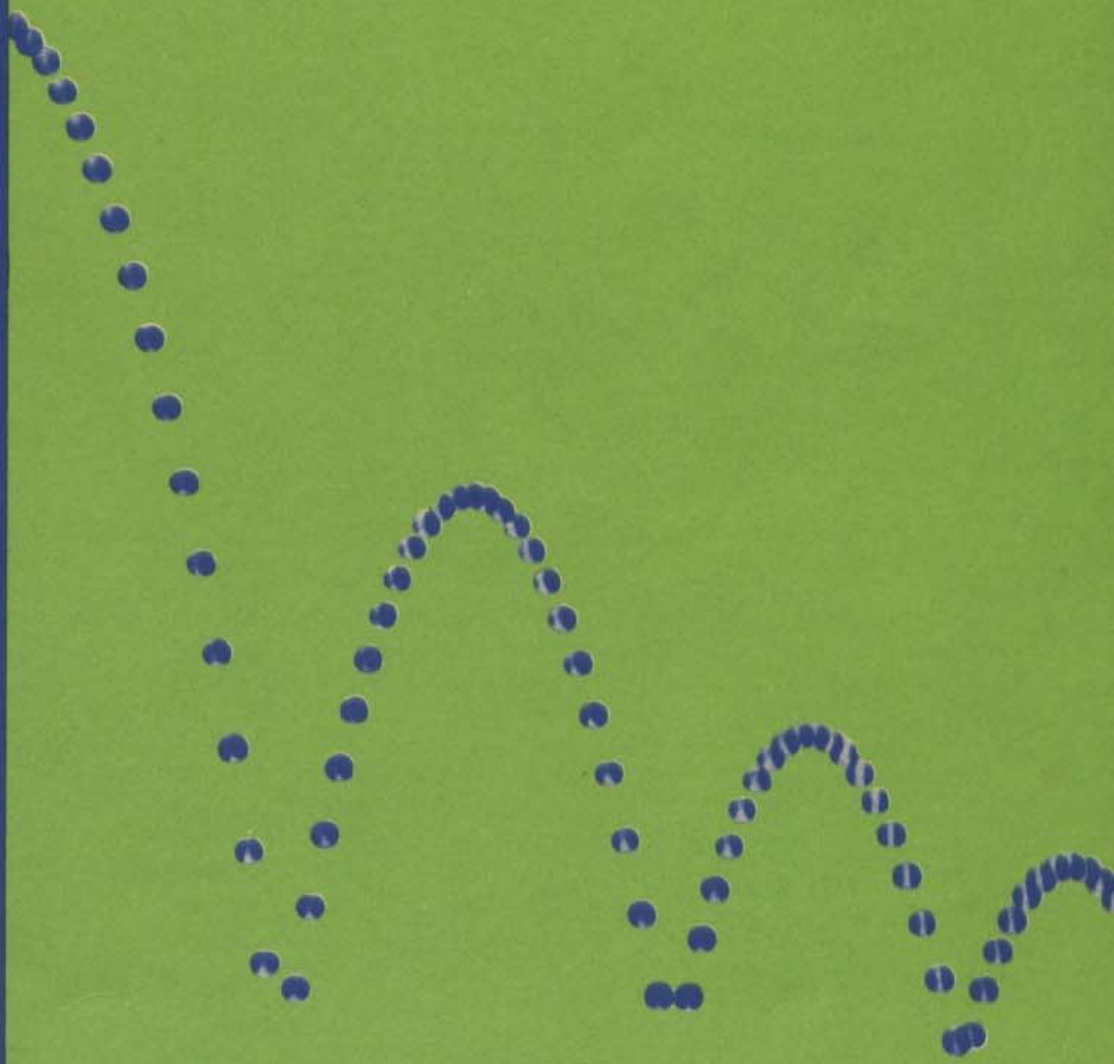
PHYSICAL SCIENCE STUDY COMMITTEE

Física

Parte I



EDITÔRA UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA
SÉRIE DE TEXTOS BÁSICOS DE CIÊNCIA

6
Parte I

Biblioteca de Educação da Universidade de Brasília
Série II — Textos Básicos para o Ensino Médio

Física

Parte I

Texto organizado pelo
Physical Science Study Committee

Edição preliminar
1963

Editôra Universidade de Brasília

APRESENTAÇÃO

A Ciência vem evoluindo com velocidade crescente. O número de informações disponíveis dobra aproximadamente cada dez anos. Mais ràpidamente ainda cresce a aplicação da Ciência e seu impacto na vida diária, tornando cada vez maior o problema do ensino básico de Ciências ao jovem.

Êste grave problema foi relegado pelo Homem de Ciência até bem recentemente. O ensino de Ciências, quer nas escolas primárias, quer nas escolas médias, e, com o tempo, até o dos primeiros anos dos cursos superiores, nem sempre foi entregue aos elementos mais capacitados. "Educadores" infiltraram-se no ensino de Ciências, e, nada conhecendo de Ciência, de sua evolução e estrutura, tornaram êste ensino o mais eficiente método de limitar a evolução cultural e técnica de um povo.

Em 1950, organizamos o IBECC—UNESCO, Seção de São Paulo, iniciando entre nós um movimento, através do qual chamávamos a atenção para a importância do problema, e alertávamos os cientistas para liderarem a reforma do ensino de Ciências. Lutando contra a indiferença do Homem de Ciência, preocupado com a marcha de seu setor de investigação, conseguimos lentamente, nos anos seguintes, prosseguir em nossas atividades, e, em 1954, já desenvolvíamos um amplo programa para atacar os problemas mais agudos e característicos de nossa formação, particularmente o do desinterêsse pela experimentação.

Em 1957, fomos aos E. U. A. conhecer um famoso físico que, com outros colegas, liderava lá um movimento semelhante — o Prof. Francis L. Friedman, do MIT, trágica e prematuramente desaparecido, justamente na época em que planejava nos visitar. A êle, a nossa comovida homenagem. Tomamos conhecimento, através do Prof. Friedman, do gigantesco esfôrço desenvolvido pela equipe do PSSC, na qual se destacava o Prof. Jerrold R. Zacharias, também do MIT, e que congregava um grande número de físicos famosos, alguns dos quais nobelistas, professôres de escolas médias, e industriais, tendo realizado um trabalho que revolucionou o ensino da Física e de tôda a Ciência.

Que razão nos levou a escolher o Curso do PSSC para o Brasil? Não foi certamente porque não dispúnhamos de vinte milhões de dólares para realizar um projeto semelhante, ou porque não contássemos com um grupo de físicos de igual envergadura, ou porque não estivéssemos habituados a ensaiar cientìficamente projetos de inovações no ensino que envolvem o futuro de nossa mocidade. Fizemo-lo porque nos convencemos de sua excelência, acompanhando cuidadosamente sua evolução nos Estados Unidos, desde seu início, e realizando alguns testes no Brasil. E em 1961, enviamos aos E. U. A. um dos elementos de nossa equipe de professôres, para participar de um Curso de Verão, através do qual tomamos contacto direto com o Curso do PSSC.

Em janeiro de 1962, organizamos o I Curso de Verão, no qual foram preparados quarenta professôres, hoje liderando o PSSC na América Latina. Na oportunidade, veio a São Paulo, para dirigir o Curso, entre outros professôres dos E. U. A., o Dr. Uri Haber-Schaim, do Educational Services Incorporated, entidade que supervisiona o PSSC. O Curso foi repetido em 1963, desta vez com caráter nacional, dirigido por um grupo de professôres do Brasil, acrescido de um professor-visitante dos E. U. A. E, aos poucos, vão se multiplicando os cursos locais, liderados pelos participantes do I e II Cursos de Verão.

O PSSC não é um livro-texto, mas uma combinação de texto, guia de laboratório, guia para o professor, equipamento específico, filmes, testes,

e literatura complementar, o conjunto representando uma nova filosofia de ensino de Ciência.

Hoje, como nós, numerosos países americanos, europeus, asiáticos, e africanos, estão preparando a tradução das publicações do Curso do PSSC. Em 1962, lançamos o Guia de laboratório, primeira tradução mundial. Foi êle usado no I e II Cursos de Verão, bem como em Cursos de Verão de diversos países da América Latina. Ainda em 1962, através do Plano de Emergência do Ministério da Educação e Cultura, sendo Ministro o Prof. Darci Ribeiro, iniciamos a tradução do livro-texto e dos filmes. Está a cargo da Editôra da Universidade de Brasília a edição preliminar do livro-texto em quatro volumes, correspondentes às quatro partes do original, cada um conjugado à respectiva parte de laboratório. Também, com o auxílio da Editôra da Universidade de São Paulo, iniciamos a publicação dos livros da Science Study Series, que constituem a literatura complementar do Curso.

Fabricamos em nossas oficinas, e estamos fornecendo, todo o equipamento idealizado no ESI, o qual coincide plenamente com o conceito que temos sôbre como deve ser o equipamento para ensino de Física na escola secundária: simples, econômico, permitindo a redescoberta de fenômenos científicos fundamentais, quantitativamente, ao invés da aparelhagem complexa e cara que pouco ou nada estimula a mente do jovem.

Não teria sido possível desenvolver tão amplo programa, sem o auxílio que nos foi prestado pela Fundação Ford e Fundação Rockefeller, e a colaboração da National Science Foundation e Pan American Union.

O programa não está terminado. Iniciamos a tradução do Guia para o professor e dos filmes. No ESI, elemento de nossa equipe colabora no preparo dos "Tópicos Avançados" do PSSC, para nível universitário.

Será êste o ponto final? A Física continuará crescendo certamente, e caberá aos físicos a contínua avaliação, no sentido de indicar as introduções que se fazem necessárias e o que lhes deve ceder lugar.

Dr. ISAIAS RAW
Diretor Científico do IBECC-UNESCO, Seção de São Paulo

PREFÁCIO

O Physical Science Study Committee é constituído por um grupo de professôres de física, de nível universitário e secundário, trabalhando no desenvolvimento de um curso aperfeiçoado de introdução à física. O projeto teve início em 1956 com uma doação da National Science Foundation, a qual forneceu a principal ajuda financeira. A Fundação Ford e a Fundação Alfred P. Sloan contribuiram, também, na manutenção do programa.

Êste livro-texto é a alma do curso do PSSC: nêle a física é apresentada não como um simples conjunto de fatos, mas bàsicamente como um processo em evolução, por meio do qual os homens procuram compreender a natureza do mundo físico. Além do livro-texto existem, estreitamente correlacionados, um guia de laboratório e um conjunto de aparelhos modernos e baratos, um grande número de filmes testes padronizados; uma série crescente de publicações preparadas por expoentes nos respectivos campos e um extenso livro do professor, diretamente ligado ao curso.

O curso de física do PSSC é o resultado do trabalho realizado, por mais de quatro anos, por algumas centenas de pessoas, em sua maior parte professôres de física de colégios e universidades. Há, no fim do livro, uma resenha desta colaboração. É oportuno destacar, entretanto, o trabalho de dois dêstes colaboradores. O Professor Jerrold R. Zacharias, do Departamento de Física do Massachusetts Institute of Technology, reuniu um grupo de expoentes em física e em educação, que deu origem ao projeto; êle trabalhou ativamente em tôdas as fases do projeto. O Professor Francis L. Friedman, também do Departamento de Física do MIT, e membro do Comitê desde o início, desempenhou o papel principal no desenvolvimento do livro-texto, e contribuiu significativamente em tôdas as partes do programa.

Êste nôvo curso difere de forma marcante, sob muitos aspectos, do curso de introdução à física, habitualmente ministrado nos Estados Unidos. Para ter certeza de que êste nôvo sistema era consistente e suscetível de ser aplicado, foi solicitado o auxílio de professôres e alunos. Em 1957-58, oito escolas e 300 estudantes experimentaram os primeiros materiais. Seus comentários e sugestões ajudaram a melhorar e ampliar o conteúdo e o sistema. Depois, em 1958-59, aproximadamente 300 escolas e 12.500 estudantes valeram-se do curso, e em 1959-60, quase 600 escolas e 25.000 alunos participaram do terceiro ano de prova. O curso foi, então, cuidadosamente revisto, à luz desta experiência.

As reações de professôres e alunos mostram que uma grande percentagem de estudantes se interessa por êste curso, e com bom aproveitamento. Seus conceitos se firmam por meio de trabalhos no laboratório, análise do texto, e estudo dos filmes. O curso atrai tanto os estudantes inclinados para as humanidades como os já interessados em ciência.

O Curso do PSSC

O curso do PSSC compreende quatro partes estreitamente interligadas. A Parte I consiste numa introdução geral às noções físicas fundamentais de tempo, espaço e matéria: como nós as compreendemos e medimos. Quando o aluno aprende o alcance pràticamente ilimitado das dimensões, do imensamente grande ao infinitamente pequeno, dos microssegundos a bilhões de anos, êle verifica como estas grandezas podem ser medidas. Êle aprende que os instrumentos valem

como uma extensão de seus sentidos. A experiência de laboratório mostra que inicialmente medimos por contagem direta, e estendemos, a seguir, nosso alcance de medidas pela calibração e pelo uso de instrumentos simples, tais como estroboscópios ou telêmetros.

A partir destas experiências, medindo tempo e espaço, passa o estudante à compreensão de velocidade e aceleração, de vetores e de movimento relativo. Prossegue, então, estudando a matéria, que vemos se movimentando no espaço e no tempo. Neste primeiro exame da matéria desenvolvemos os conceitos de massa e de sua conservação. Usamos, então, a evidência experimental acumulada por físicos e químicos para concluir que a matéria é formada por um número relativamente pequeno de átomos diferentes. Prepara-se, no laboratório, a experiência direta. Aí os estudantes calculam, por exemplo, o tamanho de uma molécula, a partir de medidas de finas películas de óleo. Filmes complementam esta prática direta de laboratório, mostrando experiências que estariam além do alcance de estudantes.

Do começo ao fim, o estudante é levado a concluir que a física deve ser estudada como um todo. Tempo, espaço, e matéria, em particular, não podem ser separados. Êle percebe, além disso, que a física é um assunto em desenvolvimento, e que êste desenvolvimento resulta do trabalho de imaginação de homens e mulheres a êle semelhantes.

Os tópicos no curso do PSSC são escolhidos e ordenados de modo a evoluir do simples e do comum às mais sutis idéias da física atômica moderna. Na Parte I avistamos um amplo quadro do universo. Ao examinarmos mais detalhadamente certos campos da física, iniciamos, na Parte II, o estudo da luz. Vivemos pela luz, e o estudante passa sem dificuldade ao estudo de sombras nítidas e difusas, da reflexão em espelhos, e da refração da luz em superfícies ópticas. A evolução natural do tema nos leva a desenvolver uma teoria (ou modêlo) corpuscular da luz. A discussão dêste modêlo ilustra repetidamente o modo pelo qual se desenvolve, virtualmente, todo conhecimento científico. Filmes — como por exemplo o filme sôbre a pressão da luz — ajudam, de nôvo, o estudante a ir além do laboratório.

Submetido a constantes exames, o modêlo corpuscular se revela inadequado, e o estudante percebe que necessitamos de outro modêlo — um modêlo ondulatório. O laboratório, novamente, fornece uma fonte insubstituível de experiência, e aqui o estudante se familiariza com as propriedades das ondas. Êle observa o comportamento de ondas em cordas e na superfície da água. Êle começa a identificar o grupo de características que constituem o comportamento ondulatório. O conhecimento da interferência e da difração surge diretamente do estudo de ondas em uma cuba. Pela primeira vez, possìvelmente, os halos de luz em volta das lâmpadas de rua, as côres das manchas de óleo, e a formação de imagens por meio de lentes, surgem como aspectos da natureza ondulatória da luz.

Durante a primeira metade do curso, a ênfase principal está na cinemática de nosso mundo: onde estão as coisas, qual é seu tamanho, como se movimentam, e não por que. Na Parte III voltamos a um estudo mais detalhado do movimento, desta feita sob um ponto de vista dinâmico. Com aparelhamento simples de laboratório, os estudantes descobrem a lei do movimento de Newton. Êles aprendem a prever os movimentos quando as fôrças são conhecidas, e a determinar as fôrças quando são dados os movimentos. Assim preparados, acompanham êles a extraordinária história da descoberta da gravitação universal, a sábia suposição de Newton, que o fêz saltar das leis conhecidas do movimento para a lei da atração gravitacional.

Introduz-se as leis da conservação da quantidade de movimento e da energia por uma associação entre a teoria e a investigação de laboratório. Estas leis constituem uma parcela substancial da Parte III, e damos ênfase a seu emprêgo em situações nas quais não é possível a observação minuciosa do movimento, como por exemplo na descoberta do nêutron por Chadwick e na teoria cinética dos gases.

A Parte IV inicia o aluno em eletricidade e, através dela, na física do átomo. O estudante se vale, então, do conhecimento de dinâmica, adquirido na Parte III. Começamos com observações qualitativas, e prosseguimos com um estudo quantitativo das fôrças que se exercem entre cargas. Aprendemos a medir fôrças elétricas pouco intensas, e percebemos que a carga elétrica se apresenta em unidades naturais. Estudamos, então, o movimento de partículas carregadas em campos elétricos, e aprendemos a determinar as massas do eléctron e do próton.

Segue-se uma discussão sôbre campos magnéticos produzidos por ímãs e correntes, e um estudo das fôrças por êles exercidas sôbre cargas em movimento. Como parte final da eletricidade, discutimos as leis da indução, e damos ao estudante uma percepção qualitativa da natureza electromagnética da luz. Muitas das idéias fun-

damentais são exploradas no laboratório — a lei de Coulomb, o campo magnético em volta de uma corrente, a fôrça exercida por um campo magnético sôbre um fio condutor percorrido por uma corrente, são exemplos.

Valemo-nos, a esta altura, do conhecimento adquirido em escala macroscópica para pesquisar a estrutura dos átomos. Acompanhando o trabalho de Rutherford, estabelecemos o modêlo nuclear do átomo. Algumas perguntas, entretanto, ficam sem resposta. Por que, por exemplo, é um determinado átomo estável? Por que não se desintegra ao emitir luz? Buscando as respostas, descobrimos que a luz é tanto corpuscular como ondulatória. Percebemos, ainda mais, que apesar da matéria se comportar como partículas, em alguns aspectos também se comporta como ondas. Combinando ambas as propriedades, podemos compreender a estabilidade do átomo de hidrogênio e a estrutura de seus níveis de energia. Dado que nesta parte do curso a experimentação direta se torna mais difícil e mais dispendiosa, são filmes que trazem ao estudante experiências como a de Millikan e a da interferência de fótons. No fim do curso, chegamos ao modêlo moderno de átomos.

Ficou patente ser perfeitamente possível ensinar o curso do PSSC tal como é apresentado. É um curso proveitoso para uma ampla variedade de colégios. Os que colaboraram na estruturação dêste curso desejam, entretanto, aperfeiçoá-lo progressivamente. Como o Physical Science Study Committee prossegue neste desenvolvimento, suas sugestões serão sempre bem recebidas.

JAMES R. KILLIAN, JR.
Chairman, Board of Trustees
Educational Services Incorporated

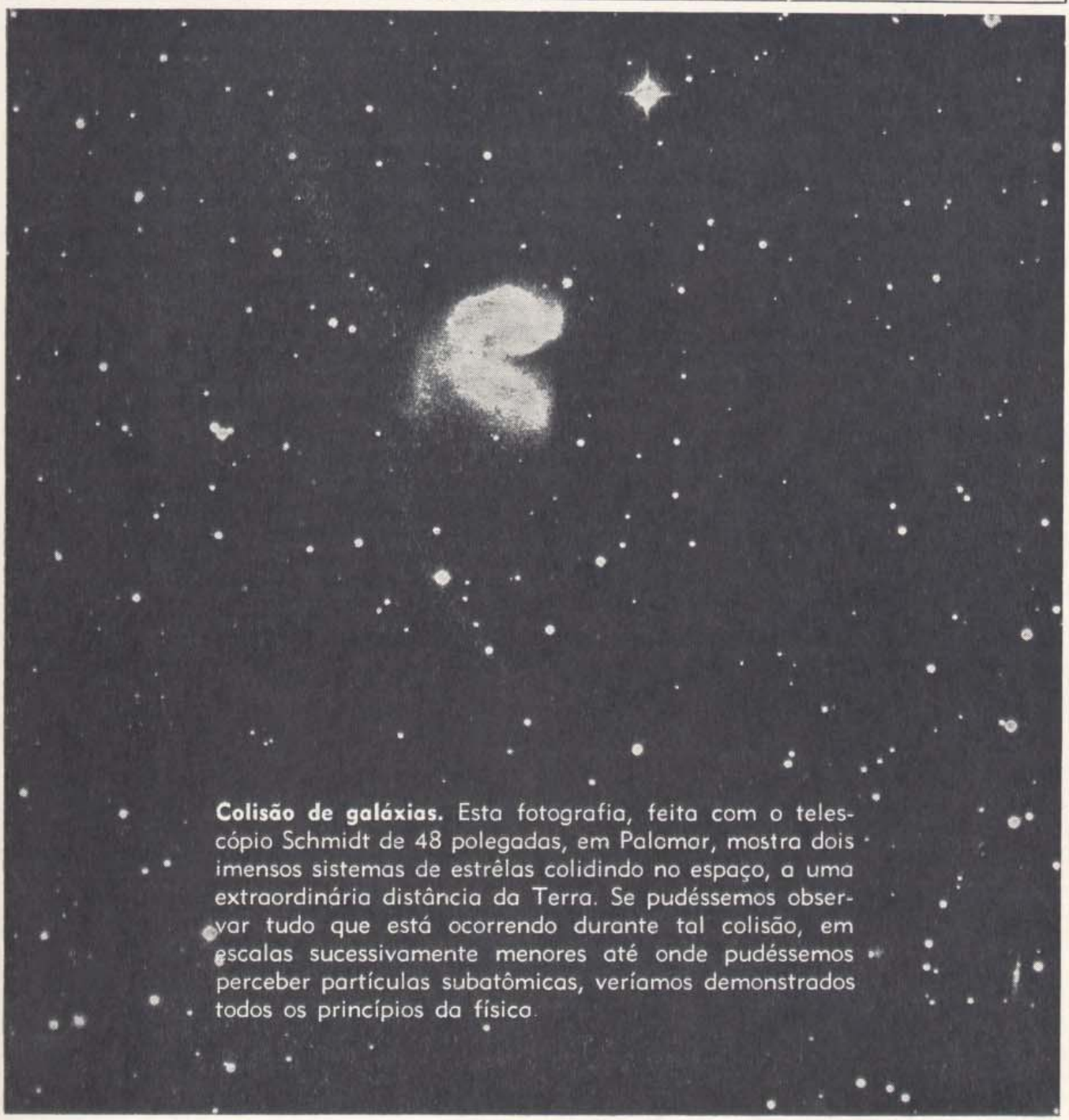
CONTEÚDO

PARTE I O UNIVERSO

CAPÍTULO 1 Que é física?
2 Tempo e sua medição
3 Espaço e sua medição
4 Funções e escalas
5 Movimento ao longo de uma trajetória
6 Vetores
7 Massa, elementos e átomos
8 Átomos e moléculas
9 A natureza de um gás
10 Mensuração

PARTE I

O UNIVERSO



Colisão de galáxias. Esta fotografia, feita com o telescópio Schmidt de 48 polegadas, em Palomar, mostra dois imensos sistemas de estrêlas colidindo no espaço, a uma extraordinária distância da Terra. Se pudéssemos observar tudo que está ocorrendo durante tal colisão, em escalas sucessivamente menores até onde pudéssemos perceber partículas subatômicas, veríamos demonstrados todos os princípios da física.

QUE É FÍSICA?

CAPÍTULO 1

A Física é a ciência fundamental da natureza. Ela nos conta o que sabemos a respeito dêste mundo, como homens e mulheres descobriram o que conhecemos, e como ainda estão descobrindo nos dias de hoje.

Quando o clarão de um relâmpago corta a escuridão, o rádio produz estalidos, e seus olhos ficam ofuscados por alguns segundos. Um instante depois você ouve o estrondo do trovão, e uma vidraça sôlta estremece. A milhares de quilômetros de distância, num observatório meteorológico, um rádio-localizador pode acusar o impacto do relâmpago; e na cidade, o meteorologista, ouvindo um estrondo distante, acena com a cabeça como se estivesse esperando a tempestade.

Eis aí uma seqüência de fenômenos, de acontecimentos diversos, ocorrendo em lugares e tempos diferentes. Êles estão todos encadeados. Como estão êles interligados e, exatamente, que está acontecendo à vista, ao ouvido, ao rádio, e à própria atmosfera?

Considere outra cadeia de acontecimentos. Nos laboratórios de ensaio de uma indústria de aço você pode ver uma barra fina de uma nova liga sendo esticada pelas garras possantes de uma máquina de testar do tamanho de uma casa, acionada por um motor elétrico que gira ràpidamente e não maior que uma bola de futebol. A barra compacta cede lentamente ao esfôrço. Ela se distende como se fôsse um caramelo, e quebra, pouco depois, com um ruído. Como funciona tudo isto? O que mantém a barra compacta? Por que ela cede, finalmente? E, a propósito, por que é o aço mais resistente que o vidro? Por que é êle mais pesado que o alumínio? Por que enferruja?

Os homens, antigamente, temiam a "doença do Sol", nas ocasiões em que o Sol desaparecia e a Terra escurecia. Conhecemos, mais tarde, o movimento complexo da Lua. Tornou-se muito mais fácil prever os eclipses do que o tempo que fará amanhã. A Lua vem girando em volta de nosso planêta muito antes do primeiro dinossauro andar pela Terra. Um satélite feito pelo homem pode girar em tôrno do globo por um longo período sem propulsor, jato, ou asas — uma minúscula lua sintética. Como se movimentam os satélites? Como podemos desenhar nossos próprios satélites? Como podemos visitar a Lua?

A física nos habilita a responder a tais perguntas. Ela nos dá a capacidade de prever e planejar, de compreender e de nos aventurarmos no desconhecido. Novas coisas são feitas a partir do que aprendemos em física. Com novas respostas em física, novas perguntas estão sempre surgindo. Muitas destas perguntas nunca teriam sido formuladas, se a própria física não tivesse sido posta em prática.

Anteriormente a Galileu não havia telescópios astronômicos. Depois de Galileu, que associou duas lentes para fazer um telescópio astronômico, e descobriu quatro luas girando em volta de Júpiter, planejaram-se e construíram-se melhores telescópios e em maior número. Com sua ajuda, descobriram-se novos corpos celestes, tais como

os numerosos pequenos planêtas chamados asteróides, que se deslocam entre as órbitas de Júpiter e Marte.

Surgiram, então, novas questões. Como poderiam ser explicados os movimentos complexos destas luas e asteróides? Foi para responder a perguntas como esta, que tomou um grande desenvolvimento um ramo matemático especial da física chamado *mecânica*. A partir do século dezoito, avançou-se ràpidamente neste estudo do movimento de objetos submetidos a fôrças complexas. O nôvo conhecimento de mecânica levou a um melhor planejamento de máquinas. Vemos, pois, que sem o telescópio, a mecânica teria tido um progresso mais lento.

Mais recentemente, há cêrca de cinqüenta anos, o início do entendimento dos átomos possibilitou a construção de bombas de ar superiores às até então feitas. Com estas novas bombas, era fácil obter um bom vácuo, e com um bom vácuo iniciaram-se experiências que anteriormente eram de realização impossível, com pesquisadores sondando a natureza de eléctrons e átomos. Esta capacidade de produzir um alto vácuo, e o conhecimento que isto trouxe, levaram às mais variadas realizações práticas, como válvulas para rádio e televisão, suco concentrado de laranja, e energia atômica. Esta investigação atômica esclareceu, também, o alicerce da química, por tornar possível determinar o que mantém dois átomos unidos ou o que os conserva separados.

O assunto, pois, vai se desenvolvendo. É como um grande edifício em construção, e não uma estrutura terminada que você apenas deve visitar, levado por um guia. Ainda que algumas partes estejam satisfatòriamente concluídas e sejam igualmente úteis e belas, outras estão sòmente semi-executadas. Outras, ainda, estão apenas planejadas. Novas partes serão iniciadas e completadas por homens e mulheres de sua geração, possìvelmente por você ou seus colegas. De vez em quando, verifica-se que uma das dependências já terminadas nesta estrutura conhecida como física, é pouco segura ou não mais bastante ampla para novas descobertas, e a dependência é abandonada ou reconstruída. Isto acontece freqüentemente, mas os grandes alicerces estão bem assentados e localizados em terreno bastante sólido. Êstes alicerces permanecem inalterados, ainda que sôbre êles continuem ocorrendo mudanças. Constitui intenção dêste livro deixá-lo ver a planta do edifício, mostrar-lhe o que os construtores fizeram, fazê-lo observar algumas das partes nas quais êles estão trabalhando agora e, ocasionalmente, alertá-lo nos pontos em que o projeto ainda está incompleto.

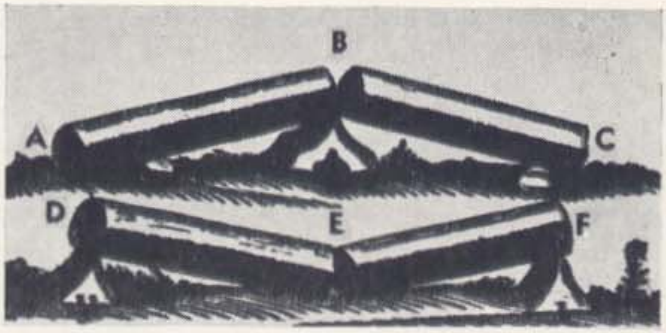
1 — 1. A física e as outras ciências da natureza

A física é a ciência básica da natureza, mas não é a única dêste tipo. A física é fundamental porque trata de vários aspectos do universo como tempo, espaço, movimento, matéria, eletricidade, luz, e radiação; e algumas características de cada fato que ocorre na natureza podem ser examinadas nestes têrmos. A *astronomia*, ciência que procura conhecer a Lua, os planêtas, as estrêlas, e o universo além das estrêlas, está alicerçada na física. A *geologia* é uma espécie de "astronomia" pormenorizada do planêta que melhor conhecemos, nossa própria Terra. A *meteorologia*, a física de nossa atmosfera, procura explicar as causas do tempo em têrmos de física. A *química* é uma ciência quase tão fundamental para as outras quanto o é a física. Sua especialidade é conhecer o grande número de substâncias que nos rodeiam aqui na Terra, como também as novas substâncias preparadas por químicos, e que nunca existiram. Um importante ramo da química, chamado *bioquímica*, a química da vida, ocupa-se de nossos próprios corpos e dos alimentos que ingerimos. E a totalidade do próprio mundo vivo é o objetivo de muitas ciências, da anatomia à zoologia, cada uma se especializando em um tipo particular de objeto físico, tal como plantas e animais em tôdas as suas variadas e maravilhosas formas.

Situando-se, por certo, mais próximo à física, há um grupo de ciências afins conhecidas como *astrofísica*, *geofísica*, e *biofísica*. A astrofísica é a física do mundo astronômico. Você poderia dizer que as posições e a identificação das estrêlas são problemas de astronomia, mas um estudo do que faz as estrêlas brilhar é uma parte da astrofísica. A geofísica se ocupa da física de nossa Terra, e a biofísica da física das coisas vivas.

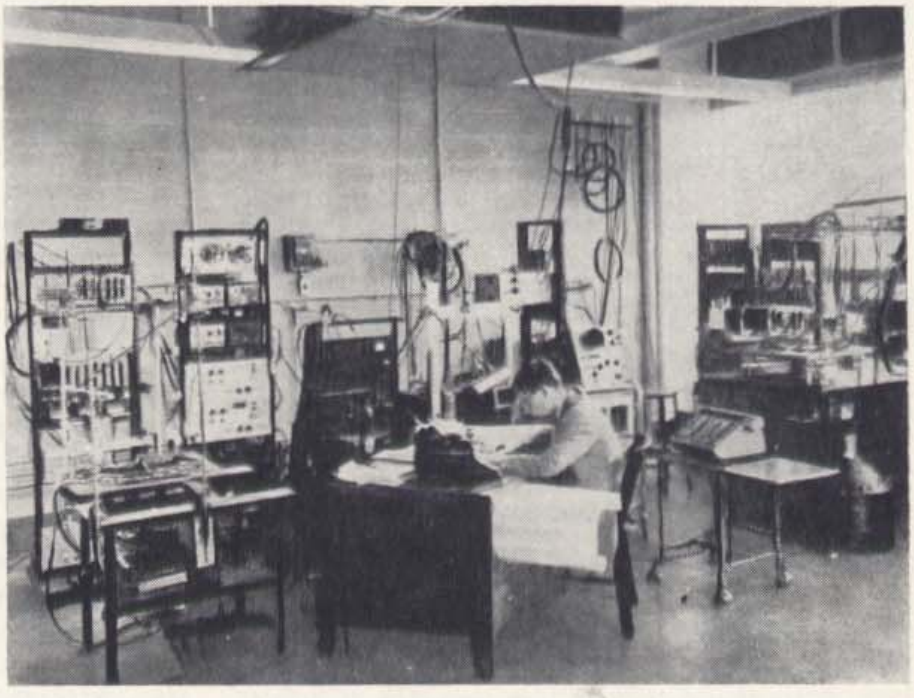
1 — 2. Física e engenharia

A tecnologia — o conjunto integral de recursos e equipamento que o homem criou para melhorar sua situação neste planêta — está baseada na ciência. Tôdas as ciências contribuem para ela — e a física, por certo, muito freqüentemente. Quando os físicos aprendem a compreender



1 — 1. Êste desenho é do livro de Galileu "Two New Sciences", escrito em 1938. Êle constatou que o comprimento de uma viga pesada pode ser o mesmo, sem quebrar sob seu próprio pêso, quer esteja apoiada em ambas as extremidades (D e F) ou no meio (B).

1 — 2. Uma gravura do laboratório de Michael Faraday no Royal Institution, em Londres, há cêrca de 100 anos. No canto inferior direito estão alguns dos aparelhos por êle usados em seu trabalho sôbre eletricidade. (De "Life and Letters of Faraday", do Dr. B. Jones; Longmans, Green).



1 — 3. Um típico laboratório americano de física em 1959. Compare-o com o laboratório de Faraday, mostrado na Fig. 1 — 2.

e controlar um tipo particular de fenômeno, digamos as ondas de rádio, surge, então, um grupo de especialistas cujo trabalho é tornar proveitosa esta nova aquisição. A *engenharia de rádio* e a *electrônica* surgiram, dêste modo, como um ramo especial da física, e são atualmente estudadas por um número maior de pessoas e com mais empenho total que a própria física. Isto se repetiu várias vêzes: para a eletricidade, para a aviação, e para o movimento do ar e da água (chamados aerodinâmica e hidrodinâmica).

Há trezentos anos, o pioneiro físico italiano Galileu (1564-1642) tentou descobrir como sustentar pesadas vigas sem rompê-las. Naquela época, uma longa e penosa experiência de ensaio e êrro havia formado pessoas mais ou menos hábeis na arte de construir edifícios, sendo porém reduzido o conhecimento científico sôbre tais assuntos. Hoje em dia, a compreensão desta parte da física é tão importante na vida diária, e está tão bem desenvolvida, que é confiada a um grupo profissional de engenheiros, muito afastados do estudo geral de física. São êles as pessoas que projetam e constroem arranha-céus, pontes, e estradas. Seu trabalho se baseia em princípios físicos tão bem testados em três séculos de experiência que o físico não mais duvida de sua aplicabilidade. Êle reconhece que pouca coisa nova lhes pode ser acrescentada. De modo análogo, a libertação de energia nuclear (potência atômica), criação recente da física do século vinte, está, no momento, na iminência de se tornar uma importante e fascinante atividade técnica, especializada e independente, chamada *engenharia nuclear.*

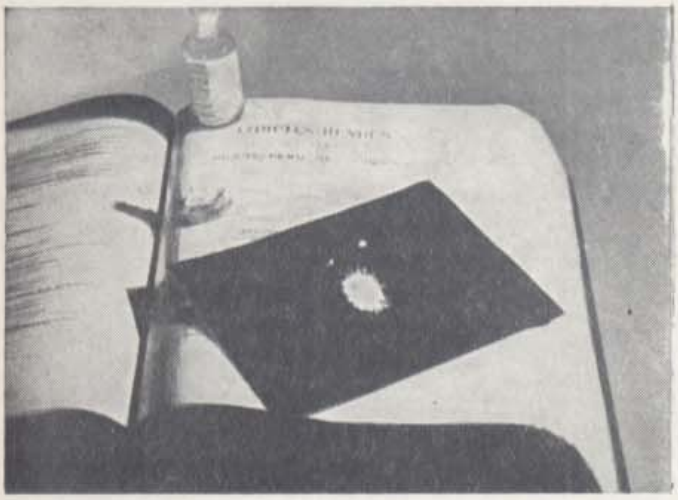
Êste é o trajeto da física. Ela dá origem a outras ciências e a suas proveitosas aplicações, que podemos denominar tecnologia. Estas ciências, tal como filhas agradecidas, retribuíram, freqüentemente, dando à física novos materiais, novos instrumentos, e novas idéias. Muitos dêstes novos instrumentos são agora pràticamente indispensáveis à física. O rádio e outros dispositivos electrônicos, por exemplo, originaram-se da física, e são agora usados na solução de problemas do momento em física. Tanto a pesquisa moderna em ciência física como a indústria de manutenção de televisão estão subordinadas à electrônica, descendente direta do que nos laboratórios de física de 1900 pareciam ser fenômenos obscuros e sem importância.

1 — 3. Os instrumentos da física

A física necessita de instrumentos — instrumentos de tôdas as espécies. Como em quase tôdas as atividades dos sêres humanos, o instrumento-chave do físico é sua mente. Em seguida, êle precisa de uma linguagem para tornar claro, para si próprio e para os outros, o que êle pensa e fêz, e o que pretende realizar. A matemática, que pode ser considerada como uma linguagem internacional especial de relação e quantidade, extremamente clara e flexível, é, também, um instrumento importante de seu equipamento — e são muito importantes, sem dúvida, seus próprios olhos, ouvidos e mãos. Êle considera êstes últimos como os principais instrumentos na obtenção de informações sôbre as ocorrências do mundo que êle tenta compreender e controlar. Além disso, para auxiliar seus sentidos e produzir as circunstâncias especiais que por vêzes deseja estudar, êle deve se valer de uma grande variedade de outras ferramentas, outros instrumentos, máquinas, ou invenções.

Nossos sentidos falham freqüentemente, e estão sujeitos a êrro. Geralmente não nos é difícil, por exemplo, dizer se uma coisa aconteceu antes ou depois de outra, mas constatamos que nossas avaliações de quanto antes ou quanto depois, não são dignas de confiança. (Olhe para um relógio, depois não olhe para os ponteiros durante um tempo que julga ser cinco minutos, e verifique, então, quanto tempo decorreu efetivamente). Se você não tivesse relógio, poderia medir o fluxo do tempo, de modo rudimentar, pela contagem das batidas de seu coração. Você perceberá, entretanto, que o ritmo de seu pulso se modifica de dia para dia, da manhã para o anoitecer, e, por vêzes, de minuto em minuto. Sem relógio, você poderia não descobrir estas mudanças, a não ser que comparasse sua pulsação com a de outras pessoas. As pulsações de dois de vocês não corresponderiam exatamente ao medirem intervalos de tempo, e vocês poderiam, então, tentar descobrir alguma coisa fora de vocês que batesse mais regularmente que seus pulsos.

Há uma história muito conhecida que exemplifica o processo que estivemos discutindo. Enquanto observava um grande lustre oscilando no teto de uma catedral, Galileu notou que o lustre parecia gastar aproximadamente o mesmo intervalo de tempo para completar cada oscilação. Êle imaginou, então, poder se valer do lustre, ou de qualquer outro pêndulo com movimento semelhante, para usá-los como um bom dispositivo de medida de tempo. A amplitude da oscilação, entretanto, se modificava consideràvelmente: começava com um amplo arco, terminando por um movimento apenas perceptível. Poderia realmen-



1 — 4(a). Em 1896, o físico-químico francês Henri Becquerel descobriu a radioatividade pela exposição de uma chapa fotográfica a um sal de urânio. A chapa fotográfica estava envolvida em papel prêto, e sôbre ela foram colocados cristais de acetato de urânio.

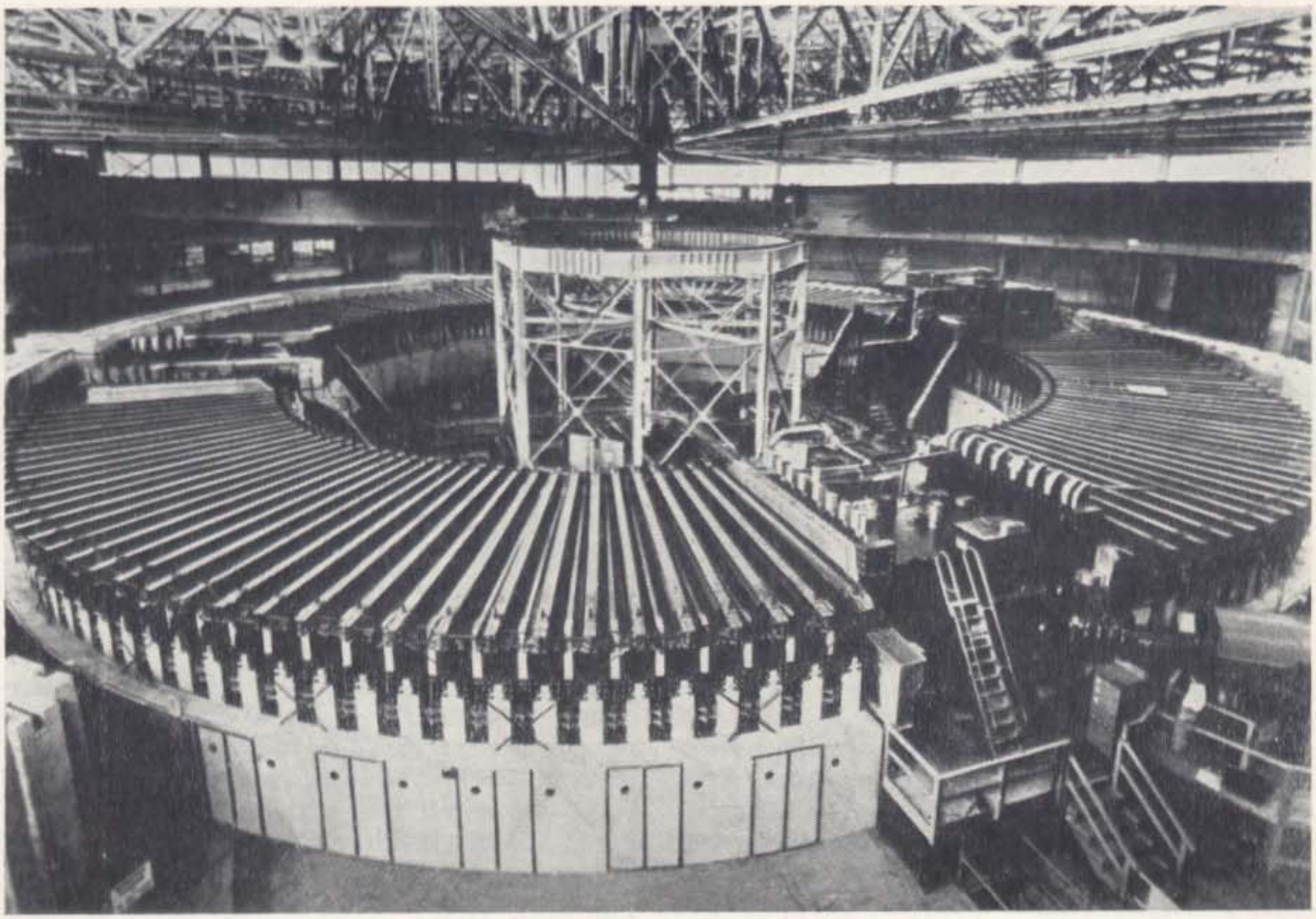
1 — 4(b). A exposição resultante, como a aqui reproduzida, sòmente poderia provir de alguma emanação invisível, porém penetrante, do sal, desde que não foi permitido que a luz atingisse a chapa fotográfica. Eis aí um exemplo de um recurso simples usado para obter um importante resultado básico.

te acontecer que o ritmo da oscilação independesse do comprimento dêste arco? Não obstante saber Galileu que sua pulsação não era uniforme, tinha êle certeza que seu ritmo estivera suficientemente regular durante o tempo relativamente curto que decorrera até o lustre parar. Constatou êle que o mesmo número de pulsações caracterizava cada oscilação, qualquer que fôsse a distância percorrida pelo lustre durante a mesma. Esta observação de Galileu levou à idéia de que um pêndulo mantido em oscilação por uma mola ou por um pêso em queda lenta, mediria o tempo com precisão. Tais relógios poderiam ser testados dando partida simultânea em dois ou mais dêles, e observando, então, se êles dariam o mesmo número de oscilações em tempo igual. Os conhecidos relógios de pêndulo se originaram de tais experiências, e são ainda instrumentos pràticamente tão precisos e dignos de confiança quanto qualquer outro que o homem possa construir.

Esta é a história típica de como pode ser estabelecida uma noção fundamental. Começamos com uma experiência pessoal precária, como a das batidas do coração, e a transferimos para um instrumento que parece se comportar de maneira mais simples e digna de confiança. Testamos, então, o instrumento, para verificar se êle efetivamente funciona como imaginamos. A física é edificada dêste modo, partindo de nossa própria experiência, lançando uma hipótese arrojada, que é freqüentemente um verdadeiro passo no escuro — Galileu não poderia saber com certeza se a oscilação do pêndulo não estava simplesmente correspondendo à sua pulsação irregular — e testando, depois, a hipótese pela verificação do que ela deve implicar. Construímos, desta forma, microscópios que podem tornar visíveis coisas minúsculas, e telescópios enormes que sondam as profundezas do espaço.

Os instrumentos da física podem ser simples. Em 1896, Henri Becquerel descobriu as estranhas propriedades radioativas do urânio, e iniciou o ramo chamado *física nuclear*, sem outro equipamento além de uma chapa fotográfica envolvida em papel prêto, e alguns cristais de um sal químico especial. Em 1934, em Roma, Fermi e seus companheiros descobriram o nêutron lento, base da energia atômica. Usaram êles uma aparelhagem simples — um suprimento hospitalar de rádio, uma pia de mármore com água corrente, alguns pedaços de prata e de cádmio, e um instrumento feito de pedacinhos de uma fina fôlha de metal montados num pequeno microscópio. Prosseguindo no trabalho de Fermi, cinco anos mais tarde, Hahn e Strassmann descobriram a fissão do urânio. Êles trabalharam com equipamento químico simples e um contador Geiger comum. Quem será o próximo a descobrir um ramo da ciência com equipamento simples e uma idéia efetivamente boa? Não o sabemos, mas isto acontecerá com certeza.

Os instrumentos da física podem-se tornar maravilhosamente complexos. O satélite equipado com aparelhos e seus foguetes de lançamento podem ser considerados como os instrumentos do físico que procura estudar as camadas superiores da atmosfera e a chuva de partículas do espaço



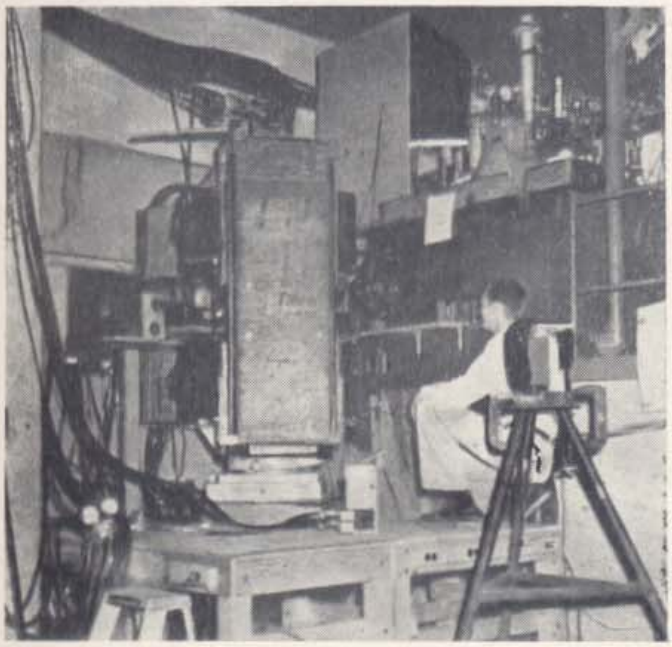
1 — 5. O bevatron do University of California Lawrence Radiation Laboratory constitui um exemplo de um grande e complexo instrumento. O homem no canto inferior, à direita, dá uma idéia das dimensões dêste acelerador gigantesco. O enorme ímã em forma de anel pesa tanto quanto um navio e requer tanta potência quanto uma pequena cidade. Êste grande instrumento é usado para obter evidência do comportamento de partículas demasiadamente pequenas para serem vistas com qualquer dispositivo até agora preparado pelo homem. (Cortesia: University of California Lawrence Radiation Laboratory).

exterior. Para fazer um eléctron se movimentar ao longo de uma trajetória em espiral, como se mostra na fotografia da Fig. 1 — 6 (b), necessita-se de um equipamento complexo. No University of California Radiation Laboratory existe um enorme ímã em forma de anel, pesando tanto quanto um navio, e tirando sua potência de geradores suficientes para suprir as necessidades de potência de uma pequena cidade (Fig. 1 — 5). Atravessando o ímã há um tubo em forma de aro, suficientemente grande de forma que nêle um homem poderia rastejar. O diâmetro do aro é do tamanho de uma quadra de basquete. Devendo ser êste tubo mantido livre de ar, foi nêle feito um alto vácuo, como o existente em válvula de rádio. O dispositivo completo é operado por uma rêde de interruptores, válvulas e medidores, tão complicada quanto uma pequena central telefônica. E para a fotografia pròpriamente dita, as grandes câmaras devem ser focalizadas numa cuba cheia de hidrogênio líquido, que é extremamente frio mas altamente inflamável [Fig. 1 — 6 (a)].

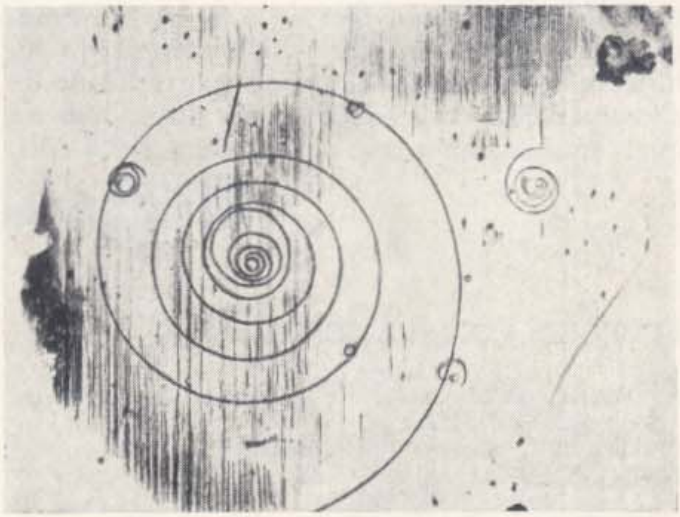
1 — 4. Quem constrói a física?

Chamam-se físicos as pessoas que planejam o tipo de equipamento sôbre o qual você estêve lendo. Quando suas habilidades são principalmente as de planejar e realizar experiências, êles são chamados físicos experimentais. Quando, por outro lado, êles são peritos principalmente no emprêgo de matemática em problemas de física, são êles chamados físicos teóricos. Benjamin Franklin e Mme. Marie Curie foram físicos experimentais. Isaac Newton e Albert Einstein foram físicos teóricos — talvez os maiores.

Antigamente, os instrumentos, tanto os experimentais como os matemáticos, eram tão sim-



1 — 6(a). Aqui novamente um instrumento muito complexo para ampliar nossos sentidos. Esta câmara de bôlhas de hidrogênio líquido, em ligação com uma fonte de elétrons de elevada energia (como o bevatron da Fig. 1 — 5.), foi usada para obter a imagem da espiral descrita por um elétron, mostrada na Fig. 1 — 6(b). (Cortesia: University of California Lawrence Radiation Laboratory).



1 — 6(b). À medida que passa através do hidrogênio líquido, o elétron deixa um rasto visível, semelhante à trilha de vapor deixada no ar por um avião a jato a grande altura.

ples que um homem ou uma mulher, individualmente, poderiam se habilitar em ambos. Isaac Newton não sòmente fêz a emocionante experiência de decomposição da luz solar em côres usando um prisma, como efetivamente idealizou, para seu próprio uso, uma das mais proveitosas formas da matemática, o cálculo. Franklin contribuiu para o desenvolvimento da teoria sôbre a eletricidade. Atualmente, alguns dos instrumentos são tão complexos que poucos físicos são suficientemente versáteis para se assenhorearem de todos. Quer teóricos ou experimentais, entretanto, todos os que constroem a física são físicos.

Os físicos podem ser auxiliados por engenheiros e por diversos tipos de técnicos. Todos êstes — os físicos, engenheiros, e técnicos — formam uma equipe coordenada. É evidente que nenhum indivíduo isoladamente poderia ter construído, ou mesmo projetado, em seu todo, um grande e moderno laboratório como o de Berkeley. São os físicos, entretanto, as pessoas que determinam o objetivo a ser atingido pela equipe. O engenheiro concentra seu interêsse principalmente no projeto e manejo dos instrumentos, ou máquinas, ou processos em mira. O físico está interessado no que êle pode descobrir pelo emprêgo dêstes instrumentos, quaisquer que êles sejam.

Ficará claro que não demos neste capítulo uma definição cabal e simples do que é a física. Isto porque a física se desenvolve e se modifica, tal como o que conhecemos sôbre o mundo, alterando-se, também, o que podemos realizar com êste conhecimento. Após ter concluído êste livro, voltando ao que viu e aprendeu, e ao que o deslumbrou, terá você uma visão muito melhor do que é a física do que poderiamos descrever num capítulo.

Nos próximos capítulos falaremos sôbre tempo, espaço, movimento, matéria, e medição. Estão todos êles relacionados, e são todos essenciais em nossa discussão sôbre física. Êles formam um alicerce sôbre o qual construiremos — e não algo que podemos estudar e depois esquecer. Além disso, o que dizemos nos próximos capítulos é sòmente um começo; e as idéias sôbre as quais falamos tornar-se-ão mais claras à medida que as usamos ao longo do livro. Perceberemos nelas, mais tarde, um nôvo significado. Isto é particularmente verdadeiro no que diz respeito às idéias expostas neste capítulo introdutório. À medida que você avançar na física, esteja preparado para voltar, de vez em quando, a êstes capítulos iniciais.

A maioria dos que estudam os fundamentos da física não serão físicos mais tarde. Alguns continuarão seu estudo de física, ou trabalho correlato, na engenharia ou em outras ciências. Quer prossiga ou não, você pode encontrar na história da natureza, como os físicos a vêem, muita coisa que o auxiliará a compreender o mundo mutável no qual vivemos. Isto porque a física está atrás das manchetes dos jornais, atrás dos inventos que criam novos emprêgos, e atrás dos novos problemas que todo cidadão tem de

enfrentar. Estudando êste assunto em crescente desenvolvimento, um dos mais significativos na história do homem, você terá a oportunidade de alimentar esta curiosidade acêrca do mundo no qual nós, humanos, nos diferenciamos tão nìtidamente dos outros animais, êste maravilhoso sentimento de *querer saber,* que se pode constituir numa profunda satisfação por tôda uma vida.

LEITURA COMPLEMENTAR

ANDRADE, E. N. da C., *Sir Isaac Newton*. Doubleday Anchor Books, 1958.

CURIE, EVE, *Madame Curie*. Doubleday, 1949.

FERMI, LAURA, *Atoms in the Family*. University of Chicago Press, 1954. Um relato da vida e obra de Enrico Fermi.

FRANKLIN, BENJAMIN, *Autobiography*. Pocket Books.

GAMOW, GEORGE, *Nascimento e Morte do Sol*
Globo — Pôrto Alegre
(Cap. III: Transmutação dos Elementos).

HEATHCOTE, N. H. de V., *Nobel Prize Winners in Physics*. Henry Schuman Co., 1953. Esbôço biográfico e sumário do trabalho laureado de cada um.

JEANS, JAMES, *The Growth of Physical Science*. Cambridge University Press, 1951. (Galileu, págs. 145-150, 171-178. Newton, págs. 183-196, 204-210, 225-227. Einstein, págs. 239-301).

TAYLOR, F. SHERWOOD, *A Short History of Science and Scientific Thought*. Norton, 1949.

TEMPO E SUA MEDIÇÃO

CAPÍTULO 2

2 — 1. Ponto de partida — os sentidos

Os instrumentos físicos mais universais se encontram em nossos corpos. Através de nossos olhos obtemos a maior parte de nossas informações sôbre o mundo. Quase tão importantes são nossos ouvidos, que nos trazem os sons. Existem ainda as diversas impressões do tato. Elas incluem o tato sensibilíssimo da ponta de nossos dedos, no qual nos baseamos para avaliar as contexturas, as sensações musculares de distender e comprimir, pelas quais formamos as impressões de pêso e solidez, a sensação de quente e frio, e nossa percepção interior de equilíbrio. O olfato e a gustação — mais úteis em química do que em física — são também fontes importantes para nosso conhecimento do mundo exterior. Como você sabe, êstes instrumentos que nos trazem informações contìnuamente são chamados os *sentidos*. Além disso, nós não sentimos o mundo de forma ùnicamente passiva, pois manejamos e movimentamos algumas de suas partes com nossas mãos, costas e pernas.

É verdade que ninguém precisa fabricar ou comprar seus olhos ou seus ouvidos, mas suas utilizações não nos são inteiramente dadas ao nascer. Todos nós tivemos que nos exercitar para usá-los. Todos nós tivemos que aprender a interpretar as imagens que vemos e os sons que ouvimos, aprender que o pequeno borrão lá embaixo, na rua, é o prédio da escola, grande como a vida quando dêle nos aproximamos. Quando crianças, gastamos muito tempo aprendendo estas coisas. Não podemos lembrar como foi difícil, assim como não nos recordamos como aprendemos a falar.

Os sentidos podem ser ludibriados. Ilusões de ótica são habituais. Talvez a mais comum seja aquela que constitui o fundamento do "cinema". Se você examinar a fita de um filme cinematográfico, verá que ela é formada por uma seqüência de fotografias pouco diferentes umas das outras. Passando a fita bastante ràpidamente, sua vista funde as imagens sucessivas numa seqüência contínua, que dá a sensação de movimento. Sua percepção de temperatura pode, também, ser lograda: se você mergulhar uma de suas mãos em um recipiente com água quente, e a outra em água fria, e, depois, mergulhar ambas, simultâneamente, em um recipiente com água morna, a mão "fria" sentirá quente, e a mão "quente", frio. (Se você não fêz esta experiência, faça-a).

Tanto quanto os sentidos, todos os outros instrumentos do físico são falíveis — mesmo os mais precisos e sensíveis, tais como balanças de precisão, medidores eletrônicos, e dispositivos marcadores de tempo. Têm todos êles suas limitações. Testar as indicações de seus instrumentos faz parte do controle que deve ser incluído em cada conclusão a que o físico chega, da mesma forma que deve analisar crìticamente as primeiras impressões fornecidas pelos sentidos. Esta verificação cuidadosa dá-lhe, pois, confiança em seus instrumentos, do mesmo modo que nosso sentido de tato pode constituir um valioso teste de confirmação do que vemos.

2 — 2. Os conceitos-chave da física; a necessidade de estender os sentidos

Consideremos algumas das noções mais fundamentais da física, *tempo* e *espaço*, e sua combinação no que chamamos de *movimento* e *matéria*. Não resta dúvida de que as primeiras impressões que adquirimos a êste respeito são dadas pelos sentidos. Mas é perfeitamente compreensível que para aprendermos tudo que desejamos conhecer sôbre tempo, espaço, e matéria, precisamos estender e aguçar nossas impressões sensoriais pelo emprêgo de outros instrumentos.

Consideremos de início o que chamamos *tempo*. Deitados na cama, correndo pelo corredor, viajando em um avião, estamos sempre seguros (se é que estamos seguros de alguma coisa) da passagem do tempo. Todos temos uma medida de tempo em nosso próprio corpo: as batidas do coração. Durante tôda nossa vida, o coração bate mais ou menos uma vez por segundo — às vêzes mais lentamente, às vêzes mais depressa. Temos outras medidas de tempo, também, que são por todos conhecidas. O Sol marca o dia e a noite. Passam as quatro estações, e nós esperamos ver algumas centenas delas surgirem e desaparecerem. Não podemos determinar diretamente muito mais do que isto, ou muito menos que uma pulsação ou um piscar de olhos. Mas, certamente, o tempo se estende para muito além dêstes limites — para trás antes de nosso nascimento, para frente depois de nossa morte — e por intervalos curtos demais para que possamos captá-los. Nossos pais recordam uma época que não conhecemos; os historiadores nos contam mais que isso; árvores enormes existem há séculos; e não duvidamos que as montanhas e rochas sejam ainda mais antigas. Tôdas estas coisas estão muito acima daquilo que nosso sentido pessoal de tempo pode abarcar diretamente.

Uma segunda noção importante em física é a de *distância*, ou *espaço*. Podemos caminhar um quilômetro, sem muito esfôrço. Conseguimos abranger uma pequena distância com nossos dedos, ou com nossos braços estendidos. É possível até juntarmos nossos dedos o bastante para entre êles deixar um espaço igual à espessura de um fio de cabelo, mas torna-se difícil medir menos que isso. Como podemos medir distâncias maiores que as que podemos andar, ou menores que as que nos é possível perceber? Como veremos, a medida de distâncias extremamente pequenas ou incrìvelmente grandes, é importante para a compreensão do funcionamento do universo. Para chegar a êste conhecimento, os físicos desenvolveram métodos para medir as distâncias aos planêtas e às estrêlas, e os meios de determinar o tamanho de um átomo.

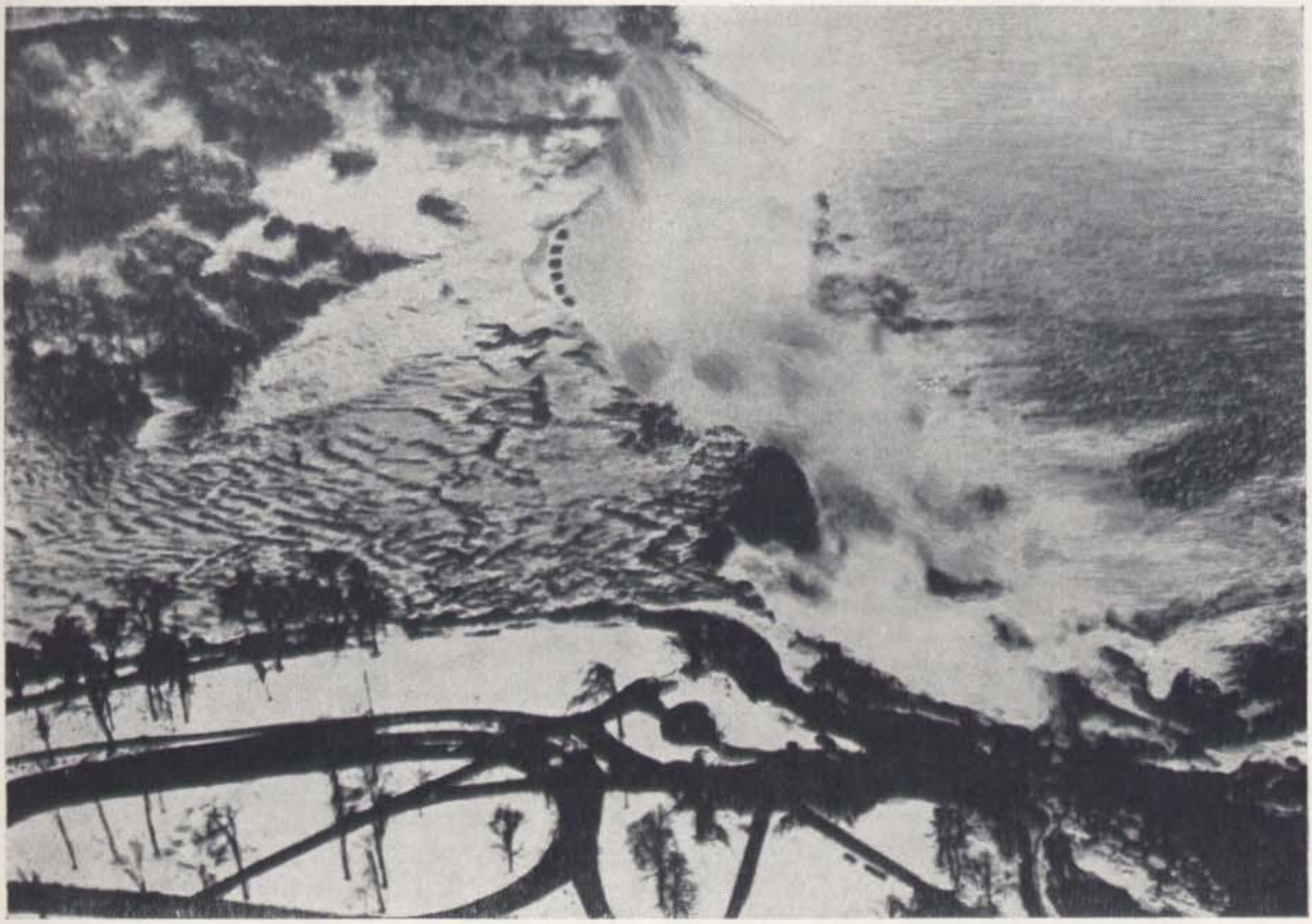
A terceira noção-chave é a de substância, material, ou *matéria* como é mais comumente chamada. Um dos maiores sucessos da física em nossos dias reside no fato de têrmos aprendido muito a respeito da estrutura íntima da matéria. Aprendemos que todos os diferentes materiais — pele, osso, sangue, rocha, aço, nylon, ar, e até o Sol — são compostos pelos mesmos pequenos blocos de construção, os átomos. Suas combinações "decifram" a natureza do mundo complexo em que vivemos, e até mesmo a constituição de nossos corpos. Da mesma forma que com duas dúzias de letras do alfabeto foram compostos todos os livros escritos em Português, a combinação de alguns blocos de construção forma tôda a matéria em sua grande variedade. Nós não descobrimos êstes átomos pelo uso direto de nossos sentidos. Êles são demasiado pequenos para que os vejamos na nossa experiência de todos os dias. Chegamos a saber de sua existência pela extensão de nossos sentidos, conseguida pelo uso das idéias e técnicas da física e da química.

Não definimos aqui exatamente espaço, tempo, e matéria. Êstes conceitos fundamentais são bastante familiares a todos e, apesar disso, difíceis de definir. O essencial é que conseguimos chegar a êstes três conceitos básicos pela experiência cotidiana. Nós os firmamos pelo uso de nossos próprios instrumentos detetores — olhos, músculos, e assim por diante. Nós percebemos, por exemplo, grandes volumes de matéria: montanhas, uma extensão de oceano, talvez; e, também, pequenas porções: até, talvez, pequeninos grãos de farinha ou as partículas de poeira que vemos num raio de Sol.

É nossa primeira tarefa encontrar um meio de ultrapassar estas experiências comuns. É preciso achar um modo de falar ordenadamente sôbre coisas muito afastadas da experiência familiar da vida cotidiana. Procedendo desta forma, chegaremos ao ponto essencial do problema.

2 — 3. O tempo e seu curso

Feche seus olhos por alguns instantes. Abra-os, então, enquanto conta "um, dois, três". Feche-os novamente. Que notou você enquanto seus olhos estavam abertos? Se você estiver numa sala comum, pouca coisa terá acontecido. Nada pareceu sofrer modificação. Mas se você tivesse estado sentado durante algumas horas, manten-



2 — 1. As Cataratas do Niágara ilustram as mudanças lentas que o tempo imprime à face de nosso mundo. A linha pontilhada, na fotografia, mostra a forma da American Fall antes que um desabamento carregasse cêrca de 15.000 toneladas de rocha do seu bordo, em 1954. Êste processo, continuado por longos períodos de tempo, fêz com que as cataratas se fôssem deslocando de muitos quilômetros, para cima, até sua localização atual, e, dentro de 10.000 anos levá-las-á muito além, na direção do lago Erie. (Foto United Press).

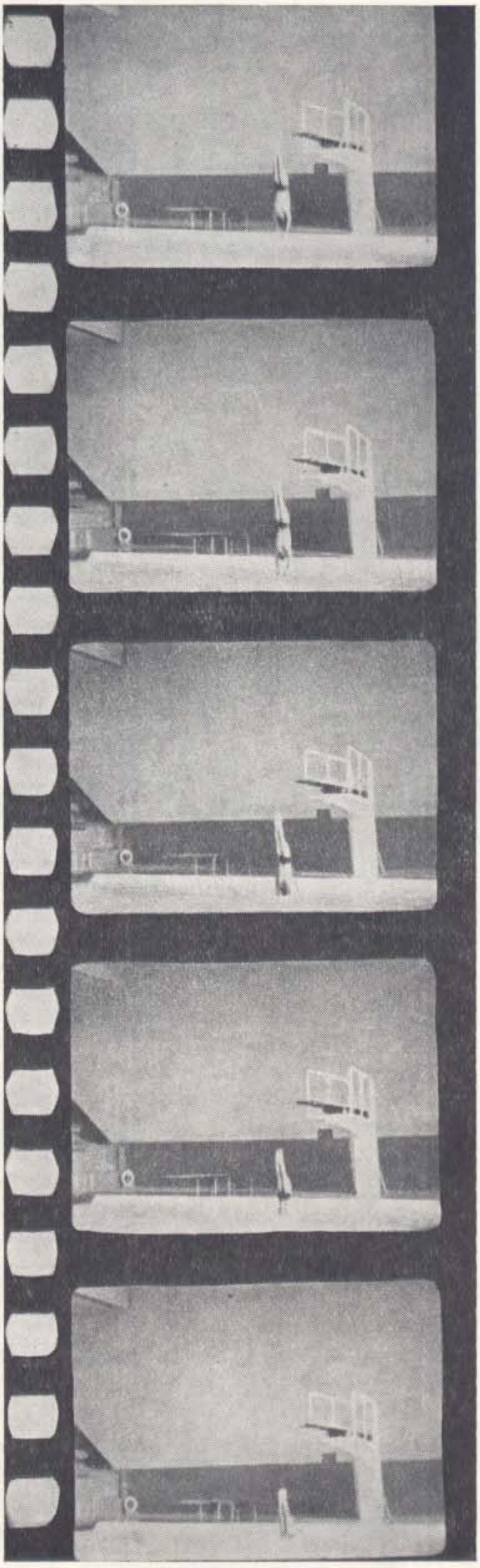
do os olhos abertos, veria pessoas indo e vindo, movendo cadeiras, abrindo janelas. O que aconteceu na sala parece depender do intervalo de tempo durante o qual você observa. Olhe durante um ano, e a planta em seu vaso há de crescer, florescer e murchar.

Continue a experiência, ao menos em pensamento. Observe por um século, e o edifício pode ter desmoronado à sua volta. Um milhar de anos? Nenhuma cidade brasileira durou mil anos, exceto, possìvelmente, aldeias de índios. Dez mil anos? Dentro dêste período o Rio Iguaçu terá desgastado as rochas, e as cataratas terão subido rio acima até muito longe. Dentro de um milhão de anos, muitas das paisagens da Terra estarão irreconhecíveis (Fig. 2 — 1).

Podemos tentar, agora, passar dos grandes intervalos de tempo para os pequenos. Imagine a mesma sala, mas agora abra seus olhos por tempos cada vez menores — que tenham a duração de "um piscar de olhos", como se diz. Isto é, exatamente, o que faz uma máquina fotográfica. Então a mancha formada pelo ventilador em movimento parece estar parada, e define-se em quatro lâminas distintas. Um pouco mais depressa, e o bater de asas de uma môsca, que normalmente você não pode ver, nem mesmo borrado, aparecerá também claramente. Neste ponto, seu ôlho — ou a câmara fotográfica que êle é, essencialmente — está se abrindo apenas por alguns milésimos de segundo.

2 — 4. Intervalos de tempo, longos e curtos; flash-múltiplo

Naturalmente lhe é impossível piscar de modo suficientemente rápido para notar os efeitos citados na última seção. O obturador de máquinas cinematográficas, entretanto, pode ser aber-

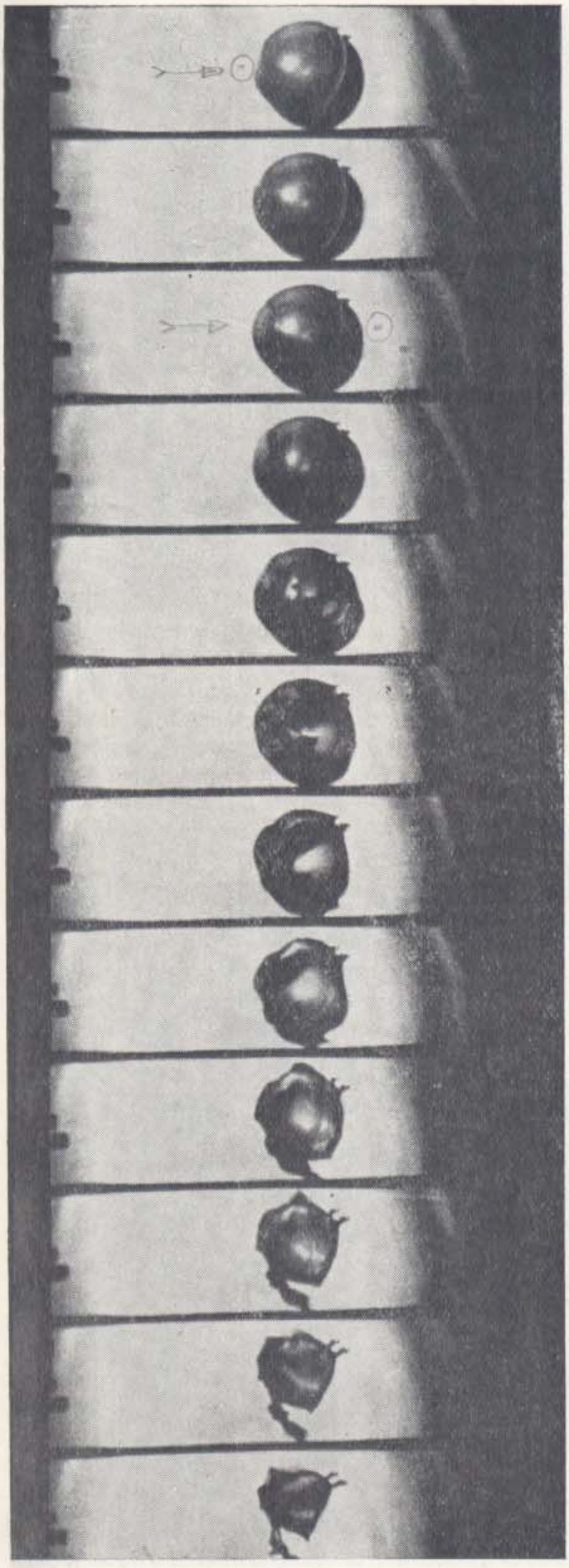


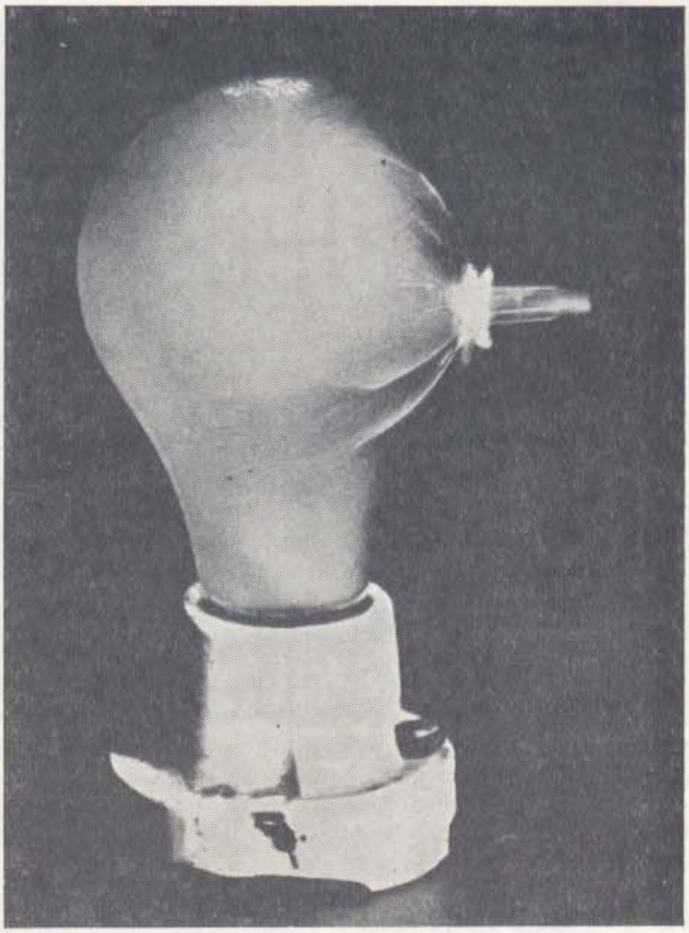
to e fechado muito ràpidamente. Para filmes comuns, a câmara tira dezesseis ou vinte e quatro quadros (fotografias individuais) por segundo, que são exibidos em uma tela no mesmo ritmo (Fig. 2 – 2). Êstes números foram escolhidos porque nossos olhos retêm as imagens por um tempo pouco superior a um vigésimo de segundo. Esta retenção é chamada *persistência de visão,* e é a responsável pelo aspecto de movimento suave, contínuo, que vemos no cinema.

Em muitos casos, o movimento todo que desejamos fotografar leva o tempo de uma só exposição numa câmara cinematográfica comum. Para fotografar movimentos como êstes, usamos, muitas vêzes, uma técnica mais apurada – o flash-múltiplo – que nos permite a medida de intervalos de tempo muito curtos. Neste caso, em vez de abrir e fechar o obturador de uma máquina fotográfica, usamos flashes breves e intensos em intervalos regulares, numa sala escura. Uma câmara com seu obturador aberto, registra os quadros apenas quando a cena é iluminada. Flashes repetidos produzem uma seqüência de imagens que são registradas no filme da câmara. Desde que conhecemos o tempo entre dois flashes sucessivos, o exame da série de imagens fixas assim obtidas permite-nos determinar a duração da cena fotografada.

A Fig. 2 – 3, por exemplo, mostra uma série de treze imagens de um projétil atingindo um balão cheio de gás. Neste caso, o intervalo entre dois flashes sucessivos foi de $\frac{1}{4000}$ s, de modo que o tempo total decorrido entre a primeira e a última imagem é de $\frac{12}{4000} = \frac{3}{1000}$ s. Pelo exame da terceira, quarta, e quinta imagens, é possível, também, concluir que a bala gasta menos de $\frac{1}{2000}$ de segundo para atravessar o balão. Assim, estas fotografias tiradas com flash nos forneceram duas medidas físicas — o intervalo de tempo gasto por um projétil para atra-

2 – 2. Produzindo o efeito de movimento com imagens fixas. Estas cinco fotografias foram obtidas com uma câmara cinematográfica de 35 mm, à freqüência de 24 imagens ou quadros por segundo. Os orifícios à esquerda da fita são aberturas denteadas, pelas quais o filme é conduzido para trás das lentes, numa série de impulsos. Observe a mudança de posição do mergulhador de uma foto para outra. A ação tôda teve a duração de 1/6 s. Quando o filme é projetado, vemos realmente uma seqüência de imagens fixas em rápida sucessão. Entretanto, como o ôlho retém uma dada imagem por uma fração de segundo, temos a impressão de movimento.



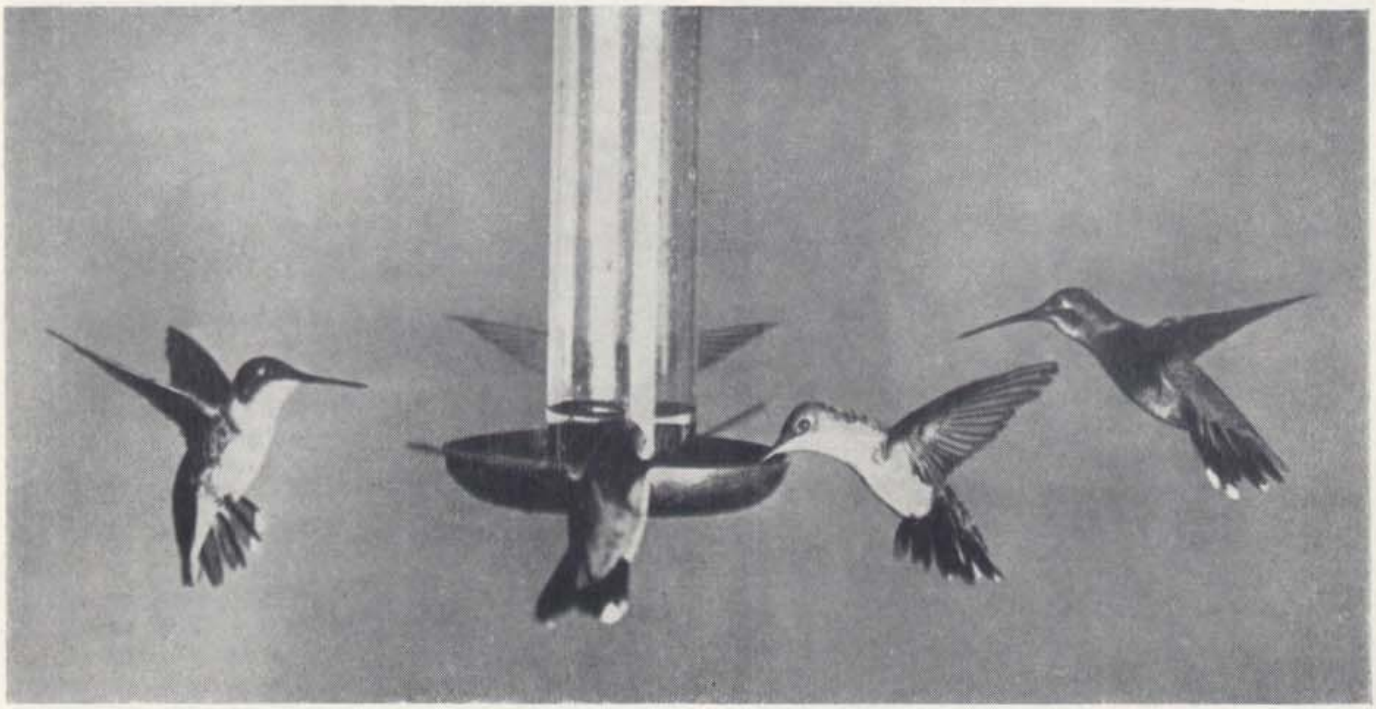


2 — 4. Esta fotografia instantânea mostra uma bala de calibre 0,30 atingindo o bulbo de uma lâmpada. A duração do flash foi inferior a um milionésimo de segundo. Observe as ranhuras na superfície da bala, bem como a ruptura do vidro. (Cortesia: Harold E. Edgerton).

vessar o balão, e o tempo necessário para o balão se desfazer. Nenhuma destas medidas poderia ter sido feita sem um processo de extensão de nossos sentidos.

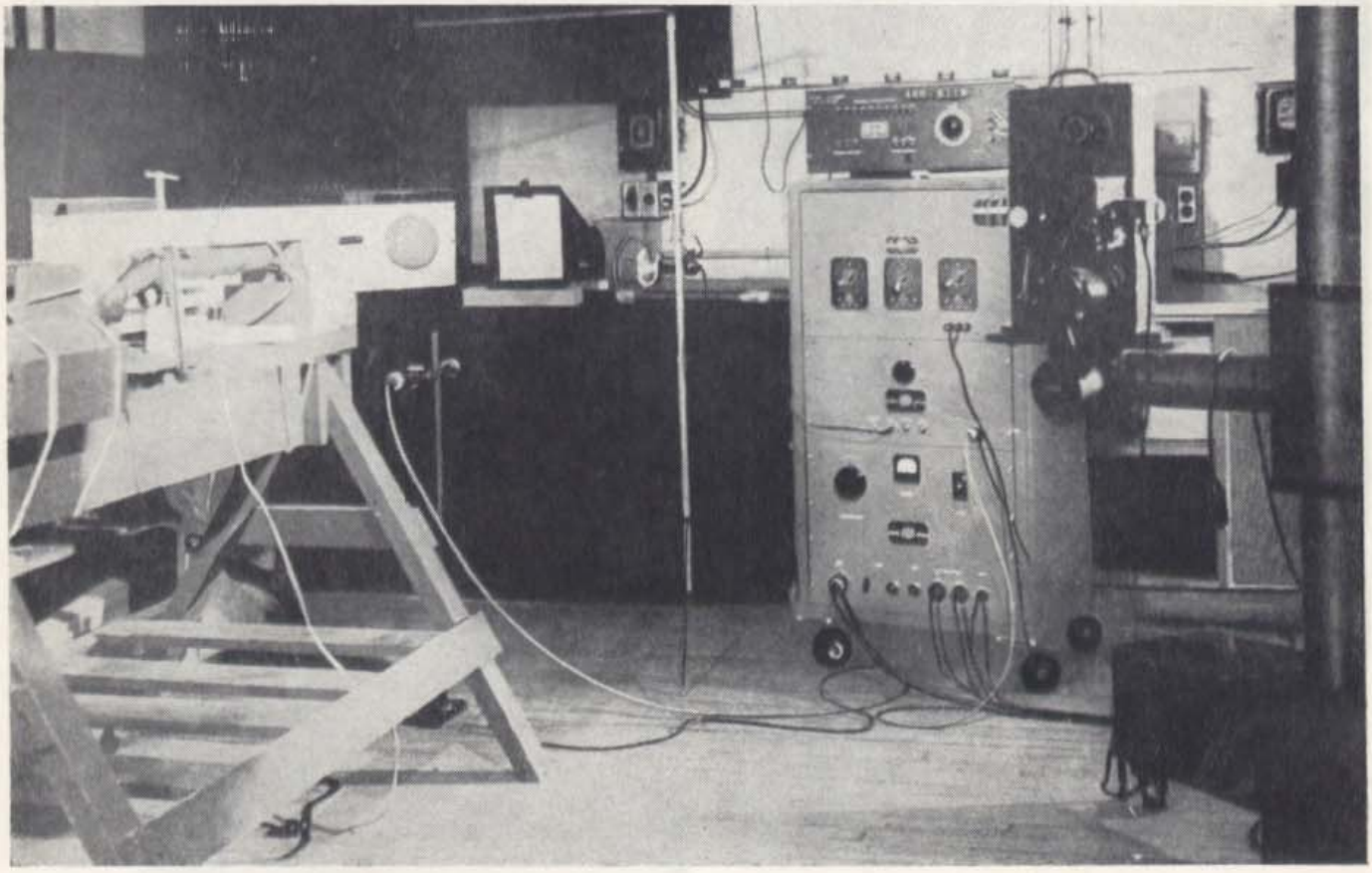
Com a fotografia de flash-múltiplo podemos filmar vários objetos em movimento rápido — coisas familiares que vão desde gôtas de chuva até peças de máquinas, bolas, e projéteis. É possível, também, fotografar coisas que poderemos querer medir no decorrer de nossa pesquisa em física. Neste livro você encontrará numerosos exemplos do uso da técnica do flash-múltiplo no estudo do movimento. Esta técnica e outra similar que você desenvolverá no laboratório, esta-

2 — 3. Estas fotografias, batidas num ritmo de 4.000 por segundo, mostram uma bala perfurando uma balão cheio de gás. Decorreu um tempo total de 3/1000 s entre a primeira e a última imagens. Note que o balão se esvazia lentamente, se comparada esta velocidade com a da bala, que sai do campo da fotografia em menos de 1/1000 s após haver atingido e atravessado o balão. (Cortesia: Harold E. Edgerton).



