x que ela atingirá $(x_2 = 1,5$ m).

   (e) Qual é o valor da velocidade da escalar da partícula ao passar pelo ponto de equilíbrio ((2/3) m/s).

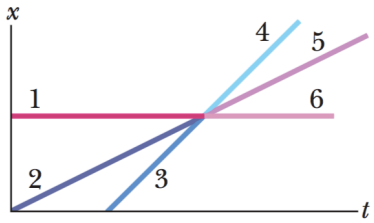
Momento linear e Colisões

QUESTÕES CONCETUAIS

37. Uma bola de borracha e uma bola de argila, ambas de 10 g de massa, são atiradas contra uma parede e com a mesma velocidade. A bola de borracha ricochetea e a de argila se fixa à parede. Qual delas exerce o maior impulso sob a parede? (Resposta (b))

    (a) a bola de argila, já que gruda na parede.
    (b) A bola de borracha, já que ricochetea.
    (c) Elas exercem impulsos iguais uma vez que possuem o mesmo momento linear inicial.
    (d) O impulso de ambas é nulo, já que a parede permanece imóvel.
    (e) Só pode ser determinado conhecendo-se a dependência temporal das forças durante as colisões e suas durações.

38. Dois corpos sofrem uma colisão elástica unidimensional ao longo de um eixo x. A figura mostra a posição dos corpos e do centro de massa em função do tempo a partir de um certo instante. Pode-se dizer que (Resposta (a)):



    (a) A massa do corpo que estava se movendo mais depressa antes da colisão é igual à do outro corpo.
    (b) Os dois corpos estavam se movendo antes da colisão.
    (c) A reta 1 representa ao movimento do centro de massa antes da colisão.
    (d) As retas 4 e 5 representam os movimentos dos corpos depois da colisão.
    (e) A massa do corpo que estava se movendo mais depressa antes da colisão é maior à do outro corpo.

PROBLEMAS

39. Uma bola de borracha de massa $0,2$ kg cai verticalmente até chegar ao chão. A velocidade escalar de impacto com o chão é de 8m/s e ricochetea com aproximadamente a mesma velocidade escalar. Fotografias de alta velocidade mostram que a bola ficou em contato com o chão por um intervalo de tempo de $\Delta t = 10^{-3}$ s. Qué podemos dizer em relação à força que o chão exerce na bola? (Força média de 3200 N).

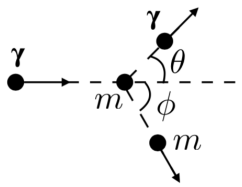
40. Um míssil de massa m lançado com uma velocidade escalar inicial v_0 formando um ângulo $\theta = 45°$ com a horizontal explode no ponto mais alto da trajetória A em duas partes iguais. Sabendo que uma delas cai embaixo do ponto A, calcule as velocidades escalares dessas partes imediatamente antes de colidir com o solo ($v_0/\sqrt{2}$, $\sqrt{5/2}v_0$).

41. Determine a equação que descreve o movimento de um foguete usando o movimento do centro de massa do sistema foguete+gas expelido.

42. Uma partícula de massa m se movimenta no eixo x com velocidade escalar v e colide elásticamente com uma partícula em repouso de massa nm, onde n é um dado número. Após a colisão, é observado que as duas partículas tem mesma componente x das velocidades. Qual é o ângulo que a velocidade da partícula de massa nm forma com o eixo x. Resolva o problema usando o referencial laboratório e o referencial centro de massa. (45°, independente de n).

