

---

# Física Moderna II

## Aula 06

---

***Marcelo G. Munhoz***

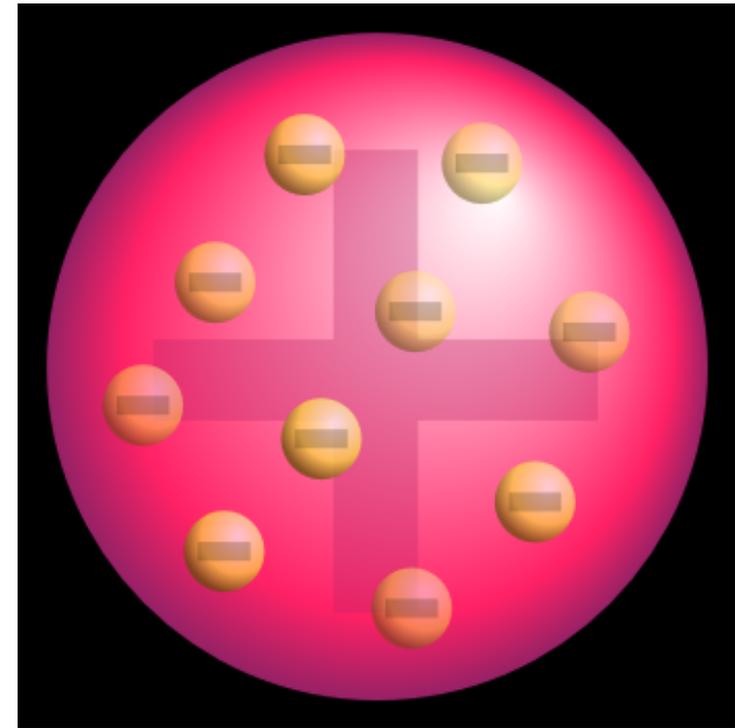
munhoz@if.usp.br

Edifício HEPIC, sala 212

ramal 916940

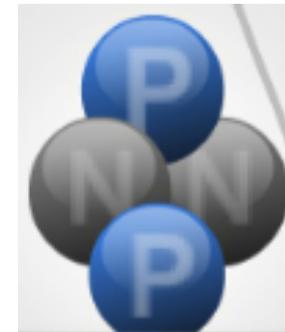
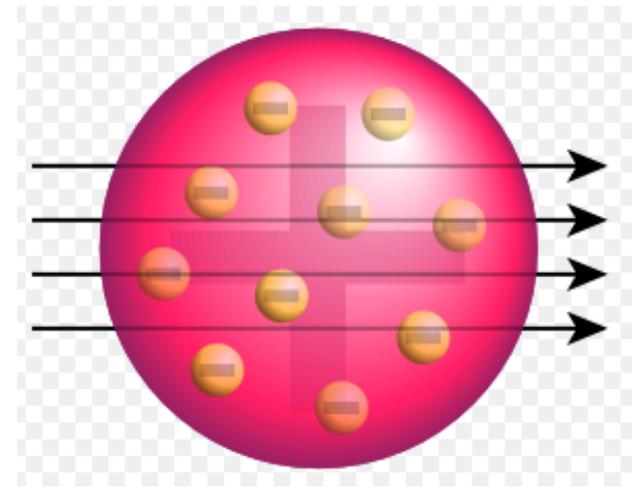
# 1904 - O Modelo Atômico de Thomson

- *Philosophical Magazine*, 7 (1904), 237
- A partir da descoberta dos elétrons (carga negativa corresponde a corpúsculos), Thomson propõe um modelo atômico, chamado de “pudim de passas”.



# Como testar o modelo de Thomson?

- Através do “bombardeamento” do átomo com diferentes partículas
- A melhor candidata na época eram as chamadas partículas- $\alpha$
- No caso do modelo de Thomson, se espera que as deflexões sejam pequenas
  - massa do elétron  $\ll$  massa da partícula- $\alpha$  (7000 vezes menor)



# Dados observados

- Geiger e Marsden (1909) observam o resultado do bombardeamento de elétrons e partículas- $\alpha$  em finas folhas de certos materiais
- Para a surpresa de todos, eles observam partículas espalhando em ângulos bastante traseiros

Fig. (D) Scattering of  $\alpha$  rays by an atom

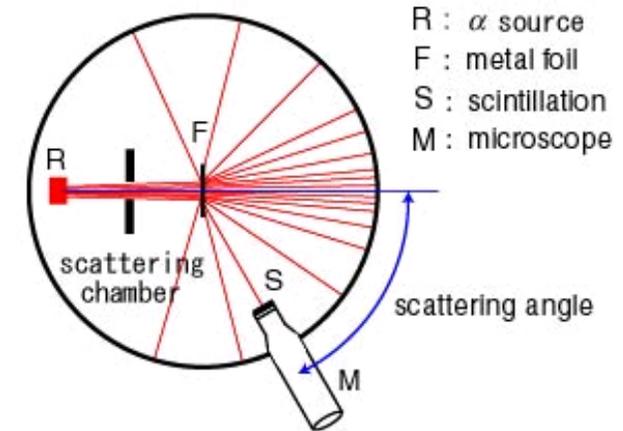
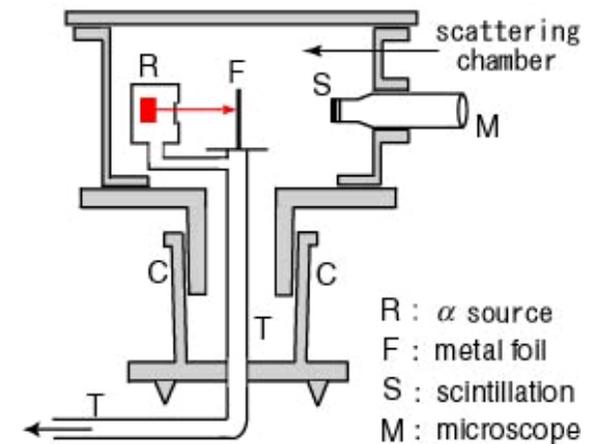


Fig. (E) Setting of the experiment



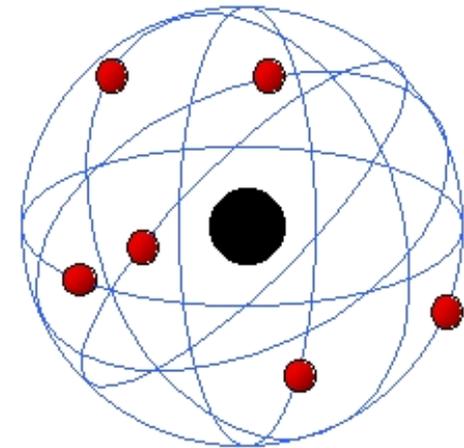
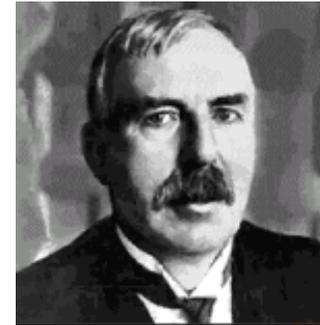
---

## 1911 - Rutherford propõem a existência do núcleo atômico

- Rutherford demonstra quantitativamente que os resultados de Geiger e Marsden seriam obtidos a partir de novas hipóteses para o modelo atômico.
- A partir dessas novas hipóteses, ele calcula quantas partículas- $\alpha$  deveriam ser vistas em função do ângulo de espalhamento.

# 1911 - Rutheford propõem a existência do núcleo atômico

- As hipóteses para o modelo atômico e a sua interação são:
  - ❑ A mecânica clássica é válida
  - ❑ O átomo contém um núcleo de carga  $+Ze$  e  $Z$  elétrons orbitando a sua volta
  - ❑ Somente a força Coulombiana agindo
  - ❑ O núcleo e a partícula incidente são pontos
  - ❑ O núcleo alvo não sofre recuo
  - ❑ Nenhuma mudança ocorre no estado do alvo ou da partícula incidente



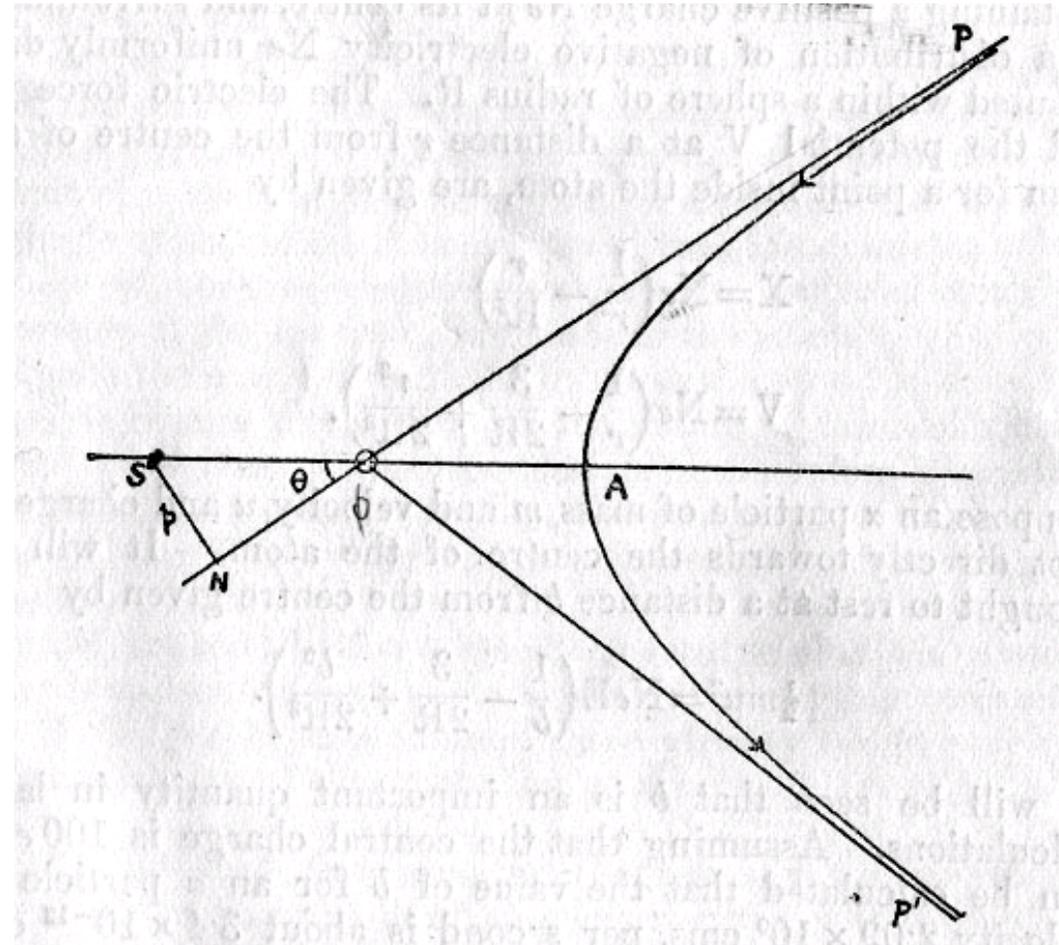
---

# Rutherford (1911)

- **Objetivo:** calcular o número de partículas espalhadas em função do ângulo.
- **1º passo:** o ângulo de espalhamento da partícula incidente depende da proximidade da colisão. Portanto, é preciso calcular o ângulo de espalhamento em função da proximidade, ou **parâmetro de impacto**, da colisão.

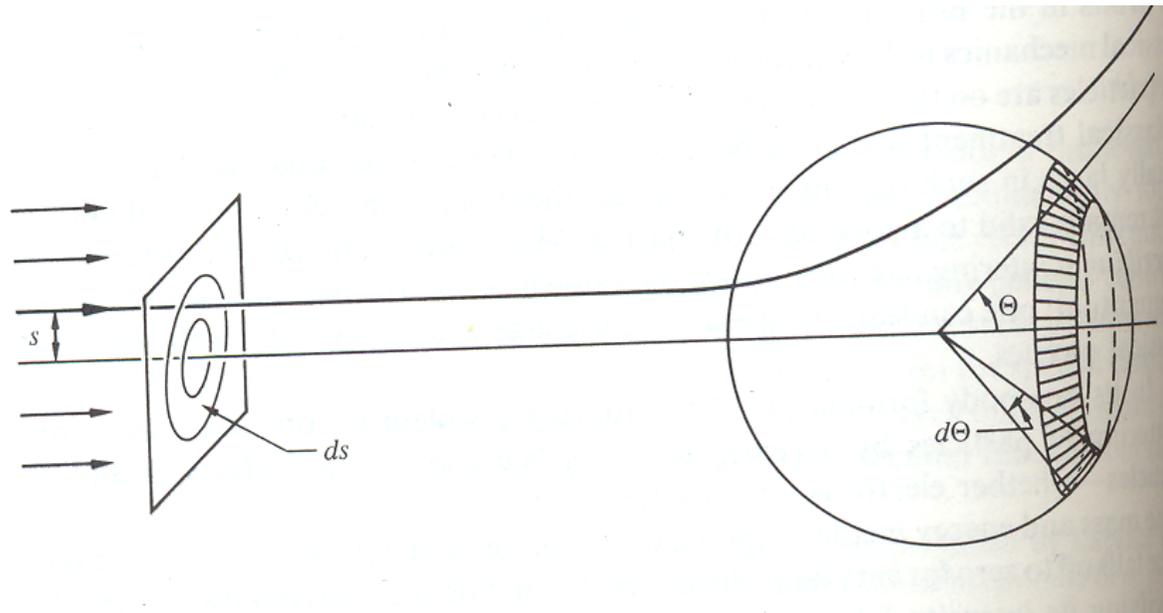
# Rutherford (1911) - Mecânica Clássica

- **Força central que varia com o inverso da distância: órbita hiperbólica, onde  $O$  é o centro e  $S$  é o foco (localização da força central)**



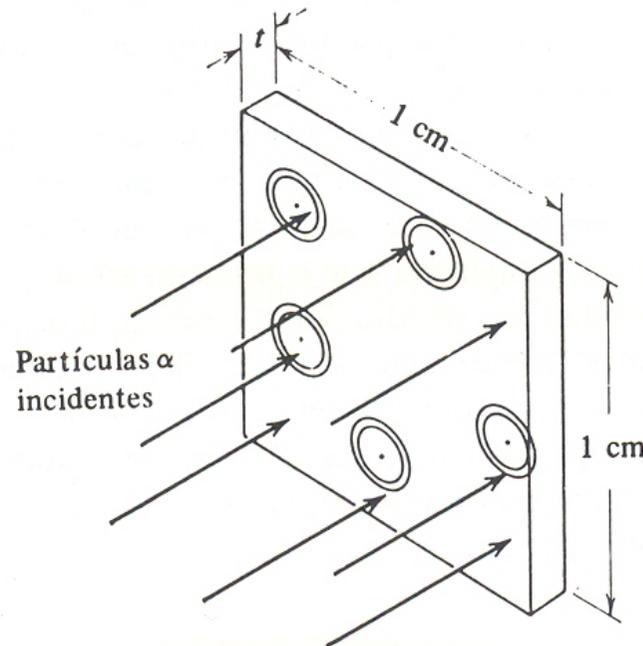
# Rutherford (1911)

- **2º passo:** Qual a probabilidade de uma partícula interagir com o núcleo e ser espalhada em um ângulo  $\theta$ ?