2 — 5. O ôlho humano não é suficientemente rápido para captar os rápidos movimentos (60 por segundo) das asas de um beija-flor. Nesta fotografia instantânea, obtida com um flash estroboscópico, a iluminação durou apenas 1/100.000 s. Desta forma, vemos as asas aparentemente imóveis. Um filme cinematográfico, na velocidade usual de 24 imagens por segundo, mostraria, apenas, imagens borradas das asas (Cortesia: Harold E. Edgerton).

2 — 6. Êste equipamento foi usado na obtenção das fotografias instantâneas do rompimento do balão, mostradas na Fig. 2 — 3. Da esquerda para a direita, observe o disparador, o balão, a iluminação estroboscópica (sob o balão), o marcador de tempo electrônico, e a máquina fotográfica. (Cortesia: Harold E. Edgerton).



rão entre nossos mais importantes instrumentos. Não é necessário tomar cada uma das fotografias da seqüência em uma película separada. Podemos fazer uma exposição múltipla em intervalos iguais de tempo sôbre um pedaço de filme. Veja a Fig. 6 — 19, por exemplo.

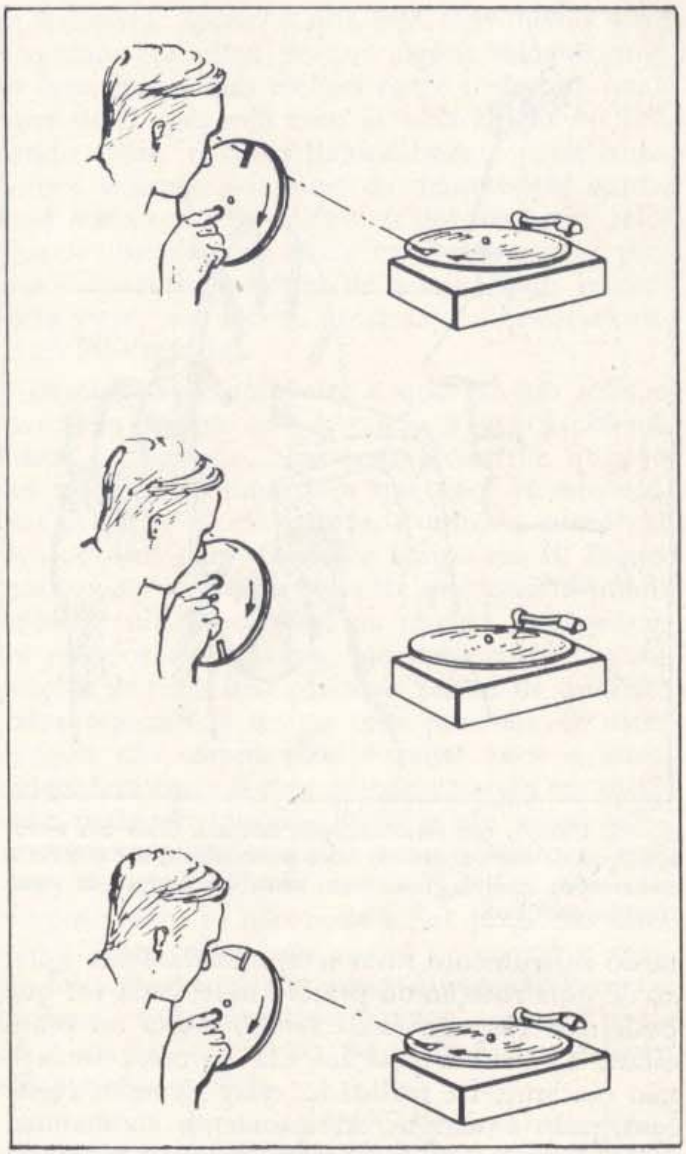
Tirar fotografias em intervalos regulares de tempo não só nos permite analisar movimentos que de outra forma não passariam de simples manchas a nossos olhos, como nos habilita a observar êstes movimentos com a velocidade bastante reduzida. Por exemplo, fotografias tiradas com a freqüência de 4000 por segundo podem ser exibidas num ritmo de 24 por segundo. Usamos esta técnica ao inverso no estudo de movimentos que se processam lentamente. O crescimento de uma flor, o fluxo das marés, o deslocamento de uma geleira, são acontecimentos muito vagarosos. Os intervalos de tempo envolvidos são tão longos que, normalmente, não se percebe o movimento pela observação direta.

Para tornar possível a observação dêstes movimentos como um todo, usamos o processo de quadros isolados. Neste caso, é tirada uma fotografia de uma planta florescendo, digamos, a cada hora. Esta série de fotografias é, então, projetada numa tela na freqüência normal de projeção. Vê-se, desta forma, em minutos, um movimento que pode ter durado dias.

Na discussão da fotografia de flash-múltiplo falamos apenas a respeito dos intervalos de tempo entre os flashes. Você, provàvelmente, concluiu que cada flash deve durar um intervalo muito curto de tempo. Freqüentemente conseguimos aprender muito com o resultado de um só flash, como no caso das Figs. 2 — 4 e 2 — 5. Devido à breve duração do flash, o movimento em cada caso, aparece "congelado". A Fig. 2 — 6 é uma fotografia do laboratório onde foram executadas estas fotos de alta velocidade.

2 — 5. O estroboscópio

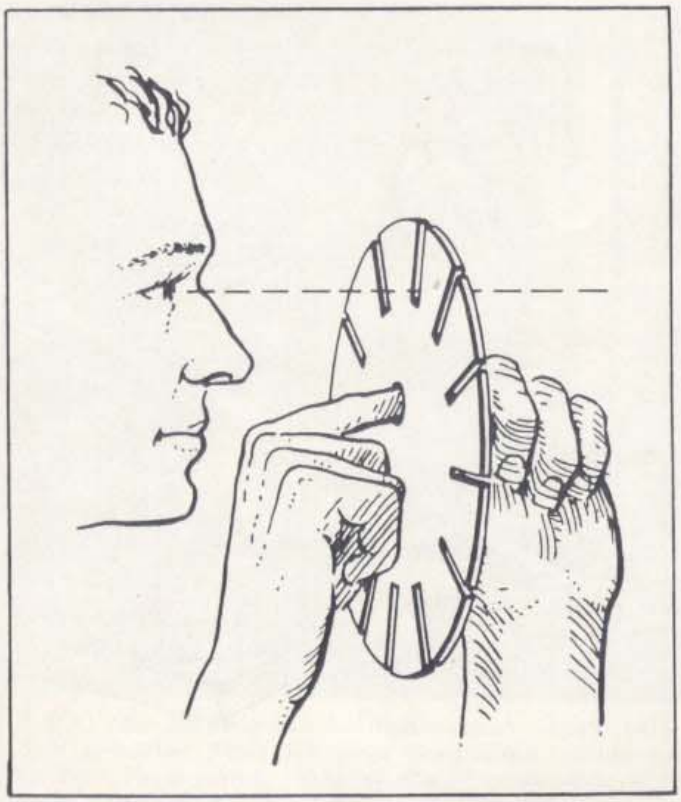
As lâminas de um ventilador elétrico, bem como o martelo de uma campainha elétrica, apresentam um movimento que se repete, de modo idêntico, periòdicamente. Você pode medir os curtos intervalos de tempo envolvidos nestes movimentos de um modo mais simples que o da fotografia de flash-múltiplo. Para êste fim, usamos um estroboscópio. No Guia de Laboratório mostra-se um tipo dêste instrumento. Êle consiste de um grande disco com ranhuras igualmente espaçadas, distribuídas à volta de sua circunferência.



2 — 7. O princípio do estroboscópio. Quando o disco, em frente ao ôlho do observador, gira no mesmo ritmo que o prato, o observador sòmente verá a seta quando ela se encontra numa posição particular. O movimento é, então, "parado". Quais são as limitações dêste dispositivo?

Para compreender como êste dispositivo permite medir pequenos intervalos de tempo, considere inicialmente um estroboscópio com apenas uma abertura. Podemos usar êste estroboscópio de abertura única para medir o tempo gasto pelo prato de um toca-discos para completar uma rotação. Marcamos, primeiramente, o prato com uma seta, e deixamos o toca-discos atingir sua velocidade normal. Fazemos, então, o estroboscópio girar, e olhamos através da fenda, como indica a Fig. 2 — 7. Tôda vez que a abertura passa diante de nossos olhos, temos uma visão do prato.

Suponha, então, que giramos o estroboscópio de tal forma que a abertura descreva tôda a vol-



2 — 8. Usando um estroboscópio manual. Com um estroboscópio de doze aberturas você pode medir um intervalo de tempo igual a um doze avos do tempo de uma rotação do disco.

ta do instrumento num tempo exatamente igual ao de uma rotação do prato. Então, cada vez que pudermos ver através da fenda, a seta no prato estará na mesma posição. Ela parecerá imóvel, não obstante, na realidade, estar girando. Neste caso, pois, o tempo correspondente ao de uma volta do estroboscópio mede o da rotação do prato. Por outro lado, se o estroboscópio gira mais depressa que o prato, a seta não percorrerá uma volta completa entre duas olhadas, e não parecerá, pois, imóvel. Também, se o movimento do estroboscópio é muito lento, a seta percorrerá mais de uma volta entre duas visões, e, novamente, ela parecerá mover-se. Ajustando, pois, a velocidade do estroboscópio de modo que a seta pareça imóvel, automàticamente estamos obrigando a serem iguais os dois tempos de rotação; podemos, então, nos valer da velocidade do estroboscópio — que podemos controlar — para medir um tempo de rotação desconhecido.

O estroboscópio pode ser usado para medir o tempo de uma rotação de um objeto que gira ràpidamente demais para permitir a medida direta dêste tempo. Se o disco apresenta doze fendas igualmente distanciadas, o observador capta doze imagens em cada rotação do disco. Isto significa que um estroboscópio com muitas fendas pode medir um intervalo de tempo muito menor que o tempo de rotação do disco — tantas vêzes menor quantas sejam as aberturas igualmente distanciadas no disco.

Como exemplo, suponha que usamos o estroboscópio para observar uma bolinha girando na extremidade de um barbante curto. Observamos que a bola parece imóvel quando o disco descreve uma rotação cada dois segundos. Se nosso instrumento apresenta dez aberturas, então, em 2 segundos temos dez visões — o tempo entre as visões é $\frac{1}{5}$ s. Uma vez que a bola parece imóvel a cada olhada, o tempo de uma rotação da bola é $\frac{1}{5}$ s.

Um estroboscópio, como qualquer outro instrumento, tem suas limitações. Se o disco gira ràpidamente demais, ou, então, se as aberturas forem muito numerosas e pequenas, passa por elas tão pouca luz que você não pode ver. É possível, também, ocorrer um tipo de confusão. Considere nosso exemplo do estroboscópio de uma abertura "parando" o movimento do prato de um toca-discos. Desde que o prato aparecia no mesmo lugar tôda vez que o podíamos ver, supusemos que seu tempo para uma rotação era igual ao do disco. Existem, entretanto, outras possibilidades. O prato poderia ter girado duas, três, quatro, ... vêzes durante uma rotação do estroboscópio, e teríamos observado ainda o mesmo efeito. Como podemos nos certificar que realmente vemos o prato em rotações sucessivas? Êste problema ocorre muito freqüentemente no uso do estroboscópio, existindo, porém, um meio fácil de contorná-lo. Quando você tiver parado o movimento, simplesmente aumente a velocidade do estroboscópio. O movimento pode ou não parecer novamente parado a uma velocidade maior. Se não conseguir mais "parar", você sabe, então, que a velocidade original de rotação do estroboscópio era a correta. Mas se tal acontecer, continue, então, aumentando a velocidade do estroboscópio, até não mais conseguir parar o movimento. A maior velocidade do estroboscópio que pára o movimento, dará o tempo de rotação do prato.

2 — 6. Comparando tempos; contando unidades

Uma das maiores tarefas do físico é achar um meio de falar claramente sôbre todos êstes intervalos de tempo. Êle deve poder compará-los, usá-

los, predizê-los, não importa quão grandes ou pequenos sejam. Êle precisa de uma unidade.

A medida de tempo é familiar. Todos nós conhecemos o segundo, o dia, a semana, o mês, o ano, o século. Tudo isto está baseado num único princípio simples: contar. A parte da matemática mais importante para a física é a computação. Para medir intervalos de tempo, os físicos contam simplesmente os segundos* decorridos. Todo intervalo de tempo pode ser expresso como um certo número de segundos. É às vêzes conveniente usar dias, da mesma forma como é às vêzes conveniente contar dúzias em lugar de unidades. Um dia é a abreviatura de 86.400 segundos. Intervalos de tempo menores que um segundo devem ser contados por frações de segundo. O físico usa frações decimais, como décimos, centésimos, milésimos, e assim por diante.

Tôdas as nossas contagens de tempo são em têrmos de segundos. Que é um segundo, e por que foi êle escolhido? Não há razão particular para esta escolha. Ela é completamente arbitrária. Poder-se-ia, da mesma forma, ter escolhido uma unidade de tempo duas vêzes maior ou menor. Funcionaria tão bem quanto esta. Não conhecemos nenhuma divisão natural do tempo de aplicação universal. Talvez o segundo seja conveniente porque não é muito diferente do intervalo entre as batidas do coração. Isto não é, entretanto, fundamental. Importante é que uma unidade seja claramente definida e fàcilmente reproduzível, de forma a poder ser disponível a todos.

Um segundo é definido aproximadamente como o tempo entre os "tiques" de um relógio que dá 86.400 tiques enquanto o Sol se move de sua posição meridiana de um dia à sua posição meridiana do dia seguinte. A partir de medidas do movimento do Sol, os astrônomos podem calcular, com grande precisão, o momento exato em que êle cruza o ponto mais alto de sua jornada, e daí fixam o tempo. Por serem ligeiramente diferentes as velocidades com que o Sol se movimenta no céu durante o ano, é tomada uma média para todos os dias do ano, e esta média serve para definir o segundo.

A Terra está sofrendo mudanças constantemente. Tremores de terra, enchentes, erupções, congelamentos, e degelos, estão sempre acontecendo. Até mesmo a rotação da Terra, que causa o movimento aparente do Sol no céu, não é realmente imutável. Sabemos que êste movimento sofre pequenas variações, porque alguns relógios muito bons concordam melhor entre si do que qualquer dêles concorda com as observações do Sol. Sendo assim, o físico habitualmente prefere definir o segundo por meio da manutenção cuidadosa e do controle recíproco dos melhores relógios de observatório. Se fôr requerida grande precisão, qualquer medida de tempo num laboratório deve, em última instância, necessàriamente ser-lhes referida.

Determinar exatamente o que faz um relógio marcar o tempo com precisão é um problema difícil e profundo. Não é simplesmente questão dos trabalhos complicados que você vê em relógios de pulso ou de parede. É antes o problema do que você quer dizer por tempo em si. Fiquemos satisfeitos com a idéia de que pêndulos cuidadosamente protegidos, ou que os mais recentes relógios electrônicos, que dependem das vibrações de uma fina placa de cristal de quartzo, todos marcam o tempo com precisão. Se êstes relógios são comparados durante anos e anos, concordam entre si com grande precisão em qualquer parte do mundo. Estão sendo construídos atualmente relógios ainda mais modernos, que usam como vibradores certas vibrações atômicas. Ninguém sabe se não pode haver pequenas diferenças entre todos êstes modos de marcar o tempo. O que sabemos até agora é que não ocorreu nenhuma suficientemente grande para ser notada. Uma das tarefas da física do futuro é levar adiante esta questão.

A medida de tempo dá origem ao que parecem ser duas perguntas diferentes: "Qual a duração?" e "Quando se deu isto?". À primeira delas respondemos pela indicação de um intervalo de tempo: "A corrida durou quatro minutos". A segunda questão é respondida por uma afirmação do tipo: "A corrida começou às cinco horas, ontem à tarde". Para a primeira medida, é suficiente um cronômetro; êle é destravado, parte do zero, e mede a extensão de um *intervalo* de tempo. No segundo caso, é necessário consultar um relógio exato. Mas isto é, no fundo, a mesma coisa, pois um relógio simplesmente mede o intervalo de tempo a partir de um instante arbitrário, digamos — meia noite. A data exata é sòmente um outro intervalo de tempo, medido a partir de um ponto fixo determinado, digamos — o Ano Nôvo, enquanto que os próprios anos são contados a partir de D. C.. Nas duas formas de pergunta, deve ser dado como resposta um intervalo de tempo. Na resposta do "quando", entretanto, deve ser estipulado um dos

---

* Um "minuto" é uma pequena parte de uma hora; $\frac{1}{60}$ de um minuto é uma espécie de minuto de um minuto. Antigamente êle era chamado um *segundo minuto*. Nós abreviamos o modo de falar e o chamamos apenas um "segundo".

extremos do intervalo. Em física, freqüentemente, temos que responder à questão "Qual a duração?", porque as coisas sôbre as quais falamos acontecem repetidamente. Mas se você quiser tomar um trem num dia determinado, precisa também saber quando se inicia a contagem do tempo. Os problemas da hora oficial e solar, das zonas horárias, e assim por diante, são realmente problemas de concordância quanto ao instante inicial. Desde que você concorde quanto à origem do tempo, as questões são realmente as mesmas. Devemos medir um intervalo de tempo.

2 — 7. Tempos longos e curtos — ordens de grandeza

O intervalo de tempo decorrido desde que os primeiros animais começaram a viver em terra sêca abrange algo como 12.000.000.000.000.000 segundos. O tempo que leva um raio de luz para atravessar uma vidraça é aproximadamente $^1/_{100.000.000.000}$ de segundo. Êstes números são extremamente difíceis de entender ou usar. Desde que, entretanto, no estudo da física, devemos estar preparados para usar números grandes e pequenos, contagens grandes e pequenas, devemos encontrar um meio de manejá-los.

Existe um modo fácil e compacto. Qualquer número pode ser escrito como o produto de um número entre um e dez por um outro que é uma potência de dez. Por exemplo, podemos escrever 769 como $7{,}69 \times 100$; e 0,0043 como $4{,}3 \times \frac{1}{1000}$. O número citado no começo desta seção é $1{,}2 \times 10.000.000.000.000.000$. Correntemente escreveremos nossos números desta forma, mas para evitar escrever zeros até as mãos doerem, usaremos uma abreviatura. Em lugar de 100, escrevemos 10^2; em lugar de $\frac{1}{1000}$, que é igual a $\frac{1}{10^3}$, escrevemos 10^{-3}, e substituindo aquêle número enorme, escrevemos $1{,}2 \times 10^{16}$. O expoente, acima e à direita de 10, nos diz quantos zeros estão contidos na potência de 10, e usamos o sinal negativo para indicar que lidamos com milésimos ao invés de milhares.

Mais alguns exemplos tornarão claro o sistema:

$$3270 = 3{,}27 \times 10^3.$$
$$0{,}124 = 1{,}24 \times 10^{-1}.$$
$$652.000 = 6{,}52 \times 10^5.$$

Temos também um modo padronizado de ler êstes números: "Três vírgula vinte e sete vêzes dez a terceira", "Um vírgula vinte e quatro vêzes dez a menos um", "Seis vírgula cinqüenta e dois vêzes dez a quinta", etc. As potências grandes e *positivas* de dez indicam números enormes, e as potências grandes e *negativas* de dez indicam números pequeníssimos. O tempo desde que os animais terrestres começaram a existir é, então, de aproximadamente 10^{16} segundos; o tempo que a luz leva para atravessar uma vidraça é de 10^{-11} segundo. Os cientistas usam esta notação freqüentemente, pois ela oferece um vantajoso meio de comunicação. Você se acostumará ao seu uso logo no começo de seu curso.

É fácil, então, multiplicar e dividir as potências de dez. Você simplesmente soma ou subtrai os expoentes. Por exemplo, o tempo necessário à luz para atravessar dez mil espessuras de vidro de janela, seria o tempo de passagem por uma vidraça (10^{-11} s) multiplicado pelo número de vidraças (10^4), ou

$$t = 10^{-11}\ \text{s} \times 10^4$$
$$= 10^{(-11+4)}\ \text{s} = 10^{-7}\ \text{s}.$$

Expoentes positivos e negativos serão usados livremente neste livro. Se os métodos de manejá-los não lhe são familiares, pratique, resolvendo os últimos problemas do fim dêste capítulo. Você pode inventar outros problemas por conta própria.

Nem sempre lidamos com números redondos, como 10^{11} por exemplo. Suponha que você tem números como 172 e 32.500. Êles podem ser representados por $1{,}72 \times 10^2$ e $3{,}25 \times 10^4$. A multiplicação e divisão podem, pois, ser executadas separadamente para as potências de dez e para os números compreendidos entre um e dez que aparecem antes delas. Por exemplo, quando multiplicamos êstes dois números, obtemos

$$1{,}72 \times 10^2 \times 3{,}25 \times 10^4 = 1{,}72 \times 3{,}25 \times 10^2 \times 10^4$$
$$= 5{,}59 \times 10^6.$$

Se dividimos o segundo dêstes números pelo primeiro, temos

$$\frac{3{,}25 \times 10^4}{1{,}72 \times 10^2} = \frac{3{,}25}{1{,}72} \times \frac{10^4}{10^2} = 1{,}89 \times 10^2.$$

Como outro exemplo, $1{,}36 \times 10^3$ multiplicado por $2{,}00 \times 10^{-5}$ é

$$1{,}36 \times 2{,}00 \times 10^3 \times 10^{-5} = 2{,}72 \times 10^{-2},$$

e, de modo análogo

$$\frac{1{,}36 \times 10^3}{2{,}00 \times 10^{-5}} = 0{,}68 \times 10^8 = 6{,}8 \times 10^7.$$

Esta maneira de escrever os números é muito conveniente para multiplicação e divisão, mas tenha cuidado com a soma e subtração. Suponha que você quer somar

$$1{,}20 \times 10^2$$
$$\text{e } 5{,}63 \times 10^3.$$

Ambos os números devem ser expressos na *mesma* potência de dez, antes da soma. Assim

$$1{,}20 \times 10^2 = 0{,}12 \times 10^3.$$

Escrevemos, então

$$\begin{aligned} &0{,}12 \times 10^3 + 5{,}63 \times 10^3 \\ &= (0{,}12 + 5{,}63) \times 10^3 \\ &= 5{,}75 \times 10^3. \end{aligned}$$

Observe que quando você soma dois números, a resposta é sempre próxima do número que tem a maior potência de dez. Por exemplo, $10^{11} + 10^2$ é muito próximo de 10^{11}, e não o é de forma alguma de 10^{13}!

Esta maneira de escrever os números torna fácil determinar o que é chamado de *ordem de grandeza*. A ordem de grandeza é a potência de dez mais próxima do número. Ela constitui, evidentemente, uma noção aproximada sôbre o número. Serve para colocar você "na casa certa". Podemos dizer, então, que a ordem de grandeza de 137 é 10^2, isto é, 137 é mais próximo de 100 que de 1.000. Da mesma forma, a ordem de grandeza de 0,00262 é 10^{-3}, isto é, 0,00262 é mais próximo de 10^{-3} que de 10^{-2} ou 10^{-4}. A aproximação arredondando para as ordens de grandeza constitui um dos caminhos mais úteis para iniciar qualquer computação em física. Chega a ser suficiente, às vêzes, para resolver totalmente a questão que você tem em mente. Usaremos freqüentemente esta técnica em nosso trabalho, e você deve familiarizar-se com ela desde agora. Nem sempre usamos, entretanto, a notação da potência de dez. Escrever, por exemplo, que a velocidade de um avião é 728 km/h, ou que o tempo de uma certa viagem é de 0,2 h, é, muitas vêzes, mais conveniente que $7{,}28 \times 10^2$ km/h e 2×10^{-1} h. A escolha da notação a ser usada é uma questão de conveniência.

A Tabela 1 nos dá a ordem de grandeza da duração de muitos acontecimentos. Muitos dêstes intervalos são algo variáveis — a duração da vida de um homem, ou o tempo que a luz leva para atravessar diferentes aposentos, por exemplo. Não teria sentido, conseqüentemente, especificá-los de maneira precisa. É, portanto, mais apropriado dar suas ordens de grandeza como fizemos na tabela. Além disso, a tabela mostra um enorme domínio de intervalos de tempo, o maior de um bilhão de bilhão de segundos, e o menor, inferior a um bilionésimo de bilionésimo de segundo. Na comparação de intervalos de tempo tão amplamente diferentes convém confrontar ordens de grandeza. Vemos, por exemplo, na tabela, que um dia é oito ordens de grandeza maior que (isto é, 10^8 vêzes tão grande quanto) o tempo empregado por uma môsca para bater suas asas uma vez.

Observe que nossa experiência pessoal de tempo abrange mais ou menos dez ordens de grandeza, desde aproximadamente 10^{-1} segundo, o menor intervalo que podemos perceber diretamente, até uns 10^9 segundos, nosso tempo de vida. Outras duas ordens de grandeza, até 10^{11} segundos, incluem tudo quanto podemos aprender da história, cuja idade é de apenas algumas centenas de gerações. Para mais além devemos imaginar métodos indiretos especiais para fixar tempos. Por exemplo, por meio da espécie de fósseis que encontramos em formações geológicas, podemos descobrir alguma coisa sôbre a idade da formação, e pela ordem de disposição da rocha que apresenta vestígios fósseis, averiguamos a seqüência da evolução. Para ir ainda mais aquém, é preciso inventar intricados instrumentos, e aprender a interpretar suas leituras. Dêste modo, por exemplo, podemos medir a idade da Terra por métodos que dependem das leis da radioatividade. Leia, por exemplo, o livro de Patrick Hurley mencionado nas leituras de referência no fim do capítulo.

Para tempos muito curtos, abaixo da percepção direta, aproximadamente três ou quatro ordens de grandeza até 10^{-5} segundo, abrangem os movimentos comuns e as mudanças das coisas mais rápidas que o homem pode fazer, até explosões. Para ordens de grandeza ainda menores, podemos usar elétrons, que respondem muito mais como "partes" de um relógio, e chegar a intervalos de tempo tão curtos quanto 10^{-10} segundo. Abaixo dêste valor, até chegar aos mais curtos intervalos de tempo que são de interêsse físico — mais de dez ordens de grandeza abaixo do limite até da eletrônica — estamos nos domínios do átomo. Aqui, sòmente argumentos indiretos nos dão intervalos de tempo que nos possibilitam conjeturar sôbre o que está acontecendo nestas partes minúsculas e extremamente mutáveis do mundo que nos rodeia. Contar como todos êstes intervalos de tempo são detetados, e qual o aspecto do mundo quando observado não

Tabela 1. Ordens de grandeza de tempos

Cada intervalo é um décimo do intervalo precedente

Intervalo de tempo em segundos	Acontecimento associado	Intervalo de tempo em segundos	Acontecimento associado
10^{18}	Tempo presumível de vida total do Sol como estrêla normal	10^{-1}	Tempo para uma bala (calibre 0,30) percorrer a extensão de um campo de futebol (100 m)
10^{17}	Idade das rochas mais antigas	10^{-2}	Tempo de uma volta completa de um ventilador elétrico
	Tempo decorrido desde a vida do primeiro fóssil	10^{-3}	Tempo de uma batida de asas de uma môsca
	Tempo decorrido desde o início da vida terrestre		Tempo gasto por uma bala disparada para percorrer o cano de uma carabina
10^{16}	Tempo de revolução do Sol ao redor da galáxia	10^{-4}	Tempo de uma vibração do mais alto som audível
	Idade dos Montes Apalaches	10^{-5}	Tempo gasto durante a explosão de um petardo
10^{15}	Tempo decorrido desde os dinossauros até nossos dias	10^{-6}	Tempo para uma bala de alta velocidade atravessar uma letra de máquina de escrever
10^{14}	Tempo remanescente de existência das Cataratas do Niágara	10^{-7}	Tempo empregado por um feixe de eléctrons para ir da fonte à tela no tubo de TV
10^{13}	Tempo decorrido desde os primeiros homens	10^{-8}	Tempo que leva a luz para atravessar uma sala
10^{12}		10^{-9}	Tempo durante o qual um átomo emite luz visível
10^{11}	Tempo decorrido desde os primeiros cultivos	10^{-10}	
	Tempo decorrido desde as primeiras escritas	10^{-11}	Tempo para a luz atravessar uma vidraça
	Tempo decorrido desde o comêço da Era Cristã	10^{-12}	Tempo para uma molécula de ar girar em tôrno de si mesma
10^{10}	Tempo decorrido desde a descoberta da América	10^{-13}	
10^{9}	Tempo de vida de um homem	10^{-14}	
10^{8}	Tempo decorrido desde que você começou a ir à escola	10^{-15}	Tempo de revolução do elétron em tôrno do próton no átomo de hidrogênio
10^{7}	Tempo de revolução da Terra ao redor do Sol (ano)	10^{-16}	
10^{6}	Um mês	10^{-17}	
10^{5}	Tempo de rotação da Terra em tôrno de seu eixo (dia)	10^{-18}	
10^{4}	Duração média de um jôgo de baseball	10^{-19}	
10^{3}	Tempo que a luz solar leva para chegar à Terra	10^{-20}	Tempo de revolução do elétron mais interno em tôrno do núcleo no átomo mais pesado
10^{2}	Um minuto	10^{-21}	
10^{1}		10^{-22}	Tempo de uma revolução do próton no núcleo
10^{0}	Tempo entre duas batidas do coração (1 segundo)		

através de nossos sentidos apenas, mas por meio de instrumentos que nos permitem fracionar segundos — êstes são alguns dos principais objetivos dêste livro.

Ainda não paramos de medir o tempo, em ambos os sentidos. Continuamos a querer ultrapassar os limites de nossos sentidos, tanto no domínio do muito vagaroso como no do incrìvelmente rápido. E, ao fazê-lo, aprendemos mais e mais a respeito do mundo.

2 — 8. O sentido do tempo

Tôda nossa vida gira em tôrno da diferença entre o passado e o futuro. O tempo passa inexoràvelmente. Rememoramos fàcilmente o passado, mas dificilmente podemos prever o futuro, exceto quando muito próximo. O tempo parece ter um sentido natural. Como surge êste sentido é uma questão muito profunda e difícil. Nós não tentaremos resolvê-la. Vale a pena observar, entretanto, que podemos prever eclipses do Sol que ocorrerão daqui a milhares de anos. E, da mesma maneira, podemos "predizer" que em certa data do passado foi visível um eclipse em tal e tal lugar. Uma investigação nos registros históricos geralmente confirma nossas conclusões matemáticas. Datamos, por exemplo, por cálculos astronômicos, documentos e monumentos de povos como os Maias da América Central, que tinham calendários excelentes, mas cujo ponto de partida para contagem do tempo nos era desconhecido.

A diferença entre passado e futuro não é realmente importante em cálculos astronômicos. O sistema solar, encarado simplesmente como uma enorme máquina em movimento que assume uma posição após outra, mover-se-ia tão bem "para trás" como "para frente". A distinção entre passado e futuro, entretanto, é importante na vida de homens e mulheres. Aparentemente, "a seta do tempo" deve ser encontrada em fenômenos complicados, como pessoas ou plantas nas quais o nascimento vem primeiro e a morte por último, e o processo da vida nunca é reversível.

PARA CASA, CLASSE E LABORATÓRIO

Nota: Os itens assinalados * são projetos para serem feitos em casa.

1. Compare as alturas aparentes das colunas 1, 2, e 3, na Fig. 2 — 9. Qual é a relação real entre as alturas? Fêz você uso de algum aparelho para testar seus sentidos?

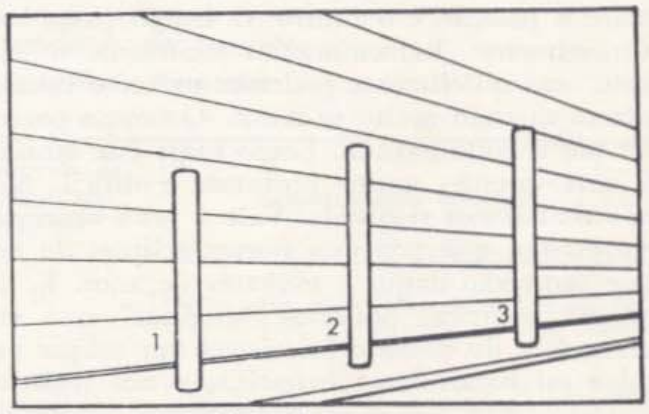
2. Verifique sua percepção de tempo tentando avaliar a duração de um intervalo de tempo de ½, 1 ou 3 minutos.
   (a) Anote seu êrro em cada caso.
   (b) São os erros frações sensìvelmente diferentes dos intervalos de tempo em questão?

3. Desde que é difícil ver um relógio numa câmara fotográfica escura, alguns fotógrafos aprenderam a medir o tempo em segundos, contando em seu ritmo normal de conversação, intercalando, porém, uma palavra comprida entre os números, como "Curitiba um, Curitiba dois, Curitiba três...". Tente êste método, e compare sua precisão com a da Questão 2.

4. * Faça um pêndulo usando um pedaço de barbante e um pequeno pêso. Ajuste o comprimento até que o pêndulo leve um segundo para realizar uma oscilação completa, ida e volta. Qual o êrro de seu pêndulo no período de um minuto? Que fração do tempo total representa êste êrro?

5. * Projeto para um marcador de tempo feito em casa. Galileu realizou algumas das primeiras experiências importantes com o movimento de corpos que caem, antes da época dos relógios precisos. Para medir os curtos intervalos de tempo envolvidos em suas experiências, êle usou um relógio simples que você pode fazer sòzinho. Com o auxílio de um prego, faça um pequeno furo no fundo de um vasilhame de lata. Mantenha o recipiente quase cheio de água, e meça a quantidade de líquido escoado em 10, 20, e 30 segundos. Você pode, dêste modo, aprender a ler o relógio em segundos.

   Quais são as principais fontes de êrro neste dispositivo? Pode você reduzir os erros? Lembre que Galileu usou um relógio análogo na descoberta de alguns dos mais importantes princípios da física. (Veja "Two New Sciences" de Galileu).



2 — 9. Para o problema 1.

6. * Galileu, ao observar a oscilação do lustre numa catedral, "descobriu que o mesmo número de suas pulsações marcava cada oscilação, não importando a distância percorrida pelo lustre em cada oscilação". Verifique a exatidão desta proposição, construindo e marcando o tempo de um pêndulo simples. Se você encontra dificuldade em contar suas pulsações e, ao mesmo tempo, as oscilações do pêndulo, experimente trabalhar com um companheiro ou usar um relógio (de que Galileu não dispunha).

7. Quantas vêzes por segundo deveria um flash se acender para mostrar, com intervalos de 25 centímetros, imagens de um projétil que se movimenta a 1000 metros por segundo?

8. Um estudo da série inteira de fotografias da qual a fita na Fig. 2 — 3 é apenas uma parte, mostraria que o balão foi completamente esvaziado 12 imagens após a bala nêle haver penetrado. Que período de tempo isto representa?

9. Um estudante possui um projetor cinematográfico que projeta 16 imagens por segundo. Sua câmara cinematográfica pode filmar em várias velocidades. Êle quer filmar uma partida de futebol de modo que a ação seja projetada com a velocidade reduzida a ½ da velocidade normal. Êle deseja fixar a velocidade da máquina de filmar em 8 chapas por segundo, mas seu amigo insiste em que êle

deve fazê-lo em 32 imagens por segundo. Quem está certo? Por quê?

10. Na fotografia de quadros isolados, as plantas e seus botões podem ser observados desenvolvendo-se num ritmo comparável ao do movimento de animais. Se o crescimento total de uma planta que necessitasse 50 dias para se efetuar deve ser mostrado num filme de 10 minutos, que intervalo de tempo deverá decorrer entre os quadros sucessivos? (Suponha que o filme deve ser projetado em 24 imagens/s).

11. A velocidade de obturação de uma câmara é $^1/_{25}$ de segundo. Que distância percorreria uma bala de rifle enquanto um estudante tenta fotografá-la com uma exposição de $^1/_{25}$ de segundo? (A velocidade da bala é 1050 m por s). Que velocidade de obturação seria necessária para limitar o movimento da bala a 2,5 mm durante a exposição?

12. Um estroboscópio de 10 aberturas gira com velocidade constante durante 20 segundos para determinar que o eixo de um motor leva $^1/_{40}$ s para dar uma volta completa. Quantas rotações fêz o estroboscópio?

13. O disco de um estroboscópio de 4 aberturas deve girar 80 vêzes em 10 segundos para "parar" um ventilador de quatro lâminas idênticas. Quais são as velocidades possíveis do ventilador? Como seria modificada sua resposta se uma das lâminas apresentasse uma côr diferente das demais?

14. O disco de um estroboscópio apresenta 4 aberturas e gira 6 vêzes em 10 segundos. Qual o intervalo de tempo que com êle pode ser medido?

15. * Use um estroboscópio (veja o Guia de Laboratório) para observar um prato de fonógrafo, uma torneira pingando, uma lâmpada fluorescente, um ventilador, uma tela de TV, um pequeno pêso atado a um barbante e girado acima da cabeça de alguém, e um pêso que cai. Para quais dêstes movimentos pode você medir o intervalo de tempo?

16. (a) Quantos períodos de vida de um homem transcorreram desde os primeiros entes humanos?
    (b) Aproximadamente quantas vêzes giraria uma molécula de ar em tôrno de seu eixo enquanto a Terra revoluciona ao redor do Sol? Veja a Tabela 1.

17. (a) Em certa época, a população do Brasil era de aproximadamente 55.000.000 de habitantes. Expresse êste número por meio da notação de potências de dez. Qual é a sua ordem de grandeza?
    (b) Expresse como potência de dez o orçamento do Brasil em um ano em que êle foi de 600 bilhões de cruzeiros.
    (c) Use a notação de potências de dez para determinar o total médio de impôsto que deve ser pago por cidadão.

18. Expresse sòmente a ordem de grandeza de sua resposta no seguinte:
    (a) A luz caminha numa ordem de 10^5 quilômetros por segundo. Que distância percorrerá num ano?
    (b) Calcule o tempo que a luz do Sol leva para percorrer os 150 milhões de quilômetros que separam o Sol da Terra.

19. Usando a notação de potências de dez, resolva o seguinte:
    (a) $0{,}00418 \times 39{,}7$
    (b) $\dfrac{6000}{0{,}012}$
    (c) $\dfrac{0{,}703 \times 0{,}014}{280.000}$.

20. Um relógio dá 5 tiques cada segundo. Expressando apenas a ordem de grandeza de sua resposta, determine quantas vêzes êle bate:
    (a) durante um dia.
    (b) durante um ano.

21. Suponha que existam $1{,}7 \times 10^8$ pessoas vivendo num país, e que $7{,}5 \times 10^6$ destas pessoas vivem em uma de suas cidades. Quantas vivem no resto do país?

LEITURA COMPLEMENTAR

BOLTON, L., *Time Measurement*. Van Nostrand, 1924.
BROWN, HARRISON, "The Age of the Solar System", *Scientific American*, Abril, 1957 (pág. 80).
EDDINGTON, SIR A. S., *The Nature of the Physical World*. Cambridge University Press, 1953 (págs. 36-62).
HOOD, PETER, *How Time Is Measured*. Oxford University Press, 1955.
HURLEY, PATRICK M., *How Old Is the Earth?* Doubleday, 1959: Uma publicação da Science Study Series.
LYONS, HAROLD, "Atomic Clocks". *Scientific American*, Fevereiro, 1957 (pág. 71).

ESPAÇO E SUA MEDIÇÃO

CAPÍTULO 3

Começamos o último capítulo descrevendo o tempo como "uma das noções básicas da ciência", e prosseguimos considerando mais longamente o assunto tempo. Você, talvez, tenha observado que fomos incapazes de restringir a discussão ao tempo, e sòmente ao tempo. Falamos, também, de posições e distâncias, de movimento, de matéria.

Estas são, também, noções básicas. Cada uma delas está ligada a tôdas as outras. É impossível tratar de uma, sem tratar de tôdas as restantes. Para estudá-las de modo inteligível, é necessário tratar delas uma após a outra, não obstante não apareçam dessa forma na natureza. Elas se apresentam juntas.

Para usar estas noções hàbilmente, devemos aperfeiçoar nosso conhecimento de cada uma, e devemos fazê-lo ainda que, a rigor, não tenhamos qualquer ponto de partida. O modo de agir — e tôda nossa história indicou-o como um procedimento muito prático — é ir e voltar entre estas noções básicas, registrando os progressos onde fôr possível, e usando, por sua vez, êstes avanços para registrar novos proveitos. Usamos nossas noções incipientes de espaço, por exemplo, para aperfeiçoar nosso conceito de tempo. Tornamo-nos, então, aptos para usar nosso conhecimento aprimorado de tempo para melhorar nossa noção de espaço. Enquanto executamos êste processo, devemos ter em mente, porém, que a física pròpriamente é um assunto indivisível, lidando com todo o universo, do qual somos parte. Nós o subdividimos por nossa própria conveniência, de forma, porém, a poder reunir tudo novamente, mais tarde.

O que podemos dizer com segurança é que o tamanho e a distância, como divisões do espaço, determinam a natureza do mundo, tanto quanto o faz o tempo. Pense no Sol, cujo resplendor inunda a Terra de luz, faz crescer nossas plantações, e impede nossa Terra de ser um planêta gelado e morto. Êle se nos apresenta como um grande disco resplandecente, brilhante demais para ser contemplado diretamente. Compare-o com uma estrêla, que parece ser apenas um minúsculo ponto luminoso na noite escura. A diferença é apenas de distância. O Sol é uma estrêla da qual acontece estarmos "próximos". A pequena estrêla cintilante, ainda que seja um Sol tão violentamente quente quanto o nosso próprio, está relativamente muito afastada de nós.

Ou considere o muito pequeno. Você sabe que uma gôta de água estagnada parece, talvez, um pouco turva a ôlho nu, mas nada mais. Sob o microscópio, ela se revela como uma selva de plantas e animais, vivendo, caçando, fugindo. Além do alcance do microscópio existe uma parte ainda mais maravilhosa do universo, o mundo do átomo, que iremos sondar.

Quando dizemos que o Sol está "próximo", em comparação com qualquer outra estrêla, ou que Bombaim fica "longe", se comparada com qualquer lugar de nosso Estado, começamos a medir intervalos de distância, ou tamanho. Os intervalos de espaço — tamanhos ou distâncias — podem ser comparados de melhor forma pelo

emprêgo de esquema idêntico ao que utilizamos na comparação de intervalos de tempo. Devemos apenas contar. Contamos quantas vêzes temos que palmilhar com as pontas de nossos dedos, ou cobrir com uma régua, ou andar com passos iguais, e teremos medido uma distância.

3 — 1. A unidade de distância

Todos os povos tiveram uma unidade de comprimento. Tribos de caçadores, como os índios, usaram o passo, o tiro do arco, e a jornada. Quando se tornou necessário medir a terra para a irrigação e o plantio, foram construídas varas-padrão. Tão velho quanto os tempos do antigo Egito, quando foram erguidas grandes construções de pedra, é o cúbito, padrão de comprimento dado pela distância do cotovêlo à ponta do dedo médio, e cujo uso era muito difundido. No tempo dos Ptolomeus, existiam medidores profissionais de passos que auxiliavam na elaboração de mapas, contando os passos nas estradas em unidades chamadas estádia. Na época medieval, com o desenvolvimento das nações européias, surgiram muitas unidades de medida. Na Inglaterra, o comprimento era medido em polegadas, pés, jardas, braças, varas, "furlong", milhas, e léguas. Estas unidades refletem padrões primitivos convenientes.

A Revolução Francesa trouxe ao poder um govêrno radicalmente contrário a tudo que era tradicional e antigo. Uma das primeiras providências do nôvo govêrno da França foi a de reunir um grupo de homens versados ("peritos", como diríamos hoje), para que elaborassem um conjunto racional de unidades para tôdas as medições, tanto as comuns usadas na vida diária, como as da ciência e das nascentes tecnologias. Êste grupo estabeleceu, entre muitos outros, os padrões de comprimento, que se tornaram universais na ciência, e quase universais na vida cotidiana. Êles denominaram sistema métrico ao seu esquema de unidades, sendo o metro (do Grego *metron,* medir) sua unidade fundamental de comprimento. Perceberam êles ser melhor adotar um padrão de comprimento que tivesse um significado mais constante que o comprimento do passo, e estavam convencidos do valor do sistema decimal. Escolheram, então, o metro como sendo um décimo milionésimo (10^{-7}) da distância do equador ao Pólo Norte. Por volta de 1790, esta dimensão era relativamente bem conhecida na Europa, graças a medidas realizadas. Esta é a origem do sistema métrico, empregado na física atualmente, em todos os países.

Uma coisa foi dizer que o metro devia ser 10^{-7} de um quadrante da circunferência terrestre, e outra, muito diferente, materializar esta distância numa curta barra de metal. Não é importante, entretanto, que o metro-padrão esteja relacionado com a circunferência da Terra. Como padrão de comprimento, empregamos, atualmente, a barra métrica padrão, construída pelos franceses. Muitas cópias foram cuidadosamente produzidas.

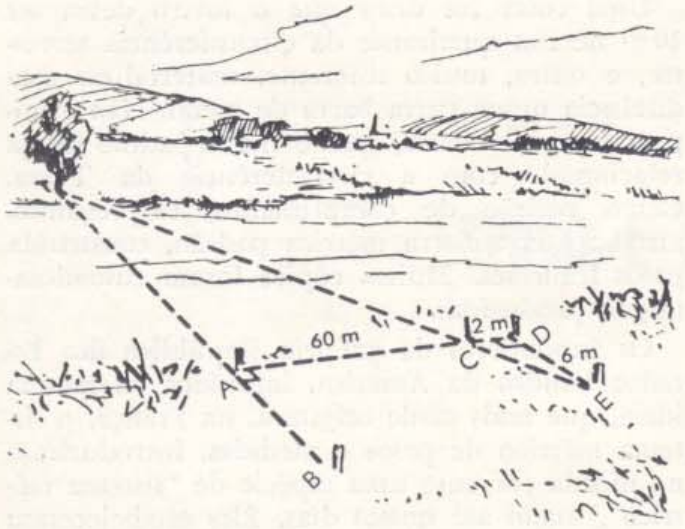
Os fundadores da própria República dos Estados Unidos da América, imbuídos da mesma idéia, que mais tarde originou, na França, o sistema métrico de pesos e medidas, introduziram na moeda corrente uma espécie de "sistema métrico", usado até nossos dias. Êles estabeleceram o sistema decimal de cunhagem, com 100 cents = 1 dólar, e alguns sub-múltiplos, como décimos e quartos de dólar, para substituir o tradicional sistema inglês, no qual 12 pence = 1 shilling, e 20 shillings = 1 libra esterlina. Quem tentar calcular um desconto de 10 por cento sôbre o preço de um livro inglês, perceberá o valor de um sistema de unidades que combina com o sistema de numeração. Êste é o grande valor do sistema métrico, que o tornou universal em ciência. Mesmo a polegada é agora definida legalmente em têrmos do metro, como sendo exatamente..... $2{,}54 \times 10^{-2}$ metros.

Vale a pena relembrar que um metro é igual, a grosso modo, a uma jarda, e que um pé vale aproximadamente 30 cm, enquanto um milímetro corresponde mais ou menos à espessura da ponta de um lápis.

Nomes e definições de unidades métricas de distância

1 quilômetro	(km)	$= 10^{3}$ metros (m)
1 centímetro	(cm)	$= 10^{-2}$ m
1 milímetro	(mm)	$= 10^{-3}$ m $= 10^{-1}$ cm
1 mícron	(μ)	$= 10^{-6}$ m $= 10^{-3}$ mm
1 Angström	(A)	$= 10^{-10}$ m $= 10^{-8}$ cm

Observe que, na tabela, o prefixo *quilo* significa 10^{3}, *centi* é 10^{-2}, *mili* é 10^{-3}, e *micro* é 10^{-6}. Outro prefixo, muito usado, é *mega,* que significa 10^{6}. Um hábito muito difundido desenvolveu-se entre os físicos americanos nos últimos anos: o de referir-se a uma grande soma de dinheiro como um "megabuck". Êste uso de prefixos gregos e latinos, para designar múltiplos e submúltiplos de uma unidade, foi estendido a muitas unidades diferentes. Você já ouviu



3 — 1. Medindo uma distância por triangulação.

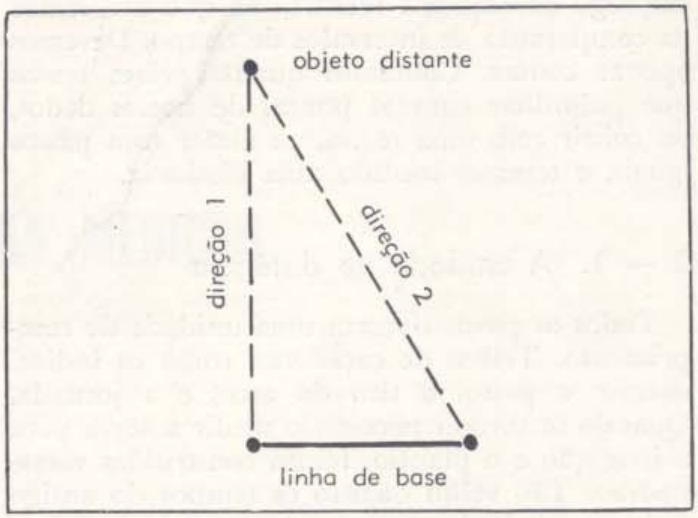
falar de um *megohm* ou um *microfarad*? Que é um *milissegundo*?

Em todo êste livro, para poupar tempo e espaço, seguiremos o hábito dos físicos e, sempre que conveniente, usaremos as abreviaturas dadas na tabela, ao invés de escrever por extenso o nome da unidade.

3 — 2. Medindo grandes distâncias — triangulação

O método de colocar comprimentos-padrão, um em continuação ao outro, pode ser usado para medir distâncias bastante grandes na superfície da Terra. Êle é usado, às vêzes, em agrimensura, mas se mostra freqüentemente inadequado. Para medir a largura de um rio, ou a altura de uma montanha ou, mesmo, a distância a uma estrêla, podemos usar um método indireto simples. Êste método se baseia na geometria do triângulo, e é chamado *triangulação*.

A Fig. 3 — 1, ilustra um modo de medir uma distância por triangulação. Desejamos medir a distância AT, através do rio. Para fazê-lo, alinhamos a árvore T, situada no lado oposto do rio, com duas estacas A e B. Construímos, então, o ângulo reto BAC. (Para fazê-lo, podemos usar um grande esquadro de carpinteiro). Fincamos uma estaca no solo em C, a uma determinada distância de A. Prosseguimos ao longo da reta AC, e fincamos outra estaca D, no solo, além de C, a uma distância que medimos. Construímos, então, um ângulo reto CDE. Fincamos uma estaca em E, de modo que ela se alinhe com a árvore T, e a estaca C. Finalmente, medimos a distância DE.



3 — 2. Quando tivermos medido o comprimento de uma linha de base e conhecermos a direção de um objeto a partir de cada extremo da linha de base, podemos achar a distância ao objeto.

Como você pode ver na figura, os triângulos TAC e EDC são semelhantes porque têm dois pares de ângulos iguais: os ângulos retos TAC e EDC, e os ângulos agudos TCA e ECD. Os lados homólogos são, pois, proporcionais. Em particular

$$\frac{AT}{DE} = \frac{AC}{DC},$$

e a distância AT, que cruza o rio, é

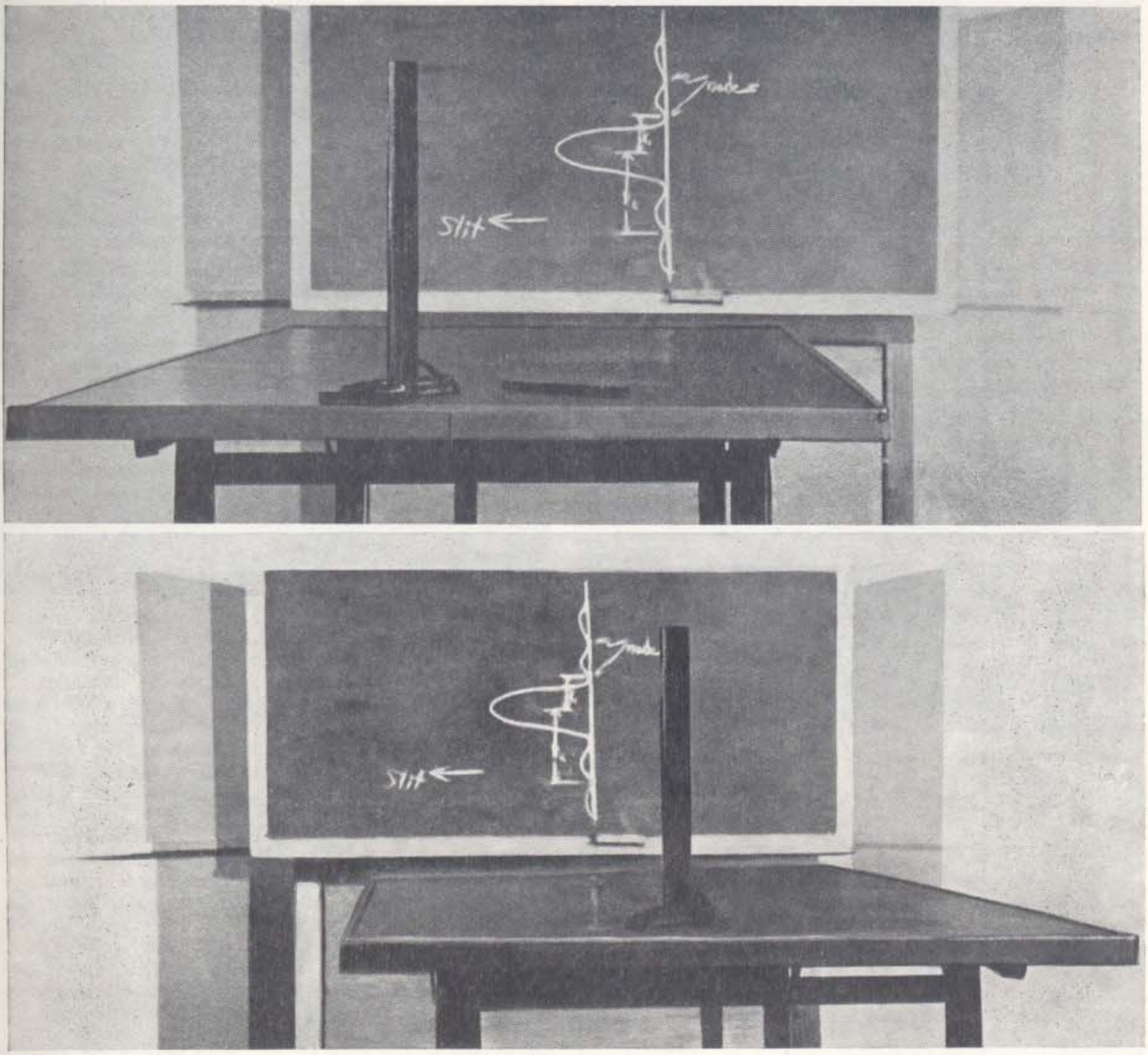
$$AT = \frac{AC}{DC} \times DE.$$

Desde que medimos AC, DC, e DE, podemos, agora, determinar a distância AT, através do rio. Se supomos, por exemplo, que as distâncias medidas são $AC = 60$ m, $DC = 2$ m, e $DE = 6$ m, a largura do rio será, então

$$AT = \frac{60}{2} \times 6\text{ m} = 180\text{ m}.$$

Podemos simplificar o procedimento. Tudo que precisamos fazer é construir o ângulo reto TAC, medir uma distância conveniente AC, chamada linha de base, e medir o ângulo TCA. Fazendo um desenho em escala, obteremos a resposta.

Pode ser construído um instrumento que medirá os ângulos, e resolverá automàticamente o problema de geometria. Um exemplo de tal instrumento de triangulação, para medir distâncias por simples observação, é o telêmetro, encontrado em quase tôdas as boas máquinas fotográfi-

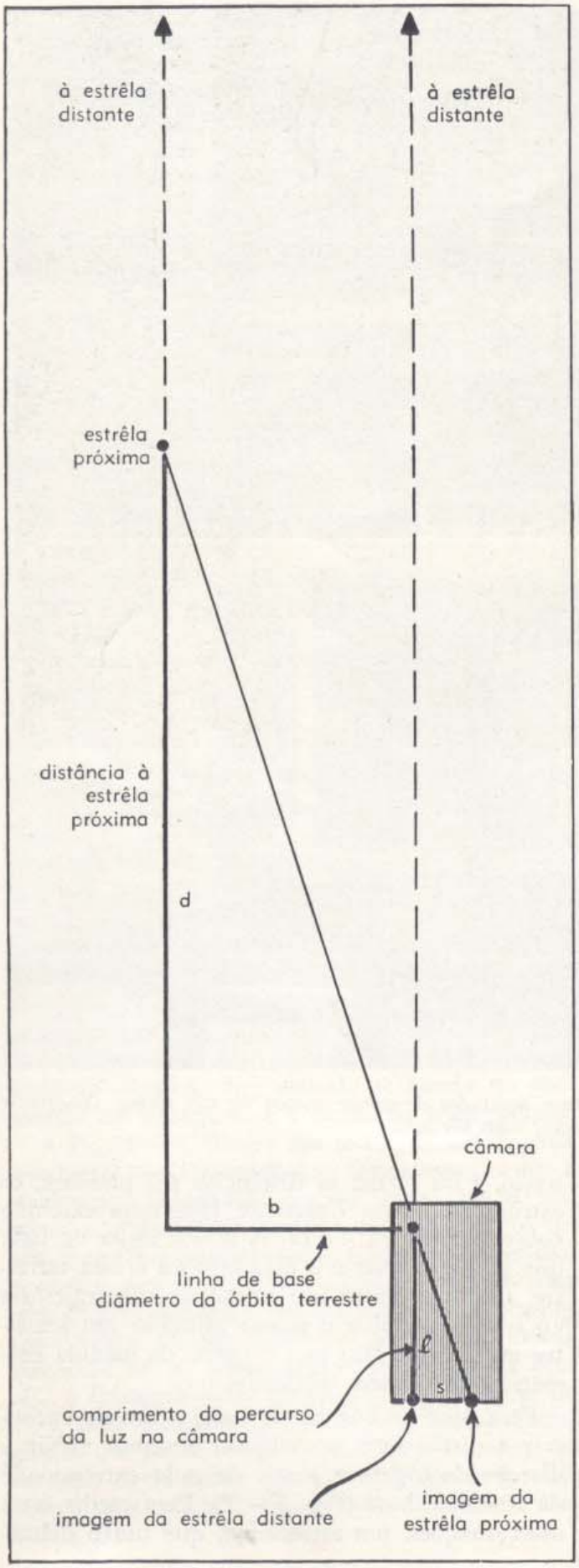


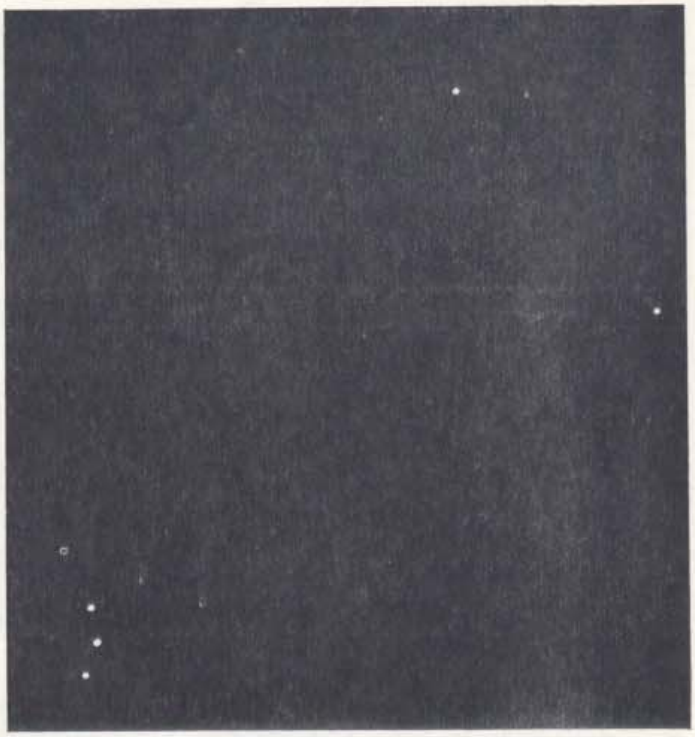
3 — 3. Nestas fotografias, as duas posições da câmara estavam separadas de pouco menos de um metro. Observe o deslocamento aparente da régua em relação ao quadro negro, mais distante.

cas. A linha de base do telêmetro não é maior que a câmara, e os objetos distantes serão vistos sob ângulos quase iguais a partir de suas duas extremidades. É difícil dizer, então, onde se cruzam exatamente as linhas de visada. O telêmetro de máquinas fotográficas mede, portanto, apenas as distâncias a objetos próximos. Você pode fazer telêmetros com linhas de base maiores, e descobrirá que quanto maior a linha de base, tanto maior é a distância que você pode medir.

Os grandes telêmetros dos navios de guerra têm linhas de base limitadas pelo tamanho do navio. Para medir as distâncias aos planêtas, os astrônomos usam linhas de base cuja extensão cobre metade da Terra. A maior linha de base que podemos usar é o diâmetro da órbita terrestre, distância entre um ponto de sua trajetória ao redor do Sol e o ponto atingido um semestre mais tarde. Isto fixa o limite da medida geométrica de grandes distâncias.

Para usar uma linha de base, a fim de encontrar a distância a um objeto, devemos medir a direção do objeto a partir de cada extremidade da linha de base (Fig. 3 — 2). Para medir estas duas direções, um astrônomo, que usa o diâme-





3 — 5. A mudança de posição de uma estrêla próxima (Estrêla de Barnard) em relação às estrêlas "fixas" muito distantes. Foram feitas três fotografias, em intervalos semestrais, com o telescópio de 60 cm do Swarthmore's Sproul Observatory. As fotografias foram superpostas nesta ilustração. As imagens das duas estrêlas fixas remotas no canto superior direito coincidem, enquanto que as três imagens da Estrêla de Barnard (embaixo, à esquerda) mostram uma separação vertical e outra horizontal, que representam dois movimentos da estrêla. Um, indicado pela separação vertical das três imagens, é o "movimento próprio" da estrêla em linha reta relativamente às estrêlas fixas. O outro, o deslocamento horizontal, é a mudança aparente da posição da estrêla, observada a partir dos dois extremos do diâmetro da órbita terrestre. Observe que ela caminha para a direita, e, depois, volta para a esquerda em intervalos semestrais sucessivos. É êste deslocamento que nos permite calcular a distância à estrêla. A variação real na fotografia original era de cêrca de 0,03 mm, dando uma distância de aproximadamente ... 6×10^{13} km.

tro da órbita terrestre como linha de base, precisa ter um meio de estabelecer uma direção de referência, ao fazer sua observação a partir de um extremo do diâmetro e quando a realiza a partir do outro extremo. Para fixar esta direção de referência, êle usa as estrêlas mais distantes. Êle pode distingui-las porque elas não mudam suas posições aparentes, uma em relação à outra. Nisto está êle utilizando algo que lhe é muito familiar. Quando você olha pela janela de um

3 — 4. Determinando a distância a uma estrêla próxima, por geometria. Os triângulos, na figura, são semelhantes e, portanto

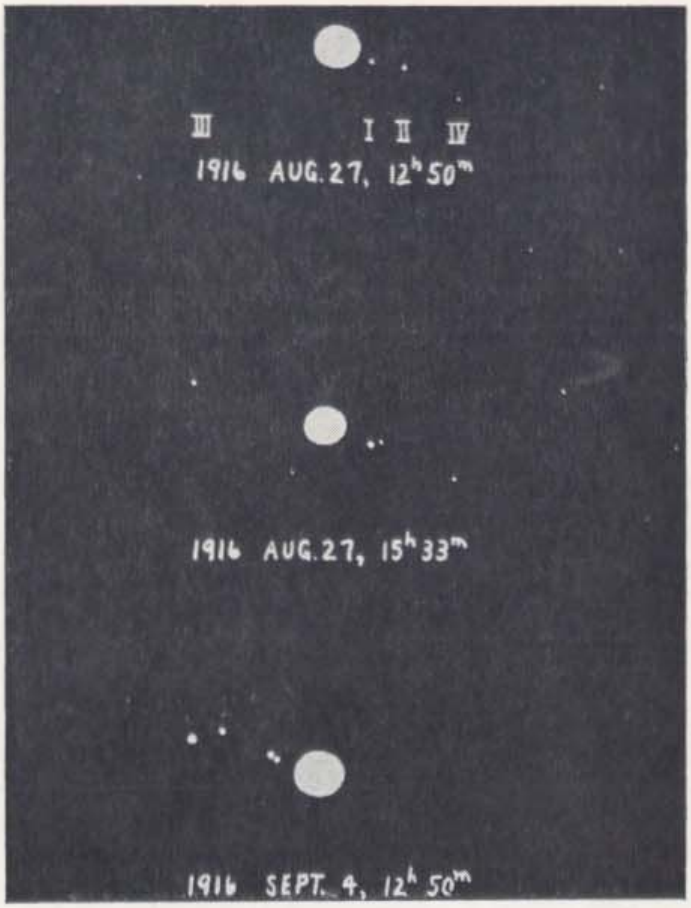
$$\frac{d}{b} = \frac{l}{s} \text{ ou } d = b \times \frac{l}{s}.$$

carro que se move ràpidamente, os objetos próximos a você parecem afastar-se ràpidamente para trás, mas os detalhes distantes da paisagem não parecem mover-se em absoluto. Da mesma maneira, as estrêlas mais distantes se mantêm em repouso, relativamente às outras, e apresentam pouco ou nenhum movimento aparente, mesmo em milhares de anos. Por esta razão, chamamo-las estrêlas fixas, e podemos usá-las na obtenção de direções conhecidas a partir de um ponto qualquer da órbita terrestre.

Diferentemente das estrêlas muito afastadas, uma estrêla próxima parecerá móvel em relação às distantes, à medida que caminhamos de um ponto a outro da órbita terrestre. Esta alteração na direção aparente da estrêla próxima é exatamente igual às variações que você percebe olhando pela janela do carro, ou à variação que você vê quando põe um dedo diante de seus olhos e o olha, primeiro com um ôlho aberto, e depois com o outro. O dedo parece mudar sua posição em relação a uma parede distante; e quanto mais próximo êle estiver de seu rosto, tanto mais êle se desloca. A Fig. 3 — 3 é outro exemplo desta variação*.

Na Fig. 3 — 4 vemos uma versão simplificada de como pode um astrônomo determinar a distância a uma estrêla próxima usando o diâmetro da órbita terrestre como linha de base. Para perceber a idéia fundamental, presumimos que o astrônomo tem sorte: num dado momento, êle encontra a estrêla próxima alinhada diretamente com uma estrêla distante. O astrônomo espera, então, durante um semestre, quando a Terra estará, pois, no outro extremo da linha de base. Então, êle tira uma fotografia, apontando sua câmara para a estrêla distante, de modo a obter novamente a mesma direção. Devido ao movimento da Terra, as duas estrêlas não mais estão alinhadas; êle obtém, em conseqüência, duas imagens separadas em sua chapa fotográfica. Como a direção à estrêla distante é a mesma, a separação das imagens na chapa fotográfica está relacionada com o comprimento da órbita terrestre, da mesma maneira que o comprimento da trajetória da luz na câmara está relacionado com a distância à estrêla próxima. Você pode ver isto por meio dos triângulos semelhantes na figura. Naturalmente, se nenhuma estrêla distante se alinha com a estrêla próxima (Fig. 3 — 5), a tarefa se torna um pouco mais trabalhosa, mas o método é, essencialmente, o mesmo.

* Êste deslocamento aparente de um objeto em relação a outro é chamado paralaxe. Sòmente quando dois objetos estão extremamente afastados, ou ambos na mesma posição, não apresentam paralaxe. Sòmente então não haverá mudança de posição, de um em relação ao outro, quando nos movermos.



3 — 6. Júpiter e suas luas. Quando consideramos distâncias além da Terra é necessário usar telescópios a fim de estender nossos sentidos. O planêta Júpiter é visível a ôlho nu, mas parece uma estrêla brilhante. Observou você, talvez, ao examiná-lo, que êle não parece cintilar tanto quanto uma estrêla? A ilustração acima mostra o planêta fotografado em três instantes diferentes, com um pequeno telescópio. Os quatro satélites que aparecem são os descobertos por Galileu, sendo freqüentemente referidos como as luas de Galileu. (Cortesia: Clyde Fisher e Marian Lockwood, "Astronomy", John Wiley & Sons, Inc.). Na ilustração abaixo, vemos o planêta fotografado através do telescópio de Palomar, de 200 polegadas. Observe quantos detalhes a mais são visíveis. Mesmo a sombra de uma das luas pode ser vista. Júpiter tem um diâmetro da ordem de 10^8 m, e está a uma distância da ordem de 10^{12} m da Terra.

3 — 7. O agrupamento globular de estrêlas na constelação de Hércules está tão afastado da Terra que sua distância não pode ser medida por métodos geométricos. Esta fotografia, feita com o telescópio de Palomar, de 200 polegadas, mostra um dos melhores exemplos de agrupamentos globulares no firmamento setentrional. Êle é visível a ôlho nu, em boas condições de observação, como uma pequena mancha nebulosa de luz. Seu diâmetro subentende um ângulo de uns 18 minutos, a partir do ôlho. Na realidade, como você pode ver na fotografia, êle é constituído por milhares de estrêlas, a maioria das quais maiores e mais brilhantes que o Sol. Não obstante parecerem aglomerados, estão, na realidade, separadas entre si por uma distância que é, aproximadamente, 50.000 vêzes a distância da Terra ao Sol. A grande distância entre o agrupamento e a Terra faz com que as estrêlas pareçam tão próximas. Como poderíamos empreender a medida da distância destas estrêlas à Terra?

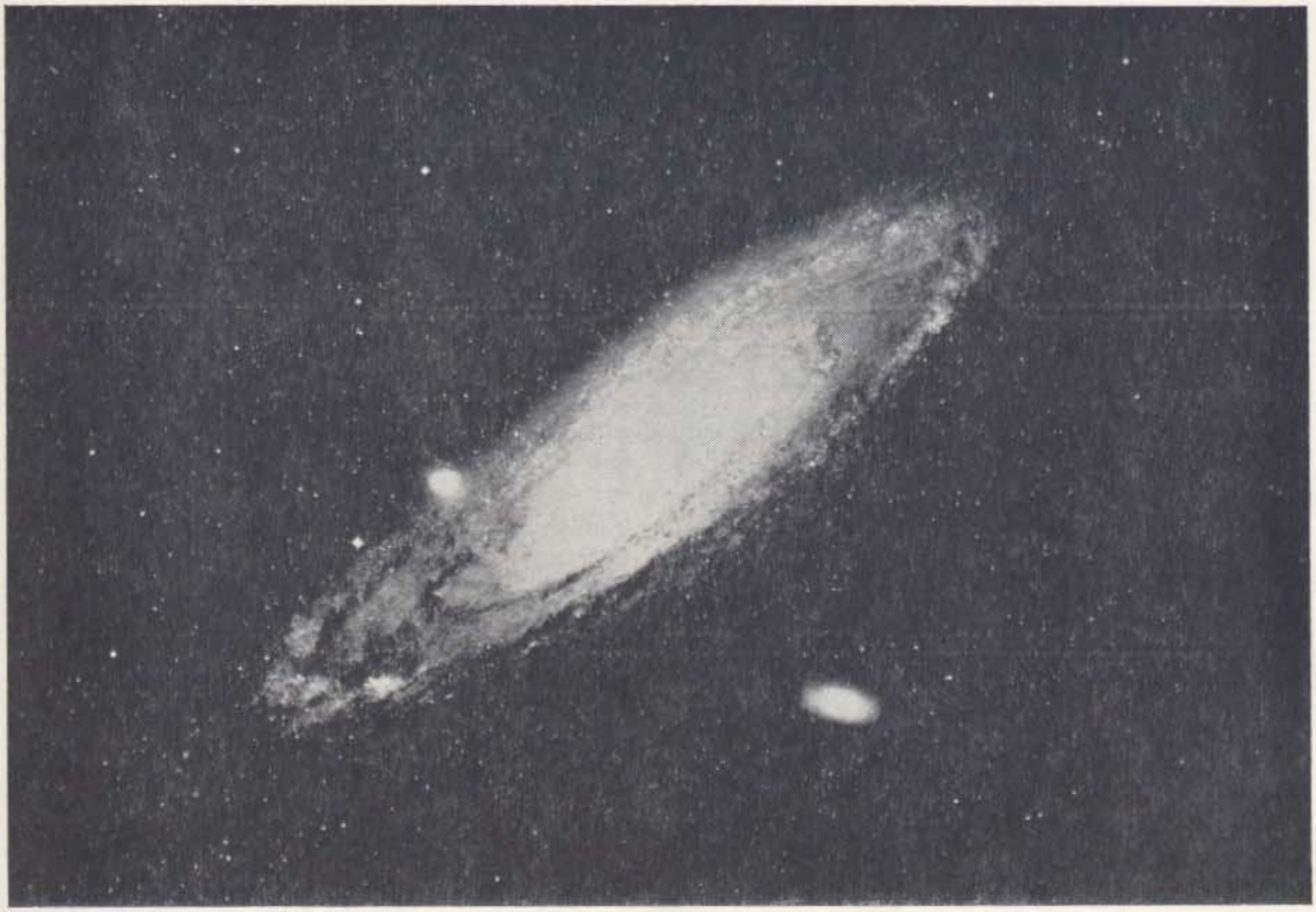
Para tornar claras as coisas, na Fig. 3 — 4 usamos uma "estrêla" próxima que se acha a uma distância de apenas algumas vêzes o diâmetro da órbita terrestre. Na realidade, tais estrêlas não existem. Mesmo tomando o diâmetro da órbita terrestre como linha de base, a mudança de direção da estrêla mais próxima é muito pequena, pois tal estrêla está afastada de aproximadamente 135.000 diâmetros orbitais (cêrca de 4×10^{16} metros). Sòmente algumas centenas de estrêlas se encontram a distâncias suficientemente pequenas para serem medidas dêste modo. Para distâncias maiores no universo, precisamos empregar outros métodos, um dos quais é discutido brevemente na Seção 4-3.

Os planêtas estão bastante próximos, de modo que até mesmo um pequeno telescópio mostra-los-á como discos (Fig. 3 — 6). Isto é, aliás, o que você poderia esperar se êles realmente são globos cujos tamanhos são da mesma ordem de gran-

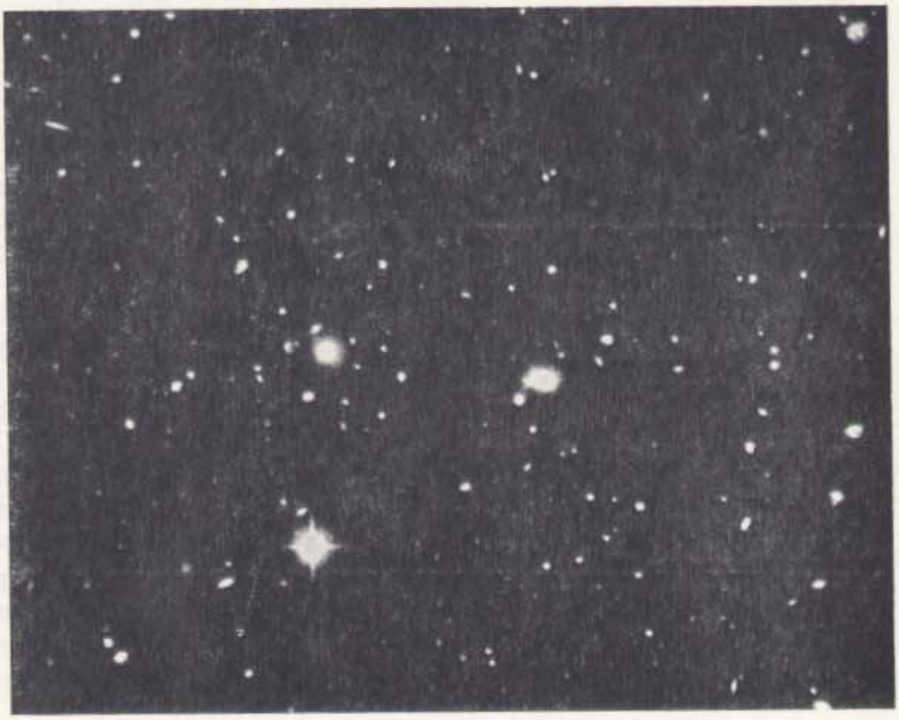
Tabela 1. Distância

Ordens de grandeza de comprimentos encontrados com réguas, pela geometria, e com a luz

Comprimento em metros	Distância associada	Comprimento em metros	Distância associada
10^{18}	Maior distância mensurável por paralaxe	10^{7}	Distância em linha reta de Los Angeles a Nova York
10^{17}	Distância à estrêla mais próxima	10^{6}	Raio da Lua
10^{16}		10^{-5}	Comprimento do Lago Erie
10^{15}		10^{-4}	Largura média do Grand Canyon
10^{14}		10^{3}	Um quilômetro
10^{13}	Distância de Netuno ao Sol	10^{2}	Comprimento de um campo de futebol
10^{12}	Distância de Saturno ao Sol	10^{1}	Altura de uma árvore frondosa
10^{11}	Distância da Terra ao Sol	10^{0}	Um metro
10^{10}	Distância de Mercúrio ao Sol	10^{-1}	Largura de sua mão
10^{9}	Comprimento médio da sombra da Terra	10^{-2}	Diâmetro de um lápis
	Raio do Sol	10^{-3}	Espessura de uma vidraça
10^{8}	Distância média da Terra à Lua	10^{-4}	Espessura de uma fôlha de papel
	Diâmetro de Júpiter (Fig. 3 — 6)	10^{-5}	Diâmetro de um glóbulo vermelho de sangue
10^{7}	Raio da Terra		



3 — 8. A Grande Nebulosa na constelação de Andrômeda. Êste enorme universo insular de estrêlas, semelhantes à nossa própria galáxia, é visível a ôlho nu, em condições favoráveis, como uma mancha nebulosa de luz, subentendendo um ângulo de aproximadamente 3 graus. É êle o mais distante objeto visível a ôlho nu. É da mesma ordem de tamanho que a nossa Via-Láctea, de aproximadamente 100.000 anos-luz de diâmetro. Esta fotografia, realizada com o telescópio Schmidt, de 48 polegadas, no Monte Palomar, na Califórnia, mostra também duas galáxias satélites da Grande Nebulosa (centro à direita, e centro à esquerda).



3 — 9. Agrupamento de galáxias na constelação Cabeleira de Berenice. Esta fotografia foi tirada com o telescópio Hale, de 200 polegadas, de Palomar. Se examinarmos de perto as manchas luminosas visíveis nesta fotografia, observaremos que algumas das imagens têm uma forma que lembra a da Nebulosa de Andrômeda ou de uma de suas galáxias satélites na Fig. 3 — 8. Estas são, de fato, nebulosas. Elas apresentam diferentes formas e orientações. A partir do tamanho destas imagens, pode-se avaliar que êste agrupamento de galáxias está a aproximadamente 20 ou 30 vêzes mais distante de nós que a Grande Nebulosa de Andrômeda. Para um observador situado em uma destas galáxias, a Nebulosa de Andrômeda e a nossa própria galáxia, a Via-Láctea, apareceriam como dois membros vizinhos de um agrupamento distante.

deza de nossa Terra. Nem mesmo o telescópio de Palomar, entretanto, revela as estrêlas como discos. Elas estão longe demais. Os astrônomos têm meios especiais para medir os tamanhos das estrêlas. Por enquanto, queremos salientar que temos uma imagem consistente. As estrêlas estão muito afastadas, e, então, não apresentam paralaxe, nem disco. Mais próximas de nós, elas seriam como outros tantos sóis resplandecentes.

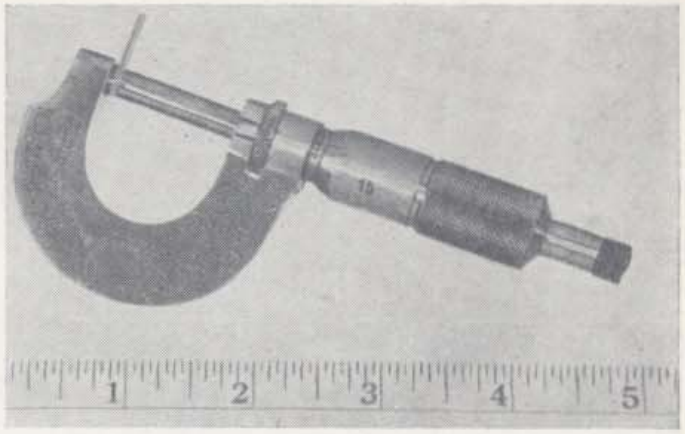
A Tabela 1, na página 44, mostra o domínio de distâncias, desde nosso próprio tamanho até os tamanhos maiores e menores, os quais podem ser medidos com o auxílio de réguas, da geometria e da luz. Distâncias maiores que as passíveis de medida por êstes métodos, são mostradas abaixo, na Tabela 2. Os métodos pelos quais a medida geométrica de distância foi estendida a estas distâncias, fora do alcance de nossa melhor linha de base e de nossas melhores medidas de ângulos, são muitos e engenhosos.

Um conjunto de uma centena de bilhões de sóis distantes constitui o que é conhecido como a nossa galáxia. Nossa própria estrêla, o Sol, é provàvelmente um membro muito comum da família, apesar de ser um tanto idoso. Para além de nossa galáxia, existe uma grande coleção de outras galáxias, primas da nossa, pontilhando o céu em tôda a extensão alcançada pelos nossos maiores telescópios. Elas se espalham em tôdas as direções, parecendo tanto mais apagadas e menores, quanto maiores as distâncias, mas são, reconhecidamente, semelhantes à nossa. A mais próxima dessas galáxias é a Grande Nebulosa de Andrômeda, que você pode vêr, a ôlho nu,

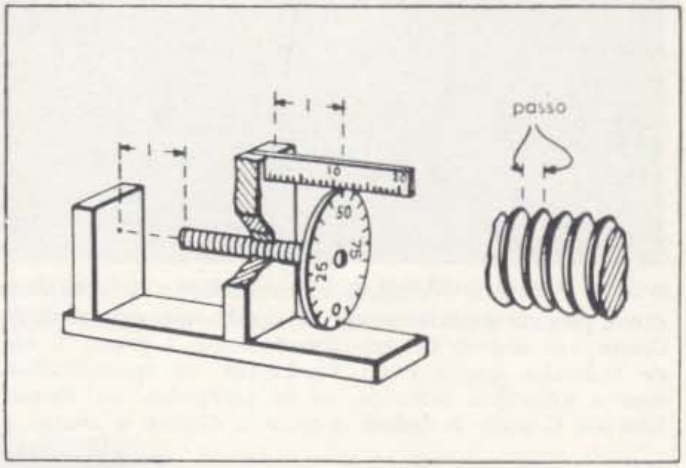
Tabela 2

Ordens de grandeza de distâncias demasiadamente grandes para serem medidas por meios geométricos

Comprimento em metros	Distância associada
10^{25}	Distância ao objeto mais distante já fotografado (uma galáxia)
10^{24}	Domínio das galáxias
10^{23}	Domínio das galáxias
10^{22}	Distância à Grande Nebulosa de Andrômeda (galáxia mais próxima)
10^{21}	Distância à menor das Nuvens de Magalhães
10^{20}	Distância do Sol ao centro de nossa galáxia
	Distância ao agrupamento globular estelar de Hércules (Fig. 3 – 7)
10^{19}	Distância à Estrêla Polar



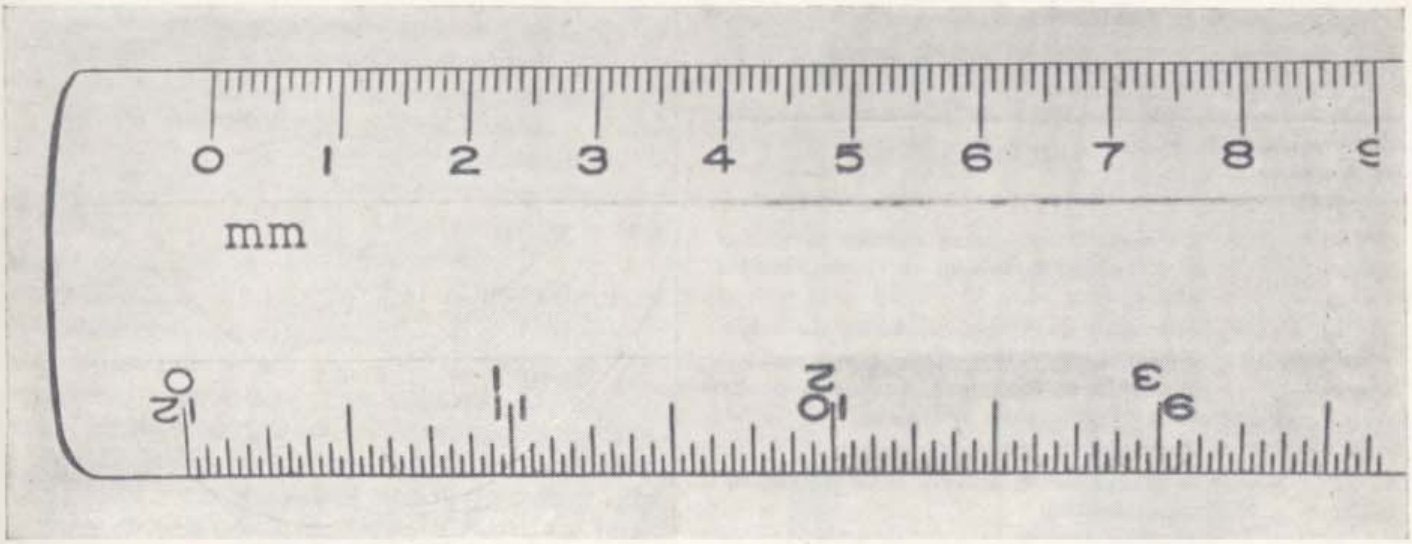
3 – 10. Um calibre micrométrico ou palmer (acima). Com êste instrumento podem ser medidos comprimentos muito pequenos, como a espessura de uma fôlha de papel. A parte básica dêste dispositivo, como se mostra na versão simplificada abaixo esquematizada, é um parafuso. Observe a escala ao redor do cilindro, correspondendo ao disco abaixo, que permite medir uma fração de volta. Como um parafuso nos ajuda a medir uma pequena distância, com precisão?