43. *(Para corajosos demais!)* A teoria especial da relatividade formulada por Albert Einstein em 1905 generaliza a mecânica newtoniana. Nessa teoria, a massa de uma partícula pode ser considerada como uma função da velocidade da partícula $\vec{v}$ (medida em um referencial inercial) e é dada por $m(\vec{v}) = \frac{m_0}{\sqrt{1-\vec{\beta}^2}}$, onde $\vec{\beta} = \vec{v}/c$ ($|\vec{\beta}| < 1$) com $m_0 = m(\vec{v} = \vec{0})$ e c constantes que representam, respetivamente, a massa em repouso da partícula e a velocidade da luz. O momento linear de uma partícula com velocidade $\vec{v}$ continua sendo $\vec{p} = m(\vec{v})\vec{v}$. A segunda Lei de Newton em termos da aceleração da partícula deixa de ser válida, porém, continua tendo sentido a relação entre força e momento linear. A energia cinética de uma partícula não corresponde a $m(\vec{v})\vec{v}^2/2$, porém continua estando relacionada com o estado de movimento da partícula, sendo 0 quando a partícula está em repouso. O teorema trabalho-energia cinética, leis de conservação do momento linear e da energia de um sistema continuam inalteradas.

    (a) Mostre que a energia cinética T de uma partícula na teoria da relatividade especial é dada por $T = (m(\vec{v}) - m_0)c^2$. Além de energia cinética, as partículas tem energia m_0c^2 simplesmente pelo fato de ter massa em repouso m_0, o que produz, na aussência de uma fonte de energia potencial, uma energia mecânica de $E = T + m_0c^2$. Mostre que na aussência de uma fonte de energia potencial, a energia mecânica E de uma partícula de massa $m(\vec{v})$ e velocidade $\vec{v}$ está relacionada com o momento linear $\vec{p} = m(\vec{v})\vec{v}$ através de $E = \sqrt{\vec{p}^2c^2 + m_0^2c^4}$.



Considere agora a colisão entre um fóton γ (partícula com massa em repouso 0) de energia mecânica E_γ e uma partícula de massa $m(\vec{v})$ que está em repouso (com massa em repouso m_0). Como conseqüência da colisão, o fóton e a partícula de massa $m(\vec{v})$ são espalhados formando os ângulos θ e ϕ como mostrado na figura e passam a ter energias mecânicas E'_γ e E'_m, respetivamente.

(b) Utilizando a relação entre energia mecânica e o momento linear do item anterior, mostre que

$$\frac{1}{E'_\gamma} = \frac{1}{E_\gamma} + \frac{1}{m_0 c^2}(1 - \cos\theta)$$

Dinâmica do sólido rígido

QUESTÕES CONCETUAIS

44. Duas barras idênticas de mesma massa e comprimento são usadas para desenhar um objeto com a forma da letra T. O objeto pode girar em torno dos eixos indicados pela linha tracejada na figura. Para os momentos de inércia I_a a I_d, relacionados com a rotação em torno ao eixo indicado, pode-se afirmar que (Resposta (c)):

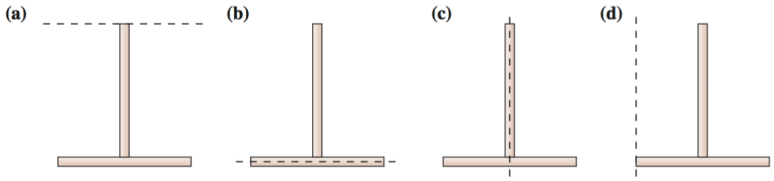
(a) $I_a > I_b > I_c > I_d$

(b) $I_d > I_c > I_b > I_a$.

(c) $I_a > I_d > I_b > I_c$.

(d) $I_a = I_c$ e $I_b = I_d$

(e) $I_a = I_d$ e $I_c = I_d$.



45. Um sistema formado por dois baldes e uma barra estão fixados a um eixo como indicado na figura. O sistema, que gira em torno do eixo com uma certa velocidade angular, descreve um círculo no plano perpendicular ao eixo. De repente começa a chover. Despreze qualquer tipo de atrito e força de resistência. Responda se as seguintes aformações são verdadeiras (V) ou falsas (F) (Respostas: (a) F; (b) F; (c) F; (d) F; (e) V)

(a) Os baldes continuam girando com velocidade angular constante como conseqüência da conservação do momento angular do sistema baldes+barra+chuva.