# Rutherford (1911)

- **2º passo:** Qual a probabilidade de uma partícula interagir com o núcleo e ser espalhada em um ângulo  $\theta$ ?



# Rutherford (1911)

- Portanto, Rutherford deduziu a seguinte expressão para o espalhamento de partículas- $\alpha$  em um ângulo  $\theta$  quando um feixe incide sobre um alvo fino de diferentes elementos:

$$dN = N(\theta)d\theta = \left( \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \right)^2 \left( \frac{Zze^2}{2mv^2} \right)^2 \frac{I \cdot \rho \cdot t}{\text{sen}^4\left(\frac{\theta}{2}\right)} 2\pi \cdot \text{sen}(\theta) d\theta$$

# Normalizando as medidas:

## Definição de seção de choque

- Ao incidir um feixe de íons sobre um alvo, o número de núcleos por unidade de tempo que irão interagir com o alvo ( $N$ ) é proporcional ao número de íons por unidade de tempo no feixe (intensidade do feixe -  $I$ ) e o número de átomos no alvo por unidade de área ( $n$ ):  $N \propto I \cdot n$
- A constante de proporcionalidade depende dos processos físicos envolvidos na interação e é chamada de **seção de choque** ( $\sigma$ ):

$$N = \sigma \cdot I \cdot n$$

# Seção de Choque

- A seção de choque tem unidade de área:

$$\sigma = \frac{N}{I \cdot n} \Rightarrow \frac{\text{partículas/s}}{\text{partículas/s} \cdot \text{partículas/área}} = \text{área}$$

- Ela corresponde a uma área efetiva que o projétil deve entrar para interagir com o alvo;
- Uma interpretação melhor para a seção de choque é simplesmente a probabilidade de interação;

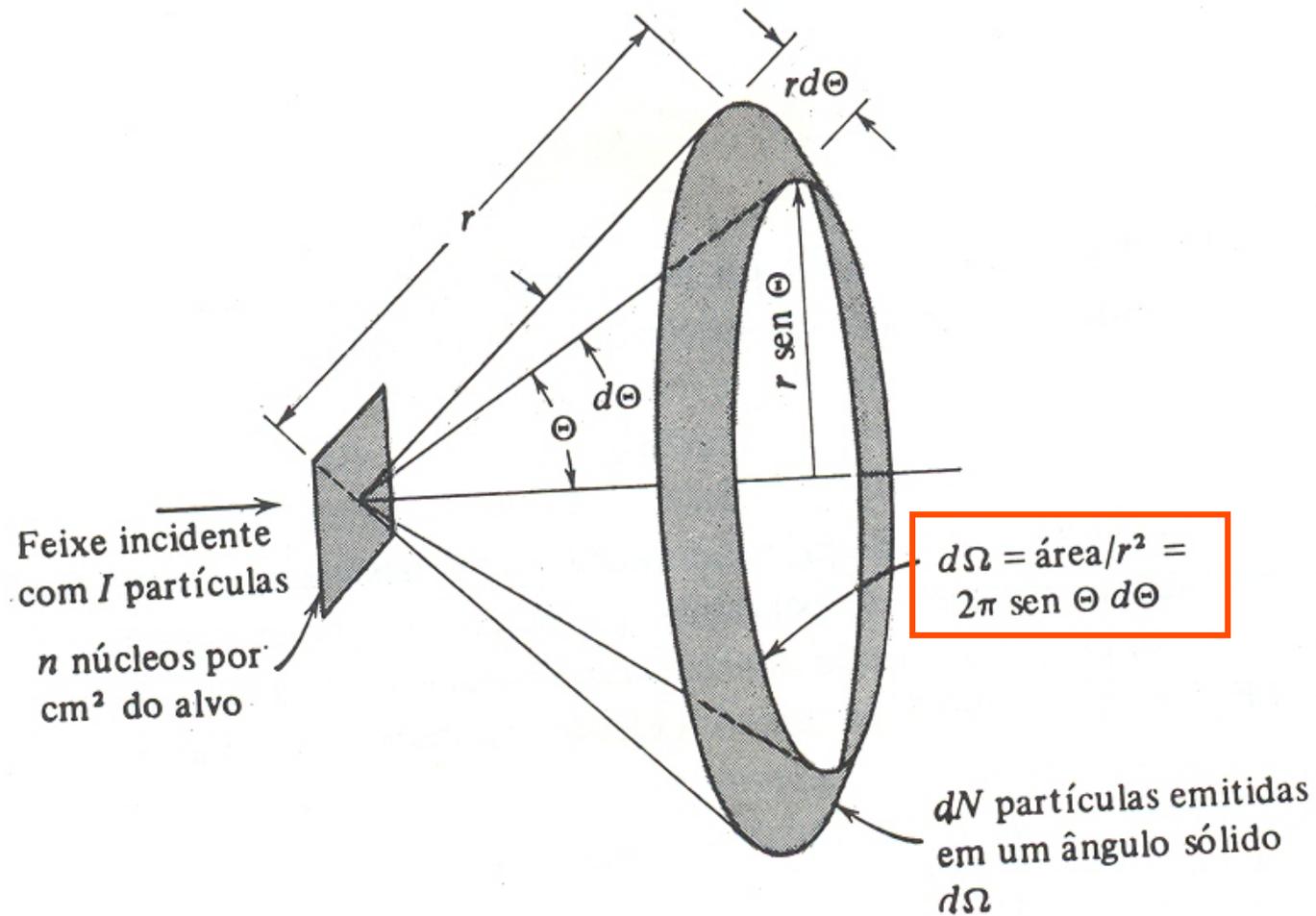
# Seção de choque diferencial

- A seção de choque diferencial ( $d\sigma/d\Omega$ ) fornece o número de partículas espalhadas em um dado elemento de ângulo sólido  $d\Omega$ , ou seja:

$$dN = \frac{d\sigma}{d\Omega} \cdot I \cdot n \cdot d\Omega$$

- $I$  = intensidade do feixe;
- $n$  = centros espalhadores por unidade de área  
 $n = \rho \cdot t$ ;

# Seção de choque diferencial



# Seção de choque diferencial de Rutherford (clássica)

■ Portanto, como:

$$dN = \frac{d\sigma}{d\Omega} \cdot I \cdot n \cdot d\Omega$$

e:

$$dN = N(\theta)d\theta = \left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\right)^2 \left(\frac{Zze^2}{2mv^2}\right)^2 \frac{I \cdot \rho \cdot t}{\text{sen}^4\left(\frac{\theta}{2}\right)} 2\pi \cdot \text{sen}(\theta)d\theta$$

tem-se que:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{dN}{I \cdot n \cdot d\Omega} = \left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\right)^2 \left(\frac{Zze^2}{2mv^2}\right)^2 \frac{1}{\text{sen}^4\left(\frac{\theta}{2}\right)}$$

---

# Dados observados

- Geiger e Marsden, em nova e mais precisa medida (1911), observaram que:
  - A distribuição angular variava com  $1/\text{sen}^4(\theta/2)$ , para  $5^\circ < \theta < 150^\circ$
  - A intensidade de partículas espalhadas era proporcional a espessura da folha
  - A intensidade de partículas espalhadas era proporcional ao quadrado do peso atômico (medido para Al, Cu, Ag, Sn e Au)

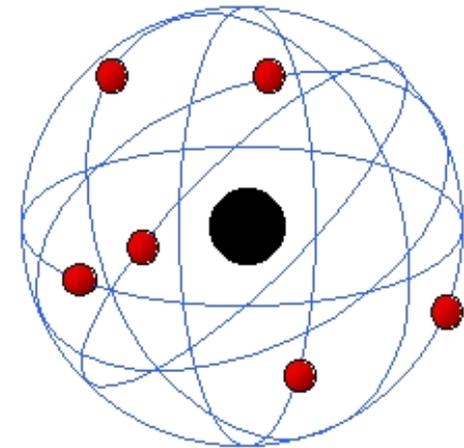
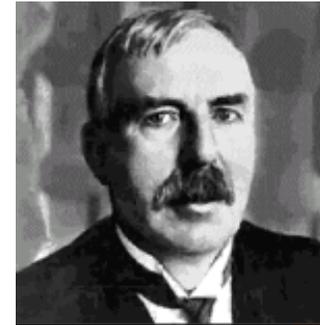
---

# Como descrever o núcleo atômico?

- As hipóteses de Rutherford sobre o núcleo atômico eram bastante rudimentares
  - Apesar de representarem um grande avanço no entendimento da matéria, elas não são satisfatórias
- Como podemos estudar o núcleo?
- Quais são as características mais detalhadas do núcleo? Como podemos descrevê-lo?

# 1911 - Rutheford propõem a existência do núcleo atômico

- As hipóteses para o modelo atômico e a sua interação são:
  - ❑ A mecânica clássica é válida
  - ❑ **O átomo contém um núcleo de carga  $+Ze$  e  $Z$  elétrons orbitando a sua volta**
  - ❑ Somente a força Coulombiana agindo
  - ❑ O núcleo e a partícula incidente são pontos
  - ❑ O núcleo alvo não sofre recuo
  - ❑ Nenhuma mudança ocorre no estado do alvo ou da partícula incidente



---

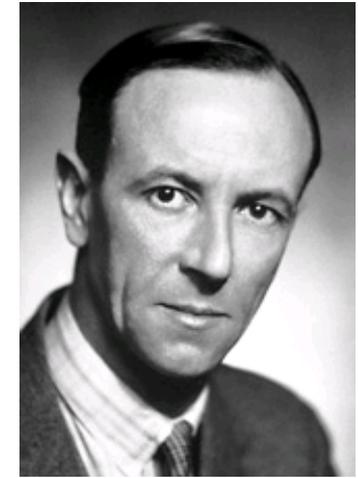
# O núcleo tem uma estrutura interna?

- Em uma publicação de 1913 (*Rays of Positive Electricity*), J. J. Thomson relata a existência de um mesmo elemento com massas diferentes
- Na atual nomenclatura, esses elementos são chamados de *isótopos*
- Essa descoberta mostrou que o núcleo atômico não era composto apenas de “entidades” com carga positiva

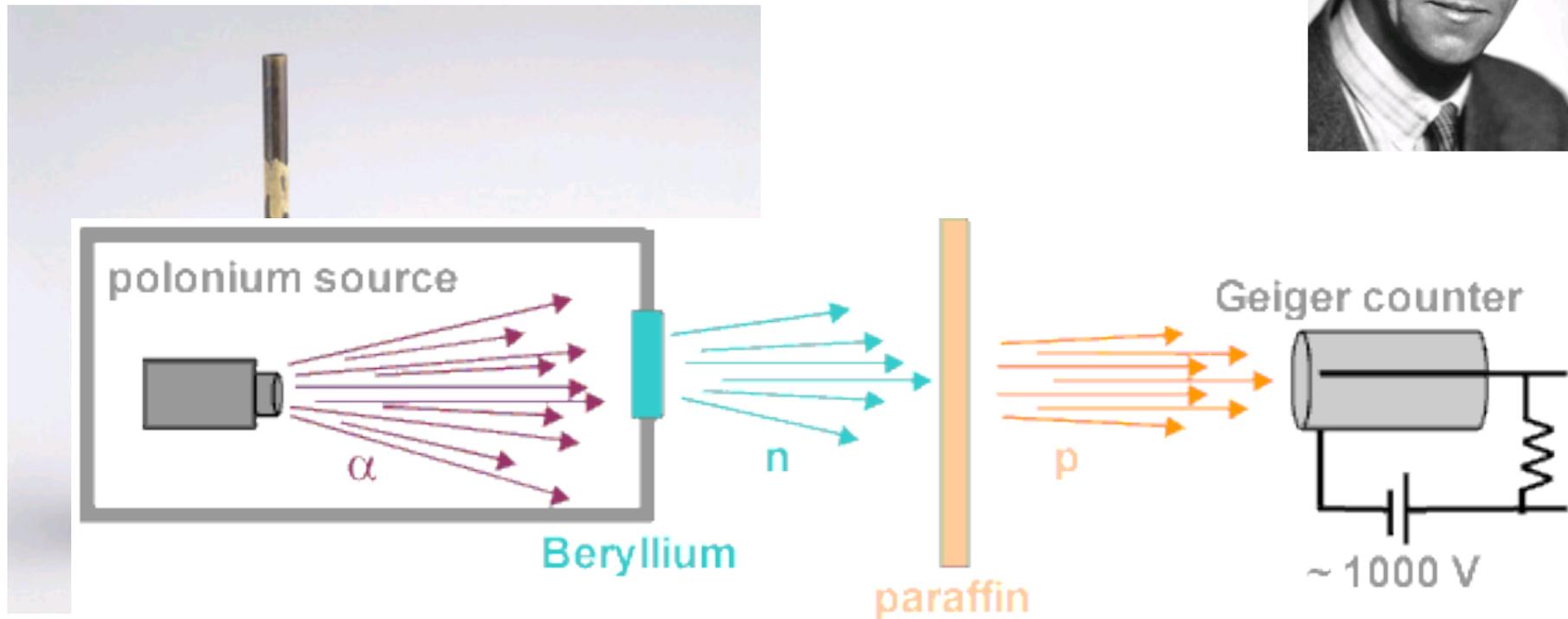
# O núcleo tem uma estrutura interna?