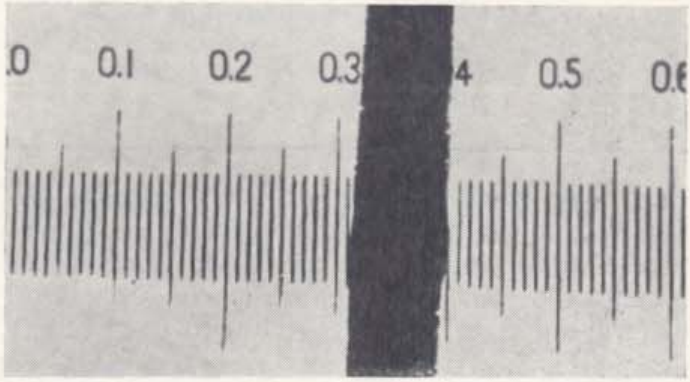
em uma noite límpida e escura (Veja Figs. 3 – 8 e 3 – 9). Aproximadamente um bilhão de galáxias distantes estão espalhadas pelo universo, de acôrdo com avaliações baseadas em fotografias do céu tiradas com o enorme telescópio de Palomar. Quantas mais existem, não somos capazes de dizer.

3 – 3. Pequenas distâncias

Se caminharmos em sentido oposto, para o muito pequeno, podemos ainda usar métodos geométricos válidos. Não é difícil medir a espessura de uma fina fôlha de papel, se você tiver muitas delas. Empilhe uma centena de fôlhas, e use uma régua para medir a pilha; você lerá, então, na régua uma espessura cem vêzes maior que a da fôlha. Êste método indireto é óbvio e semelhante ao que se faz freqüentemente em física.



3 — 11(a). A espessura de um fio de cabelo. Nesta fotografia, colocou-se um fio de cabelo sôbre uma escala milimétrica. Êle é apenas visível. Quantos fios deveriam ser colocados, lado a lado, para preencher o espaço entre duas marcas milimétricas adjacentes na escala?
3 — 11(b). Aqui o fio de cabelo foi fotografado sôbre uma régua minúscula com o auxílio de um microscópio. Cada uma das menores divisões na régua corresponde a um centésimo de milímetro. O microscópio tornou possível a medida do diâmetro de um fio de cabelo, de modo mais preciso. Com que precisão avaliou você, através da Fig. 3 — 11(a), o número de fios necessários para cobrir um milímetro?



Naturalmente, se as fôlhas têm espessuras muito diferentes, o resultado não se referirá a nenhuma fôlha real, mas a um valor médio das espessuras presentes. Isto é suficiente para muitos fins. O que obtemos é a espessura de uma fôlha, presumindo que tôdas sejam iguais.

Êste exemplo de espessura de uma página, mostra como podemos estender a idéia básica de contar ou subdividir pequenas distâncias. Encontramos uma outra extensão da contagem a pequenas distâncias no uso de um parafuso micrométrico. Se um parafuso é girado uma vez em uma porca fixa, êle avança apenas a distância entre dois filêtes sucessivos, o passo do parafuso. Dividindo a volta em, digamos, cem partes, você pode dividir, também, o avanço do parafuso em uma centena de partes iguais. Esta é a base do palmer (Fig. 3 — 10). Outros engenhos similares ajudarão um pouco, mas para avançar ainda mais na direção do muito pequeno, precisamos usar dispositivos amplificadores, dos quais o mais conhecido é o microscópio. Com êle, podemos ver pequenos objetos, e medi-los, colocando junto a êles minúsculas "réguas" (Fig. 3 — 11). Novamente está sendo usado o método de medir e contar.

O átomo e suas sub-unidades são tão pequenos que o microscópio comum não constitui mais um meio suficiente de ajuda, pois a própria luz não é uma sonda bastante sensível. Novos tipos de instrumentos, e, de nôvo, um conjunto de métodos ainda mais indiretos, mas convincentes, nos conduzem às menores distâncias das quais temos algum conhecimento real. Alguns dêstes métodos são suficientemente simples para que você os utilize. Veja seu guia de laboratório. A Tabela 3 dá uma idéia (em têrmos de ordens de grandeza) do valor até o qual podemos estender nossas noções comuns de distância e tamanho na direção do muito pequeno.

3 — 4. As dimensões do espaço

O fato de ter o espaço três dimensões é habitualmente demonstrado, salientando-se a necessidade de três medidas distintas para localizar um objeto no espaço. Na sala onde você está sentado agora, por exemplo, você pode localizar qualquer ponto especificando sua distância a uma parede, seu afastamento de uma segunda parede adjacente à primeira, e sua altura em relação ao solo. Podemos afirmar isso com inteira confian-

Tabela 3

Ordens de grandeza de distâncias pequenas demais para serem medidas por meios geométricos

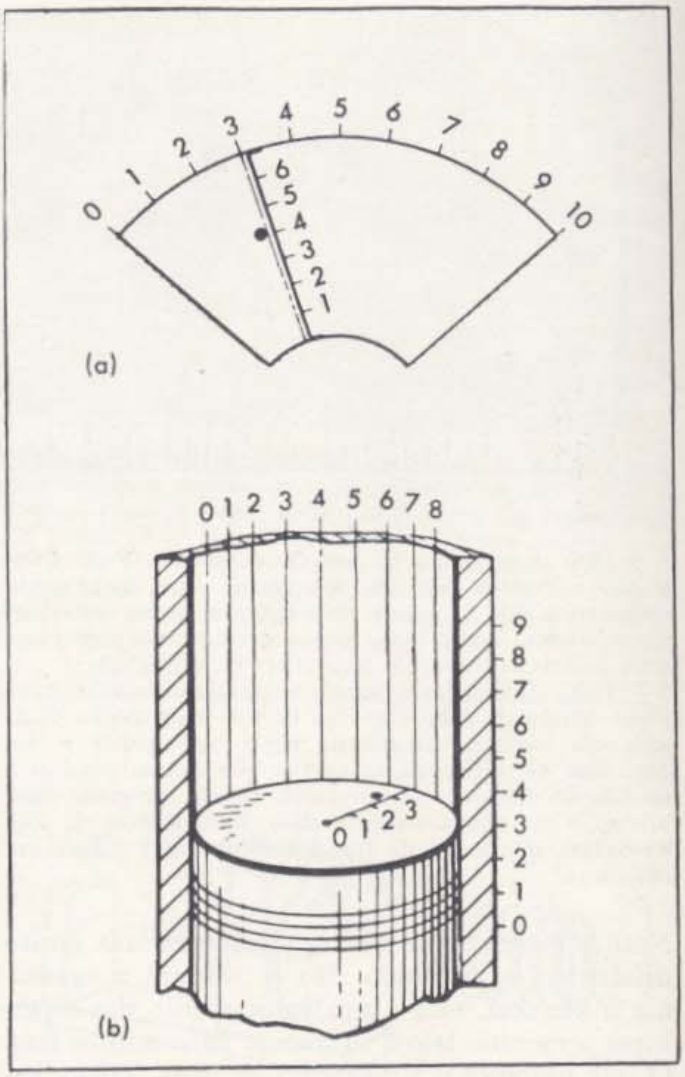
Comprimento em metros	*Distância associada*
10^{-6}	Distância média entre colisões sucessivas (livre percurso médio) de moléculas no ar de uma sala
10^{-7}	Espessura da mais fina bôlha de sabão ainda apresentando côres
10^{-8}	Distância média entre moléculas de ar numa sala
10^{-9}	Tamanho da molécula de óleo
10^{-10}	Distância média entre átomos de um sólido cristalino
10^{-11}	
10^{-12}	Distância média entre átomos reunidos no centro das estrêlas mais densas
10^{-13}	
10^{-14}	Tamanho do maior núcleo atômico
10^{-15}	Diâmetro do próton

ça, mesmo não conhecendo a forma da sala. Supomos que ela tem, pelo menos, duas paredes planas que se encontram em algum canto. Se as paredes e o piso se encontram em ângulos retos, êles representam o que é chamado um sistema de coordenadas retangulares ou cartesianas. Se os cantos são todos em ângulo reto, os cálculos podem ser mais simples, mas não melhores nem piores do que se êles fôssem de qualquer outra espécie. Se a sala é circular, três números ainda resolverão o caso, apesar de ser diferente o modo de calcular.

Em qualquer caso, três números — e as regras que indicam seu significado — definem qualquer ponto, e sòmente êste ponto. Isto não é mais do que um modo de expressar o fato de que o espaço é tridimensional. Êste não é sempre, entretanto, o caminho mais interessante ou o mais instrutivo.

Podemos chegar, de outra maneira, às três dimensões do espaço. Se você toma um ponto — a ponta de seu lápis é ideal — e o move, você cria uma linha. Qualquer posição sôbre a linha pode, então, ser especificada dando sua distância ao ponto de início da linha. Em outras palavras, a linha tem uma dimensão.

Se você agora toma a linha e a movimenta, cria uma superfície. Um limpador de pára-brisa é um excelente exemplo disso: a linha de sua orla de borracha, em cada varrida, delimita uma superfície no pára-brisa do carro. Para localizar um ponto nesta superfície, você precisa dois números, um para dar a posição do limpador quando passa sôbre o ponto, e outro para estabelecer a posição do ponto ao longo do limpador. Em outras palavras, a superfície é bidimensional [Veja Fig. 3 — 12 (a)].



3 — 12 (*a*). Localizando um ponto numa superfície. (*b*) Localizando um ponto num volume.

No motor de seu carro existem cilindros e pistões. O cabeçote do pistão é uma superfície. Ao mover-se para cima e para baixo, de uma posição a outra dentro do cilindro, êle varre um volume. Para determinar um ponto neste volume, precisamos três números — dois para definir um ponto sôbre o cabeçote do pistão, e um terceiro para dizer a que distância o pistão se encontra de um dos extremos de seu percurso [Veja Fig. 3 — 12 (b)].

Tendo visto, então, como um ponto móvel gera uma linha, como uma linha que se desloca origina uma superfície, e como uma superfície em movimento gera um volume, que acontecerá

se dermos o passo seguinte? Que sucederá se movemos um volume? O resultado não é o que poderíamos esperar. Um volume gera apenas outro volume, não diferente em espécie do volume criado por uma superfície. Nós esgotamos as dimensões. O espaço, parece, nos oferece apenas três dimensões para trabalhar. O espaço é aparentemente tridimensional, apenas.

Existe ainda um outro meio de encarar a dimensionalidade. Sob êste ponto de vista, a característica pertinente de uma linha é que podemos nos mover ao longo dela, de ponto para ponto, sem interrupção — sem levantar nosso lápis, por assim dizer. Mas, se fôr removido um ponto, não é mais possível nos deslocarmos diretamente de um ponto da linha a qualquer outro ponto do outro lado da interrupção. Com efeito, a linha agora está cortada.

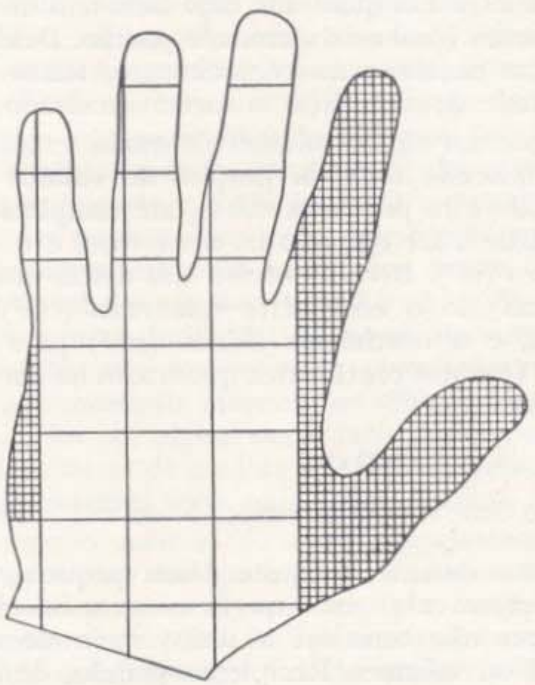
A remoção de um ponto de uma superfície, tal como o assoalho da sala, não nos embaraça. Podemos passar de um ponto do piso a qualquer outro ponto, simplesmente contornando a falha. Mas, corte o chão ao longo de uma linha, de modo que êle apresente, agora, duas áreas separadas. Se estamos de um dos lados da fenda, não podemos ir diretamente aos pontos do outro lado da fronteira.

Finalmente, em uma sala tomada como um todo, é necessária uma superfície compacta — uma parede — para impedir a passagem de um ponto a outro. Novamente aqui, entretanto, chegamos ao fim. Qualquer volume fechado pode ser dividido em dois volumes distintos, mas não podemos ir além (a não ser que os matemáticos inventem novos espaços, e êles com freqüência fazem exatamente isso).

O que acabamos de fazer pode ser resumido de forma simples: um ponto (com dimensão zero) corta uma linha; uma linha (com uma dimensão) corta uma superfície; uma superfície (com duas dimensões) corta um volume ou espaço. Um volume (com três dimensões) corta apenas outro volume.

Tudo isto pode parecer sem importância, ou, pelo menos, não suficientemente importante para justificar três repetições. À medida que avançamos, entretanto, encontraremos razões para usar cada um dêstes aspectos de dimensionalidade. Trabalharemos em física com coisas sem dimensões, de uma dimensão, e de duas dimensões, bem como com o espaço físico e suas três dimensões.

O tempo, por exemplo, tem uma dimensão. Êle é especificado por um número. Dizemos: "Dentro de dez minutos". Êle é medido pela passagem de instantes zero-dimensionais. E, caminhando pelo tempo, precisamos passar por todos os instantes, um após outro. Não existe, por exemplo, maneira de ir de 8 h 30 min a 8 h 32 min sem passar por 8 h 31 min. Cada um dêstes fatos é significativo; cada um é característico de algo que possui apenas uma dimensão.



3 — 13. Medida de uma superfície. Medindo a área de uma superfície irregular, tal como a da mão acima desenhada, usamos o mesmo método empregado na medida de distâncias. Primeiro, aplicamos nossas unidades sôbre a superfície. Para medir áreas menores que nossa unidade de área, nós a subdividimos. Na ilustração, a unidade foi subdividida a fim de medir pequenas irregularidades. Como você pode ver, existem pequenas áreas adicionais que não se encaixam nestas subdivisões. Nestes casos, podemos subdividir as unidades tantas vêzes quantas quisermos, até atingir um ponto além do qual é inútil prosseguir, pois as subdivisões se tornam muito pequenas para serem vistas.

3 — 5. Medindo superfícies e volumes

A chave para a medida de superfícies e volumes se encontra no modo pelo qual medimos a distância. Estabeleça uma unidade conveniente de área, e conte simplesmente quantas vêzes a unidade cabe na superfície a ser medida. Subdividindo suficientemente, é possível encaixar a unidade, ou suas subdivisões, em todos os cantos e curvas de qualquer superfície com a precisão que você desejar (Fig. 3 — 13). O processo é semelhante a ladrilhar um piso.

A unidade conveniente, sempre usada para su-

perfícies, é um quadrado cujo lado tem um comprimento igual ao da unidade padrão. Desde que usamos metros para comprimento, temos como unidade de superfície o metro quadrado (m^2).

Podemos medir volumes de modo semelhante, preenchendo tôdas as porções do volume a ser medido com pequenos cubos, até completá-lo. A unidade a ser empregada, neste caso, é o metro cúbico (m^3). Divisões conhecidas destas unidades básicas são o centímetro quadrado (cm^2) para áreas, e o centímetro cúbico (cm^3) para volumes. Quantos centímetros quadrados há em 3 m^2? Sabemos que

$$1\ m = 100\ cm;$$

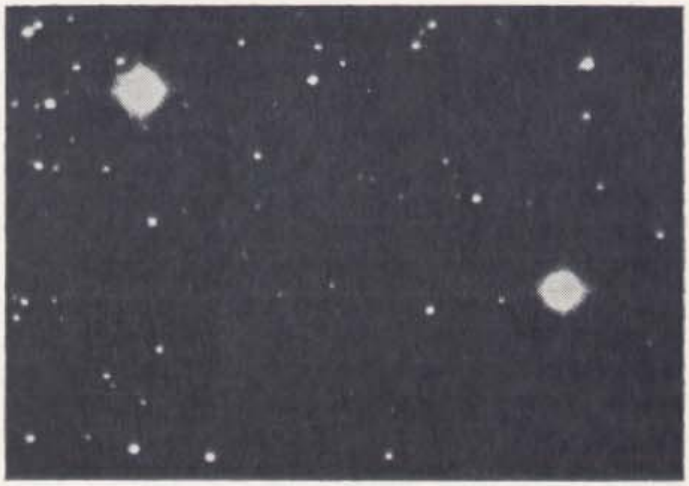
então $3\ m^2 = 3 \times 100\ cm \times 100\ cm = 3 \times 10^4\ cm^2$.

Naturalmente, o ajuste dêstes pequenos quadrados ou cubos em superfícies ou volumes irregulares não constitui o único meio de medir áreas ou volumes. Recipientes-padrão, de forma conveniente, estão sempre à mão, e um volume diferente, tal como o de uma garrafa de leite, pode ser medido enchendo-o com água, e, então, despejando a água em um ou dois recipientes-padrão e, eventualmente, usando subdivisões feitas geomètricamente num recipiente de forma simples, como o conhecido cilindro graduado.

Pode-se achar a área de uma superfície irregular, pesando uma amostra de papel recortado de modo a coincidir perfeitamente com a superfície. Compara-se, então, a massa do recorte com a massa de um quadrado medido do mesmo material, para achar a área.

3 — 6. Das limitações das medidas

Fundamentamos tôdas nossas medições num esquema simples. Para medir o tamanho de alguma grandeza física, comprimento, ou tempo, você primeiro escolhe uma unidade — qualquer comprimento ou tempo que desejar. Então, para medir um intervalo maior que a unidade, apenas "coloque" a unidade tantas vêzes quantas ela couber no intervalo em questão. Isto é o que fazemos comumente com uma régua. Para aquilo que ultrapassa a contagem, ou para medir uma quantidade menor que a unidade, simplesmente dividimos a unidade em partes menores iguais, você pode chamá-las de sub-unidades, e toma-se delas, então, tantas quantas forem necessárias para inteirar a grandeza dada. Medimos uma caixa, e verificamos ser seu comprimento de 20 cm e um pouco mais. Dividindo nossa unidade de centímetro em décimos, verificamos que a parte que sobrara contém três destas sub-unidades; dizemos, então, que a caixa tem 20,3 cm de comprimento. Não é difícil perceber que êste método funcionará para qualquer comprimento que queiramos medir. Assim, podemos fazer divisões sempre menores até que as irregularidades na aresta da caixa que medimos, ou nas marcações de nossa régua, limitem a precisão de nossas medidas.



3 — 14. Esta ilustração, uma ampliação de uma pequena seção da Fig. 3 — 7, mostra em detalhe as imagens de duas estrêlas. As imagens das duas estrêlas mais brilhantes exibem quatro raios, ao passo que as estrêlas menores aparecem como pequenas formas irregulares. Os quatro raios nítidos nas estrêlas brilhantes são devidos à imagem fora de foco de um suporte de quatro braços no interior do telescópio. Mesmo as formas arredondadas das imagens das estrêlas mais apagadas não dependem das estrêlas, mas da natureza do telescópio, da atmosfera, da chapa fotográfica, e da luz. Tudo isto faz com que a luz de uma estrêla distante apareça difusa ao invés de concentrada num ponto distinto. A verdadeira imagem da estrêla, em cada caso, será consideràvelmente menor que a mancha difusa. Por êste motivo, as imagens das estrêlas da Fig. 3 — 7, aparecem muito mais aglomeradas que as estrêlas que as constituem. Da mesma maneira, as estrêlas que formam nossa Via-Láctea não podem ser individualizadas a ôlho nu.

Algumas medidas não se prestam ao processo de subdividir sempre mais para aumentar a precisão. A contagem do número de pessoas numa sala, por exemplo, tem uma unidade natural: o indivíduo. Neste caso, é inaplicável subdividir cada vez mais. Contràriamente ao tempo e ao espaço, a matéria tem unidades naturais conhecidas. Esta é a essência real da física moderna. As unidades naturais da matéria são seus blocos de construção, os átomos e suas poucas partes, que se combinam de tantos modos para a construção do conjunto do mundo material — estrêlas e mar, lápis e papel, pele e osso. Não sabemos se o espaço e o tempo têm ou não tais uni-

dades naturais. Sabemos apenas que não as atingimos. Até que encontremos tais unidades (se é que o faremos) usaremos livremente qualquer subdivisão de nossa unidade arbitrária de medida para representar o tempo e o espaço.

Acabamos de ver os problemas envolvidos no método básico de medir pela contagem. Em muitas medidas reais surge um segundo tipo de problema. Uma medida feita por um método indireto baseia-se sempre em hipóteses especiais. Medindo a espessura de uma fôlha de papel, por exemplo, supusemos que o papel era uniforme. A medida de grandes distâncias por triangulação envolve, também, uma hipótese — com a qual estamos bem familiarizados na vida diária. Supomos que a linha de visão — isto é, a linha percorrida pela luz, do objeto ao ôlho — é uma reta. Sòmente se isto fôr verdadeiro, poderá funcionar o nosso método de triangulação visual. Comumente testamos a forma reta de uma tábua olhando ao longo dela. Parece que aceitamos ser reta a trajetória da luz. Naturalmente isto pode nos ludibriar, e muitas vêzes o faz. A aura de calor que você vê sôbre um radiador aquecido, ou sôbre uma superfície aquecida pelo Sol, diz-lhe da existência de trajetos da luz que não são retos, e estão variando constantemente. Se desejamos uma resposta digna de confiança quando medimos grandes distâncias por triangulação, precisamos evitar olhar através de ar quente perturbado. Não podemos medir, por êstes meios, a distância a uma estrêla numa noite em que ela cintila muito em conseqüência das mutáveis correntes de ar vindas da superfície quente da Terra. Desejamos uma noite límpida e calma, com a estrêla bem alta no céu.

Outra hipótese envolvida na medida por triangulação é que as leis da geometria são corretas. Elas não podem ser tomadas como certezas, entretanto. Devem ser testadas tôdas as suposições que fazemos ao medir. Os resultados da geometria e a trajetória reta das linhas de visada foram muito bem testados, principalmente pelo sucesso da imagem global que podemos construir. Precisamos, entretanto, estar sempre atentos, especialmente ao usar métodos indiretos para medir coisas afastadas da experiência cotidiana, para ver se tais hipóteses tradicionais são ainda dignas de confiança.

Observamos, anteriormente, que devemos nos empenhar ao máximo para compreender as limitações de nossos instrumentos, nêles incluindo nossos sentidos. O problema da medida dos tamanhos dos planêtas e das estrêlas ilustra êste ponto. Olhando para vários planêtas através de um telescópio, vemos que êles apresentam diversos tamanhos; aparecem como discos de diferentes diâmetros. As estrêlas, vistas pelos telescópios, parecem ter também um certo diâmetro, mas tal diâmetro não varia quando olhamos de estrêla para estrêla. Ao invés, êle depende do telescópio usado e de como o apontamos. O tamanho aparente das estrêlas vistas pelos telescópios provém do comportamento dos telescópios, e não do tamanho real das estrêlas (Veja Fig. 3 — 14). Chegamos a uma limitação de nosso instrumento, que poderemos compreender posteriormente, e devemos conseguir informações sôbre o tamanho das estrêlas por algum outro meio. Todos os métodos indiretos de medida apresentam limitações, e nenhum dêles serve para todos os casos.

Mesmo o método de usar comprimentos-padrão apresenta seus problemas. Nos levantamentos muito precisos de terrenos, por exemplo, a temperatura das fitas de aço usadas é computada para cada metro, a fim de corrigir a dilatação ou contração. Como neste caso empregamos objetos físicos, o método direto deve ser cuidadosamente examinado.

3 — 7. Algarismos significativos

Os números e suas combinações por meio da aritmética nos dão um modo exato de discorrer sôbre quantidades. Na física, entretanto, existem limites para a precisão das medidas, e êstes, por sua vez, limitam o uso dos números que registram nossas medidas.

Aprendemos que para expressar a ordem de grandeza de uma quantidade é desnecessário o uso de uma longa série de zeros, de qualquer lado da vírgula. Tôda quantidade pode ser escrita como um número decimal compreendido entre um e dez, multiplicado pela adequada potência de dez. Desta forma, ao invés de escrever que o raio da Terra é aproximadamente 6.370.000 metros, escrevemos $6{,}37 \times 10^6$ metros. Anàlogamente, o diâmetro de um fio de cabelo mede aproximadamente 0,00003 metro, que escrevemos 3×10^{-5} metro.

Nesta forma de escrever números, mostramos a limitada precisão de nosso conhecimento, omitindo todos os algarismos sôbre os quais não temos informação. Assim, quando para o raio da Terra escrevemos $6{,}37 \times 10^6$ m e não $6{,}374 \times 10^6$ m ou $6{,}370 \times 10^6$ m, estamos dizendo que estamos razoàvelmente seguros sôbre o terceiro algarismo, mas não fazemos idéia do valor do quarto. O número de algarismos sôbre os quais es-

tamos razoàvelmente seguros é chamado o número de *algarismos significativos*. No exemplo do fio de cabelo, indicamos apenas um algarismo significativo: isto quer dizer que pensamos ser três um valor razoável, mas não temos qualquer certeza a respeito do próximo algarismo (segundo algarismo significativo).

Um físico que realiza uma medida deve avaliar a confiança que ela merece, e o meio mais simples de expressar esta confiança é o de escrever o número apropriado de algarismos significativos. Escrever algarismos adicionais que não têm significado é pior que perder tempo. Isto pode confundir pessoas que usam êstes algarismos, nêles confiando.

É claro que quanto maior fôr a precisão de nossas medidas, tanto maior é o número de algarismos significativos que podemos usar. Quando escrevemos quatro algarismos significativos, estamos indicando que um quinto algarismo não teria significação. Se nossa precisão fôsse dez vêzes maior, usaríamos um outro algarismo significativo. As mais cuidadosas medidas físicas, usando a mais alta precisão possível a partir dos padrões primários, ainda apresentam o pequeno alcance de doze algarismos significativos.

Como os números usados na física refletem as limitações da medida, modificamos ligeiramente nossas idéias de aritmética, de modo a estarmos certos de não escrever algarismos sem significação em nossas respostas. Suponha que façamos as seguintes medidas de tempo — 27,8 h, 1,324 h, e 0,66 h — e desejamos encontrar sua soma. Não dando atenção aos algarismos significativos, podemos escrever

$$\begin{array}{r} 27{,}8\ \text{h} \\ 1{,}324\ \text{h} \\ 0{,}66\ \text{h} \\ \hline 29{,}784\ \text{h}. \end{array}$$

Que significa êste resultado? Em qualquer número obtido por medida, todos os algarismos seguintes ao último algarismo significativo são desconhecidos — por exemplo, a centésima e milésima casa na primeira medida citada. Êstes algarismos desconhecidos não são zero. É claro que se você somar uma quantidade desconhecida a uma outra conhecida, terá uma resposta desconhecida. Conseqüentemente, os dois últimos algarismos na soma anterior são, na realidade, desconhecidos. Neste caso, então, poderemos arredondar tôdas as nossas medidas até o primeiro décimo, de modo a ter, em nossa resposta, sòmente algarismos significativos. Isto fornece

$$\begin{array}{r} 27{,}8\ \text{h} \\ 1{,}3\ \text{h} \\ 0{,}7\ \text{h} \\ \hline 29{,}8\ \text{h}. \end{array}$$

Desde que a primeira medida é conhecida apenas com a aproximação de um décimo de hora, conhecemos a soma apenas com aproximação de um décimo de hora.

A subtração de quantidades medidas funciona da mesma maneira. Não tem sentido subtrair quantidades conhecidas e desconhecidas. Cuidado especial deve ser tomado na subtração de dois números de grandeza aproximadamente igual. Suponha, por exemplo, que você deseja encontrar a diferença de comprimento entre dois pedaços de arame. Você mediu um dêles, e obteve um comprimento de 1,55 metros, e para o outro, encontrou 1,57 metros.

$$1{,}57\ \text{m} - 1{,}55\ \text{m} = 0{,}02\ \text{m} = 2 \times 10^{-2}\ \text{m}.$$

Observe que não escrevemos como resposta $2{,}00 \times 10^{-2}$ m, porque não estamos seguros sôbre cada um dos últimos algarismos nas medidas originais. A diferença certamente apresenta apenas um algarismo significativo, e não ficaríamos muito surpreendidos se ela fôsse duas vêzes maior ou nula, ao invés de 2 cm. A subtração de quantidades muito próximas destrói a precisão. Por êste motivo, você às vêzes necessita de medidas muito mais precisas que os resultados desejados. Para evitar a dificuldade de fazer medidas mais precisas, colocaríamos, se possível, os dois arames lado a lado, e mediríamos a diferença diretamente por meio de um parafuso micrométrico, em lugar de usar a diferença entre dois números grandes.

E quanto à multiplicação? Como modificá-la para levar em consideração as limitações da medida? Suponha que desejamos encontrar a área de uma tira comprida de estanho. Medimos com uma fita métrica sua largura, obtendo 1,15 cm e, seu comprimento, que vale 2,002 m. Temos, pois, uma precisão de três algarismos significativos em nossa medida da largura, e de quatro algarismos significativos na de comprimento. Para obter a área, multiplicamos o comprimento pela largura. Não nos importando com os algarismos significativos, temos

$$\begin{aligned} A &= 2{,}002\ \text{m} \times 1{,}15 \times 10^{-2}\ \text{m} \\ &= 2{,}30230 \times 10^{-2}\ \text{m}^2. \end{aligned}$$

Pense agora, entretanto, no significado desta resposta. Quando medimos a largura, escrevemos

1,15 cm porque não estávamos seguros de que a largura real não fôsse um pouco maior ou menor que a indicada, de até 0,01 cm. Se, realmente, a largura apresentar uma tal diferença para mais, cometemos um êrro na área igual ao produto desta largura excedente pelo comprimento, isto é,

$$\text{Êrro} = 0{,}01 \times 10^{-2}\ \text{m} \times 2{,}002\ \text{m}$$
$$= 0{,}02 \times 10^{-2}\ \text{m}^2.$$

Observamos, pois, que temos um algarismo duvidoso na casa dos centésimos, o que significa que nossa avaliação original da área já pode apresentar êrro no terceiro algarismo significativo. Não têm significado todos os algarismos escritos após o terceiro. O modo apropriado de expressar a resposta é $2{,}30 \times 10^{-2}\ \text{m}^2$, pois quando dois números são multiplicados, seu produto não pode ter maior precisão (ou mais algarismos significativos) que o menos preciso dos dois fatôres. Não pense que seus resultados são melhorados realizando simples operações aritméticas com muitos algarismos.

O que foi dito sôbre a multiplicação, se aplica igualmente à divisão. Nunca prossiga a divisão além do número de algarismos significativos da medida menos precisa que você está usando.

Deve-se observar que números que não são resultado de medida podem ter precisão ilimitada, e podem ser expressos em qualquer grau de precisão requerida pela natureza do problema. Por exemplo, se uma área foi medida e se encontrou $3{,}76\ \text{m}^2$, o dôbro desta área seria ..... $2 \times 3{,}76\ \text{m}^2 = 7{,}52\ ^2$.

Vimos a maneira de manejar números quando êles representam grandezas físicas. De modo algum, porém, contamos tôda a história da precisão nas medidas. O uso de algarismos significativos cria, por vêzes, dificuldades que nos levariam a um estudo detalhado da teoria dos erros. A idéia de algarismos significativos, entretanto, ajuda-nos a evitar números ilusórios e cálculos desnecessários.

Tôda quantidade física deve ter: uma unidade, para dizer o que foi contado; uma ordem de grandeza; e uma indicação sôbre a confiança que ela merece, o que podemos fazer, por enquanto, de um modo grosseiro, escrevendo sòmente o número correto de algarismos significativos. Não existe, em física, técnica mais importante que a notação de quantidades físicas que apresente claramente todos êstes fatos.

LEITURA COMPLEMENTAR

GAMOW, GEORGE, *Um, Dois, Três... Infinito*. Zahar Editores.

HELSON, W. H. I., e KILPATRICK, F. D., "Experiments in Perception". *Scientific American*, Agôsto, 1951 (pág. 50). Algumas notáveis ilusões de ótica, que ilustram a falibilidade de nossos sentidos.

LEE, OLIVER J., *Measuring Our Universe*. Ronald Press, 1950. Como os físicos e astrônomos medem distâncias no interior do átomo e no espaço exterior.

MOORE, PATRICK, *The Story of Man and the Stars*. Norton, 1954.

WHIPPLE, FRED, *Earth, Moon and Planets*. Harvard University Press.

PARA CASA, CLASSE E LABORATÓRIO

Nota: Os itens assinalados * são projetos para serem feitos em casa.

1. Escolha uma unidade arbitrária tal como o comprimento da primeira falange do polegar ou o comprimento de uma unha. Faça uma escala, usando esta unidade, ao longo do bordo de uma fôlha de papel. Use esta escala para medir o comprimento e a largura desta página. Determine a relação entre o comprimento e a largura. Quais são as unidades desta relação? Compare a relação que você obteve com as conseguidas por outros, para o mesmo objeto, usando unidades diferentes. Qual é o efeito do uso de unidades diferentes na medida de razões?

2. * Permaneça a uma distância de 75 a 150 metros de um edifício de fachada razoàvelmente lisa e de vários andares (também serve um beco sem saída entre edifícios). Bata palmas fortemente, e escute o eco que é, naturalmente, muito mais fraco que o som original.

   Bata, então, compassadamente, e ajuste seu ritmo de batidas até não conseguir ouvir o eco, por êle chegar ao mesmo tempo que o som mais alto está sendo produzido. Peça para alguém contar o número de palmas que você bate em dez segundos. Meça a distância, e calcule a velocidade do som (não esquecendo de dobrar a distância para obter o trajeto percorrido).

3. * Determine a altura de uma árvore, ou de um edifício, em um dia ensolarado. Os dados que você necessita são o comprimento de sua sombra e o da árvore, e sua própria altura. Partindo dêstes dados, pode ser encontrada a altura da árvore, usando-se triângulos semelhantes. A posição do Sol modifica seus resultados?

4. Usando o método de triangulação para medir uma distância, um observador visa um objeto que lhe está diretamente oposto, na outra margem de um rio. Êle finca uma estaca no lugar em que se encontra, e caminha, então, 50 metros paralelamente ao rio, em sentido contrário ao da corrente. Aí êle finca uma segunda estaca. Então, anda 10 metros ainda mais rio acima, e finca uma terceira estaca. Partindo desta estaca, caminha segundo uma reta, afastando-se do rio, até se alinhar com a segunda estaca e o objeto no lado oposto do rio. Êle verifica estar a 44 metros da terceira estaca. Qual é a largura do rio? Veja a Fig. 3 — 1 do texto para um esquema dêste método.

5. * É possível determinar sua distância a um marco, medindo dois ângulos e uma linha de base. Escolha como linha de base um lado de um edifício ou um bordo lateral de um campo de futebol de comprimento conhecido. Visando um objeto de cada extremo da linha de base, pode-se determinar o ângulo que cada linha de visada faz com a linha de base, usando-se para isso duas varas e um transferidor. Se êstes resultados forem postos em escala de modo a caber em uma fôlha de papel, a distância pode ser medida grosseiramente. A distância pode, também, ser determinada trigonomètricamente, desde que são conhecidos dois ângulos e um lado.

6. * Qual é o diâmetro da Lua? Supondo que a Lua está a $3{,}8 \times 10^5$ km da Terra, você pode determinar seu diâmetro pelo seguinte método. Prenda, numa vidraça, duas tiras de fita adesiva opaca, distanciadas de 2 cm. Perfure um cartão com um alfinête e, então, observe a Lua através do orifício e entre as duas tiras. Afaste-se da janela, até que a Lua preencha exatamente o espaço entre as duas tiras. Meça a distância do cartão à janela. Usando a geometria de triângulos semelhantes, calcule o diâmetro da Lua. *Não* tente usar êste método para determinar o diâmetro do Sol. O brilho do Sol será prejudicial à vista. Pode êste método ser usado para determinar o tamanho de uma estrêla?

7. * Cubra um ôlho com sua mão, e tente avaliar distâncias com apenas um ôlho. Observe que a maioria dos animais caçadores e aves de rapina apresentam uma única acomodação dos olhos, que lhes permite avaliar a distância do bote sôbre a sua prêsa. Considere a dificuldade de quase tôdas das muitas tarefas que executamos, se fôssemos privados desta percepção de profundidade.

8. * Uma câmara fotográfica com uma só objetiva não pode pôr em evidência distâncias relativas, a não ser que a fotografia que ela

tira mostre a profundidade de espaço que separa os objetos. Mostre como isto poderia ser usado para fazer uma câmara "mentir". Tire uma fotografia de objetos situados sôbre uma mesa, de um posição ligeiramente abaixo de seu bordo. Observe que objetos semelhantes parecem ser de diferente tamanho, dependendo de sua posição sôbre a mesa. Efeitos como êste são usados para dar a ilusão de que uma pessoa está no interior de uma garrafa, ou é maior que uma árvore.

9. (a) Pode-se improvisar um telêmetro simples, usando duas réguas de metro para estabelecer linhas de visada ao objeto. Os desvios dessas linhas de visada em relação às posições paralelas, constituem uma medida da proximidade do objeto visado. Se as réguas formam ângulos iguais com sua linha de base, e estão separadas de um metro na extremidade próxima e de 96 centímetros no extremo afastado do observador, qual é a distância ao objeto visado?

   (b) Se as réguas não são suficientemente retas para dar uma leitura precisa nas separações, resultará um êrro na avaliação da distância. Que diferença resultaria na distância avaliada, se a medida na parte anterior tivesse sido 96,2 ao invés de 96,0 cm, quando as partes posteriores das réguas permaneceram separadas de 1 metro? Expresse êste êrro em percentagem.

   (c) Situando as réguas em posição mais próxima da paralela, a falha na visada correta das réguas produz um êrro muito maior na avaliação da distância. Compare as distâncias quando as partes anteriores das réguas estão afastadas de 99,0 e 99,2 cm, enquanto as posteriores permanecem a um metro.

10. * Construção, em escala, de um modêlo do sistema solar: Uma bola de volibol, representando o Sol e colocada perto de uma extremidade de um campo de futebol, dará uma escala na qual um centímetro representará aproximadamente 6×10^4 quilômetros. Em tal escala, a Terra terá apenas um pouco mais de 1,5 milímetros de diâmetro, e estará a 23 metros do Sol. O distante Netuno estará afastado de quase 800 metros, e seu diâmetro será pouco maior que 0,5 centímetro. Em nosso modêlo, que tamanho terão os outros planêtas e seus satélites? Por que fator devem ser reduzidas tôdas as dimensões, se êste modêlo em escala deve caber fàcilmente em seu campo de futebol? Que objeto poderia você usar para representar a Terra nesta nova escala?

11. Determine a espessura das fôlhas de um de seus livros, medindo a espessura de 200 páginas (100 fôlhas). Por que é sugerido que você use 100 fôlhas? Que hipóteses são feitas nesta medida?

12. Uma reta de 5,0 cm de comprimento gira em um plano ao redor de um de seus extremos. Qual é a área varrida por êste movimento?

13. Uma reta de 20 cm de comprimento é movida para uma nova posição paralela, e a 10 cm de sua posição original. Qual é a área da superfície abrangida na movimentação da reta?

14. Um círculo de raio 5,0 cm se move ao longo de seu eixo até uma nova posição, paralela ao plano original. Se êle foi deslocado de 10 cm, qual o volume gerado por êste movimento?

15. Um pedaço de cartão, de dimensões 12 cm por 8,0 cm, gira de um ângulo de 90°, ao redor do bordo de 8,0 cm. Que volume foi varrido por êste movimento?

16. Foi mencionado neste capítulo um método indireto para determinar a área de uma superfície irregular. Que é presumido neste método?

17. Um disco LP de 12 polegadas que toca durante 25 minutos a $33^1/_3$ r.p.m., tem 10 centímetros de superfície sulcada ao longo do raio. Qual é a distância média entre os sulcos?

18. Uma pessoa conta haver visto um "disco voador" de 50 metros de comprimento, a uma altura de 1,5 quilômetros, e voando a uma velocidade avaliada em 3000 quilômetros por hora. Discuta a precisão desta observação.

19. Dois estudantes fizeram as seguintes medidas de comprimento no laboratório, e quiseram acha sua soma — 3,52 m, 4,213 m, e 5,034 m. Um estudante insistiu que deveriam, primeiramente, arredondar para o centésimo mais próximo de um metro e, então, somar, ao passo que o outro estudante argumentou que

deveriam somar diretamente as medidas e, então, arredondar sua soma.

(a) Tente ambos os métodos e compare os resultados.

(b) Qual dos estudantes estava certo?

20. Resolva os seguintes problemas, tomando na devida consideração os algarismos significativos.

(a) $\dfrac{1{,}4 \times 10^3}{2{,}6 \times 10^5} = ?$

(b) $3{,}7\ (6{,}27 \times 10^{-2}) = ?$

(c) $46{,}7 - 10{,}04 = ?$

(d) $\dfrac{8{,}34 \times 0{,}659}{12{,}03} = ?$

21. Um estudante mede um bloco de madeira, e registra os seguintes resultados: comprimento = 6,3 cm, largura = 12,1 cm, e altura = 0,84 cm.

(a) Qual é o volume dêste bloco?

(b) Suponha que as medidas de comprimento e largura sejam corretas; entretanto, você pode ver que a medida da altura pode apresentar um afastamento de 0,01 cm, para mais ou para menos. Como isto modificaria sua resposta para o volume?

(c) Que fração do volume total isto representa?

22. Se um pedaço circular de lata tem um raio que mede 2,6 cm, qual é sua circunferência?

23. Uma bôlsa contém 25 bolinhas idênticas. Um estudante mediu uma delas, resultando para seu volume 1,76 cm^3. Que valor avaliaria êle para o volume total das bolas?

24. Um motorista de ônibus registrou os seguintes tempos para trechos de seu percurso:

Estação A à Estação B	1,63 h
Estação B à Estação C	4,7 h
Estação C à Estação D	0,755 h
Estação D à Estação E	2,00 h

(a) Quanto tempo levou para dirigir da Estação A à Estação E?

(b) Que parte do total representa o tempo entre as Estações B e D?

(c) Quantas vêzes maior é o tempo necessário para ir da Estação A à Estação C que o empregado para ir da Estação C à Estação E?

FUNÇÕES E ESCALAS

CAPÍTULO 4

4 — 1. Relações matemáticas

Muitas das leis da física são expressas de modo mais útil por meio de relações matemáticas, que mostram como uma coisa que se pode medir depende de outras que podemos medir. Nesta seção, discutiremos algumas dessas relações.

Proporção direta

Uma das relações mais simples entre duas grandezas é chamada proporção direta. Vejamos, por exemplo, a relação existente entre o volume de um pedaço de ferro e sua massa. Se medirmos pedaços de ferro, verificaremos que 1 cm^3 pesa 7,5 gramas, 2 cm^3 pesam 15 gramas, 3 cm_3 pesam 22,5 gramas, e assim por diante. Êsse tipo de relação, na qual, duplicando o volume, a massa duplica, triplicando o volume, a massa triplica, etc., é o que entendemos por proporção direta. Você encontrará muitos casos de proporção direta em física, e é bom, portanto, entender as várias maneiras de descrever esta relação. Podemos dizer que a massa "é proporcional ao" volume do ferro, ou, que a massa "varia diretamente com" o volume do ferro. Ambos os modos significam a mesma coisa: dôbro de volume, massa dupla; dez vêzes o volume, dez vêzes a massa, e assim por diante.

Podemos escrever a relação na forma mais curta

$$M \propto V,$$

onde M é a massa de um pedaço de ferro, V, seu volume, e o símbolo $\propto$ significa "é proporcional a". Se temos dois volumes diferentes de ferro, V e V', o fato de que suas massas M e M' são proporcionais a seus volumes pode, também, ser expresso da forma

$$\frac{M'}{M} = \frac{V'}{V}.$$

$M \propto V$ constitui apenas um outro modo de fazer esta afirmação.

Outra forma útil desta relação expressa o fato de que quando a massa e o volume estão relacionados por uma proporção direta, êles têm uma razão constante. Se dividirmos a massa de uma amostra de ferro por seu volume, o resultado será o mesmo que o obtido pela divisão da massa de qualquer outra amostra pelo seu volume.

$$\left(\frac{M}{V}\right)_{\text{uma amostra}} = \left(\frac{M}{V}\right)_{\text{outra amostra}} = k$$

A razão constante k é chamada *constante de proporcionalidade*. Em nosso exemplo do ferro, $k = 7{,}5$ gramas por centímetro cúbico. Podemos expressar esta relação como uma equação para *qualquer* pedaço de ferro:

$$\frac{M}{V} = k$$

ou

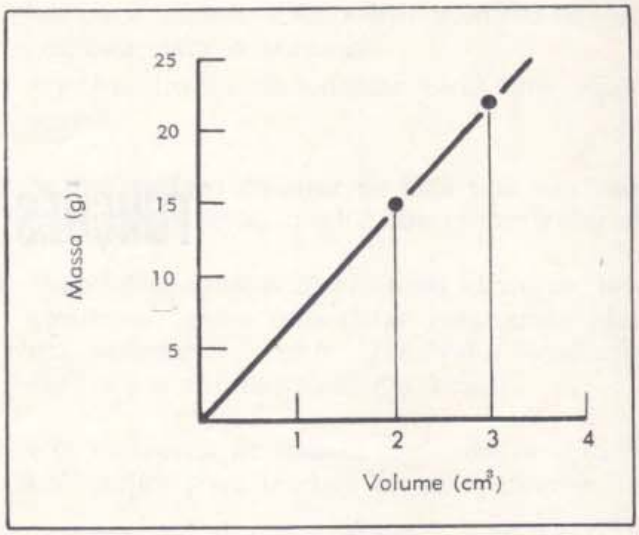
$$M = kV.$$

Observe que esta expressão é muito semelhante à relação $M \propto V$. Efetivamente, se não conhecemos o valor numérico de k, é exatamente o mesmo. Mas quando k é conhecido, $M = kV$, nos diz mais; é uma equação que nos dá a relação numérica entre M e V.

Podemos ilustrar esta relação entre massa e volume do ferro, por meio de um gráfico. Devemos escolher escalas — uma para a direção vertical, marcando um certo número de gramas para cada divisão vertical no papel, e uma para a direção horizontal, indicando volumes em cm³. Podemos, agora, marcar um ponto no gráfico para cada par de valores que conhecemos.

Volume	*Massa*
1 cm³	7,5 gramas
2 cm³	15 gramas
3 cm³	22,5 gramas.

O gráfico é a reta mostrada na Fig. 4 — 1. Nêle estão marcados dois valores de V e os correspondentes valores de M. Você pode ver, pelos triângulos semelhantes, que a relação M/V é a mesma em ambos os casos. Um gráfico como êste evidencia o significado da equação $M = kV$. Diz-se que êle representa esta equação. Tôdas as proporções diretas são representadas por gráficos retilíneos, como o que acabamos de traçar. Retas distintas ou escalas verticais diversas correspondem a valores diferentes da constante de proporcionalidade k.



4 — 1. Representação gráfica de uma proporção direta. Se a massa de 1 cm³ de ferro fôsse menor, teria o gráfico maior inclinação? ou menor?

Variação com a segunda e terceira potências; figuras semelhantes

Ocorre outro tipo de relação quando uma grandeza varia com o quadrado de outra. Por exemplo, a área A de um quadrado de lado L é igual a L^2.

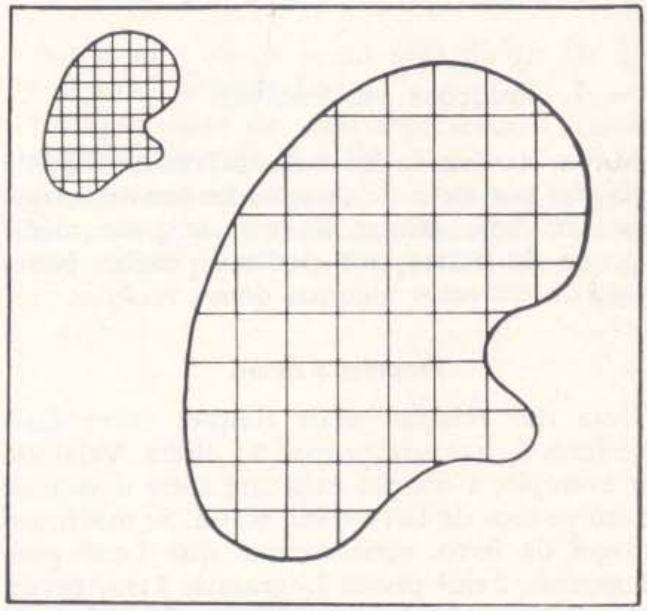
$$A = L^2 \qquad (k = 1).$$

Se L é medido em metros, a área A será expressa em metros quadrados (m²). Também, a área A de um círculo de raio R é dada por

$$A = \pi R^2 \qquad (k = \pi).$$

Ambas as equações mostram que uma grandeza, uma área, varia com o quadrado de outra, um comprimento.

Todos os círculos são figuras semelhantes: todos têm a mesma forma. Êles são apenas cópias ampliadas ou reduzidas, uns de outros. Todos os quadrados são, também, figuras semelhantes. Não são estas, entretanto, as únicas figuras semelhantes. De todos os tipos de figuras podem ser feitas cópias ampliadas ou reduzidas. As duas estranhas áreas na Fig. 4 — 2 são semelhantes. Uma foi feita pela ampliação da outra, até triplicar cada dimensão linear. Você pode comprovar esta afirmação verificando que os lados de cada quadrado na área maior são exatamente três vêzes o seu valor na menor. Isto significa que cada quadrado na área maior tem exatamente nove vêzes a área do quadrado pequeno correspondente. A área total da figura grande é, pois, nove vêzes maior que a da figura menor.



4 — 2. Estas duas figuras são semelhantes; cada dimensão linear da figura maior é o mesmo múltiplo da dimensão correspondente na menor. Neste caso, as dimensões da figura maior são três vêzes as da menor. Você pode comprová-lo medindo os quadrados correspondentes.

De modo análogo ao caso de círculos e quadrados, as áreas de figuras semelhantes quaisquer, "aumentam com" (variam com) o quadrado de uma dimensão linear. Quando a dimensão linear é multiplicada por 3, a área o é por 9. De modo geral, então, para figuras semelhantes:

$$A \propto L^2.$$

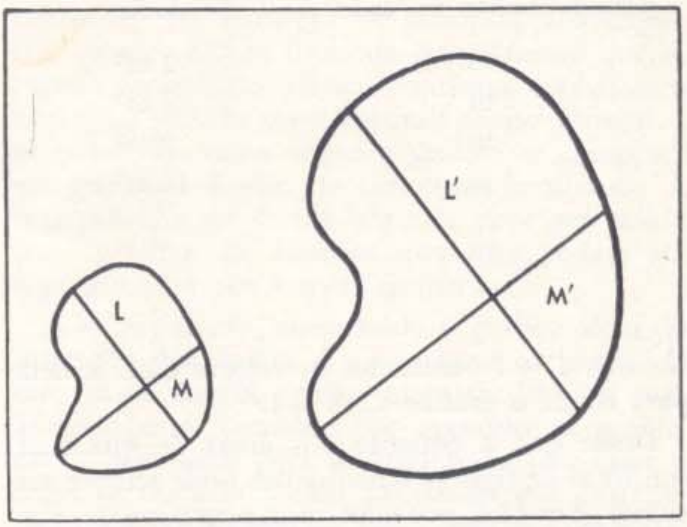
Observe que não importa que medida linear você toma para L, desde que use a medida correspondente para tôdas as figuras semelhantes que estiver comparando. Por exemplo, para um quadrado, você tanto pode usar a diagonal como o lado. Quando o lado de um quadrado é n vêzes maior que o de outro, as diagonais estão na mesma razão, e a área do primeiro quadrado é n^2 vêzes maior que a do segundo. O mesmo se aplica a comprimentos correspondentes em duas figuras semelhantes quaisquer (Veja Fig. 4 — 3).

Algumas figuras que têm o mesmo nome podem *não* ser semelhantes. Nem *todos* os retângulos, por exemplo, são semelhantes. Podemos ter dois retângulos de mesma base b, mas de diferentes alturas h. A área é dada pelo produto das duas dimensões lineares: $A = bh$. Ainda que tais exemplos sejam diferentes dos de figuras semelhantes, êles têm em comum o fato de que a área é sempre medida em unidades do quadrado de um comprimento. Se usamos o metro como unidade de medida de todos os comprimentos, as áreas serão especificadas em têrmos de número de metros quadrados.

Assim como tôdas as áreas são o produto de dois comprimentos, todos os volumes são o produto de três dimensões lineares. Precisamos distinguir, novamente, entre sólidos, como cilindros, que podem ter a mesma base, e alturas diferentes, e conjuntos de sólidos semelhantes, como esferas ou cubos, nos quais cada dimensão linear é ampliada ou reduzida pelo mesmo fator. Para sólidos semelhantes, quando as dimensões lineares são multiplicadas pelo fator n, os volumes são multiplicados pelo fator n^3, um n para cada dimensão linear. Por exemplo, o volume de uma esfera é

$$V = \frac{4\pi}{3} R^3,$$

onde R é seu raio. Então, uma esfera de raio $R' = n\,R$ tem um volume



4 — 3. Como estas duas figuras são semelhantes, a razão de suas áreas é igual à dos quadrados de duas dimensões correspondentes *quaisquer*. Neste caso, como L' é o dôbro de L (M' também é duas vêzes M), a área da figura maior é quatro vêzes a da menor.

$$V' = \frac{4\pi}{3} (R')^3$$

$$= \frac{4\pi}{3} n^3 R^3$$

$$= n^3 V.$$

Êste é apenas um exemplo particular da regra geral: a razão entre os volumes de sólidos semelhantes é o cubo da razão de suas dimensões lineares. Comprove-o você mesmo para cubos ou para alguns sólidos diferentes construídos por você. Um bom modo é fazer o sólido com blocos ou tijolinhos, e achar, então, a razão entre os números de tijolos que você precisou para construir um sólido semelhante com cada dimensão linear duplicada. Você constatará que usou oito vêzes — isto é, 2^3 — o número original de tijolos.

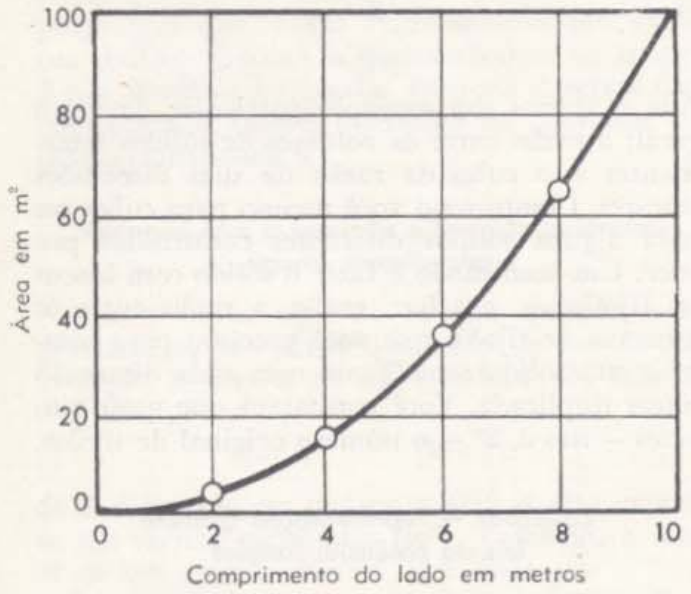
Equações — representação gráfica; leis de potência; funções

Para figuras semelhantes particulares, como quadrados ou círculos, podemos fazer mais do que mostrar a proporcionalidade entre a área e a dimensão linear: $A \propto L^2$. Podemos escrever equações incluindo a constante de proporcionalidade: $A = L^2$ para o quadrado, e $A = \pi R^2$ para o círculo. Da mesma forma como representamos a equação $M = kV$ por um gráfico, podemos fazê-lo com estas equações. Mostra-se na tabela a relação entre o comprimento do lado e a área, para um quadrado.

Comprimento do lado	Área
1 m	1 m²
2 m	4 m²
3 m	9 m²
4 m	16 m²
.	.
.	.
.	.

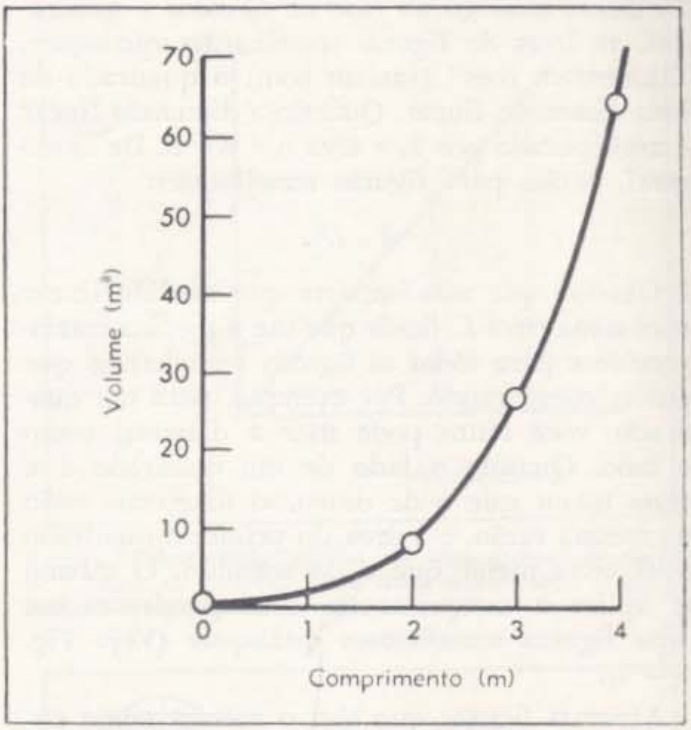
Na Fig. 4 – 4 utilizamos os valores desta tabela para traçar o gráfico de $A = L^2$.

Desde que a equação das áreas de qualquer conjunto de figuras semelhantes pode sempre ser escrita $A = kL^2$, podemos usar o gráfico da Fig. 4 – 4 para a relação entre a área e a dimensão linear para qualquer de tais conjuntos. A única coisa a fazer é modificar a escala vertical para levar em conta os diferentes valores de k. Por exemplo, desde que $A = \pi R^2$ para o círculo, podemos ler o raio na escala horizontal e a área na vertical, multiplicando cada leitura vertical por π.



4 – 4. Representação gráfica da área de um quadrado em função do comprimento do lado. Como pode você usar êste gráfico para determinar a área de um quadrado, conhecendo o comprimento do lado? Como o utilizaria para determinar o comprimento do lado, conhecendo a área?

Podemos fazer o mesmo tipo de representação gráfica para os volumes de figuras semelhantes. A tabela mostra alguns valores da relação para o volume do cubo, $V = L^3$.



4 – 5. Representação gráfica do volume de um cubo em função do comprimento de sua aresta.

Comprimento da aresta	Volume
1 m	1 m³
2 m	8 m³
3 m	27 m³
.	.
.	.
.	.

Representamos gràficamente êstes valores na Fig. 4 – 5. Novamente podemos usar esta figura para todos os conjuntos de valores semelhantes, ajustando a escala vertical para o valor de k em $V = kL^3$. Por exemplo, se lemos o raio de uma esfera na escala horizontal, o volume é $\frac{4\pi}{3}$ vêzes o número correspondente na escala vertical.

Aparecem freqüentemente em física relações nas quais uma grandeza é proporcional a uma potência, como o quadrado, cubo, etc., de outra. Elas são chamadas leis de potências. Além das leis de primeira, segunda e terceira potências, tais como $M = kV$, $A = kL^2$, $V = kL^3$, que aqui discutimos, encontramos, também, leis de potências inversas tal como $I = k/L^2$ – a intensidade luminosa é inversamente proporcional ao quadrado da distância à fonte de luz. Discutire-

mos a relação do inverso do quadrado da Seção 4-3.

Sempre que dispomos de uma relação entre os valores de uma grandeza em têrmos dos valores de outra, temos o que se chama uma *função matemática*. A área de um quadrado é uma *função* do comprimento de seu lado, e o volume de uma esfera é uma *função* de seu raio.

A idéia de relação funcional é muito geral. Por exemplo, o tempo pressumível de chegada de um trem a qualquer estação ao longo de um percurso é uma função da posição da estação ao longo do caminho. Uma tabela de horários de uma estrada de ferro representa um conjunto de tais funções para vários trens e percursos. Equações, tabelas, e gráficos, como vimos, são todos meios úteis de representar funções matemáticas. Os matemáticos estenderam as idéias de função e relação para muito além do que aqui indicamos. Se você está interessado, veja algumas das referências no fim do capítulo.

4 — 2. Interpolação e extrapolação

Suponha que medimos os volumes e os correspondentes raios de um certo número de esferas, e representamos gràficamente os resultados (volume em função do raio). Pelas medidas realizadas, temos certeza das posições de um certo número de pontos do gráfico, um para cada esfera. Traçando, então, uma linha contínua por êstes pontos, obtemos uma curva por meio da qual podemos encontrar o volume de uma esfera de raio qualquer — não sòmente para os valores dos raios que medimos. O processo de encontrar, por meio dêste gráfico, novos valores situados entre os medidos, é chamado *interpolação*. Tal processo tem significado, e é útil quando existem boas razões para crer que a curva é válida para valores situados entre os medidos. Obtém-se, pois, uma informação que não é disponível imediatamente a partir das medidas feitas.

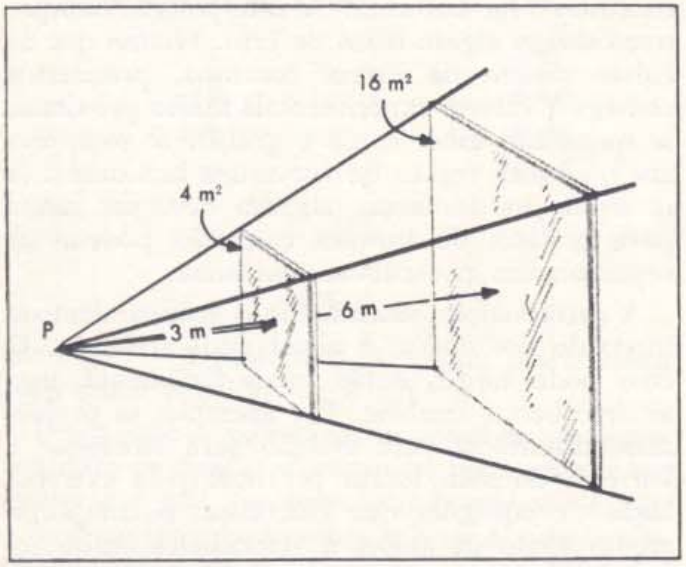
No exemplo da relação entre os volumes e os raios de esferas, sabemos pela equação $V = \frac{4\pi}{3} R^3$ que o volume varia de modo contínuo com o raio. É, pois, razoável admitir uma curva contínua passando por alguns pontos computados ou medidos. Quando, entretanto, não se conhece nenhuma fórmula, ficamos na dependência sòmente de medidas experimentais. O traçado de uma curva contínua expressa, então, nossa crença de que as coisas variam de modo contínuo na natureza. A interpolação sempre traz consigo algum disco de êrro. Mesmo que as coisas variem de forma contínua, precisamos conseguir valores experimentais muito próximos, se quisermos saber como o gráfico se comporta em qualquer região de curvatura acentuada. A interpolação de forma alguma deve ser usada para gráficos de funções que não podem ser representadas por curvas contínuas.

A *extrapolação*, estendendo o gráfico além do intervalo dos dados, é ainda mais arriscada. O êrro pode surgir, então, mais fàcilmente, mas as descobertas também. Por exemplo, os problemas enfrentados pela aviação para atravessar a barreira do som foram previstos pela extrapolação de equações que descrevem o comportamento exato de aviões a velocidades muito inferiores à do som. A extrapolação do comportamento de gases a temperaturas ordinárias, leva à idéia da mais baixa temperatura possível, o zero absoluto, mas para objetos se deslocando com velocidade próxima à da luz, a extrapolação a partir da experiência comum, conduz a absurdos.

Em nossos exemplos dos volumes de uma série de esferas e das áreas dos quadrados, a extrapolação seria tão segura quanto a interpolação, pois conhecemos as equações válidas, na geometria de Euclides, para esferas ou quadrados de qualquer tamanho, por grandes que sejam. Entretanto, o físico deve admitir que não tem prova segura da validade da geometria euclideana além das distâncias às galáxias. Efetivamente, os físicos teóricos propuseram mudar as leis de Euclides, quando estão envolvidas distâncias muito grandes. Do ponto de vista da física, a geometria do espaço é assunto para experimentação. A geometria euclideana pode não ser uma descrição precisa de nossas medidas se as formas que estudamos têm tamanhos que diferem de muitas ordens de grandeza. Não mudaremos, naturalmente, nossa descrição, a não ser que ela nos deixe em dificuldades. Neste curso, a geometria de Euclides servir-nos-á suficientemente.

4 — 3. A relação do inverso do quadrado

Olhe para uma fileira de luzes de rua que se estendem de onde você está, à distância. As lâmpadas são tôdas iguais — isto é, tôdas fornecem a mesma quantidade de luz por segundo — mas quanto mais perto cada uma estiver de você, tanto mais intensa parecerá. Se a luz se espalha igualmente em tôdas as direções (o que



4 — 6. A relação do inverso do quadrado. A luz procedente de um ponto *(P)* se irradia em tôdas as direções. Como a luz se difunde, cobrindo uma área quatro vêzes maior para cada duplicação da distância, segue-se que sua intensidade se reduz a ¼. Logo, quando a distância é duplicada, a intensidade é reduzida a ¼, ou, a intensidade é inversamente proporcional ao quadrado da distância.

é aproximadamente verdadeiro para uma luz de rua, uma estrêla, e muitas outras fontes), isto pode ser representado como indica a Fig. 4 — 6. Consideramos aqui apenas uma parte da luz afastando-se do ponto *P*, através de uma espécie de "pirâmide". À medida que aumenta a distância à fonte, a luz se distribui por uma área maior, e parece menos intensa. Isto sugere que a intensidade da luz é inversamente proporcional à área sôbre a qual incide.

$$I \propto \frac{1}{A},$$

onde I representa a intensidade, e A, a área. Admitamos, por enquanto, que esta relação é válida para a luz. Você estudará, mais tarde, experimentalmente, as intensidades luminosas.

Cada lado dos quadrados na Fig. 4 — 6, tem um comprimento proporcional à sua distância a *P*. Portanto, a área de cada quadrado é proporcional ao quadrado desta distância. Se chamamos a distância de d, isto pode ser expresso por

$$A \propto d^2.$$

Combinando esta relação com $I \propto \frac{1}{A}$, encontramos

$$I \propto \frac{1}{d^2}.$$

Esta é a relação do inverso do quadrado que, para a luz, diz que a intensidade é inversamente proporcional ao quadrado da distância à fonte.

Em detalhe você pode ver que $I \propto \frac{1}{d^2}$ lembrando que

$$I \propto \frac{1}{A}$$

significa que $$\frac{I'}{I} = \frac{A}{A'} \qquad (1)$$

e que $$A \propto d^2$$

significa que $$\frac{A}{A'} = \frac{d^2}{(d')^2}. \qquad (2)$$

Então, combinando (1) e (2), tem-se:

$$\frac{I'}{I} = \frac{d^2}{(d')^2}. \qquad (3)$$

Que é igual a

$$I \propto \frac{1}{d^2}.$$

Observe que a relação (3) é válida para uma fonte única às distâncias d' e d. Ela é válida, também, para duas fontes idênticas, uma à distância d', e a outra à distância d. Por exemplo, suponha que temos duas lâmpadas de rua, que indicamos por 1 e 2, a distâncias diferentes d_1 e d_2 de uma parede branca, por elas iluminada. Suas intensidades na parede estão, pois, na razão

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{d_2^2}{d_1^2}.$$

Esta relação permite-nos avaliar a que distância se encontra uma lâmpada, se temos outra igual a uma distância conhecida. Por exemplo, suponha que verificamos que uma lâmpada a 10 metros (d_1) dá uma intensidade 16 vêzes maior que a fornecida por outra lâmpada idêntica situada a uma distância desconhecida d_2. (As células fotoelétricas, os fotômetros de câmaras fotográficas, e as chapas fotográficas, podem proporcionar medidas precisas de intensidade relativa. O mesmo pode fazer o ôlho, com a ajuda de um anteparo especial sôbre o qual são feitas comparações). Como podemos encontrar d_2? Sabemos que I_1/I_2 é igual a 16, e que d_1 mede 10 metros.

$$16 = \frac{I_1}{I_2} = \frac{d_2^2}{(10 \text{ metros})^2}.$$

Resolvendo para d_2, temos

$$d_2 = \sqrt{16 \times (10 \text{ metros})^2} = 4 \times 10 \text{ metros}$$
$$= 40 \text{ metros.}$$

Êste método é justamente o que nos dá conhecimento da distância das estrêlas remotas, cuja distância de nós é demasiadamente grande para ser medida pelos métodos geométricos que empregam o diâmetro da órbita terrestre como linha de base. A medida é feita pela comparação da intensidade da imagem esmaecida de uma estrêla longínqua dada por uma chapa fotográfica com a intensidade de uma estrêla próxima que pareça emitir a mesma quantidade de luz. A medida é, quando muito, aproximada, porque não esperamos sejam as duas estrêlas, realmente, fontes de luz igualmente intensas. Por êste caminho precário, entretanto, podemos ir muito além das possibilidades dos métodos de triangulação, e, pelo menos, determinar a ordem de grandeza da distância a estrêlas remotas.

Podemos ver como funciona a relação do inverso do quadrado, medindo a distância a uma estrêla próxima usando esta relação, e comparando nosso resultado com a distância medida geomètricamente. Existe uma estrêla apropriada para êste fim, a α do Centauro A. A julgar pela sua côr e massa calculada, esta estrêla é muito semelhante ao Sol. Mas a intensidade de iluminação aqui na Terra é 10^{11} vêzes maior para o Sol que para a α do Centauro A. Pela relação do inverso do quadrado, ficamos sabendo que a α do Centauro A deve estar aproximadamente $\sqrt{10^{11}} = 3 \times 10^5$ vêzes mais afastada de nós que o Sol. O Sol está a $1{,}5 \times 10^{11}$ m da Terra, de modo que a estrêla em questão deve estar a cêrca de $4{,}5 \times 10^{16}$ m de nós. E isto é quase exatamente, também, o que uma medida geométrica fornece. Neste caso, a relação do inverso do quadrado se revela como um método de medir distâncias. Quando aplicamos a relação do inverso do quadrado para medir distâncias a estrêlas ainda mais afastadas, nossa confiança é fortalecida porque os resultados concordam com os de outros métodos indiretos de medida.

Pudemos encontrar a distância a uma estrêla por dois métodos, mas temos poucas esperanças de determinar seu tamanho geomètricamente. O ângulo subentendido a partir de nosso ôlho é pequeno demais para ser medido visualmente, ou mesmo com os melhores instrumentos. Se a estrêla é de tamanho igual ao do Sol, êste ângulo é aproximadamente o mesmo que uma moeda de 10 centavos subentenderia a uma distância de 300 km. Esta é mais ou menos a distância de São Paulo ao Rio. Não é estranhável que os tamanhos das estrêlas não possam ser medidos diretamente, mesmo com o auxílio dos maiores telescópios.

A relação do inverso do quadrado deu-nos um nôvo e poderoso meio de medir grandes distâncias. Muitas outras relações matemáticas podem ser aproveitadas em física para nos informar sôbre coisas do mundo físico. Tais relações, muitas vêzes, não parecem estar estreitamente ligadas às experiências que forneceram a relação primitiva. Introduzimos aqui a relação do inverso do quadrado para ilustrar o uso de tais relações em física, e não para discutir a natureza da luz. A luz será nosso tópico, mais tarde.

Devemos compreender, entretanto, que o método do inverso do quadrado para medir distâncias tem suas limitações. A relação do inverso do quadrado não se aplicará, certamente, se há algo entre o ôlho e a fonte que faça a luz desviar de um percurso retilíneo ou que a absorva em parte. Òbviamente, um nevoeiro reduziria a intensidade de uma lâmpada distante, e perturbaria qualquer cálculo baseado na lei do inverso do quadrado. Deve ser atribuído, também, um significado definido à distância entre o ôlho e a fonte. Isto parece óbvio — e o é, se pensamos numa lâmpada de rua na quadra próxima. Medimos de onde nós estamos a um ponto qualquer na lâmpada. Desde que a lâmpada está muito afastada, tôdas estas medidas dão, essencialmente, a mesma distância d. Você pode ver, desta forma, que a relação do inverso do quadrado será verdadeira se as dimensões físicas da fonte de luz são pequenas (digamos, menor que 5 por cento), comparadas com a distância entre o ôlho e a fonte. A relação do inverso do quadrado descreve muitas situações na natureza onde algo — luz, partículas, ou linhas de fôrça elétricas — irradia a partir de um ponto, em linhas retas, uniformemente, em tôdas as direções. Muitas verificações experimentais desta lei, para a luz e outros efeitos, provaram sua veracidade, e confirmaram as deduções feitas pela geometria.

4 — 4. Escalas — A física de Lilliput

O viajante imaginário Lemuel Gulliver passou uns tempos agitados em um reino chamado Lilliput, onde tôdas as coisas vivas — homens, gado, árvores, grama — eram exatamente semelhantes às de nosso mundo, exceto pelo fato de serem formados na escala de uma polegada para um pé. Os lilliputianos tinham pouco menos de 15 centímetros de altura, em média, e eram constituídos proporcionalmente tal como nós. Gulliver visitou também Brobdingnag, o país dos gigantes, que eram exatamente como os homens, mas doze vêzes mais altos. Da forma como Swift a descreveu, a vida diária em ambos os reinos era equiparável à nossa (no século dezoito). Vale a pena, ainda, ler seu comentário sôbre o comportamento humano, mas, veremos, que pessoas de tais tamanhos não poderiam ter sido como êle as descreveu.

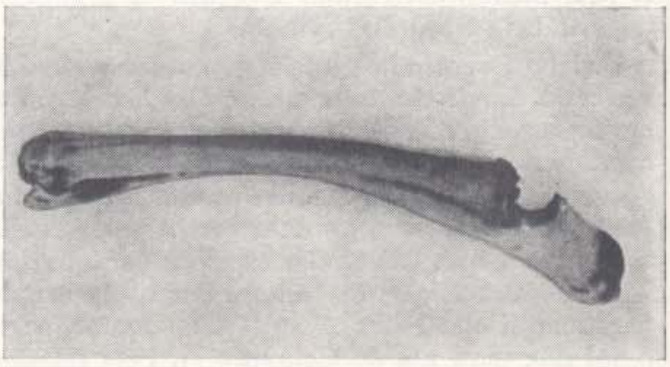
Muito antes da existência de Swift, Galileu compreendeu porque os modelos muito pequenos ou muito grandes de homens não poderiam ser como nós, mas, aparentemente, Dean Swift nunca leu o que Galileu escreveu. Um personagem de Galileu em "Two New Sciences" diz: "Agora, desde que, ... em geometria, ... o simples tamanho não caracteriza nenhuma figura, não vejo porque as propriedades dos círculos, triângulos, cilindros, cones, e outras figuras sólidas, mudarão com seu tamanho...". Mas seu amigo físico replica: "A opinião comum está, neste caso, absolutamente errada". Vejamos porquê.

Começamos com a resistência de uma corda. É fácil verificar que se um homem que puxa com uma dada fôrça, quase pode romper uma certa corda, duas de tais cordas resistirão exatamente ao esfôrço de dois homens. Uma só corda grande, de seção transversal de mesma área total que a das duas cordas menores combinadas, conterá exatamente o dôbro de número de fibras de uma das cordas pequenas, e agirá como as duas. Em outras palavras, a resistência ao rompimento de um arame ou uma corda é proporcional à área de sua seção transversal, ou ao quadrado de seu diâmetro. A experiência e a teoria concordam nesta conclusão. Ainda mais, a mesma relação é válida, não sòmente para cordas ou cabos suportando uma tração, mas, também, para colunas ou estruturas suportando uma compressão. A compressão que uma coluna suportará, comparando apenas as de um dado material, é, também, proporcional à área da seção transversal da coluna.

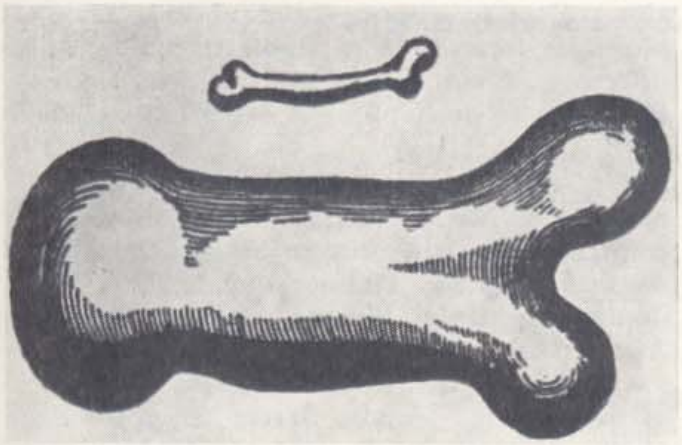
O corpo humano ou o de um animal é mantido ereto por um conjunto de colunas ou estruturas — o esqueleto — sustentado pelas várias ligações e amarras, que são os músculos e tendões. Mas o pêso do corpo que deve ser sustentado é proporcional ao total de carne e ossos presentes, isto é, ao volume.

Comparemos, então, Gulliver com o gigante de Brobdingnagian, doze vêzes mais alto. Desde que o gigante é exatamente igual a Gulliver em constituição, cada uma de suas dimensões lineares é doze vêzes maior que a correspondente de Gulliver. Como a resistência de suas colunas e

4 — 7(a). Os ossos da pata dianteira de um bisão e de uma gazela. Os animais são aparentados, mas a gazela é muito menor. As fotografias mostram os tamanhos relativos aproximados dos ossos.



4 — 7(b). O osso da pata de uma gazela aumentado até um comprimento igual ao do osso de bisão. Observe que o osso do animal maior é muito mais grosso, comparado com seu comprimento, que o da gazela. Os cervos pequenos têm geralmente uma constituição mais leve e graciosa. Pode você imaginar quanto um lilliputiano seria diferente dos homens de tamanho normal?



4 — 8. Desenho de Galileu como exemplo de escala. Há mais de 300 anos, Galileu escreveu sôbre o fato de que um ôsso de comprimento maior deve aumentar em grossura em maior proporção, de modo a ser comparàvelmente resistente. O osso grande nesta ilustração de seu livro tem aproximadamente três vêzes o comprimento do menor, e é quase nove vêzes mais grosso. Na realidade, esta antiga ilustração está errada. O osso maior deveria ser apenas 5,2 vêzes mais grosso. Você concorda? Por quê?

ligações é proporcional à área de sua seção transversal e, conseqüentemente, ao quadrado de suas dimensões lineares (resistência $\alpha\ L^2$), seus ossos serão 12^2 ou 144 vêzes tão fortes quanto os de Gulliver. Sendo seu pêso proporcional a seu volume, e, portanto, a L^3, será 12^3 ou 1728 vêzes maior que o de Gulliver. Assim, o gigante terá uma razão entre a fôrça e o pêso, doze vêzes menor que a nossa. Só para sustentar seu próprio pêso, êle teria tanta dificuldade quanto nós para carregar onze homens às nossas costas.

Na realidade, Lilliput e Brobdingnag, é claro, não existem. Mas podemos ver efeitos reais de uma diferença de escala, comparando animais semelhantes de tamanhos muito diversos. Os menores não são modelos, em escala, dos maiores. A Fig. 4 — 7, mostra os ossos correspondentes da pata de dois animais estreitamente relacionados, da família dos cervídeos: um dêles, uma pequena gazela, e o outro, um bisão. Observe que o osso do animal grande não é, de modo algum, geomètricamente semelhante ao do menor. Êle é muito mais grosso em relação ao seu comprimento, contrabalançando, desta forma, a mudança de escala, que tornaria fraco demais um osso estritamente semelhante.

Galileu escreveu muito claramente sôbre êste ponto, refutando a possibilidade da existência de Brobdingnag, ou de quaisquer gigantes de aparência normal: "... se alguém quer manter em um gigante a mesma proporção de membros encontrada num homem comum, deve, ou usar um material mais sólido e forte para formar os ossos, ou admitir uma diminuição de resistência em comparação com a de homens de estatura média; pois, se sua altura tiver sido aumentada desordenadamente, êle cairá e será esmagado sob a ação de seu próprio pêso. Pelo contrário, se o tamanho de um corpo fôr diminuído, sua resistência não será reduzida na mesma proporção; na verdade, quanto menor o corpo, tanto maior sua resistência relativa. Assim, um cachorrinho poderá provàvelmente carregar às costas dois ou três cachorros de seu próprio tamanho; acredito, porém, que um cavalo não poderia suportar mesmo um de seu próprio tamanho". O esbôço da Fig. 4 — 8 é de Galileu, que o desenhou para ilustrar o parágrafo citado.

Já um elefante é tão grande que seus membros são irregularmente grossos. Uma baleia, entretanto, o maior de todos os animais, pode pesar quarenta vêzes mais que um elefante: no entanto, os ossos da baleia não são proporcionalmente grossos. Êles são suficientemente fortes porque a baleia é sustentada pela água. Que acontece com uma baleia encalhada na praia? Suas costelas se partem. Alguns dos dinossauros da antiguidade eram animais do tamanho de baleias; como decorria *sua* vida?

Seguindo Galileu, investigamos os problemas de ampliar em escala até o gigantesco. Olhemos, agora, para alguns dos problemas que surgem quando reduzimos a escala.

Quando você sai completamente molhado de uma piscina, existe uma fina película de água sôbre sua pele. Seus dedos não estão menos molhados que seu antebraço; a espessura da película de água é aproximadamente igual na maior parte de seu corpo. A grosso modo pelo menos, a quantidade de água que você traz da piscina é proporcional à área da superfície de seu corpo. Você pode expressar isto pela relação

$$\text{quantidade de água } \alpha\ L^2,$$

onde L é sua altura. A carga original sôbre sua estrutura é, como antes, proporcional a seu volume. Assim, a razão *carga extra/carga original* é proporcional a L^2/L^3, ou a $1/L$. Você talvez traga da piscina água suficiente para encher um copo ou coisa semelhante, o que representa um aumento de aproximadamente 1 por cento, no que você deve movimentar. Mas um Lilliputiano traria mais ou menos 12 por cento de seu pêso, o que seria equivalente a um pesado traje de inverno com um sobretudo. Sair da piscina não seria brincadeira! Se uma môsca se molha, o pêso de seu corpo duplica, e ela se torna prisioneira da gôta de água.

Existe ainda um efeito mais importante da escala de um corpo vivo. Seu corpo desprende calor principalmente através da pele (e um pouco pela expiração de ar quente). É fácil acreditar — e pode ser verificado experimentalmente — que o calor desprendido é proporcional à área da superfície, e assim

$$\text{calor desprendido} \propto L^2,$$

mantendo constantes outros fatôres, como a temperatura, natureza da pele, e assim por diante. O alimento ingerido deve suprir êste calor, bem como a energia suplementar que dispendemos em nosso movimento. Assim, a necessidade mínima de alimento é proporcional a L^2. Se um homem como Gulliver pode viver por um dia ou dois comendo uma perna de cordeiro e um naco de pão, um Lilliputiano, de mesma temperatura corporal, necessitará um volume de alimento apenas $\left(\frac{1}{12}\right)^2$ daquêle. Mas esta perna de cordeiro, reduzida a escala de seu mundo, seria menor em volume por um fator igual a $\left(\frac{1}{12}\right)^3$. Êle necessitaria, portanto, de doze dêstes assados e pães para sentir-se tão bem alimentado quanto Gulliver com um. Os Lilliputianos deveriam ser gente faminta, agitada, ativa, graciosa, mas fàcilmente encharcável. Você pode reconhecer estas características em muitos mamíferos pequenos, como o camundongo.

Podemos perceber porque não existem animais de sangue quente muito menores que o camundongo. Os peixes, sapos, e insetos podem ser muito menores, porque sua temperatura não excede a do meio em que vivem. De acôrdo com as leis de escala para áreas e volumes, os pequenos animais de sangue quente necessitam relativamente uma grande quantidade de alimento; os realmente pequenos não poderiam conseguir ou mesmo digerir esta enorme quantidade. A agricultura dos Lilliputianos, certamente não poderia ter mantido um reino como o descrito por Gulliver.

Vemos, pois, que nem Brobdingnag nem Lilliput podem ser, realmente, um modêlo em escala de nosso mundo. Mas que têm estas conclusões a ver com a física?

Voltemos ao muito grande. À medida que ampliamos em escala um sistema qualquer, a carga se torna eventualmente maior que a resistência da estrutura. Êste efeito se aplica a todo sistema físico, e não apenas a animais, é claro. Os edifícios podem ser enormes, porque seus materiais são mais fortes que os ossos, suas formas são diferentes, e êles não se movem. Êstes fatos determinam as constantes tais como K na equação

$$\text{resistência} = KL^2,$$

mas são válidas as mesmas leis. Não pode ser construído um edifício com o aspecto do Banco do Estado de São Paulo e que tenha a altura de uma montanha, digamos, de dez mil metros. As montanhas são estruturas sólidas, na maioria das vêzes, sem cavidades interiores. Assim como os ossos de um gigante devem ser grossos, um objeto do tamanho de uma montanha sôbre a Terra deve ser maciço, ou, então, ser construído com novos materiais até agora desconhecidos.

Nossos argumentos não estão restritos à superfície da Terra. Podemos imaginar a construção de uma estrutura imensa, muito longe no espaço, fora da atração gravitacional da Terra. A carga não é dada, então, pela atração gravitacional terrestre, mas à medida que a estrutura aumenta mais e mais, cada parte atrai, gravitacionalmente, tôdas as outras, e, logo, a parte externa da estrutura é atraída para o interior com grande fôrça. O interior, construído com materiais comuns, é esmagado, e grandes protuberâncias aparecem na superfície ou submergem. Em conseqüência, tôda estrutura grande, como um planêta, tem um formato simples, e se é suficientemente grande, a forma é próxima à de uma esfera. Qualquer outra forma será incapaz de se sustentar. Eis aí a razão essencial da tendência à forma esférica que os planêtas e o Sol apresentam. A atração da gravidade é importante para nós na Terra, mas à medida que estendemos o alcance das dimensões que estudamos, ela se torna absolutamente dominante no muito grande. Sòmente o movimento pode alterar êste resultado. As grandes massas de gás que são as nebulosas, por exemplo, variam com o tempo, e, então, se modifica a lei de que os objetos grandes devem ter forma simples.