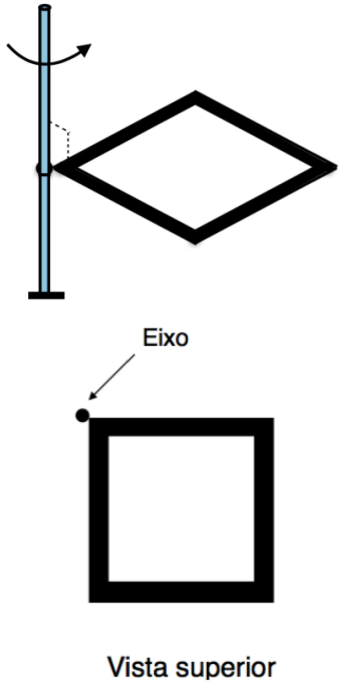
(b) Os baldes giram com menor velocidade angular como conseqüência da conservação do momento angular e da energia mecânica do sistema baldes+barra+chuva.

(c) Os baldes giram com maior velocidade angular porque o momento angular do sistema baldes+barra é conservado.

(d) Os baldes continuam girando com velocidade angular constante porque o momento angular do sistema baldes+barra+chuva é conservado.

(e) Os baldes giram com menor velocidade angular porque o momento angular do sistema baldes+barra+chuva é conservado.

46. Um objeto quadrado de massa m é formado de quatro varetas finas idênticas, todas de comprimento L e massa M, amarradas juntas. O objeto é fixado a uma barra, podendo girar em torno dela com velocidade angular $\vec{\omega}$, como mostrado na figura. O momento de inércia do objeto em relação ao eixo de rotação na figura é (Resposta (a)):



(a) $5mL^2/6$.

(b) $7mL^2/12$.

(c) $ML^2/3$.

(d) $mL^2/12$.

(e) $ML^2/12$.

47. Para um disco de massa M e raio R, que rola sem deslizar, o que é maior, sua energia cinética translacional ou sua energia cinética de rotação em relação ao centro de massa? (Resposta (a))

(a) A energia cinética translacional é maior.

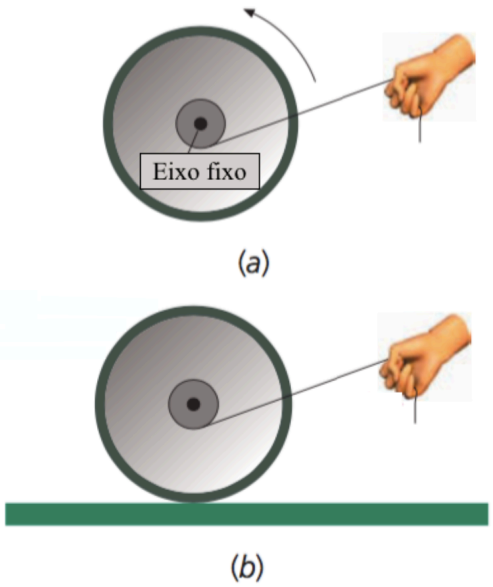
(b) A energia cinética de rotação relação ao centro de massa é maior.

(c) As duas energias são iguais.

(d) A resposta depende do raio do disco.

(e) A resposta depende da massa do disco.

48. Um carretel é livre para girar em torno de um eixo fixo, e um cordão enrolado em torno do eixo do carretel faz com que ele gire no sentido anti-horário como indicado na figura (a). No entanto, se o carretel é colocado sobre uma mesa horizontal [figura (b)] e se há força de atrito suficiente entre ele e a mesa, podemos dizer que tal carretel (Resposta (a)):



(a) Gira no sentido horário e rola para a direita.

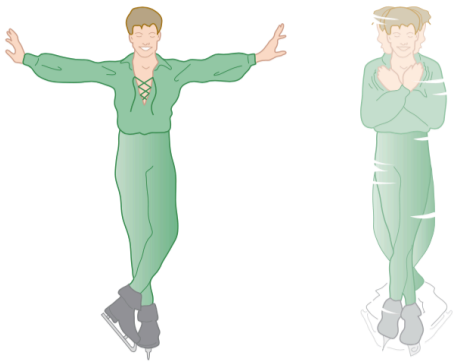
(b) Gira no sentido horário e rola para a esquerda.