- Inicialmente, especulou-se que existiam elétrons no núcleo
- Porém, essa hipótese se mostrou inviável (Por quê?)
- Somente em 1932, com a descoberta do nêutron por Chadwick (*Proc. Roy. Soc., A136, 692, 1932*), Heisenberg postulou a existência de prótons e nêutrons no núcleo atômico (*Z. Physik, 77, 1, 1932*)

# 1932 – Chadwick descobre os nêutrons

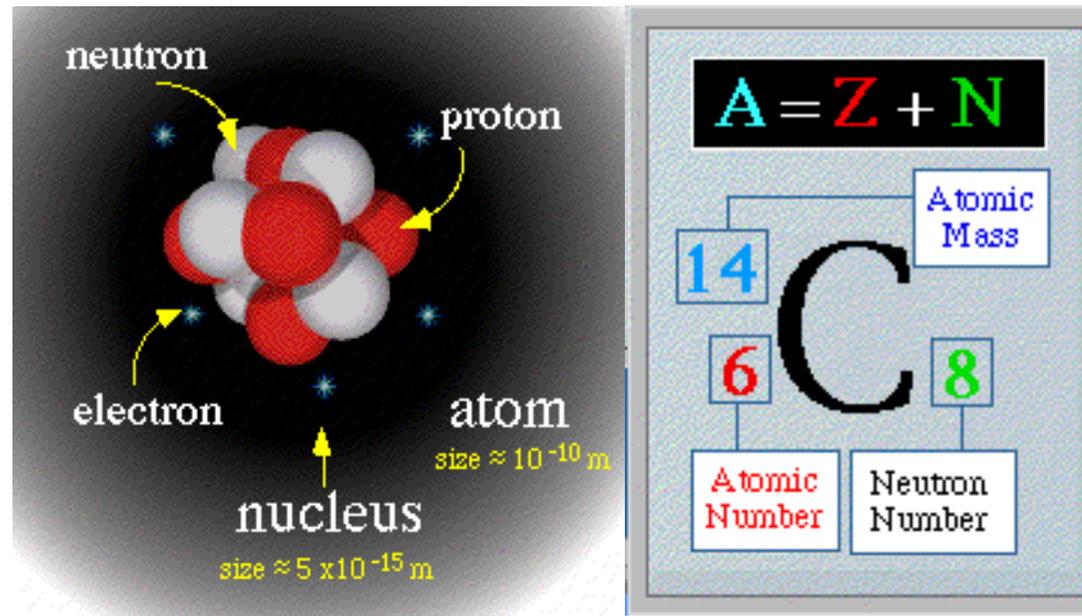


# 1932 – Chadwick descobre os nêutrons

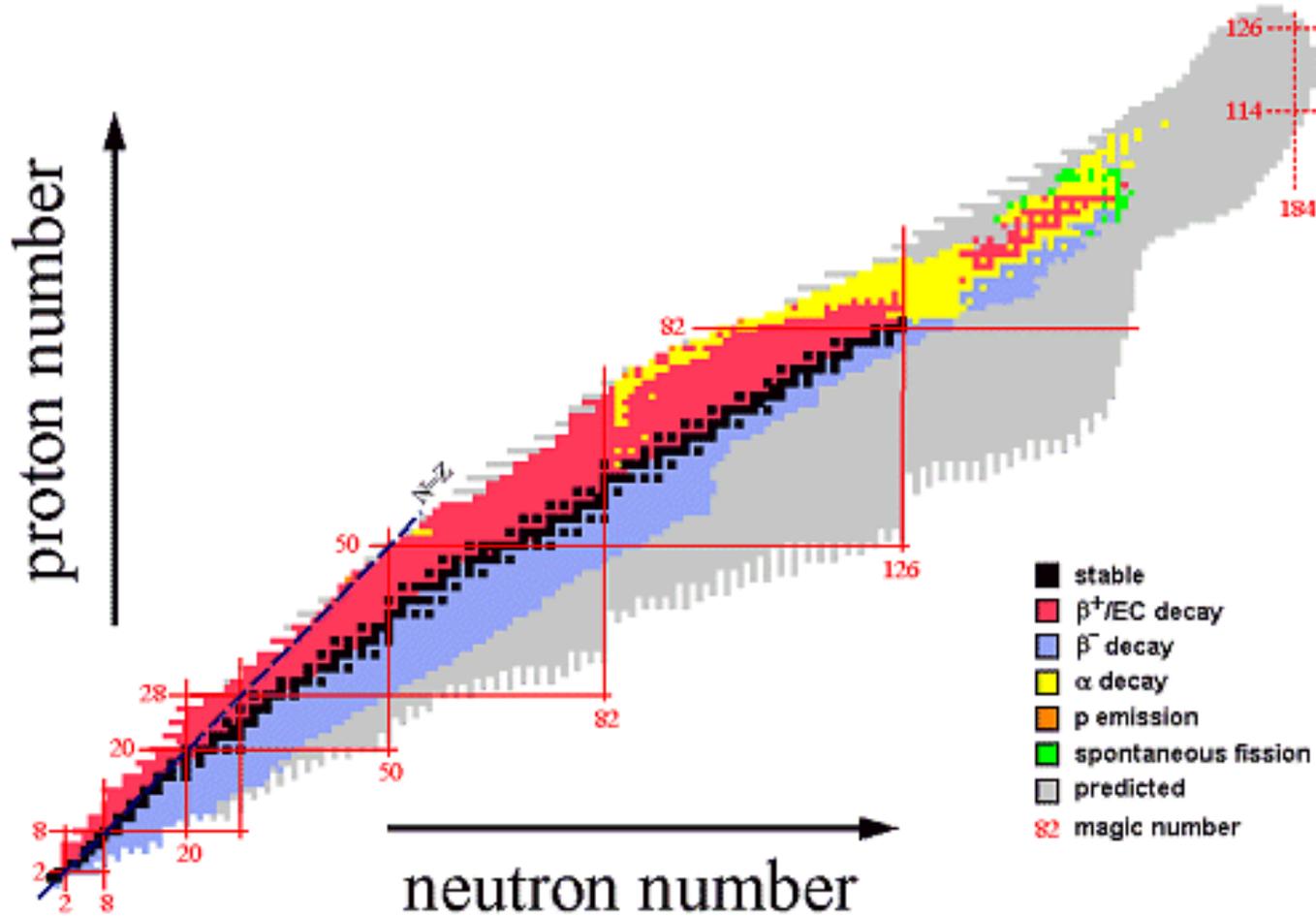


# O núcleo tem uma estrutura interna?

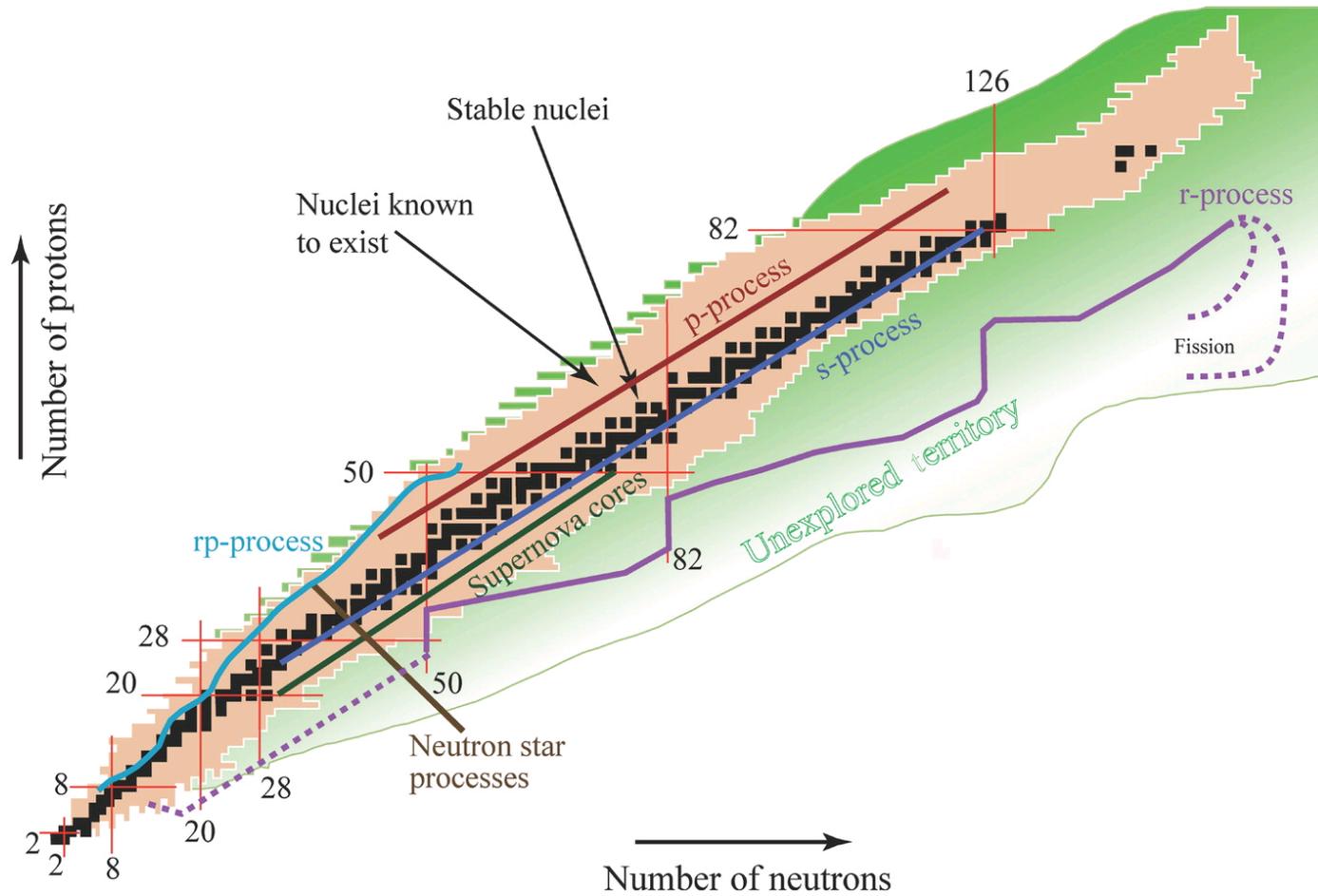
- Descrição mais simples (estabelecida apenas após 1932):
  - O núcleo é composto de prótons e nêutrons



Quais são as possíveis combinações de prótons e nêutrons para formar os núcleos?



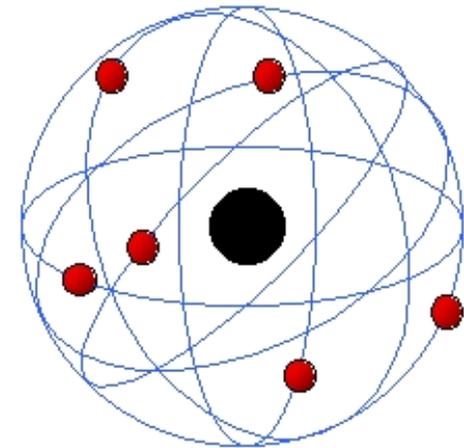
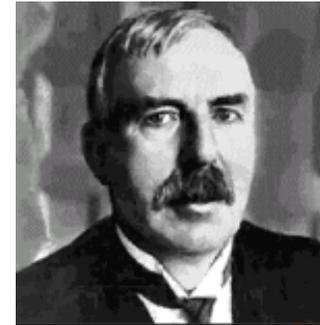
# Estudios recientes...



**AR** Geesaman DF, et al. 2006.  
Annu. Rev. Nucl. Part. Sci. 56:53–92

# 1911 - Rutheford propõem a existência do núcleo atômico

- As hipóteses para o modelo atômico e a sua interação são:
  - ❑ A mecânica clássica é válida
  - ❑ O átomo contém um núcleo de carga  $+Ze$  e  $Z$  elétrons orbitando a sua volta
  - ❑ Somente a força Coulombiana agindo
  - ❑ **O núcleo e a partícula incidente são pontos**
  - ❑ O núcleo alvo não sofre recuo
  - ❑ Nenhuma mudança ocorre no estado do alvo ou da partícula incidente



---

# Como podemos determinar o tamanho do núcleo?

## **Através de métodos indiretos:**

- Interações eletromagnéticas e nucleares:
  - Espalhamento de partículas- $\alpha$ ;
- Interações eletromagnéticas:
  - Espalhamento de elétrons;
- Interações nucleares:
  - Espalhamento de nêutrons.