Quando partimos de nosso tamanho para o muito pequeno, os efeitos gravitacionais deixam de ser importantes. Mas, como vimos ao investigar Lilliput, os efeitos de superfície se tornam significativos. Se nos distanciamos suficientemente no muito pequeno, as superfícies não se apresentam mais lisas, tornando-se tão rugosas a ponto de têrmos dificuldade em definir uma superfície. Outras descrições precisam ser usadas. Em todo caso, não nos surpreenderá, realmente, o fato de no domínio do átomo, o muito pequeno, fatôres escalares demonstrem que a atra-

ção dominante é de um tipo de difícil observação na experiência cotidiana.

Argumentos como êste aparecem por tôda a física. Anàlogamente às medidas de ordem de grandeza, êles são extremamente valiosos quando iniciamos o estudo de qualquer sistema físico. Freqüentemente, o melhor guia para uma análise detalhada é saber como mudará o comportamento de um sistema com as variações da escala de suas dimensões, seu movimento, e assim por diante.

Ainda mais, é através do estudo de sistemas construídos em muitas escalas não usuais que os físicos puderam descobrir relações físicas inesperadas. Ao mudar a escala, certo aspecto do mundo físico pode ser apresentado com maior ênfase, e outro pode ser reduzido ao mínimo. Dêste modo, podemos descobrir ou, pelo menos, adquirir uma visão mais clara de coisas que são menos óbvias em nossa escala normal de experiência. É principalmente por esta razão que os físicos examinam, dentro e fora de seus laboratórios, o muito grande e o muito pequeno, o lento e o rápido, o quente e o frio, e tôdas as outras circunstâncias não comuns que podem imaginar. Examinando o que acontece em tais circunstâncias, usamos instrumentos tanto para produzir condições não habituais, como para estender nossos sentidos na realização de medidas.

É difícil deixar de salientar quanto a escala do tamanho próprio do homem afeta sua maneira de encarar o mundo. Tem sido principalmente a tarefa da física tentar formar uma imagem do mundo que não dependa do modo pelo qual nós somos formados. É difícil, entretanto, livrarmo-nos das influências de nossa própria escala. Podemos construir grandes estradas e pontes, compridas e estreitas, mas elas não são essencialmente estruturas tridimensionais complexas. As maiores coisas que podemos construir que apresentam algum arredondamento, e que sejam inteiramente tridimensionais, são edifícios e grandes navios. Mas ainda falta muito para que suas dimensões lineares sejam mil vêzes maiores que as do homem.

Nem nos foi possível até agora, construir algo complexo, como um relógio ou uma válvula de rádio, em uma escala reduzida a 10^{-3} de nossa própria estatura. Neste intervalo de grandezas está fundamentada tôda nossa engenharia. A física vai muito além, exteriormente às galáxias e interiormente no núcleo do átomo. A extensão de nossa engenharia tecnológica ao muito pequeno e ao realmente gigantesco, pertence ao futuro. Usinas de energia de um e meio quilômetros de altura, ou circuitos de rádio construídos na cabeça de um alfinête, representariam novas e enormes possibilidades para a tecnologia. Êles poderão surgir, mas para o futuro previsível, a escala humana fixará a natureza física da maioria de nossos esforços.

Mesmo dentro da tecnologia atual, são importantes nossos argumentos sôbre escala. Se projetamos um objeto nôvo, grande, baseando-nos em um pequeno, estamos prevenidos que podem surgir novos efeitos, muito pequenos para serem detetados em nossa escala, e, mesmo, se tornarem os fatôres mais importantes a considerar. Não podemos apenas, às cegas, ampliar e reduzir em escala, geomètricamente; variando, entretanto, de escala à luz de raciocínio físico, podemos, às vêzes, prever as mudanças que ocorrerão. Podemos, desta maneira, empregar a mudança de escala no planejamento racional de um avião, por exemplo, e não chegar a um transporte a jato que parece uma abelha — e não voa.

PARA CASA, CLASSE E LABORATÓRIO

1. A espessura total de 500 fôlhas de um tipo especial de papel é 40 mm. Admitindo que elas têm espessura uniforme, faça um gráfico representando a espessura total em função do número de fôlhas. Determine, por meio de seu gráfico, a espessura de 200 fôlhas. De 300 fôlhas. De 600 fôlhas.

2. Um livro deve ter um total de 600 páginas.
   (a) Faça um gráfico representativo da espessura do livro em função da espessura de cada fôlha de papel (1 fôlha vale 2 páginas), presumindo que o papel é disponível em *qualquer* espessura compreendida entre ... 0,060 mm e 0,120 mm.
   (b) Na realidade, o papel só é disponível em certas espessuras específicas. Se supomos que as espessuras são múltiplos de 0,005 mm entre êstes dois limites, podemos unir os pontos de nosso gráfico por uma linha contínua? Por quê?

3. A área da superfície total de um paralelepípedo retângulo é a soma das áreas das 6 faces. Se cada dimensão de um dado paralelepípedo retângulo fôr duplicada, qual será o efeito sôbre a área da superfície total?

4. Faça cuidadosamente um gráfico da área de um quadrado em função do lado para comprimentos compreendidos entre 1 e 10. (Isto pode ser usado como uma tabela de raízes quadradas na resolução de outros problemas).

5. O volume de um cilindro é oito vêzes maior que o de outro semelhante.
   (a) Se a circunferência da base do menor vale 0,5 m, qual é a circunferência da base do cilindro maior?
   (b) Se outro cilindro, cujo volume é também oito vêzes maior, tem a mesma altura do cilindro menor, qual é o comprimento da circunferência de sua base?

6. Uma esfera metálica ôca tem parede de espessura igual a 2 cm. Se você aumenta tanto o diâmetro como a espessura desta esfera, de modo que o volume total seja três vêzes o volume total original, qual será a espessura da parede da nova esfera?

7. O alcance de uma estação de televisão é função da altura da antena. O alcance é dado pela fórmula $D = 3{,}56\sqrt{h}$, onde D é o alcance em quilômetros, e h é a altura da antena em metros.
   (a) Calcule o alcance para alturas de antena de 10 metros, 20 m, 30 m, e 50 m.
   (b) Faça um gráfico do alcance em função da altura de antena.
   (c) Pode você determinar, pelo gráfico, o alcance de uma antena cuja altura é 40 m? 70 m?
   (d) Como representaria você os dados para obter um gráfico retilíneo?

8. * Os materiais sólidos resistem à aplicação de fôrças que tentem distorcê-los. Fixe uma régua de metro em uma mesa, e pendure vários pesos conhecidos em sua extremidade. Meça o valor da deflexão em cada caso, e faça um gráfico dêstes valores em função do pêso correspondente.
   (a) Seu gráfico sugere que a deflexão é diretamente proporcional aos pesos aplicados?
   (b) É válida esta relação para pesos extremamente pequenos? Pesos extremamente grandes?

9. (a) A temperatura na qual um líquido ferve depende da pressão do ar que atua sôbre sua superfície. Faça um gráfico das pressões e das correspondentes temperaturas de ebulição da água, a partir dos dados da tabela seguinte:

(Uma atmosfera é a pressão exercida pelo ar ao nível do mar)

TEMP. (graus C)	PRESSÃO (atmosferas)	TEMP. (graus C)	PRESSÃO (atmosferas)
0	$6{,}05 \times 10^{-3}$	70	$3{,}12 \times 10^{-1}$
10	$1{,}21 \times 10^{-2}$	80	$4{,}67 \times 10^{-1}$
20	$2{,}30 \times 10^{-2}$	90	$6{,}92 \times 10^{-1}$
30	$4{,}20 \times 10^{-2}$	100	1,00
40	$7{,}30 \times 10^{-2}$	110	1,43
50	$1{,}22 \times 10^{-1}$	120	1,96
60	$1{,}97 \times 10^{-1}$	130	2,67

   (b) Observe que seu gráfico não apresenta claramente os dados correspondentes às pressões baixas. Faça um gráfico especial para temperaturas acima de 60°. Que observa?
   (c) O amido nas batatas não se converterá

na forma comestível em temperaturas inferiores a 90° C. Qual é a mais baixa pressão para a qual as batatas podem ser cozidas por fervura em panelas abertas?

10. A pressão da atmosfera decresce com o aumento de altitude. Ao nível do mar a pressão é de uma atmosfera e aproximadamente 5.500 metros, a pressão é de 0,5 atmosfera. Ela continua se reduzindo a cêrca da metade para cada aumento de 5.500 metros até à altitude de 16.000 m.
(a) Faça um gráfico da pressão P em atmosferas em função da altitude A em metros.
(b) Melhora-se esta representação traçando o gráfico de $1/P$?
(c) Qual é a pressão no tôpo do monte Everest (8.800 metros)?
(d) Qual é a pressão em atmosferas a uma altitude de 100 quilômetros?
Acredita você em sua resposta?

11. Se duas lâmpadas idênticas estão distanciadas de 60 cm, onde deveria ser colocada uma tela, entre elas, para que a intensidade de iluminação em um lado da tela seja quatro vêzes à do outro lado?

12. Coloca-se uma pequena fonte de luz entre dois anteparos brancos paralelos (A_1 e A_2). Ela está a 15 cm de A_1 e a 45 cm de A_2. Um filtro absorvente que permite a passagem de metade da luz que sôbre êle incide, é colocado entre a fonte de luz e A_2. Qual é a razão entre as intensidades da luz que incide em A_1 e A_2?

13. Um navio emite um sinal de sonar (um curto pulso de som que se irradia uniformemente em tôdas as direções). Existem dois icebergs quase idênticos nas vizinhanças. Um está a 500 m ao norte, e o outro a 800 m ao leste. Refletindo êste sinal para o navio, cada iceberg age como uma nova fonte sonora.
(a) Qual é a razão entre a intensidade do som recebido no iceberg mais próximo e a recebida no iceberg mais distante?
(b) Qual é a razão entre a intensidade do eco recebido no navio, procedente do iceberg próximo para o do distante?

14. Um bombeiro sustenta uma mangueira de alta pressão a 2,5 m do ponto central da parede de um edifício, e observa que pode molhar uma área circular de 0,5 metro quadrado da parede. Se o prédio tem 7 metros de largura, a que distância deve êle se colocar do edifício de forma a molhar tôda a sua extensão?

15. Se sua altura e tôdas suas outras dimensões fôssem duplicadas, por que fator seriam alterados?
(a) seu pêso?
(b) a capacidade dos ossos de suas pernas de sustentar seu pêso?

16. Os ossos das patas de um animal são duas vêzes mais fortes que as de outro estritamente relacionado e de forma semelhante.
(a) Que esperaria você para a razão entre as alturas dêstes animais?
(b) Que esperaria você para a razão entre seus pesos?

17. Uma coluna quadrada de 15 cm por 15 cm mal pode sustentar um cubo de 1,0 m de aresta. Que tamanho deverá ter um cubo para ser sustentado por uma coluna de 30 cm por 30 cm, feita do mesmo material?

18. Um beija-flor precisa se alimentar freqüentemente e, mesmo assim, deve ingerir um alimento sob forma altamente concentrada, tal como o açúcar. Que lhe diz o conceito de escala sôbre o tamanho de um beija-flor?

19. Segundo o jardim zoológico, um elefante de massa $4{,}0 \times 10^3$ kg consome $3{,}4 \times 10^2$ vêzes mais alimento que uma cobaia de massa 0,70 kg. Ambos são animais de sangue quente, herbívoros, e de forma semelhante. Determine a razão entre as áreas de suas superfícies, que é aproximadamente igual à razão entre seus desprendimentos de calor, e compare-a com a razão conhecida entre os alimentos consumidos.

20. Os filmes de terror apresentam, às vêzes, uma criatura parecida com uma aranha, suficientemente grande para devorar um ser humano. É possível tal criatura? Por quê?

21. Suspende-se uma esfera de ferro por um arame de 0,1 cm de diâmetro, que tem resistência justamente suficiente para sustentá-la. Qual deve ser o diâmetro do arame necessário para sustentar uma esfera semelhante de ferro de
(a) cinco vêzes o volume original?
(b) cinco vêzes o diâmetro original?

22. Um tanque retangular de água é sustentado acima do chão por quatro pilares de 5 metros de comprimento, cujos diâmetros medem 20 cm. Se o tanque fôsse dez vêzes mais comprido, largo, e profundo, que diâmetro seria necessário para os pilares? Quanta água a mais conteria o tanque?

LEITURA COMPLEMENTAR

BOCK, KEES, *Cosmic View: The Universe in 40 Jumps.* Day, 1957. Exemplos de mudanças de escala desde os átomos às galáxias.

HALDANE, J. B. S., "On Being the Right Size". *"World of Mathematics,* Vol. II, editado por James R. Newman. Simon & Schuster, 1956.

LEE, OLIVER J., *Measuring Our Universe.* Ronald Press, 1950. Como os físicos e os astrônomos medem distâncias dentro do átomo e no espaço exterior.

"Sets, Relations, and Functions". *Report of the Commission on Mathematics (Appendices),* College Entrance Examination Board, New York (págs. 8-17).

SMITH, CYRIL S., "The Shape of Things". *Scientific American,* Janeiro, 1954 (pág. 58).

THOMPSON, D'ARCY W., "On Magnitude". *World of Mathematics,* Vol. II, já citado.

MOVIMENTO AO LONGO DE UMA TRAJETÓRIA

CAPÍTULO 5

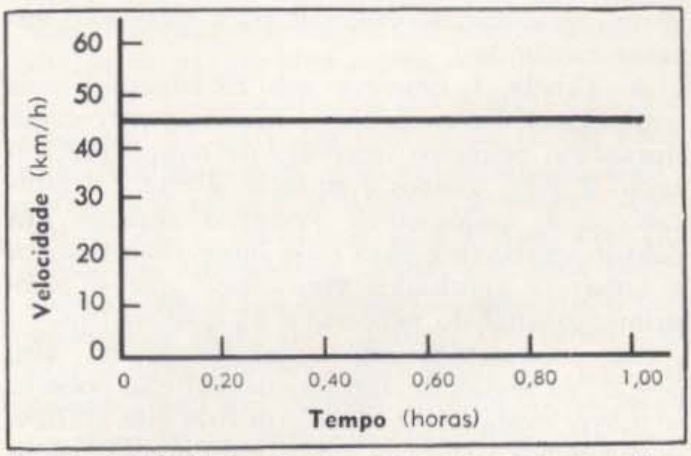
Um trem de carga vai pela via a 40 quilômetros por hora. Por uma curva, situada a um quilômetro atrás, surge um expresso, sôbre a mesma via, a 70 quilômetros por hora. O maquinista do expresso aciona fortemente os freios. Sob a ação dos breques, o trem ainda percorre dois quilômetros. Haverá colisão? O que devemos fazer, neste caso, é prever onde estarão os dois trens nos instantes subseqüentes, e, em particular, determinar se êles estarão no mesmo lugar, em algum instante. De um modo mais geral, estamos procurando as relações existentes entre velocidades *, posições, e tempos.

O objeto geral de tais relações é chamado *cinemática*. Estudando cinemática, não nos preocupamos com questões como: "Por que necessita o trem expresso de dois quilômetros para parar?" Para responder a tal pergunta precisaríamos estudar detalhadamente como os breques diminuem a velocidade do trem. Questões como esta serão consideradas na Parte III, em Mecânica. Neste caso, consideramos apenas a descrição do movimento. Começaremos com a discussão de movimento ao longo de uma dada trajetória, sem considerar a posição e a direção da trajetória no espaço. No próximo capítulo, então, estenderemos a discussão para descrever a trajetória.

Nestes dois capítulos, utilizaremos nossa possibilidade de medir tempo e distância, pois todo movimento é a variação de distância no decorrer do tempo. Em geral não pensamos conscientemente nas medidas de tempo e distância, mas sem elas estaríamos, na realidade, dizendo palavras sem significado.

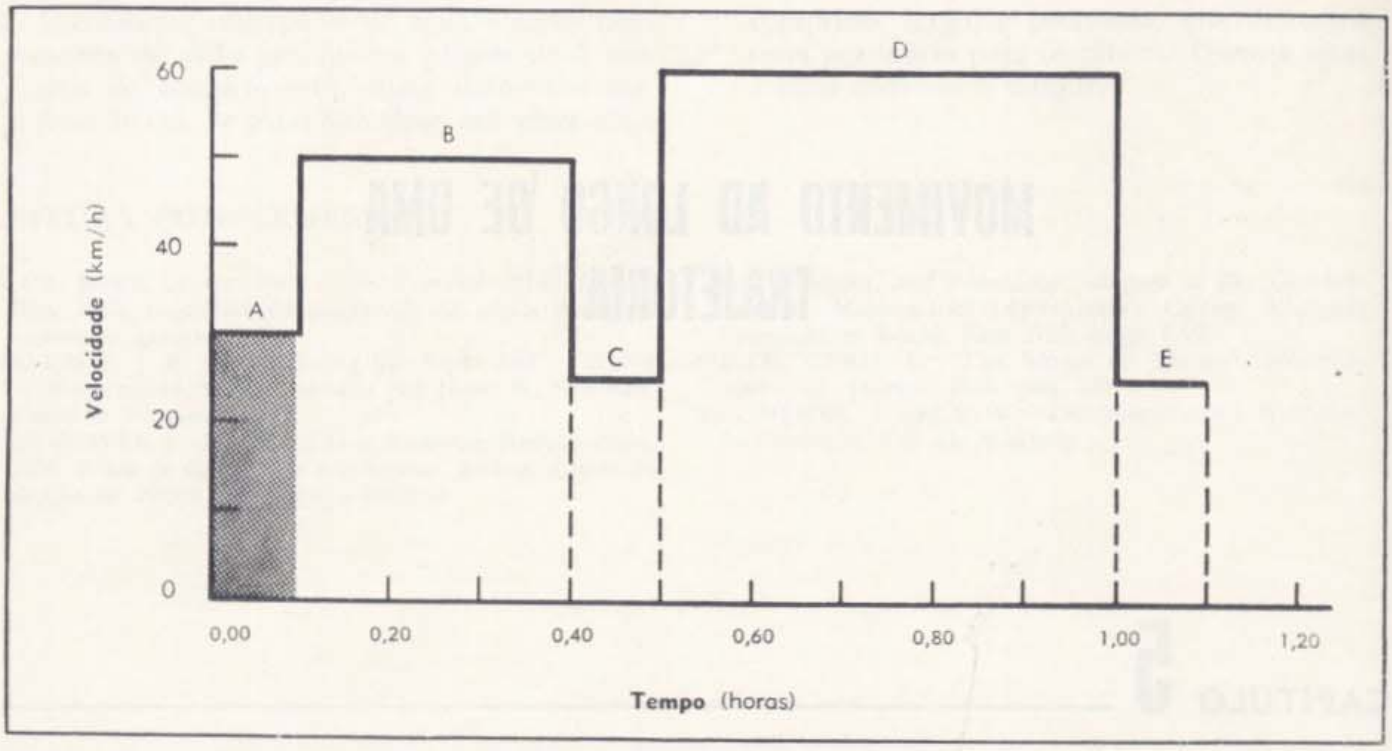
5 — 1. Velocidade e distância

Para um corpo que se move com velocidade constante, a relação entre tempo, velocidade e distância, é expressa de forma simples. Se representamos por d o comprimento do percurso, por



5 — 1. A velocidade de um carro que se move uniformemente pode ser representada gràficamente por uma reta horizontal.

* Nota dos tradutores: Daqui por diante, designaremos por "velocidade" o que os autores chamam de "velocidade escalar", "velocidade algébrica", ou "rapidez".



5 — 2. O movimento de um carro que se move com diferentes velocidades durante diferentes intervalos de tempo. A distância percorrida em um intervalo qualquer é medida pela área inclusa.

v a velocidade, e por t o tempo necessário para o percurso, a equação

$$d = vt$$

relaciona estas grandezas para todos os casos de velocidade constante.

É muitas vêzes conveniente usar um gráfico para representar os movimentos. A Fig. 5 — 1 mostra um gráfico da velocidade em função do tempo, para um carro que se move a 45 km/h. Tomando uma certa posição horizontal sôbre o gráfico, como por exemplo, a correspondente a 0,20 h, encontramos uma leitura sôbre o eixo vertical (ou velocidade) de 45 km/h. Na realidade, encontramos 45 km/h para *qualquer* instante escolhido.

A Tabela 1 descreve um movimento mais complicado. Para calcular a distância percorrida durante o primeiro intervalo de tempo (de duração 0,10 h), usamos a equação $d = vt$. O resultado é 3 quilômetros. Podemos realizar um cálculo semelhante para cada intervalo sucessivo, e somar os resultados verificando que o comprimento total do percurso é 53 quilômetros.

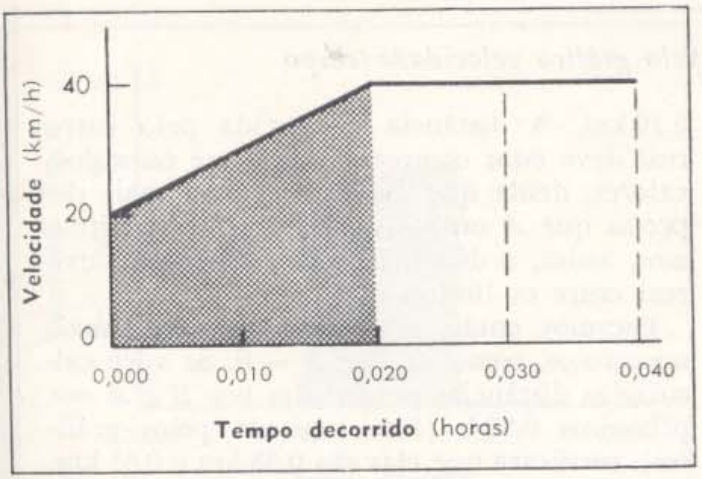
Êste movimento está representado na Fig. 5 — 2. Na realidade, um objeto real não poderia se mover *exatamente* de acôrdo com êste gráfico. A velocidade não pode variar em "saltos" repentinos como êstes. Entretanto, um carro real pode realizar suas mudanças de velocidade de modo relativamente rápido. Neste caso, o gráfico de seu movimento será muito parecido com o da Fig. 5 — 2. Ignoraremos, nesta discussão, a impossibilidade de saltos bruscos, de modo que podemos conservar nosso gráfico simples.

Tabela 1

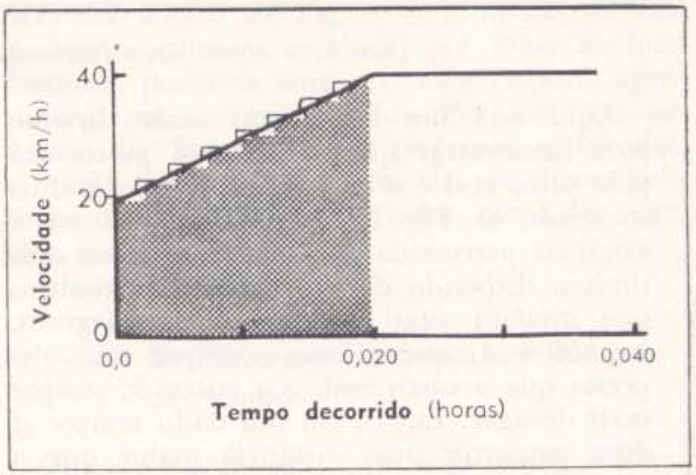
Movimento de um carro com velocidade variável

Intervalo de tempo	Duração do intervalo	Velocidade durante o intervalo	Distâncias em quilômetros
A	0,10 h	30 km/h	3
B	0,30 h	50 km/h	15
C	0,10 h	25 km/h	2,5
D	0,50 h	60 km/h	30
E	0,10 h	25 km/h	2,5

Uma grande vantagem da representação gráfica é que ela nos permite ver ràpidamente quando o carro está indo depressa, e quando vai devagar. Assim, as velocidades mais elevadas ocorrem "alto" no gráfico da velocidade em função do tempo. Pode, também, o gráfico nos informar a distância percorrida pelo carro em cada intervalo de tempo? A resposta é "sim". Vejamos como. Durante qualquer um dos cinco intervalos, o carro percorre uma distância dada pela equação $d = vt$. Em um intervalo qualquer, a altura do gráfico nos dá a velocidade durante



5 — 3. Gráfico velocidade-tempo para um carro que varia sua velocidade durante parte de seu trajeto. A área sombreada dá a distância percorrida durante o intervalo de tempo compreendido entre 0,000 e 0,020 hora?



5 — 4. Nesta figura, um carro imaginário se move alternadamente um pouco mais depressa e, depois, um pouco mais devagar que o carro da Fig. 5 — 3, de modo que, eventualmente, percorre a mesma distância.

o intervalo, e o comprimento horizontal, dá o tempo. Logo, v vêzes t é a altura vêzes a base, ou, a "área" do retângulo. Na Fig. 5 — 2 está sombreada esta área para o primeiro intervalo. As unidades destas "áreas" são diferentes dos cm^2 ou polegadas quadradas, mais comuns, porque um lado do retângulo é medido em horas, e o outro em km/. O produto, neste caso, tem como unidades hora × km/h = quilômetros percorridos.

O eixo vertical do gráfico representa a velocidade em km/h. Mas, tomar uma régua, medir realmente o comprimento vertical na Fig. 5 — 2, e verificar ser êle 0,3 cm, não nos diz nada, enquânto não sabemos que, na escala particular usada no gráfico, 3,0 cm representam 30 km/h. Vale a pena lembrar que o gráfico é uma espécie de desenho em escala. Ao contrário de um mapa, no qual simplesmente as distâncias são "reduzidas em escala", o gráfico apresenta escalas diferentes nas direções horizontal e vertical — escalas que podem diferir não só numèricamente como, também, na natureza das grandezas físicas que representam e, conseqüentemente, em suas unidades. Quando dizemos que a "altura" é de 30 km/h, estamos usando o gráfico de modo que nos forneça a mesma resposta, não importando a escada utilizada para obtê-lo. Por exemplo, não faz diferença se usamos 0,5 cm ou 1,0 cm para representar 10 km/h, mas devemos saber que valor utilizamos, e a êle nos atermos em um ou outro gráfico.

Desde que as alturas e as distâncias horizontais que representamos nas escalas de velocidade e tempo de nosso gráfico, são proporcionais às velocidades e tempos reais envolvidos, duas áreas quaisquer do gráfico são exatamente proporcionais às distâncias reais que o carro percorre. Êste fato freqüentemente nos permite determinar, apenas com um olhar, em que intervalo de tempo é percorrida a maior distância. Por exemplo, podemos ver que a área do retângulo marcado por um D na Fig. 5 — 2 é maior que a de qualquer dos outros retângulos. Sabemos, portanto, sem cálculos, que o carro percorre no intervalo D uma distância maior que em qualquer dos outros intervalos.

A distância total percorrida pelo carro em 1,10 h é obtida pela soma das "áreas" de todos os intervalos da Fig. 5 — 2.

5 — 2. Velocidades variáveis

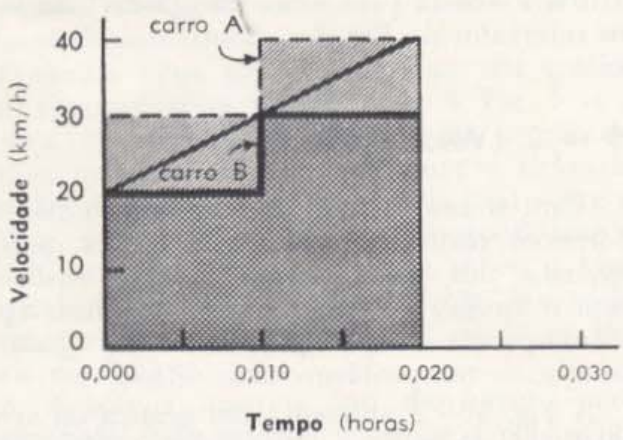
Para o caso considerado, o gráfico não nos forneceu realmente novas informações, pois tínhamos um método para calcular distâncias sem o auxílio de um gráfico. Usaremos, agora, nossas noções sôbre gráficos, como ajuda na análise de um problema mais difícil.

A Fig. 5 — 3 apresenta um gráfico da velocidade de um carro em função do tempo decorrido. Podemos dizer que distância percorreu o carro nos primeiros 0,020 h? Podemos tentar multiplicar a velocidade pelo tempo, mas ficaremos em dificuldade, desde que, será preciso escolher dentre um conjunto de velocidades compreendidas entre dois limites. Por outro lado, usar a área limitada pelo gráfico, o que funcionou como um método alternativo no estudo do movimento com velocidade constante, pode, também, servir aqui, permitindo-nos resolver gràficamente um problema que apresenta difi-

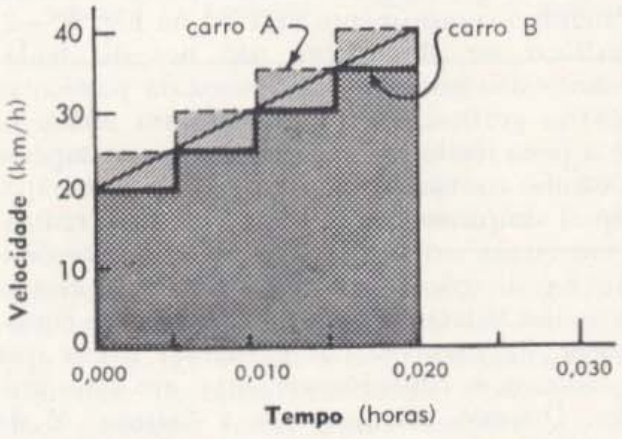
Distância como área limitada pelo gráfico velocidade-tempo

Aqui está um argumento mais rigoroso para demonstrar que a distância percorrida pelo carro real é a área limitada pelo gráfico inclinado da Fig. 5 — 3. Podemos situar a distância percorrida pelo carro real entre dois limites, dispondo de dois carros imaginários que mudam suas velocidades por degraus, um dêles *A*, que se move sempre mais depressa que o carro real, e o outro *B*, sempre mais devagar. Então, em um dado tempo, *A* deve percorrer uma distância maior que a percorrida pelo carro real, e *B*, uma distância menor que esta. A distância percorrida pelo carro real se situa entre as percorridas por *A* e *B*. Imagine, primeiramente, *A* e *B* mudando suas velocidades em grandes degraus, como na Fig. 5 — 5. *B* parte com a velocidade inicial do carro real. Durante o primeiro período de 0,010 h, êle se move a 20 km/h, enquanto que a velocidade do carro real aumenta de 20 para 30 km/h, e no intervalo seguinte de 0,010 h, *B* se move a 30 km/h. Enquanto isto, *A* corre a 30 km/h durante o primeiro período de 0,010 h, e, depois, a 40 km/h. Em um tempo total de 0,020 h, *B* percorre 0,20 km + 0,30 km, ou 0,50 km, enquanto *A* percorre 0,30 km + 0,40 km, ou ... 0,70 km. A distância percorrida pelo carro real deve estar compreendida entre êstes dois valores, desde que êle nunca anda mais depressa que *A* ou mais devagar que *B*. Situamos, assim, a distância percorrida pelo carro real entre os limites de 0,50 e 0,70 km.

Façamos, então, os degraus menores e mais numerosos, como na Fig. 5 — 6. Se você calcular as distâncias percorridas por *B* e *A* nos primeiros 0,20 h (área limitada pelos gráficos), verificará que elas são 0,55 km e 0,65 km. Isto dá um intervalo menor que o obtido anteriormente, entre os limites superior e inferior. Podemos continuar a diminuir o intervalo entre os limites superior e inferior da distância, fazendo com que os carros mudem de velocidade em intervalos de tempo progressivamente menores. A área representativa do limite superior da distância e a que representa o limite inferior, se tornam cada vez mais iguais, aproximando-se os dois valóres, cada vez mais, da área limitada pelo gráfico inclinado. Continuando mentalmente êste processo, demonstramos que a "área" sob o gráfico velocidade-tempo dá a distância percorrida pelo carro original.



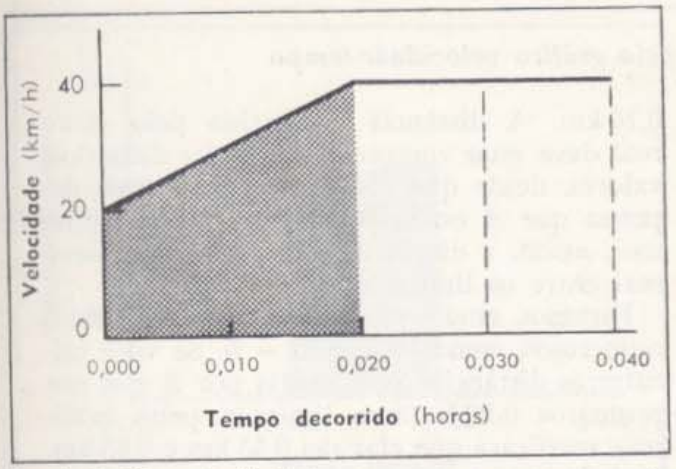
5 — 5. Podemos "dividir" a distância percorrida pelo carro na Fig. 5 — 3, imaginando dois outros carros, A e B, que se movem com diferentes velocidades, como se indica nesta figura.



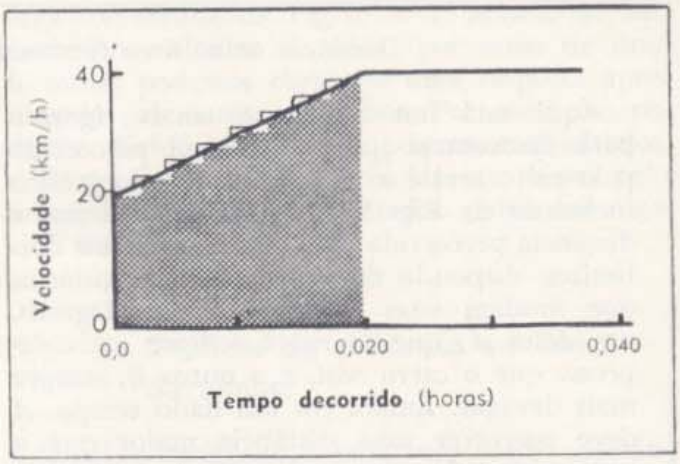
5 — 6. Se os dois carros da Fig. 5 — 5 variam suas velocidades mais freqüentemente, é claro que se aproximam mais do movimento do carro real.

culdades quando tratado algèbricamente. Parece razoável usar a área para encontrar a distância, porque podemos aproximar bastante o gráfico inclinado da Fig. 5 — 3 ao da Fig. 5 — 4.

O gráfico da Fig. 5 — 4 representa o movimento de um carro imaginário que muda de velocidade em degraus (mantendo-a constante em cada degrau). Cada degrau leva-o a uma velocidade ligeiramente superior à velocidade do carro real naquele instante. Então, enquanto a velocidade do carro imaginário permanece constante, a do carro real cresce e a ultrapassa. Em



5 — 3. Gráfico velocidade-tempo para um carro que varia sua velocidade durante parte de seu trajeto. A área sombreada dá a distância percorrida durante o intervalo de tempo compreendido entre 0,000 e 0,020 hora?



5 — 4. Nesta figura, um carro imaginário se move alternadamente um pouco mais depressa e, depois, um pouco mais devagar que o carro da Fig. 5 — 3, de modo que, eventualmente, percorre a mesma distância.

o intervalo, e o comprimento horizontal, dá o tempo. Logo, v vêzes t é a altura vêzes a base, ou, a "área" do retângulo. Na Fig. 5 — 2 está sombreada esta área para o primeiro intervalo. As unidades destas "áreas" são diferentes dos cm^2 ou polegadas quadradas, mais comuns, porque um lado do retângulo é medido em horas, e o outro em km/. O produto, neste caso, tem como unidades hora × km/h = quilômetros percorridos.

O eixo vertical do gráfico representa a velocidade em km/h. Mas, tomar uma régua, medir realmente o comprimento vertical na Fig. 5 — 2, e verificar ser êle 0,3 cm, não nos diz nada, enquanto não sabemos que, na escala particular usada no gráfico, 3,0 cm representam 30 km/h. Vale a pena lembrar que o gráfico é uma espécie de desenho em escala. Ao contrário de um mapa, no qual simplesmente as distâncias são "reduzidas em escala", o gráfico apresenta escalas diferentes nas direções horizontal e vertical — escalas que podem diferir não só numèricamente como, também, na natureza das grandezas físicas que representam e, conseqüentemente, em suas unidades. Quando dizemos que a "altura" é de 30 km/h, estamos usando o gráfico de modo que nos forneça a mesma resposta, não importando a escada utilizada para obtê-lo. Por exemplo, não faz diferença se usamos 0,5 cm ou 1,0 cm para representar 10 km/h, mas devemos saber que valor utilizamos, e a êle nos atermos em um ou outro gráfico.

Desde que as alturas e as distâncias horizontais que representamos nas escalas de velocidade e tempo de nosso gráfico, são proporcionais às velocidades e tempos reais envolvidos, duas áreas quaisquer do gráfico são exatamente proporcionais às distâncias reais que o carro percorre. Êste fato freqüentemente nos permite determinar, apenas com um olhar, em que intervalo de tempo é percorrida a maior distância. Por exemplo, podemos ver que a área do retângulo marcado por um D na Fig. 5 — 2 é maior que a de qualquer dos outros retângulos. Sabemos, portanto, sem cálculos, que o carro percorre no intervalo D uma distância maior que em qualquer dos outros intervalos.

A distância total percorrida pelo carro em 1,10 h é obtida pela soma das "áreas" de todos os intervalos da Fig. 5 — 2.

5 — 2. Velocidades variáveis

Para o caso considerado, o gráfico não nos forneceu realmente novas informações, pois tínhamos um método para calcular distâncias sem o auxílio de um gráfico. Usaremos, agora, nossas noções sôbre gráficos, como ajuda na análise de um problema mais difícil.

A Fig. 5 — 3 apresenta um gráfico da velocidade de um carro em função do tempo decorrido. Podemos dizer que distância percorreu o carro nos primeiros 0,020 h? Podemos tentar multiplicar a velocidade pelo tempo, mas ficaremos em dificuldade, desde que, será preciso escolher dentre um conjunto de velocidades compreendidas entre dois limites. Por outro lado, usar a área limitada pelo gráfico, o que funcionou como um método alternativo no estudo do movimento com velocidade constante, pode, também, servir aqui, permitindo-nos resolver gràficamente um problema que apresenta difi-

passamos pelo marco 176, sabemos estar a 176 quilômetros de São Paulo, medidos ao longo da estrada. Se, neste momento, outro carro estiver em frente ao marco 186, êle estará a 10 quilômetros de nós, ao longo da via, e afastando-se de São Paulo.

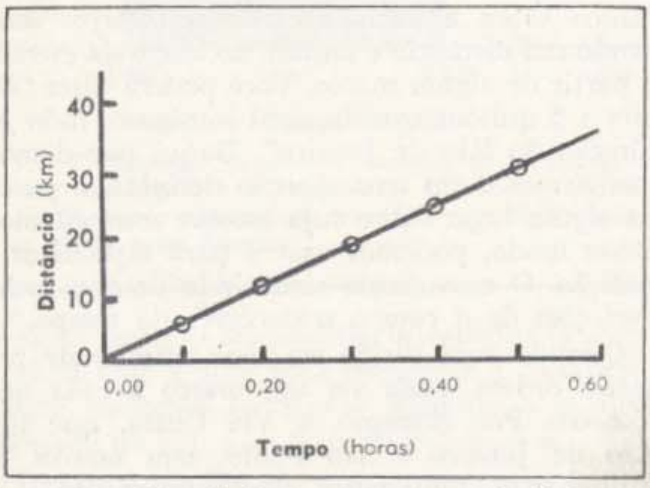
Usaremos esta idéia como auxílio na construção de um gráfico indicativo das posições de *dois* carros. Descrevemos a posição de qualquer um dêles, dando sua distância d ao longo da estrada, a partir de algum ponto de referência, tal como o centro da cidade, ou o lugar onde começa o trajeto. Podemos, então, traçar um gráfico de d para cada carro, em tempos diversos, como foi feito na Fig. 5 — 9 para exemplificar.

Tabela 2

Relações Distância — Tempo para velocidade constante

Tempo decorrido	*Distância percorrida*
0,10 h	6 km
0,20 h	12 km
0,30 h	18 km
0,40 h	24 km
0,50 h	30 km

Podemos calcular, a partir do gráfico, as velocidades dos carros. Em 0,1 h, por exemplo, o carro A vai da posição $d = 0$ para $d = 5$. Êle percorre 5 km e sua velocidade é, portanto, 50 km/h. No 0,1 h seguinte, êle percorre novamente 5 km, de $d = 5$ a $d = 10$; sua velocidade é, ainda, 50 km/h. Como o gráfico é uma reta, a distância percorrida pelo carro A é a mesma para cada 0,1 h; portanto, a velocidade de A é sempre 50 km/h. O carro B tem, também, velocidade constante. Em cada 0,1 h êle percorre 2,5 km, de $d = 10$ a $d = 12{,}5$ no primeiro 0,1 h, de 12,5 a 15 km no segundo, e assim por diante. Sua velocidade é, pois, 25 km/h.



5 — 8. O gráfico distância-tempo, para velocidade constante, é uma reta.

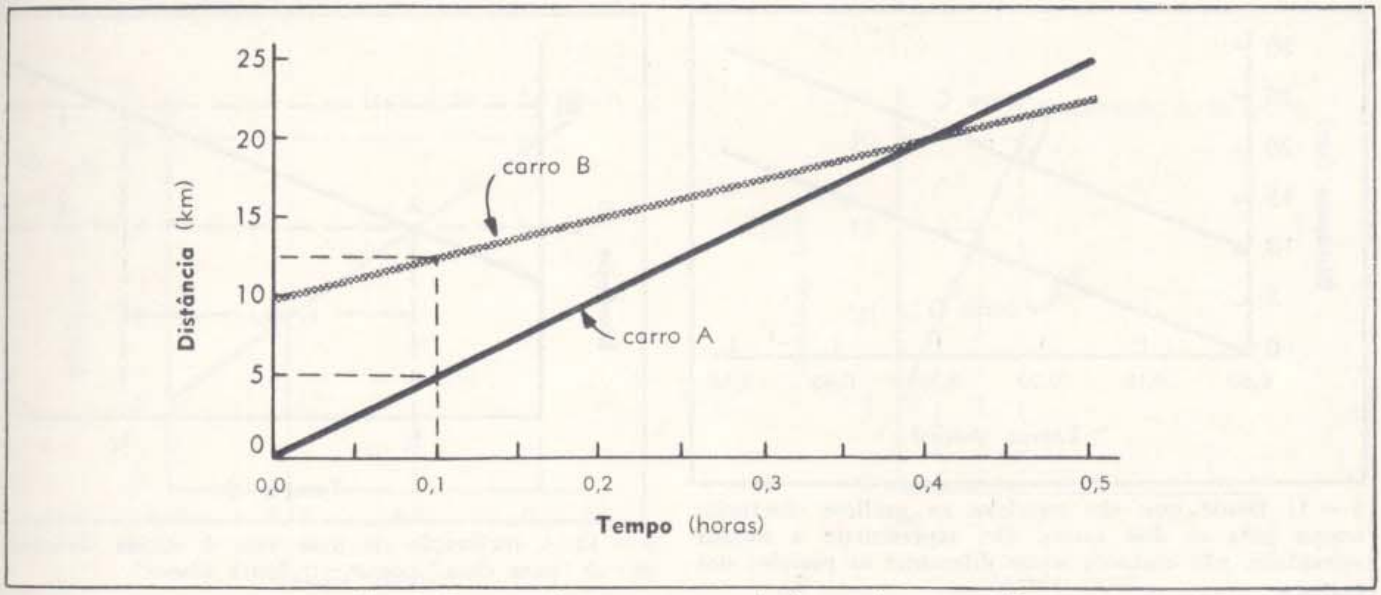
O gráfico vai além das informações sôbre as velocidades. Êle nos diz que o carro B inicia seu movimento 10 km adiante de A, mas que A o alcança. Após 0,1 h, A está em $d = 5$ e B em $d = 12{,}5$. A está, portanto, a apenas 7,5 km atrás de B. Quando tiver escoado 0,5 h, vemos que A ultrapassou B. Êle está em $d = 25$, enquanto que B está apenas em $d = 22{,}5$. Apenas olhando o gráfico, podemos dizer quanto tempo A levou para alcançar B. A 0,4 h ambos os carros estão na mesma posição, efetivamente, em $d = 20$; a 0,4 h, portanto, A estava exatamente ultrapassando B.

Na Seção 5-1, vimos que num gráfico da velocidade em função do tempo, podíamos dizer, a um simples olhar, em que instantes a velocidade era máxima. Quanto mais elevada a reta no gráfico, tanto maior a velocidade que ela representava. Agora, entretanto, estamos lidando com um gráfico completamente diferente — o da *distância* em função do tempo. Nestes gráficos, a velocidade intervém apenas indiretamente, e *não* é indicada pela altura da reta acima do eixo dos tempos. Por exemplo, na Fig. 5 — 9, a reta do carro B está acima da do carro A em todo o intervalo compreendido entre 0,00 h e 0,40 h, apesar do carro B ser alcançado durante êste intervalo e ser, com certeza, o mais vagaroso dos dois.

Como podemos dizer, a partir da Fig. 5 — 9, que carro se move mais depressa? A resposta é simples. Uma curva é mais inclinada que a outra. Para um dado intervalo de tempo, a curva mais inclinada cobre uma distância maior. Desde que o carro que percorre maior distância, em um dado tempo, é o mais rápido, o veículo mais ligeiro deve ser o que apresenta um gráfico mais ascendente. O carro A está, certamente, se movimentando mais depressa que B (é a razão pela qual ultrapassou B).

A Fig. 5 — 10 ilustra novamente a relação existente entre inclinação e velocidade. A reta de traço contínuo corresponde a um carro que se move a 25 km/h. Vemos que êle percorreu uma distância de 10 km durante os primeiros 0,40 h. Um carro que vai a 50 km/h percorre 20 km durante o intervalo de tempo de 0,40 h, sendo seu movimento representado pela reta tracejada e de maior aclive do gráfico.

Num gráfico de d em função de t, a inclinação



5 — 9. Em que instante o carro A alcançará o carro B?

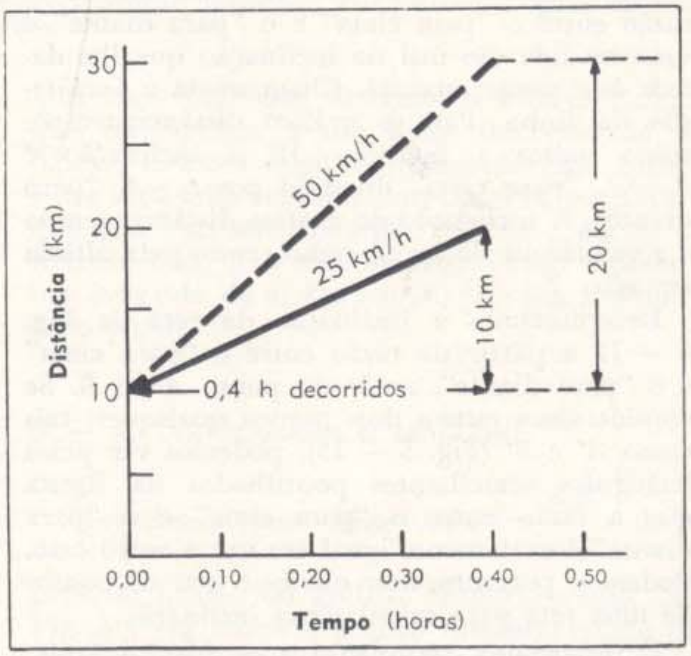
por si só fornece a velocidade. Não importa a posição sôbre o gráfico (ou sôbre a estrada). Na Fig. 5 — 11, as linhas para os carros C e D estão igualmente inclinadas. Elas são paralelas; elas descrevem, portanto, uma situação na qual o carro D não alcança o carro C, nem dêle se distancia. Êle se mantém sempre a 10 km atrás de C. Os gráficos nunca se cruzarão como aconteceu quando um carro ultrapassou o outro (Fig. 5 — 9). As representações dos carros C e D estão em posições diferentes, mas correspondem exatamente à mesma velocidade.

Expressaremos, agora, em linguagem matemática, a relação existente entre a velocidade e a inclinação do gráfico de d em função de t. Para fazê-lo, começaremos por reestabelecer a relação entre velocidade, tempo e distância.

Imagine que quando passa por um pôsto de pedágio, você verifica seu velocímetro, usando os marcos de quilômetros e um relógio. O relógio marca 3 h 25 min 00 s no marco dos 247 quilômetros, e 3 h 26 min 00 s no de 248 quilômetros. Você percorreu um quilômetro em um minuto, e sua velocidade é um quilômetro por minuto, ou 60 km/h. Usemos d_1 para representar 247 quilômetros, e d_2 para 248 quilômetros; seja ainda t_1, o tempo 3 h 25 min 00 s, e t_2, o tempo 3 h 26 min 00 s. Nesta linguagem, você pode expressar a velocidade v pela equação

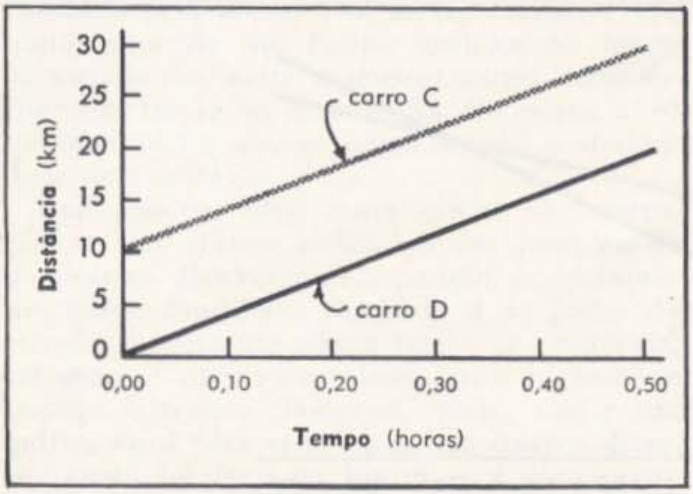
$$v = \frac{d_2 - d_1}{t_2 - t_1}.$$

Em geral, se passamos da posição d_1 no tempo t_1 para a posição d_2 no tempo t_2, esta equação dá a velocidade média com que nos movemos.



5 — 10. Velocidades mais elevadas dão gráficos da distância em função do tempo, mais inclinados.

Podemos dar a esta equação da velocidade um significado geométrico preciso. Na Fig. 5 — 12, se A e B são dois pontos quaisquer do gráfico, o intervalo vertical entre êstes pontos é, então, òbviamente, $d_2 - d_1$, e o intervalo horizontal $t_2 - t_1$. Êstes dois intervalos, $(d_2 - d_1)$ e $(t_2 - t_1)$, definem completamente a inclinação do gráfico, pois dizem a que distância "para cima" e a que distância "para diante" um ponto da linha está do outro. Como já vimos, a velocidade depende da inclinação do gráfico distância-tempo; e a inclinação do gráfico depende de quanto sobe

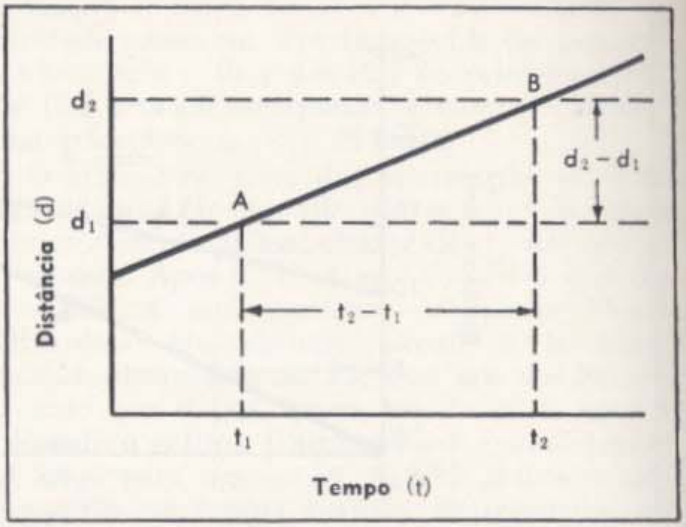


5 — 11. Desde que são paralelos os gráficos distância-tempo para os dois carros, êles representam a mesma velocidade, não obstante sejam diferentes as posições dos gráficos.

a linha em um certo intervalo horizontal. A razão entre o "para cima" e o "para diante" é uma medida tão útil da inclinação que lhe damos êste nome especial. Chamamo-la a *inclinação* da linha. Para o gráfico distância-tempo, como indica a Fig. 5 — 12, a inclinação é $d_2 - d_1$ "para cima" dividido por $t_2 - t_1$ "para diante". A inclinação do gráfico distância-tempo é a velocidade do carro, como vemos pela última equação.

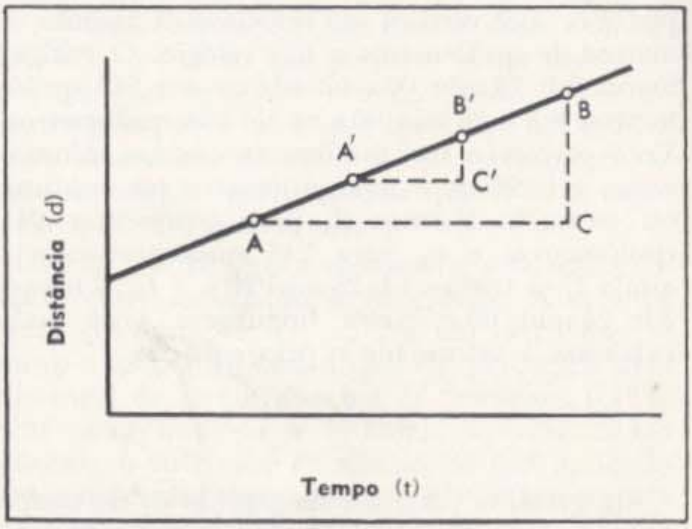
Determinamos a inclinação da reta da Fig. 5 — 12 a partir da razão entre o "para cima" e o "para diante", ao ir do ponto A ao B. Se consideramos outros dois pontos quaisquer, tais como A' e B' (Fig. 5 — 13), podemos ver pelos triângulos semelhantes pontilhados da figura que a razão entre o "para cima" e o "para diante" é exatamente igual em um e outro caso. Podemos, portanto, usar *qualquer* par de pontos de uma reta para calcular sua inclinação.

É importante reconhecer que não obstante estar a inclinação relacionada com a "obliqüidade" de um gráfico, não tem significado particular algum, o ângulo formado pela reta do gráfico e a horizontal, desde que poderíamos mudá-lo representando gràficamente os dados em escala diferente, como indica a Fig. 5 — 14. É sòmente quando comparamos linhas de um mesmo gráfico, como na Fig. 5 — 9, ou de gráficos representados na mesma escala, que o ângulo entre a linha e o eixo horizontal nos ajuda a comparar inclinações. Geralmente devemos medir os intervalos vertical e horizontal entre dois pontos do gráfico, e calcular sua razão, em unidades apropriadas — km/h por exemplo — como na Fig. 5 — 14.

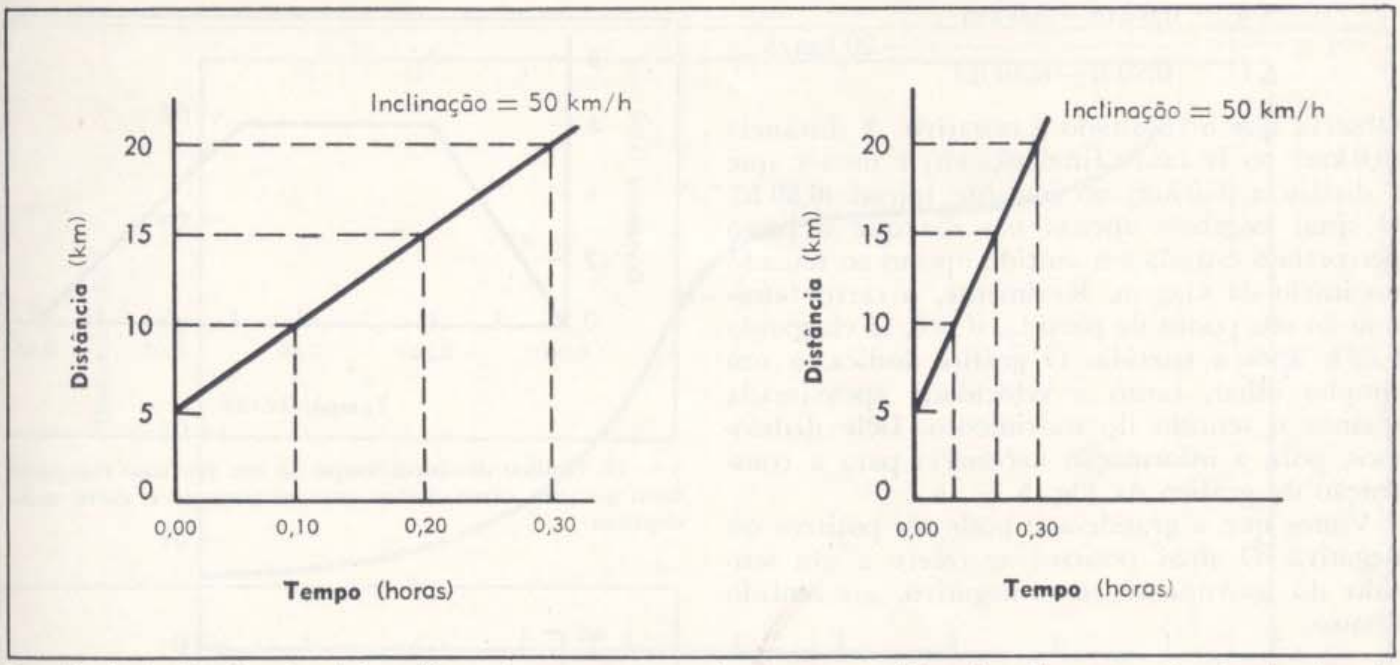


5 — 12. A inclinação de uma reta é obtida dividindo $d_2 - d_1$ "para cima" por $t_2 - t_1$ "para diante".

O que foi dito para inclinação se aplica a outros gráficos; nada nos restringe ao gráfico da distância em função do tempo. Veremos, em breve, o significado da inclinação em um gráfico da *velocidade* em função do tempo. Na realidade, estaremos tratando com inclinações tão freqüentemente, que valerá a pena introduzir uma notação abreviada para indicar o processo usado em sua determinação. Por exemplo, a inclinação do gráfico distância-tempo é sempre igual à razão entre um intervalo de distância $(d_2 - d_1)$ e um intervalo de tempo $(t_2 - t_1)$. Os matemáticos e os físicos usam freqüentemente a letra grega delta, que se escreve Δ, como abreviatura da expressão "um intervalo de". Δ é o D maiúsculo grego, escolhido para significar "diferença", ou "variação de", ou "aumento de", ou "um intervalo de". Assim, $\Delta\, d$ significa "um



5 — 13. Uma linha reta tem a mesma inclinação ao longo de todo seu comprimento.



5 — 14. As inclinações dos dois gráficos são as mesmas, embora pareçam diferentes. Elas pareceriam iguais sòmente quando representadas na mesma escala ou no mesmo gráfico.

intervalo de distância", e $\Delta\ t$ quer dizer "um intervalo de tempo". Nós os lemos, "delta de" e "delta te".

Podemos comparar o símbolo "Δ" com algum outro símbolo algébrico, por exemplo, com "$\sqrt{\ }$", que significa, "tome a raiz quadrada de". Na expressão $\sqrt{a}$, o símbolo a representa um número (ou grandeza física) e $\sqrt{\ }$ nos diz o que fazer com a. De modo similar, na expressão $\Delta\ t$, t representa uma grandeza física, e Δ nos diz o que fazer com t. Êle diz "tome um intervalo" de t, ou "tome a diferença entre dois valores" de t.

Quando está envolvida a razão entre dois intervalos, como acontece na determinação da velocidade, é hábito escrever a razão como uma fração, entendendo-se que o intervalo do numerador ocorre durante o intervalo de tempo do denominador. Assim

$$v = \frac{\Delta\ d}{\Delta\ t},$$

que é lido "ve igual a delta de sôbre delta te", e significa "para determinar a velocidade, tome o intervalo de distância percorrida no intervalo de tempo $\Delta\ t$, e divida êste intervalo de distância por êsse intervalo de tempo".

Em geral, quando escrevemos $\frac{\Delta\ a}{\Delta\ b}$, sempre queremos dizer que usaremos o intervalo de a que corresponde a um dado intervalo de b. Afinal, estamos apenas interessados nas razões entre intervalos relacionados. Observe, por favor, que não tem sentido separar Δ de a ou b. O símbolo todo $\Delta\ a$ tem um significado especial: um intervalo de a. Êle não significa Δ multiplicado por a.

5 — 4. Velocidades e sentidos

Aprendemos que a velocidade $v = \frac{\Delta\ d}{\Delta\ t}$ é dada pela inclinação do gráfico distância-tempo. Na Fig. 5 — 15 temos o gráfico distância-tempo de uma viagem completa de carro. Interpretemo-la calculando as três inclinações do gráfico.

Durante os primeiros 0,20 h, o carro se movia a velocidade constante, como está indicado pela constância da inclinação. A velocidade pode ser encontrada, tomando a razão entre a distância percorrida e o tempo necessário para percorrê-la, em um ponto qualquer do intervalo, por exemplo

$$v_1 = \frac{\Delta\ d}{\Delta\ t} = \frac{6{,}0\ \text{km} - 0{,}0\ \text{km}}{0{,}20\ \text{h} - 0{,}00\ \text{h}} = 30\ \text{km/m}.$$

Que fêz o carro de 0,20 h a 0,50 h? Aqui a inclinação do gráfico é nula — o carro estava parado. De 0,50 h a 0,80 h, a inclinação é

$$v_2 = \frac{\Delta d}{\Delta t} = \frac{0{,}0\text{ km} - 6{,}0\text{ km}}{0{,}80\text{ h} - 0{,}50\text{ h}} = -20\text{ km/h}.$$

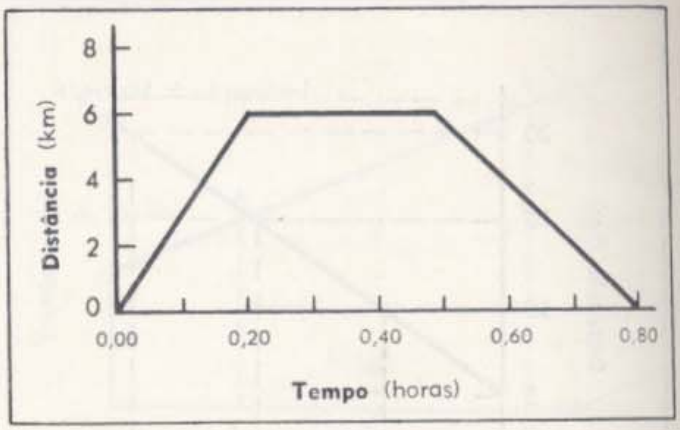
Observe que o resultado é negativo. A distância (0,0 km) no instante final (0,80 h) é menor que a distância (6,0 km) no instante inicial (0,50 h). O sinal negativo apenas nos diz que o carro percorria a estrada em sentido oposto ao tomado no início da viagem. Realmente, o carro retornou ao seu ponto de partida, $d = 0$, lá chegando 0,80 h após a partida. O gráfico indica, a um simples olhar, tanto a velocidade aproximada quanto o sentido do movimento. Dêle deduzimos, pois, a informação necessária para a construção do gráfico da Fig. 5 — 16.

Vimos que a grandeza v pode ser positiva ou negativa. O sinal positivo se refere a um sentido do movimento, e o negativo, ao sentido oposto.

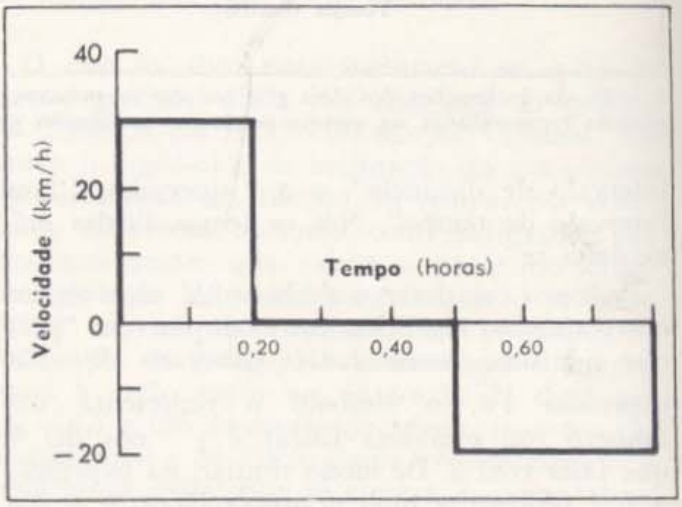
5 — 5. Velocidade instantânea — A inclinação da tangente

Estivemos considerando movimentos nos quais a velocidade é constante, seja durante todo o percurso, seja em diferentes partes da viagem. Os gráficos distância-tempo eram, pois, constituídos por linhas retas. A Fig. 5 — 17 é um gráfico distância-tempo de um carro cuja velocidade varia constantemente. Como podemos determinar a velocidade do carro em um instante particular qualquer? Aqui não há retas, e não é óbvia a maneira de aplicar os métodos que estivemos discutindo. Por outro lado, se tivéssemos ido no carro, o velocímetro poderia ter indicado a velocidade. Imaginemos, pois, a indicação do velocímetro, em um instante determinado, por exemplo, 0,50 h, após havermos iniciado nossa viagem. Como a calculamos a partir do gráfico da Fig. 5 — 17?

Examinemos com uma lente de aumento a parte do gráfico interior ao retângulo tracejado. Se a aumentamos dez vêzes, obtemos o gráfico da Fig. 5 — 18. Observe que a curva nesta nova figura parece se aproximar muito mais de uma reta que a da Fig. 5 — 17. Uma ampliação ainda maior do retângulo tracejado da Fig. 5 — 17, mostra-nos o intervalo compreendido apenas entre 0,005 h antes e depois do marco 0,50 h (Fig. 5 — 19). Com êste gráfico, podemos determinar a velocidade, medindo a inclinação da linha "reta". Escolhemos dois pontos próximos da 0,50 h, por exemplo os pontos 1 e 2 da Fig. 5 — 19; lendo, então, neste gráfico, obtemos



5 — 15. Gráfico distância-tempo de um percurso completo feito por um carro. Entre que instantes ia o carro mais depressa?



5 — 16. Gráfico velocidade-tempo do movimento apresentado na Fig. 5 — 15. A porção do gráfico abaixo do eixo horizontal indica que o carro está se movendo em sentido oposto ao inicial.

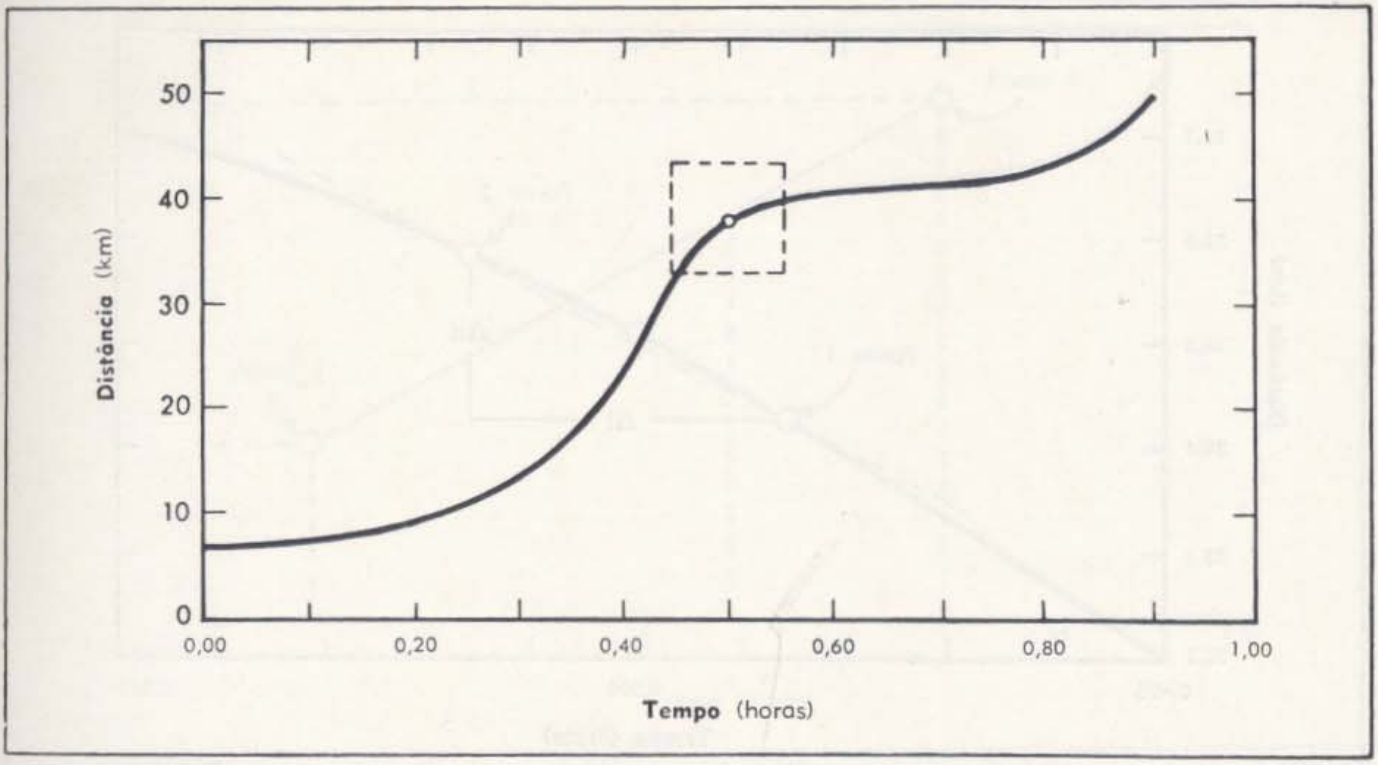
$$t_1 = 0{,}4986\text{ h}, \qquad d_1 = 38{,}42\text{ km};$$
$$t_2 = 0{,}5016\text{ h}, \qquad d_2 = 38{,}58\text{ km}.$$

Conseqüentemente, a inclinação é dada por

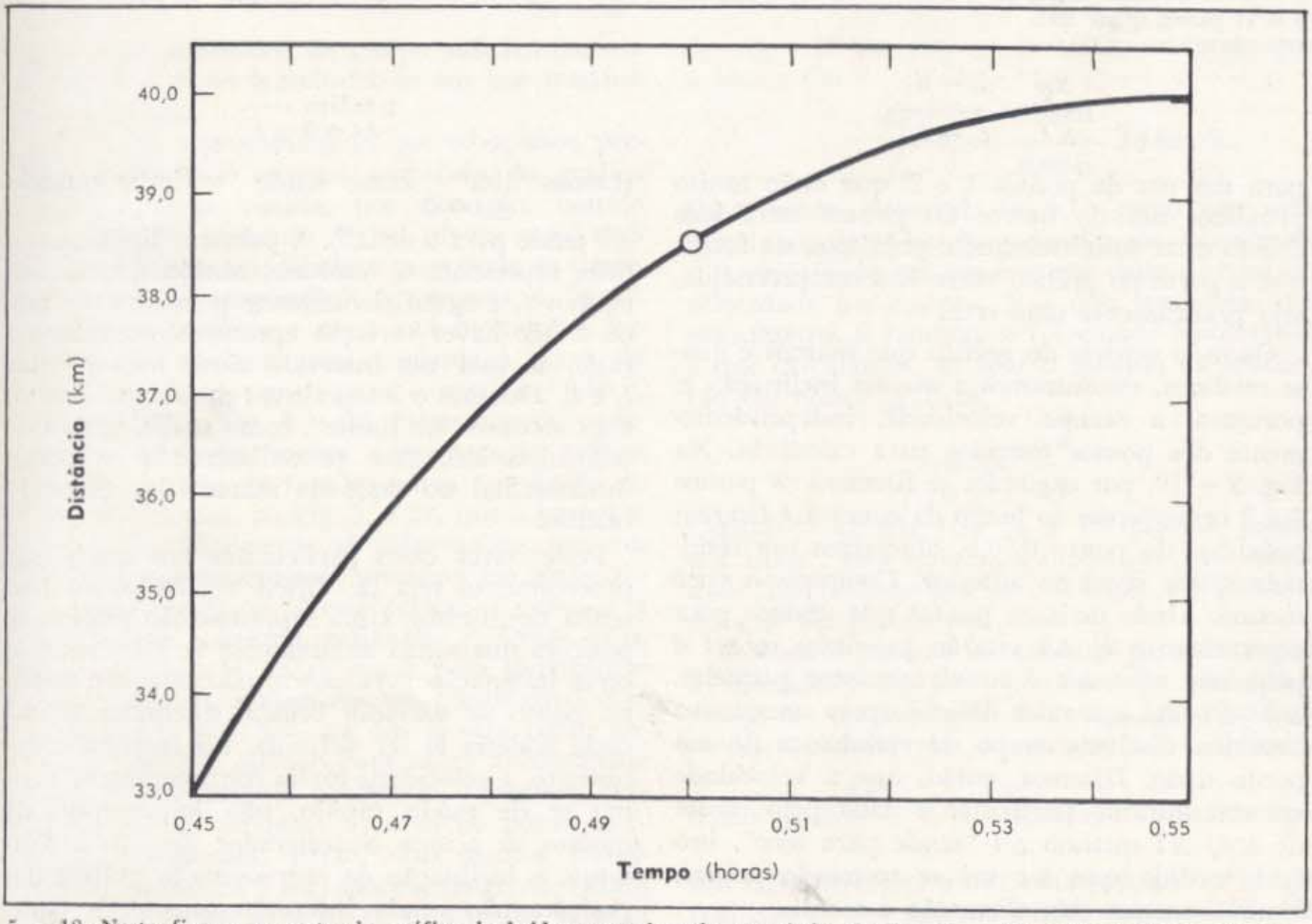
$$\frac{\Delta d}{\Delta t} = \frac{d_2 - d_1}{t_2 - t_1} = \frac{0{,}16\text{ km}}{0{,}003\text{ h}} \quad 53\text{km/h},$$

e a velocidade no ponto 0,5 h a partir do início é muito próxima de 53 km/h.

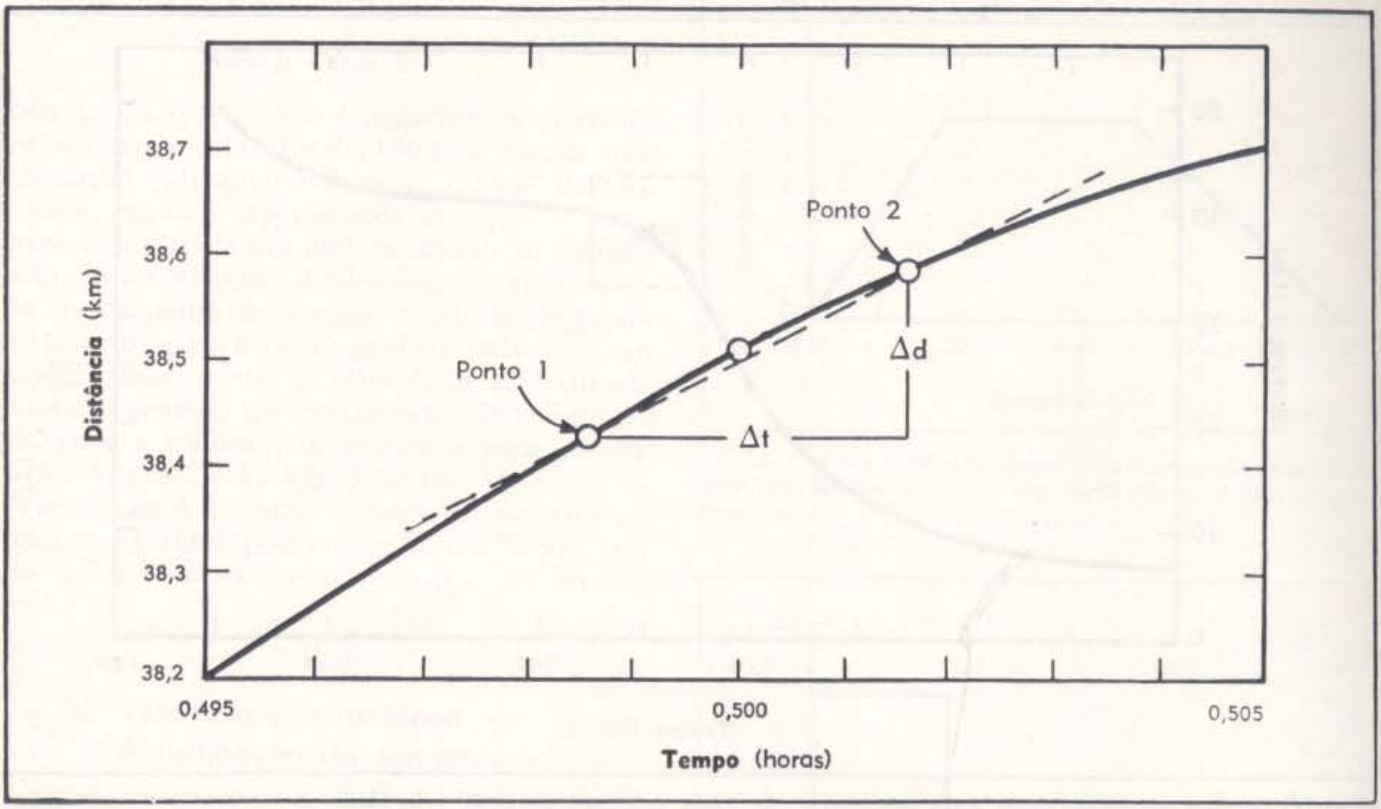
A parte ampliada de um gráfico parece mais retilínea que o gráfico total, porque na figura ampliada observamos apenas uma pequena parte do gráfico não aumentado. Quando ampliamos suficientemente, vemos apenas um pequeno intervalo de d e t. Realmente, portanto, encontramos a inclinação de uma pequena parte da curva tomando a razão



5 — 17. Gráfico distância-tempo para um carro que varia continuamente de velocidade.



5 — 18. Nesta figura, a parte do gráfico incluída no retângulo tracejado da Fig. 5 — 17 está ampliada 10 vêzes.



5 — 19. Para uma ampliação de 100 vêzes, uma pequena parte do gráfico interior ao retângulo tracejado da Fig. 5 — 17 parece quase reta.

$$\frac{\Delta d}{\Delta t} = \frac{d_2 - d_1}{t_2 - t_1}$$

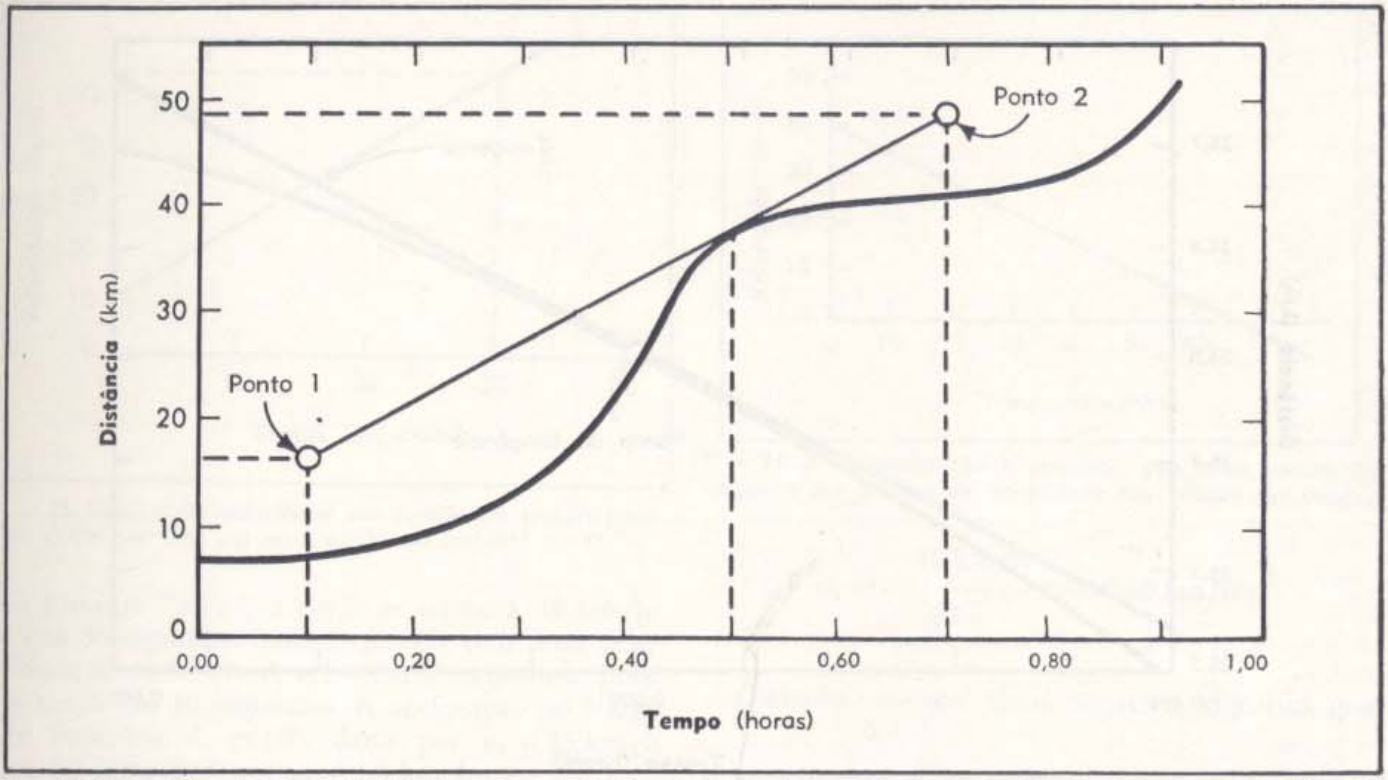
para um par de pontos 1 e 2, que estão muito próximos um do outro. Os pontos escolhidos devem estar suficientemente próximos, de forma que a parte do gráfico entre êles compreendida, seja pràticamente uma reta.

Quando a parte do gráfico que usamos é quase retilínea, encontramos a mesma inclinação e, portanto, a *mesma* velocidade, independentemente dos pontos tomados para calculá-la. Na Fig. 5 — 19, por exemplo, se fizermos os pontos 1 e 2 se moverem ao longo da curva até ficarem próximos do ponto 0,50 h, obteremos um resultado quase igual ao anterior. Comprove-o você mesmo. Ainda mais, os pontos que usamos para determinar $\Delta d/\Delta t$ estarão próximos se Δt é pequeno; e se Δt é suficientemente pequeno, $\Delta d/\Delta t$ terá um valor definido para uma curva contínua distância-tempo na vizinhança de um ponto dado. Dizemos, então, que a velocidade em um instante particular é dada pelo limite de $\Delta d/\Delta t$ quando Δt "tende para zero", isto é, à medida que Δt vai se tornando menor. Simbòlicamente esta afirmação é escrita

$$v = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta d}{\Delta t}.$$

(Lemos "lim" como sendo "o limite quando $\Delta t \to 0$ Δt tende para 0 de ..."). A palavra "limite, neste caso, representa o resultado obtido quando tomamos t_1 e t_2 suficientemente próximos, de modo a não haver variação apreciável no valor da razão ao usar um intervalo ainda menor entre t_1 e t_2. Fazemos o intervalo Δt mais e mais curto, até obtermos "no limite", como se diz, um resultado definido. Êste procedimento é o ponto fundamental do ramo da matemática chamado cálculo.

Pode haver casos particulares nos quais êste procedimento seja de difícil aplicação, ou não tenha significado. Uma representação gráfica de posições que muda sùbitamente de uma reta de certa inclinação para outra, não tem inclinação no ponto de variação brusca; nenhuma velocidade poderia aí ser definida. Na realidade, entretanto, a velocidade muda contìnuamente, mesmo se de modo rápido, não importando de quanto se aciona o acelerador do carro. Portanto, a inclinação da representação gráfica das posições não muda instantâneamente; e pode-



5 — 20. Para determinar a velocidade em um instante qualquer, trace uma tangente à curva no ponto considerado. Então, tomando dois pontos quaisquer da tangente, determine a inclinação. O valor da inclinação é a velocidade.

mos tomar intervalos de tempo suficientemente curtos para obter a velocidade em um instante dado qualquer.

Para usar o procedimento que esboçamos, precisamos de uma imagem ampliada do gráfico distância-tempo, obtida, por exemplo, usando uma lente de aumento. Existe algum meio simples de obter a velocidade sem realizar os diversos passos da ampliação? A resposta é "sim": trace uma tangente e meça sua inclinação. Suponha que traçamos uma tangente à curva da Fig. 5 — 17 no ponto para o qual $t = 0{,}50$ h, como indica a Fig. 5 — 20. Nesta figura, podemos distinguir fàcilmente a tangente do gráfico de d em função de t; mas, numa ampliação de cem vêzes, vemos, na Fig. 5 — 21, que a tangente e a curva dificilmente se diferenciam, em um intervalo suficientemente pequeno em tôrno do ponto de tangência. Nesta região, a curva e a tangente têm a mesma inclinação. Podemos, pois, usar a inclinação da tangente para determinar a inclinação do gráfico em um ponto particular qualquer. A Fig. 5 — 20 nos mostra como podemos usar êste método para obter a velocidade do carro no instante $t = 0{,}50$ h. Traçamos, primeiramente, a tangente à curva no ponto escolhido. Escolhemos, então, dois pontos convenientes (marcados 1 e 2) sôbre a tangente. Lemos os valores de d_1, d_2, e t_1, t_2, com o que se acha $d_2 - d_1 = 32$ km, e $t_2 - t_1 = 0{,}60$ h, de forma que a inclinação é

$$\frac{d_2 - d_1}{t_2 - t_1} = \frac{32 \text{ km}}{0{,}60 \text{ h}} \quad 53 \text{ km/h}.$$

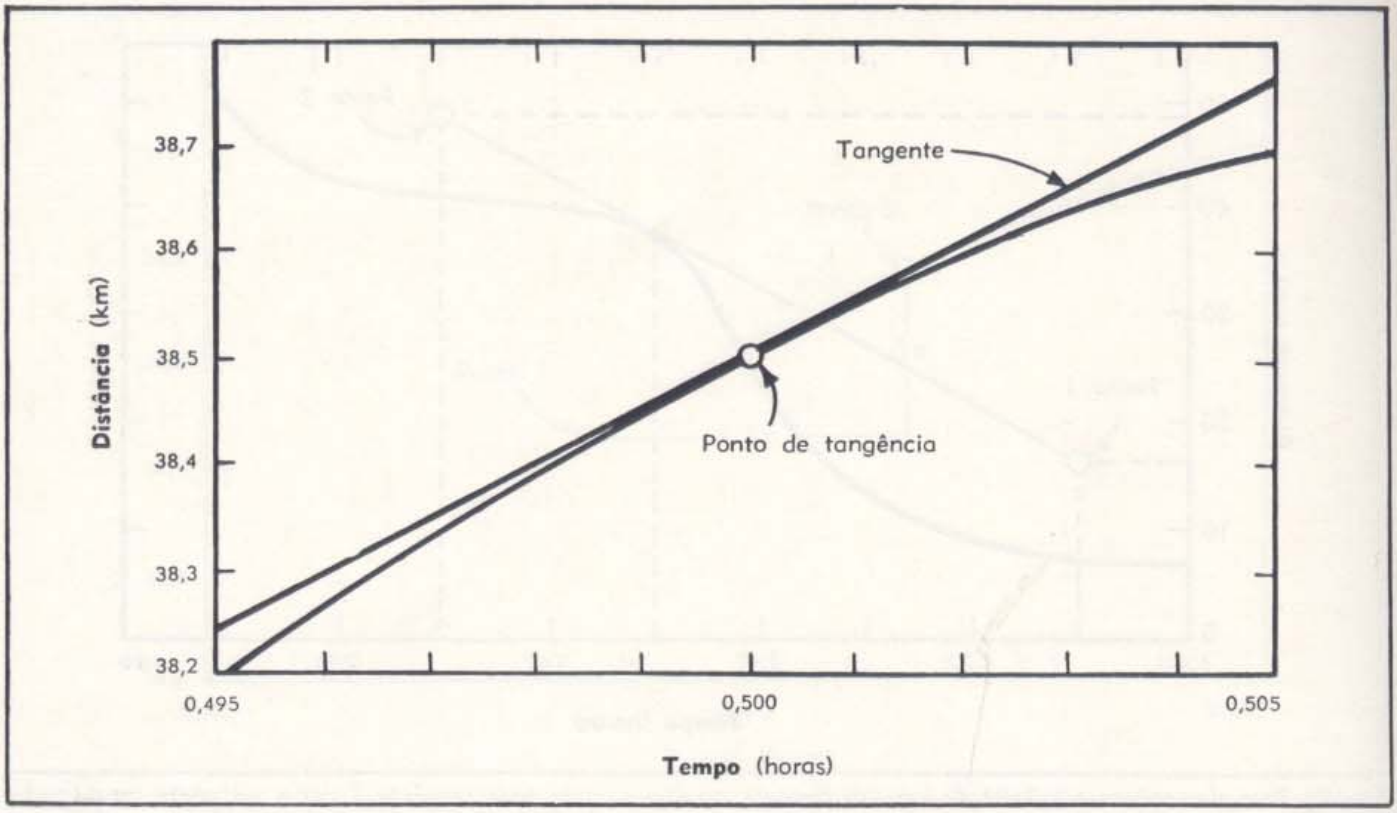
Dêste modo, decorrida 0,5 h, o carro tem uma velocidade de 53 km/h no sentido de d crescente.