(c) Gira no sentido anti-horário e rola para a direita.

(d) Gira no sentido anti-horário e rola para a esquerda.

(e) Não rola.

49. Durante uma exhibição, Evgeni Plushenko, patinador artístico russo e três vezes campeão do mundo, está girando em torno de um eixo vertical com os braços estendidos horizontalmente. Em um certo instante, quando ele aproxima os dois braços do estômago, as seguintes afirmações são verdadeiras (V) ou falsas (F) (Respostas: (a) F; (b) F; (c) F; (d) F; (e) V)



(a) O seu momento angular permanece constante e sua energia cinética diminui. (F)

(b) O seu momento de inércia, momento angular e energia cinética aumentam. (F)

(c) O seu momento de inércia, momento angular e energia cinética diminuem. (F)

(d) O seu momento de inércia aumenta, e seu momento angular e energia mecânica permanecem constantes. (F)

(e) O seu momento de inércia diminui, o seu momento angular permanece constante e sua energia mecânica aumenta. (V)

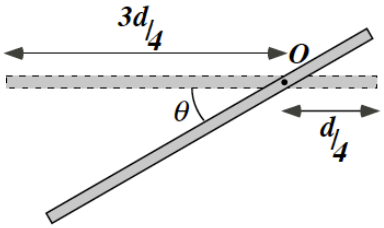
PROBLEMAS

50. Considere o pêndulo (chamado de pêndulo cônico) do problema 25, e que o pêndulo descreve um movimento circular uniforme com velocidade angular ω.

    (a) Determine o vetor momento angular do pêndulo em relação ao centro do círculo descrito no plano (ponto A) e em relação ao ponto de suspensão do pêndulo (ponto B). Comente o resultado. ($\vec{L}_B = Mlr\omega \text{sen}\alpha\hat{k} + Mlr\omega\cos\alpha\hat{r}$)

    (b) Calcule o torque externo resultante em relação aos pontos A e B usando a definição de torque e compare com $d\vec{L}_A/dt$ e $d\vec{L}_B/dt$. Qual é a sua conclusão?

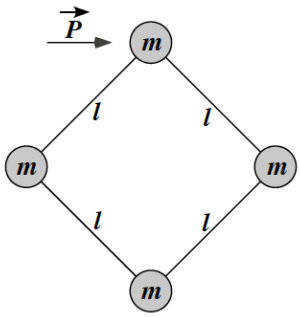
51. Uma haste metálica delgada de comprimento d e massa M pode girar livremente em torno de um eixo perpendicular à folha que passa por O (ver figura), à distancia $d/4$ de uma extremidade. A haste é solta a partir do repouso, na posição horizontal.



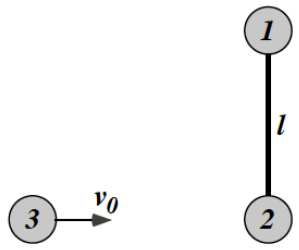
    (a) Calcule o momento de inércia da haste com respeito ao eixo em torno do qual ela gira ($7Md^2/48$).

    (b) Calcule o vetor velocidade angular $\vec{\omega}$ após a haste ter caído de um ângulo θ (figura), bem como o vetor aceleração angular $\vec{\alpha}$ ($\vec{\omega} = \sqrt{(24g/(7d))\sin\theta}\hat{k}$, $\vec{\alpha} = (12g/(7d))\cos\theta\hat{k}$, onde $\hat{k}$ sai da folha)

52. Quatro partículas iguais de massas m ocupam os vértices de uma armação quadrada formada por quatro barras rígidas de comprimento l e massa desprezível. O conjunto está sobre uma mesa de ar horizontal, podendo deslocar-se sobre ela com atrito desprezível. Transmite-se um impulso instantâneo $\vec{I}$ a uma das massas, na direção de uma das diagonais do quadrado, como mostrado na figura da direita. Descreva completamente o movimento subsequente do sistema ($\vec{v}_{\text{CM}} = \vec{I}/(4m)$, $\vec{\omega} = -|\vec{I}|/(\sqrt{2}ml)\hat{k}$, onde $\hat{k}$ sai da folha).