# Unidades nucleares

		SI Values
<b>Energy</b>	1 eV	$=1.602 \times 10^{-19} \text{ J}$
	1 MeV = $10^6$ eV	$=1.602 \times 10^{-13} \text{ J}$
	1 GeV = 1000 MeV	$=1.602 \times 10^{-10} \text{ J}$
<b>Momentum</b>	1 MeV/c	$=5.344 \times 10^{-22} \text{ kg m s}^{-1}$
<b>Mass</b>	1 MeV/c <sup>2</sup>	$=1.783 \times 10^{-30} \text{ kg}$
<b>The unified atomic mass unit (<sup>12</sup>C scale)</b>	1 u = 931.5 MeV/c <sup>2</sup>	$=1.661 \times 10^{-27} \text{ kg}$
<b>Length</b>	1 fermi (fm)	$=1.0 \times 10^{-15} \text{ m}$
<b>Other quantities</b>	$\hbar c = 197.3 \text{ MeV fm}$	$=3.162 \times 10^{-26} \text{ J m}$
	$c = 2.998 \times 10^{23} \text{ fm s}^{-1}$	$=2.998 \times 10^8 \text{ m s}^{-1}$
	$\hbar = 6.588 \times 10^{-22} \text{ MeV s}$	$=1.055 \times 10^{-34} \text{ J s}$
	$= 197.3 \text{ MeV/c fm}$	

**The fine-structure constant**

$$\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0\hbar c} = \frac{1}{137.04}$$

**Natural units**

$$\hbar = c = 1$$

$$1 \text{ unit of mass} = 1 \text{ GeV}$$

$$1 \text{ unit of length} = 1 \text{ GeV}^{-1} = 0.1975 \text{ fm}$$

$$1 \text{ unit of time} = 1 \text{ GeV}^{-1} = 6.588 \times 10^{-26} \text{ s}$$

# Ordem de grandeza

- Rutherford foi capaz de estimar o raio do núcleo, a partir da distância de maior aproximação:

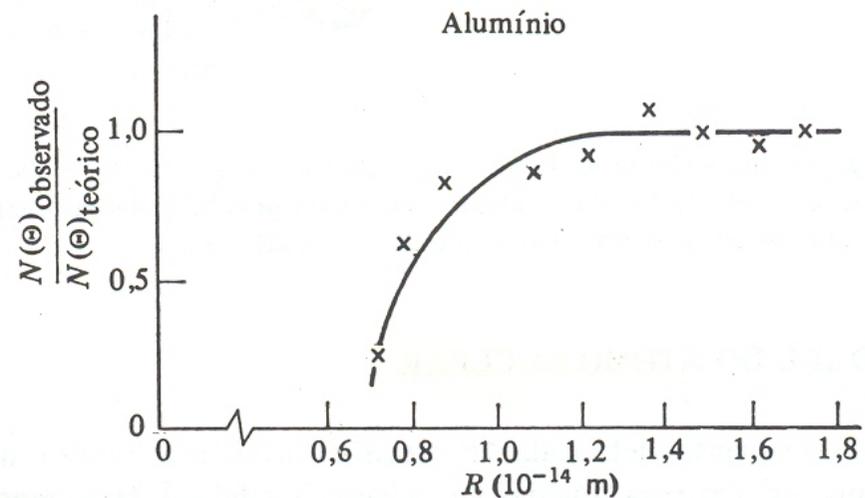
$$D = \frac{Zze^2}{4\pi\epsilon_0 \left( \frac{mv^2}{2} \right)}$$

- Ele obteve valores da ordem de  $10^{-15} \text{ m}$  ( $1 \text{ fm}$ ) para partículas  $\alpha$  com  $p \sim 5 \text{ MeV}/c$  !!!

# Ordem de grandeza

- Em experiências com Al e Mg, inicialmente E. Bieler e, em seguida, o próprio Rutherford, observaram que esse modelo não era mais válido:

$$D = \frac{Zze^2}{4\pi\epsilon_0 \left( \frac{mv^2}{2} \right)}$$



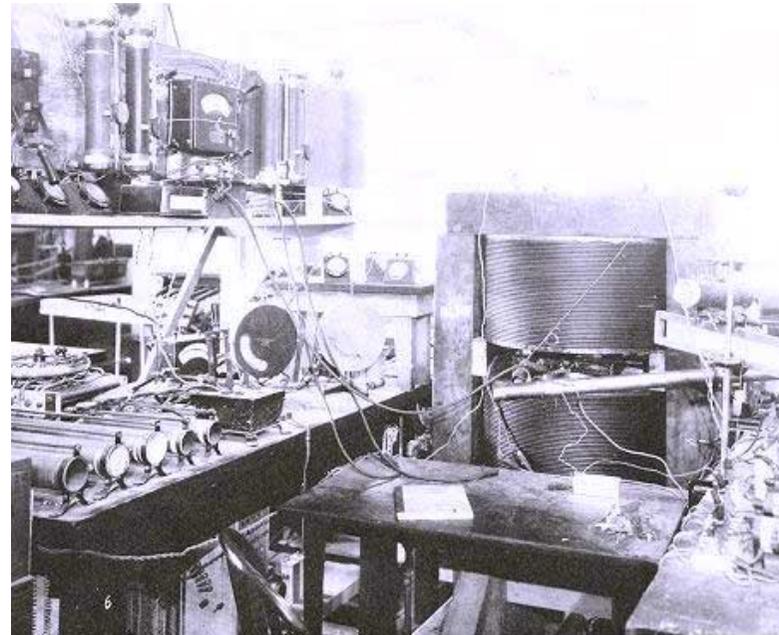
# Espalhamento de elétrons

- Que tipo de informação sobre o núcleo conseguimos extrair com o espalhamento de elétrons?
  - Extensão da carga elétrica do núcleo;
- Qual a vantagem de se usar elétrons?
  - Elétrons de alta energia possuem comportamento ondulatório e permitem “enxergar” distâncias de  $10^{-15} m$ :
$$\Delta p \Delta x \approx \frac{\hbar}{2}$$
$$\Delta p \approx 100 MeV / c \Rightarrow \Delta x \approx 1 fm$$

---

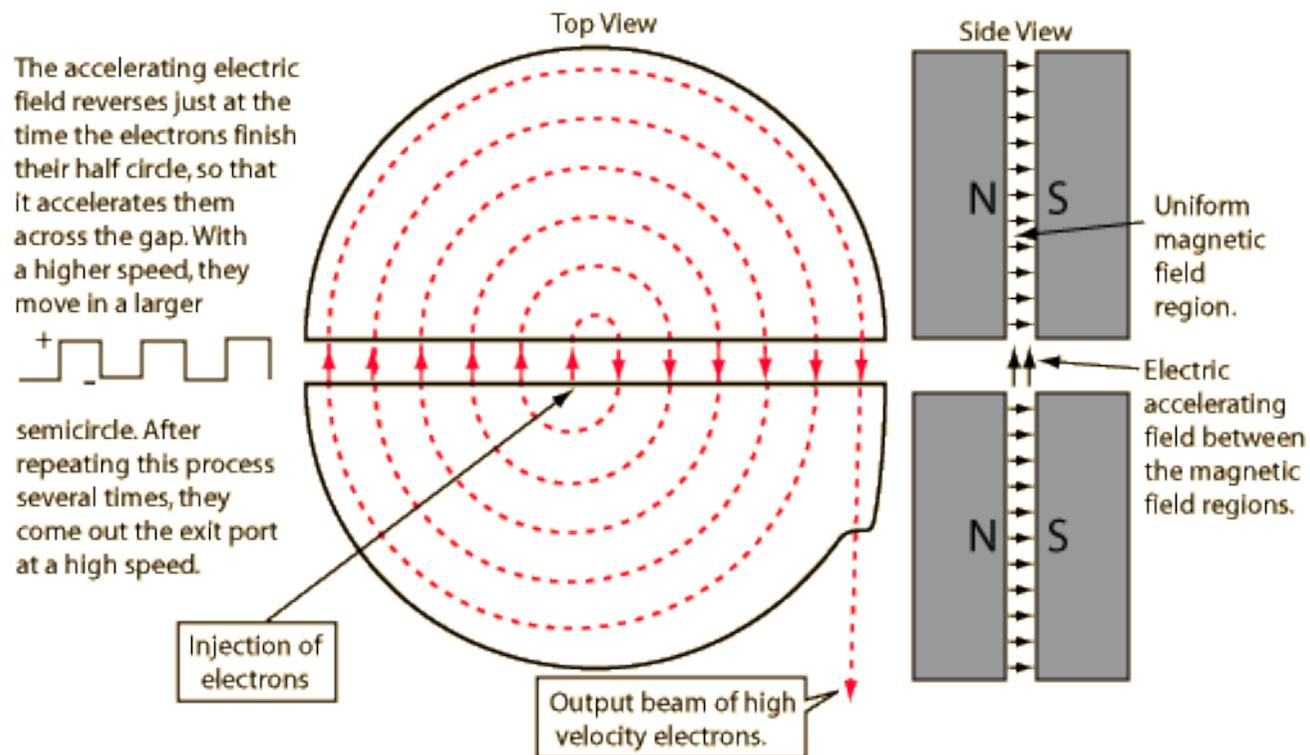
# 1929 – Cyclotron

- Ernest Lawrence (University of California, Berkeley)



# 1940 - Betatron

- Donald Kerst (University of Illinois)



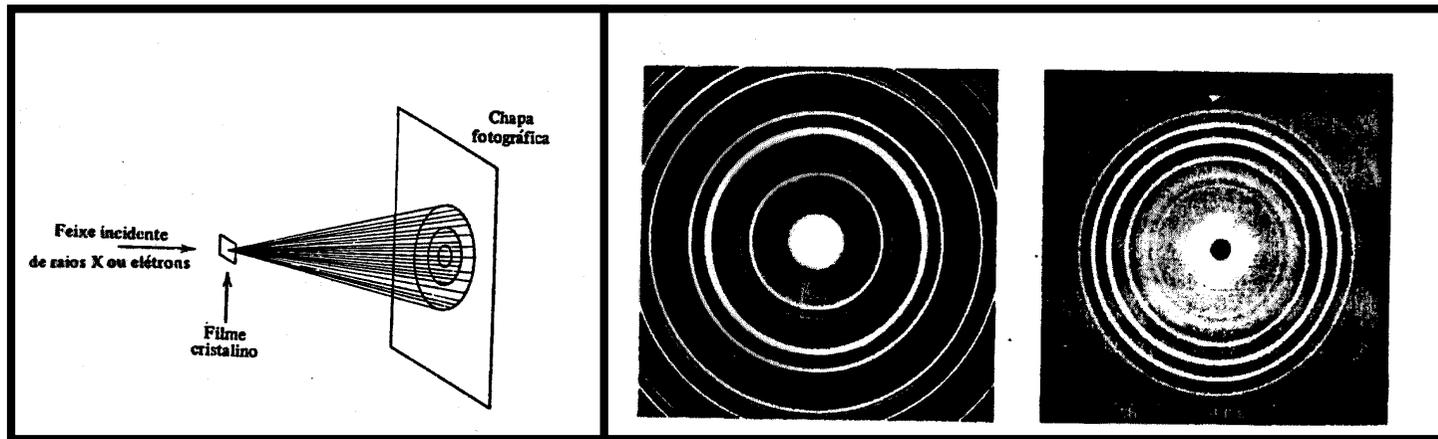
---

# Espalhamento de elétrons

- Para extrairmos alguma informação sobre o núcleo a partir do espalhamento de elétrons devemos:
  - Considerar o caráter ondulatório do elétron;
  - Considerar a extensão da distribuição de carga do núcleo, ao invés de considerá-lo como um ponto, como fez Rutherford.
- Como fazer isso?

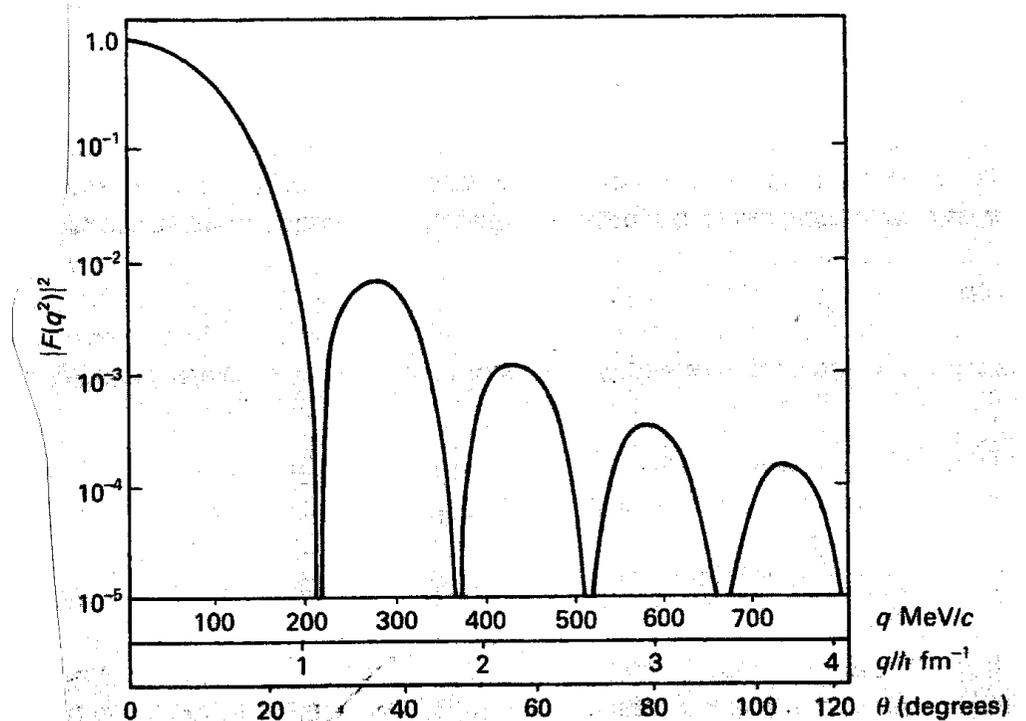
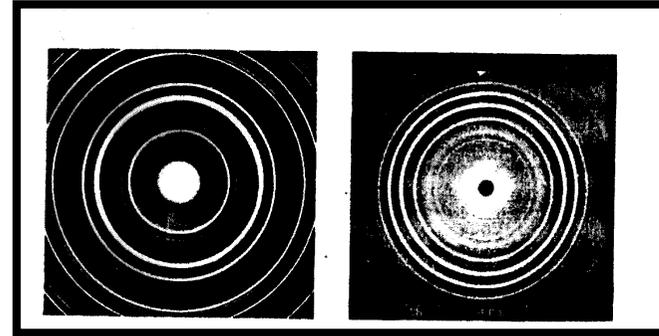
# O caráter ondulatório do elétron ...