A velocidade em um instante dado é chamada velocidade instantânea. É a que lemos em um velocímetro. É também a velocidade instantânea a que calculamos, ao usar o método da inclinação em nossos gráficos:

$$v = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta d}{\Delta t}.$$

Quando você diz "êle ia a 70 quando passou por mim", está querendo dizer que sua velocidade instantânea era de 70 km/h no instante em que êle passou por você.

Usamos a palavra *instantânea* para distinguir a velocidade em um momento da velocidade *média* em um intervalo de tempo. A velocidade média no intervalo de tempo Δt é definida como $v_m = \dfrac{\Delta d}{\Delta t}$. É a velocidade constante que nos faria percorrer a distância real Δd no tempo real Δt. Se nos movemos mais depressa durante

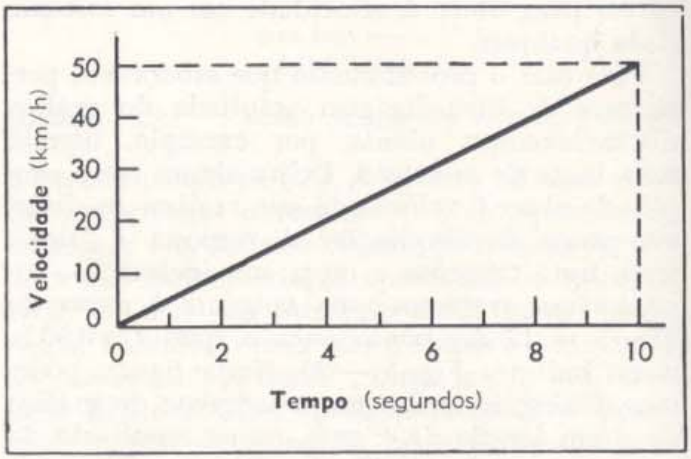


5 — 21. Aumentando 100 vêzes a Fig. 5 — 20, a curva e sua tangente são indistinguíveis próximo ao ponto de tangência.

parte do tempo e mais devagar em outra parte, a velocidade instantânea, em quase todo instante de Δt pode ser diferente da velocidade média. Pelas Figs. 5 — 19 e 5 — 21, entretanto, podemos ver que para um corpo que se move com velocidade variável, a velocidade instantânea nada mais é que a velocidade média em um intervalo de tempo tão curto que podem ser desprezadas as variações de velocidade durante o intervalo.

5 — 6. Aceleração ao longo da trajetória

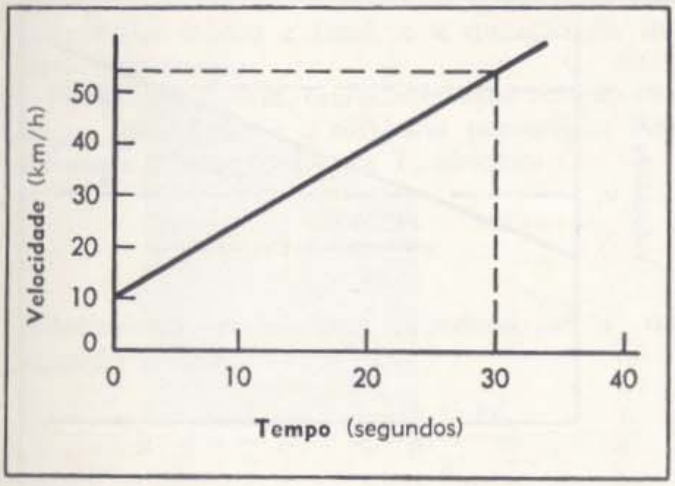
Um motorista pode observar que seu carro consegue atingir 50 km/h em 10 segundos, "partindo do repouso". Êle estaria, neste caso, falando da aceleração de seu carro, quão ràpidamente sua velocidade aumenta. Suponhamos que a Fig. 5 — 22 seja o gráfico da velocidade em função do tempo, para o carro. Para simplificar, começamos com um gráfico retilíneo; no caso de um carro verdadeiro, o gráfico poderia não ser retilíneo, mas consideraremos, em breve, gráficos mais complicados. A Fig. 5 — 22 mostra que o carro alcança a velocidade de 50 km/h em 10 segundos ou que sua velocidade aumenta 5 km/h em cada segundo (escrevemos isto da forma: 5 km/h/s ou 5 km/h-s, e lemos "5 quilômetros



5 — 22. Gráfico da velocidade em função do tempo.

por hora por segundo"). A grandeza 50 km/h em 10 segundos, ou 5 quilômetros por hora por segundo é uma medida da aceleração ao longo da trajetória do carro (O motivo pelo qual a chamamos de "aceleração ao longo da trajetória" é porque existem muitos casos nos quais a aceleração não é dirigida ao longo da trajetória. No próximo capítulo, veremos como tratar de tais casos).

A Fig. 5 — 23 é o gráfico da velocidade em função do tempo para outro carro. Observe que



5 — 23. Gráfico da velocidade em função do tempo para um carro que está em movimento no instante t = O.

no instante "zero", o carro se move a 10 km/h, e que 30 segundos mais tarde, êle tem uma velocidade de 55 km/h. A velocidade aumentou, pois, 45 km/h em 30 segundos. A aceleração ao longo da trajetória é, então, dada por $a_t = 45$ km/h em 30 segundos, ou $a_t = 1{,}5$ km/h-s.

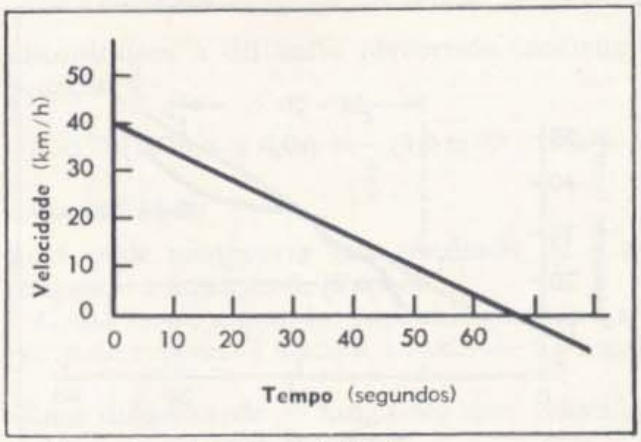
Se escolhermos símbolos para representar as grandezas, podemos usá-los para escrever uma expressão algébrica para êste cálculo. Chame os dois tempos de t_1 *e* t_2, e use v_2 e v_1 para as velocidades correspondentes a êstes dois instantes. A aceleração ao longo da trajetória é dada, pois, pela relação

$$a_t = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta v}{\Delta t},$$

onde usamos a notação Δ, introduzida na Seção 5-3.

Existe um significado geométrico simples para esta equação. Do mesmo modo como $\frac{\Delta d}{\Delta t}$ é a inclinação do gráfico de d em função de t, o segundo membro desta equação é a inclinação do gráfico da velocidade em função do tempo. Podemos, portanto, dizer que a aceleração ao longo da trajetória é igual à inclinação do gráfico de v em função de t.

Se o gráfico da velocidade em função do tempo é do tipo indicado na Fig. 5 — 24, vemos que o carro está diminuindo a velocidade. No instante inicial $t = 0$, êle vai a 40 km/h. Cinqüenta segundos mais tarde, êle vai a 10 km/h. Neste intervalo de tempo, $\Delta t = 50$ s, a variação de velocidade é $\Delta v = -30$ km/h. Conseqüentemente,



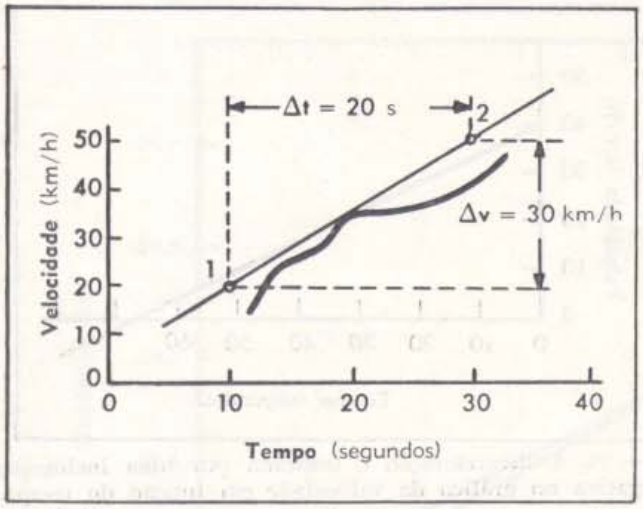
5 — 24. A desaceleração é indicada por uma inclinação negativa no gráfico da velocidade em função do tempo.

$$a_t = \frac{-30 \text{ km/h}}{50 \text{ s}} = -0{,}60 \text{ km/h-s}.$$

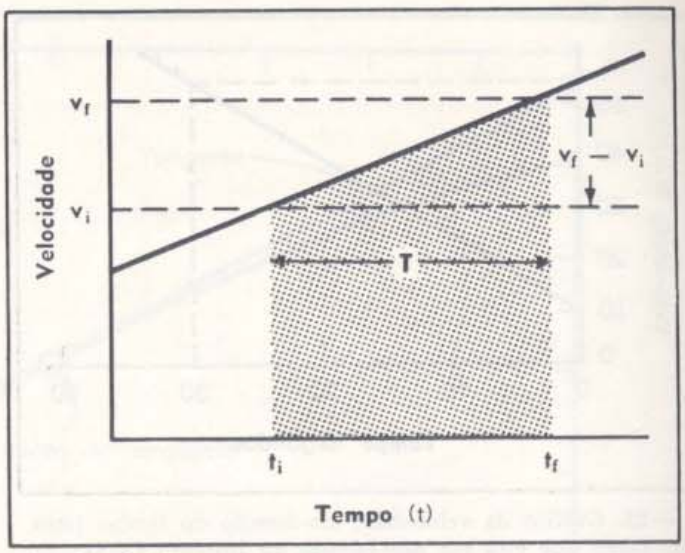
Quando $\frac{\Delta d}{\Delta t}$ tem sinal negativo, significa que o movimento é de retôrno, em sentido oposto àquele primitivamente combinado para medir as distâncias ao longo da trajetória. Que significa um sinal negativo, aqui, para a aceleração ao longo da trajetória? O sinal negativo, neste caso, nos informa que o carro está diminuindo sua velocidade; e, em geral, o sinal negativo significa que a variação de velocidade Δv se processa em sentido oposto. Isto acontece tanto quando um corpo que se move para diante, diminui sua velocidade, como quando um corpo se move para trás, mais e mais ràpidamente. Na realidade, se um objeto se move com um valor negativo de a_t, e parte para diante, êle diminui a velocidade, para momentâneamente, e, depois, volta, percorrendo de nôvo seu percurso, com velocidade crescente. Ache, na Fig. 5 — 24, o instante de parada do carro, e o tempo durante o qual sua velocidade cresce no sentido do retôrno.

Falamos, até agora, de aceleração constante ao longo da trajetória, isto é, de variações uniformes de velocidade. Consideremos, agora, a Fig. 5 — 25, que apresenta outro gráfico da velocidade em função do tempo. Qual é a aceleração ao longo da trajetória decorridos 20 segundos? Em outras palavras, qual é a *aceleração instantânea* ao longo da trajetória, para $t = 20$ segundos?

Sabemos que se ampliamos suficientemente a parte próxima a $t = 20$ segundos, ela parecerá reta. A inclinação dêste segmento retilíneo seria, então, a aceleração ao longo da trajetória. Ainda



5 — 25. Para encontrar a aceleração instantânea ao longo da trajetória, determine a inclinação da tangente no ponto considerado.



5 — 26. Gráfico velocidade-tempo de um movimento com aceleração constante ao longo da trajetória. A inclinação $\frac{v_f - v_i}{t_f - t_i}$ do gráfico é a aceleração ao longo da trajetória, e a área limitada pelo gráfico é a distância percorrida.

mais, como vimos, ao invés de ampliar, podemos traçar uma tangente ao gráfico no ponto correspondente a $t = 20$ segundos, e achar a inclinação da curva medindo a inclinação desta tangente. Pela definição da inclinação, a aceleração instantânea ao longo da trajetória em um tempo t é igual à inclinação do gráfico da velocidade em função do tempo. Na Fig. 5 — 25, escolhendo dois pontos (1 e 2) sôbre a tangente, verificamos que a aceleração instantânea vale

$$a_t = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{50\ \text{km/h} - 20\ \text{km/h}}{30\ \text{s} - 10\ \text{s}} = 1{,}5\ \text{km/h-s}.$$

Podemos, também, expressar a aceleração instantânea ao longo da trajetória na linguagem da Seção 5-5, e então

$$a_t = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v}{\Delta t}.$$

Além da aceleração instantânea em cada momento, definimos a aceleração média para um intervalo de tempo qualquer Δt sob a forma

$$a_m = \frac{\Delta v}{\Delta t}.$$

Isto nos fornece a variação total de v neste intervalo de tempo particular. A aceleração instantânea ao longo da trajetória no tempo t é a aceleração média ao longo da trajetória para um intervalo de tempo muito curto que inclui t. Se a aceleração não varia com o correr do tempo, são iguais, em qualquer instante, a aceleração média e a instantânea.

5 — 7. Resultados úteis para o movimento com aceleração constante ao longo da trajetória

Quando é constante a aceleração ao longo da trajetória, os métodos que estivemos desenvolvendo nos permitem expressar várias relações úteis sob a forma de equações. Considere um objeto cuja velocidade aumenta uniformemente com o tempo, como indica o gráfico da Fig. 5 — 26. Vejamos que acontece durante um certo intervalo de tempo. No começo dêste intervalo de tempo, a velocidade tem um valor que representaremos por v_i (o índice "i" significa inicial), e o tempo correspondente por t_i. No fim dêste intervalo de tempo, a velocidade final é representada por v_f (o índice "f" indica final) e o tempo correspondente por t_f. Como a aceleração ao longo da trajetória é constante, temos

$$v_f - v_i = a_t\ (t_f - t_i) = a_t T, \qquad (1)$$

onde T é o intervalo de tempo compreendido entre o instante inicial t_i e o final t_f. Para determinar a distância percorrida pelo carro durante êste intervalo de tempo, podemos calcular a área sombreada da Fig. 5 — 26. Pela fórmula da área do trapézio (ou somando as "áreas" de um retângulo e de um triângulo), obtemos

$$d = \frac{1}{2}\ (v_f + v_i)\ T, \qquad (2)$$

uma relação entre a distância percorrida, as velocidades inicial e final, e a duração do intervalo de tempo.

Podemos, também, estabelecer uma relação entre as velocidades e a distância percorrida. Resolvendo a equação 1 para T, obtemos

$$T = \frac{v_f - v_i}{a_t}.$$

Substituindo, então, esta expressão de T na equação 2, temos

$$d = \frac{1}{2}(v_f + v_i)\frac{(v_f - v_i)}{a_t}.$$

Finalmente, efetuando o produto, temos

$$2\ a_t d = v_f^2 - v_i^2$$

ou
$$v_f^2 = v_i^2 + 2\ a_t d. \quad (3)$$

Esta relação entre os quadrados das velocidades e a distância é freqüentemente muito útil. Será essencial para nossa discussão sôbre energia cinética na Parte III.

Também, se resolvemos a equação 1 para a velocidade final v_f, e a substituímos na equação 2, obtemos uma expressão que relaciona a distância percorrida, a aceleração ao longo da trajetória, o intervalo de tempo, e a velocidade inicial.

$$d = v_i\ T + \frac{1}{2}\ a_t\ T^2. \quad (4)$$

Os dois têrmos do segundo membro da equação 4 têm um significado simples. O têrmo $v_i T$ dá a distância que o carro percorreria se sua velocidade tivesse permanecido constantemente igual a v_i durante o intervalo de tempo, enquanto que o segundo têrmo fornece a distância que o carro percorreria se tivesse partido do repouso na origem dos tempos. Você pode verificar estas afirmações fazendo, na equação 4, primeiramente $a_t = 0$ e, depois, $v_i = 0$.

Alguns exemplos mostrar-lhe-ão o uso destas equações. Suponha um carro esporte que acelera a uma razão constante, variando sua velocidade, em 6,0 segundos, de 10 m/s para 28 m/s. Qual é sua aceleração, e que distância percorre neste intervalo de tempo?

Determinamos sua aceleração ao longo da trajetória, a partir da equação 1

$$a_t = \frac{v_f - v_i}{t_f - t_i} = \frac{28\ \text{m/s} - 10\ \text{m/s}}{6\text{s} - 0\text{s}}$$

$$= 3{,}0\ \text{m/s/s ou } 3{,}0\ \text{m/s}^2.$$

Encontramos a distância percorrida mediante a equação 4

$$\text{d} = (10\ \text{m/s} \times 6{,}0\text{s}) + \frac{1}{2}(3{,}0\ \text{m/s}^2 \times 36\text{s}^2)$$

$$= 114\ \text{m}.$$

Você pode comprovar êste resultado de d empregando a equação 3. (Faça-o).

Como outro exemplo, suponha que um carro parte do repouso e acelera à razão de 2,0 km/h-s numa distância de $\frac{1}{9}$ km. Com que velocidade terá ido, e quanto tempo terá levado para percorrer esta distância?

Temos duas unidades de tempo, horas e segundos. É conveniente eliminar uma em favor da outra. Nos cálculos seguintes, preferiremos expressar todos os tempos em horas. Para isto, escrevemos

$$a_t = 2\frac{\text{km}}{\text{h-s}} = 2 \times \frac{1\ \text{km}}{1\text{hxls}}.$$

Substituímos, então, 1 s por $\frac{1}{3600}$ h; donde

$$a_t = 2 \times \frac{1\ \text{km}}{1\text{hx}\frac{1}{3600}} = 7200\ \text{km/h}^2.$$

Para encontrar, então, a velocidade final, usamos a equação 3, que fica

$$v_f^2 = 2 \times a_t d, \text{ porque } v_i = 0.$$

O resultado é

$$v_f^2 = 2 \times 7200\frac{\text{km}}{\text{h}^2} \times \frac{1}{9}\text{km} = 1600\ \text{km}^2/\text{h}^2$$

$$v_f = 40\ \text{km/h}.$$

Podemos obter o tempo a partir da equação 1, que se torna

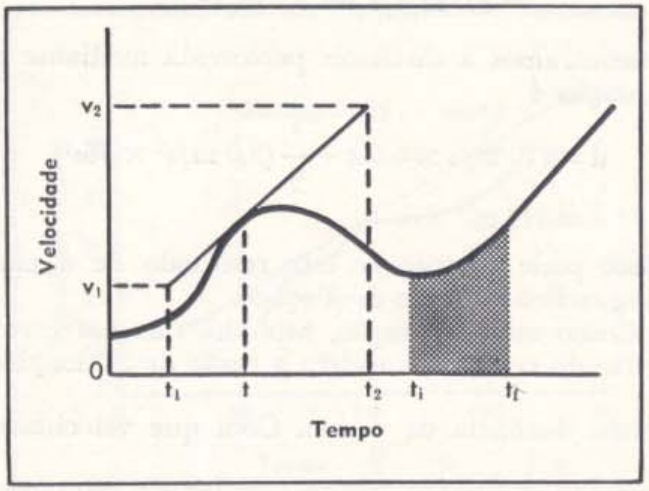
$$v_f = a_t t_f \text{ desde que } v_i \text{ e } t_i = 0.$$

Portanto

$$t_f = \frac{40\ \text{km/h}}{7200\text{km/h}^2} = \frac{1}{180}\text{h ou } 20\text{ s}.$$

5 — 8. Medida de distâncias com a velocidade: Radar e Sonar

Uma vez formada a noção de velocidade, podemos usá-la como um instrumento para medir



5 — 27. Aplicações do gráfico da velocidade em função do tempo.

a distância. Muitas pessoas sabem como calcular a distância de um relâmpago, desta maneira. Como o som percorre uma milha em cêrca de 5 s (ou um quilômetro em 3 s), enquanto que a luz leva menos de 10^{-5} s para percorrer distância igual, tudo que temos a fazer é contar os segundos decorridos entre o clarão e o estrondo, e dividir por 5 para ter a resposta em milhas (ou 3 para obtê-la em quilômetros).

Devido à sua grande velocidade, a luz é usada na definição de uma nova unidade de distância, o *ano-luz*. É a distância que a luz percorre em um ano. É, na realidade, uma unidade muito grande, de aproximadamente 10^{16} m. O Sol está afastado de apenas quinhentos segundos-luz, ou, mais ou menos, 2×10^{-5} anos-luz, e a estrêla mais próxima situa-se a aproximadamente 4,3 anos-luz de nós. Converta em anos-luz algumas das distâncias das duas primeiras tabelas do Capítulo 3.

Suponha que você lança no espaço um "objeto" que tem uma velocidade conhecida e invariável. Se êste mensageiro pode ir e voltar até você pelo mesmo caminho, sem atrasar-se dando voltas, a distância lhe será dada, então, por

$$2d = vt,$$

onde d é a distância à meta que foi atingida com a velocidade conhecida v, e t é o tempo de ida e volta.

O som e a luz são tais "mensageiros". No ar em repouso, êles se movem com velocidades constantes, e são refletidos por objetos de todos os tipos. Enviando um som numa direção definida, e detetando o tempo que leva o eco para chegar, você pode estabelecer a distância a que se acha o objeto que reflete o som. Os ecos dos sons de nossas pisadas, de nossas vozes, e, mesmo, de nossa respiração, instintivamente nos previnem da existência de uma parede, quando dela nos aproximamos no escuro. Os cegos muitas vêzes desenvolvem esta habilidade a um tal ponto, que chega a compensar a falta de visão. Os morcegos voam com grande precisão no escuro, escutando os ecos de seus guinchos agudíssimos.

Você pode fàcilmente realizar sòzinho uma experiência de medida de distâncias com o eco. Meça a velocidade do som, marcando o tempo para uma distância conhecida, e use, então, sons para medir outras distâncias. Para medidas mais precisas de distâncias maiores, o som pode ser enviado direcionalmente, e registrado eletrônicamente o tempo que o eco leva para chegar. Esta medida de distâncias com o eco, usando som submarino, é chamada *sonar*.

É mais difícil marcar o tempo para a luz, ainda que seus "ecos", que chamamos reflexões, se produzam em tôda parte. Nenhum sentido humano, desprovido de auxílio, pode perceber o tempo de ida e volta da luz, em qualquer lugar da Terra. A luz simplesmente caminha depressa demais para nossos sentidos. Com a ajuda da eletrônica, porém, podem ser medidos os tempos que os ecos da luz levam para chegar, e o que é ainda mais útil, o mesmo pode acontecer com os ecos de ondas de rádio que se movem à mesma velocidade da luz. O uso dos ecos de rádio para localizar objetos é chamado *radar*. Conhecendo a velocidade do pulso emitido — sua direção e grandeza — podemos detetar e cronometrar os ecos procedentes de qualquer das direções em volta. Se êles são recolhidos por uma antena giratória, e apresentados em escala e em direção adequada sôbre uma tela fluorescente, temos um mapa de radar dos objetos vizinhos que refletem os pulsos de rádio. O radar é muito valioso na navegação moderna.

Em astronomia, o método de medida de distâncias com o radar foi usado raramente, mas pode servir para comprovar medidas ópticas da posição da lua ou de um satélite artificial, e como um meio de localizar os rastros temporários de meteóros, a grandes alturas da atmosfera.

5 — 9. Sumário

Neste capítulo estivemos estudando cinemática — a história do movimento e das relações entre velocidade, tempo, e distância. Nosso ponto de partida foi a equação que todos aprendemos no início de nossa vida escolar: a velocidade cons-

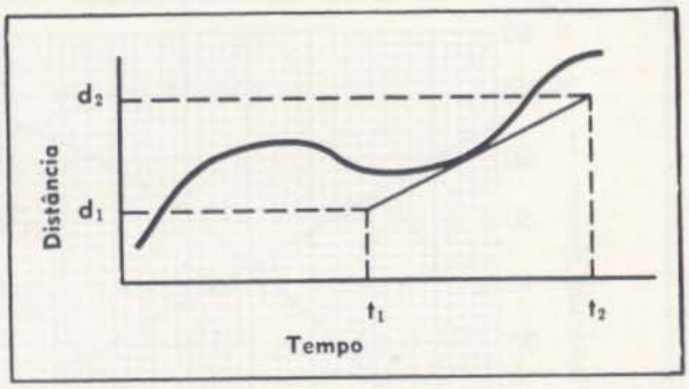
tante, a distância percorrida é igual ao produto da velocidade pelo tempo de percurso. Não podemos usar esta relação se a velocidade não é constante, porque não sabemos de antemão, por qual das várias velocidades deve ser multiplicado o tempo. Pudemos, entretanto, indicar como pode ser obtida a distância com a ajuda de um gráfico de velocidade em função do tempo, como o da Fig. 5 — 27. A "área" sombreada na figura mostra a distância percorrida entre os instantes t_1 e t_f.

Êste gráfico pode ser-nos ainda mais útil. Traçando uma tangente ao gráfico em um instante particular qualquer, tal como t, podemos determinar a inclinação do gráfico, neste ponto. Esta grandeza é a aceleração ao longo da trajetória — a razão segundo a qual a velocidade está variando na unidade de tempo. Assim, a aceleração no instante t na Fig. 5 — 27 é

$$a_t = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1}.$$

Quando o gráfico é retilíneo como a parte à direita da Fig. 5 — 27, a aceleração ao longo da trajetória permanece constante. Em tais circunstâncias, é muito fácil calcular a "área" limitada pelo gráfico, e pudemos chegar a equações algébricas que contam tôda a história do movimento de aceleração constante. O uso de gráficos não se limita a êste caso simples, entretanto. Os gráficos proporcionam um meio geral para estudar o movimento.

Outro gráfico valioso é o da distância em função do tempo, como o indicado na Fig. 5 — 28. A partir dêste gráfico podemos determinar a velocidade, bem como a distância. A inclinação dêste gráfico, em um instante particular qualquer, é a velocidade:



5 — 28. A velocidade pode ser determinada a partir do gráfico distância-tempo.

$$v = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta d}{\Delta t} = \frac{d_2 - d_1}{t_2 - t_1}.$$

Apesar de havermos avançado bastante em nosso estudo do movimento, existem ainda questões que não podemos responder. No próximo capítulo, libertar-nos-emos da restrição a movimento em uma trajetória fixa, tal como uma estrada. A introdução de vetores no próximo capítulo, permitir-nos-á considerar movimentos em tôdas as direções: de cima para baixo; de norte a sul; e de este a oeste. Para esta finalidade, a velocidade deve ser substituída pela velocidade vetorial, que indica a direção do movimento bem como a rapidez do móvel. A aceleração tomará, então, um significado mais geral, o da variação da velocidade vetorial por unidade de tempo.

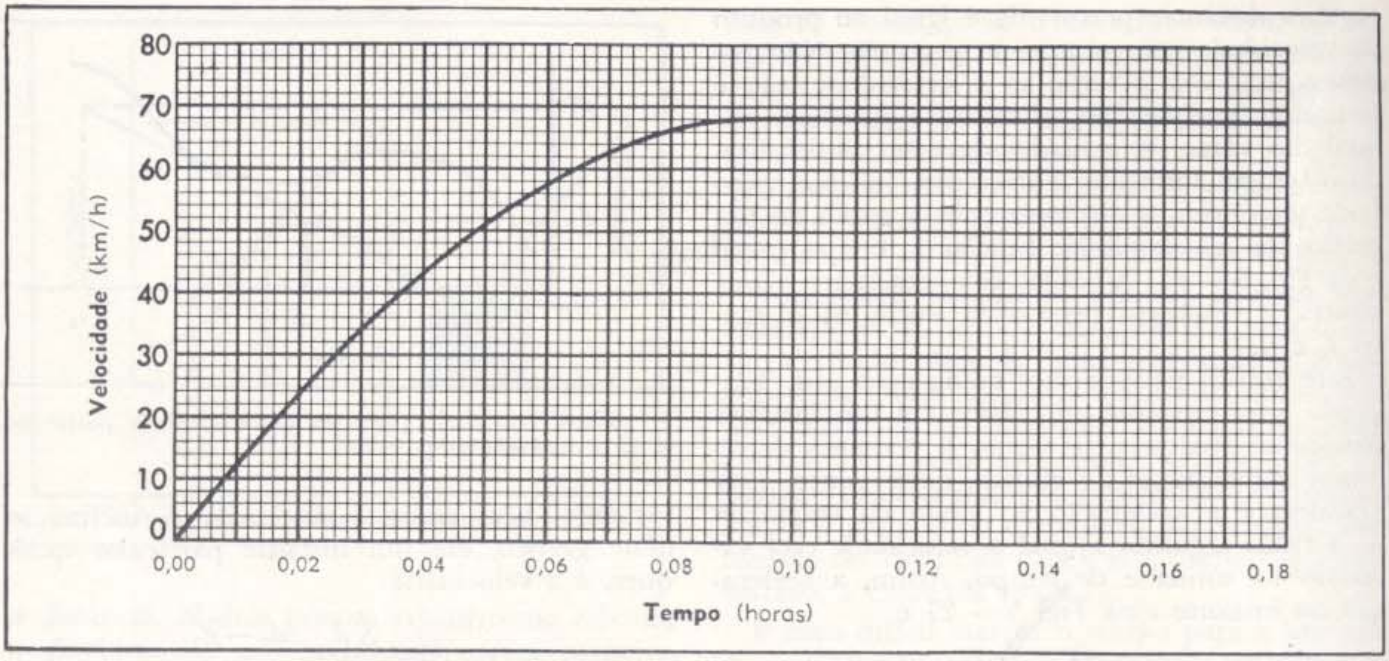
PARA CASA, CLASSE E LABORATÓRIO

1. Um corredor dá uma volta completa em uma pista de 800 metros em 2 min e 1,2 s. Qual foi sua velocidade média em m/s?

2. Dois carros, um a 40 km/h e outro a 60 km/h, iniciam uma viagem de 120 quilômetros, no mesmo instante. Quanto tempo antes um carro chega ao destino, em relação ao outro?

3. Um homem sabe que para ir de uma cidade a outra, por uma estrada, deve percorrer 400 quilômetros, e pode ir em média a 45 km/h. Por outra estrada, êle pode percorrer 400 quilômetros no asfalto, indo em média a 60 km/h, mas tem que fazer um percurso extra de 80 quilômetros em estradas nas quais só pode ir em média a 40 km/h. Que caminho leva menos tempo?

4. Um Volkswagen e um Cadillac percorrem o mesmo trajeto de 80 quilômetros. O Volkswagen mantém todo o tempo a velocidade de 50 km/h. O Cadillac parte no mesmo instante, com a velocidade de 60 km/h, mas o motorista pára durante 10 minutos, após ter viajado meia hora.
   (a) Faça um gráfico da velocidade em função do tempo, para os dois carros.
   (b) Qual dos carros chega antes ao destino?



5 — 29. Para o problema 8.

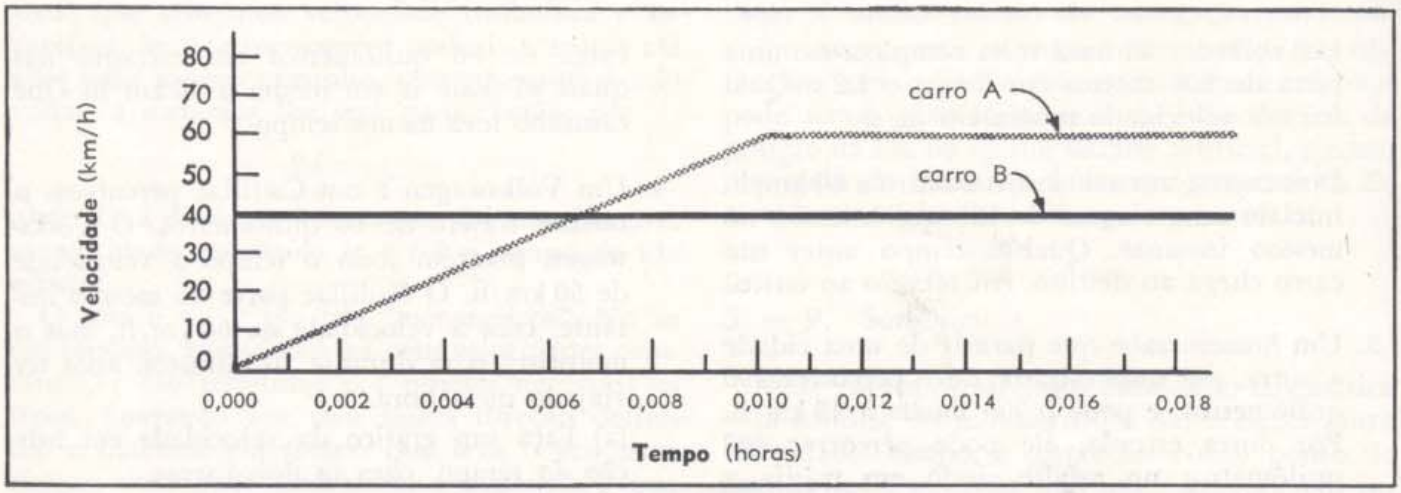
5. A tabela adiante fornece os dados de uma viagem feita num carro:

Intervalo de tempo	Duração do intervalo (h)	Velocidade (km/h)
1	0,10	20
2	0,40	60
3	0,20	20

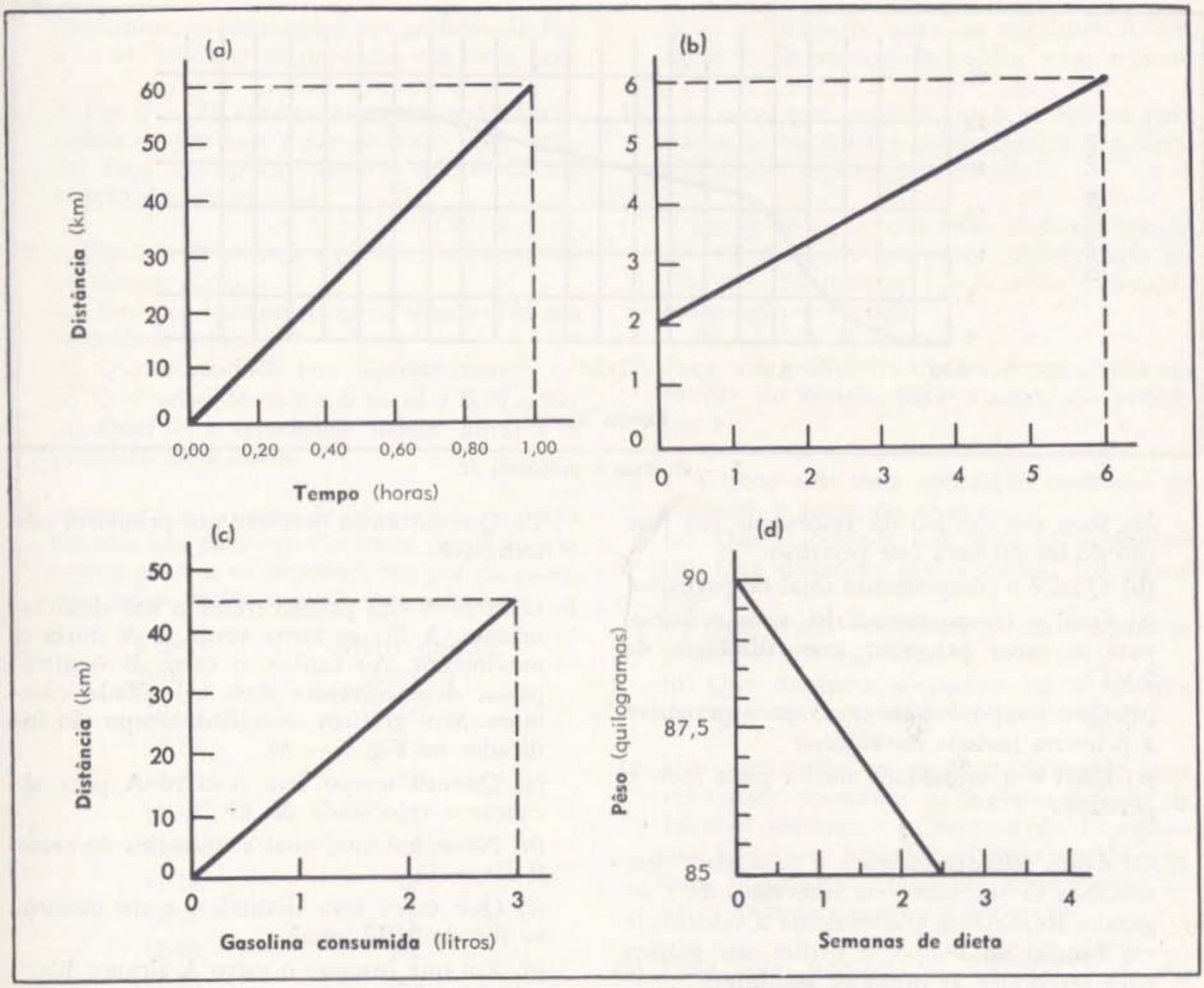
(a) Que distância o carro percorre no primeiro intervalo de tempo?
(b) Qual é o percurso total da viagem?
(c) Faça um gráfico da velocidade em função do tempo, para esta viagem.
(d) Que tempo leva o carro para percorrer os primeiros 14 quilômetros?
(e) Indique em seu gráfico a área correspondente aos primeiros 14 quilômetros de percurso.

6. Um carro se move com as velocidades indicadas na tabela adiante, na qual T é um intervalo de tempo particular, e V uma velocidade determinada.

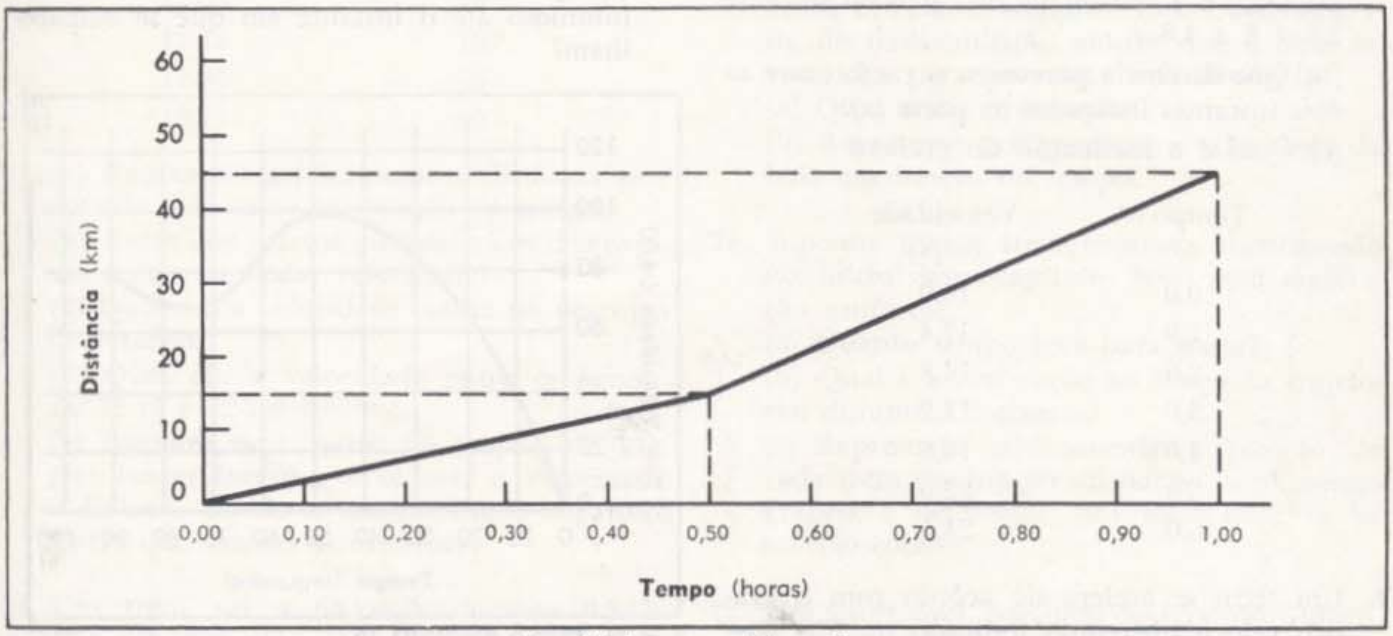
Intervalo de tempo	Duração do intervalo	Velocidade
1	T	V
2	3T	4V
3	T	2V
4	2T	V/2
5	T/2	2V



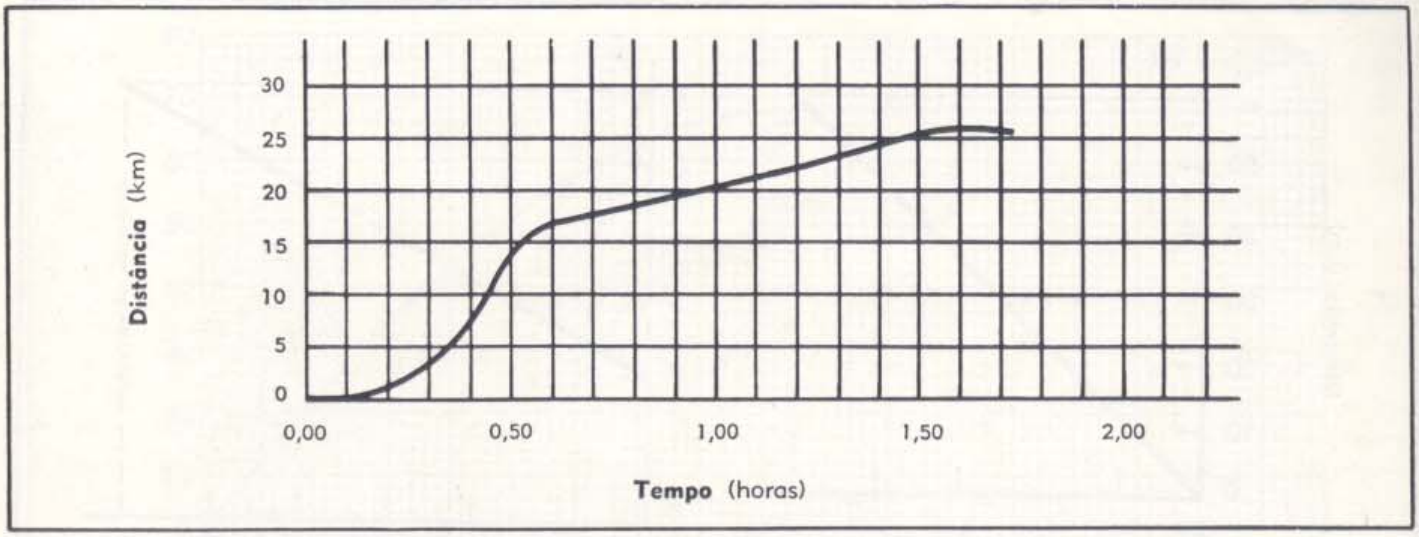
5 — 30. Para o problema 9.



5 — 31. Para o problema 10.



5 — 32. Para o problema 11.



5 — 33. Para o problema 12.

(a) Faça um gráfico da velocidade em função do tempo para êste percurso.

(b) Qual é o comprimento total do percurso?

(c) Qual o tempo necessário, após o início, para o carro percorrer uma distância de 7 VT?

(d) Que tempo leva o carro para percorrer a primeira metade da viagem?

(e) Qual é a velocidade média para todo o percurso?

7. Os dados adiante indicam a velocidade instantânea de um carro em intervalos de 1 segundo. Represente gràficamente a velocidade em função do tempo, e utilize seu gráfico para responder às questões seguintes:

(a) Qual é a velocidade do carro no instante 2,6 s? E a 4,8 s?

(b) Que distância percorreu o carro entre os dois instantes indicados na parte (a)?

(c) Qual é a inclinação do gráfico?

Tempo (s)	Velocidade (m/s)
0,0	10,0
1,0	12,4
2,0	14,8
3,0	17,2
4,0	19,6
5,0	22,0
6,0	24,4

8. Um trem se acelera de acôrdo com o gráfico velocidade-tempo indicado na Fig. 5 — 29. Que distância percorre nos primeiros seis minutos?

9. O carro A está parado frente a um sinal luminoso. A luz se torna verde, e A inicia o movimento. Ao fazê-lo, o carro B o ultrapassa, desenvolvendo uma velocidade constante. Seus gráficos velocidade-tempo são indicados na Fig. 5 — 30.

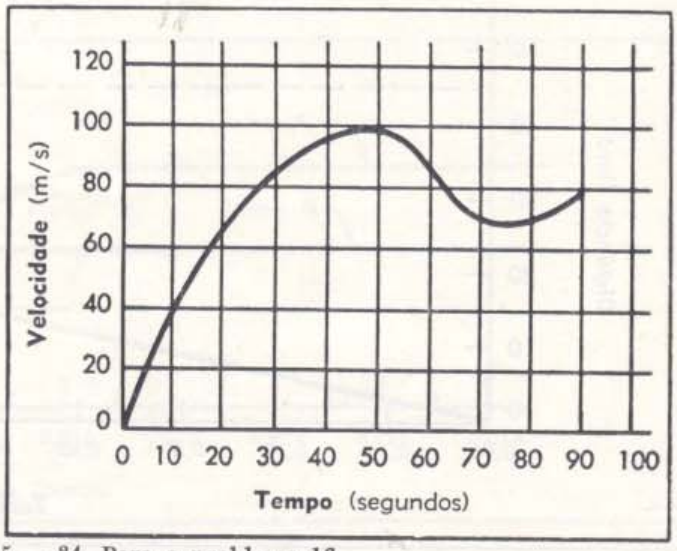
(a) Quanto tempo leva o carro A para alcançar a velocidade de B?

(b) Nesse instante, qual a dianteira do carro B sôbre A?

(c) Que carro leva dianteira, e de quanto, ao fim de 0,010 hora?

(d) Em que instante o carro A alcança B?

(e) Que distância percorreram, desde o sinal luminoso até o instante em que se emparelham?



5 — 34. Para o problema 16.

10. Determine as inclinações dos gráficos da Fig. 5 — 31. Indique as unidades em cada caso.

11. A Fig. 5 — 32 apresenta o gráfico distância-tempo de um carro que percorre uma estrada. Faça um gráfico de sua velocidade em função do tempo.

12. A Fig. 5 — 33 mostra o gráfico distância-tempo de um carro.
(a) Em que instante o carro desenvolve sua velocidade máxima?
(b) Que velocidade tem neste instante?
(c) Que velocidade tem o carro a 0,70 hora?
(d) Qual é a velocidade média durante a primeira meia hora?

13. Durante uma viagem de ida e volta por uma estrada, um passageiro sentado junto ao motorista anotou os seguintes tempos de passagem pelos vários marcos quilométricos:

Tempo h-min	Marco quilométrico
10-05	40
10-25	45
10-40	52
10-50	62
11-00	66
11-10	68
11-25	78
11-40	82
11-50	82
12-05	76
12-15	70
12-30	56
13-15	40

(a) Represente gràficamente a distância percorrida pelo carro em função do tempo.
(b) Entre que marcos quilométricos desenvolvia o carro a maior velocidade?
(c) Qual era a velocidade média no percurso de retôrno?
(d) Qual era a velocidade entre os instantes 12-15 e 12-30?
(e) Durante uma parte do trajeto de ida, êles foram forçados a reduzir a velocidade a 12 km/, devido a um caminhão vagaroso. Entre que marcos ocorreu isto?

14. Um trem vai a 60 km/h durante 0,52 h, 30 km/h durante os seguintes 0,24 h, e, depois, a 70 km/h, para os seguintes 0,71 h. Qual é sua velocidade média nesse trajeto?

15. Um carro que vai a 20 km/h, se acelera para 60 km/h em 6,0 segundos. Qual é a aceleração média ao longo da estrada?

16. A partir do gráfico da *velocidade* em função do tempo, para um carro, apresentado na Fig. 5 — 34, deduza o gráfico da *aceleração* em função do *tempo*.

17. Faça um gráfico da *distância* percorrida em função do *tempo*, para o carro do problema 16.

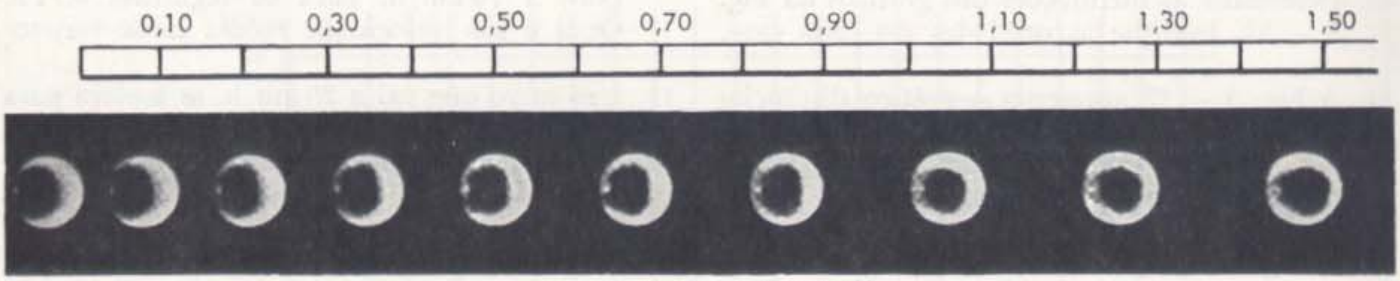
18. Um trenó tem uma aceleração constante de 2,0 m/s², e parte do repouso.
(a) Que velocidade tem após 5,0 segundos?
(b) Que distância percorreu em 5,0 segundos?
(c) Qual é sua velocidade média durante os primeiros 5,0 segundos?
(d) Que distância percorreu até o instante em que sua velocidade atinge 40 m/s?

19. Um carro, que se move inicialmente com velocidade constante, se acelera à razão de 1,0 m/s² durante um período de 12 segundos. Se o carro percorreu 190 metros durante êstes 12 segundos, qual era a velocidade do carro quando começou a acelerar?

20. Uma bola, partindo do repouso, rola com aceleração uniforme por um plano inclinado de 216 cm de comprimento. Uma fotografia de flash-múltiplo mostra que a bola levou 1,2 s para percorrer esta distância.
(a) Qual era a aceleração?
(b) Represente gràficamente a velocidade da bola em função do tempo.

21. Suponha que o trem expresso, mencionado no início dêste capítulo, freie com aceleração uniforme.
(a) Quanto tempo leva para parar?
(b) Qual é a aceleração ao longo da trajetória, durante a freiagem?
(c) Represente gràficamente a posição de cada trem em função do tempo num mesmo gráfico, e determine, por meio dêle, se há ou não colisão.

22. Um automóvel, partindo do repouso, aumenta sua velocidade (acelera) uniformemente,



5 — 35. Para o problema 29.

durante 10 segundos. Sua velocidade, ao fim de 5,0 segundos, é 48 km/h.
(a) Qual é a aceleração?
(b) Qual será sua velocidade após 10 segundos?
(c) Que distância percorrerá em 10 segundos?
(d) Que distância percorrerá durante o oitavo segundo?
(e) Deduza uma equação para determinar a distância percorrida por um corpo durante o n-ésimo segundo, partindo do repouso e acelerando uniformemente (n = 1, 2, 3, etc.).

23. Um motorista de um carro que vai a 52 km/h freia, desacelera uniformemente, e pára em 5 segundos. Outro motorista, que vai a 34 km/h, freia mais suavemente, e pára em 10 segundos. Represente, no mesmo gráfico, a velocidade em função do tempo, para cada um dos dois carros.
(a) Qual dos dois carros percorreu maior distância, depois de freiado?
(b) Adicione uma linha ao gráfico, que represente o segundo carro desacelerando na mesma razão do primeiro. Quanto tempo leva o carro para parar, nesta razão de desaceleração?

24. Um carro se move ao longo de uma estrada a 30 km/h. O motorista, então, "pisa na tábua", e acelera uniformemente, até atingir 60 km/h em 10 segundos.
(a) Qual foi a aceleração durante êste intervalo de 10 segundos?
(b) Que distância percorreu o carro durante êstes 10 segundos?

25. Um foguete que colocou um satélite em órbita, alcançou uma velocidade de $2{,}90 \times \times 10^4$ km/h em 2,05 minutos.
(a) Qual era a aceleração média em km/h. s? Em m/s²?
(b) Se o foguete tivesse combustível suficiente para manter a mesma razão de aceleração durante uma hora, que velocidade teria ao fim da hora, partindo do repouso?
(c) Que distância percorreria durante esta hora?

26. Faça o gráfico velocidade-tempo de um carro que se move com uma velocidade uniforme de 40 km/h. Represente, no mesmo gráfico, a velocidade em função do tempo para um segundo carro, que parte do repouso e se acelera uniformemente até uma velocidade máxima de 40 km/h.
(a) Que relação encontra você entre as distâncias percorridas pelos dois carros durante o tempo em que o segundo carro está acelerando?
(b) Seria válida esta relação se você escolhesse uma aceleração diferente para o segundo carro?
(c) Pode você provar isto matemàticamente?

27. Um trenó de teste de foguete é acelerado ao longo de uma pista durante 10 s, com uma aceleração de 100 m/s². Êle, então, se move sem aceleração durante 5,0 s, após o que se move com uma aceleração de — 150 m/s² até parar.
(a) Qual é a velocidade máxima do trenó?
(b) Quanto tempo leva o trenó para parar, a partir do instante em que começa a desacelerar?
(c) Que distância percorre durante os primeiros 10 s? Durante o período de desaceleração? Durante o percurso total?
(d) Faça um gráfico da aceleração do trenó em função do tempo. Determine a "área" limitada pelo gráfico, durante os primeiros 10 s. Como se compara esta "área" com a velocidade máxima do trenó?
(e) Demonstre que a variação de velocidade de um corpo durante um intervalo de tempo qualquer é igual à "área" limitada pelo gráfico aceleração-tempo, para o mesmo intervalo.

28. Reveja o capítulo e relacione todos os lugares nos quais a discussão deve ser limitada a movimento retilíneo — todos os lugares nos quais não se ajustaria igualmente bem o movimento ao longo de uma trajetória curva.

29. A Fig. 5 — 35 é uma fotografia de flash-múltiplo de uma bola em movimento, tirada em intervalos de $^1/_{30}$ s. A bola se move da esquerda para a direita, e o ponto zero da escala se alinha com o extremo direito da posição inicial da bola.
(a) Meça a distância a partir do ponto zero para cada posição da bola, e faça um gráfico da distância em função do tempo para descrever êste movimento.
(b) A partir de seu gráfico em (a), construa um gráfico velocidade-tempo.
(c) Que lhe diz o gráfico velocidade-tempo sôbre a aceleração da bola móvel?

LEITURA COMPLEMENTAR

Griffin, Donald R., *Echoes of Bats and Men.* Doubleday, 1959. Uma publicação da Science Study Series.

Hornung, Julius L., *Radar Primer* — McGraw-Hill, 1948.

Rush, J. H., The Speed of Light, *Scientific American,* Agôsto, 1955.
Um sumário simples dos métodos que foram usados para medir esta velocidade máxima possível.

Thompson, Silvanus P., *Calculus Made Easy,* Macmillan, 1944.

VETORES

CAPÍTULO 6

Um carro que se move ao longo de uma estrada, anda por uma trajetória predeterminada, mas existem muitos movimentos na natureza para os quais a trajetória ou a estrada não estão prèviamente fixados. Se você dirige um barco a motor em um lago, pilota um avião, ou quer pesquisar o movimento de um satélite que se move no céu, está enfrentando uma nova situação. Não existem estradas ou caminhos na superfície da água ou no espaço.

Para descrever o movimento em geral, devemos conhecer algo mais que a velocidade. Devemos ampliar as idéias do Capítulo 5, a fim de incluir a direção do movimento. Introduzimos desta forma, grandezas que além de um módulo possuem, também, uma direção. Representaremos estas grandezas por segmentos de reta. O comprimento do segmento dá o módulo, e sua direção especificará a direção no espaço. Verificaremos, agora, como operar com estas novas grandezas, chamadas vetores.

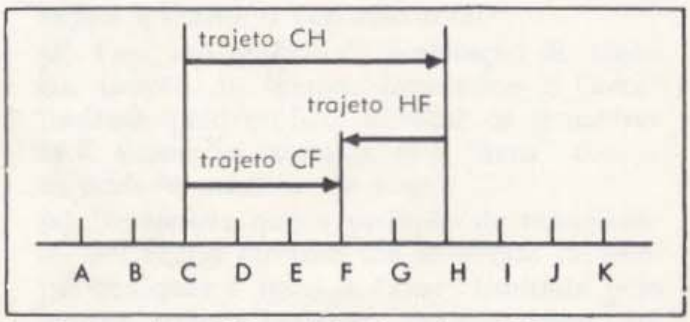
6 — 1. Trajetos e vetores; adição e subtração de vetores

A situação mais simples envolvendo vetores surge quando consideramos um movimento ao longo de uma reta. Suponha que você faz uma viagem de carro ao longo de uma estrada reta. A Fig. 6 — 1 mostra uma linha que representa a estrada; os pontos *A*, *B*, *C*, ..., na estrada, são eqüidistantes — distam, por exemplo, de um quilômetro. Se você parte de *C* e pára em *H*, êste trajeto é evidentemente representado, na figura, pela flecha marcada *CH*. Seu comprimento é de 5 quilômetros. Se você, então, volta e retorna até *F*, êste segundo trajeto é representado pela flecha marcada *HF*. Êle tem 2 quilômetros de comprimento, e sentido oposto. O resultado dêstes dois trajetos é igual ao que seria obtido se você fizesse uma só viagem, de *C* a *F*, representada pela flecha *CF*, de 3 quilômetros de comprimento. Isto significa que:

$$\text{Trajeto } CH + \text{Trajeto } HF = \text{Trajeto } CF.$$

Se tentamos usar o comprimento de cada trajeto para representá-lo nesta equação, seremos levados a uma conclusão incorreta, desde que $5\text{ km} + 2\text{km} = 3\text{ km}$. Por outro lado, você vê, pela figura, que podemos representar o trajeto *HF* pelo número negativo (— 2 quilômetros). Obtemos, então, o resultado correto:

$$5 \text{ quilômetros} + (-2 \text{ quilômetros}) = 3 \text{ quilômetros}.$$



6 — 1. O trajeto *CH* seguido do trajeto *HF* conduz ao mesmo resultado que o trajeto *CF*.

Como êste exemplo evidencia, podemos representar os dois sentidos possíveis de trajetos ao longo de uma reta por números positivos e negativos; por exemplo, números positivos para flechas que apontam para a direita, e negativos para as que apontam para a esquerda. A adição e subtração de tais vetores é o mesmo que a soma e subtração de números positivos e negativos.

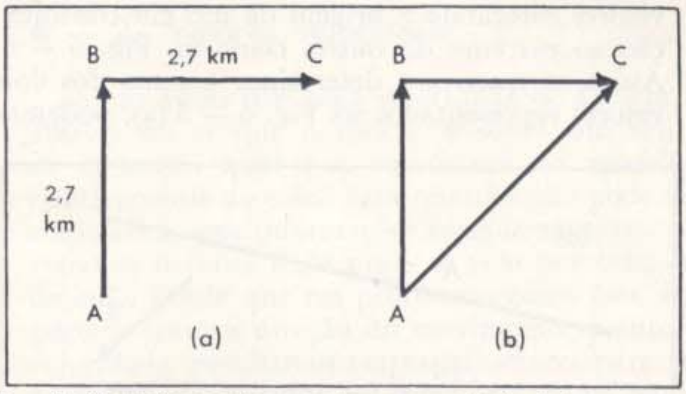
Considerando trajetos em qualquer direção sôbre uma superfície plana, ao invés de restringi-los a uma linha reta, nos encontramos com um nôvo problema. Suponha que partimos de um ponto A. Percorremos 2,7 km para o norte até B, e prosseguimos caminhando 2,7 km para o leste até C, como indica a Fig. 6 — 2 (a). Um trajeto direto *de A até C* dá o mesmo resultado que êstes dois caminhos separadamente, como se mostra na Fig. 6 — 2 (b). Podemos, então, escrever

$$\text{Trajeto } AB + \text{Trajeto } BC = \text{Trajeto } AC.$$

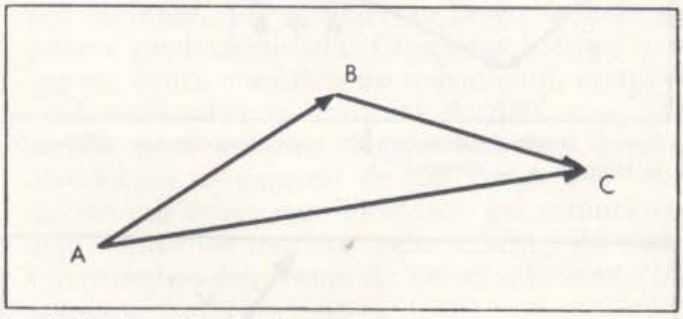
Podemos somar trajetos em qualquer ângulo, tal como os da Fig. 6 — 3. Observe que a soma de trajetos que não estão ao longo da mesma reta é um tipo de adição diferente da adição de números. Em particular, a *distância* que percorreríamos indo de A a C, via B, é maior que a distância em linha reta de A a C.

A fim de indicar um trajeto *de* um ponto A *a* um ponto B, desenhamos uma seta em B, no sentido de A para B. O sentido da seta indica o sentido do trajeto, e o comprimento da flecha nos dá a distância que percorremos. Quando queremos nos referir a êste trajeto de A a B, ao invés de escrever "Trajeto AB", escrevemos o símbolo vetorial $\overrightarrow{AB}$. Assim, da Fig. 6 — 4 (a), concluímos que $\overrightarrow{LM} + \overrightarrow{MN} = \overrightarrow{LN}$. É mais conveniente, em geral, usar uma só letra para indicar um vetor. O trajeto de L a M pode ser representado tanto pelo símbolo $\overrightarrow{LM}$ como pelo nôvo símbolo $\vec{R}$, e a descrição da Fig. 6 — 4 (b), é $\vec{R} + \vec{S} = \vec{T}$.

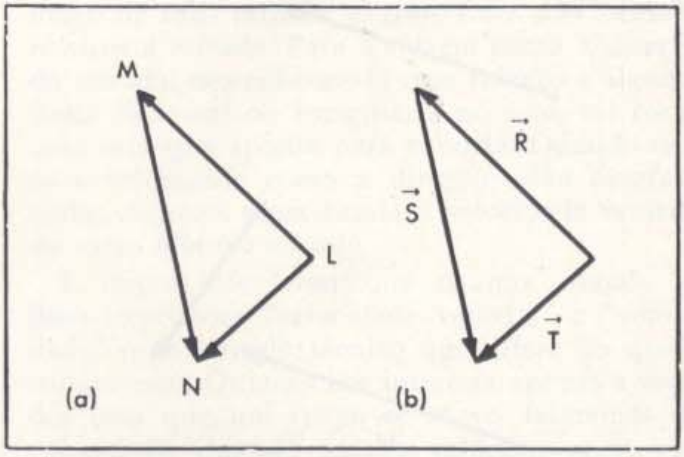
Para descrever completamente um trajeto retilíneo, você precisa conhecer seu comprimento, sua direção, e seu ponto inicial ou final. Entretanto, freqüentemente, lembraremos que dois trajetos são equivalentes se abarcam a mesma distância e sentido, ainda que partam de pontos diferentes. Quando estamos interessados apenas na distância e direção, usaremos o têrmo *deslocamento*, em lugar de trajeto. A afirmação de



6 — 2. Os trajetos sôbre qualquer superfície, tal como a desta página ou a da Terra, podem ser somados pelo emprêgo de diagramas em escala.



6 — 3. Trajeto AB + trajeto BC = trajeto AC.

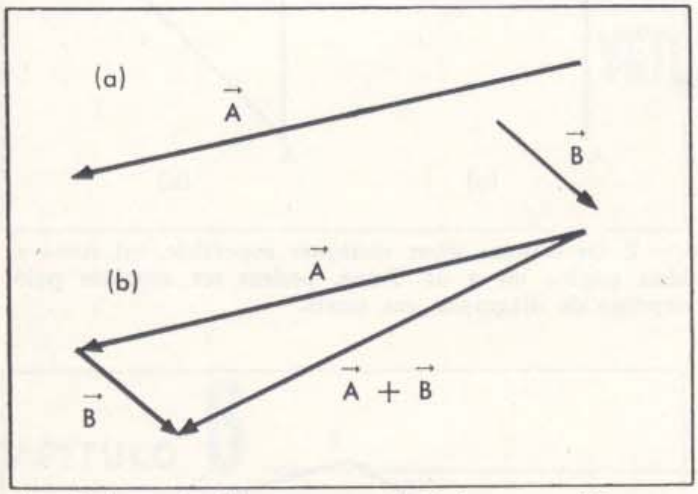


6 — 4. Mostra-se a mesma soma em (a) e (b), não obstante serem diferentes as notações vetoriais.

que você percorreu 1,4 quilômetros na direção 15° oeste descreve completamente seu deslocamento. Dois vetores de mesmo comprimento e mesma direção e sentido representam o mesmo deslocamento. Quando você desloca um livro de um metro para leste e um metro para o norte, êle fica a $\sqrt{2}$ metros a nordeste, independentemente de seu ponto de partida.

Em geral, definiremos um vetor sem especificar onde estão suas extremidades, e somaremos

vetores colocando a origem de um em continuação ao extremo do outro, como na Fig. 6 — 4. Assim, se queremos determinar a soma dos dois vetores representados na Fig. 6 — 5 (a), podemos mover um dêles "paralelamente a si mesmo" até que seu extremo coincida com a origem do outro, como se indica na Fig. 6 — 5 (b). Isto significa que dois vetores são iguais se têm o mesmo módulo (comprimento), direção e sentido, não importando onde os traçamos. Se fôr importante a posição de um dos extremos de um vetor, acrescentaremos esta informação ao usá-lo.



6 — 5. Soma de dois vetores após deslocar um dêles paralelamente a si mesmo.

Sabemos, pois, como somar vetores. Existe um processo correspondente para subtraí-los? Lembre que quando lidamos com números positivos e negativos, a resposta do problema

$$6 - 8 = ?$$

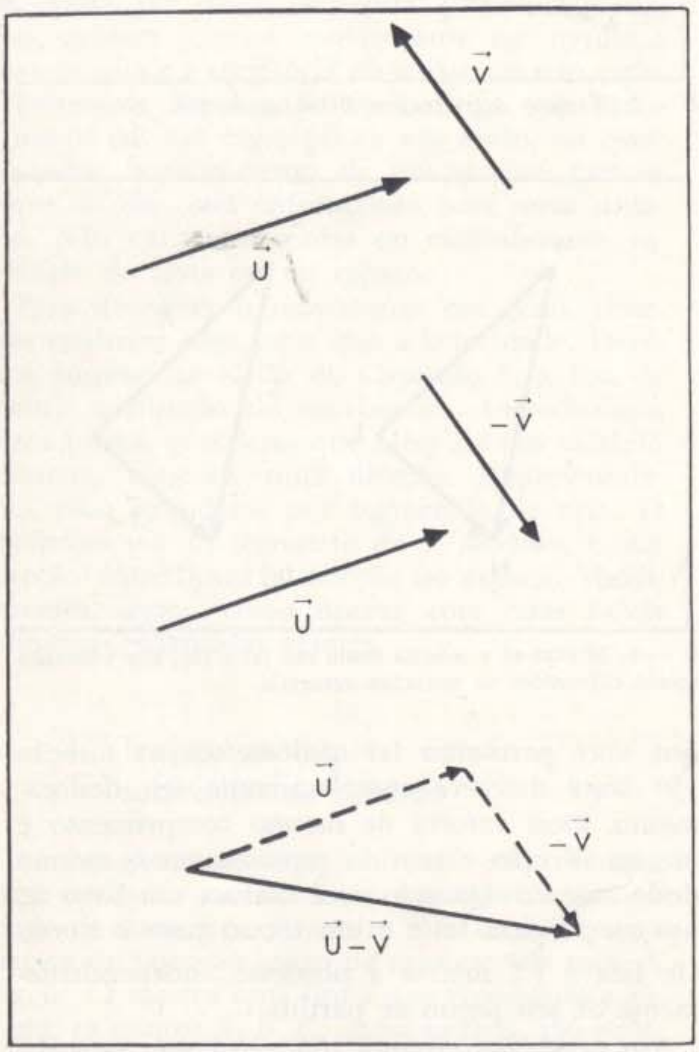
é igual à da questão

$$6 + (-8) = ?$$

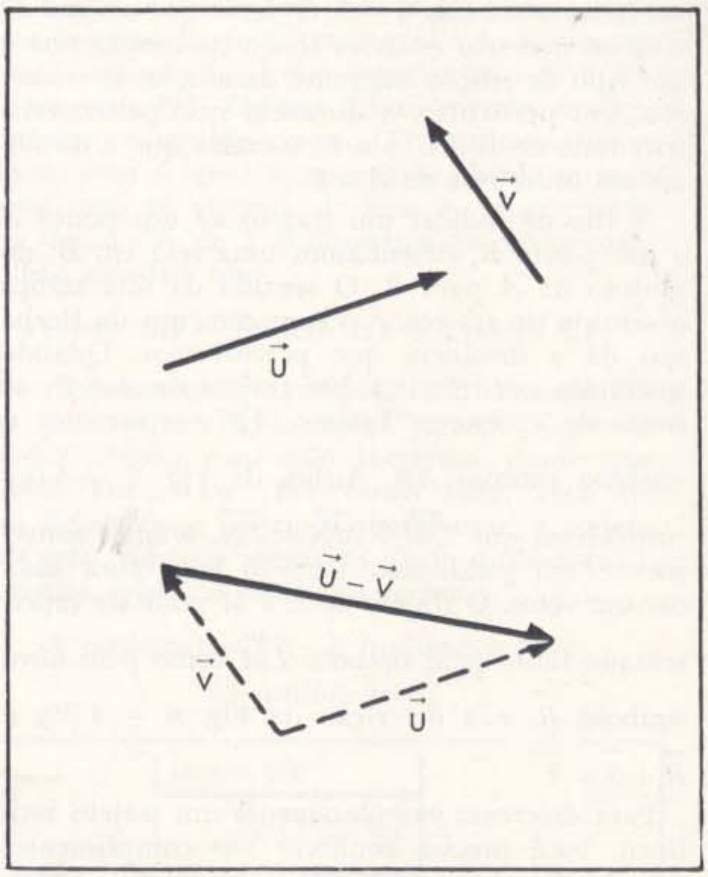
ou do problema

$$6 = 8 + ?$$

Existem procedimentos similares para subtrair vetores. Para verificar porquê, voltemos a



6 — 6. Para encontrar a diferença entre dois vetores, somamos ao primeiro o segundo com o sinal trocado.



6 — 7. Podemos, também, encontrar $\vec{U} - \vec{V}$, traçando $\vec{U}$ e $\vec{V}$ com as origens coincidentes, e traçando, então, um vetor desde o extremo de $\vec{V}$ ao extremo de $\vec{U}$. Você pode comprovar que traçou êste vetor no sentido correto, lembrando que $\vec{V} + (\vec{U} - \vec{V}) = \vec{U}$.

trajetos, por um momento. Se você soma o trajeto $\overrightarrow{BA}$ ao trajeto $\overrightarrow{AB}$, você volta ao ponto de partida. O resultado é um "trajeto nulo". Dizemos, então, que $\overrightarrow{AB}$ e $\overrightarrow{BA}$ são trajetos opostos, cuja soma é zero, e escrevemos:

$$\overrightarrow{AB} = -\overrightarrow{BA} \text{ ou } -\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BA}.$$

Em geral, somar o trajeto $\overrightarrow{BA}$ é o mesmo que tirar o trajeto $\overrightarrow{AB}$, e $\overrightarrow{CB} - \overrightarrow{AB}$ é o mesmo que $\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{BA}$ ou que $\overrightarrow{CB} + (-\overrightarrow{AB})$.

Os pontos extremos dos vetores não importam. O oposto do vetor $\vec{V}$ é qualquer vetor $-\vec{V}$, igual a $\vec{V}$ em comprimento e direção, e de sentido contrário. Podemos, então, subtrair $\vec{V}$ de $\vec{U}$, somando $-\vec{V}$ a $\vec{U}$. O procedimento está ilustrada na Fig. 6 — 6. Podemos, também, subtrair $\vec{V}$ de $\vec{U}$ resolvendo o problema $\vec{U} = \vec{V} + ?$ Na Fig. 6 — 7 indicamos o vetor $\vec{U}$, o vetor $\vec{V}$, e a diferença $\vec{U} - \vec{V}$. Observe que êste vetor, na Fig. 6 — 7, é paralelo ao vetor correspondente de mesmo comprimento e direção na Fig. 6 — 6. Êles são, portanto, iguais. Os dois métodos dão o mesmo resultado; use o que lhe fôr mais conveniente.

Usamos deslocamentos e a adição de deslocamentos como exemplos das novas grandezas que chamamos vetores. Podemos representar estas grandezas por segmentos de reta, cada um com uma seta indicadora do sentido, e seu comprimento nos dando o módulo. Isto nos dá um modo padronizado de representar vetores. Que entendemos, porém, realmente por um vetor? Os vetores são grandezas quaisquer que se somam e subtraem da mesma forma que os deslocamentos. Observe que os vetores são realmente grandezas novas, não podendo ser descritos sòmente por números. As grandezas físicas que podem ser definidas simplesmente por números são chamadas *escalares*. A temperatura de uma sala é um bom exemplo de uma grandeza física escalar, enquanto que um deslocamento de 3 quilômetros para nordeste o é de uma grandeza vetorial. Encontraremos em física diversos tipos de vetores.

6 — 2. Vetores velocidade

Se um avião tem uma velocidade de 250 km/h através do ar que o rodeia, e sopra um vento de 50 km/h, qual é a velocidade do aparelho relativamente ao solo? Esta questão não pode ser respondida sem informações complementares, tal como se o vento é de proa, se vem por trás, ou de lado. Desde que em problemas como êste, importam tanto a direção do movimento quanto a velocidade, precisamos empregar vetores para representar movimentos, tal como ocorreu na representação de deslocamentos.

No Capítulo 5 verificamos como determinar a velocidade instantânea de um objeto, um carro por exemplo, que se move ao longo de uma trajetória predeterminada. Chegamos mesmo a levar em conta o sentido do movimento, usando o sinal mais para indicar um sentido, e o sinal menos, para o outro. Representaremos, pois, a direção do movimento de um corpo pela direção de um vetor, e a velocidade instantânea (independente do sentido) pelo módulo do vetor. Chamaremos êste vetor de vetor *velocidade instantânea*.

Quando determinamos a velocidade de um carro com referência a marcos quilométricos ao longo de uma estrada, encontramos a velocidade *relativa à estrada*. Para levar em conta a direção da estrada, especificamo-la com relação a alguma linha fixa real ou imaginária no solo, tal como uma reta que aponte para o norte. Quando tanto a velocidade como a direção estão determinadas, teremos especificada a velocidade vetorial do carro *relativa ao solo*.

É importante frisar que estamos usando as duas expressões "velocidade vetorial" e "velocidade" num sentido técnico que difere do usado comumente. Quando nos interessa apenas a rapidez com que um corpo se move, falaremos de *velocidade*. Quando estamos interessados no módulo e na direção, usaremos *velocidade vetorial*. Desta forma, a velocidade vetorial é um vetor, e a velocidade, um escalar.

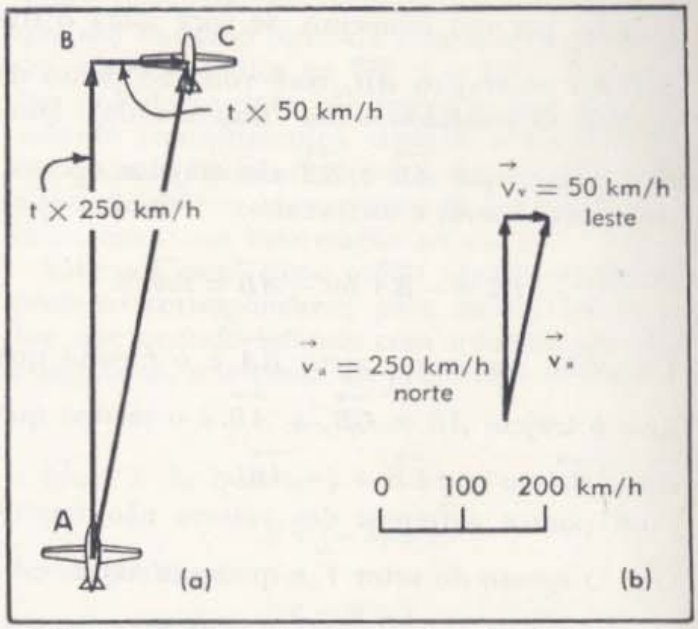
Voltemos ao exemplo do avião mencionado no início desta seção. Como podemos determinar a rapidez com que o avião se move relativamente ao solo? Para verificar o que está envolvido, comecemos com uma situação mais simples. Suponha que estamos num balão sôlto no ar, a algumas centenas de metros. Se o ar está perfeitamente imóvel, o balão não se move em absoluto. Se tôda a massa de ar está se movendo a 10 km/h — em outras palavras, se sopra um vento de 10 km/h — o balão acompanha exatamente êste

movimento. É sòmente quando a massa de ar varia de velocidade vetorial que o ar "sopra contra" o balão, acelerando-o ou retardando-o até que êle novamente se mova com velocidade igual à do ar.

Imaginemo-nos, então, num dirigível, um grande balão com motor. Com o motor desligado, o dirigível só se move como se move o vento. Mas quando o motor está em funcionamento, as hélices nos arrastam através do ar com uma certa velocidade vetorial — uma velocidade vetorial relativa à massa total de ar. Nosso movimento relativamente ao solo resulta, então, do efeito combinado do movimento do ar relativo ao solo e do movimento do dirigível através do ar.

O mesmo acontece em um avião. O aparelho é sustentado pelo ar. Seus motores lhe dão uma velocidade vetorial através do ar que deve ser somada à velocidade vetorial do vento para obter a velocidade vetorial do avião relativa ao solo. Em particular, voltemos ao exemplo do avião dirigido para o norte, atravessando o ar a 250 km/h. Suponha que está soprando um vento de 50 km/h para o leste. Por "dirigido" para o norte queremos dizer que o nariz do avião está exatamente ao norte da cauda. Alguns minutos mais tarde, o nariz ainda está exatamente ao norte da cauda, mas o avião não está exatamente ao norte de sua posição anterior. Ao mesmo tempo que foi para o norte, o avião moveu-se para leste, acompanhando tôda a massa de ar. Na Fig. 6 — 8 (a) representa-se o avião dirigido para o norte, em *A*. *Se não houvesse vento*, o avião mover-se-ia na direção na qual está dirigido, e estaria situado, posteriormente, em *B*. Mas, durante o tempo t, enquanto o avião avançaria a distância $t \times 250$ km/h, de *A* a *B*, o ar moveu-se para leste, percorrendo $t \times 50$ km/h, e desta forma, o avião chega à posição *C*.

A adição dos dois vetores deslocamento $\overrightarrow{AB}$ e $\overrightarrow{BC}$, conduz ao vetor $\overrightarrow{AC}$, deslocamento do avião relativo ao solo. Êstes três vetores formam um triângulo. Cada vetor é proporcional a uma velocidade numa direção particular; $\overrightarrow{AB}$ à velocidade norte, $\overrightarrow{BC}$ à velocidade leste, e $\overrightarrow{AC}$ à velocidade do avião na direção do movimento relativamente ao solo. Dividindo cada um dêstes deslocamentos pelo tempo decorrido, obtemos um triângulo semelhante que representa as velocidades vetoriais correspondentes. Desde que verificamos, agora, que estas velocidades vetoriais se somam exatamente como os deslocamentos, provamos que a velocidade vetorial é um vetor. Na Fig. 6 — 8 (b) está representado o diagrama de vetores velocidade. A velocidade vetorial $\vec{v}_a$ do avião relativa ao ar é traçada em direção igual à de $\overrightarrow{AB}$. É uma reta dirigida para o norte, de comprimento proporcional a 250 km/h. A esta velocidade vetorial devemos acrescentar a velocidade vetorial do vento relativa à Terra ($\vec{v}_v$ = = 50 km/h dirigida para leste). Obtemos, então, a velocidade vetorial $\vec{v}_s$ do avião relativa ao solo. Tanto sua direção como seu módulo podem ser obtidos diretamente de sua representação gráfica.



6 — 8. A parte (a) mostra a soma do vetor deslocamento $\overrightarrow{AB}$, que representa o movimento do avião através do ar, e $\overrightarrow{BC}$, que representa o deslocamento do ar. Sua soma é o vetor $\overrightarrow{AC}$, o deslocamento do avião relativamente ao solo. Dividindo pelo tempo decorrido, são encontrados os vetores velocidade, como se mostra na parte (b). A velocidade vetorial do avião relativa ao solo é o vetor soma de sua velocidade vetorial relativa ao ar e a velocidade vetorial do vento relativa ao solo.

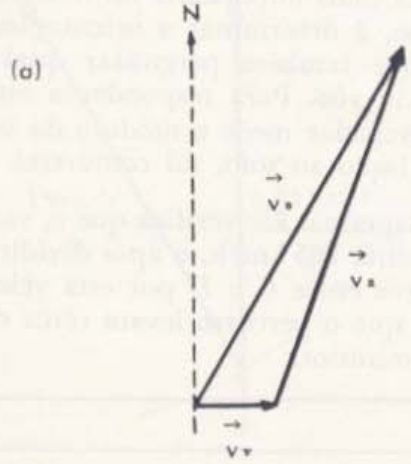
Desde que $\vec{v}_a$ e $\vec{v}_v$ estão em ângulos retos neste exemplo, é fácil calcular o módulo da velocidade vetorial relativa à Terra. Usando a relação de Pitágoras, temos

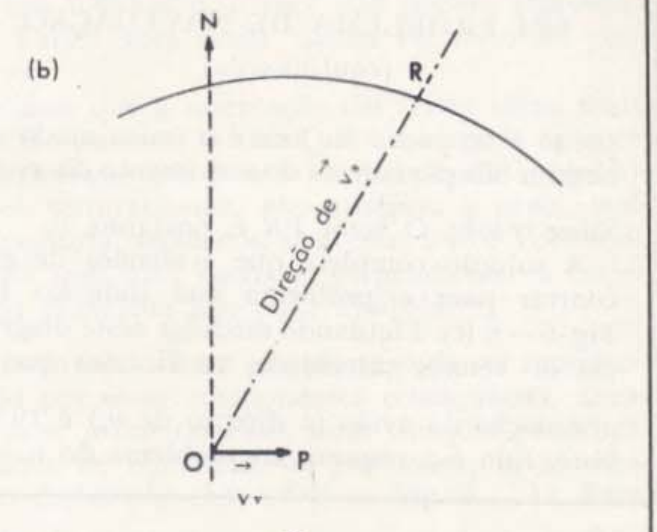
$$v_s = \sqrt{v_a^2 + v_v^2}$$

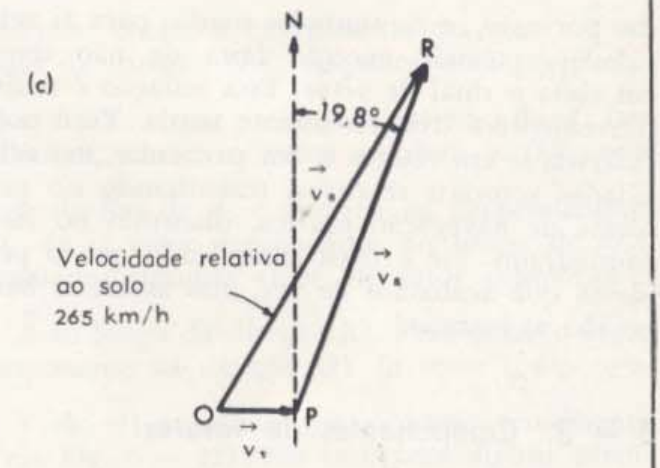
$$v_s = \sqrt{(250 \text{ km/h})^2 + (50 \text{ km/h})^2} = 255 \text{ km/h}.$$

Observe que as diversas velocidades são indica-

UM PROBLEMA DE NAVEGAÇÃO







6 — 9. A solução de um problema de navegação.

Como um exemplo prático das relações que encontramos, suponha que o navegador de um avião deseja ir de uma cidade C a outra cidade D, distante 900 quilômetros de C, numa direção 30° leste. O meteorologista o informa que há um vento soprando de oeste para leste, com uma velocidade de 50 km/h, e êle sabe que o pilôto planeja manter uma velocidade de 240 km/h em relação ao ar. Para atingir D, o avião deve se mover acima do solo numa direção 30° leste. O problema do nagevador; é indicar ao pilôto sua orientação — dizer-lhe a direção na qual o aparelho deve ser dirigido.