53. Um haltere formado por dois partículas de massas m unidos por uma barra rígida de massa desprezível e comprimento l cm repousa sobre uma mesa de ar horizontal. Uma terceira partícula de mesma massa m desloca-se com atrito desprezível e velocidade escalar v_0 sobre a mesa, perpendicularmente ao haltere, e colide frontalmente com a partícula 2, permanecendo colado a ele. Descreva completamente o movimento subsequente do sistema ($\vec{v}_{\mathrm{CM}} = \vec{v}_0/3$, $\vec{\omega} = v_0/(2l)\hat{k}$, onde $\hat{k}$ sai da folha)



54. Uma bola de boliche esférica uniforme é lançada sobre uma cancha horizontal, com coeficiente de atrito cinético μ_c, com velocidade inicial $\vec{v}_0 = v_0\hat{i}$ e sem rotação inicial.

    (a) Que distancia d a bola percorrerá sobre a prancha até que comece a rolar sem deslizar? ($d = 12v_0^2/(49\mu_c g)$).

    (b) Quanto tempo depois do lançamento isso ocorre? ($2v_0/(7\mu_c g)$).

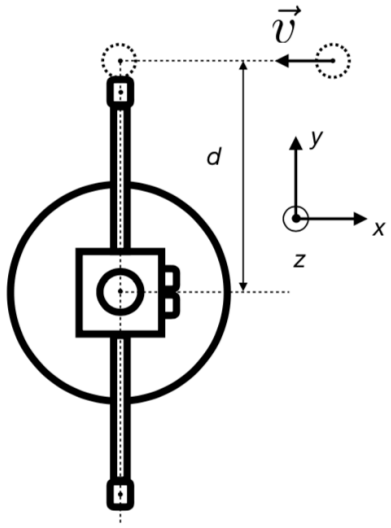
    (c) Qual é o vetor velocidade da bola nesse instante? ($(5/7)\vec{v}_0$).

55. Um aro de bicicleta de raio R e massa m está girando inicialmente com velocidade angular $\vec{\omega}_0$ (ver figura) em torno de um eixo perpendicular ao plano do aro e passando pelo seu centro de massa. O aro é baixado até o chão e o toca sem ricochete (sem quicar). Tão logo o aro toca o chão, começa a mover-se na horizontal até que rola sem deslizar com velocidade angular $\vec{\omega}_f$ e velocidade do centro de massa $\vec{v}_{\mathrm{CM}f}$ desconhecidas. A figura mostra dois instantes de tempo: aquele em que o aro toca o chão e aquele em que atinge a velocidade angular final.

    (a) Esboce o diagrama de forças atuando sobre o aro no instante em que é colocado no chão e começa a se movimentar na horizontal.

    (b) Determine o vetor velocidade do centro de massa do aro quando ele começa a rolar sem deslizar ($\vec{v}_{\mathrm{CM}f} = (R|\vec{\omega}_0|/2)\hat{i}$)

56. Uma pessoa está com os braços abertos sobre uma plataforma giratória (com atrito desprezível no giro) presa ao chão. Nessa posição, o momento de inércia em relação ao eixo de rotação da plataforma é $I = 1,99$ kg$\cdot$ m^2. Um disco uniforme de massa $m = 2$ kg, raio $r = 0,10$ m é lançado com velocidade $\vec{v} = -2\hat{i}$ m/s e velocidade angular $\vec{\omega} = -90\hat{k}$ rad/s conforme a figura. O disco é agarrado pela mão e para de girar, ficando seu centro a uma distância $d = 1$ m do centro do sistema pessoa-plataforma, na altura dos braços. Determine