- Ao interagir com o núcleo, o elétron sofrerá **difração**, da mesma maneira que a luz quando incide sobre um objeto opaco.



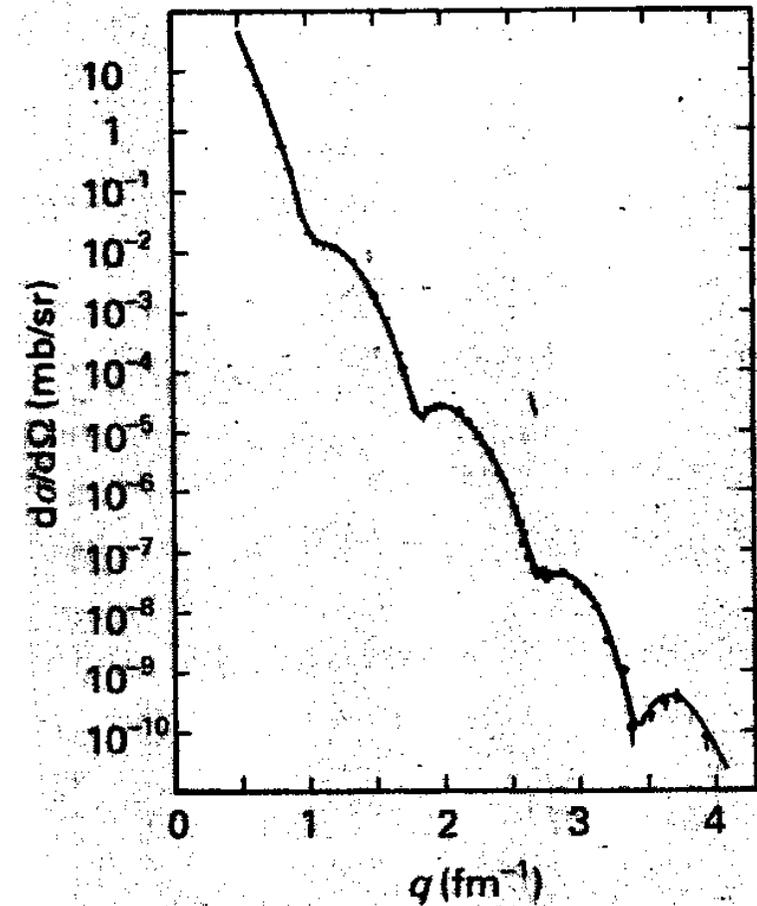
# ... e a extensão da carga nuclear

- Assim como a intensidade de luz, o número de elétrons varia em função da distância do centro espalhador ou ângulo em relação ao seu eixo.
- E a distância entre os mínimos e máximos depende do tamanho do objeto espalhador.



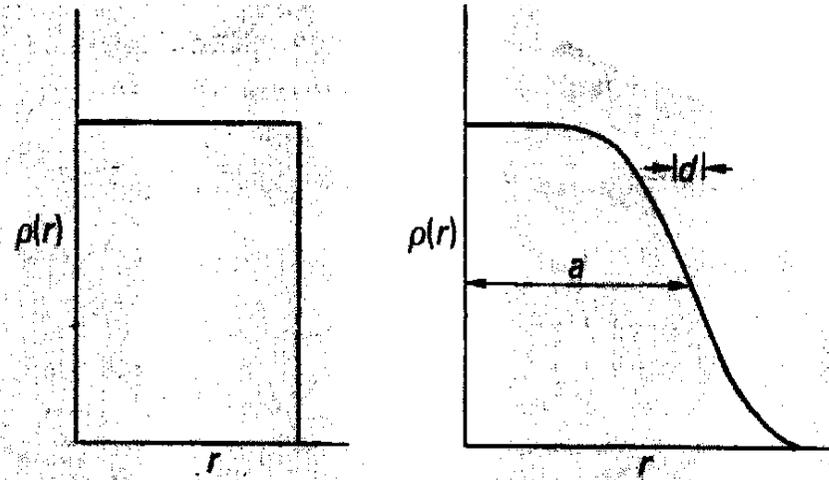
# Espalhamento de elétrons

- O resultado experimental concorda com esta abordagem para o espalhamento de elétrons.
- Em seguida, é preciso verificar um modelo para a distribuição de carga que concorde com os dados experimentais.



# Modelo para a distribuição de carga no núcleo

- O **modelo I** é o mais simples, porém resultaria em pontos de intensidade nula;
- O **modelo II** concorda bem com os dados, permitindo extrair os valores de  $\rho_0$  (densidade interna),  $d$  (difusividade) e  $a$  (raio)

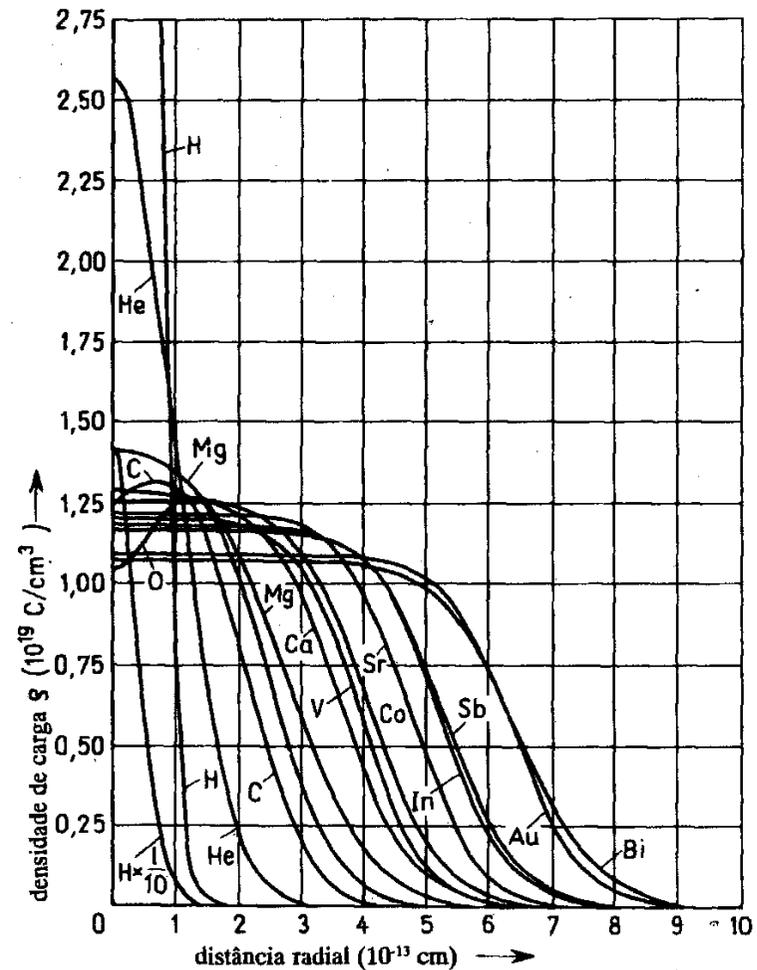


(a) Model I:  $\rho(r) = \rho_0, r < a,$   
 $\rho(r) = 0, r > a.$

(b) Model II:  $\rho(r) = \frac{\rho_0}{1 + \exp\left(\frac{r-a}{d}\right)}$

# Valores obtidos para os parâmetros do modelo

- O estudo do espalhamento de elétrons para vários núcleos mostra que a densidade nuclear é a mesma para diferentes núcleos, mudando apenas o raio e, em menor escala, a difusividade.



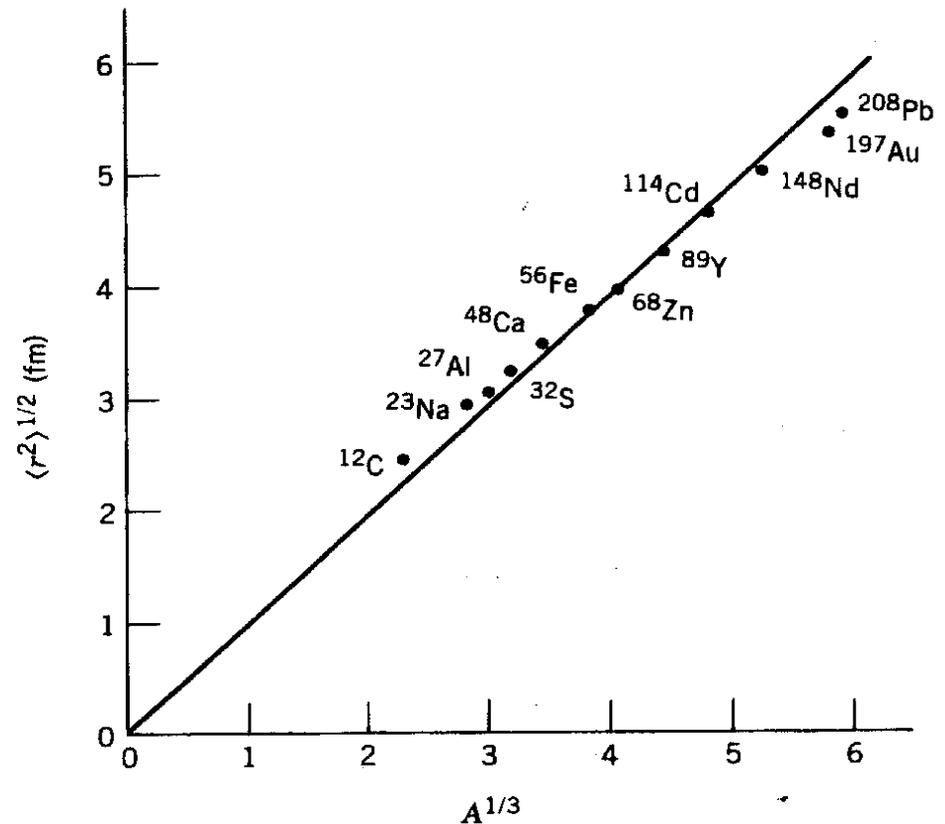
# Valores obtidos para os parâmetros do modelo

- Evidência de que o raio do núcleo tem uma dependência do tipo:

$$R \propto A^{1/3}$$

- Supondo que o núcleo tem uma forma esférica, tem-se que:

$$V \propto A$$



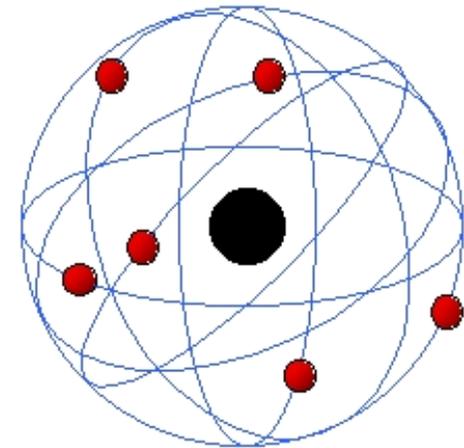
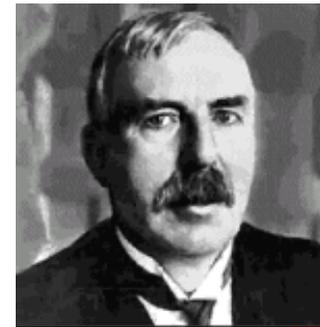
---

# E o que isso significa?

- Qual o significado dessa dependência do raio nuclear com  $A^{1/3}$  ou do volume nuclear com  $A$  ?
  - O volume nuclear é aditivo;
  - Isso mostra que a força que mantém o núcleo coeso é de curto alcance, pois caso contrário a densidade nuclear deveria aumentar conforme se aumenta o número de nucleons, como acontece com o átomo.

# 1911 - Rutheford propõem a existência do núcleo atômico

- As hipóteses para o modelo atômico e a sua interação são:
  - ❑ A mecânica clássica é válida
  - ❑ O átomo contém um núcleo de carga  $+Ze$  e  $Z$  elétrons orbitando a sua volta
  - ❑ Somente a força Coulombiana agindo
  - ❑ O núcleo e a partícula incidente são pontos
  - ❑ **O núcleo alvo não sofre recuo**
  - ❑ Nenhuma mudança ocorre no estado do alvo ou da partícula incidente



---

# Massa Atômica

- A massa dos átomos tem sido medida desde os primórdios da teoria atômica, no início do século XIX
- Com as medidas da massa do elétron no final do século XIX, logo se concluiu que a massa atômica estava concentrada na parte positiva do átomo, ou seja, no núcleo atômico

# Unidades nucleares

		SI Values
Energy	1 eV	$=1.602 \times 10^{-19} \text{ J}$
	1 MeV = $10^6$ eV	$=1.602 \times 10^{-13} \text{ J}$
	1 GeV = 1000 MeV	$=1.602 \times 10^{-10} \text{ J}$
Momentum	1 MeV/c	$=5.344 \times 10^{-22} \text{ kg m s}^{-1}$
Mass	1 MeV/c <sup>2</sup>	$=1.783 \times 10^{-30} \text{ kg}$
The unified atomic mass unit ( <sup>12</sup> C scale)	1 u = 931.5 MeV/c <sup>2</sup>	$=1.661 \times 10^{-27} \text{ kg}$
Length	1 fermi (fm)	$=1.0 \times 10^{-15} \text{ m}$
Other quantities	$\hbar c = 197.3 \text{ MeV fm}$	$=3.162 \times 10^{-26} \text{ J m}$
	$c = 2.998 \times 10^{23} \text{ fm s}^{-1}$	$=2.998 \times 10^8 \text{ m s}^{-1}$
	$\hbar = 6.588 \times 10^{-22} \text{ MeV s}$	$=1.055 \times 10^{-34} \text{ J s}$
	$=197.3 \text{ MeV/c fm}$	