O navegador resolve seu problema construindo um diagrama de vetores velocidade, como o indicado na Fig. 6 — 9 (b). A velocidade vetorial $\vec{v}_s$ do avião sôbre o solo é obtida, no caso, como o vetor soma da velocidade vetorial do vento $\vec{v}_v$ e a velocidade vetorial do avião em relação ao ar $\vec{v}_a$. O navegador começa o traçado de seu diagrama a partir de um ponto qualquer O, como na Fig. 6 — 9 (b). Êle sabe a direção na qual deve ir o avião, isto é, a direção de $\vec{v}_s$; e traça esta direção, a partir de O. Conhece, também, completamente, a velocidade vetorial do vento, de modo que pode traçar êste vetor. Êste, partindo de O, dirige-se diretamente para leste, e seu comprimento, OP, representa a velocidade do vento, 50 quilômetros por hora. Em seguida, para obter a velocidade vetorial $\vec{v}_s$ do avião em relação ao solo, deve o navegador adicionar $\vec{v}_a$, velocidade vetorial do avião em relação ao ar. O vetor $\vec{v}_a$ deve, portanto, partir do ponto P, e seu comprimento (dado pela velocidade do avião) deve representar 240 quilômetros por hora. O navegador não sabe, porém, a direção de $\vec{v}_a$. Tudo que êle pode fazer, portanto, é traçar um círculo com centro em P, e de raio de comprimento exato para representar a velocidade de 240 quilômetros por hora. Na Fig. 6 — 9 (b) vemos a direção de $\vec{v}_s$, traçada a 30° leste; vemos o vetor $\vec{v}_v$, que representa a velocidade vetorial do vento; e o círculo mostrando os possíveis extremos do vetor $\vec{v}_a$, traçado a partir do centro P. Observe que êste círculo intercepta a direção $\vec{v}_s$ do avião em relação ao solo em apenas um ponto, o ponto R da figura. A velocidade vetorial do avião relativa ao ar deve ter exatamente a direção que o leve do

UM PROBLEMA DE NAVEGAÇÃO
(continuação)

ponto P ao ponto R. Êste é o único modo de obter a direção correta do movimento do avião sôbre o solo. O vetor $\overrightarrow{PR}$ é, portanto, $\vec{v}_a$.

A solução completa que acabamos de encontrar para o problema está indicada na Fig. 6 — 9 (c). Efetuando medidas neste diagrama de vetores velocidade, verificamos que a orientação do avião (a direção de $\vec{v}_a$) é 19,8° leste. Esta é a resposta ao problema do navegador. Êle pode, agora, informar o pilôto sôbre a direção do vôo.

A tarefa mais importante do navegador antes do vôo, é determinar a orientação, mas o pilôto pode também perguntar qual será a duração do vôo. Para responder a esta questão, o navegador mede o módulo da velocidade em relação ao solo, tal como está traçada em seu diagrama. Êle verifica que $\vec{v}_s$ vale aproximadamente 265 km/h, e após dividir os 900 quilômetros entre C e D por esta velocidade, êle prevê que o percurso levará cêrca de 3 horas e 25 minutos.

das por v_s, v_a, e v_v, símbolos usados para as velocidades vetoriais, exceção feita de não terem em cima o sinal de vetor. Esta notação é muito conveniente e freqüentemente usada. Você pode exercitar-se em vetores e, em particular, em velocidades vetoriais relativas, trabalhando no problema de navegação prática, discutido no item enquadrado. Êle é mais complicado que o problema que acabamos de ver, mas as idéias básicas são as mesmas.

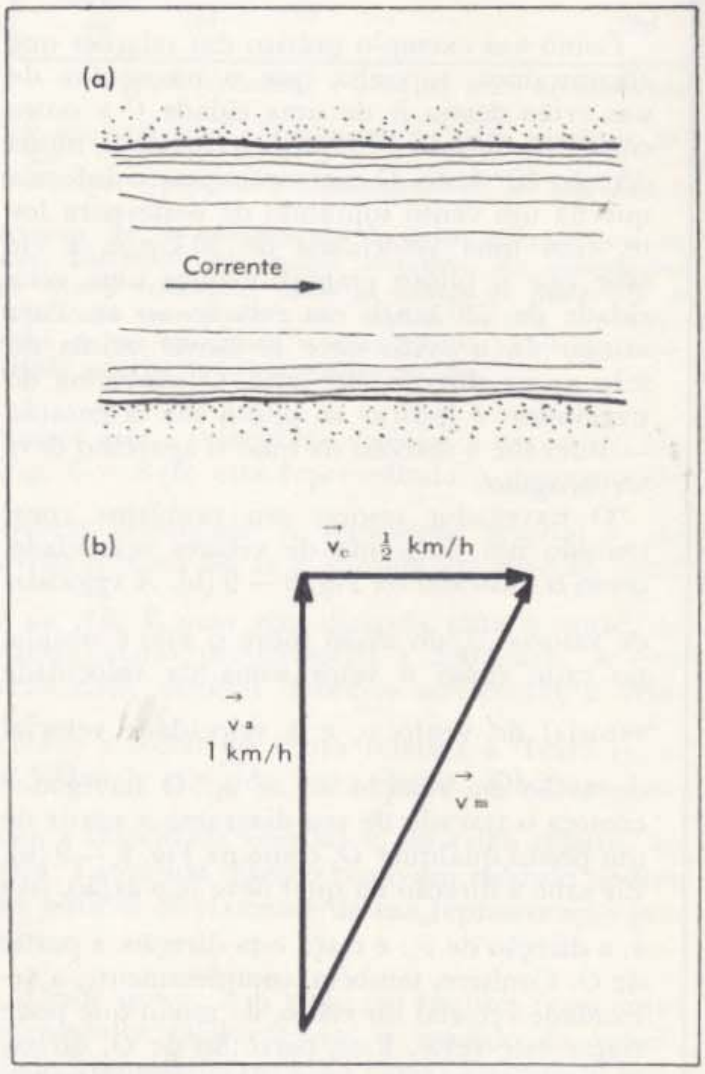
6 — 3. Componentes de vetores

Suponha que você quer cruzar a nado um rio de ¼ de quilômetro de largura. A corrente do rio flui a ½ km/h. Você pode nadar com uma velocidade média de 1 km/h, mas apenas durante 15 minutos.

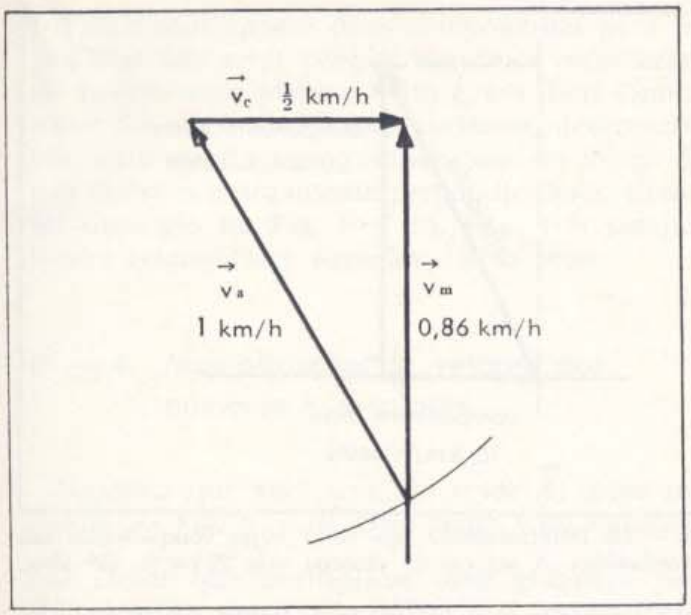
Qual é o melhor plano a seguir?

Suponha que você nada de forma a manter seu corpo sempre formando ângulo reto com a margem. Você, então, se moverá através da água em direção perpendicular à corrente, que o arrastará continuamente para baixo. Qual será sua velocidade vetorial em relação à margem do rio? Se representamos sua velocidade vetorial através da água por $\vec{v}_a$, e a da corrente por $\vec{v}_c$, sua velocidade vetorial em relação à margem será $\vec{v}_m$ na Fig. 6 — 10.

Você pode observar que o módulo de $\vec{v}_m$ é maior que o de $\vec{v}_a$, mas isto faz com que você atravesse o rio mais depressa? Não, seu movimento perpendicular às margens do rio (que determina o tempo de travessia) é ainda o



6 — 10. Se você nada através de um rio com uma velocidade vetorial $\vec{v}_a$, perpendicularmente à corrente $\vec{v}_c$, sua velocidade vetorial relativa à margem será $\vec{v}_m$. A corrente o ajuda a atingir a outra margem?



6 — 11. Se você nada de forma que a componente de $\vec{v}_a$, paralela à margem, é igual em módulo mas oposta em sentido a $\vec{v}_c$, então $\vec{v}_m$ será perpendicular à margem.

mesmo. Você o atravessará no mesmo tempo. A velocidade vetorial $\vec{v}_m$ diz-nos apenas que você atingirá o outro lado abaixo do ponto de partida.

A velocidade vetorial $\vec{v}_m$ se compõe de duas partes, perpendiculares entre si; elas são chamadas de componentes retangulares de $\vec{v}_m$. Neste caso, apenas a componente $\vec{v}_a$, perpendicular à margem, afeta o tempo de travessia. A outra componente, $\vec{v}_c$, não altera seu avanço na direção da outra margem. Estas componentes retangulares são mùtuamente independentes: uma não afeta a outra. Não importa o valor de $\vec{v}_c$: seu tempo de travessia será sempre 15 minutos.

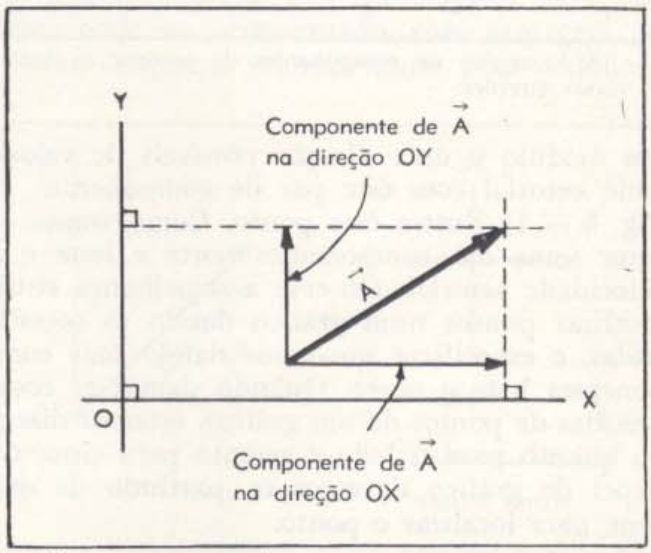
Suponha que você deva enfrentar um problema mais difícil: você pode sair do rio apenas numa praia situada exatamente em frente ao seu ponto de partida. Então, sua velocidade vetorial $\vec{v}_m$ relativa à margem, deve com ela formar ângulos retos. Isto quer dizer que a componente de $\vec{v}_m$ paralela à margem deve ser nula. Você deve dirigir seu corpo rio acima, de modo que a componente de $\vec{v}_a$ (Fig. 6 — 11) paralela à margem, seja igual em módulo e oposta em sentido à $\vec{v}_c$.

Sua velocidade vetorial *através* do rio, é, agora, de uns 0,86 km/h, e você não poderá atravessá-lo. Talvez você possa vadear no resto do percurso.

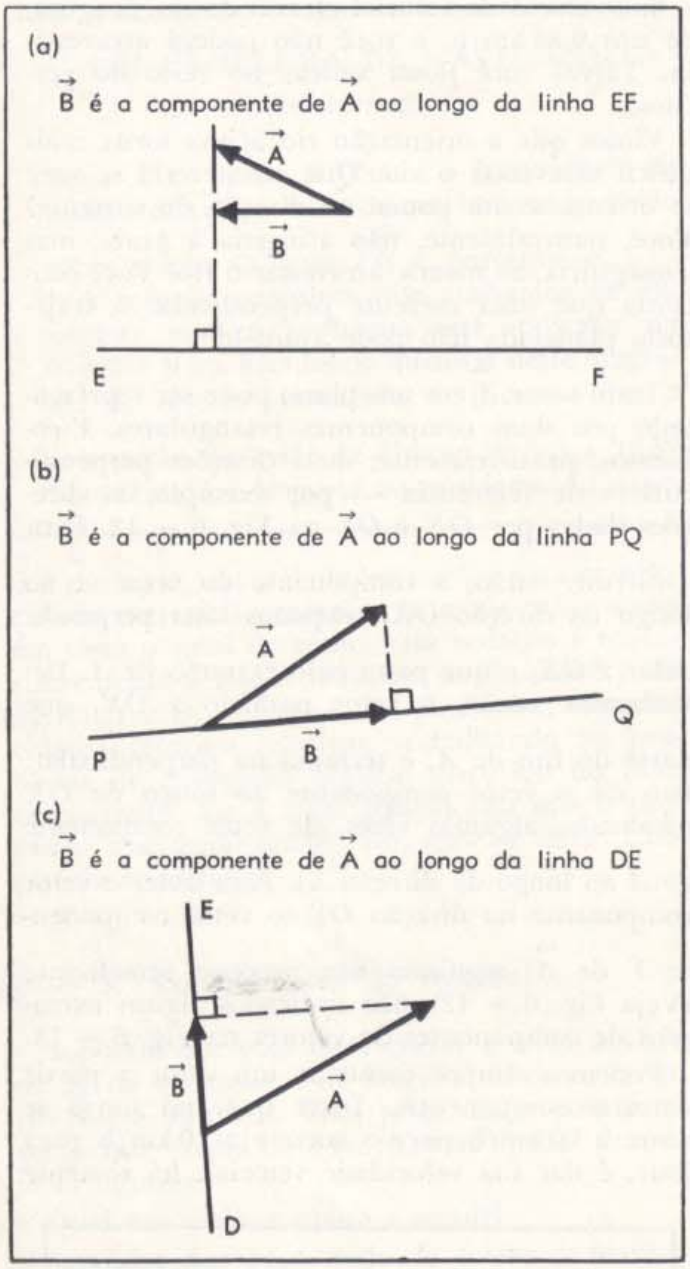
Vimos que a orientação rio acima torna mais difícil atravessar o rio. Que aconteceria se você se orientasse um pouco na direção da corrente? Você, naturalmente, não atingiria a praia, mas conseguiria, ao menos, atravessar o rio? Você concorda que uma corrente perpendicular à trajetória planejada não pode ajudá-lo?

Todo vetor $\vec{A}$ em um plano pode ser representado por duas componentes retangulares. Escolhemos, primeiramente, duas direções perpendiculares de referência — por exemplo, as direções dadas por OX e OY na Fig. 6 — 12. Para construir, então, a componente do vetor $\vec{A}$ ao longo da direção OX, traçamos uma perpendicular a OX, e que passa pelo extremo de $\vec{A}$. Desenhamos, então, o vetor paralelo a OX, que parte do fim de $\vec{A}$, e termina na perpendicular. Isto dá o vetor componente ao longo de OX (chamado, algumas vêzes, de vetor componente de $\vec{A}$ ao longo da direção X). Para obter o vetor componente na direção OY (o vetor componente Y de $\vec{A}$) seguimos um processo semelhante (Veja Fig. 6 — 12). São indicados alguns exemplos de componentes de vetores na Fig. 6 — 13.

Podemos sempre construir um vetor a partir de suas componentes. Dizer que um navio se move a 20 km/h para o norte e a 10 km/h para leste, é dar sua velocidade vetorial: há sòmente



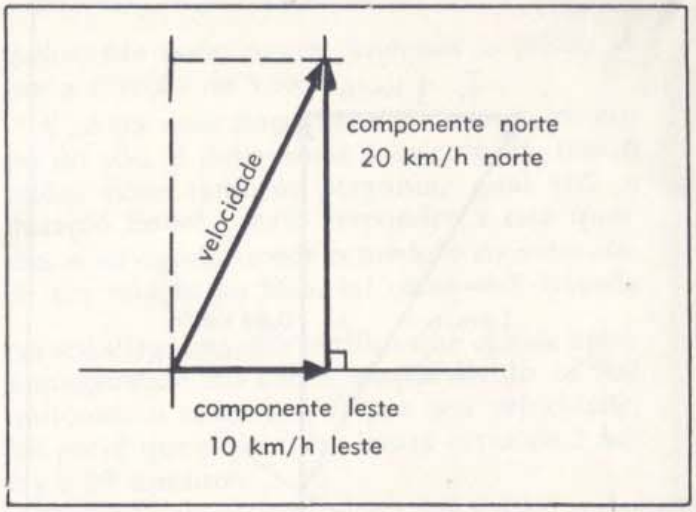
6 — 12. Como construir as componentes retangulares de um vetor num plano.



6 — 13. Exemplos de componentes de vetores ao longo de várias direções.

um módulo e uma direção possíveis de velocidade vetorial com êste par de componentes. A Fig. 6 — 14 ilustra êste ponto. Como vemos, o vetor soma das componentes norte e leste é a velocidade vetorial. Observe a semelhança entre localizar pontos num gráfico dando as coordenadas, e especificar um vetor dando suas componentes leste e norte. Quando damos as coordenadas de pontos de um gráfico, estamos dizendo quanto para o lado e quanto para cima do papel de gráfico devemos ir, partindo da origem, para localizar o ponto.

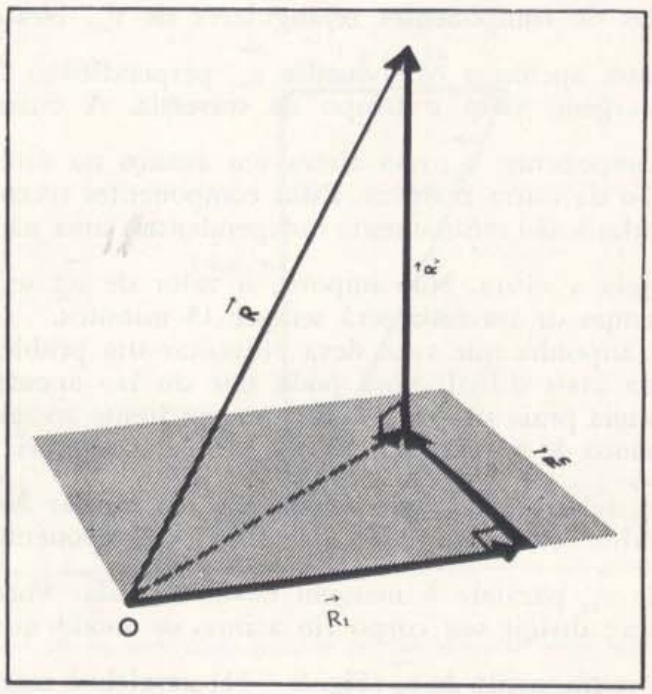
Poderíamos representar um vetor usando direções de referência que não estão em ângulos



6 — 14. Determinando um vetor cujas componentes são conhecidas. A velocidade vetorial vale 22 km/h, 27° leste.

retos. As componentes retangulares, porém, apresentam vantagens importantes sôbre qualquer outra escolha. Como vimos no caso do nadador, elas são independentes entre si. Todos os conjuntos de direções retangulares de referência apresentam esta propriedade de independência.

Se um vetor $\vec{R}$ é perpendicular a uma reta de referência AB, qual é a componente de $\vec{R}$ ao longo de AB? A componente de R ao longo de AB muda quando a componente perpendicular à AB é duplicada?



6 — 15. $\vec{R}_1$, $\vec{R}_n$, $\vec{R}_v$, são as componentes leste, norte, e vertical do vetor $\vec{R}$.

Precisamos apenas duas componentes para especificar um vetor porque estivemos considerando vetores num plano — isto é, em duas dimensões. Em três dimensões, podemos determinar um vetor dando suas componentes ao longo de três direções mùtuamente perpendiculares. Como foi ilustrado na Fig. 6 — 15, estas três componentes retangulares somadas dão o vetor.

6 — 4. Multiplicação de vetores por números e escalares

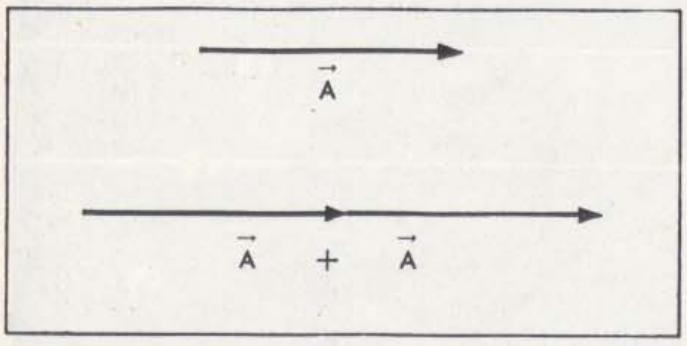
Suponha que você tem um vetor $\vec{A}$, como indicado na Fig. 6 — 16. Que pensa você significa $2\vec{A}$? Desde que multiplicar uma grandeza por dois significa somar a grandeza a si mesma, concluímos que $2\vec{A} = \vec{A} + \vec{A}$; e vemos que $2\vec{A}$ é um vetor cujo comprimento é o dôbro do de A, e que aponta na mesma direção. Em geral, $k\vec{A}$, onde k é um número positivo qualquer, significa um vetor paralelo a $\vec{A}$, e de módulo k vêzes o de $\vec{A}$. Que esperaria você no caso de k ser negativo?

Que significa $k\vec{A}$ quando, por exemplo, $k = 1/4$? Em álgebra $1/4\ x$ significa um número que somado quatro vêzes dá x. Aqui, por $1/4\ \vec{A}$ queremos indicar um vetor que somado quatro vêzes dá $\vec{A}$. O vetor de $1/4$ de comprimento e de mesma direção de $\vec{A}$ resolve esta questão. Você pode mostrar que nenhum outro vetor o faz, pois qualquer outro vetor difere em direção ou em módulo.

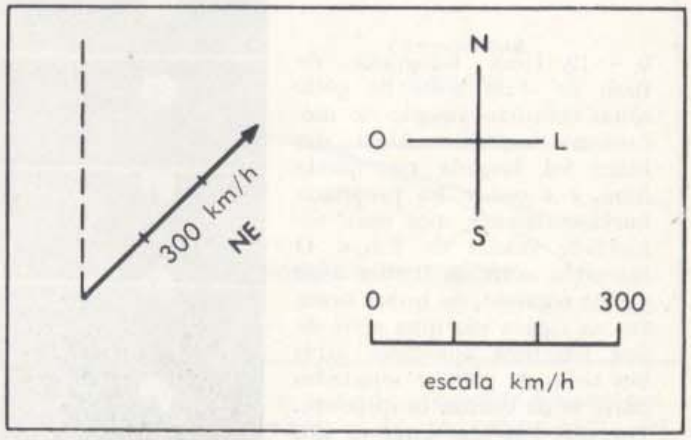
Resumindo, então, multiplicar ou dividir um vetor por um número comum, significa multiplicar ou dividir os módulos, permanecendo inalterada a direção.

A regra que acabamos de encontrar para a multiplicação de um vetor por um número, como 2 por exemplo, aplica-se igualmente à multiplicação de um vetor por uma grandeza escalar qualquer, tal como um intervalo de tempo. Existe, entretanto, uma diferença importante entre multiplicar por um número simples e multiplicar por um escalar, que apresenta unidades. Quando um vetor é multiplicado por um número, o nôvo vetor tem as mesmas unidades do vetor original. Êle pode ser traçado no mesmo diagrama do vetor original, e na mesma escala. Quando um vetor é multiplicado por um escalar, que apresenta unidades, as unidades do produto são diferentes das do vetor original. Para evitar confusão, é preferível representar o nôvo vetor num nôvo diagrama.

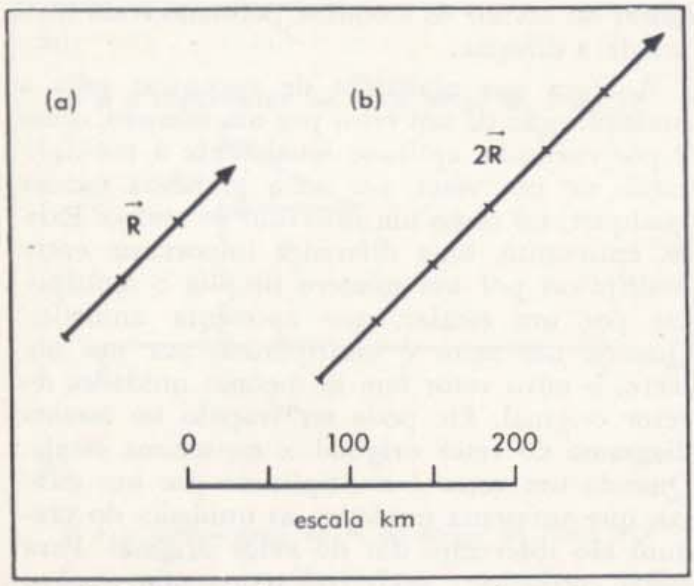
Suponha, por exemplo, que um avião está voando para nordeste, a 300 km/h. Podemos representar seu vetor velocidade como na Fig. 6 — 17. Se o avião voa durante $1/2$ hora, experimentará um deslocamento, $\vec{R} = \vec{v}t$, de (300 km/h, nordeste) $(1/2\ \text{h}) = 150$ nordeste. Podemos representar êste vetor deslocamento em outro diagrama vetorial, como na Fig. 6 — 18 (a), com uma escala diferente para representar uma distância, ao invés de uma velocidade. Se o avião continua, então, durante outra $1/2$ hora, experimentará um segundo deslocamento, igual ao primeiro, e a soma dos dois deve ser exatamente igual a duas vêzes o deslocamento original. O deslocamento total é, então, encontrado, multiplicando o vetor deslocamento original pelo número 2. O deslocamento total de 300 quilômetros para nordeste pode ser representado, com vantagem, no mesmo diagrama vetorial usado para o desloca-



6 — 16. Multiplicação de um vetor pelo número 2.



6 — 17. O vetor velocidade de um avião que voa para nordeste a 300 km/h.

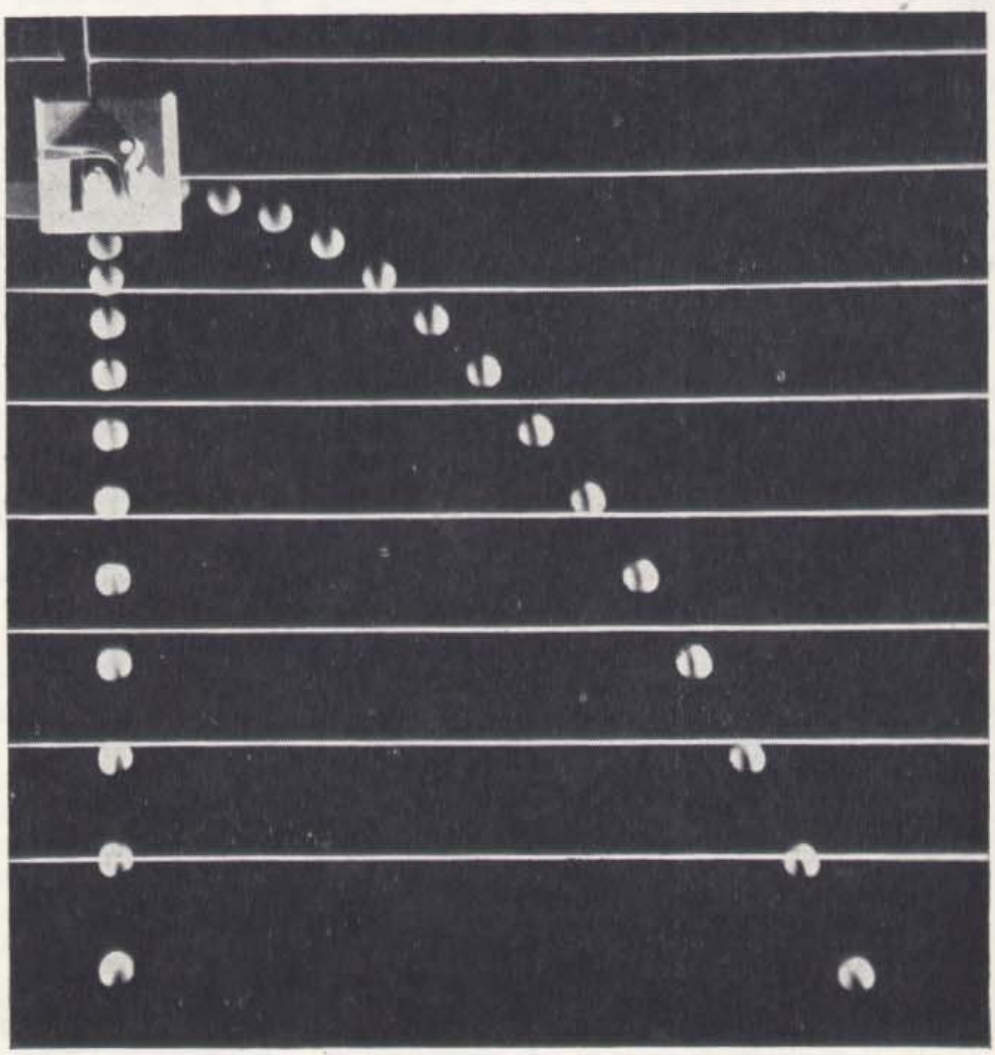


6 — 18. Vetores deslocamento para ½ hora (a) e para duas e ½ horas (b). O vetor em (a) é obtido a partir do da Fig. 6 — 17, multiplicando ½ *hora* pela velocidade vetorial, uma grandeza com dimensões. O vetor em (b) é obtido pelo de (a) multiplicando-o pelo número puro 2.

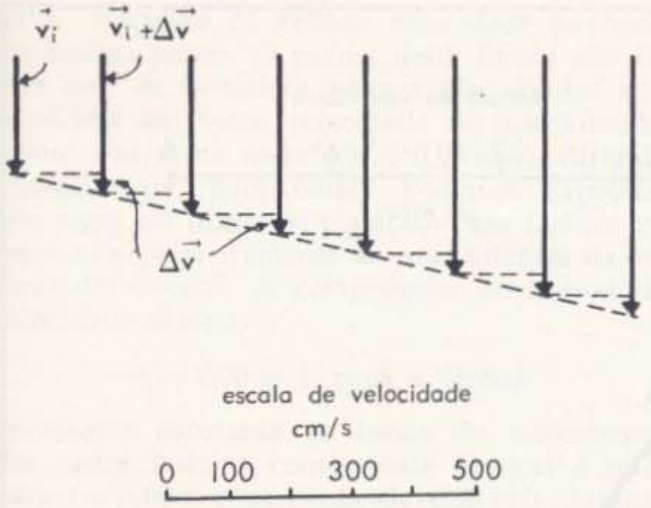
mento original, como foi feito na Fig. 6 — 18 (b). Êle não deveria ser colocado no mesmo diagrama do vetor velocidade de 300 km/h, porque são duas coisas diferentes, grandezas físicas diferentes, com diferentes unidades.

6 — 5. Variações de velocidade vectorial e vector aceleração constante

A Fig. 6 — 19 é uma fotografia de flash-múltiplo de duas bolas. A bola da esquerda cai verticalmente. Analisemos seu movimento, procurando os vetores velocidade em intervalos sucessivos de queda. Podemos obter o vetor velocidade média para um dado intervalo de tempo, medindo a distância entre duas imagens da bola e dividindo-a pelo tempo decorrido entre os flashes que deram estas imagens. Isto nos dá o comprimento do vetor velocidade; sua direção é a do movimento da bola de uma imagem e outra. Na Fig. 6 — 20 medimos os deslocamentos sucessivos, e os colocamos lado a lado. As



6 — 19. Uma fotografia de flash de duas bolas de gôlfe sôltas simultâneamente do mecanismo indicado. Uma das bolas foi largada em queda livre, e a outra, foi projetada horizontalmente com uma velocidade inicial de 2 m/s. O intervalo entre os flashes é de $^1/_{30}$ de segundo. As linhas brancas na figura são uma série de fios paralelos colocados atrás das bolas de gôlfe, e separados entre si de quinze centímetros. Por que parecem estar os fios em primeiro plano?



6 — 20. O comprimento das flechas é igual a 2 ½ vêzes os deslocamentos da bola da esquerda na Fig. 6 — 19, durante os oito últimos intervalos sucessivos de $^1/_{30}$ de segundo. Desde que conhecemos as separações reais das linhas brancas na Fig. 6 — 19 e os intervalos de tempo, podemos converter os módulos dêstes deslocamentos em velocidades. A escala lhe permite ler os comprimentos das flechas diretamente como velocidades em cm/s.

linhas brancas na Fig. 6 — 19 estão separadas de 15 centímetros, e o intervalo entre os flashes é de $^1/_{30}$ de segundo. Usando estas informações, construímos uma escala de modo que podemos ler êstes vetores diretamente como velocidades vetoriais médias.

Um olhar para a Fig. 6 — 20 mostra que o vetor velocidade varia de modo constante. Em cada intervalo sucessivo, ela aumenta da mesma quantidade. Conseqüentemente, podemos encontrar a velocidade vetorial por $\vec{v}_n = \vec{v}_i + n\,\Delta\vec{v}$. Aqui, $\vec{v}_i$ é o vetor velocidade inicial. $\Delta\vec{v}$ é a variação constante de velocidade vetorial em cada intervalo. Somando n destas variações à velocidade vetorial inicial, obtemos a velocidade vetorial no fim de n intervalos.

Podemos reescrever a última equação, de modo a torná-la mais parecida com as equações que desenvolvemos para a descrição do movimento ao longo de uma trajetória predeterminada. (Veja Capítulo 5, especialmente Seções 5-6 e 5-7). Lá havíamos definido $a = \Delta v/\Delta t$, isto é, a aceleração ao longo da trajetória. Aqui, dividindo $\Delta\vec{v}$ por Δt, introduziremos o vetor aceleração $\vec{a} = \Delta\vec{v}/\Delta t$. Utilizando-o, nossa última equação se torna

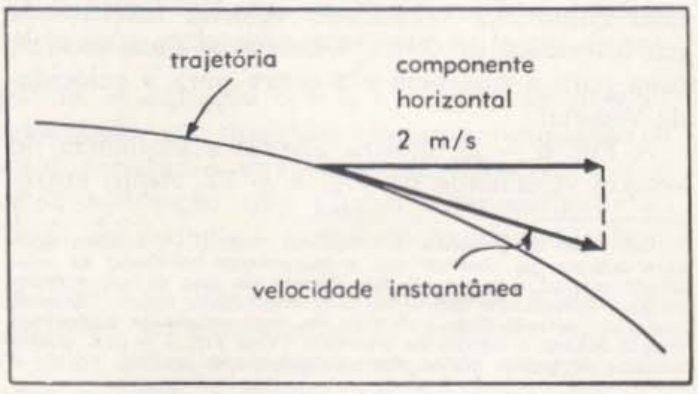
$$\vec{v}_n = \vec{v}_i + n\,\Delta t\,\frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = \vec{v}_i + \vec{a}t.$$

Na última expressão, substituímos $n\,\Delta t$ por t, tempo durante o qual a velocidade vetorial passou de seu valor inicial $\vec{v}_i$ para seu valor no enésimo intervalo de tempo.

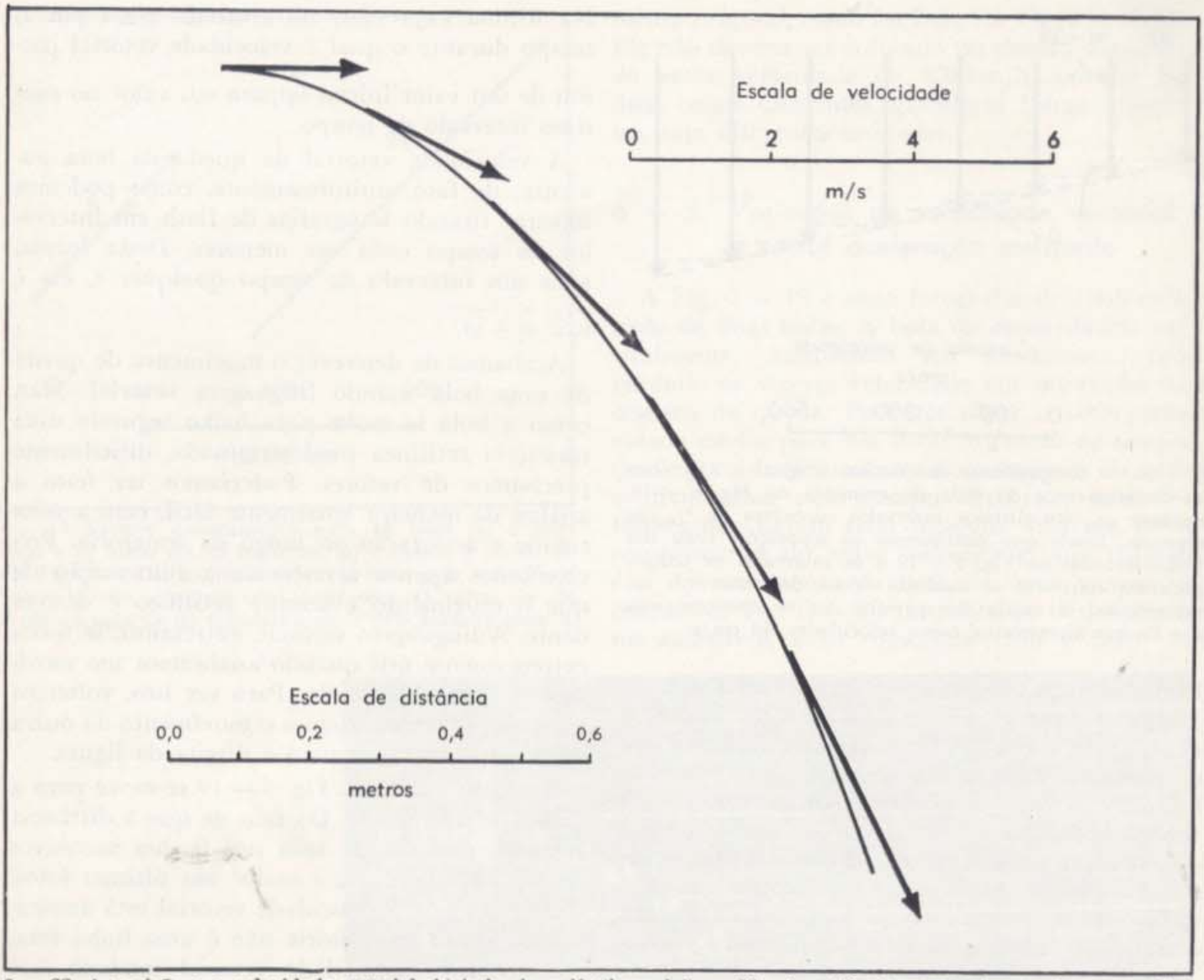
A velocidade vetorial de queda da bola aumenta, de fato, uniformemente, como podemos mostrar tirando fotografias de flash em intervalos de tempo cada vez menores. Desta forma, após um intervalo de tempo qualquer t, ela é $\vec{v}_t = \vec{v}_i + \vec{a}t$.

Acabamos de descrever o movimento de queda de uma bola usando linguagem vetorial. Mas, como a bola se move para baixo segundo uma trajetória retilínea predeterminada, dificilmente precisamos de vetores. Poderíamos ter feito a análise de maneira igualmente fácil, com a velocidade e aceleração ao longo da trajetória. Precisaríamos apenas acrescentar a informação de que o movimento é sempre retilíneo e descendente. A linguagem vetorial, entretanto, se torna extremamente útil quando analisamos um movimento mais complicado. Para ver isto, voltemos à Fig. 6 — 19, e estudemos o movimento da outra bola, a que se move para a direita da figura.

A segunda bola na Fig. 6 — 19 se move para a direita e para baixo. Do fato de que a distância entre as posições da bola nos flashes sucessivos da luz estroboscópica é maior nas últimas fotos, deduzimos que a velocidade vetorial está aumentando. Como a trajetória não é uma linha reta, a direção da velocidade vetorial também está variando. Podemos analisar a Fig. 6 — 19 para obter a velocidade vetorial instantânea da bola



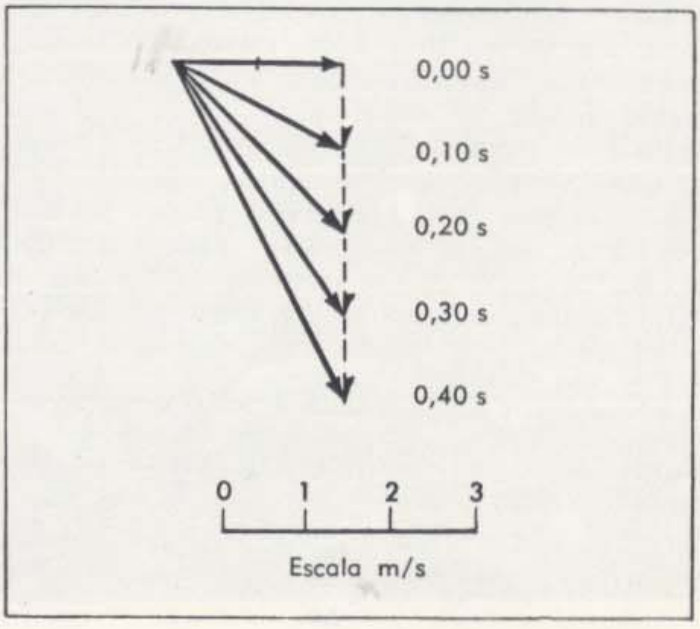
6 — 21. Como determinar o vetor velocidade instantânea. Êle é tangente à trajetória, e de um comprimento tal que sua componente horizontal é igual à velocidade inicial do projétil.



6 — 22. A posição e a velocidade vetorial da bola de golf "lançada" na Fig. 6 — 19, são mostradas aqui num gráfico único.

em vários pontos da trajetória*. Os resultados de tal análise estão indicados na Fig. 6 — 22. Ali temos, no mesmo gráfico, tanto a posição da bola como sua velocidade vetorial instantânea em intervalos de 0,10 s. Observe as duas escalas: uma para a distância e a outra para a velocidade vetorial.

A Fig. 6 — 23 mostra apenas a seqüência de vetores velocidade da Fig. 6 — 22. Aqui, entre-



* Um modo de encontrar a velocidade vetorial instantânea neste caso, consiste em observar que a componente horizontal da velocidade vetorial é constante. Isto decorre do fato de ser o deslocamento horizontal o mesmo em cada intervalo de tempo. Obtemos, então, v, partindo disto e do fato do vetor velocidade instantânea sempre indicar a direção da trajetória (Veja Fig. 6 — 21). Outros métodos de análise podem dar resultados mais precisos.

6 — 23. Uma seqüência que mostra sòmente os vetores velocidade da Fig. 6 — 22. Os vetores sucessivos são encontrados somando um vetor constante dirigido verticalmente para baixo.

tanto, traçamos os vetores velocidade partindo do mesmo ponto. O exame desta figura nos indica que os sucessivos vetores são obtidos adicionando um vetor velocidade de aproximadamente 1 m/s (na realidade é 0,98 m/s), dirigido verticalmente, para baixo. Podemos expressar esta regra em forma de equação. Para fazê-lo, expressamos primeiramente as componentes da velocidade vetorial. A componente horizontal da velocidade vetorial

$$\vec{v}_h = 2{,}00 \text{ m/s, para a direita}$$

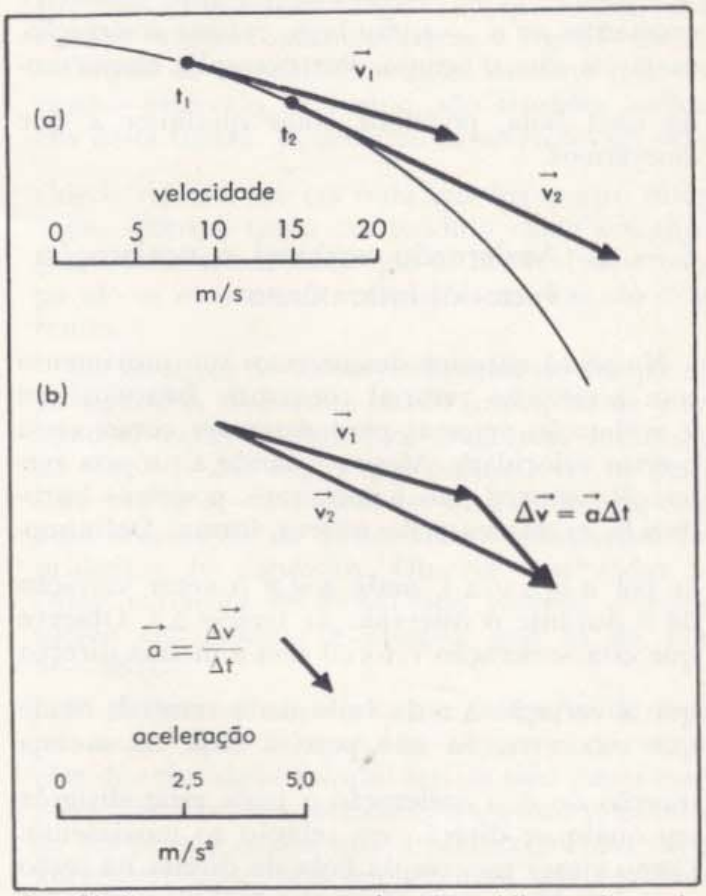
permanece constante ao longo do movimento. Por outro lado, a componente vertical é nula para $t = 0{,}00$ s, e aumenta de 0,98 m/s durante cada 0,10 s. Êste é um aumento uniforme na razão de 9,8 m/s; conseqüentemente, a componente vertical da velocidade vetorial em qualquer instante t é $\vec{v}_v = (9{,}8 \text{ m/s}^2)t$, para baixo, onde t é o tempo em segundos.

Compondo, então, as duas componentes retangulares para obter o vetor velocidade em qualquer tempo t, encontramos

$$\vec{v}_t = (2{,}00 \text{ m/s}), \text{ para a direita}$$
$$+ (9{,}8 \text{ m/s}^2)t, \text{ para baixo.}$$

A componente para baixo dêste vetor é o produto de um tempo por uma aceleração. Desde que o tempo é medido em segundos e a aceleração em m/s², o produto tem como unidade m/s, apropriada para uma componente de velocidade vetorial. Esta é mais uma ilustração do fato estabelecido na Seção 6-4, de que a multiplicação de um vetor por um escalar dá um nôvo vetor, que tem a mesma direção, mas de módulo igual ao produto do escalar pelo vetor original.

Podemos estabelecer nossa equação para o movimento da bola lançada para a direita de forma análoga à usada para a da bola que cai em linha reta, para baixo. Aqui, (2,00 m/s, para a direita) é a velocidade vetorial inicial $\vec{v}_i$, e (9,8 m/s², para baixo) é a aceleração constante $\vec{a}$. Obtemos, assim, $\vec{v}_t = \vec{v}_i + \vec{a}t$, novamente. Observe que a aceleração de ambas as bolas é dirigida para baixo. O movimento descendente é também o mesmo para as duas, como você pode ver olhando a figura e comprovando que as duas percorrem a mesma distância, para baixo, cada intervalo de tempo. A única diferença na descrição do movimento das duas bolas é o valor de $\vec{v}_i$. O vetor aceleração $\vec{a}$ é o mesmo para ambas.



6 — 24. Para encontrar a aceleração média no intervalo $\Delta t = t_2 - t_1$: determine primeiramente $\Delta \vec{v} = \vec{v}_2 - \vec{v}_1$, e divida o vetor diferença por Δt. O resultado é a aceleração vetorial média $\vec{a}$, que pode, então, ser representada gràficamente em uma escala apropriada como indicado acima.

No Capítulo 5 vimos que $v_t = v_i + at$ descrevia a velocidade em qualquer instante quando havia uma aceleração constante ao longo da trajetória. A equação $\vec{v}_t = \vec{v}_i + \vec{a}t$ descreve o vetor velocidade em qualquer instante, enquanto o vetor aceleração seja constante. Observe que o vetor aceleração não precisa estar dirigido ao longo da trajetória, como no exemplo da bola da direita na Fig. 6 — 19. Mais ainda, $\vec{a}$ pode ser qualquer vetor constante de unidades corretas. O valor 9,8 m/s², para baixo, que encontramos para as bolas, é apenas um valor especial que aparece quando as bolas se movem livremente, próximo da superfície da Terra. Estudando outros movimentos, encontraremos outros valores

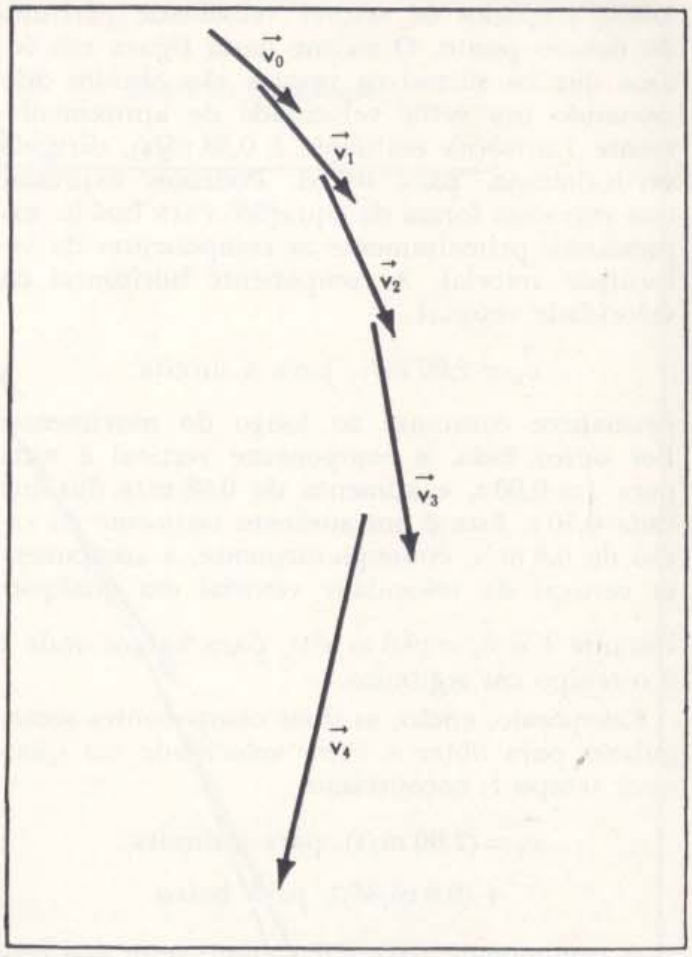
constantes de $\vec{a}$ — e, também, vetores aceleração, variáveis com o tempo. Por exemplo, empurrando uma bola, podemos obter qualquer $\vec{a}$ que desejarmos.

6 — 6. Aceleração variável e aceleração vectorial instantânea

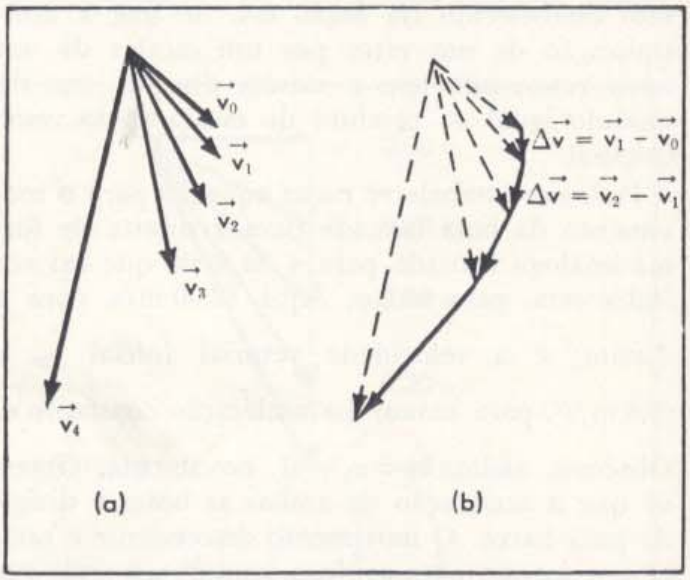
Na seção anterior descrevemos um movimento com aceleração vetorial constante. Introduzimos a aceleração vetorial para descrever como varia o vetor velocidade. Mesmo quando a própria aceleração vetorial não é constante, podemos introduzi-la exatamente da mesma forma. Definímo-la por $\vec{a} = \Delta\vec{v}/\Delta t$, onde $\Delta\vec{v}$ é o vetor variação de v durante o intervalo de tempo Δt. Observe que esta aceleração vetorial tem a mesma direção que a variação $\Delta\vec{v}$ da velocidade vetorial; desde que esta variação não precisa estar na mesma direção de $\vec{v}$, a aceleração $\vec{a}$ pode estar dirigida em qualquer direção em relação ao movimento. Como vimos no caso da bola da direita na seção anterior, não é necessário que tenha sua direção ao longo da trajetória.

A aceleração vetorial que acabamos de definir é a aceleração média durante o intervalo de tempo Δt. Se a própria aceleração varia com o correr do tempo, $\vec{a}$ dependerá do intervalo de tempo escolhido. Tomemos um exemplo. Suponha uma lancha que se move ao longo da trajetória indicada na Fig. 6 — 24 (a). No instante t_1, ela se move com o vetor velocidade $\vec{v}_1$, e num instante posterior, t_2, seu vetor velocidade é $\vec{v}_2$. Qual é a aceleração média no intervalo de tempo $\Delta t = t_2 - t_1$? Para verificá-lo, precisamos determinar o vetor variação de velocidade $\Delta\vec{v} = \vec{v}_2 - \vec{v}_1$. A aceleração média é, então, $\vec{a} = \Delta\vec{v}/\Delta t$. O procedimento está indicado na Fig. 6 — 24 (b). Tomamos o vetor diferença entre $\vec{v}_2$ e $\vec{v}_1$, dividimos $\Delta\vec{v}$ por Δt, e traçamos o vetor aceleração média $\vec{a}$ para o intervalo de tempo Δt num nôvo diagrama com uma escala apropriada.

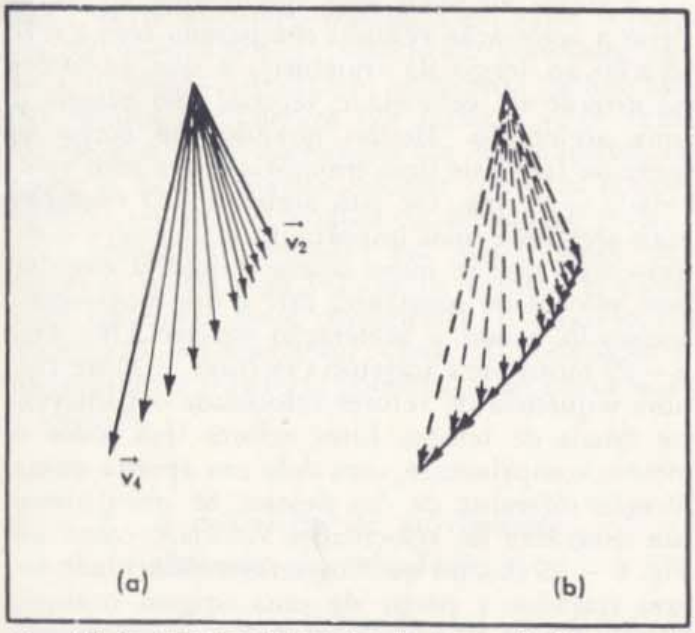
À medida que a lancha se move, sua aceleração pode variar. De fato, não esperamos mesmo que ela tenha permanecido constante ao longo



6 — 25. Os sucessivos vetores velocidade da lancha em intervalos de tempo de 10 segundos.



6 — 26. Mostram-se, aqui, os vetores da Fig. 6 — 25, traçados a partir da mesma origem. A aceleração não é constante em direção ou módulo, como pode ser visto em (b).



6 — 27. Se tomamos intervalos de tempo de 2 s, o movimento descrito na Fig. 6 — 25 toma êste aspecto, quando os vetores são traçados a partir da mesma origem. Tomando um intervalo de tempo mais curto, as variações de velocidade vetorial são quase iguais.

do intervalo de tempo que vai de t_1 a t_2. Em tais situações, precisamos conhecer a aceleração vetorial instantânea em diferentes instantes t, preferìvelmente a apenas a aceleração vetorial média para diversos intervalos.

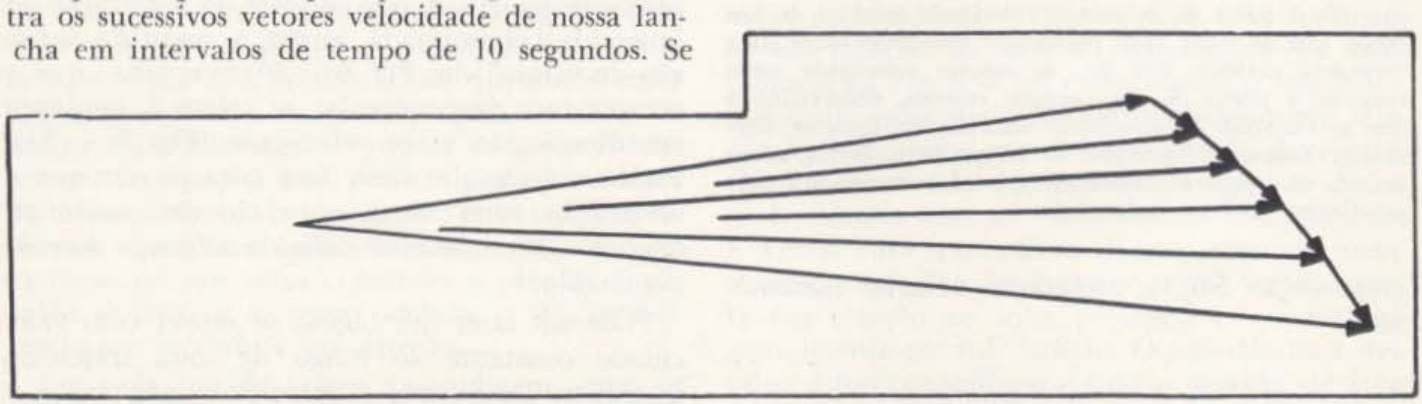
Para encontrar a aceleração vetorial instantânea em um instante particular qualquer t, determinamos a aceleração vetorial média para intervalos de tempo cada vez menores e que incluem o instante t. Definimos a aceleração instantânea num instante dado como o limite da aceleração média $\Delta \vec{v}/\Delta t$, quando o intervalo Δt vai se tornando progressivamente menor. Geralmente êste vetor limite tem um tamanho e uma direção definidos.

Suponha, por exemplo, que a Fig. 6 — 25 mostra os sucessivos vetores velocidade de nossa lancha em intervalos de tempo de 10 segundos. Se fizermos uma fotomontagem na qual êstes vetores têm origem comum, obtemos a Fig. 6 — 26. As variações de velocidade vetorial durante cada sucessivo intervalo de tempo, são também indicadas nesta figura. Vemos que as variações de velocidade vetorial $\Delta \vec{v}$ em cada um dos quatro intervalos, diferem tanto em módulo como em direção. Desta forma, desde que os intervalos de tempo são os mesmos, as acelerações médias são diferentes.

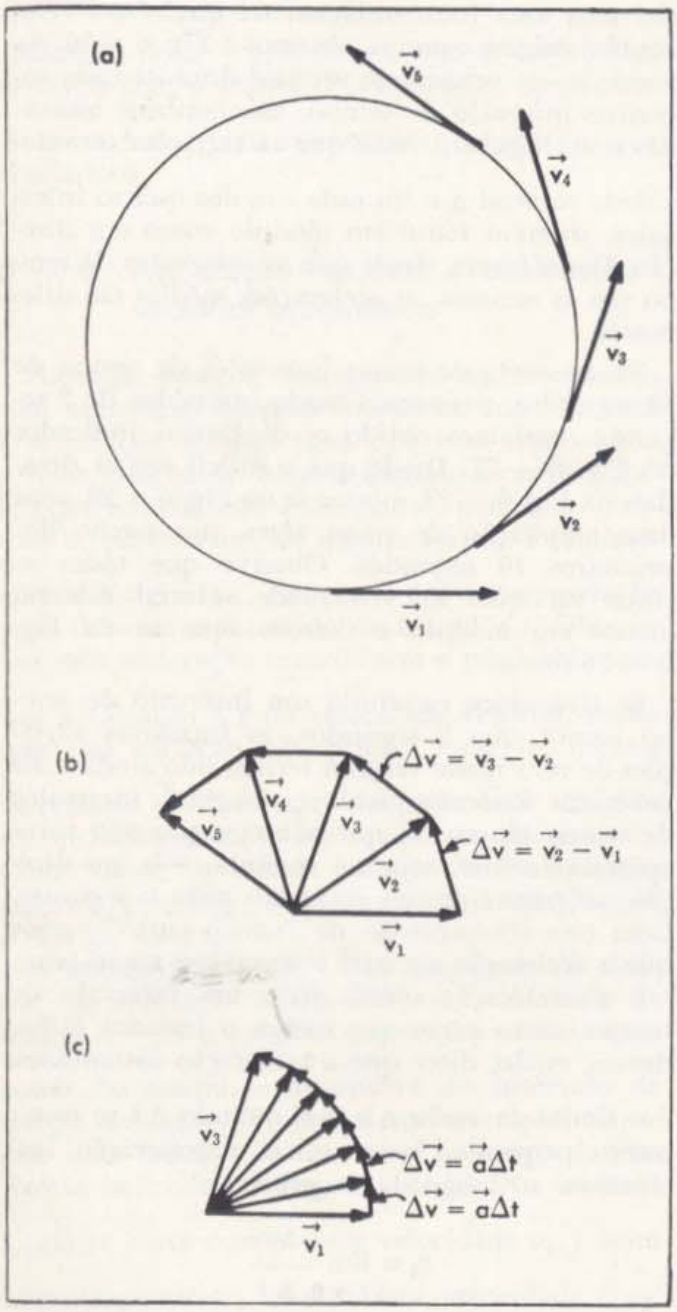
Se, ao invés de tomar intervalos de tempo de 10 segundos, tivéssemos usado intervalos de 2 segundos, teríamos obtido os diagramas indicados na Fig. 6 — 27. Desde que é difícil ver os detalhes da Fig. 6 — 27, mostra-se na Fig. 6 — 28, com uma ampliação de cinco vêzes, um trecho dos primeiros 10 segundos. Observe que tôdas as cinco variações de velocidade vetorial diferem menos em módulo e direção, que as da Fig. 6 — 26 (b).

Se tivéssemos escolhido um intervalo de tempo menor que 2 segundos, as sucessivas variações de velocidade vetorial teriam sido ainda mais parecidas. Podemos escolher, em geral, intervalos de tempo tão curtos que a aceleração não varia apreciàvelmente, seja em módulo, seja em direção, ao passar de um intervalo para o seguinte. Com esta compreensão de "muito curto" vemos que a aceleração vetorial instantânea no instante t é a aceleração média para um intervalo de tempo muito curto que inclua o instante t. Podemos, então, dizer que a aceleração instantânea é o limite da razão $\Delta \vec{v}/\Delta t$, quando Δt se torna muito pequeno. Assim como a aceleração instantânea ao longo da trajetória é

$$a_t = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v}{\Delta t}$$



6 — 28. Quando os intervalos de tempo se tornam muito curtos, as sucessivas variações de velocidade vetorial são aproximadamente iguais em módulo e direção. Aqui estão representados os primeiros 10 s da Fig. 6 — 27. Os vetores estão ampliados 5 vêzes, e foram girados para caberem nesta página.



6 — 29. A parte (a) mostra a velocidade vetorial de um corpo que se move com velocidade constante sôbre uma trajetória circular. Em (b), os vetores velocidade estão traçados a partir de uma origem comum, observando-se que as variações de velocidade vetorial têm direções diferentes. Tomando intervalos de tempo mais curtos, como em (c), vê-se que a aceleração vetorial instantânea é perpendicular ao vetor velocidade.

(veja Seção 5-6), a aceleração vetorial instantânea é

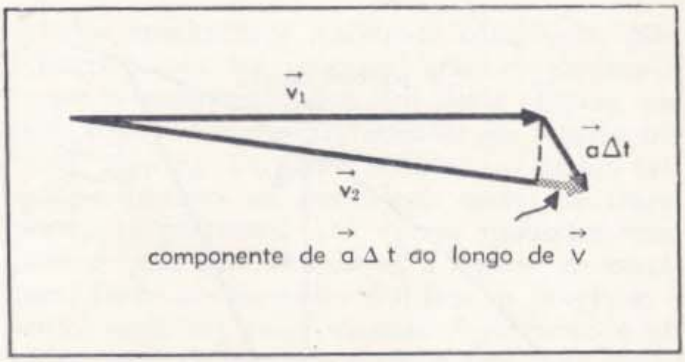
$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}.$$

A única novidade que aprendemos ao considerar a aceleração vetorial comparada com a aceleração ao longo da trajetória, é que *variações na direção* da velocidade vetorial dão origem a uma aceleração. Mesmo quando um corpo se move ao longo de uma trajetória curva com velocidade constante, êle está acelerado. O exemplo mais simples e mais importante dêste caso é o de um corpo que se move numa trajetória circular com velocidade constante. Êste é um movimento acelerado, sendo a aceleração variável. Na Fig. 6 — 29 mostra-se a trajetória circular, e, sôbre ela, uma seqüência de vetores velocidade em intervalos iguais de tempo. Êstes vetores têm todos o mesmo comprimento, mas cada um aponta numa direção diferente da dos demais. Se construímos um diagrama de velocidades vetoriais, como na Fig. 6 — 29 (b), no qual os vetores velocidade foram traçados a partir de uma origem comum, vemos que as sucessivas variações de velocidade vetorial, $\Delta \vec{v}$, também diferem entre si em direção. Desde que as sucessivas variações de velocidade vetorial não são paralelas entre si, o vetor aceleração, que mede a variação de velocidade com o tempo, não pode ser constante. Tomando intervalos de tempo cada vez menores, como na Fig. 6 — 29 (c), podemos ver que a aceleração vetorial instantânea tem direção perpendicular ao vetor velocidade em cada instante. O fato de permanecer constante o ângulo entre os vetores aceleração e velocidade (sempre igual a 90°), significa que êles giram na mesma razão uniforme.

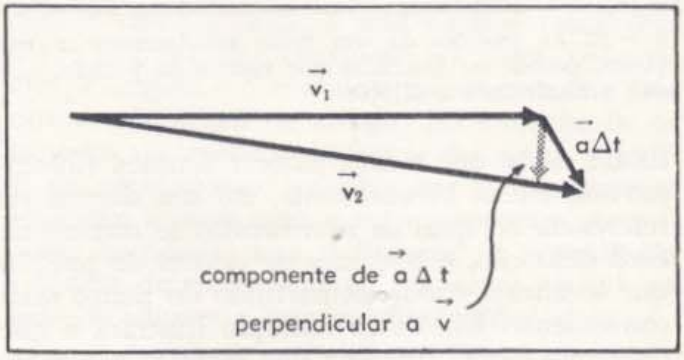
Êste exemplo de movimento com velocidade constante mostra que a aceleração pode resultar de uma mudança na direção, sem qualquer variação de velocidade. No movimento ao longo de uma linha reta, por outro lado, a aceleração é a razão da variação da velocidade. Em geral, se um corpo se move sôbre uma trajetória curva, sua aceleração vetorial forma um certo ângulo com a trajetória. A componente da aceleração ao longo da trajetória dá, então, a razão de variação de velocidade (Fig. 6 — 30), enquanto que a componente perpendicular se refere à mudança em direção do vetor velocidade (Fig. 6 — 31). Pode você se valer dêste fato para provar que a aceleração num movimento circular uniforme (Fig. 6 — 30) deve estar dirigida ao longo do raio do círculo?

Podemos fazer um objeto se mover com velocidade constante ao longo de uma trajetória qualquer. Desde que a velocidade não varia, a aceleração instantânea não pode ter, então, componente ao longo da trajetória. A aceleração ve-

torial é perpendicular à direção do movimento, isto é, perpendicular à trajetória em todos os pontos. O movimento de velocidade constante em uma trajetória circular é, portanto, apenas um dos muitos movimentos nos quais o vetor velocidade e o vetor aceleração são perpendiculares entre si. O movimento circular constitui o caso especial no qual o módulo da aceleração permanece constante. Quando, por outro lado, um corpo se move, com velocidade constante, sôbre uma trajetória mais complicada, o módulo da aceleração perpendicular varia. A aceleração é maior onde a trajetória apresenta uma curva mais acentuada.



6 — 30. A componente de $\vec{a}\ \Delta\ t$ ao longo de $\vec{v}$ é a variação em módulo de $\vec{v}$. Quando a componente é nula, não há variação de velocidade.



6 — 31. A componente de $\vec{a}\ \Delta\ t$ perpendicular a $\vec{v}$ muda a direção de $\vec{v}$. Quando a componente é nula, não existe mudança na direção.

6 — 7. A descrição do movimento; sistemas de referência

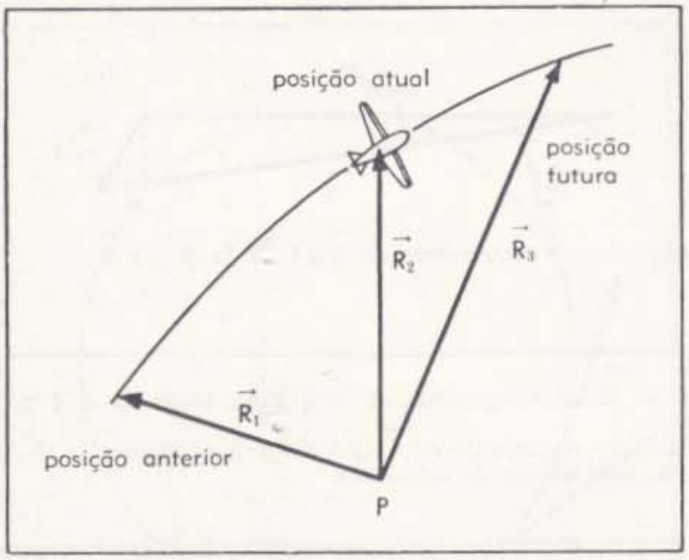
Estudamos vetores extensamente no sentido de descrever o movimento, relatar as posições sucessivas de um objeto no espaço, e a rapidez de seu movimento através do mesmo. Os graciosos movimentos de uma valsa podem ser descritos completamente, ainda que de forma um tanto maçante, como uma seqüência de posições das mãos, dos pés, e do resto do corpo dos dançarinos, uma posição apropriada para cada instante. Realmente, dançar seguindo a música implica num modo de medir o tempo. Para cada nota, existe uma figura coreográfica correta; e, a cada nota, corresponde um instante apropriado.

O movimento mais simples e fundamental é o de um objeto único, cujas partes não julgamos necessário distinguir, seja porque não podemos observá-las, seja porque permanecem fixas umas em relação às outras. Um planêta, tal como Júpiter, se move no céu. Podemos representar sua posição, em cada instante, por um vetor que imaginamos traçado da Terra ao planêta Júpiter. Um avião ronca em seu curso para algum destino; suas posições podem, também, ser representadas por vetores (Fig. 6 — 32). Nem o planêta, nem o avião, são pontos; e, se queremos saber o que acontece em seu interior, precisaríamos de muito mais informações que as dadas por êstes vetores de posição. Para muitas das necessidades da astronomia ou da navegação, entretanto, é suficiente considerar cada um como um ponto no extremo de um vetor. Quando o planêta ou o avião se movem, o vetor também o faz, modificando seu módulo e sua direção.

Em cada um de nossos exemplos, o vetor de posição vai de algum ponto identificável, chamado origem, ao objeto móvel, da Terra a Júpiter, da tôrre de contrôle ao avião. Mais ainda, o movimento, como observamos na Seção 6-2, é sempre medido em relação a algum sistema de referência, o mesmo acontecendo com as posições. O movimento do avião, por exemplo, é descrito em relação à superfície da Terra, o mesmo acontecendo com o movimento de queda das bolas, na Fig. 6 — 19.

O movimento do avião em relação a outro avião pode ser muito diferente de seu movimento em relação ao solo. O movimento da bola lançada na Fig. 6 — 19, é precisamente um movimento de velocidade vetorial constante, em relação à outra bola que cai à esquerda da figura. O movimento do Júpiter em relação ao Sol é mais simples que seu movimento relativamente à Terra. Para o motorista de um carro em movimento, uma gôta de chuva, que cai verticalmente em relação ao solo, precipita-se quase horizontalmente em sua direção. O movimento é descrito diferentemente segundo o sistema de referência em relação ao qual damos a descrição.

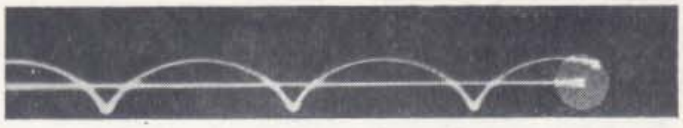
Geralmente, desejamos observar o movimento



6 — 32. As posições de um avião relativamente a um ponto, podem ser indicadas por vetores de posição, que dão a distância e a direção.

de tal modo que o faça parecer simples. Colocamo-nos, então, mentalmente, em um sistema de referência no qual os movimentos se tornam de fácil descrição, e traçamos os vetores de posição que localizam o objeto, partindo do ponto mais conveniente. Um outro exemplo ilustrará o que queremos dizer. Suponha que estamos novamente na Terra, e observamos o movimento de um ponto na periferia da roda de um automóvel que se move lentamente. O ponto se move segundo a curva ilustrada na Fig. 6 — 33, uma curva complicada conhecida como ciclóide. Um vetor de posição que nos tenha como origem e vá até um ponto da roda, executa um movimento extremamente complicado. Um ponto sôbre a Terra, entretanto, não é sempre a origem mais conveniente para vetores de posição. Nossa localização será muito mais vantajosa se subimos no carro e, da janela, examinamos a roda. O ponto sôbre a roda move-se, então, uniformemente segundo uma trajetória circular, e o movimento do vetor de posição parece muito mais simples.

Na descrição do movimento, tentamos situar a origem no lugar mais conveniente, ainda que, algumas vêzes, sejamos incapazes, fisicamente, de atingi-lo. Os movimentos dos planêtas, por exemplo, parecem muito complicados quando os descrevemos com vetores de posição cuja origem está na Terra. Copérnico ressaltou que os movimentos dos planêtas se tornam de muito mais simples descrição quando admitimos que o Sol é o centro do sistema solar, e se desloca a origem dos vetores de posição ao Sol. Depois que Copérnico salientou a importância da localização da



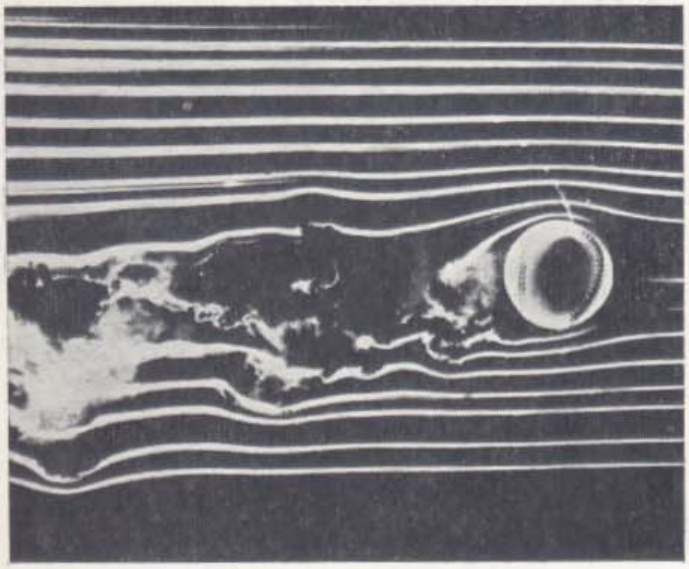
6 — 33. Trajetória de um ponto na periferia de uma roda que está rodando. Esta curva, uma ciclóide, mostra a trajetória tal como aparece a um observador postado ao lado dela. Foi colocada uma pequena luz na periferia de uma roda, e outra, no centro. O obturador da câmara foi mantido aberto enquanto a roda girava.

origem em um lugar conveniente, a escolha apropriada da origem tem sido uma técnica importante usada pelos físicos para descrever o movimento em têrmos simples.

6 — 8. Cinemática e dinâmica

O que estivemos discutindo constitui o ramo da física chamado *cinemática,* do têrmo grego *kinema,* que significa movimento. É esta parte de nosso assunto que trata da descrição do movimento, sem levar em consideração o que se move ou o que causa o movimento. A ciência da mecânica, e, na realidade, grande párte da física, é dominada pelo estudo do movimento; êste estudo só é completo, entretanto, quando o estendemos ao que se chama *dinâmica* (do grego *dynamis,* significando fôrça). Na dinâmica são discutidas as causas do movimento, o que se move, e como sua natureza afeta o movimento. Em nosso estudo de cinemática, precisamos medir apenas posições e tempos; na dinâmica devem, também, ser levados em conta, os puxões e empurrões que causam movimentos, e resistem a movimentos.

O movimento pode ser simples ou complexo. O método da física consiste em analisar primeiro os casos mais simples, dêles extraindo o que pudermos, e avançar para casos cada vez mais complexos. Seria um êrro pensar que um estudo rápido e elementar de física permite explicar, por exemplo, a quebra das ondas numa praia, a trajetória de um jato no céu, ou os ritmos intricados de um motor Diesel. Êstes movimentos, e muitos outros, podem, porém, ser tratados prosseguindo com os mesmos métodos de análise que já esboçamos para casos simples. Quando, ao invés de um único objeto isolado, como uma pedra ou um carro, o que se move é todo um fluido, como o ar ou a água, mesmo a cinemática pode se tornar difícil. Os redemoinhos atrás de uma hélice em rotação e de uma bola de basebol em movimento (Fig. 6 — 34) são realmente complexos. Seu estudo constitui um tipo espe-



6 — 34. (Acima) O movimento comunicado às partículas do ar por uma bola que gira ràpidamente, tal como é lançada por um "pitcher" por exemplo, é uma mostra de um movimento muito complexo. (Abaixo) Redemoinhos formados atrás de uma hélice que gira a 4080 r.p.m. Êste é um outro exemplo de movimento extremamente complexo (Fotos por cortesia: F. N. M. Brown).

cializado de deslindamento, requerendo enormes operações de "contabilidade" para seguir o rasto de cada pequena porção de ar em movimento. Tornam-se necessários métodos matemáticos poderosos, mas as idéias básicas usadas na solução de tais problemas surgem da discussão que vimos; as leis básicas não são diferentes. Deve-se ter cautela, não obstante, com uma explicação simples demais do que é, òbviamente, cinemàticamente complexo. Você não pode projetar aviões ou entender o tempo sem pôr teorias à prova por meio de experiências, ou sem interpretar teòricamente resultados experimentais. Devemos ir e vir entre a teoria e o estudo experimental dos movimentos realmente complexos. Não obstante, com tal processo, grandes progressos foram e serão realizados. Em parte alguma, em todo o domínio dos movimentos do mundo natural, aqui na Terra ou no céu, em nossas máquinas gigantes ou em nossos meios de transporte, encontramos, até agora, qualquer caso para o qual não se aplique a análise de mecânica. Onde a cinemática é difícil, o progresso é lento; onde ela exige menos, o progresso é rápido. Neste curso, onde estamos tentando aprender os fundamentos, não queremos dar a falsa impressão de que não existem casos complexos de interêsse; êles existem, especialmente em tecnologia. Na engenharia e tecnologia, o objetivo é conseguir algo para o uso das pessoas; numa ciência como a física, a finalidade é compreender, e daí, prever e controlar. Na física, procuramos o simples e o examinamos, mesmo que saia caro e seja difícil de atingir. Na engenharia, os métodos sistemáticos desenvolvidos nesta pesquisa são meticulosa e muitas vêzes brilhantemente aplicados a casos mais e mais complexos, de evidente utilidade para o homem. A complicada extensão de ensaio e êrro, se alicerça sempre na base do simples e bem compreendido.

6 — 9 A velocidade da luz

Salientamos anteriormente que, as experiências diárias podem ser amplamente estendidas ou extrapoladas. Isto é exatamente o que estivemos fazendo, ao basear nosso estudo de movimento nas idéias de espaço e tempo, formadas a partir da experiência. Mas, se tais esquemas são demasiadamente estendidos, podem estar errados. Êles precisam ser testados. Faz cinquenta anos que verificamos que nossas noções usuais de espaço e tempo, extremamente seguras para a maioria dos movimentos que observamos diàriamente, não são efetivas para movimentos extremamente rápidos. Para velocidades que se aproximam da ordem de grandeza da velocidade da luz, a cinemática que acabamos de discutir, se torna errada. Resulta que a escala de velocidades não pode ser estendida indefinidamente; se você soma velocidades demasiadamente grandes, você atinge uma região na qual não são válidas as regras da adição. Surge, neste ponto, um limite natural para a velocidade, que não pode ser ultrapassado. Êste limite universal da velocidade é a velocidade da luz no vácuo, que se sabe é muito próxima de 3×10^8 m/s. A velocidade dos foguetes mais rápidos não excede 2×10^4 m/s. Velocida-

des até 10^5 m/s cobrem todo o conjunto de velocidades dos grandes corpos do sistema solar, desde planêtas e meteoros às invenções de engenharia idealizadas pelo homem. Sòmente pequenas partículas, eléctrons e seus congêneres, se movem apreciàvelmente mais depressa. Sua velocidade se aproxima muito da velocidade da luz. Para seu estudo, tornam-se necessárias as idéias da cinemática relativista. Porém, para tudo o mais — astronomia do sistema solar, engenharia, ou qualquer física experimental de grande escala, a cinemática que estudamos, a de Newton, é suficientemente precisa. Todo êste tópico é um exemplo de como você pode partir de idéias familiares, que resistem bem num amplo domínio, e reformá-las inteiramente quando você atinge uma outra ordem de grandeza. O fato de que as idéias familiares podem ser modificadas para ajustar-se a condições extremas, não põe um têrmo no que elas significam e no uso no domínio para o qual foram originàriamente criadas, e no qual foram amplamente comprovadas. A cinemática newtoniana é uma boa aproximação da cinemática relativista sempre que as velocidades sejam pequenas comparadas com a velocidade da luz.

PARA CASA, CLASSE E LABORATÓRIO

Na resolução dos problemas seguintes, trace sempre um diagrama correto, em papel liso ou quadriculado, usando régua e compasso. Muitos dos problemas podem ser resolvidos pela construção e medida de tal diagrama, sem cálculos numéricos.

1. Trace diagramas para representar os seguintes deslocamentos:
   (a) 5,00 cm para leste seguido de 3,00 cm para o norte, seguido de 6,00 cm para oeste.
   (b) 5,00 cm para leste seguido de 6,00 cm para oeste, seguido de 3,00 cm para o norte.
   (c) 6,00 cm para oeste seguido de 3,00 cm para o norte, seguido de 5,00 cm para leste.
   (d) Compare os diagramas das partes (a), (b), e (c), e estabeleça uma regra geral sôbre a soma de três deslocamentos.

2. Um homem segue êste itinerário: Parte de sua casa, percorre quatro quadras para leste, três quadras para o norte, três quadras para leste, seis quadras para o sul, três quadras para o oeste, três quadras para o sul, duas quadras para leste, duas quadras para o sul, oito quadras para oeste, seis quadras para o norte, e duas quadras para leste. A que distância e em que direção está êle de seu lar?

3. Um homem anda ao longo de um caminho que tem a forma de um hexágono regular; cada lado tem 10 m de comprimento. Dois dos lados estendem-se para leste e para oeste.
   (a) Descreva seus deslocamentos sucessivos.
   (b) Qual é seu deslocamento total?

4. O ponteiro dos minutos de um relógio tem 2,2 cm de comprimento.
   (a) Qual é o deslocamento do extremo dêste ponteiro entre meio-dia e 12 h 15 min?
   (b) Qual é seu deslocamento entre meio-dia e 12 h 30 min?
   (c) Qual é seu deslocamento entre meio-dia e 13 h 00 min?

5. No relógio do Problema 4, o ponteiro das horas tem 1,5 cm de comprimento. Qual é o deslocamento entre o extremo do ponteiro dos minutos e o do ponteiro das horas:
   (a) ao meio-dia?
   (b) às 15 h 00 min?
   (c) às 18 h 00 min?
   (d) às 12 h 30 min?

6. Um vetor horizontal de 10,00 cm de comprimento é somado a outro de 10,00 cm de comprimento e cuja direção é 70,0° acima da horizontal. Faça um desenho em escala, tão preciso quanto possível, para determinar o módulo e a direção de sua soma. Em sua resposta, procure conseguir uma precisão de 0,1 mm no comprimento e 0,1° no ângulo.

7. (a) Determine o resultado da adição de um vetor de 2 cm para leste com um de 3 cm para noroeste.
   (b) Ache o resultado da soma de um vetor de 8 cm para leste com um de 12 cm noroeste.
   (c) Compare os resultados das partes (a) e (b), e estabeleça um teorema relativo à adição de um par de vetores que são múltiplos de outro par. Pode você demonstrar o teorema em geral?

8. Um avião voa para sudeste a 600 km/h. Faça um diagrama de seu deslocamento a partir

de seu ponto de partida após 0,50 h; 1,00 h; 1,50 h; e 2,00 h.

9. A velocidade de um avião relativa ao ar é 480 km/h. Qual é sua velocidade relativamente ao solo:
   (a) Com um vento de proa de 32 km/h?
   (b) Com um vento de popa de 32 km/h?

10. Um grupo de andarilhos, caminhando em média 5,0 km/h, percorrem a seguinte trajetória:

Orientação da bússola (Sentido horário, a partir do norte)	Tempo durante o qual é mantida a orientação
45°	1,50 h
130°	0,75 h
60°	1,00 h
180°	1,00 h
225°	1,00 h
325°	0,50 h
240°	1,00 h

   (a) Para voltar diretamente ao seu ponto de partida, em que direção devem êles andar?
   (b) Quanto tempo levarão para regressar?

11. Um avião mantém uma orientação para o sul com uma velocidade em relação ao ar de 540 km/h. Êle voa através de uma corrente que se desloca para leste a 250 km/h.
   (a) Qual é a direção do movimento do aparelho em relação ao solo?
   (b) Qual é a velocidade do avião em relação ao solo?
   (c) Que distância sôbre o solo percorre o avião em 15 min?

12. O pilôto de um avião que voa com uma velocidade de 300 km/h em relação ao ar, deseja ir a uma cidade situada a 600 km, ao norte. Sopra um vento de 40 km/h para oeste.
   (a) Em que orientação deve voar o avião?
   (b) Quanto tempo levará a viagem?

13. Um avião voa para um local que fica a 200 quilômetros a leste de seu ponto de partida, e sopra um vento noroeste de 30 km/h. O pilôto quer fazer a viagem em 40 min.
   (a) Qual deve ser a orientação?
   (b) Qual deve ser a velocidade do avião relativamente ao ar?

14. Um vapor está navegando diretamente para o sul a 25 km/h, em uma zona onde o vento sopra sudoeste a 18 km/h. Qual é o ângulo formado entre a direção norte e o rasto de fumaça que sai da chaminé?

15. A pequena semente de uma sempre-viva alta atinge, quase imediatamente após se desprender do cone, uma componente vertical de velocidade vetorial constante e igual a 0,3 m/s. Aproximadamente a que distância da base de uma árvore de 60 m de altura alcançariam o solo, sementes do alto da árvore, levadas por ventos de 40 km/h?

16. Um homem rema em um barco "através" de um rio a 4,0 km/h (isto é, o barco se move sempre perpendicularmente à corrente). O rio corre a 6,0 km/h, sendo sua largura 0,20 km.
   (a) Que direção realmente toma seu barco em relação à margem?
   (b) Quanto tempo empregará para atravessar o rio?
   (c) A que distância rio abaixo desembarca, contada do ponto de partida?
   (d) Quanto tempo levaria êle para cruzar o rio se não houvesse corrente?