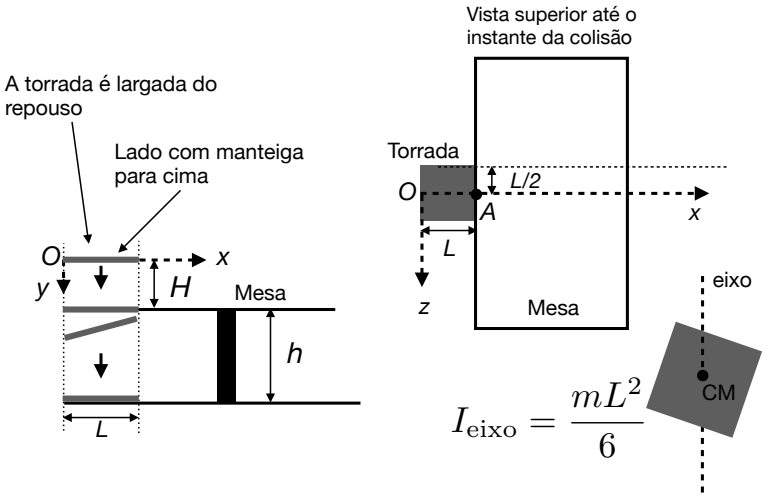
(a) O vetor momento angular do disco em relação ao seu centro de massa antes de ser agarrado.

(b) O vetor momento angular total do disco em relação ao centro do sistema pessoa-platadorma na altura dos braços, antes de ser agarrado.

(c) O momento de inércia do conjunto plataforma-pessoa-disco em relação ao eixo de rotação da plataforma, após o disco ser agarrado.

(d) Qual é o vetor velocidade angular $\vec{\Omega}$ do conjunto plataforma-pessoa-disco após o disco ser agarrado pela mão? Girará o conjunto no sentido horário ou anti-horário?

57. (*Para corajosos*) São as 5:00 a.m. Você acabou de acordar disposto a arrasar na prova de Mecânica. Para isso não há nada melhor que começar o dia com um bom café de manhã. Assim que você decide preparar uma torrada com manteiga. Durante o processo de colocar a manteiga na torrada, você começa a revisar mentalmente o conteúdo da prova: cinemática, leis de Newton, trabalho e momento linear, colisões, momento angular, rotações e ... puff ... a torrada escorrega dos seus dedos e cai verticalmente com velocidade inicial 0, sem girar (ver figura), com o lado da manteiga para cima. No caminho até o chão, a torrada toca levemente o lateral da mesa onde você tinha a intenção de disfrutar do seu café de manhã, o que produz que a torrada começe a girar entorno a um eixo perpendicular à página, enquanto continua caindo verticalmente em direção ao chão (ver figura). Considere que a torrada escorregou da sua mão a uma altura H da mesa, que toca a mesa a uma altura h do chão e que a torrada, até tocar a mesa, está orientada "paralela" ao chão com o lado com manteiga olhando para cima (ver figura). Idealize a torrada com manteiga como uma lámina quadrada homogêna e delgada de massa m onde o comprimento de um dos lados é L. Desprecie qualquer força de atrito.



Considere a colisão entre a torrada e a mesa como uma colisão elástica que tem um tempo de duração infinitesimal Δt (ignore a força gravitacional durante esse intervalo de tempo)

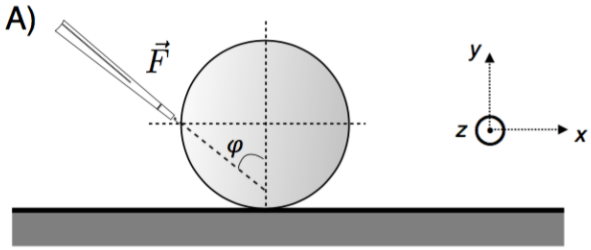
(a) O momento linear $\vec{p}$ e o momento angular da torrada $\vec{l_O}$ mudam como conseqüência da força que a mesa exerce sob a torrada (considere essa força constante e que age em A). Determine a relação entre $\Delta\vec{l_O}$ e $\Delta\vec{p}$ ($\Delta\vec{l_O} = \vec{r}_A \times \Delta\vec{p}$).