The fine-structure constant

$$\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0\hbar c} = \frac{1}{137.04}$$

Natural units

$$\hbar = c = 1$$

$$1 \text{ unit of mass} = 1 \text{ GeV}$$

$$1 \text{ unit of length} = 1 \text{ GeV}^{-1} = 0.1975 \text{ fm}$$

$$1 \text{ unit of time} = 1 \text{ GeV}^{-1} = 6.588 \times 10^{-26} \text{ s}$$

# Massa Nuclear

- Unidades de medida:

- Como  $E^2 = p^2 c^2 + m^2 c^4$ , então podemos expressar a massa em unidades de MeV/c<sup>2</sup>;
- Também podemos expressá-la em **unidades de massa atômica (u.m.a.)**

$$1 \text{ u.m.a.} = \frac{1}{12} \text{ Massa do átomo neutro de } ^{12}\text{C}$$

- Excesso de massa:

$$\Delta = (M - A) \cdot c^2$$

# Massa Nuclear

The unified atomic  
mass unit ( $^{12}_6\text{C}$  scale)

$$1 \text{ u} = 931.5 \text{ MeV}/c^2$$

$$= 1.661 \times 10^{-27} \text{ kg}$$

$$E^2 = p^2 c^2 + m^2 c^4$$

$$\Delta = (M - A) \cdot c^2$$

$m_e$	0,511 MeV
$m_n$	939,566 MeV
$m_p$	938,272 MeV
$m_d$	1875,613 MeV
$m(^3\text{He})$	2808,350 MeV
$m_\alpha$	3727,323 MeV
$u$	931,494 MeV

$$n = 1.00866 \text{ u.m.a.}$$

$$^1\text{H} = 1.0079 \text{ u.m.a.}$$

$$^2\text{H} = 2.01410 \text{ u.m.a.}$$

$$^3\text{H} = 3.01860 \text{ u.m.a.}$$

$$^4\text{He} = 4.00260 \text{ u.m.a.}$$

$$^6\text{Li} = 6.01512 \text{ u.m.a.}$$

$$^{12}\text{C} = 12.00000 \text{ u.m.a.}$$

---

# Como medir a massa nuclear?

- Existem diversos métodos. Entre eles:
- Espectrômetros de massa:
  - Interação eletromagnética
- Reações nucleares:
  - Interação nuclear

# Espectrômetros de massa

Seletor de velocidade:

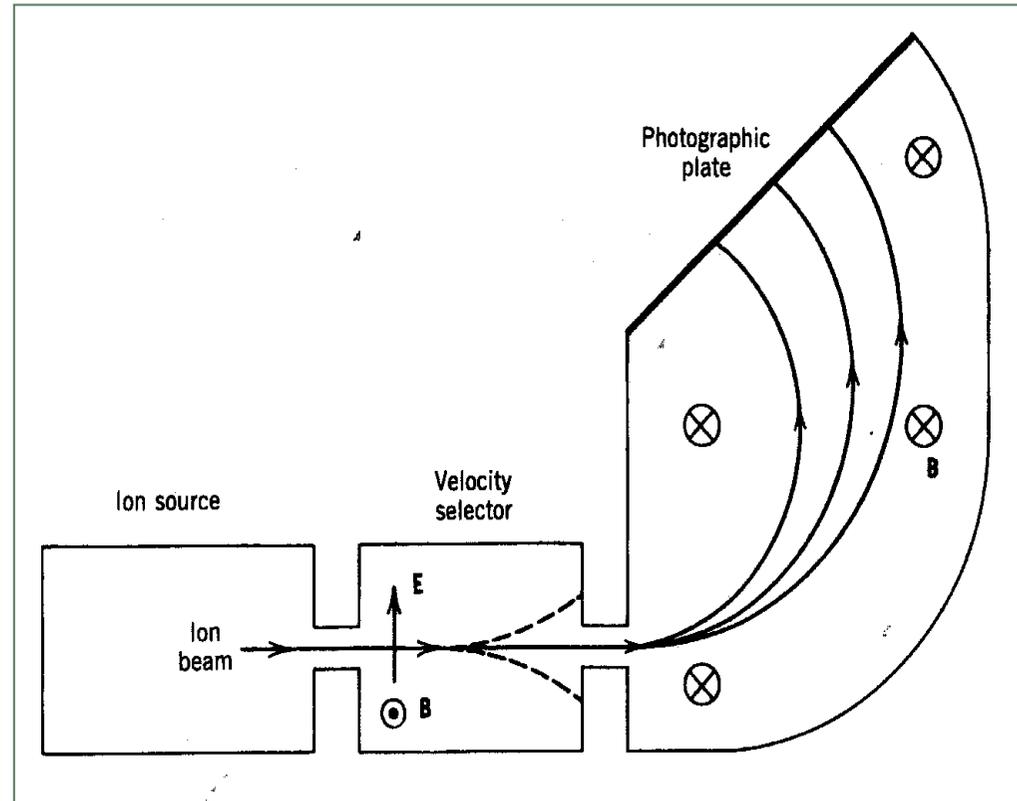
$$F_{elétrica} = F_{magnética}$$

$$qE = qvB \Rightarrow v = \frac{E}{B}$$

Seletor de massa -  $m(R)$ :

$$F_{centrifuga} = F_{magnética}$$

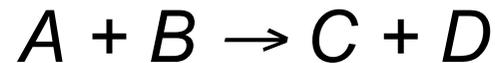
$$\frac{mv^2}{R} = qvB \Rightarrow m = \frac{qB^2}{E} \cdot R$$



# Reações nucleares:

## o valor $Q$ de uma reação

- Considere uma reação entre dois núcleos  $A$  e  $B$ , resultando nos núcleos  $C$  e  $D$ :



- A partir do princípio da conservação da energia, podemos medir a massa de um núcleo;
- Por esse princípio, devemos ter:

$$m_A c^2 + T_A + m_B c^2 + T_B = m_C c^2 + T_C + m_D c^2 + T_D \Rightarrow$$

$$m_A c^2 + m_B c^2 - m_C c^2 - m_D c^2 = T_C + T_D - T_A - T_B$$

# Reações nucleares:

## o valor $Q$ de uma reação

- Portanto, se medimos a energia cinética dos núcleos e conhecemos a massa de 3 deles, podemos medir a massa do quarto núcleo;
- Chamamos de  $Q$  da reação a diferença entre a massa total inicial da reação e a massa final, ou seja:

$$Q = (m_A + m_B - m_C - m_D) \cdot c^2$$

$$Q = (m_{inicial} - m_{final}) \cdot c^2$$

# O que podemos esperar para os valores de massa dos núcleos?

- Podemos calcular a massa de um núcleo a partir da expressão:

$$m(Z, N)c^2 = Z \cdot m_p c^2 + N \cdot m_n c^2 - B$$

onde  $B$  é a energia de ligação do núcleo, isto é, a energia necessária para manter o núcleo como um sistema ligado;

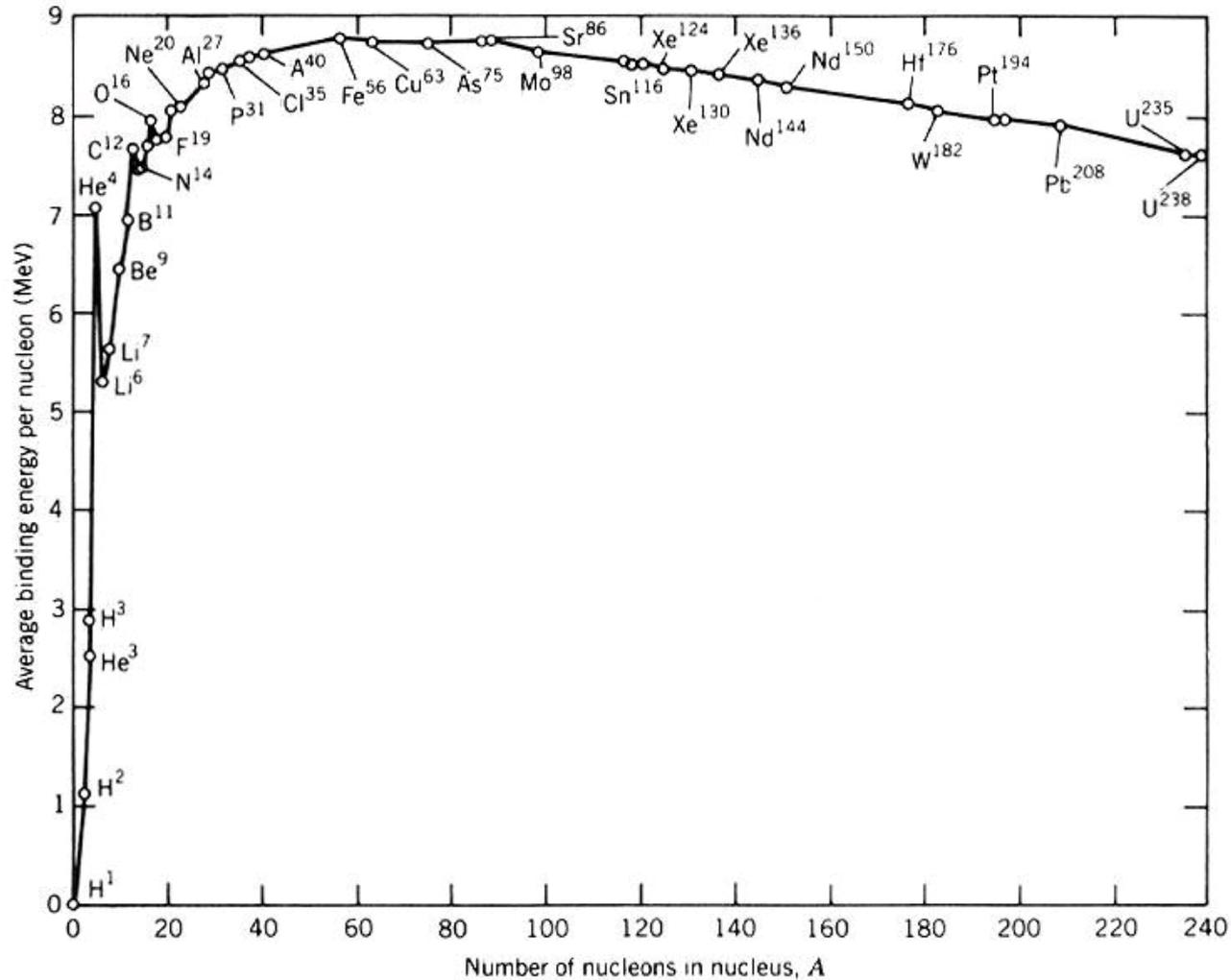
- Se a massa dos núcleos for apenas a soma das massas de seus constituintes, devemos ter:  $B = 0$

# Energia de ligação

- Portanto, a energia de ligação de um núcleo ( $B$ ) está intimamente conectada ao conceito de massa do mesmo;
- Normalmente, a energia de ligação é expressa a partir das massas atômicas ao invés das nucleares. Portanto, pode-se escrever:

$$\begin{aligned} B &= Z \cdot m_p c^2 + N \cdot m_n c^2 - m(Z, N) c^2 \\ &= Z \cdot m_p c^2 + N \cdot m_n c^2 - [M(Z, N) - Z \cdot m_e] c^2 \\ &= Z \cdot M_H c^2 + N \cdot m_n c^2 - M(Z, N) c^2 \end{aligned}$$

# Energia de ligação



---

# Como podemos explicar este resultado?

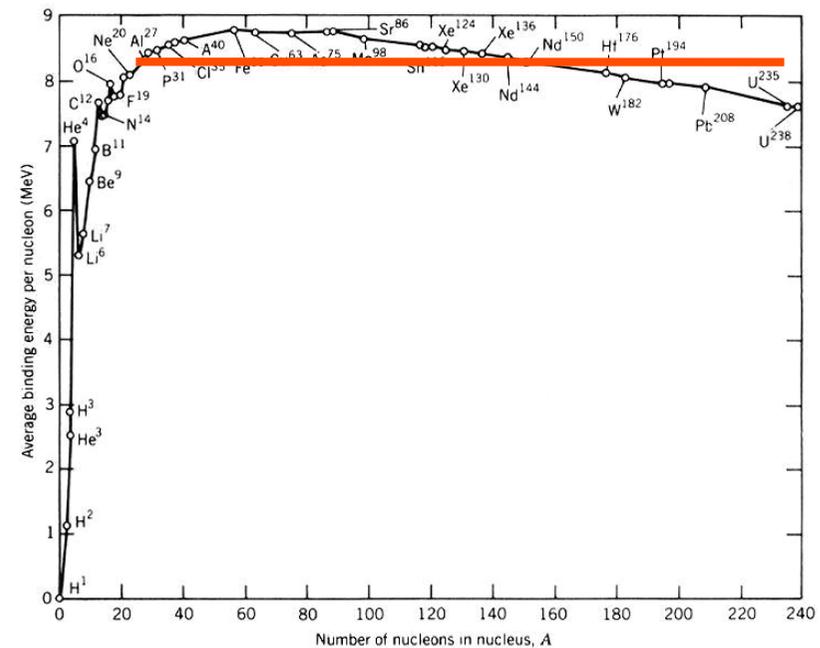
- Este resultado mostra que a massa de um núcleo não é apenas a soma da massa dos seus constituintes, ou seja, o núcleo é uma estrutura mais complexa do que isso
- Portanto, é preciso criar modelos para o núcleo...