17. O observatório meteorológico determina a altura de camadas de nuvens, medindo o ângulo de elevação ao ponto onde a luz de um feixe vertical é refletida pelas nuvens. O ângulo é medido em uma estação de observação, separada do pé do feixe luminoso por uma linha de base.
   (a) Se a linha de base tem 300 metros de comprimento, qual é a altura das camadas observadas a 18°, 43°, e 77°?
   (b) Para observações com ângulos maiores que 84°, as alturas são classificadas como aproximadas. Por que diferem elas das leituras com ângulos menores?
   (c) Qual é a altura de uma camada que reflete a luz observada com êste ângulo de 84°, para a linha de base de 300 metros?

18. Qual é o módulo de um deslocamento cujas componentes ao longo dos eixos perpendiculares X, Y, e Z são, respectivamente, 4,00 m, 2,50 m, e 8,50 m?

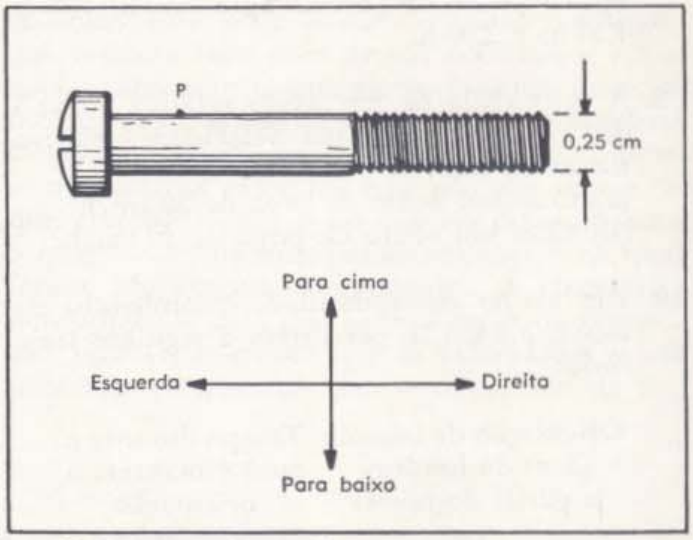
19. A que distância um radar localizará um avião que voa a uma altura de 10 km sôbre o solo, e a uma distância da estação de radar, medida no mapa, de 18 km?

20. Um avião decola de um aeroporto para o o sul, e, enquanto sobe numa razão de 0,30 km/min, mantém uma velocidade de 4,0 km/min em relação ao solo. Após 0,50 min, êle se volta para leste, mantendo a mesma velocidade em relação ao solo e o mesmo ritmo de ascensão. Ao fim de 1,0 min da decolagem:
(a) Qual é a altura do avião?
(b) Qual é sua direção em relação ao aeroporto?
(c) A que distância do ponto de decolagem está o ponto no solo diretamente sob o avião?
(d) A que distância está o avião do ponto de decolagem?

21. Um avião que voa para o norte a 320 km/h, passa diretamente por baixo de outro avião que voa para leste, a 260 km/h.
(a) Qual é a componente horizontal do deslocamento do segundo avião em relação ao primeiro, 20 minutos após um ter passado pelo outro? 50 minutos após terem passado?
(b) Qual é a componente horizontal da velocidade vetorial do avião que voa para leste relativa ao avião que voa para o norte?
(c) Varia a direção dêste vetor velocidade (relativa à Terra)?

22. Um transatlântico navega a 18 km/h. Um passageiro, no convés, anda em direção à popa do navio, à razão de 4,0 m/s. Depois de percorrer 30 metros, êle se volta em ângulo reto, e anda, no mesmo ritmo, em direção ao parapeito, situado a 12 metros do ponto onde fêz a volta.
(a) Qual é sua velocidade vetorial relativa à superfície da água enquanto se dirige para a popa? Enquanto caminha em direção ao parapeito?
(b) Trace os vetores deslocamento relativos à superfície da água correspondentes a seu passeio. Qual foi o deslocamento total desde seu ponto de partida?

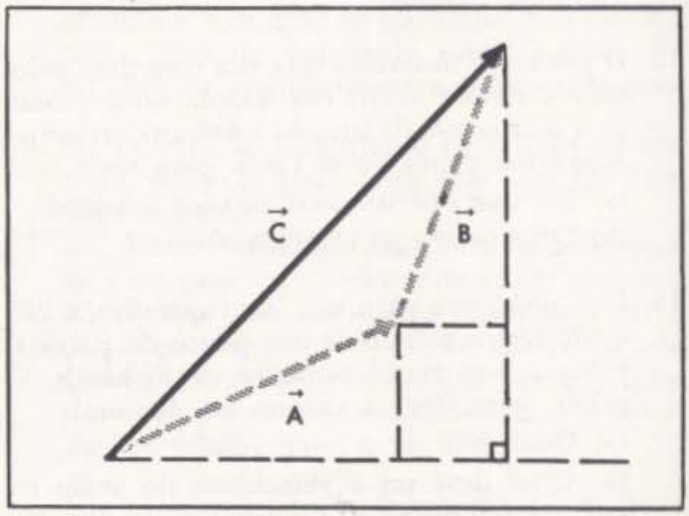
23. Um pilôto naval, que planeja sua viagem para reunir-se ao seu porta-aviões, sabe que está a 600 milhas náuticas, ao sul do porta-aviões, no instante em que determina sua posição. A rota do porta-aviões é 15° leste, e faz 25 nós (milhas náuticas por hora). O vento, na sua altura de vôo, sopra a 40 nós, 70° oeste. Qual deve ser sua orientação e sua velocidade relativa ao ar para que se reuna ao porta-aviões ao fim de duas horas?



6 — 35. Para o Problema 24.

24. Um parafuso tem 24 filêtes por centímetro e um diâmetro de 0,25 cm. (Veja Fig. 6 — 35).
(a) Determine o deslocamento resultante de um ponto, *P*, marcado sôbre o parafuso, quando o parafuso "avança" uma volta, em têrmos do deslocamento para cima, para baixo, para a direita, para a esquerda, para dentro e para fora do papel.
(b) Faça o mesmo para ½ volta.
(c) Faça o mesmo para ¼ volta.

25. Um objeto que se move sôbre uma trajetória circular com uma velocidade constante de 2,0 m/s, varia em direção 30° em 3,0 segundos.
(a) Qual é sua variação de velocidade vetorial?
(b) Qual é sua aceleração média durante os 3,0 segundos?



6 — 36. Para o Problema 27.

26. Um relógio tem um ponteiro de segundos de 2,0 cm de comprimento.

(a) Calcule a velocidade do extremo do ponteiro.

(b) Qual é a velocidade vetorial do extremo do ponteiro de segundos a 0,0 segundos? Aos 15 segundos?

(c) Calcule sua variação de velocidade vetorial entre 0,0 e 15 segundos.

(d) Calcule seu vetor aceleração média entre 0,0 e 15 segundos.

27. Indique, na Fig. 6 — 36, as componentes de $\vec{A}$ e B ao longo de cada eixo. Mostre que a soma da componente de $\vec{A}$ e a componente de $\vec{B}$, ao longo de cada eixo, é a componente de $\vec{C}$ ao longo dêste eixo. Observe, então, que você pode obter $\vec{C}$, tanto somando $\vec{A}$ e $\vec{B}$ diretamente, como somando as componentes de $\vec{A} + \vec{B}$.

MASSA, ELEMENTOS E ÁTOMOS

CAPÍTULO 7

A. MATÉRIA E MASSA

7 — 1. Matéria e sua medida

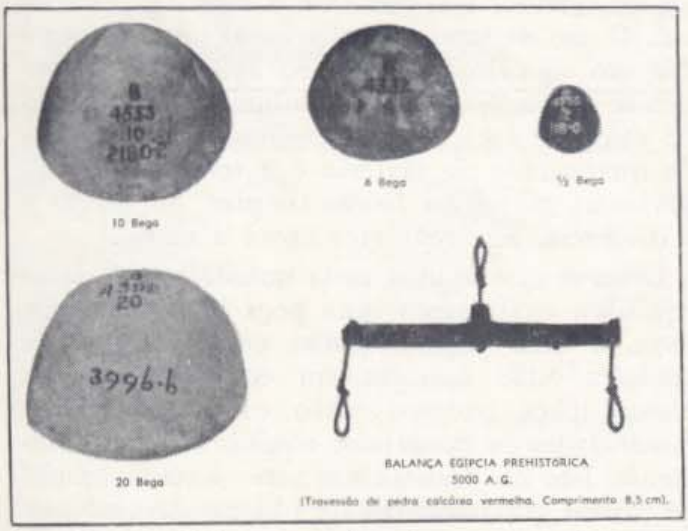
Armamos o palco do mundo físico. A cena, teatro de todos os acontecimentos que estudamos, abarca o tempo e o espaço. Ela é animada pela sua combinação — o movimento. Até agora, entretanto, não apresentamos realmente os atôres. O palco do mundo é ocupado pela matéria. Os atôres são a matéria de tôda espécie, de desnorteante variedade, que se move e muda ante nós — o Sol e as estrêlas; a própria Terra com seu solo, suas rochas, sua atmosfera, e seus mares; e o mundo vivo de plantas e animais, e mesmo você.

Confronte esta imagem com a visão de tempo e espaço que já temos. É certo, o tempo e o espaço revelaram muitas novidades quando ampliamos ou reduzimos nosso campo de visão para incluir o muito lento e o inacreditàvelmente rápido, o minúsculo e o enorme. Existe, entretanto, uma espécie de uniformidade no tempo e no espaço, que não vemos na matéria. Um segundo é semelhante a outro, e seus milhões de microssegundos são muito mais semelhantes entre si que uma quantidade igual de grãos de ervilha. No panorama da matéria, entretanto, tal unidade não aparece.

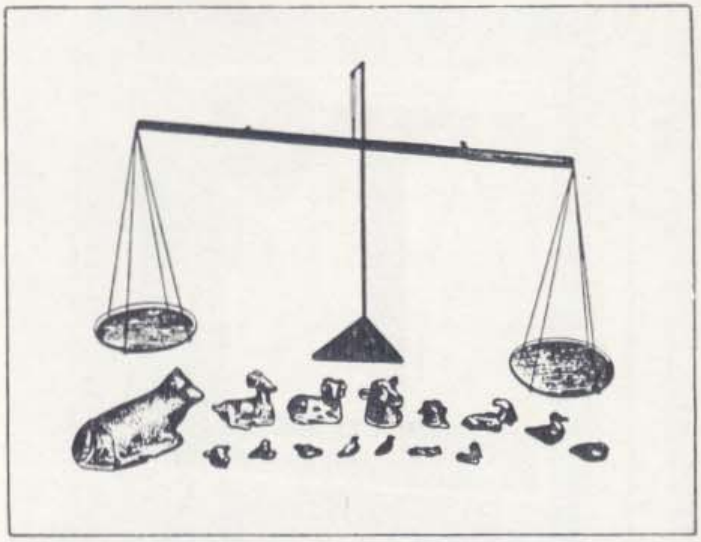
Podemos descobrir, em tôda esta variedade, algum tipo de medida universal para a matéria, como as que encontramos para tempo e espaço? Podemos comparar qualquer comprimento com o metro, e qualquer intervalo de tempo com o segundo, tendo tais técnicas nos tornado acessível o conjunto de nossa ciência. Podemos encontrar um meio único e geral de medição para a matéria, alguma coisa em têrmos da qual possamos comparar um grão de areia com um planêta, um sôpro de ar com um naco de pão? Existe uma medida para a matéria, não dêste ou daquêle aspecto especial, não da côr, ou contextura, ou dureza, mas de alguma coisa compartilhada por todos os objetos que podemos encontrar? Vejamos algumas das possibilidades.

Um tijolo comum de argila contém uma certa quantidade de matéria. Acreditamos que dois tijolos semelhantes contêm, juntos, o dôbro da quantidade de matéria que um só. Não existem, entretanto, dois tijolos exatamente iguais; êles são feitos grosseiramente. Consideremos, então, moedas novas de prata, tôdas quase idênticas peças brilhantes do mesmo material. Parece razoável supor que a simples contagem do número de peças define a quantidade total de matéria nas moedas.

Poderíamos, naturalmente, cortar ao meio algumas das moedas, e obter uma contagem diferente para o número de peças, sem alterar a quantidade de matéria presente. O volume ocupado pelo metal não se altera quando dividimos ao meio algumas das peças, e pode, então, parecer que o volume é uma medida melhor para a matéria, que a contagem de peças.



7 — 1(a). Esta balança, a mais antiga que se conhece, veio de um túmulo pré-histórico da Naqada, Egito. Ela deve ter 7000 anos de existência. Os braços e as massas são feitos de pedra calcária. Outras massas de pedra calcária, de diferentes números de beqa, foram também encontradas nesses túmulos pré-históricos. Existe alguma razão pela qual você não usaria a beqa como sua unidade de massa? (Foto por cortesia: Science Museum, Londres).



7 — 1(b). Esta balança de madeira com suas massas de bronze foi feita no Egito há uns 3500 anos, sendo um pouco mais recente que a mencionada no texto. As características principais do modêlo são ainda hoje adotadas. Esta balança podia receber uma carga de cêrca de um quilograma, e detetar diferenças de algumas partes em mil. (De "A History of Technology", Singer, Holmyard, e Hall; Oxford University Press).

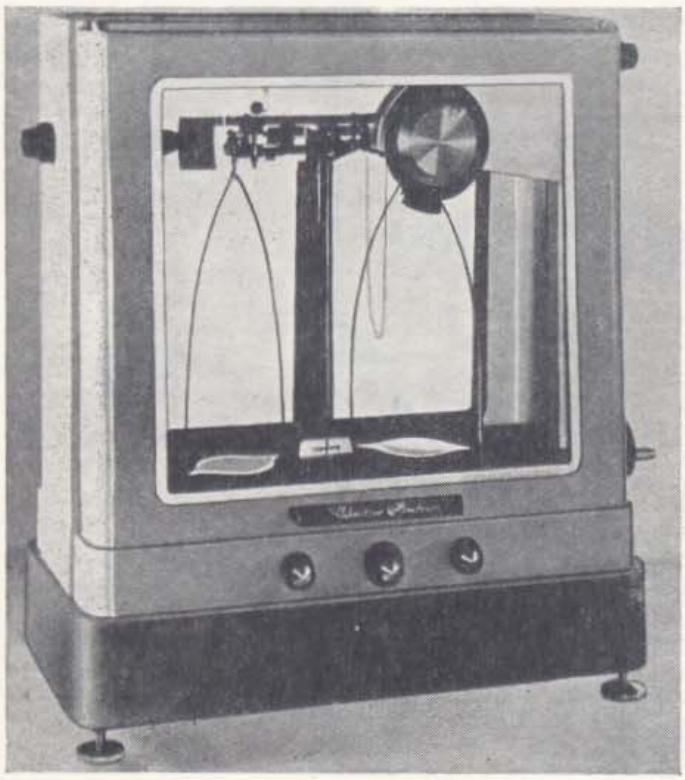
Mas o volume, por si só, é certamente um guia perigoso para medir a matéria. Podemos introduzir mais e mais ar em um pneumático inflado; porém o ar, apesar de muito leve, não pode ser omitido em nosso rol de coisas materiais! Dêste modo, mais e mais matéria — ar — vai sendo introduzida no pneumático, que não muda apreciàvelmente de volume. São também familiares a dilatação e a contração de objetos metálicos; existe mais aço em um trilho de ferrovia dilatado pelo calor do verão? Não encontraríamos uma prova para a resposta "sim", pois o trilho voltará ao seu tamanho original em um dia mais frio. Numa tigela cheia de creme batido não existe, òbviamente, mais creme do que o que cobria o fundo da tigela da batedeira. O resto é ar — bastante agradável, mas não nutritivo nem caro!

Nem a contagem de peças, nem a medida de volumes, são guias seguros para determinar a quantidade de matéria, mas o fato de que podemos freqüentemente escolher peças idênticas, e verificar que o número e o volume estão relacionados, indica a possibilidade de encontrarmos uma medida. Muitas outras experiências comuns indicam o mesmo. Por exemplo, a queima de dois troncos fornece, a grosso modo, o dôbro do calor, o dôbro da cinza, e o dôbro da crepitação, que os resultantes da queima de um só. Evidentemente, deve permanecer nos gases que se elevam pela chaminé algum indício dêste fato simples. De certo modo, está envolvido o dôbro de matéria. Esta experiência familiar nos sugere que existe uma medida quantitativa de matéria e que, apesar desta medida não ser calibrada pela forma ou pelo tamanho, tem um efeito decisivo no que acontece no mundo.

7 — 2. A massa na balança

A simples balança — o aparelho que a Justiça tradicionalmente sustenta — durante muito tempo deu ao homem o poder de medir a quantidade de matéria com uma simplicidade e uma precisão maiores às com que mediria o espaço e o tempo. De túmulos egípcios, de muitos milhares de anos, os arqueólogos recuperaram um pequeno braço de balança esculpido em pedra, com seus pesos de pedra cuidadosamente feitos (Fig. 7 — 1). Ela foi, muito provàvelmente, usada naquela época, no amanhecer da história, para a medida cuidadosa de pó de ouro. Mesmo então, os ourives sabiam que era a balança o melhor meio de avaliar a quantidade de ouro sólido que poderiam fundir de um monte de pó ou de pepitas irregulares.

Quando um objeto, em um lado de uma balança, está em equilíbrio com algumas peças padrão de matéria colocadas no outro lado, permanecerá em equilíbrio mesmo que se processem sensíveis mudanças na forma do objeto. Serrar um pedaço de ferro, ou limá-lo de forma a obter



7 — 2. Esta é uma balança analítica moderna. Ela é uma versão muito mais refinada do antigo aparelho egípcio. Uma balança dêsse tipo faz parte do equipamento básico de quase todo laboratório. Ela é capaz de indicar a massa de uma amostra de algumas centenas de gramas até quase uma parte em um milhão. A balança é tão sensível que está montada em uma caixa que a protege da mais leve corrente de ar. Um cutelo, firmemente montado sôbre um travessão, se apóia sôbre uma superfície plana polida no topo da coluna central. Os dois pratos estão suspensos em dois cutelos semelhantes, montados em cada extremo do travessão. Um ponteiro vertical, fiel, ligado ao centro do travessão, indica quando as massas dos dois pratos mais seus conteúdos estão em equilíbrio. Na prática, coloca-se no prato da esquerda, o objeto cuja massa deve ser determinada enquanto que objetos de massa conhecida são colocados no da direita, até que haja equilíbrio. As massas finais conhecidas, que devem ser somadas, são muitas vêzes tão pequenas que é difícil manejá-las. Esta dificuldade é superada usando um dispositivo de equilíbrio de micromassa adicional, que se constitui numa pequena cadeia de argolas idênticas. Um extremo desta cadeia é prêso ao lado direito do travessão, e outro está ligado à caixa por meio de um mostrador circular de contagem que indica a quantidade de cadeia usada. Apenas metade da massa de cada argola é suportada pelo travessão. Quando se gira o mostrador, metade da massa das argolas adicionais é acrescentada ao lado direito do travessão. Para obter a massa total que está sendo medida, deve esta massa ser adicionada às massas conhecidas do prato da direita.

um monte de pequenos pedaços, não afetará o equilíbrio da balança. Faça com que um cubo de gêlo funda e passe a água: o equilíbrio permanece. Uma balança responde a algo completamente independente da forma aparente do objeto testado. Isto constitui a *massa* gravitacional. O uso de massa gravitacional permitir-nos-á dar um significado tão claro à idéia de quantidade de matéria, como o volume o dá à noção de valor de espaço tridimensional. Esta medida da quantidade de matéria é a terceira das importantes grandezas físicas simples: ao tempo e à distância, acrescentamos agora a massa.

Observe que se uma certa quantidade de ouro equilibra exatamente uma peça padrão de matéria, e uma peça de latão ou uma peça de madeira estão também em equilíbrio com a mesma peça padrão, então cada uma destas quantidades de matéria se equilibram recìprocamente. Isto nos fornece um meio de comparação de massas gravitacionais de objetos de qualquer espécie.

Assim como precisamos escolher um metro padrão como ponto de partida para nossas medidas de comprimento, necessitamos agora de algumas massas-padrão para colocar num lado da balança, e com as quais podem ser comparadas outras porções de matéria. O padrão usado em trabalhos científicos é o quilograma. O quilograma padrão é um cilindro de uma liga de platina inalterável, cuidadosamente construído e conservado em Sèvres, perto de Paris, ao lado do padrão de comprimento. Temos assim um padrão que é arbitrário, mas reproduzível e duradouro, tal como o metro padrão.

Os homens que originàriamente estruturaram o sistema métrico, tomaram a água pura como padrão, ao invés da liga de platina. Êles definiram o quilograma como a quantidade de matéria representada pela água que podia estar contida exatamente num cubo de um decímetro de aresta, à temperatura de 4 graus Celsius * e à pressão de uma atmosfera. A escolha original foi feita com a idéia de que o padrão pudesse ser reproduzido por qualquer pessoa, em qualquer lugar, caso fôsse destruído ou perdido. Efetivamente, entretanto, não é fácil ter-se certeza de dispor de um volume exato de água pura, todo à mesma temperatura perfeitamente determinada. Conseqüentemente, pois, foi o padrão mudado para o cilindro de platina.

Os jogos de massas de latão, disponíveis em qualquer laboratório, foram comparados com o quilograma-padrão, através de uma seqüência de operações. No sentido de prover flexibilidade, são incluídas massas de 500 gramas, 200 gramas,

* A escala Celsius (devida a Anders Celsius), ou escala centesimal de temperaturas, é aquela na qual a temperatura de fusão do gêlo é 0° e a temperatura do vapor de água em ebulição é 100°. Veja o Capítulo 9 para discussão adicional.

Tabela 1. Massas de alguns objetos comuns

A. Massas encontradas com uso de balança

Objeto	Massa
Um traço escrito a lápis	1 microgrma
Uma asa de môsca	50 microgramas
Um sêlo postal	20 miligramas
Um "dime"	2,5 gramas
Um "níquel"	5,0 gramas
Um dólar de prata	25 gramas
Um caderno	200 gramas
Uma libra	453,5924277 gramas (definição legal)
Uma "pinta" de água *	473 gramas
Um quarto de água	950 gramas
Um litro de água	10^3 gramas
Uma ton métrica	10^3 quilogramas, cêrca de uma grande ton

* "Uma pinta é uma libra, em todo o mundo" (a 5 %).

B. Algumas massas encontradas por outros meios

Objeto	Massa
Uma casa	200 ton (aprox.)
S. S. "Queen Elizabeth"	Várias vêzes 10^4 ton
Mt. Whitney	10^{12} ton (aprox.)
A Lua	$7{,}35 \times 10^{22}$ quilogramas
A Terra	$5{,}98 \times 10^{24}$ quilogramas
O Sol	$1{,}99 \times 10^{30}$ quilogramas
Um glóbulo vermelho	10^{-13} quilograma (10^{-4} microgrma)
Uma célula bacteriana	5×10^{-12} quilograma (5×10^{-3} microgrma)
Uma molécula de proteína de clara de ôvo	10^{-22} quilograma (aprox.)
Uma molécula de ácido esteárico	$8{,}9 \times 10^{-25}$ quilograma
Uma molécula de oxigênio	$5{,}3 \times 10^{-26}$ quilograma
Um eléctron	$9{,}1 \times 10^{-31}$ quilogramas

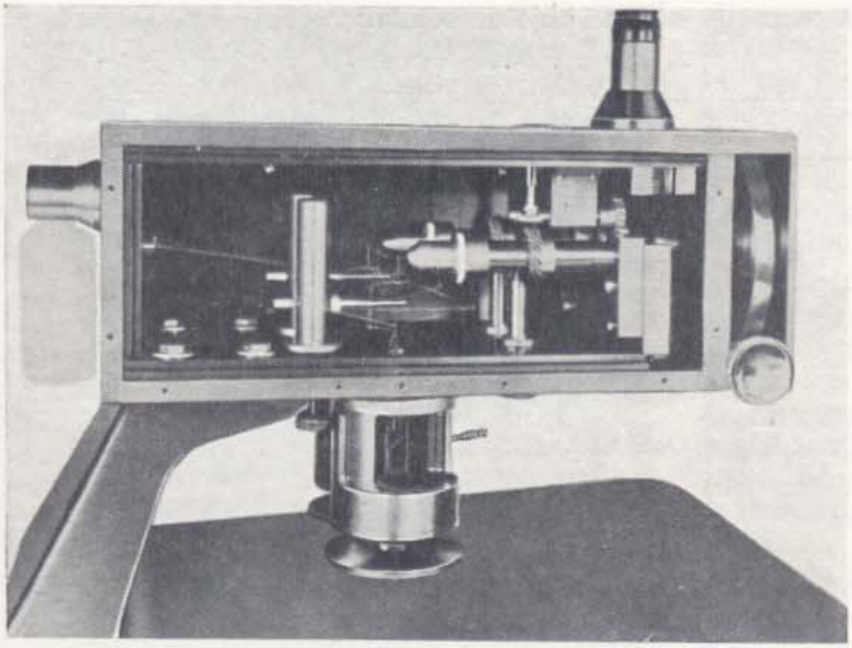
etc. Por exemplo, por massas de 500 gramas entendemos massas idênticas, duas das quais equilibrarão o quilograma-padrão. Com uma coleção dêstes padrões, pode-se formar combinações que equilibrarão uma grande variedade de massas, permitindo, pois, medir qualquer massa.

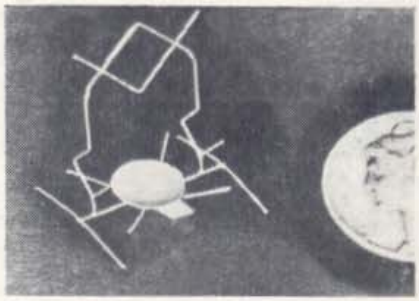
A balança foi, durante muito tempo, o mais preciso e, ao mesmo tempo, o mais versátil dos instrumentos. A balança analítica (Fig. 7 — 2), em sua caixa de vidro, é bem planejada e belamente construída; custa algumas dezenas de milhares de cruzeiros, mas não é, de forma alguma, incomum. Ela permite comparar massas desde algumas centenas de gramas até massas tão pequenas como um milionésimo de grama. A Tabela 1 apresenta uma lista de alguns objetos comuns, para lhe dar uma idéia de suas massas. Um modêlo simples de balança, que você mesmo pode construir, medirá fàcilmente um décimo de miligrama (ou 10^{-7} quilograma), e as melhores microbalanças de laboratório medirão diferenças de massa tão pequenas quanto 10^{-11} quilogramas (Fig. 7 — 3), ainda que apenas para cargas da ordem de grandeza de um sêlo postal. As balanças grandes, rìgidamente construídas, usando por vêzes partes mais complicadas que o dispositivo simples de braços iguais, darão excelentes resultados para massas de até quase uma tonelada métrica. Em tal balança, podemos ver uma pessoa perder massa a cada expiração, à medida que "queima" seu alimento e expira os gases da combustão, e que a água se evapora pelos poros de sua pele.

7 — 3. O significado da massa

A balança é para a medida de massas o que a régua é para a medida de comprimentos. Esta é a forma direta de definir o instrumento. A massa gravitacional é o que medimos com a balança; esta é a sua definição. Mas a balança não é o único meio de comparar massas com um padrão. Somos todos capazes de julgar a igualdade de massas quando as "avaliamos", uma em cada mão. Neste caso nossos sentidos não atuam realmente como uma balança; estamos de fato comparando o conjunto e o esfôrço dos músculos das duas mãos e dos braços. Estamos comparando massas pelo confronto da atração relativa exercida pela Terra sôbre as duas massas.

Sabemos que a atração da Terra, para um dado objeto, não é constante. Esta atração, que chamamos pêso, varia um pouco de lugar para lugar, mesmo na superfície da Terra. Na Lua, esperamos todos encontrar uma atração para a superfície muito menor que a existente na Terra, para um mesmo bloco de matéria. Mas a forma, o tamanho, a aparência física, e o comportamento dêste bloco permaneceriam inalterados. Um martelo, por exemplo, é o mesmo, esteja êle em casa, num satélite em órbita, ou numa estação





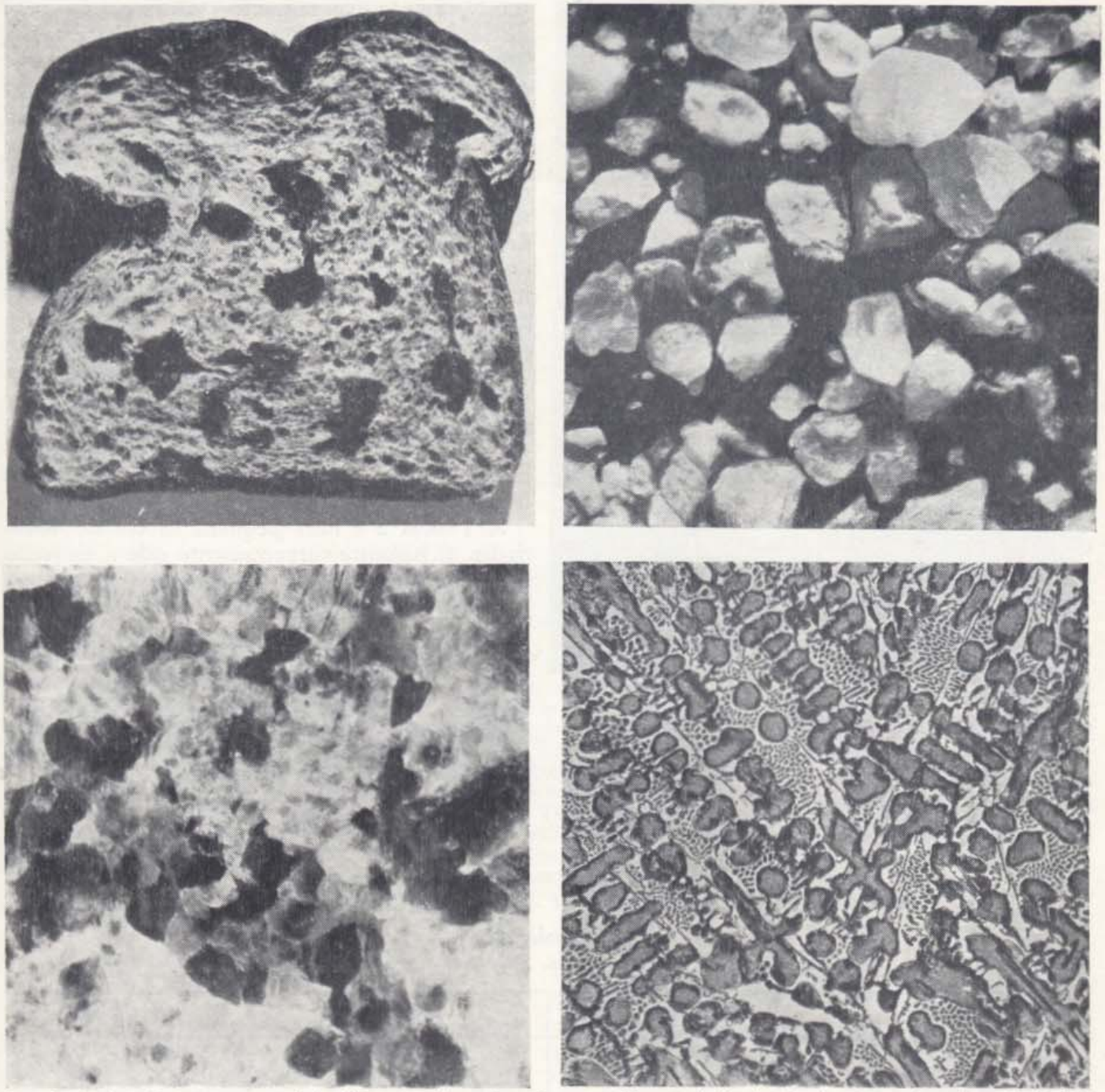
7 — 3(b). Pode-se ter uma idéia do pequeno tamanho da balança de fibra de quartzo mediante esta fotografia, na qual um dos pratos e sua estrutura suporte, semelhante a uma teia de aranha, são comparados com uma moeda. Na prática, os pratos estão suspensos nas câmaras cilíndricas que se projetam abaixo da caixa, como é mostrado à esquerda (Fotos por cortesia: Microtech Services Co.).

7 — 3(a). Uma ultra-microbalança. Mesmo a delicada balança analítica não é suficientemente sensível para algumas finalidades. A balança ilustrada acima, entretanto, é capaz de medir uma massa da ordem de 5×10^{-11} kg, ainda que sua carga seja limitada a 2×10^{-4} kg. Têm sido feitas balanças dêste tipo para medidas da ordem de 10^{-12} kg, mas a carga máxima é, então, reduzida para 4×10^{-6} kg. Assim como uma balança convencional, a microbalança é constituída por um travessão sustentado no seu centro, e com um prato suspenso em cada extremo. Neste caso, entretanto, o travessão (o grupo de linhas finas próximas ao centro da figura) é feito de quartzo leve, e é sustentado por uma fibra de quartzo que se prolonga pelo comprimento da caixa. Os pratos estão suspensos nas câmaras cilíndricas que se projetam abaixo da caixa principal. A massa a ser determinada é colocada sôbre um dos pratos. Isto faz o travessão girar ao redor de seu ponto de apoio. O travessão é, então, recolocado em sua posição original, aplicando uma pequena torção na fibra de quartzo que o sustenta. A torção da fibra é registrada em um mostrador, e a massa é, então, calculada multiplicando a torção por uma constante, conhecida como o fator de calibração, que foi determinado para a balança. A balança tôda tem cêrca de 40 cm de comprimento, 33 cm de largura, e 30 cm de altura. A umidade no interior da caixa é controlada pelo dispositivo à esquerda.

lunar. Nestes três lugares êle cravará pregos numa parede igualmente bem. Também sua massa, definida por uma operação de equilíbrio, não varia quando o martelo é levado para uma nova posição. Contràriamente ao que acontece com a atração para o solo, a massa permanece constante, bem como as outras propriedades que parecem inerentes ao martelo. Duas massas que se equilibram na Terra, também o farão em qualquer outro lugar.

A massa é, então, uma propriedade inalterável de um corpo. O pêso de um corpo — a atração da gravidade sôbre êle — varia muito, realmente, quando o corpo é transportado da Terra à Lua, ou a um satélite. Pêso e massa não são a mesma coisa, e devemos ter cuidado em não confundir os dois têrmos. A relação entre pêso e massa será um tópico da Parte III. Em tôda a física, verificaremos ser a massa mais importante que o pêso.

7 — 4. Êstes dois espécimes minerais — pedra-pomes (esquerda) e obsidiana ou vidro vulcânico (direita) — têm a mesma composição química e a mesma massa. Suas densidades relativas estão na razão inversa de seus volumes. A obsidiana tem quase a mesma densidade que o vidro, enquanto que a pedra-pomes é de tão baixa densidade que flutua na água, emergindo cêrca de 20 por cento de seu volume. Êstes dois materiais, que provêm de crateras vulcânicas, têm a mesma composição geral do quartzo. A pedra-pomes resfriada ràpidamente, se solidifica com espaços em seu interior, originados pelos gases e vapores vulcânicos. A obsidiana resfriada lentamente, não apresenta espaços.



7 — 5. Aqui estão quatro materiais diferentes: (em cima, à esquerda) uma fatia de pão de passas; (em cima, à direita) areia limpa de praia, aumentada 20 X; (embaixo, à esquerda) granito finamente granulado, aumentado 8 X; e (embaixo, à direita) uma fotografia metalográfica, aumentada 100 X, de um espécime de ferro corroído. Cada um dêles se apresenta como uma coleção de partes diferentes, mais ou menos intimamente misturadas. Ninguém esperaria ser capaz de compreender êstes materiais sem saber de sua natureza remendada. A densidade média, por exemplo, sòmente contaria uma pequena parte da história. Como podemos ter certeza de que uma substância aparentemente homogênea, tal como a água clara do mar, não é remendada como esta, em pequena escala? A resposta a esta questão levou os físicos ao átomo, e, mais tarde, ao seu interior (Fotografia do ferro: Cortesia: British Cast Iron Research Association).

7 — 4. Densidade

A noção de densidade é familiar (Fig. 7 — 4). O chumbo é mais denso que a madeira. Um pequeno volume de chumbo pode ter mais massa que um volume maior de madeira. A *densidade* é definida como a massa de uma amostra dividida por seu volume:

$$\text{Densidade} = \frac{\text{massa da amostra}}{\text{volume da amostra}} = \frac{m}{v}.$$

A densidade da água, por exemplo, é aproximadamente 1 g/cm³, ou, 1 ton métrica (10^3 kg) por metro cúbico.

Para substâncias homogêneas, a massa de cada unidade de volume é a mesma, e podemos determinar a densidade a partir de uma amostra de qualquer tamanho. Muitas substâncias, porém, não são homogêneas (Fig. 7 — 5). A densidade depende do volume particular da amostra que você escolheu. A densidade de um pedaço de concreto tem um valor para o bloco inteiro, valor êste chamado densidade média. Ela tem um outro valor se você escava uma pedra da amostra, e, ainda, um outro valor se o volume que você escolheu contém apenas cimento. Dêste modo, podemos determinar uma densidade local para um pequeno volume no interior de um objeto.

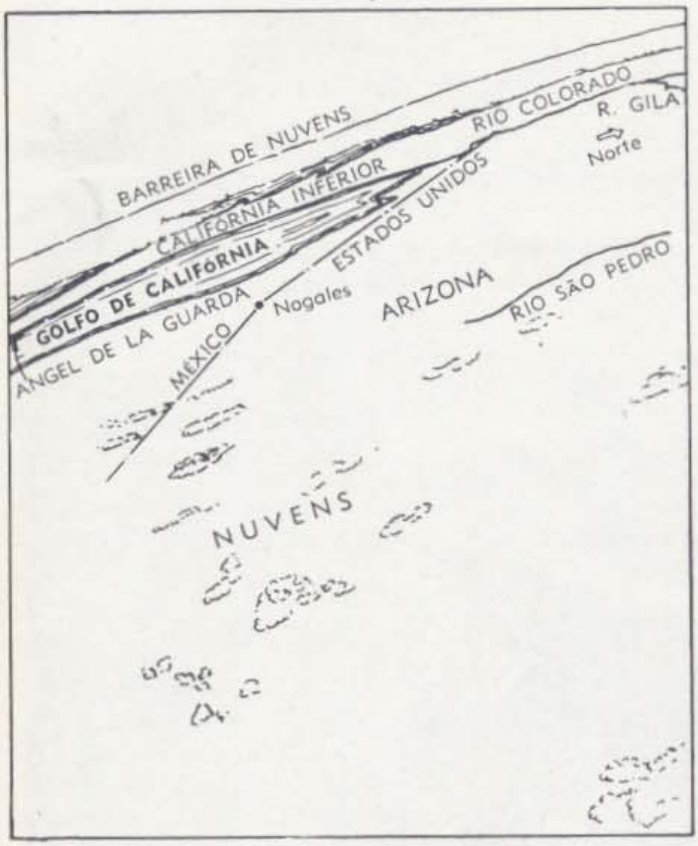
Para um material homogêneo como a água, a densidade local para um volume visível v, é a mesma que para outro volume visível, e é igual à densidade média. Por outro lado, materiais não homogêneos não apresentam a mesma densidade local em todos os seus pontos, a não ser que o volume v seja sempre escolhido de modo a ser grande comparado com o tamanho das heterogeneidades. Finalmente, se você escolhe um volume v de tamanho submicroscópico, é duvidoso que até mesmo a densidade local tenha um significado claro. O valor que obtemos pode mudar radicalmente se escolhemos outro volume a pequena distância do anterior, ou, se o tomamos um pouco menor ou um pouco maior. Realmente, veremos na Parte IV, Capítulo 32, que os átomos dos quais é feita a matéria consistem principalmente de espaços vazios em tôrno de alguns pequenos núcleos de densidade elevada; e êstes núcleos não permanecem fixos. O que realmente medimos com a tôsca aparelhagem macroscópica do laboratório é uma espécie de densidade média. Vemos, pois, que a idéia da densidade de uma substância homogênea, um valor único válido para qualquer amostra, deve ser modificada consideràvelmente no sentido de ser aplicada a substâncias reais. Quando estendemos a idéia ao domínio atômico, não podemos tomá-la como certa.

A Tabela 2 é uma pequena tabela de densidades. É bastante surpreendente que a extensão total de densidades das substâncias sólidas ou líquidas que normalmente encontramos, não abarca muito mais que uma só ordem de grandeza. Apenas os gases ou vapôres, como o ar ou o vapor de água, apresentam valores fora dessa extensão bastante reduzida. Como veremos no Capítulo 9, suas densidades baixas fornecem uma chave importante para a descoberta da natureza de tôda a matéria.

Tabela 2

(Algumas densidades de substâncias, abrangendo uma ampla extensão)

Substância	Densidade		Substância	Densidade	
	kg/m³	g/cm³		kg/m³	g/cm³
O núcleo do átomo, a própria matéria nuclear	10^{17}	10^{-14}	Lucite	$1{,}16\text{-}1{,}20 \times 10^3$	1,16-1,20
Os gases comprimidos no centro das estrêlas mais densas	10^5	10^5	O corpo humano (média)	$1{,}07 \times 10^3$	1,07
Ouro de 24 quilates	$1{,}93 \times 10^4$	19,3	Gêlo	$0{,}917 \times 10^3$	0,917
Mercúrio	$1{,}36 \times 10^4$	13,6	Manteiga	$0{,}87 \times 10^3$	0,87
O núcleo de ferro comprimido da Terra	$1{,}2 \times 10^4$	12	Cortiça	$0{,}24 \times 10^3$	0,24
Chumbo	$1{,}13 \times 10^4$	11,3	Hidrogênio líquido	$7{,}1 \times 10^1$	0,07
Aço	$7{,}6\text{-}7{,}8 \times 10^3$	7,6-7,8	Ar ambiente	1,2	$1{,}2 \times 10^{-3}$
Titânio	$4{,}5 \times 10^3$	4,5	Ar a 20 km de altura	9×10^{-2}	9×10^{-5}
Diamante	$3{,}53 \times 10^3$	3,53	Os gases do espaço interestelar	10^{-18} (pouco conhecida)	10^{-21}
Quartzo	$2{,}65 \times 10^3$	2,65	Os gases do espaço entre as galáxias	10^{-21} (pouco conhecida)	10^{-24}
Alumínio	$2{,}70 \times 10^3$	2,70			



7 — 6. A Terra a 160 km de altura. Temos uma idéia da massa da Terra por esta fotografia (à direita), tomada com uma câmara em um foguete V-2 voando sôbre White Sands, Nôvo México. São visíveis algumas centenas de milhares de quilômetros quadrados dos Estados Unidos e do México. Das colinas, vistas na parte inferior da foto, até o horizonte existem cêrca de 1540 km. A largura da área mostrada é de mais ou menos 400 km. O Gôlfo da Califórnia, a área escura acima, à esquerda, tem uma largura de aproximadamente 100 km. Por detrás disto, se manifesta a curvatura da Terra. Observe como as saliências terrestres ficam suavizadas a esta distância. Tais saliências maciças como as montanhas são escassamente visíveis, e a Terra toma a aparência de um globo liso. Enormes massas de nuvens aparecem como pequenos pontos brancos. As evidências do homem quase desaparecem. O diagrama à esquerda indica algumas das saliências visíveis na fotografia. Compare o diagrama com a foto, para ver quantas saliências você realmente pode localizar e identificar. A presença da Terra, uma amostra de grande massa, faz-se sentir por sua atração gravitacional em cada passo e respiração que efetuamos. A gravidade que move a balança, afeta, também, cada parte da vida. (Cortesia: U. S. Navy).

7 — 5. Medidas indiretas de massa

Alguns objetos são demasiadamente grandes para serem colocados em uma balança, mas se conhecemos a densidade média de um objeto e seu volume, podemos determinar sua massa. Considere, como um exemplo, a própria Terra. Muitas vêzes consideramo-la como uma espécie de cenário neutro, imutável, e indefinido, para nossa vida e trabalho. Mas ela é, naturalmente, um grande e complicado bloco de matéria (Fig. 7 — 6). Em alguns lugares especiais, tal como o Grand Canyon do Rio Colorado (Fig. 7 — 7), podemos observá-la numa profundidade de alguns quilômetros, e descobrimos que ela é formada por diversas rochas. Se temeràriamente supomos que o interior profundo da Terra tem a mesma densidade das rochas típicas expostas, não é difícil avaliar a massa da Terra, usando o volume conhecido. A resposta que então obtemos é aproximadamente 3×10^{24} kg. É interessante comparar esta estimativa com o valor de 6×10^{24} kg dado na Tabela 1 B. O valor tabulado é muito mais preciso; êle está baseado em medidas gravitacionais de laboratório, que você estudará na Parte III. A comparação dos dois valores demonstra que o interior inobservado de nossa Terra consiste de um material bastante mais denso que as rochas comuns.

Enquanto a Terra é demasiadamente grande para ser pesada numa balança, um átomo é por demais pequeno. Exatamente como existem meios gravitacionais para medir a massa da Terra ou do Sol, existem métodos electromagnéticos para determinar a massa de partículas subatômicas (Veja Parte IV). Tais métodos de

7 — 7. O Grand Canyon, Arizona. Esta vista do Grand Canyon, tomada do Cape Royal, cobre uma extensão de aproximadamente 10 km. Vê-se uma curva do Rio Colorado no centro da figura. Neste ponto, o rio tem uma largura de uns 220 m. Da posição da câmara até o bordo oposto do canyon há cêrca de $2{,}1 \times 10^4$ m. Êste é um dos pontos mais largos do canyon, cuja profundidade média está ao redor de $1{,}6 \times 10^3$ m. Pode-se ter uma boa idéia da massa de terra e de rocha que foi erodida e arrastada pela água para formar o Grand Canyon, se imaginamos como pareceria pequeno o Empire State Building de Nova York (com cêrca de 400 m de altura), se transportado para a base do canyon. Neste lugar espetacular, como no cenário mais comum de qualquer lugar, demonstraram os geólogos que a Terra, pelo menos próximo à sua superfície, é um grande bloco de material familiar. (Cortesia: The Tozier Collection).

medida de massas são úteis extensões de nossas determinações de massa com a balança. Na Tabela 1 B relacionamos algumas massas medidas por métodos diferentes ao da simples balança. Nosso conhecimento se estende desde as mais diminutas massas subatômicas à massa do próprio Sol.

Observe que definimos os elementos de nosso tema usando meios simples e imediatos — o pêso neste caso representou para a massa o que o palmo foi para a distância, ou o que a pulsação foi em relação ao tempo. O uso da balança torna precisa a pesada e estende nosso meio de medida mais do que a régua precisa refina e amplia o palmo de nossas mãos. As medidas de massa ultrapassam de muito o alcance de nossos sentidos. Elas vão além da balança; estão ainda compreendidas, porém, no alcance da mente.

7 — 6. Conservação da massa e conservação da matéria

Na noção de massa, como encontrada com a balança, chegamos a um modo de medir e comparar qualquer forma de matéria que encontremos. Desta medida surge um resultado experimental simples e maravilhoso. Uma vez estabelecido um equilíbrio entre os pratos, êle não é afetado por modificações, tais como corte, lascadura, raspagem, pulverização, fusão, dissolução, descoloração, oxidação, queima, iluminação, explosão, *dentro* da matéria em qualquer prato da balança. Em nenhum dêstes acontecimentos, cada um dos quais pode modificar a aparência de uma amostra de matéria além do reconhecimento pelos sentidos, podemos detetar uma variação na massa. A massa do material inicial é exatamente a do material final.

7 — 8. Albert Einstein aos 26 anos. Quando foi tirada esta fotografia, trabalhava êle como escriturário no Swiss Patent Office. Foi por esta época que êle publicou alguns de seus maiores trabalhos, tal como o que restabelece a relação entre massa e energia. (Cortesia: Lotte Jacobi).

Naturalmente, deve ser levada em consideração a massa de ar, ou vapor de água, ou outros vapôres e gases invisíveis, que podem entrar no prato da balança ou dêle sair, durante as mudanças que envolvem evaporação ou reação química. O modo mais simples de evitar tais complicações é realizar as transformações no interior de um recipiente hermèticamente vedado. Todos sabemos que se pode montar um aquário fechado para manter uma variedade de formas vivas. Os organismos crescem, morrem, se decompõem, e reconstroem de nôvo a vida; a luz e o calor entram e saem. Mas a massa do sistema fechado, até onde podemos medi-la, permanece constante. Na verdade, a Terra é exatamente um sistema dêste tipo. A lâmpada de flash de um fotógrafo conserva sua massa, não obstante haver emitido luz muito brilhante, e ter se queimado o fino filamento prateado e se desfeito num depósito branco esfumaçado sôbre o vidro. Você mesmo pode verificar a conservação da massa em um flash dêste tipo, com precisão completamente satisfatória.

A conservação da massa se mantém com precisão realmente grande em todos os processos comuns. Sua validade foi comprovada até uma parte em um bilhão, até aproximadamente um micrograma em um quilograma, tanto para os processos químicos e mecânicos simples, como para os mais complexos, como o crescimento de plantas. Nenhuma balança tem precisão maior que a indicada acima.

Neste trabalho na balança, medimos a quantidade de matéria que há na balança antes e depois de uma mudança química ou mecânica, e verificamos ser ela essencialmente a mesma. A balança só é precisa, entretanto, dentro dos limites que indicamos. Não existem balanças suficientemente precisas para mostrar diretamente tudo que agora conhecemos. Durante êste século, aprendemos que a perda de luz, calor, ou som, realmente modifica a massa. Mas esta modificação não significa que varie a *massa total;* até onde podemos reconhecer, a conservação de massa é precisa. A massa total é sempre a mesma, mas uma pequena quantidade desta massa pode entrar na matéria colocada na balança, ou dela escapar, penetrando ou saindo sob a forma de radiação.

Estas perdas ou êstes ganhos de massa radiante são reais, mas nos processos comuns são tão pequenos que podem ser desprezados. Sòmente em transformações muito mais violentas e profundas que as transformações químicas comuns (uma explosão de bomba atômica é mais violenta que uma explosão química) êstes efeitos se tornam apreciáveis. O progresso da física nuclear colocou-nos em contato com processos nos quais as massas liberadas sob forma radiante são desusadamente grandes. Como resultado, a predição de Einstein de que energia radiante é massa, foi claramente verificada. Conhecemos mesmo processos fascinantes (na escala atômica) nos quais 100 por cento da massa passa de partículas de matéria para radiação. Então, a não ser que aprisionemos a radiação, ela escapará da balança. Mas sòmente em laboratórios nucleares e nas grandes máquinas nucleares naturais nos centros das estrêlas ocorrem modificações nas quais a massa é apreciàvelmente convertida em forma radiante. Para tudo o mais, podemos ignorar as minúsculas variações na massa colocada na balança. Isto significa que a observada conservação de massa é normalmente equivalente à conservação da quantidade de matéria. Nas transforma-

ções químicas a quantidade de matéria permanece essencialmente a mesma.

A observação de que as mudanças químicas deixam a quantidade de matéria inalterada, sugere fortemente ser a mudança química um processo de rearranjo de partes componentes. Parte alguma é perdida ou ganha, e, portanto, não há perda ou ganho de matéria. Interpretada desta forma, a observação de que as massas de substâncias comuns são exatamente conservadas até à bilionésima parte em tôda modificação mecânica e química constitui a pedra angular da química. Sôbre esta pedra angular, estabelecida por homens como o químico francês Lavoisier, foi construída a visão moderna da química do átomo.

Nas próximas seções, consideraremos algumas das idéias químicas sôbre a matéria. Examinaremos a idéia de elementos, que são as substâncias básicas de cujas combinações tudo é formado. Incluiremos, então, a idéia de átomos. Êstes são pequenas unidades individuais das quais tudo é constituído. Nos primórdios do século dezenove, foram combinadas as idéias de elementos e átomos. Isto levou a uma visão única de tôda a estrutura material: pequenas unidades individuais de um certo número de diferentes tipos elementares agem como as peças básicas, com as quais tudo é construído. Estas unidades são os átomos dos elementos. Pinturas e montanhas, cabelo, pele, e vigas de aço, cenouras e planêtas — tôda a ampla variedade de sólidos, líquidos, e gases — são diferentes coleções de átomos de elementos. Consideraremos primeiramente os elementos; depois, algumas provas de que tudo se apresenta em pequenas partículas; e, finalmente, constatamos que a idéia de partículas individuais e a idéia de elementos estão combinadas na idéia do químico de um átomo de um elemento. O químico chegou a esta concepção de um modo algo diferente. Veremos como, no próximo capítulo.

PARA CASA, CLASSE E LABORATÓRIO

1. Debulhando ervilhas, você pode verificar que 12 vagens cheias dão 12 vagens vazias e 91 grãos, isto é, 103 peças, em lugar das 12 originais.

(a) Mudou a quantidade de matéria?

(b) Mudou o volume?

(c) Variou a massa — determinada por pesagem numa balança?

2. Imagine que o enviam a uma expedição a uma selva sul-americana, para analisar jazidas de minérios. À chegada, você encontra o equipamento de laboratório completo, exceção feita das massas-padrão. Você tem uma pepita de ouro, cuja massa, desconhecida, você avalia em aproximadamente um quilograma.

(a) Poderia você usar a pepita como massa-padrão durante seu trabalho?

(b) É impraticável enviar-lhe massas, e você está decidido a concluir o trabalho. Como improvisaria você um jôgo de massas que dariam resultados dignos de confiança?

(c) Seus resultados quantitativos devem ser enviados pelo correio ao Instituto de Pesquisas Tecnológicas, em São Paulo. Òbviamente, os dados, em têrmos de sua massa-padrão particular, teriam, lá, significado limitado. Como resolveria você o problema de lhes tornar os dados completamente úteis?

3. A atração aparente da gravidade varia com a altitude e a latitude. Os valores relativos desta atração em vários lugares são indicados na tabela seguinte:

Uma estação padrão (ao nível do mar, a 45° de latitude)	1,000000
Zona do canal	0,997530
Denver, Colorado	0,998923
Worcester, Massachusetts	0,999652
Groenlândia	1,001906

(a) Em que lugar o pêso de um objeto teria o valor máximo? O valor mínimo?

(b) De quanto por cento diferiria cada um dêstes pesos do pêso na estação padrão? De um modo geral, que diria você sôbre a variação de pêso de lugar para lugar?

(c) A massa do objeto varia de um lugar para outro?

4. Os tripulantes de uma astronave discutem se podem quebrar uma noz com um martelo. O homem A diz que bater na noz com o martelo não seria mais efetivo que batê-la com uma pluma, pois o martelo pesa muito menos no espaço exterior. B afirma que determinou a massa do martelo como valendo aproximadamente um quilograma, comparando-a com massas conheci-

das, numa balança de braços iguais; portanto, êle poderia quebrar a noz tão fàcilmente como o faria na Terra. C sustenta que a comparação com outras massas nada prova, desde que, no espaço exterior, ambas pesam pouco.

Comente as afirmações dos tripulantes. Podem êles quebrar a noz?

5. Calculou-se que a massa da Terra é $5{,}98 \times \times 10^{24}$ kg. O raio da Terra é $6{,}38 \times 10^{6}$ m.

(a) Qual é a densidade média da Terra?

(b) Julgaria você que a densidade média do material próximo à superfície é igual à densidade média do material próximo ao centro da Terra? Dê suas razões.

6. A densidade da cortiça é apenas um quarto da densidade da água. Poderia você levantar uma esfera de cortiça de um metro de diâmetro?

7. Durante a 1.ª Guerra Mundial, foi construído um certo número de navios de carga de concreto. Sabe-se que um objeto que flutua deve ter uma densidade média menor que a da água. Como pode você justificar o fato dêstes cargueiros flutuarem?

8. Uma certa quantidade de açúcar de confeiteiro enche um pacote de $16\text{ cm} \times 8{,}0\text{ cm} \times \times 5{,}0\text{ cm}$.

(a) Quantos pacotes podem ser colocados num vagão de carga de $22\text{ m} \times 2{,}4\text{ m} \times 2{,}4\text{ m}$?

(b) Se a massa de açúcar em um dos pacotes é de 450 gramas, qual é a massa do açúcar no vagão de carga?

(c) Qual é a densidade do açúcar?

9. Um estudante sabe que os objetos densos afundam na água, e que os menos densos flutuam. Êle pensa descobrir alguma coisa sôbre as relações envolvidas. Mede, então, cuidadosamente, a massa, o volume, e o volume submerso, de diversos objetos flutuantes, obtendo os seguintes resultados:

	Volume	Massa	Fração submersa
Cortiça	60 cm³	10 g	0,17
Madeira	36 cm³	27 g	0,75
Esponja de borracha	40 cm³	20 g	0,50

(a) Qual é a densidade de cada material?

(b) Qual é a massa de água deslocada por cada objeto?

(c) Que conclusões gerais pode você tirar comparando seus cálculos com os dados originais? Suas conclusões deverão ser as mesmas que as de Arquimedes quando pulou do banho gritando "Eureka!".

10. (a) Como usaria você uma balança sensível para determinar se varia ou não a *densidade local* numa fôlha de papel de caderno?

(b) Que suposição deveria fazer acêrca do papel?

(c) Como poderia você comprovar a correção desta suposição? Poderia você usar o micrômetro óptico para comprová-lo?

11. Um kg de água é decomposto nos elementos hidrogênio e oxigênio. A massa de hidrogênio libertado é 111 gramas.

(a) Que massa de oxigênio espera você seja libertada?

Quando o hidrogênio é queimado no ar, forma-se água. Quando são queimados 10 gramas de hidrogênio, devem ser usados 350 gramas de ar.

(b) Qual a massa de água formada? (A água tem sempre a mesma proporção de hidrogênio e oxigênio).

(c) Qual é a massa de ar não queimado?

Nota: Se você fizer estas experiências, os números calculados a partir da conservação da massa concordam com os números observados.

B. OS ELEMENTOS QUÍMICOS

7 — 7. Análise e síntese química

Se você "queima" açúcar, obterá carvão prêto e alguma fumaça, que é naturalmente, apenas vapor de água. A maravilhosa conclusão que todo ou tôda cozinheira pode alcançar por sua própria experiência é que, qualquer que seja a espécie de alimento que êle ou ela "queimam", desde bife até crosta da torta, está quase certo ou certa de obter o mesmo produto prêto carbonoso — carbono. Aparentemente, a matéria preta que chamamos carbono, está contida de algum modo em tôda a variedade de coisas das quais pode ser produzida por aquecimento sufi-

ciente. Na "queima" de açúcar, por exemplo, o carbono formado totaliza aproximadamente dois quintos da massa do açúcar original; os outros três quintos são representados pela água. Esta proporção é a mesma para qualquer amostra de açúcar de cana.

Naturalmente, o açúcar deve ser puro. O açúcar adulterado com areia não será totalmente transformado em carvão prêto e água quando aquecido no forno da cozinha. A areia permanecerá pràticamente inalterada. A madeira, as rochas, o pão de passas — não são substâncias puras. O último exemplo serve de modêlo para todos êles. Existem regiões de passas e regiões de pão. A maioria das substâncias complexas das quais é formado o mundo natural contém regiões de um certo tipo entremeadas de regiões de outros tipos (Fig. 7 — 5).

Algumas vêzes o ôlho, ou o ôlho ajudado pelo microscópio, pode descobrir a presença de uma impureza, como no caso do açúcar misturado com areia. Algumas vêzes a observação visual não funciona tão bem, como sucede com o açúcar misturado com sal. Neste caso, podemos descobrir que há dois componentes misturados, e podemos separá-los imergindo a amostra em um líquido como o tetracloreto de carbono; aí, o açúcar flutuará e o sal irá para o fundo. Existem tantos meios de separação de misturas, quantos são os tipos de misturas.

Os químicos, habitualmente, acham mais conveniente trabalhar com substâncias puras, as de propriedades uniformes, que passaram por muitos processos de purificação, dos quais a separação anterior do sal e açúcar é um exemplo simples. As substâncias puras são certamente mais simples que as misturas. Tendo o químico purificado algumas das substâncias comuns, pode êle indagar se elas são as espécies mais simples possíveis de matéria, ou se são combinações de um conjunto ainda mais simples de substâncias. Por exemplo, êle usa o calor para decompor o açúcar em carbono e água. Êle não pode mais decompor o carbono, mas a passagem de uma corrente elétrica através da água (ou um aquecimento extremo), a decompõe em dois gases, oxigênio e hidrogênio, que não mais podem ser decompostos.

Êste fracionamento de um material em vários outros é um exemplo de uma reação química, uma decomposição. Outro exemplo, fàcilmente demonstrável no laboratório, é a decomposição de um pó vermelho, pesado, chamado óxido mercúrico. Após aquecer fortemente o pó, obtemos um líquido argênteo, pesado, que podemos identificar como mercúrio. Evidentemente, o mercúrio proveio do pó vermelho. Mas era êste pó vermelho apenas uma outra forma de mercúrio? Se, durante o aquecimento, introduzimos no recipiente uma tirinha de madeira em brasa, ela se faz em chama. Isto indica que, além do mercúrio, o pó vermelho também continha outra substância altamente reativa. Esta substância reativa é o oxigênio.

Nem tôdas as reações químicas são decomposições. Algumas são exatamente o oposto, a formação de um nôvo material a partir de dois ou mais materiais. Outra experiência simples servirá para ilustrar êste tipo de reação. Se misturamos bem um pouco de pó ou limalha de ferro com aproximadamente o dôbro de seu volume de enxôfre em pó, obteremos uma mistura que pode ser separada, porque o ferro é atraído por um imã, enquanto o enxôfre, não o é. Podemos, também, separar os dois componentes usando um líquido chamado disulfeto de carbono, no qual o enxôfre se dissolverá e o ferro, não. Se, entretanto, aquecemos nossa mistura de ferro e enxôfre, veremos que ela fica logo incandescente. Se, então, a deixamos esfriar, e a testamos com um imã e com o disulfeto de carbono, não podemos separar os componentes.

Evidentemente, ocorreu uma mudança na qual as substâncias originais se reuniram em algo nôvo. Chamamos esta reação química de síntese. Além da decomposição e síntese simples de substâncias simples, existem reações muito mais complicadas. A reação do hidróxido de sódio (lixívia) e ácido clorídrico (muriático) dando sal comum e água é um exemplo simples de um tipo um pouco diferente.

7 — 8. Os elementos

Até aqui usamos a expressão *substância pura* para indicar qualquer material de propriedades uniformes. O óxido mercúrico, o ferro, o enxôfre, a água, o carbono, e o açúcar de cana, são todos exemplos. Podemos separar ou decompor o óxido mercúrico em mercúrio e oxigênio; o açúcar de cana em carbono e água. Algumas substâncias puras são, portanto, possíveis de decomposição. Mas se o químico tenta decompor o carbono, ferro, enxôfre, mercúrio, ou oxigênio, em qualquer outra coisa, êle fracassa. As substâncias puras são de duas espécies: as que podem ser decompostas, e as que não o podem ser.

Até à época de Robert Boyle (1627-1691), a palavra *elemento* havia sido usada, de modo

completamente geral, sem significado específico. Em seu livro, "The Sceptical Chymist", Boyle introduziu a definição moderna. Disse êle, "Entendo por elementos, ... certos corpos primitivos e simples, ou perfeitamente livres de misturas; que não sendo formados por quaisquer outros corpos, ou um do outro, são os ingredientes dos quais todos os chamados corpos perfeitamente misturados, são imediatamente compostos, e nos quais se decompõem em última análise". Em outras palavras, elementos são aquelas substâncias não formadas de outras substâncias. As substâncias puras que não são elementos, são formadas por elementos, e podem ser decompostas em elementos. Elas são *compostas*. Estas definições são boas. Mas permanecem os problemas de verificar se realmente existem os elementos, e de descobrir que substâncias são elementos. No tempo de Boyle, os conhecimentos químicos eram tão primitivos que a idéia de Boyle de um elemento, não foi imediatamente aproveitável. Não foi senão um século mais tarde que Lavoisier propôs que qualquer substância não conhecida como decomponível fôsse considerada como um elemento, tendo sido feitas listas de elementos. Como se poderia esperar, no comêço, a lista de elementos teve de ser revista freqüentemente. Nem todo produto de decomposição é um elemento, e compostos que eram de difícil decomposição foram confundidos com elementos; mas, sem grande demora, a lista de elementos tomou forma muito parecida com a atual.

Por volta de 1800, cêrca de vinte e cinco ou trinta substâncias tinham sido reconhecidas como elementos. Sabemos agora que existem aproximadamente noventa que ocorrem naturalmente, bem como umas dez mais que podemos produzir em pequenas quantidades pelos mais modernos métodos da física nuclear. O número de elementos é suficientemente grande para criar um problema real de separação e identificação, mas suficientemente pequeno de forma a permitir a realização da tarefa.

Nos exemplos que usamos, resulta que o ferro e o enxôfre são elementos. Assim também o são o carbono, hidrogênio, oxigênio e mercúrio. Por outro lado, o sulfeto de ferro, formado de ferro e enxôfre, é um composto; não pode ser um elemento porque é constituído de duas coisas. Anàlogamente, o açúcar de cana é um composto, como sabemos, porque se decompõe em carbono e água; a água é um composto de hidrogênio e oxigênio; e o óxido mercúrico é formado por mercúrio e oxigênio.

A maior parte do material da Terra existe sob a forma de compostos de elementos. Quase tôda a matéria dos sêres vivos — mesmo os mais complexos compostos dos quais somos formados — é constituída de sòmente cêrca de duas dúzias de elementos. Dêstes, os mais abundantes são: carbono, hidrogênio, oxigênio, nitrogênio, enxôfre, fósforo, magnésio, potássio, cálcio, ferro, sódio, cloro. As mesmas duas dúzias de elementos constituem quase uma pequena fração da água do mar. O ar contém cêrca de meia dúzia mais.

Tabela 3

Abundância de Elementos na Crosta Terrestre

Elemento	Percentagem da massa total	Abundância relativa (número de átomos por 100 átomos de oxigênio)
Oxigênio	46,6	100,0
Silício	27,7	33,9
Alumínio	8,1	10,3
Ferro	5,0	3,1
Cálcio	3,6	3,1
Sódio	2,8	4,2
Potássio	2,6	2,3
Magnésio	2,1	3,0
Titânio	0,4	0,3
Hidrogênio	0,1	3,4

Todos os elementos restantes são encontrados em rochas e minérios. Aí existem enormes quantidades de silício e alumínio, bem como oxigênio e os outros elementos encontrados nos sêres vivos. Aí estão, também, os minérios de onde obtemos os elementos familiares: ferro, ouro, prata, tungstênio, chumbo, cromo, cobre, zinco, e níquel. Acrescente a êstes um grande número de elementos encontrados em minérios especiais, e muito raramente em outra parte, e, finalmente, alguns que sòmente os químicos e físicos conhecem muito bem, e a lista ascende a quase cem. Estas cem substâncias parecem ser puras e resistem aos esforços dos químicos para decompô-las.

A importância de um elemento no uso econômico pode torná-lo familiar a nós. Entretanto, muitos elementos familiares, como o ouro usado pelos joalheiros e dentistas, o tungstênio empregado na lâmpada de incandescência e na válvula de rádio, e o cromo usado nos carros vistosos, são só raramente encontrados entre os elementos que formam a Terra. É interessante fazer um censo da composição da Terra como um todo. Desde que nenhum químico colocou a Terra tôda em seus tubos de ensaio, o resultado de-

pende de muitos argumentos indiretos sôbre o fato de terem sido as amostras de rochas e solos adequadamente escolhidas. A Tabela 3 deve ser considerada como uma boa aproximação e nada mais; seu aperfeiçoamento e, depois, sua explicação constituem uma das tarefas das ciências da Terra-geoquímica, geofísica, e geologia. De modo similar, porém mais preciso, fêz-se o censo do corpo humano. Mostra-se na Tabela 4 a abundância relativa dos elementos mais comuns que formam o corpo humano vivo. Nas Tabelas 3 e 4, tomamos o censo tanto em têrmos das massas dos elementos presentes como em têrmos de população atômica. Mais adiante, neste e no próximo capítulo, aprenderemos como podem ser determinados êstes números de átomos dos diferentes elementos.

Tabela 4

Abundância de Elementos no Corpo Humano

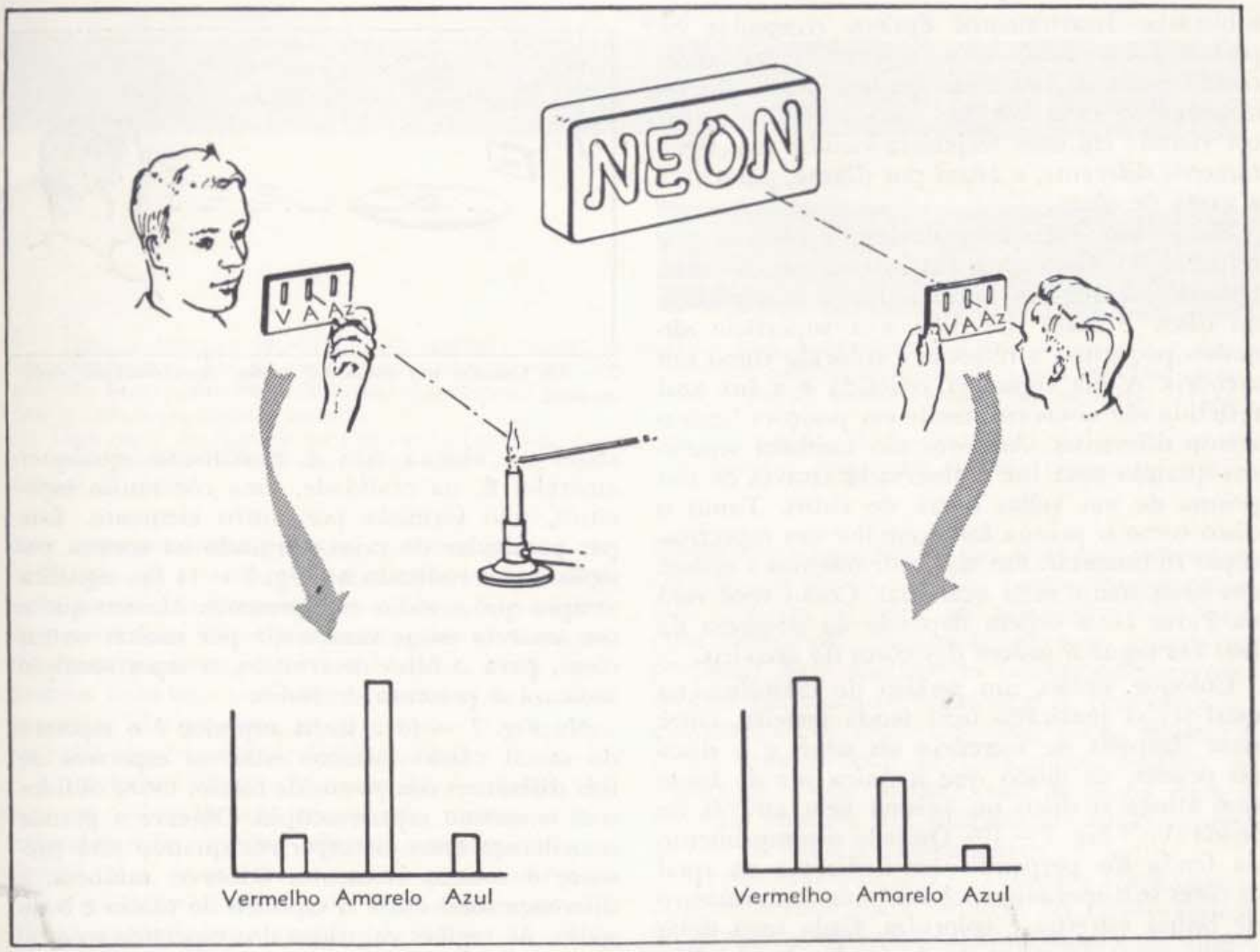
Elemento	Percentagem sôbre o pêso total do corpo	Abundância relativa (número de átomos por 100 átomos de hidrogênio)
Oxigênio	60,0	37,9
Carbono	20,2	17,0
Hidrogênio	10,0	100,0
Nitrogênio	2,5	1,8
Cálcio	2,5	0,6
Fósforo	1,14	0,4
Cloro	0,16	0,05
Enxôfre	0,14	0,04
Potássio	0,11	0,03
Sódio	0,10	0,04
Magnésio	0,07	0,03
Ferro	0,01	0,002

7 — 9. Análise espectral

Se você mantiver um pedaço de arame de ferro numa chama de gás, a chama brilhará com côr amarela, por um instante. Espalhe alguns cristais de sal comum na chama e a mesma labareda amarela surgirá, muito mais intensamente. O próprio sal não é necessário; um químico pode decompor o sal em dois elementos, sódio e cloro, o primeiro dos quais é um metal mole e esbranquiçado. Um fragmento de sódio faz a chama brilhar ainda mais amarela. As lâmpadas de estrada que emitem luz amarela também contêm sódio. Muitas outras substâncias dão a mesma luz amarela; tôdas elas contêm sódio. Por que, então, o arame de ferro deu esta côr? Um químico pode mostrar, certificando-se de haver limpado bem a superfície do arame, que não é o ferro que dá esta côr amarela à chama; a côr provém da pequena quantidade de sal acumulado na superfície ao ser manipulada por pessoas cujos dedos estavam salgados. (Experimente os seus). A côr amarela visível da chama constitui um teste muito sensível para o sódio. O ôlho pode detetar o colorido da chama proveniente da adição do elemento em quantidade muito inferior a um micrograma. Não é fácil para os químicos detetar tão pequena quantidade sem o método da chama.

O sódio não é a única substância que fornece uma côr característica quando aquecida. Todo elemento — aquecido pela chama ou pela passagem da intensa corrente de um arco voltaico — irradia uma côr característica. Nos fogos de artifício, a luz vermelha é produzida com o estrôncio, a verde com o bário ou cobre, e assim por diante. Mas, para a maioria dos elementos, a luz irradiada é uma combinação de muitas côres, e o ôlho, por si só, é incapaz de reconhecer algo tão característico como o amarelo do sódio ou o vermelho do estrôncio.

Existe um princípio simples que pode ser aplicado com grande sucesso para converter a simples apreciação de uma côr em uma medida muito mais poderosa e versátil. Suponha que você preparou um anteparo de cartolina com três fendas paralelas, e passou, em cada uma delas, uma tira de papel celofane, usando uma côr diferente para cada abertura. Por exemplo, uma das fendas pode ser vermelha, a outra amarela, e a terceira, azul. Se você, então, mantém êste conjunto de filtros coloridos em frente de qualquer fonte luminosa, notará diferenças no brilho da luz que atravessa os três filtros. Com a luz do Sol, você veria que por tôdas as três fendas coloridas passa luz considerável; o brilho exato de cada uma dependeria grandemente das tintas usadas em seus filtros, mas será manifesto nas três aberturas. Mas, se você olhasse para uma chama de sódio através de seus filtros, a fenda amarela apareceria muito mais brilhante que as outras. Por uma simples comparação visual do brilho de cada fenda com um padrão que você escolheria, ou, com a ajuda de um filme fotográfico ou de um fotômetro, você poderia descrever numèricamente a côr da fonte de luz dando três números, um para cada fenda de seu filtro (Veja Fig. 7 — 9).



7 — 9. A idéia básica de espectroscopia. A luz complexa de uma fonte é decomposta em várias componentes de diferentes côres, pelo emprêgo de fendas recobertas com filtros coloridos de celofane. O brilho da luz vista através de cada filtro é grafado na parte inferior da figura para as duas fontes indicadas — uma luz de néon e uma chama que contém um composto de sódio. Os gráficos representam, de forma grosseira, os espectros das fontes de luz.

Com sòmente três filtros, um certo número de fontes diferentes poderiam ainda parecer iguais; elas poderiam dar o mesmo brilho relativo através das fendas. É fácil, porém, imaginar como aperfeiçoar êste dispositivo, de forma a poder distinguir diferenças menores na luz das diversas fontes. Você poderia usar não três fendas, mas uma ou duas dúzias delas, e encontrar filtros coloridos com diferenças de côr muito menos acentuadas. Você poderia ter alguns filtros indo desde o vermelho intenso até o amarelo, passando pelo alaranjado, outros desde o amarelo até o verde, e assim por diante. Seu grupo de filtros dar-lhe-ia um conjunto completo de números, um para cada fenda, para descrever a fonte de luz para a qual você estivesse olhando. Tal representação gráfica da quantidade relativa de luz encontrada em cada uma das séries de côres, é chamada o *espectro* da fonte de luz.

Com um dispositivo dêste tipo, você poderia distinguir as combinações de côres na radiação da maioria dos elementos. Por exemplo, poder-se-ia ver que o brilho vermelho de um letreiro de néon contém uma luz mais fraca porém inconfundível, que viria através de um filtro amarelo e de um verde. O brilho azul-esverdeado de uma lâmpada de mercúrio contém luz alaranjada, verde, e amarela. Os filtros múltiplos funcionam separando as côres constituintes, e permitindo, pelo menos, uma medida precária da quantidade de cada uma delas presente na fonte.

As côres podem ser separadas de outros modos. Não é necessário usar filtros coloridos escolhidos algo arbitràriamente, e dispostos em ordem

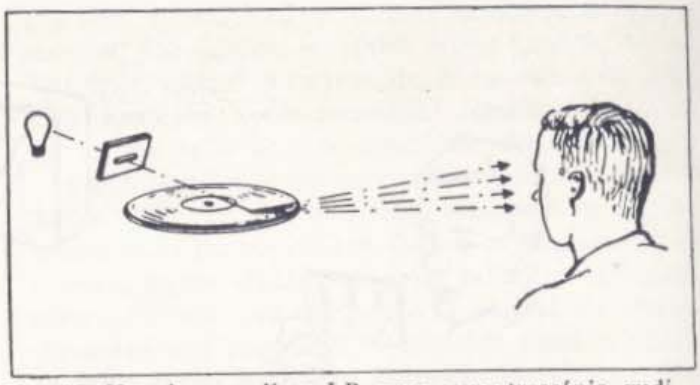
arbitrária. Instrumentos ópticos chamados espectroscópios funcionam separando as côres constituintes de um feixe de luz, desviando ou dispersando uma côr em uma trajetória, uma côr vizinha em uma trajetória vizinha mas ligeiramente diferente, e assim por diante, para tôda a gama de côres.

Tome um disco long-playing, e observe por reflexão no disco uma luz intensa ou distante. Quando os ângulos entre a luz e a superfície do disco e entre seu ôlho e a superfície são ambos pequenos, a reflexão é colorida como um arco-íris. A luz vermelha refletida e a luz azul refletida são vistas realmente em posições ligeiramente diferentes. As côres são também separadas quando uma luz é observada através de um prisma de um velho lustre de vidro. Tanto o disco como o prisma fornecem-lhe um espectroscópio rudimentar. Em tais instrumentos a ordem das côres não é mais ocasional. Como você verá na Parte II, a ordem depende da natureza da luz. Ela segue a ordem das côres do arco-íris.

Coloque, então, um pedaço de cartolina, na qual tenha praticado uma fenda estreita, entre uma lâmpada de mercúrio ou néon e o disco ou prisma, de modo que a única luz da fonte que atinge o disco ou prisma vem através da fenda (Veja Fig. 7 — 10). Quando o comprimento da fenda fôr perpendicular à direção na qual as côres se dispersam, você verá um certo número de linhas estreitas e coloridas. Cada uma delas é uma projeção separada da fenda, de côr diferente, e em posição diversa das outras. Elas são chamadas *raias espectrais*. O arranjo das raias, típico de cada fonte de luz, é também chamado o *espectro* da fonte. Mesmo em um espectroscópio não muito aperfeiçoado, o número de imagens distintas da fenda que podem aparecer, o número de côres possíveis, não são as poucas dúzias que poderiam ser obtidas com filtros, mas, tìpicamente, um ou dois milhares, podendo se tornar muito maior. O funcionamento dêstes dispositivos será estudado na Parte II. Aqui êles nos servem como o faria um enorme conjunto de filtros coloridos.

Se tôdas as côres estão presentes na luz da fonte, o ôlho, observando a saída do espectroscópio, verá a configuração completa do arco-íris. Se falta alguma côr, a imagem mostra uma linha escura na posição da côr ausente. Se uma côr está presente em quantidade incomum, vê-se uma raia brilhante no lugar adequado.

Com êste instrumento, o amarelo do sódio aparece como na Fig. 7 — 11. O detalhe pode ser ampliado. Vemos, pois, que o amarelo do



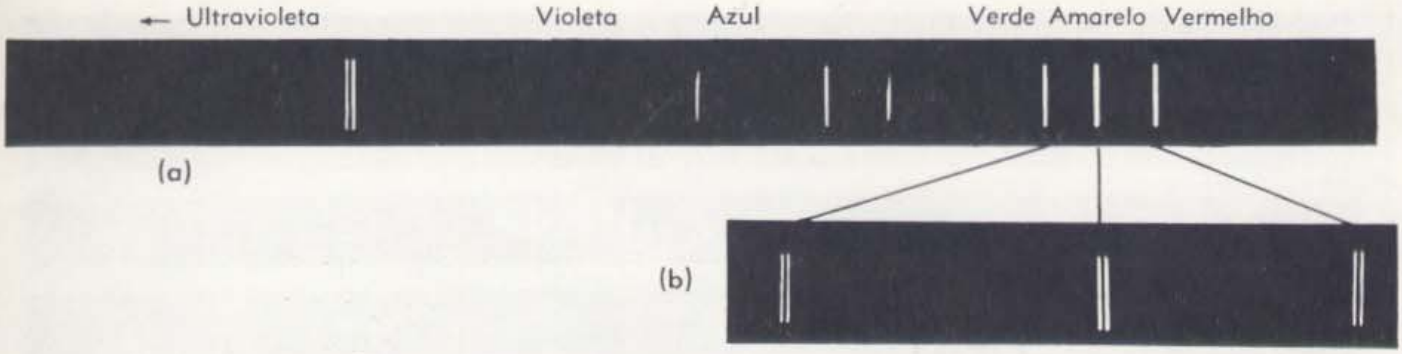
7 — 10. Usando um disco LP como espectroscópio rudimentar.

sódio na chama não é exatamente qualquer amarelo. É, na realidade, uma côr muito específica, não formada por outro elemento. Êste par particular de raias, surgindo na mesma posição, como indicado na Fig. 7 — 11 (b), significa sempre que o sódio está presente. Mesmo que a côr amarela esteja mascarada por muitas outras côres, para o ôlho desarmado, o espectroscópio indicará a presença de sódio.

Na Fig. 7 — 12 a linha superior é o espectro do metal cálcio. Abaixo estão os espectros de três diferentes compostos de cálcio, todos obtidos com o mesmo espectroscópio. Observe a grande semelhança entre os espectros quando está presente o mesmo elemento. Observe, também, a diferença total entre o espectro do cálcio e o do sódio. As regiões coloridas dos espectros mostrados nas Figs. 7 — 11 (a) e 7 — 12 se superpõem consideràvelmente, mas tôda esta região compreendida entre o ultravioleta e o verde parece completamente diferente na luz do cálcio, onde existem muitas raias espectrais, e na do sódio, onde não há raias pràticamente.

Cada elemento emite seu espectro próprio, diferente do de qualquer outro. Um conjunto particular de raias espectrais significa que está presente um elemento determinado. Observe os espectros do ferro em diferentes e elevadas temperaturas (Fig. 7 — 13). Apesar dêles não serem exatamente iguais, muitas das raias estão presentes em todos os espectros. Para cada temperatura existem raias características suficientes para identificar o ferro.

Os espectros não são sempre simples. Os espectros de chamas mostram às vêzes configurações muito complicadas de numerosas raias muito próximas. Êstes grupos de raias ocorrem muito mais freqüentemente em chamas que em arcos e faíscas, cujas temperaturas são muito mais elevadas que as das chamas. Êles não são nunca encontrados em fontes muito quentes.

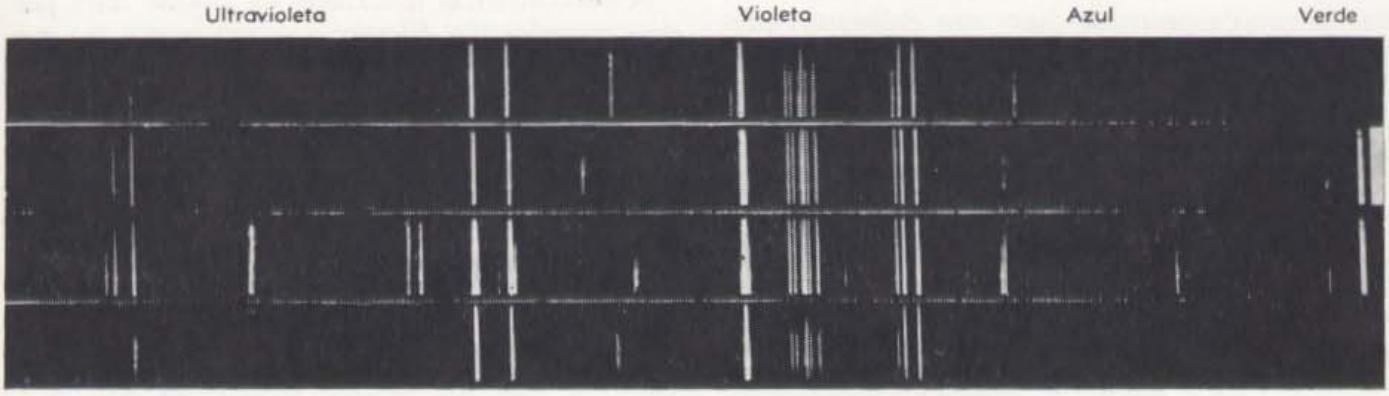


7 — 11(a). O espectro do sódio como aparece quando fotografado num espectrógrafo. A raia no amarelo é extremamente intensa. Ela foi fotografada através de um filtro absorvente, pois, de outro modo, a raia seria tão intensa que não poderíamos fotografá-la simultâneamente com as outras. O par de raias violetas próximas, quase invisível, provém de impurezas de potássio.
(b) Uma parte do espectro do sódio foi fotografada usando um espectrógrafo que separa mais a luz, permitindo-nos ver mais detalhes. A raia amarela do sódio é, na realidade, formada de duas raias vizinhas, conhecidas como as raias *D* do sódio.