(b) Determine o vetor velocidade $\vec{v}$ do centro de massa da torrada e o vetor velocidade angular $\vec{\omega}$ imediatamente após a colisão com a mesa. Deixe a sua resposta em termos de $g = |\vec{g}|$ (aceleração gravitacional), H, h e L ($\vec{v} = \sqrt{(gH/2)}\hat{j}$, $\vec{\omega} = (3\sqrt{2gH}/L)\hat{k}$)

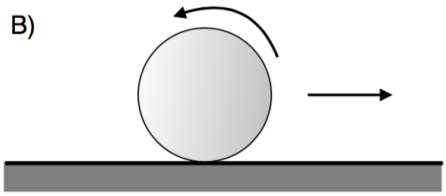
(c) Que valor de H, em termos de h e L, produz a situação desafortunada onde a torrada, após tocar o lateral da mesa, e no tempo em que demora em chegar até o chão, consegue girar um ângulo π, fazendo que a torrada fique paralela ao chão, com o lado da manteiga"olhando" para o chão, imediatamente antes de alcançar o chão ($H = \pi^2 L^2/(6(6h - \pi L))$).

(d) Que relação entre L e h faz que a situação descrita no item (c) nunca possa acontecer ($L > 6h/\pi$).

58. (*Para corajosos*) Durante uma competição de bilhar, Efren Manalang Reyes, um dos melhores jogadores de todos os tempos, atinge a bola com o seu taco como indicado na figura A ($\varphi > 45°$). O taco exerce uma força constante $\vec{F}$ (alinhada com o taco como mostra a figura A) durante um intervalo de tempo Δt, produzindo na bola um impulso linear de módulo J. A bola (massa M e raio R) ao ser atingida pelo taco não ricocheteia e move-se em linha reta para a direita, girando como indicado na figura B até um instante t_D medido a partir do início do movimento. A partir desse instante de tempo, a bola



começa a deslizar, sem girar, sobre a mesa até o instante t_R, a partir do qual começa a rolar sem deslizar. O coeficiente de atrito entre a bola e a mesa é μ.



(a) Desenhe o diagrama de forças da bola durante o intervalo de tempo que dura a colisão entre o taco e a bola e escreva explicitamente as forças que agem sobre a bola no sistema de coordenadas da Figura A. Calcule os torques realizados pelas forças em relação ao centro de massa da bola.

(b) Desprezando a força de atrito durante o contato entre o taco e a bola, determine os vetores velocidade do centro de massa, $\vec{v}_0$, e velocidade angular de giro, $\vec{\omega}_0$, com os que a bola inicia o movimento ($\vec{v}_0 = (|\vec{J}|\text{sen}\varphi/M)\hat{i}$, $\vec{\omega}_0 = 5|\vec{J}|\cos\varphi/(2MR)\hat{k}$)

(c) Para um instante t posterior ao contato entre o taco e a bola, adote as condições iniciais calculadas no item (b) e determine os vetores aceleração do centro de massa e aceleração angular da bola como função do tempo t. Determine ainda o instante de tempo t_D ($\vec{a}_{\text{CM}} = -\mu g\hat{i}$, $\vec{\alpha} = -(5\mu g/(2R))\hat{k}$, $t_D = |\vec{J}|\cos\varphi/(\mu M g)$)

(d) Determine a velocidade do centro de massa da bola no instante em que a bola começa a rolar sem deslizar (instante t_R) ($\vec{v}_{\text{CM}}(t_R) = (5|\vec{J}|(\text{sen}\varphi - \cos\varphi)/(7M))\hat{i}$).