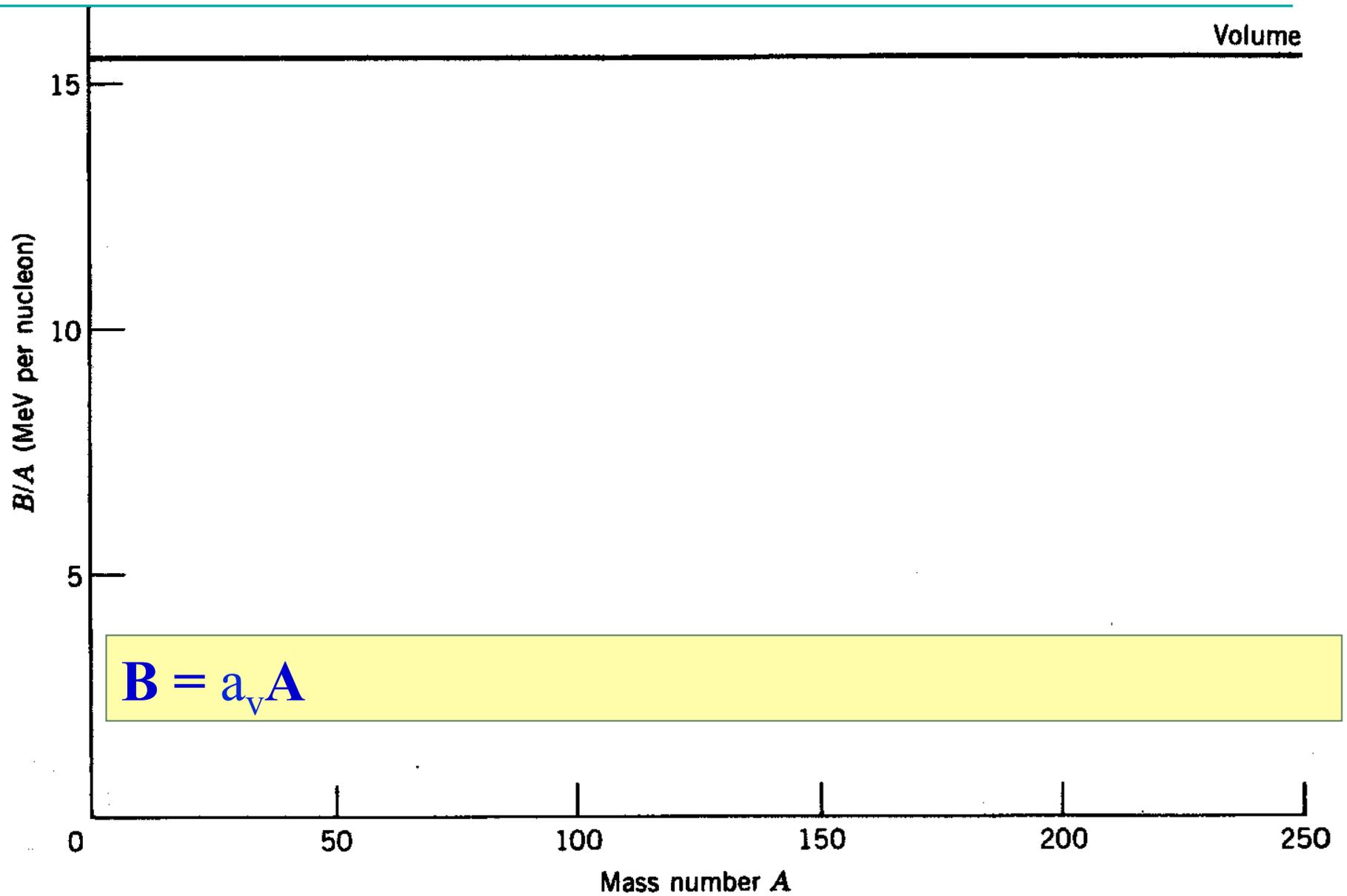
## 1935 – C. F. von Weizsäcker e H. Beth

- O fato da energia de ligação por nucleon ser quase constante para um grande número de núcleos e a densidade de carga constante observada nos estudos do raio do núcleo, levam a considerar o núcleo como um **líquido incompressível**
- Considerando essa abordagem, C. F. Von Weizsäcker e H. Beth desenvolveram uma fórmula semi-empírica de massa

# Modelo da Gota-líquida

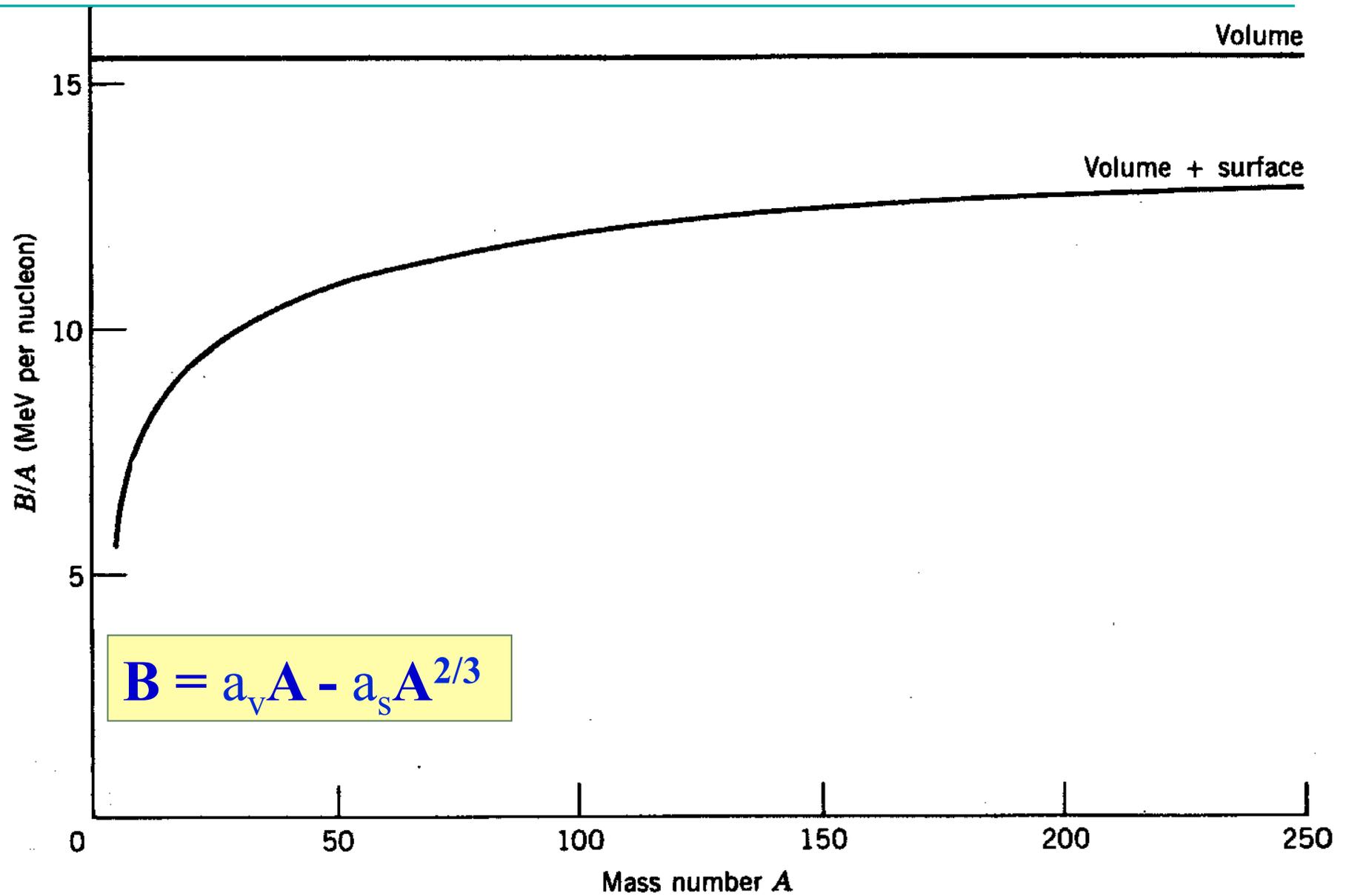
- $B/A$  é aproximadamente constante em função de  $A$
- Isto indica que a força entre os nucleons deve ser de curto alcance, pois caso contrário,  $B$  deveria ser proporcional a  $A(A-1)$





# Modelo da Gota-líquida

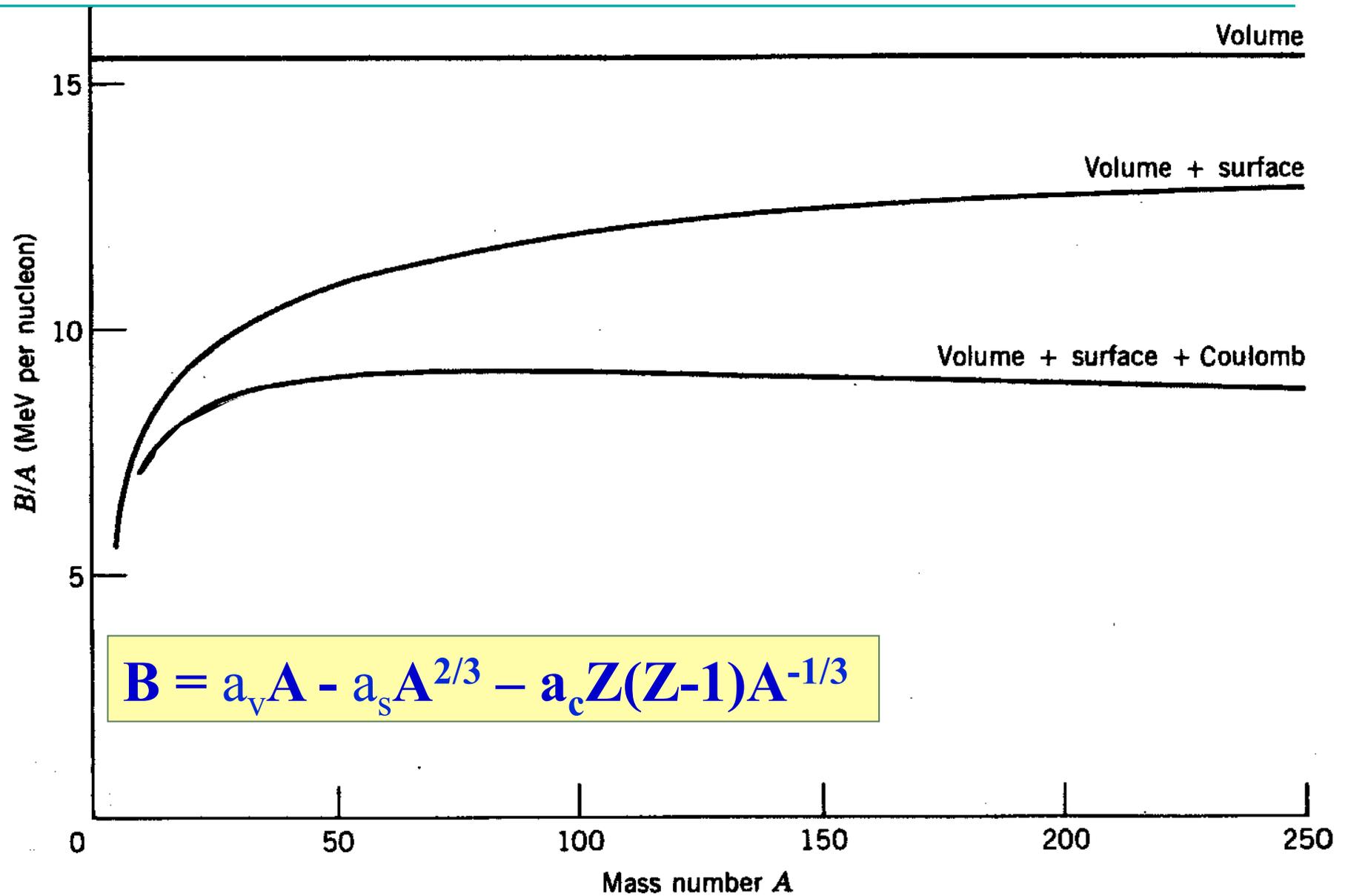
- Os nucleons na superfície devem contribuir menos com a energia de ligação, pois possuem menos “vizinhos”
- Como a superfície de uma esfera é proporcional a  $R^2$  devemos acrescentar um termo com essa dependência no nosso modelo
- Como  $R \propto A^{1/3}$ , temos  $B \propto A^{2/3}$



---

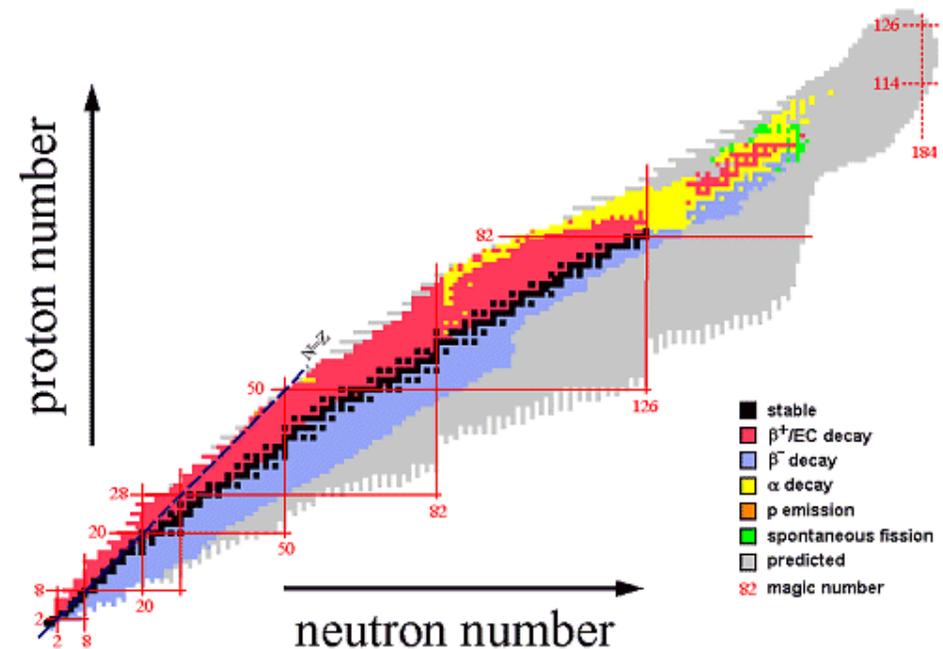
# Modelo da Gota-líquida

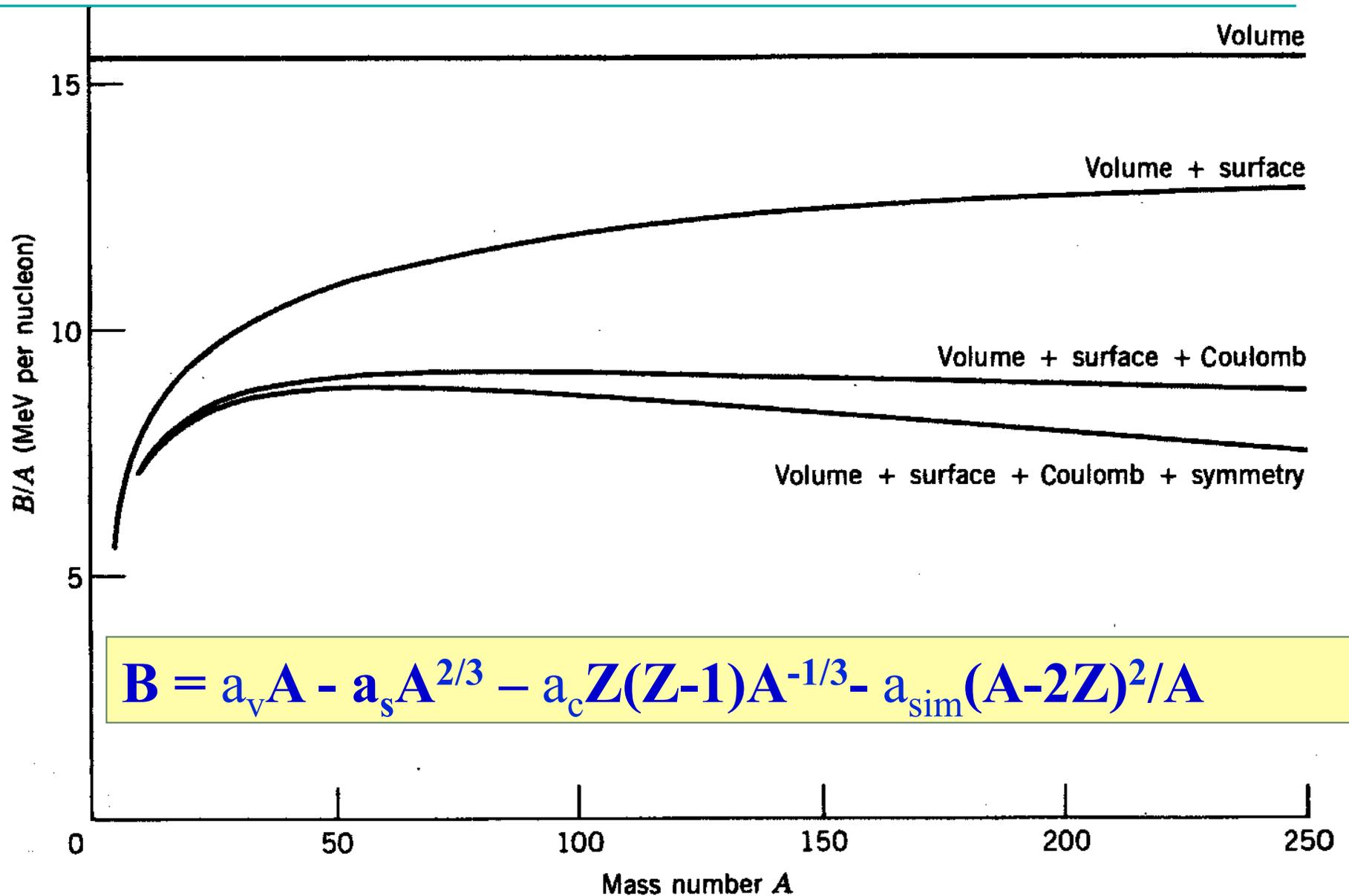
- A repulsão Coulombiana entre prótons também deve ser considerada
- Ela será proporcional a  $Z(Z-1)$  e inversamente proporcional ao raio ( $A^{1/3}$ )
- Portanto, devemos subtrair um termo proporcional a  $Z(Z-1) \cdot A^{-1/3}$



# Modelo da Gota-líquida++

- Núcleos estáveis tendem a apresentar  $Z \sim A/2$
- Essa deve ser uma condição de estabilidade que deve aumentar  $B$
- Portanto, podemos acrescentar outro termo proporcional a  $(A-2Z)^2/A$  pois esse efeito deve diminuir com o aumento de  $A$

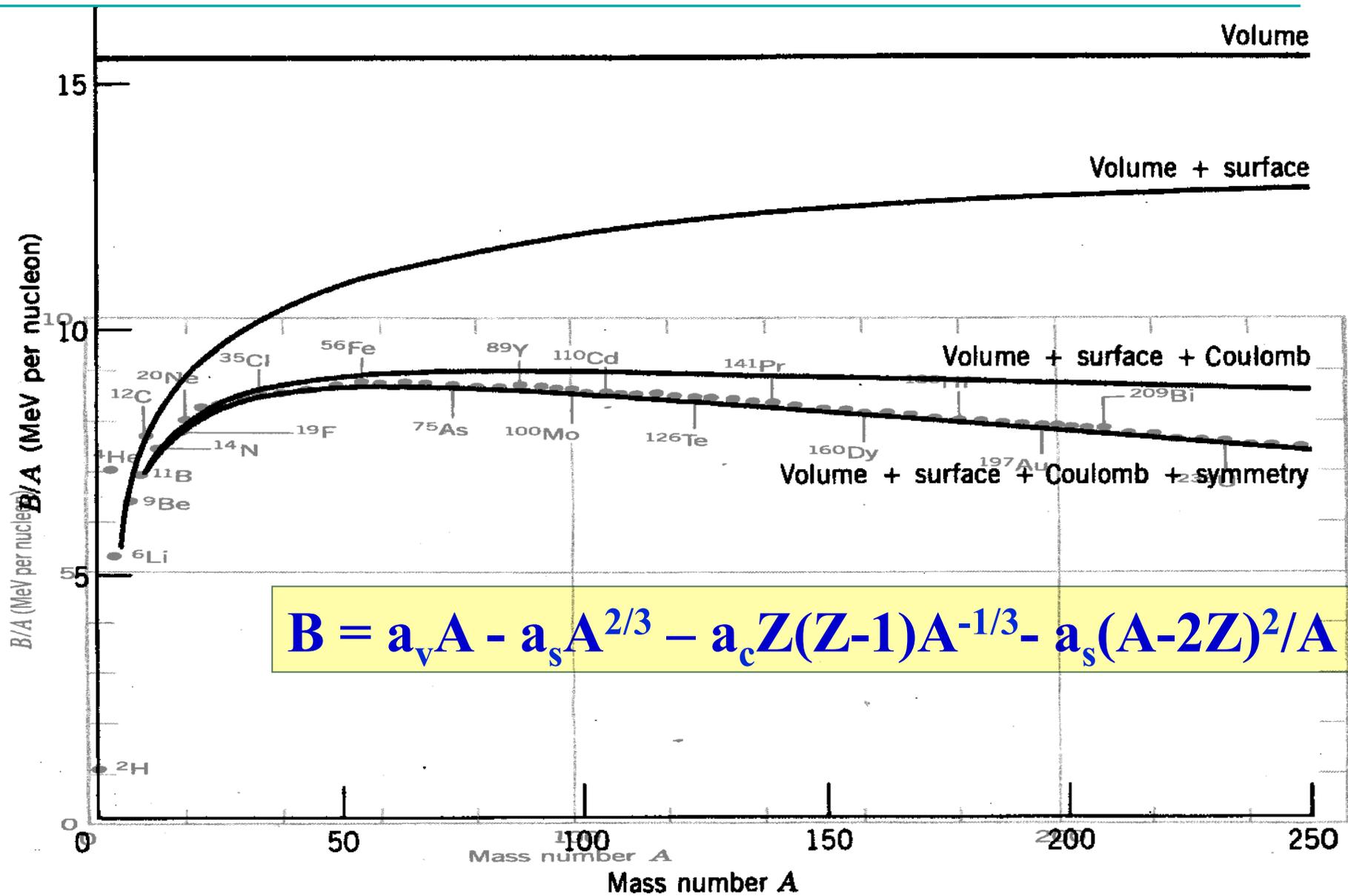




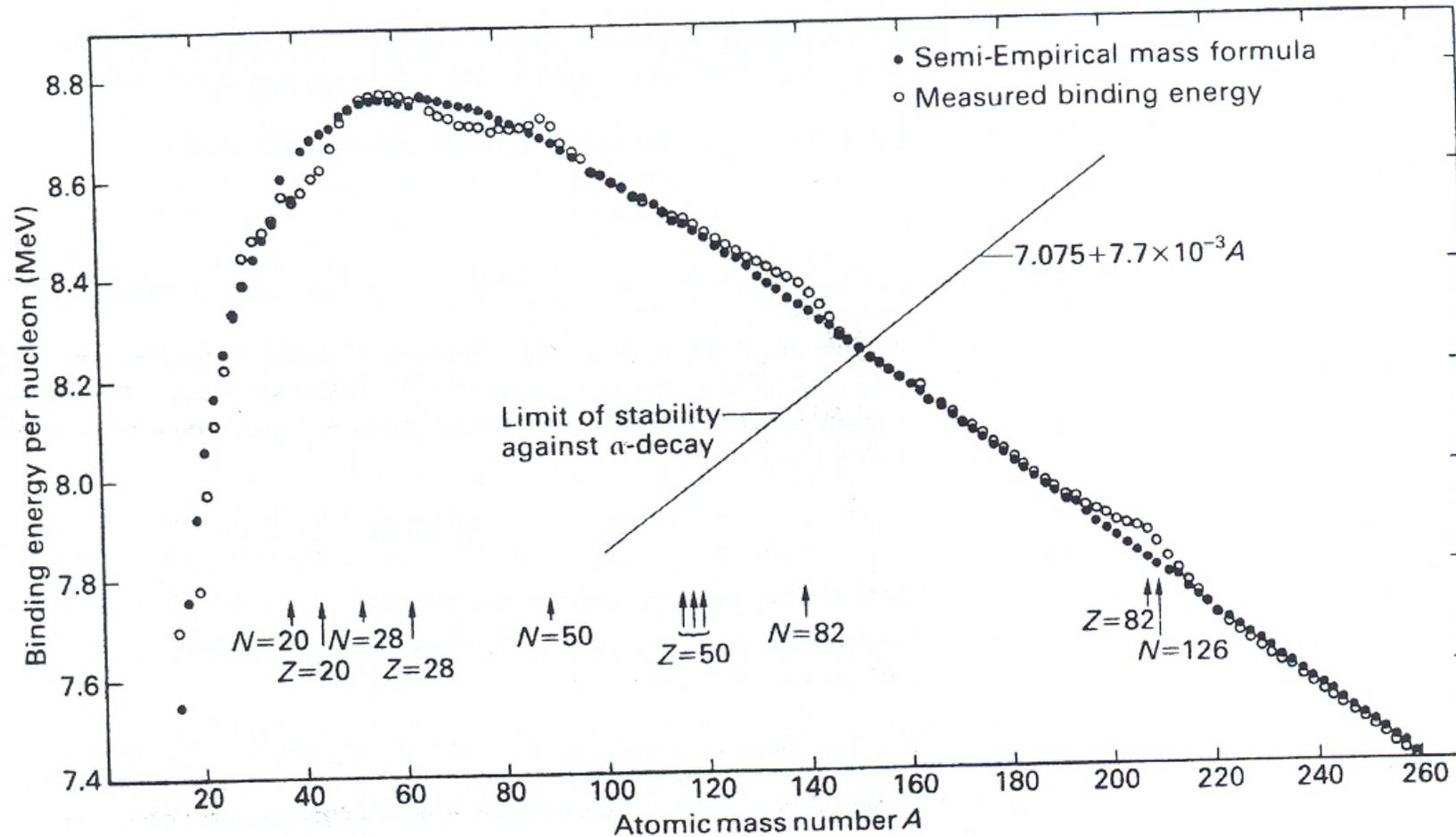
# Modelo da Gota-líquida++

- Uma outra observação experimental importante é o fato que os núcleos estáveis tendem a ter um número par de prótons e nêutrons
- Isso pode ser expresso acrescentando-se mais um termo empírico ao modelo, que tem o caráter de uma força de emparelhamento:

$$\delta = \begin{cases} -a_p A^{-3/4}, & \text{para núcleos ímpar-ímpar} \\ 0, & \text{para núcleos par-ímpar} \\ a_p A^{-3/4}, & \text{para núcleos par-par} \end{cases}$$



# Quão bem esse modelo realmente descreve os valores observados de massa?



# Fórmula semi-empírica de massa

$$B = Z \cdot m_p c^2 + N \cdot m_n c^2 - m(Z, N) c^2 \Rightarrow$$

$$m(Z, N) c^2 = Z \cdot m_p c^2 + N \cdot m_n c^2 - B$$

onde:

$$B = a_v A - a_s A^{2/3} - a_c Z(Z-1) A^{-1/3} - a_{sim} (A-2Z)^2 / A + (\delta)$$

e

$$a_v = 15,56 \text{ MeV}$$

$$a_s = 17,23 \text{ MeV}$$

$$a_c = 0,697 \text{ MeV}$$

$$a_{sim} = 23,285 \text{ MeV}$$

$$a_p = 12,0 \text{ MeV}$$

---

# Entendimento microscópico do núcleo

- Esse modelo funciona bem para explicar características mais globais dos núcleos, como a energia de ligação
- Para uma descrição microscópica do núcleo, isto é, em termos dos seus constituintes, é preciso outras abordagens