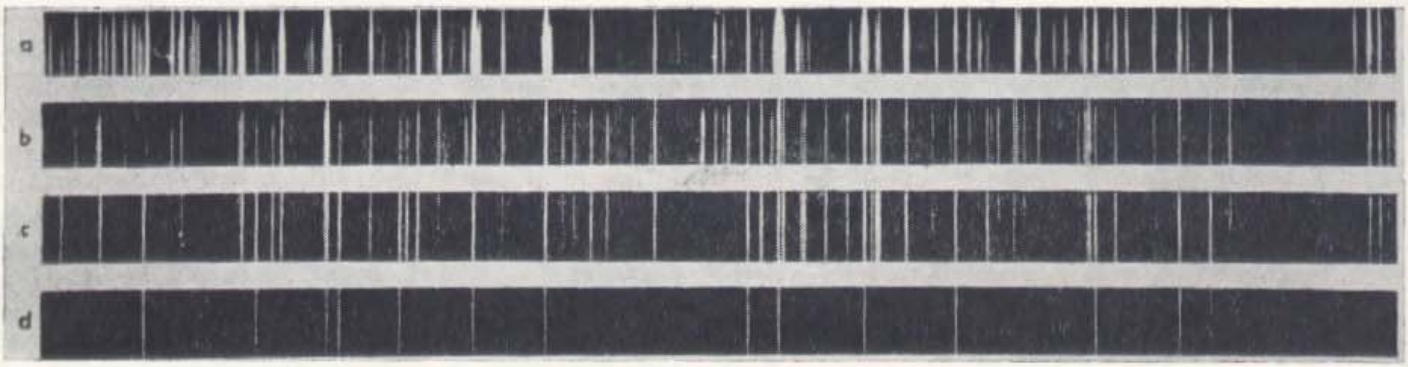
Êste comportamento sugere que tais grupos de raias podem resultar de algo que é destruído pela elevada temperatura, e é isto realmente o que acontece. Êles são produzidos por grupos de átomos estreitamente combinados, e não por átomos isolados. A altas temperaturas êstes compostos se decompõem, e são produzidas apenas as raias dos espectros dos elementos.

Uma fonte incandescente de luz pode ser tal que as raias características não apareçam no espectroscópio, mesmo estando presente o elemento. Mas se as raias reveladoras são vistas, o material deve estar ali, pois dois elementos não dão a mesma configuração de raias. Às vêzes uma parte da configuração de um elemento pode parecer-se com a de outro, ou suprimi-la, mas as diferenças existem, ainda que de difícil verificação. Tôda substância capaz de ser trabalhada para fornecer um gás incandescente — e isto abrange tôdas as substâncias, ainda que algumas necessitem temperaturas tão altas que devem ser empregados meios especiais como grandes centelhas elétricas — pode ser analisada pelas suas raias espectrais. Chegamos agora ao ponto importante: estas análises do espectroscopista concordam em todos os testes com os resultados do químico. Pelos espectros observados, encontramos o mesmo total de uma quase centena de elementos. Desta forma, a luz se torna para o químico analista um instrumento mais sensível que os métodos químicos usuais.

A espectroscopia não está restrita à luz visível. O ôlho normal nada vê além do limite violeta do espectro, mas chapas fotográficas ou tintas fluorescentes mostram a existência de muitas raias ultravioleta. Todos os tipos de radiação, raios X, e, mesmo, ondas do rádio, têm uma espécie de espectroscopia. Êstes espectros nos informam muito mais sôbre a matéria do que poderíamos aprender usando apenas luz visível.



7 — 12. O espectro do cálcio aparece sempre que o cálcio está presente. A linha superior foi fotografada com o metal cálcio, usado arco em um espectroscópio; a segunda linha, com o sal fluoreto de cálcio, CaF^2; a terceira, com carbonato de cálcio, $CaCO_3$; e a linha inferior, com hidróxido de cálcio, $Ca(OH)_2$. Foi tomado um espectro sòmente com o arco para se estar seguro de que a configuração de raias pertence apenas ao cálcio. Observe o mesmo par de raias violeta, como na Fig. 7 — 11, novamente surgindo devido a impurezas de potássio.



7 — 13. Os espectros de ferro no violeta e no azul, em diferentes temperaturas. De baixo para cima, os espectros mostram o efeito da elevação de temperatura. Os três espectros inferiores são de ferro em fornos, e o superior, em um arco. Observe que parecem novas raias a temperaturas mais altas, mas as raias observadas a temperaturas inferiores estão ainda presentes, tornando-se, em alguns casos, mais intensas. (Cortesia: Arthur S. King, em *The Astrophysical Journal*, Novembro 1922).

A análise espectral é um instrumento poderoso e sensível, forjado através de décadas de trabalho árduo. Só na região da luz visível, identificamos aproximadamente um quarto de milhão de raias diferentes, e conhecemos a posição exata no espectro de mais de cem mil delas. Ao lado desta cuidadosa coleta de dados, e do uso dêstes dados em análises químicas rápidas, a espectroscopia significou mais. Durante as décadas de 1910 a 1940, tornou-se ela o campo de prova para teorias relacionadas com a natureza mais íntima da matéria. Existem regularidades nas raias espectrais; as configurações que elas revelam podem ser resolvidas em forma muito mais simples, e a história dêste deslindamento é grande parte da história de nossa física atual, à qual voltaremos na Parte IV.

Finalmente, a espectroscopia abriu um caminho para a análise química, pelo menos em têrmos grosseiros, de objetos que não podem ser levados ao laboratório, como o Sol e as estrêlas. Isto foi feito, pela primeira vez, há quase cem anos, e os físicos foram capazes de determinar as raias espectrais, chave dos elementos presentes. Em tôda parte, no universo visível às galáxias no espaço remoto, são encontrados os mesmos espectros. Em tôda parte, devem existir os mesmos elementos.

Por volta de 1860 foi vista uma configuração espectral nunca antes encontrada. Ela foi observada em um espectro tomado da superfície do Sol, da qual vem apenas uma pequena fração da luz solar. Como não era conhecido na Terra nenhum elemento que desse tal configuração, foi ela atribuída a um nôvo elemento. Finalmente foi o elemento encontrado em alguns minerais raros, aqui na Terra. É o gás hélio, cuja denominação vem da palavra "sol" em grego.

Para verificar se ainda existiam outros elementos que não tivessem sido encontrados, foi examinada espectroscòpicamente cada região do céu. Foram encontradas curiosas configurações espectrais nas nebulosas, no Sol, e no brilho das auroras boreais, mas sempre se chegou à conclusão que estas configurações poderiam ser obtidas, sob condições apropriadas, aqui na Terra, por elementos conhecidos. Apenas no hélio, o primeiro exemplo, reconhecemos um nôvo elemento antes de têrmos uma amostra dêle no laboratório.

Vimos que o químico e o espectroscopista estão de acôrdo; por complexa que possa parecer uma amostra, ela acabará por ceder ao ataque do químico com reagente e forno, ou ao do espectroscopista com chama, arco e centelha. A amostra será resolvida pelo químico em algumas das cem ou quase cem substâncias não decomponíveis: os elementos. Ela apresentará ao espectroscopista uma superposição de algumas das cem ou quase cem configurações espectrais típicas que surgem com êstes elementos.

A concordância invariável da análise feita por dois métodos tão diferentes — um com a luz e o espectroscópio, e o outro com cadinho, balança, e ácido — confirma nossa idéia de que tôda matéria é formada pelo mesmo conjunto de elementos.

PARA CASA, CLASSE E LABORATÓRIO

1. Três substâncias brancas cristalinas — dióxido de silício (quartzo), clorato de cálcio, e carbonato de sódio (soda para lavar) — são misturadas. Deseja-se separar cada uma destas substâncias. Descreva como poderia fazê-lo, usando as propriedades relacionadas na tabela adiante.

2. O vapor de ácido clorídrico — uma substância pura — pode ser decomposto em dois gases diferentes, cada um dos quais age como uma substância pura. Com base sòmente nesta evidência

(a) Pode o vapor original ser um elemento?

(b) Pode qualquer um dos outros dois gases ser um elemento?

(c) Pode você ter certeza de que alguma das substâncias puras mencionadas é um elemento?

3. Quando o metal zinco é colocado em ácido clorídrico, o metal é "comido", um gás borbulha, e se deposita um "sal".

(a) Tendo por base sòmente esta informação, pode você ter certeza sôbre quais das substâncias puras mencionadas são compostos e quais são elementos?

(b) Verificamos, então, que o gás atua exatamente como o gás hidrogênio — êle tem as mesmas propriedades químicas e físicas. Verificamos, também, que o ácido clorídrico pode ser decomposto (veja Problema 2) em hidrogênio e cloro. Pode o "sal" ser um elemento?

(c) Usando a tabela de elementos conhecidos (Capítulo 32), quais das substâncias mencionadas são elementos e quais são compostos?

4. Estudando as informações dadas na Tabela 3, pode você resolver

(a) Por que o hidrogênio perfaz apenas 0,1 por cento da massa total da crosta terrestre, se ocupa, na lista, a quinta colocação em abundância relativa?

(b) Se a massa de um átomo de silício é maior ou menor que a de um átomo de ferro?

(c) Se o silício é mais ou menos denso que o ferro?

5. A Tabela 4 sugere que um determinado composto constitui a maior parte do corpo humano. Qual é êste composto?

6.* Projeto — Construa o anteparo transparente tricolor descrito no texto, Seção 7-9. Use seu anteparo para examinar a luz de várias fontes, tais como uma lâmpada incandescente, um letreiro de néon, uma lâmpada de vapor de sódio, uma lâmpada de vapor de mercúrio, etc. Que conclusões você tira?

Tabela para o Problema 1

Substância	Densidade (g/cm^3)	Ponto de fusão	Solubilidade (g/litro) Água fria	Água quente	Álcool
Dióxido de silício	2,65	1400° C	Insolúvel	Insolúvel	Insolúvel
Clorato de cálcio	2,71	100° C	1777	Muito solúvel	Solúvel
Carbonato de sódio	1,44	32,5° C	215,2	4210	Insolúvel

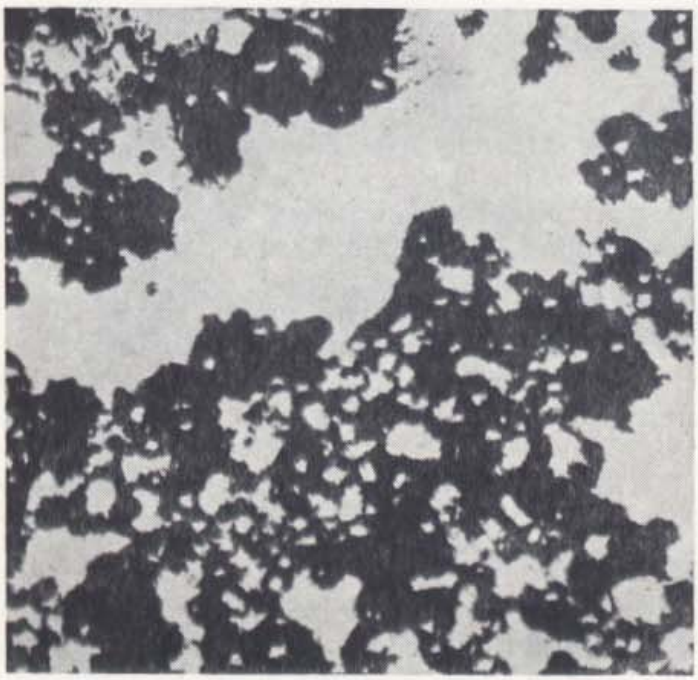
C. O ÁTOMO

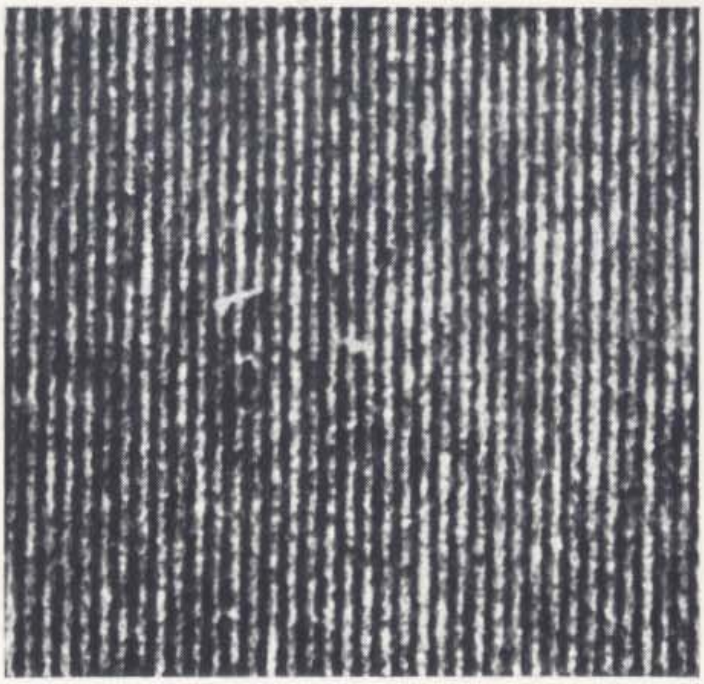
7 — 10. Soletrando a matéria — Átomos

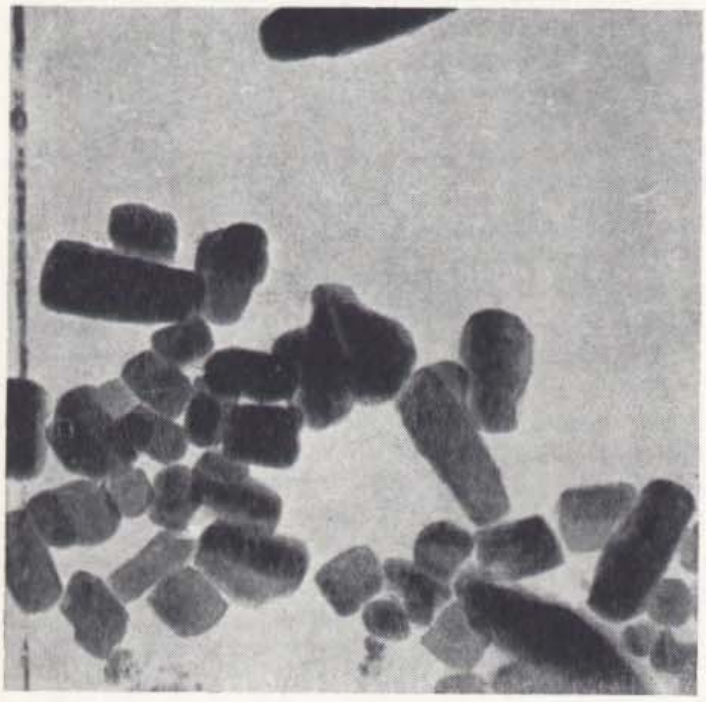
No tempo de Sócrates, pensadores gregos como Demócrito, ensinaram ser tôda a matéria formada por diferentes partículas muito pequenas. Supunha-se que estas pequenas partículas fôssem idênticas, e arranjadas de muitos modos diferentes, apresentando aos nossos sentidos as maravilhosas diferenças e variedades do mundo material. Ninguém adiantou argumentos muito convincentes para estas idéias, mas a tradição continuou através das gerações. Finalmente, no século dezenove, os físicos e químicos encontraram evidência convincente, porém indireta, destas idéias.

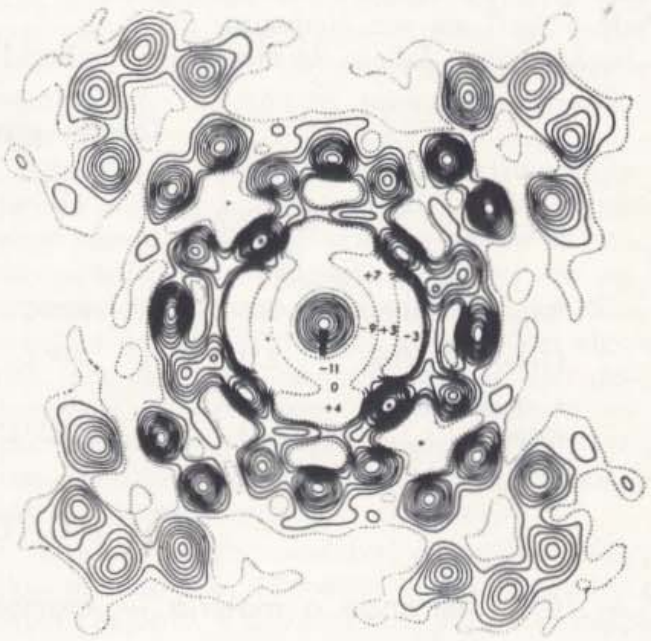
Em 1805, os químicos da Europa estavam começando a explorar a natureza íntima da matéria. Estavam êles aprendendo, em grande parte pelo uso da balança, que as mudanças que podiam estudar não alteravam a massa total, e se processavam de acôrdo com algumas outras regras bastante complicadas, mas perfeitamente definidas. Estas regularidades fizeram os químicos regressar às velhas idéias gregas.

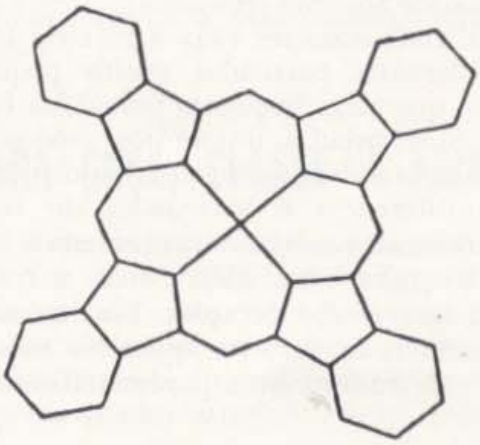
Como foi indicado no fim da Seção 7-6, a conservação da matéria na balança nos permite supor que tôdas as mudanças que vemos na natureza da matéria reduzem-se simplesmente à reorganização das mesmas unidades fundamentais invariáveis. Em qualquer rearranjo, o número de











7 — 14. Um estudo da ftalocianina de cobre. Na microfotografia (no alto, à esquerda), partículas especiais do pigmento foram ampliadas de aproximadamente 10^3 vêzes por meio de um microscópio ótico. Com êste aumento, não podemos ver a estrutura característica da substância. Quando a ampliamos de mais duas ordens de grandeza (92.500 X) com um microscópio eletrônico (exatamente acima), vemos a forma dos cristais, semelhante a uma fita. Isto é, novamente, apenas o que poderíamos esperar ver. Se ampliamos, entretanto, as partículas de outra ordem de grandeza ($1{,}5 \times 10^6$ X), vemos, com um microscópio eletrônico, uma surpreendente diferença (no alto, à direita). Ao invés da superfície plana do cristal, podemos agora ver outra configuração estrutural, que se assemelha a um veludo com listas salientes. A configuração altamente regular é, na realidade, uma visão de perfil de

camadas de moléculas. O espaçamento das linhas é de aproximadamente 10^{-9} m. Na ilustração do centro, à direita, vemos um diagrama de contôrno (segundo Robertson e Woodward) de moléculas de ftalocianina de platina, um composto cuja estrutura difere pouco da estrutura da ftalocianina de cobre. O centro de cada conjunto de linhas concêntricas representa o centro de um átomo na molécula. Êste desenho mostra o que vemos em um estudo do material com raios X. Embaixo, à direita, vemos o arranjo geométrico simples dos átomos na molécula, correspondendo aos contôrnos. Estas moléculas estão dispostas como apareceriam em um grupo num cristal (segundo Robertson e Woodward). Estas duas últimas ilustrações representam seções transversais das estruturas alongadas, semelhantes a varetas, na ilustração do alto, à direita. (Fotos por cortesia: W. Kay, Jackson Laboratory, Du Pont; J. W. Menter).

blocos não varia, e, desta forma, o equilíbrio permanece inalterado, quer haja dissolução, ou oxidação, ou mesmo explosão da amostra. Também, desde que estamos combinando unidades de apenas poucos tipos, nossas combinações exibirão algumas regras de regularidade. Muitas destas regras dos químicos, como veremos no próximo capítulo, podem, então, ser atribuídas à existência de pequenos blocos de matéria. Existem, em resumo, unidades naturais para a matéria, algo que jamais encontramos para o espaço e o tempo. Estas unidades naturais são os átomos.

O mundo material é construído com êstes átomos. Êles aparecem em grande número, mas existe apenas uma centena de tipos de átomos. Tôda a diversidade da matéria surge da combinação, em configurações intricadas mas repetidas, destas pequenas partículas componentes. Esta é a essência da idéia do átomo, a antiga idéia.

Quem quer que saiba ler tem diante de seus olhos uma analogia quase perfeita: o modo pelo qual a enorme variedade de material impresso em português, de "Os sertões" a êste livro de física, do "Hino Nacional" à lista telefônica, são combinações de poucas dúzias de letras, figuras, e sinais, reunidos numa ampla variedade de formas. Que é o alfabeto da matéria, como são soletradas as palavras, e que significam elas para as propriedades e origem de tôda a matéria do mundo? Responder a estas questões tem sido a tarefa principal da ciência moderna — da física, química, astronomia, e biologia.

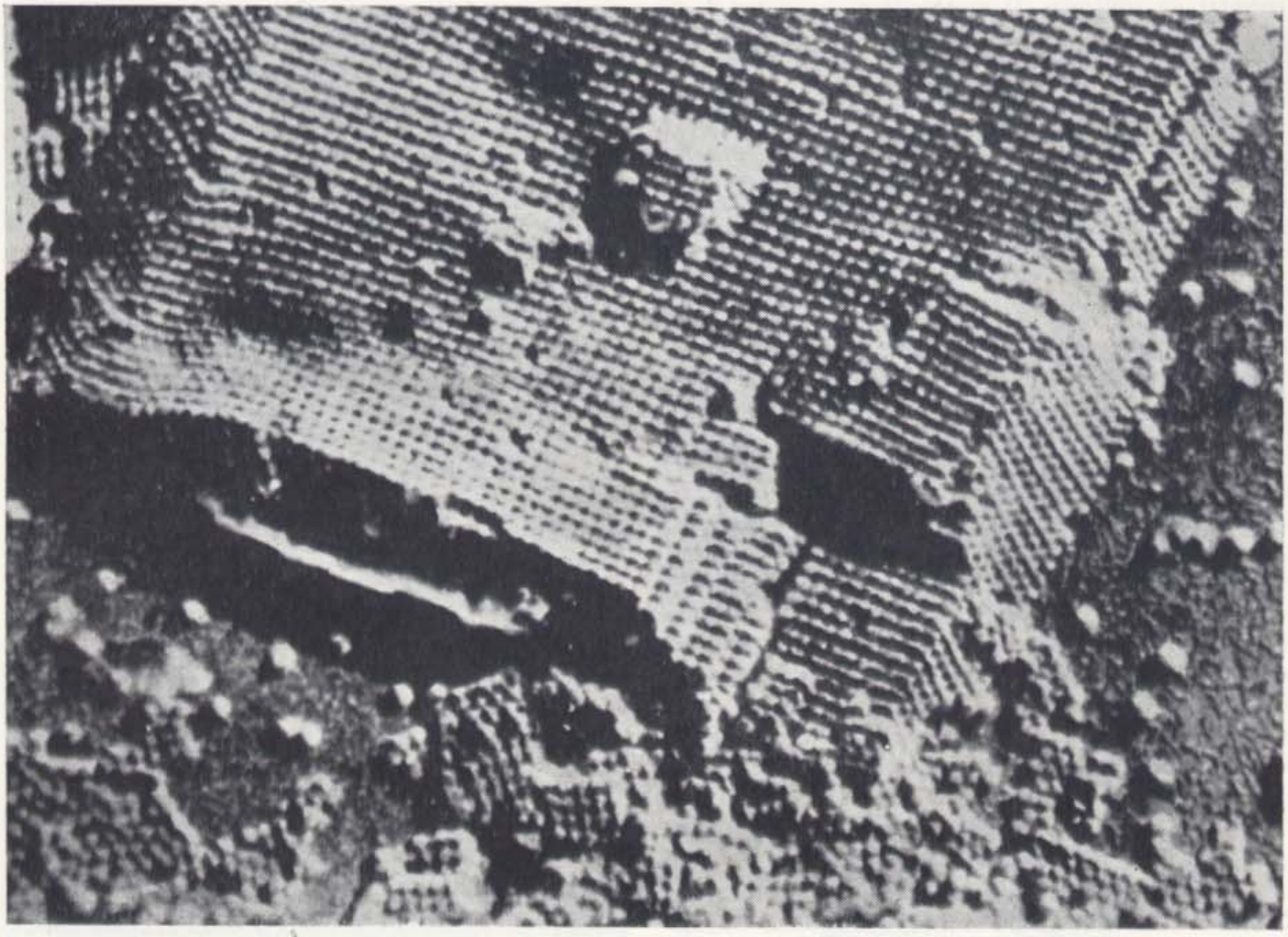
7 — 11. Observando átomos

Enquanto os químicos do século dezenove descobriam evidência convincente para os átomos, físicos como Maxwell e Boltzmann, que estudavam o comportamento dos gases, encontraram, também, evidência para pequenas unidades de matéria. Em seu próprio caminho, êles também se aproximaram do átomo. Nesse século, novos métodos de pesquisa tornaram ainda mais evidente a existência de átomos. Atualmente as unidades dos elementos químicos são tão reais quanto tijolos ou cadeiras. Elas formam parte do pensamento científico como o fazem as rochas ou as estrêlas — e são freqüentemente mais fáceis de manipular.

O meio mais direto de ver que a matéria possui uma estrutura fundamental é examinar seus finos detalhes através de um instrumento de grande aumento. O microscópio, usando luz, pode aumentar as dimensões lineares de alguns milhares de vêzes. Um microscópio eletrônico usa um feixe de eléctrons ao invés de luz, e exibe suas imagens em um anteparo exatamente igual ao vídeo de TV. Êle pode aumentar as dimensões lineares de um milhão de vêzes ou mais. Seu campo total de visão, entretanto, tem sòmente cêrca de 10^{-6} metros de extensão. Para examinar completamente a área de um único sêlo postal com tal aumento, seriam necessárias tantas fotografias que, impressas duas por página, ocupariam elas meio milhão de volumes padrão, e abarrotariam o edifício de uma biblioteca de bom tamanho! Mas, análises cuidadosas de algumas destas minúsculas porções ampliadas de matéria e espaço podem revelar coisas novas e maravilhosas.

É verdade, sem dúvida, que antes de usarmos tais instrumentos inteligentemente, precisamos aprender como interpretar o que vemos. Precisamos descobrir as limitações de cada instrumento, e o modo de corrigir os erros que êle próprio pode introduzir. Às vêzes são necessárias décadas de constante pesquisa e interpretação, antes que um instrumento seja completamente conhecido e aceito. Há poucos séculos, se desconfiava do telescópio. Pensava-se que êle fornecia imagens falsas e distorcidas. Há apenas vinte e cinco anos, o microscópio eletrônico teve uma história semelhante. Hoje em dia, êstes instrumentos são inteiramente aceitos, e valemo-nos dêles com tanta facilidade quanto o fazemos com os óculos comuns. Estudo cuidadoso, comprovações e análises, tornaram significativas as imagens do telescópio, do microscópio óptico, e do microscópio eletrônico.

A Fig. 7 — 14 mostra um estudo de uma amostra de um certo pigmento verde que se sabe possuir uma estrutura fundamental um pouco maior que a da maioria das substâncias. Na



7 — 15. Cristal de vírus de necrose de proteína. Esta micrografia eletrônica de uma porção de um cristal de proteína mostra que as moléculas estão dispostas de maneira muito ordenada. Com êste aumento (cêrca de 8×10^4 vêzes), as moléculas parecem muitas laranjas cuidadosamente empilhadas. O tamanho real do cristal inteiro é de aproximadamente $1{,}7 \times 10^{-6}$ m. (Cortesia: Ralph Wyckoff).

última foto, vemos camada após camada de átomos dispostas com a grande regularidade tão característica do arranjo das unidades fundamentais na matéria sólida. Esta pode ser comparada com a Fig. 7 — 15, tirada com um aumento menor, e que mostra uma espécie de habitação incompleta para o átomo. Aqui, a ordenação regular, semelhante a uma pilha de muitas balas de canhão, é um cristal formado de partículas de vírus. Estas partículas de vírus são elas próprias pequenos agrupamentos, cada um com uma subestrutura complexa, contendo alguns milhões de átomos. Pilhas semelhantes e regulares de átomos, muito menores que estas partículas de vírus, formam os cristais de sal, ou açúcar, ou os metais. Não é difícil acreditar que a regularidade de tais pequenas estruturas é responsável pelas regularidades que vemos nos cristais.

Podemos, também, ver átomos individuais, e não simplesmente agrupamentos dêles. O microscópio Müller de campo iônico pode mostrar a localização e, mesmo, os movimentos de átomos, ou, talvez, de grupos de uns poucos átomos, na ponta de uma agulha muito fina de metal duro. Como no microscópio eletrônico, a imagem é exibida em um anteparo fluorescente. Compare, na Fig. 7 — 16, a imagem da ordenação atômica na ponta de uma agulha de tungstênio com o modêlo do mesmo arranjo.

Nem as luas de Júpiter, nem os gérmens da pneumonia, podem ser vistos a ôlho nu. Para tornar visíveis as luas distantes, precisamos de um telescópio, e sòmente um microscópio pode nos mostrar diretamente os minúsculos gérmens. O mesmo acontece com o átomo: instrumentos feitos pelo homem, cujo funcionamento podemos compreender, ajudam nossos olhos a ver os minúsculos blocos constitutivos da matéria.

Usemos nossos instrumentos para determinar as dimensões de alguns átomos. Considere novamente na Fig. 7 — 14, o estudo do pigmento verde. A configuração listada se repete cada 10^{-9} m. Esta configuração é formada por grupos de átomos, grupos idênticos que se repetem muitas e muitas vêzes. Êstes grupos foram estudados com raios X, outro meio indireto de ver átomos; e o resultado da análise por raios X é mostrado no diagrama de contôrno. "Vemos" os átomos onde as linhas formam globos escuros. Existem entre 40 e 50 dêles em uma área de aproximadamente 10^{-9} m de lado. Em outras palavras, são necessários cêrca de 7 átomos para abarcar cada camada da estrutura listada. Cada átomo tem, portanto, uma dimensão linear de aproximadamente 2×10^{-10} m. É comum dar um nome especial, uma unidade angstrom, para um comprimento de 10^{-10} m. Nesta linguagem, dizemos que os átomos no pigmento verde têm diâmetros de aproximadamente 2 angstroms.

O tamanho dos átomos na agulha de tungstênio, examinada com o microscópio de campo iônico, mostra ser aproximadamente igual. A partir da imagem no canto inferior direito da Fig. 7 — 16, e do aumento conhecido do microscópio, podemos dizer de quanto estão distanciados os extremos dos planos atômicos na agulha de tungstênio. Se acreditamos, então, no modêlo que mostra como estão dispostos os átomos na agulha, podemos avaliar uma dimensão atômica. Você encontrará, novamente, que é de um ou dois angstroms. A concordância entre as dimensões atômicas obtidas desta maneira e as obtidas pelo estudo do pigmento verde por raios X, deixa-nos muito mais seguros de que ambos os métodos estão nos dando a resposta correta.

Nenhuma destas medidas, por si só, convencer-nos-ia realmente da existência de átomos. Mesmo as duas consideradas ao mesmo tempo, não são suficientes; porém, na realidade, existem atualmente tantas medições diferentes de dimensões atômicas — tôdas dando alguns angstroms — que o corpo integral da evidência se impõe. Veremos mais sôbre esta evidência antes do fim dêste capítulo, porém seria longo demais relacionar tôdas as evidências das quais os físicos podem dispor. Os átomos aí estão realmente, e são todos aproximadamente do mesmo tamanho.

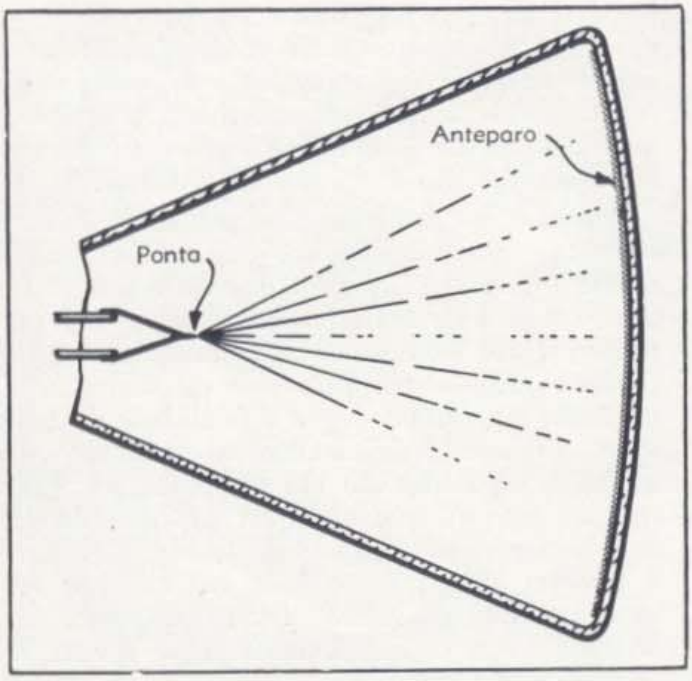
7 — 12. Mais evidência dos átomos

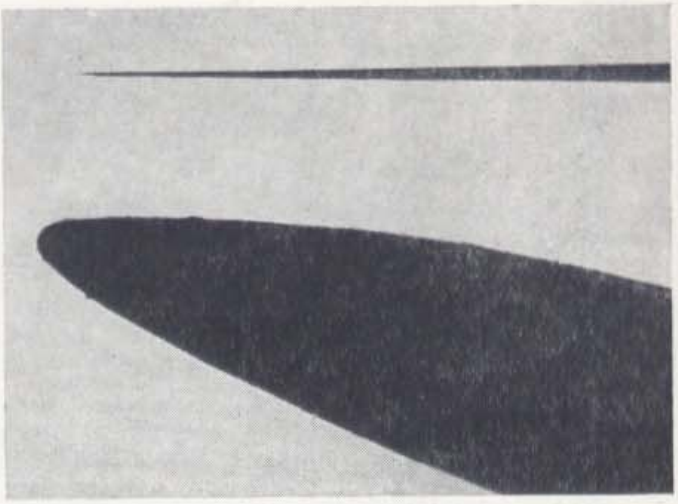
As partículas de vírus vistas no microscópio eletrônico são muito maiores que os átomos, e mesmo as camadas listadas vistas na Fig. 7 — 14 estão separadas por distâncias equivalentes a muitos átomos, mas estas fotografias mostram realmente que existe algum tipo de configuração repetitiva na intimidade da matéria aparentemente uniforme — uma estrutura que reflete o arranjo ordenado das unidades naturais.

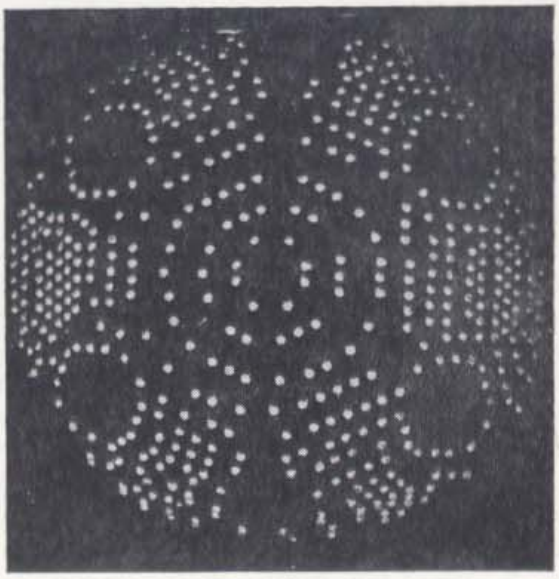
Podemos nos aproximar do problema de revelar esta estrutura por um caminho completamente diferente. Suponha que tentemos cortar uma amostra de material em pedaços cada vez menores, até atingirmos sua unidade natural. Quando estivéssemos próximos do tamanho da unidade, esperaríamos que a facilidade de corte se modificasse. Infelizmente, os tamanhos das unidades esperadas são tão pequenos (10^{-9} metros ou menos), que qualquer processo de desmembramento dêste tipo logo falharia. Não nos é possível chegar à unidade natural por êste método. Não possuímos facas suficientemente afiadas, e não conseguiríamos pegar e nem ver as pequenas peças.

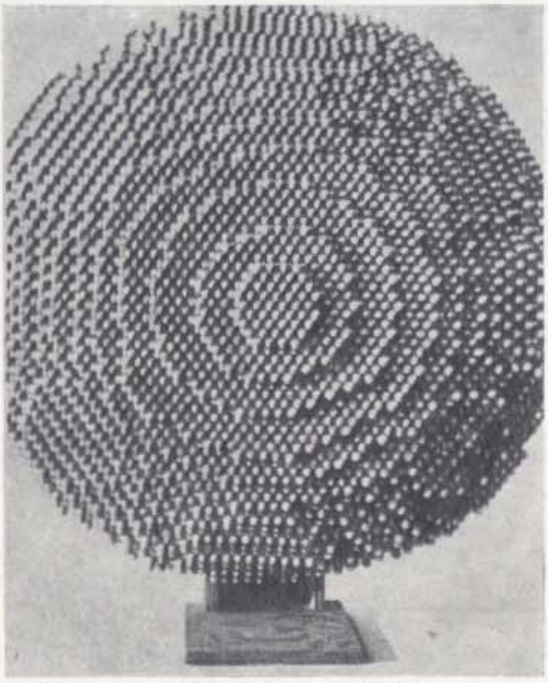
Existem meios menos óbvios de fracionamento da matéria em suas unidades naturais. Por exemplo, podemos tentar aplainar uma amostra de matéria, martelando-a até que se torne tão fina quanto possível, para se chegar a um limite determinado pela unidade natural. Infelizmente, entretanto, martelar é um processo grosseiro. Mesmo o mais hábil batedor de ouro, ao fazer as finas fôlhas de ouro para as letras brilhantes de uma vitrina, precisa parar quando a fôlha apresenta uma espessura de aproximadamente 2000 angstroms. Esta espessura é determinada, não pelas unidades fundamentais de ouro, mas sim pela dificuldade em manejar uma fôlha tão fina.

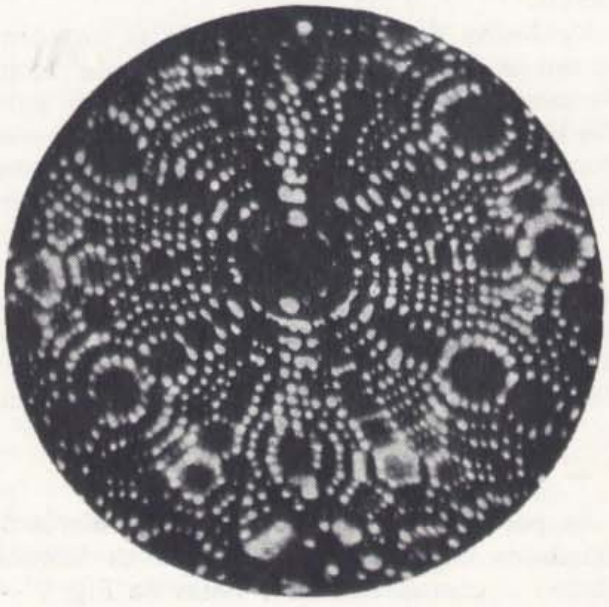
Existem maneiras de obter camadas muito mais finas de matéria. Eis aqui uma que você pode realizar no laboratório de sua escola. Dissolve-se uma amostra de uma substância sebosa denominada ácido esteárico em um dissolvente volátil como o benzeno. Diluindo repetidamente a solução com mais dissolvente, pode-se ter certeza de que existe apenas uma quantidade muito pequena, porém precisamente conhecida, de substância sólida dissolvida em cada centímetro cúbico de dissolvente. Se se lançar uma gôta muito pequena desta solução na superfície de água limpa, ela se espalha ràpidamente, após o que o dissolvente se evapora, permanecendo o ácido esteárico. Acontece, então, um fato notável. Uma fina camada de ácido esteárico flutua na superfície da água, estendendo-se sòmente até um ponto determinado, e não mais além.











7 — 16. Um microscópio de campo iônico, mostrado em um desenho enormemente simplificado, acima, à esquerda, foi usado para obter a imagem abaixo. A agulha está carregada positivamente. Ela repele átomos de hélio carregados positivamente (íons), de maneira a formar no anteparo fluorescente uma imagem ampliada da posição dos átomos de tungstênio na ponta da agulha. Acima, à direita, vemos a afilada agulha de tungstênio (raio de 260 angstroms) comparada com a ponta de um alfinête comum. Acima, vemos um modêlo da ponta da agulha de tungstênio feito de esferas de cortiça, empilhadas de modo muito semelhante ao das moléculas no vírus de proteína (Fig. 7 — 15). A agulha aponta diretamente para fora da página, e sua ponta está no centro. Observe que a agulha consiste de um certo número de camadas que se tornam

progressivamente menores à medida que nos aproximamos da ponta. As esferas nos vértices dos planos dos átomos são revestidas com tinta luminescente, e uma fotografia tirada no escuro (à direita, no meio) mostra sua localização. Compare esta fotografia com a imagem abaixo, da ponta da agulha de tungstênio obtida com o microscópio de campo iônico (Fotos por cortesia: Erwin W. Müller e Paul Weller).

Existe uma área máxima; e isto significa que deve haver uma espessura mínima. Mais ainda, quando usamos um número diferente de gôtas, verificamos que esta espessura permanece constante. Ela é naturalmente determinada — determinada pela dimensão das unidades naturais do ácido esteárico.

A espessura mínima natural de uma camada de ácido esteárico deve ser, pelo menos, tão grande quanto uma dimensão das unidades naturais dêste ácido. Qual é seu tamanho? Se dissolvemos um décimo de centímetro cúbico de ácido esteárico em um litro de benzeno, teremos apenas 10^{-4} do total original, ou 10^{-5} cm^3 de ácido esteárico em cada gôta de solução. (Há cêrca de dez gôtas por cm^3). Uma gôta desta solução em água forma uma camada cuja área é de aproximadamente 50 cm^2. Dividindo por esta área o volume de ácido esteárico gotejado na água, obtemos uma espessura de aproximadamente 20 angstroms ou 2×10^{-9} metros. Êste é o limite natural da espessura.

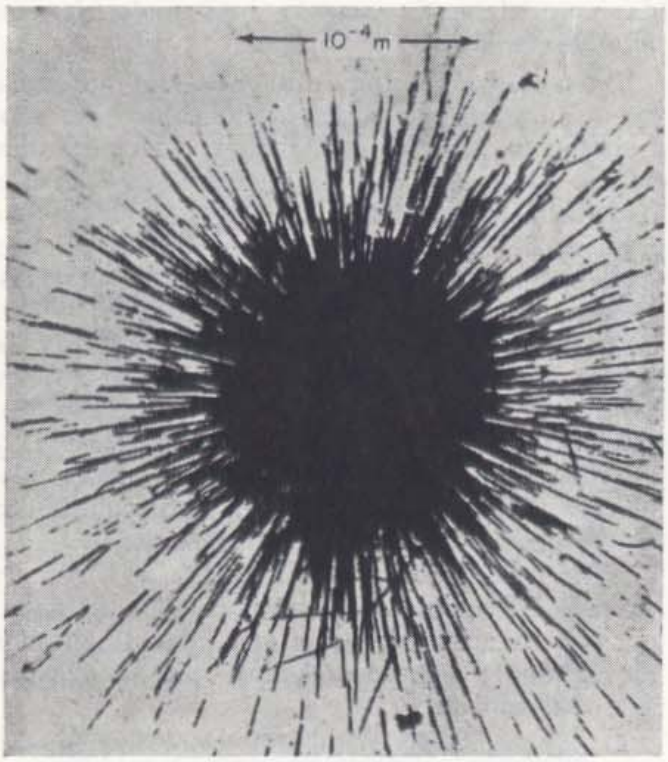
Imaginemos um modêlo da camada. Ela talvez seja formada por pequenos cubos, cada um dos quais é uma unidade natural de ácido esteárico, de 20 angstroms de aresta. Resulta que tal imagem é apenas aproximada. Em uma aproximação melhor, a camada é um conjunto de cilindros, cada um com cêrca de 5 angstroms de diâmetro e pouco mais de 20 angstroms de comprimento. Todos êstes cilindros situam-se obliquamente à superfície da água. Esta imagem mais precisa está baseada em estudos detalhados do comportamento mecânico da camada, em estudos químicos, em estudos com raios X, em imagens do microscópio eletrônico, e assim por diante.

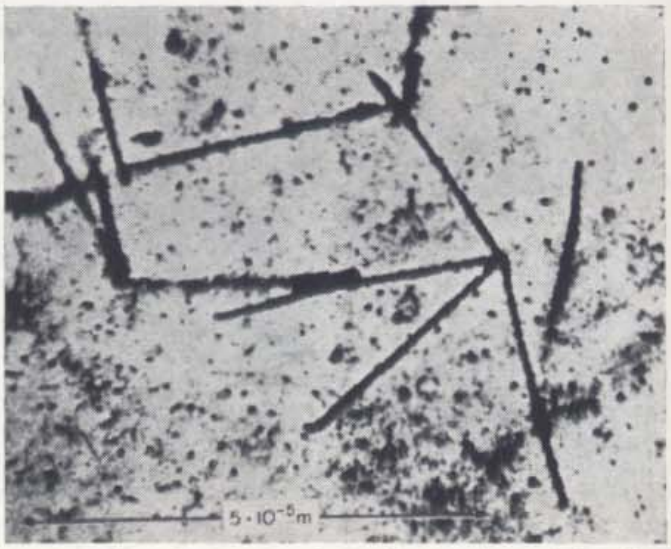
O ácido esteárico pode ser decomposto em carbono, hidrogênio, e oxigênio. A unidade natural de ácido esteárico, portanto, não é, ela própria, um átomo de um elemento químico. Ela é um grupo de átomos de três elementos diferentes. A um grupo como êste, que forma a unidade natural de uma substância química complexa, comumente denominamos *molécula*. Também, a película de moléculas de ácido esteárico de espessura de uma camada é apropriadamente chamada camada monomolecular ou *monocamada*.

Estivemos medindo as dimensões das moléculas de ácido esteárico. Podemos, também, usar monocamadas para determinar as dimensões dos átomos? O químico pode separar a molécula, e o especialista em raios X pode examinar o seu interior de um modo muito semelhante ao com que observa o interior do corante verde de ftalocianina de cobre, estudado na Fig. 7 — 14. Aprendemos, desta maneira, que a molécula de ácido esteárico é uma longa cadeia de átomos de carbono rodeados por átomos de hidrogênio. Cada átomo de carbono ocupa cêrca de 1 ½ angstroms, ao longo da cadeia. Na verdade, existem 18 átomos de carbono na molécula tôda; mas, como a cadeia não é firmemente estirada, e como está ligeiramente inclinada ao invés de exatamente perpendicular à superfície da água, o comprimento, em linha reta, dos 18 átomos de carbono é um pouco maior que a espessura da monocamada.

O ácido esteárico não é o único ácido formado desta mesma maneira geral. O químico pode fazer ácidos semelhantes de muitos comprimentos diferentes. Estudando as monocamadas dêstes diferentes ácidos, obtemos ainda outro elemento de evidência para o tamanho de um átomo. Qualquer molécula de tôda uma série dêstes ácidos ocupará a mesma área na superfície da água, quase exatamente 22 angstroms quadrados. A espessura das camadas monomoleculares, entretanto, varia em uma progressão regular. Existe tôda uma seqüência de espessuras crescendo em degraus de quase exatamente 1,43 angstroms. As camadas de diferentes espessuras correspondem a cadeias de átomos de carbono, cada uma das quais um átomo de carbono mais comprida que a precedente. O comprimento da cadeia foi variado de 14 a 34 átomos de carbono, sem alteração apreciável na área da molécula, enquanto podemos ver o comprimento aumentando de átomo em átomo. Aqui, novamente, temos mais evidência, indicando que os átomos têm dimensões de aproximadamente 2 angstroms.

A formação de monocamadas visíveis sugere que outras, menos fáceis de detetar, estão também presentes em cada superfície à nossa volta. O que chamamos uma superfície limpa de aço, contém muitas vêzes áreas de monocamadas de várias espécies, algumas das quais formadas pelos gases da atmosfera. A tendência das superfícies de coletar estas finas camadas é completamente geral, e é em grande parte responsável pelo





7 — 17. À esquerda estão rastos de partículas numa chapa fotográfica. Colocou-se uma pequena quantidade de rádio, pequena demais para ser observada ao microscópio, sôbre uma chapa e, após alguns dias, foi ela revelada. Os rastos que vemos são os de partículas alfa (átomos de hélio carregados) iguais aos do polônio. Se se incorpora uma pequena quantidade de material radioativo à emulsão fotográfica da chapa, resultarão traços de partículas alfa iguais aos mostrados na ilustração à direita. Observe as escalas aproximadas de distância (Cortesia: C. F. Powell e G. P. S. Occhialini, "Nuclear Physics in Photographs", Oxford University Press).

comportamento um tanto irregular do atrito superficial e dos contactos elétricos, pelo umedecimento de sólidos, e pelas propriedades dos lubrificantes. Uma superfície "lisa" e "limpa" raramente é lisa ou limpa na escala de espessuras de monocamadas, de modo que, a não ser que sejam tomadas precauções rígidas, pôr em contacto duas superfícies "lisas" é, até certo ponto, coisa ocasional. A maioria das superfícies está coberta por uma remendada monocamada de ar, da mesma forma como uma pessoa saindo da água fica, por instantes, coberta por uma película muito mais espêssa de água.

Há cinqüenta anos a natureza mecânica e química das monocamadas está sendo objeto de estudo minucioso. Ela representa um dos assuntos limítrofes entre a física e a química. As pessoas que estudam tais tópicos são às vêzes chamadas físico-químicos. Seus estudos detalhados de monocamadas acrescentam segurança à nossa opinião de que quando medimos a espessura de uma monocamada, estamos medindo uma unidade natural da substância. Estamos determinando as dimensões das moléculas e, mesmo, dos átomos.

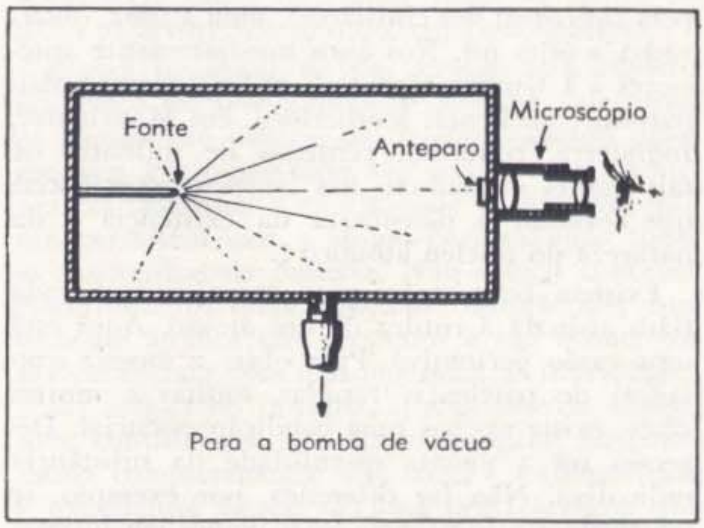
7 — 13. Contagem de partículas atômicas

Os átomos são tão pequenos — de dimensões próximas a 2 angstroms — que deve existir um tremendo número dêles em uma pequena porção de matéria sólida. Seu polegar tem, provàvelmente, uns 5 cm de comprimento, 2 cm de largura, e 1 cm de espessura. Com átomos de uns 2×10^{-10} m de diâmetro, há $\frac{5}{2} \times 10^8$ (isto é, $\frac{5 \times 10^{-2}}{2 \times 10^{-10}}$) átomos no comprimento, $\frac{2}{2} \times 10^8$ átomos na largura, e $\frac{1}{2} \times 10^8$ átomos na espessura. Seu polegar, portanto, contém cêrca de 10^{24} átomos. Suponha que invertemos êste raciocínio: se pudéssemos contar êstes átomos diretamente e medir o volume de seu polegar, poderíamos determinar o volume ocupado pelo átomo. Dêste modo obteríamos ainda uma outra avaliação de uma dimensão atômica. Apesar de não podermos contar átomos em seu polegar, existem meios de fazer contagem direta de átomos. Descreveremos um, nesta seção.

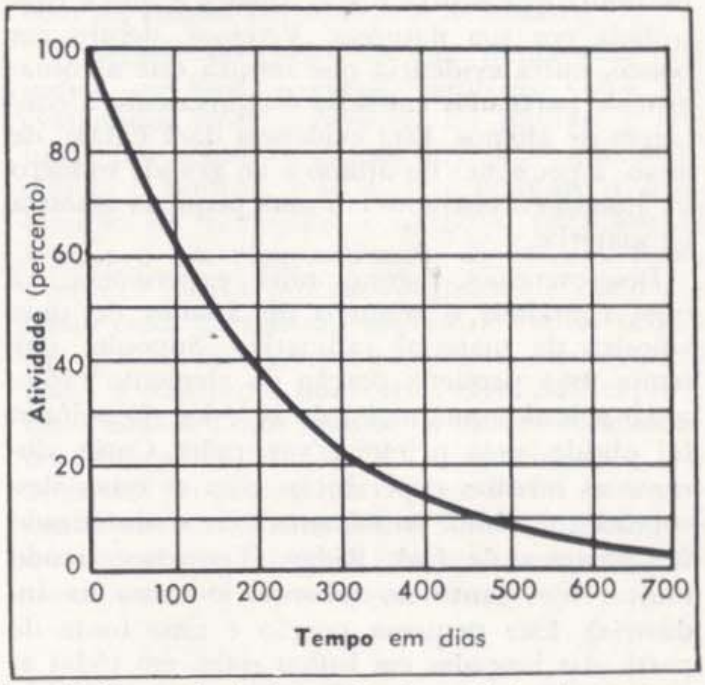
Você, provàvelmente, já viu no céu o rastro de vapor deixado por um avião a jato que é, êle mesmo, invisível. As partículas atômicas que se movem ràpidamente deixam, também, atrás de si, rastros que podem ser tornados visíveis de muitas maneiras. A partícula produz uma alteração no material que atravessa, e esta alteração pode ser amplificada tornando-se uma marca visível. A câmara de bôlhas é um dispositivo que mostra tais alterações. Nela está um líquido em ponto de ebulição, mas não houve, ainda, formação de nenhuma bôlha. Quando uma partícula rápida atravessa o líquido, ela perturba os átomos do líquido, e começam a se formar bôlhas de vapor ao longo de sua trajetória. Em pouco tempo as bôlhas crescem até um tamanho visível; e pode ser fotografado o rastro da partícula (seu traço pelo líquido), ainda que, muito antes da câmara bater, a partícula tenha ou entrado em repouso ou atravessado completamente o dispositivo. Ainda outro método depende do fato de que o material de uma chapa fotográfica se altera ao longo da trajetória de uma partícula que se move ràpidamente. Quando a chapa é revelada, pode ser visto o traço. Na Fig. 7 — 17 são vistos os traços de muitas partículas rápidas; elas se originaram de uma quantidade tão pequena de matéria que nenhuma balança do químico poderia pesá-la.

Você mesmo pode fàcilmente chegar a ver o efeito de um único átomo que se move ràpidamente. Êle pode ser visto no mostrador luminoso de um relógio de pulso ou de parede que brilha à noite porque a tinta contém uma pequena quantidade de material radioativo. A pintura do mostrador contém, também, uma substância muito parecida com a do vídeo de TV. No tubo de imagens da TV, um jato de partículas bombardeia o vídeo, e cada impacto causa uma eliminação momentânea. No mostrador do relógio, o brilho provém dos átomos emitidos pelo material radioativo misturado à tinta.

Examine o mostrador luminoso de um relógio, na escuridão completa, mantendo o mostrador a apenas dois ou três centímetros de seu ôlho desarmado. Quando seus olhos se acomodarem à escuridão, você não verá uma luminosidade constante, mas sim uma sucessão contínua e ocasional de flashes individuais de luz, cintilações, semelhantes a um grande número de minúsculos vaga-lumes. Uma lente de aumento fará com que os flashes apareçam mais definidos e claros. Cada flash assinala a passagem de uma única partícula rápida, originada no material radioativo. Cada partícula rápida provém da rutura do coração



7 — 18. Contagem de cintilação. Coloca-se uma minúscula fonte radioativa numa câmara da qual foi extraído quase todo o ar. Como são emitidas partículas em tôdas as direções, uma certa fração delas atinge o anteparo fluorescente. Observando o anteparo, podemos contar os flashes ou as cintilações, e calcular o número de partículas emitidas.



7 — 19. Curva de desintegração do polônio. Após cêrca de 138 dias, uma amostra de polônio emite, por minuto, sòmente metade das partículas que emitia no início. Após outros 138 dias, sua atividade é novamente reduzida à metade, de forma que passa a ser um quarto de sua atividade inicial. Após outros 138 dias, sua atividade é novamente reduzida à metade, e assim por diante. Chamamos êste intervalo de tempo, a meia vida do elemento. Sua atividade chegará a ser nula?

de um único átomo — o núcleo — do material radioativo. Por volta de 1905, com paciência e aparelhagem simples, foram os físicos capazes de detetar, identificar, e medir a radioatividade,

pela contagem das cintilações, uma a uma, observadas a ôlho nu. Nos anos imediatamente anteriores à I Guerra Mundial, os físicos que trabalhavam com Ernest Rutherford, em Manchester, Inglaterra, contaram centenas de milhares de tais flashes individuais nas famosas experiências que levaram à descoberta da existência e da natureza do núcleo atômico *.

Existem boas razões para suspeitar que cada flash assinala a rutura de um átomo. Aqui está uma razão persuasiva. Para obter a mesma contagem de partículas rápidas, muitas e muitas vêzes, existe apenas uma condição essencial. Devemos ter a mesma quantidade da substância radioativa. Não faz diferença, por exemplo, se martelamos a substância, se a pomos em íntimas combinações químicas com outros átomos, ou se a vaporizamos, dispersando seus átomos. O ambiente e o tratamento físico não são relevantes. A emissão de partículas rápidas não depende de nada exterior aos próprios átomos radioativos individuais. Ela deve refletir alguma mudança profunda que ocorre nestes átomos e que é controlada por sua natureza. Veremos, dentro em pouco, outra evidência que mostra que a contagem de partículas emitidas é equivalente à contagem de átomos. Esta evidência dará ênfase, de nôvo, à pequenez do átomo e ao grande número de átomos encontrados em uma pequena amostra de matéria.

Descreveremos, agora, uma experiência na qual contamos o número de átomos de uma amostra de material radioativo. Suponha que temos uma pequena porção do elemento radioativo polônio, uma massa de 10^{-7} kg. (O polônio foi obtido, pela primeira vez, pelos Curie, durante as mesmas experiências com as quais descobriram o rádio. Atualmente, êle é sintetizado nos reatores de Oak Ridge, Tennessee, tendo muitos usos tanto no laboratório como na indústria). Esta pequena porção é uma fonte de partículas lançadas em linhas retas, em tôdas as direções. Suponha que façamos um minúsculo anteparo quadrado (Fig. 7 — 18) de um décimo de milímetro de lado; cobrimo-lo com uma fina camada de material luminescente como o do tubo de imagens da TV; e colocamo-la a um metro da fonte. Seriam necessários 10^9 dêstes anteparos para cobrir uma esfera dêste raio rodeando a fonte. Em conseqüência, contaremos, então, sôbre êste anteparo único, cêrca de uma partícula para cada 10^9 emitidas pela fonte. (Como o ar retarda as partículas, impedindo-as de atingir o anteparo, devemos remover o ar entre a fonte e a tela).

É característico das substâncias radioativas o fato de emitirem partículas em uma proporção uniformemente decrescente (veja Fig. 7 — 19). Em dois anos, a atividade da amostra de polônio terá diminuído grandemente. Após êste tempo, ela emitirá suas partículas a apenas uma pequena percentagem da taxa original. Se paramos de contar após um período de dois anos, teremos contado mais de 95 por cento de tôdas as partículas que ela emitiria. Nestes dois anos obtemos, em nosso anteparo, 3×10^8 cintilações. Isto de uma simples porção de material, dificilmente visível ao ôlho, e sôbre um anteparo que capta apenas um bilionésimo do número total de partículas emitidas!

Podemos deduzir desta experiência um resultado impressionante. Contamos 3×10^8 flashes; e como paramos sòmente as partículas que se movem dentro de um pequeno cone de direções, êste número de flashes representa apenas 10^{-9} das partículas rápidas emitidas pela amostra. De algum modo, em 10^{-7} kg (apenas um décimo de miligrama) de um metal mole chamado polônio, existem processos que causam a emissão de ....
$3 \times 10^8 \times 10^9 = 3 \times 10^{17}$ partículas individuais.

Cada processo no qual é emitida uma partícula individual, é chamado uma desintegração radioativa. Esboçamos, antes, algumas das razões para acreditar que uma desintegração radioativa está associada com um átomo individual. Estamos, agora, em posição de testá-lo. Podemos determinar que volume de polônio está associado com uma desintegração. Se êste volume é o mesmo que o volume associado com um átomo, podemos tomar isto como uma evidência adicional de que a desintegração radioativa do polônio, é, realmente, uma contagem de átomos.

A fim de determinar o volume associado com cada desintegração, dividiremos o volume ocupado por nossa amostra de metal polônio pelo número de desintegrações da amostra. Que volume ocupa a amostra? A densidade do polônio foi medida recentemente. Ela vale 9400 kg/m³. Portanto, nossa amostra de 10^{-7} kg ocupa

$$\text{Volume da amostra} = \frac{10^{-7}\ \text{kg}}{9{,}4 \times 10^3\ \text{kg/m}^3} = 1{,}06 \times 10^{-11}\ \text{m}^3.$$

* O ôlho é um excelente dispositivo detetor, mas só é digno de confiança por breves períodos de tempo, em ritmos de contagem baixa. A contagem da cintilação é efetuada, atualmente, usando uma célula foto-elétrica, que origina um pequeno pulso elétrico cada vez que percebe um flash de luz. O pulso elétrico é muito fraco, e precisa ser amplificado por circuitos eletrônicos; mas, diferentemente do ôlho, a célula foto-elétrica com seus circuitos pode contar 10^6 flashes por segundo, dia após dia.

Para determinar o volume associado com uma desintegração, dividimos o volume da amostra pelas 3×10^{17} desintegrações.

$$\text{Volume por desintegração} = \frac{1{,}06 \times 10^{-11}\ \text{m}^3}{3 \times 10^{17}\ \text{desint.}}$$
$$= 35 \times 10^{-30}\ \text{m}^3/\text{desint.}$$

Como modêlo grosseiro, podemos imaginar cada volume de desintegração como um pequeno cubo. O comprimento da aresta dêstes cubos é dado, então, pela raiz cúbica de seu volume. Assim, cada aresta terá cêrca de 3×10^{-10} m de comprimento. Em outras palavras, nossa contagem deu 3 angstroms para a dimensão linear associada com uma desintegração individual. Êste comprimento está em excelente concordância com as dimensões atômicas de aproximadamente 2 angstroms que obtivemos por outros métodos. A contagem de desintegrações radioativas é equivalente à contagem de átomos de polônio; e êstes átomos, como todos os outros, têm dimensões de uns poucos angstroms.

7 — 14. Os agrupamentos de átomos

Reflitamos um pouco sôbre os fantásticos números que estivemos contando — 3×10^{17} átomos em um décimo de miligramo de polônio; 10^{24} átomos em seu polegar. Vimos números grandes anteriormente, mas êles eram menos impressionantes. Mais ainda, êles envolviam uma unidade arbitrária (metro, quilograma, etc.), enquanto que agora estamos interessados na contagem de uma unidade natural, uma coisa individual e identificável, como uma simples cintilação. Estas são contagens de uma população real.

É difícil contar números grandes. Se você seguisse a carreira de contador, trabalhando a tôda velocidade, durante todo o dia, todo dia útil, e tivesse começado a fazê-lo desde que aprendeu pela primeira vez a contar, e se retirasse para uma bem merecida aposentadoria aos 65 anos, seria julgado um ás da contagem se tivesse atingido 2×10^9. Isto representa aproximadamente a população humana do mundo. Agora, se cada homem, mulher, e criança, de tôda a população da Terra, empregassem o tempo de sua vida em uma contagem dêste tipo, nada mais fazendo além disso, poderiam, todos em conjunto, contar, um a um, aproximadamente os átomos existentes em uma cabeça de alfinête. Por outro lado, tal equipe humana de contadores seria capaz de contar tôdas as fôlhas de tôdas as árvores do mundo, em poucos meses.

É esta pequenez de um átomo, êste número fantástico em uma cabeça de alfinête, que torna os átomos tão difíceis de detetar sòmente pelos sentidos. Por outro lado, são essa extrema pequenez em tamanho, e enormidade de número, que nos permitem usar o átomo para explicar tôdas as maravilhas da matéria. Não é fácil conceber êstes números, mas podemos compreender que sòmente átomos tão pequenos e tão numerosos podem formar com seus movimentos individuais, o ar, a água ou o vidro, aparentemente uniformes, contínuos, e sem forma própria. Em uma escala completamente diferente, a uniformidade é semelhante àquela de uma praia arenosa que parece contínua quando vista a uma certa distância, mostrando pouco ou nenhum sinal de grãos individuais de areia. Não é difícil, também, acreditar que os átomos podem se combinar de uma miríade de maneiras, para produzir todos os materiais do mundo com tôdas suas diferentes propriedades. Nosso exemplo do alfabeto da língua portuguêsa o demonstra.

A difusão do cheiro de éter numa sala, que indica, no final, o esvaziamento do vidro por evaporação lenta e invisível do líquido, é efetuada por pequenos grupos de átomos que abandonam o líquido, e se movem pelo ar. A combinação de hidrogênio e oxigênio para formar a água é um reagrupamento de átomos. Êstes, e muitos outros processos semelhantes, não são senão casos de mistura mútua de tantas pequenas partículas. Acontecimentos domésticos, tal como a dissolução do açúcar, têm uma explicação atômica, tanto quanto os estranhos fenômenos da radioatividade, do magnetismo, e das ações das próprias células vivas. Todos êstes processos parecem desenvolver-se contìnuamente porque envolvem números fantásticos, os inacreditáveis enxames de minúsculos átomos.

7 — 15. Uma olhada para o capítulo

A estrutura da matéria, suas configurações regulares, a espessura limite de monocamadas, contagens da matéria nas suas mudanças de forma no decaimento radioativo — tudo implica na existência de unidades básicas de matéria. As imagens do microscópio eletrônico, as imagens de emissão de campo, e a contagem da cintilação são alguns dos meios mais diretos para contar estas unidades. Todos êles concordam em sua contagem; todos indicam que as menores unida-

des que vemos dessa forma, têm um diâmetro de poucos angstroms. Por outro lado, a evidência química e espectroscópica nos diz que as coisas materiais de nosso mundo são constituídas por uns 100 elementos. A noção de que temos unidades básicas, átomos dêstes elementos, é imediata: devemos ter 100 tipos diferentes de unidades de matéria — 100 espécies diferentes de átomos. Examinaremos, no próximo capítulo, a evidência química para êstes átomos. Podemos, desde já, estar suficientemente seguros de que todos os átomos de um determinado elemento são extremamente semelhantes, desde que nem o químico, nem o espectroscopista, conseguem obter novos resultados de uma amostra de um elemento. Mas isto não constitui uma garantia de que não existem diferenças entre os átomos de um dado elemento. Tudo que podemos dizer é que quaisquer diferenças não afetam o trabalho do químico ou do espectroscopista. Neste sentido, as diferenças devem ser pequenas.

A matéria, em seu total, é formada por miríades de átomos de 100 espécies diferentes. Combinados de vários modos, produzem êles a variedade quase infinita do mundo. Não obstante, tôda a matéria pode estar sujeita a uma medida comum. A massa, estabelecida por comparação numa balança, é independente de condições físicas e químicas, como temperatura, posição no espaço, ou agregação dos átomos em diferentes moléculas. Isto habitualmente concorda com nossas noções intuitivas de quantidade de matéria. Sòmente quando estão envolvidas grandes quantidades de massa radiante, a medida da massa diverge de nossas expectativas com relação à medida da matéria. A conservação da massa (ou matéria) é básica para a idéia de que reações químicas são rearranjos de átomos. Ela é a base de tôda a discussão dêste capítulo.

PARA CASA, CLASSE E LABORATÓRIO

1. Por que tem você certeza de que há mais de 200 átomos em uma colherada de água? Use a evidência de seus sentidos — não alguns números ou dimensões que alguém lhe tenha indicado.

2.* Um projeto úmido (com uma balança sensível).

Após avaliar o diâmetro de várias bôlhas de sabão de igual tamanho, tente colocar o material das bôlhas sôbre uma fôlha de plástico leve. Pese-a e determine a quantidade média de material por bôlha. Pode você determinar a ordem de grandeza da espessura da parede da bôlha? Compare seu valor com a espessura de uma monocamada.

Nota: Você encontrará a solução mais fàcilmente se se valer do fato de serem pràticamente iguais as áreas interna e externa de uma bôlha, e, portanto, o volume do material da bôlha ser dado aproximadamente por qualquer das áreas vêzes a espessura.

3. Um cubo de alumínio de $4{,}30 \times 10^{-2}$ m de aresta, tem uma massa de $2{,}14 \times 10^{-1}$ kg, e contém $4{,}78 \times 10^{-24}$ átomos.

(a) Qual é o volume do cubo ocupado por cada átomo?

(b) Se os átomos são esféricos, e se encaixam exatamente dentro do cubo, qual é o diâmetro do átomo em angstroms?

(c) Qual é a massa de cada átomo?

4. Um estudante realiza uma experiência com monocamadas. Êle mistura 5,0 cm^3 de ácido oléico com 95 cm^3 de álcool. Dilui, então, 5,0 cm^3 desta solução com mais 50 cm^3 de álcool.

(a) Qual é a percentagem de ácido oléico na solução?

(b) Qual é a massa de ácido oléico em um cm^3 de solução? A densidade do ácido oléico é 0,90 g/cm^3.

O estudante verifica, então, com seu contagôtas de laboratório, que 1,0 cm^3 da solução fornece 50 gôtas. Uma gôta da solução na superfície da água, forma uma película monocamada de diâmetro médio de 32 cm, depois que o álcool se dissolveu na água.

(c) Qual é a massa de ácido oléico na película?

(d) Qual é o volume da película?

(e) Qual é a espessura da película?

(f) Pode a espessura ser obtida sem o conhecimento da densidade?

5. A unidade natural de ácido oléico (uma de suas moléculas) tem uma seção reta de aproximadamente $4{,}6 \times 10^{-19}\ m^2$, e cêrca de $1{,}12 \times 10^{-9}\ m$ de comprimento. A densidade do ácido oléico é $0{,}90\ g/cm^3$.

(a) Quantas moléculas existem em um miligrama de ácido oléico?

(b) Qual é a massa de uma molécula de ácido oléico?

(c) Esta molécula é formada por 54 átomos de diferentes espécies. Qual é a massa média dêstes átomos?

(d) Dê um limite superior para a massa do átomo mais leve do ácido oléico. (Faça êste limite tão pequeno quanto possa).

6. A Fig. 7 — 15 mostra um cristal de vírus de necrose de proteína, aumentado de aproximadamente 8×10^4 vêzes. Meça os diâmetros de várias moléculas individuais de proteína, e determine o volume de uma molécula. Use o raio conhecido de um átomo de carbono, cêrca de $10^{-10}\ m$, para determinar a ordem de grandeza do número de átomos na molécula do vírus.

7. Na descrição da contagem de cintilação foi estabelecido que apenas uma partícula em cada 10^9 emitidas pela fonte atinge um anteparo quadrado de 10^{-4} metros de lado à distância de um metro. Prove que esta afirmação é verdadeira se a fonte irradia igualmente em tôdas as direções.

8. Pela contagem de cintilações sabemos que cêrca de 3×10^{18} partículas são emitidas por um miligrama de polônio no decurso de uma desintegração completa.

(a) Supondo que cada átomo emite uma partícula, qual é a massa de um átomo de polônio?

(b) Usando, então, a densidade aproximada do polônio, $10\ g/cm^3$, determine o volume ocupado por um átomo de polônio. Comprove-o com o número calculado na Seção 7-13.

9. A proporção de desintegração de uma amostra de gás radônio é determinada pela contagem de sua atividade em função do tempo. No primeiro dia, 0,1 miligrama de radônio emite $4{,}3 \times 10^{16}$ partículas. Em dias sucessivos foram encontradas as leituras adiante para as percentagens da atividade original:

Dias decorridos	Percentagem da atividade original	Dias decorridos	Percentagem da atividade original
0	100	6	34
1	84	7	27
2	70	8	24
3	59	9	20
4	49	10	17
5	41		

(a) Faça um gráfico da atividade em função do tempo.

(b) Que fração da quantidade original de gás permaneceria ao cabo de doze dias?

(c) Que fração de radônio muda em um dia?

(d) Quantos dias decorrem até que reste sòmente metade do radônio?

(e) Qual é o número total de partículas emitidas por uma amostra de 0,1 miligrama de radônio? Compare-o com a contagem para o polônio.

Nota: O número total pode ser obtido usando esta série geométrica:

$$1 + f + f^2 + f^3 + \ldots = \frac{1}{1-f}.$$

Aqui, f é a relação da atividade do segundo dia para a do primeiro. Você pode, também, aproximar o total, usando a área sob a curva de atividade em função do tempo.

LEITURA COMPLEMENTAR

BOYS, C. V., *Soap Bubbles*. Doubleday, 1959. Uma publicação da Science Study Series

GAMOW, GEORGE, *Um, Dois, Três... Infinito*. Da "Biblioteca de Cultura Científica. Editora ZAHAR.

HOLTON, GERALD, *Introduction to Concepts and Theories in Physical Science*. Addison-Wesley, 1952.

MÜLLER, E. W., "A New Microscope". *Scientific American*, Maio, 1952 (pág. 58). Como o microscópio de emissão de campo determina átomos e moléculas individuais.

MÜLLER, E. W., "Atoms Visualized". *Scientific American*, Junho, 1957 (pág. 113). Um nôvo aperfeiçoamento do microscópio que projeta imagens de átomos num anteparo.

PAULING, LINUS, *General Chemistry*. W. H. Freeman & Co., 1956. Um completo e notável curso inicial de nível universitário.

ÁTOMOS E MOLÉCULAS

CAPÍTULO 8

8 — 1. Leis da composição química

Os químicos prepararam cêrca de duzentos mil compostos diferentes contendo carbono, e poucos milhares sem êste elemento. Cada dia novos compostos são encontrados na matéria viva, no solo e nas rochas; outros ainda estão sendo sintetizados. Repetidamente são feitas análises de tôdas estas substâncias, e destas análises foram tiradas conclusões gerais muito importantes. As primeiras foram formuladas por John Dalton, por volta de 1800, quando o corpo de informações era muito menos convincente do que é hoje em dia.

A primeira destas conclusões gerais é a *lei da composição química constante*. Ela afirma que tôda amostra de uma determinada substância, considerada suficientemente pura por diversos critérios, contém sempre as mesmas proporções, em massa, de todos os elementos em que pode ser decomposta. As receitas não mudam. A água compõe-se sempre de um grama de hidrogênio para oito de oxigênio, o sal comum sempre de um grama de sódio para cada 1,5 gramas de cloro, e o açúcar comum apresentará 1,0 grama de hidrogênio para 6,5 gramas de carbono e 8,0 gramas de oxigênio, sempre que resolvido em seus três elementos. Seja qual fôr a sua procedência, o açúcar de mesa (o químico o chama de *sacarose*), dá a mesma análise; se uma amostra diverge, é sempre possível verificar que se trata de açúcar impuro, porque seu sabor, sua forma cristalina, sua côr, ou alguma outra propriedade, distinguem-na das amostras que têm a composição constante prevista. Algum processo terminará por separar os outros componentes, obtendo-se tôda sacarose que existe em composição normal.

A lei da composição constante é válida com grande precisão para pràticamente tôdas as substâncias orgânicas contendo carbono, e para milhares de outras. Suponha, por exemplo, que queremos preparar cloreto de sódio — sal comum. Verificamos que 39 gramas de sódio combinarão com 61 gramas de cloro para dar 100 gramas de sal. Suponha, agora, que tentamos combinar 50 gramas de sódio com 61 gramas de cloro: obteremos exatamente 100 gramas de sal, como antes. Haverá 11 gramas de sódio sobrando; os 61 gramas de cloro podem combinar-se com sòmente 39 gramas de sódio. Mais ainda, quando decompomos qualquer amostra de cloreto de sódio puro, obtemos sempre 39 por cento de sódio e 61 por cento de cloro.

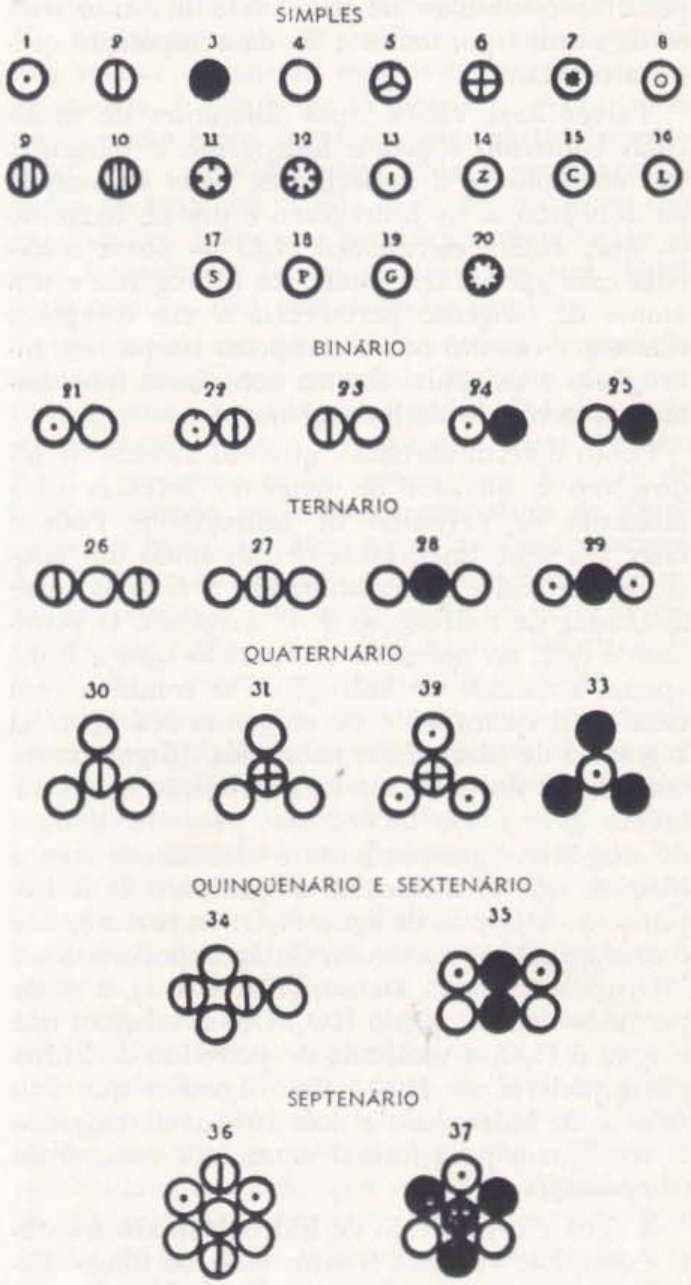
A lei da composição constante, entretanto, não é válida para todo material de uniformidade inconfundível. Um balde de água salgada, por exemplo, pode ser de composição uniforme. Tôda amostra dêle tomada pode demonstrar que contém exatamente as mesmas proporções de água e sal. Acrescente um punhado de sal e agite. Após misturar perfeitamente, a água salgada se apresenta de nôvo com composição uniforme, mas as proporções de sal e água são agora diferentes. Contràriamente à água ou ao açúcar, a água salgada não tem uma composição fixa. A água salgada é uma solução, melhor descrita

em têrmos de dois componentes diferentes — água e sal — que a constituem. O mesmo tipo de descrição se aplica a muitas ligas, como o latão, o bronze, o aço, o dural, a prata de moeda e de esterlino, o ouro de joalheiro, e assim por diante. O latão tem uma ampla margem de côr e outras propriedades, dependendo da composição, exatamente como ocorre com a água salgada. Muitos plásticos compartilham também desta propriedade de composição variável, embora possam parecer homogêneos em todos os testes.

O comportamento das substâncias de composição constante é o tema fundamental da química clássica; outras substâncias, porém, são tão interessantes e importantes, que passaram a constituir os domínios de especialistas, tais como os químicos metalúrgicos e os químicos dedicados ao estudo de polímeros. Veremos que nossa imagem de um mundo formado por um número limitado de espécies de átomos é suficientemente ampla para incluir ambos os tipos de substâncias. No momento, tentemos aprender o que podemos sôbre estas substâncias que apresentam a notável propriedade da composição constante.

Podemos resumir, dizendo que há muitos materiais uniformes nos quais químicos e espectroscopistas encontram os elementos constituintes sempre combinados de acôrdo com a mesma "receita" bem definida. Êstes materiais são os compostos. Num composto, para cada grama de um ingrediente elementar, há sempre presente um número definido de gramas de cada outro ingrediente.

Até agora êstes resultados — que eram novos na época de Dalton — se enquadram suficientemente bem na concepção atômica. Se os elementos são individualmente uma coleção de átomos idênticos que se unem em pequenos grupos para formar os compostos, esperaríamos que amostras em escala macroscópica exibissem proporções constantes dos elementos. Verificamos, por exemplo, que a água compõe-se sempre de um grama de hidrogênio para oito gramas de oxigênio. Se a unidade natural da água — a molécula de água — fôsse feita de um átomo de hidrogênio e um átomo de oxigênio, então, qualquer amostra de água conteria números iguais de átomos de hidrogênio e de oxigênio. Também, as massas de hidrogênio e oxigênio estariam sempre na mesma razão que as massas de seus átomos. Por outro lado, se a molécula de água consiste de dois átomos de hidrogênio e um átomo de oxigênio (o que se sabe agora, é verdadeiro), então, tôda amostra de água deve conter átomos de hidrogênio e oxigênio na razão de dois para um.



8 — 1. Símbolos de Dalton. No começo do século dezenove (entre 1802 e 1808), John Dalton tentou descobrir o número e a espécie de átomos presentes nas moléculas de compostos. Êstes são alguns dos símbolos que êle usou: (1) hidrogênio, (2) azôto (nitrogênio), (3) carbono, (4) oxigênio, (5) fósforo, (6) enxôfre. (7) magnésio, (8) cal, (9) soda, (10) potassa, (11) estrôncio, (12) barita, (13) ferro, (14) zinco, (15) cobre, (16) chumbo, (17) prata, (18) platina, (19) ouro, (20) mercúrio. Observe (21), a fórmula de Dalton para a água. Êle a deu como HO, mas sabemos agora que ela é H_2O. Sòmente os dados das massas que se combinam não são suficientes para determinar uma fórmula molecular. Suas fórmulas para o monóxido de carbono (25) e dióxido de carbono (28) são corretas.

Novamente, a relação entre as massas dos elementos será constante, desta vez na razão da massa de dois átomos de hidrogênio para a de um átomo de oxigênio. Sempre que átomos de uma es-

pécie se combinam de um modo definido com os de outro tipo, temos a lei da composição química constante.

Talvez haja vários tipos diferentes de moléculas contendo sòmente hidrogênio e oxigênio. Por exemplo, se a molécula de água se compõe de dois átomos de hidrogênio e um de oxigênio — que, então, escrevemos H_2O — outra molécula com apenas um átomo de hidrogênio e um átomo de oxigênio pertenceria a um composto diferente. Há um outro composto simples de hidrogênio e oxigênio. É uma substância que chamamos peróxido de hidrogênio.

Como determinaríamos quantos átomos de hidrogênio e quantos de oxigênio formam uma molécula de peróxido de hidrogênio? Pode-se fazer um teste importante decompondo um pouco de peróxido, e determinando a relação entre as massas de hidrogênio e de oxigênio. O resultado é que, no peróxido comparado com a água, apenas a metade de hidrogênio se combina com uma dada quantidade de oxigênio. Na água há 2 gramas de hidrogênio para cada 16 gramas de oxigênio, e no peróxido de hidrogênio existe sòmente grama de hidrogênio para 16 gramas de oxigênio. Êste resultado é consistente com a idéia de que as moléculas de peróxido de hidrogênio são HO e as de água H_2O; entretanto, não o demonstra. As moléculas de água poderiam ser HO, como pensava Dalton (Fig. 8 — 1), e as de peróxido de hidrogênio HO_2. Ou, se sabemos que a água é H_2O, a molécula de peróxido de hidrogênio poderia ser H_2O_2. (Isto significa que dois átomos de hidrogênio e dois átomos de oxigênio se combinam para formar a unidade natural do composto).

A água e o peróxido de hidrogênio são sòmente exemplos. Veremos muitos mais ao longo dêste capítulo. Para todos os compostos, as combinações de números definidos de átomos de vários tipos conduzem a proporções constantes dos elementos. Mais ainda, como vimos no nosso exemplo simples, sempre que dois elementos se combinam de mais de um modo para formar moléculas diferentes, a relação entre as diferentes massas de um elemento que se combina com uma dada massa de outro apresenta-se como uma relação entre números inteiros simples. Ela não é sempre de um para dois, como era para a quantidade de hidrogênio que se combina com a mesma quantidade de oxigênio no peróxido de hidrogênio e na água. Mas ela é sempre uma relação entre números inteiros pequenos. Esta lei, baseada na observação, é exatamente o que esperaríamos se são átomos que se combinam. Se sòmente se podem combinar números inteiros de átomos para formar uma molécula, apenas são possíveis relações entre números inteiros simples. Esta lei de relações é conhecida como *lei das proporções múltiplas;* ela constitui um dos principais argumentos de evidência em favor da composição atômica da matéria, apresentado por Dalton.

Provàvelmente o exemplo mais espetacular das proporções múltiplas é o que ocorre nas combinações de nitrogênio e oxigênio. Uma grama de nitrogênio se combina com $^4/_7$ de grama de oxigênio para formar o gás hilariante. Exatamente o dôbro de oxigênio ($^8/_7$ de grama) se combina para formar o óxido nítrico. Em outros compostos de nitrogênio e oxigênio há exatamente três, quatro e cinco vêzes a quantidade original de oxigênio por grama de nitrogênio. Em outras palavras, para 1 grama de nitrogênio encontramos, nos diferentes compostos, $1 \times {}^4/_7$ grama, $2 \times {}^4/_7$ grama, $3 \times {}^4/_7$ grama, $4 \times {}^4/_7$ grama e $5 \times {}^4/_7$ grama de oxigênio. Êsses números inteiros (e os números inteiros semelhantes para outras combinações de elementos) são um reflexo direto da natureza atômica da matéria.

As proporções constantes e, em particular, as proporções múltiplas, que são observadas na composição química dos compostos, constituem uma evidência poderosa da existência de átomos. Mas, ao contrário de Dalton que apresentou esta evidência no comêço do século dezenove, vimos outras evidências de átomos. Vimos a evidência da existência de unidades naturais em monocamadas e outras microestruturas. Contamos átomos pela contagem de suas emissões radioativas. Podemos, agora, acrescentar a evidência química a tôdas estas outras indicações da existência de átomos.

8 — 2. O problema de determinar as fórmulas moleculares

Quantos átomos de cada espécie diferente se combinam para formar as moléculas das substâncias puras? Se voltamos à seção anterior, verificamos que as leis da composição química não determinam sòmente as fórmulas químicas moleculares. Não podíamos estar seguros de que a molécula de água era H_2O (2 átomos de hidrogênio e 1 de oxigênio), ou que o peróxido de hidrogênio era HO. (Na realidade, é H_2O_2). O tema das seções seguintes será como determinar fórmulas moleculares exatas.

Como freqüentemente acontece, há muitos

modos de determinar as fórmulas químicas, e uma série de evidências contribuíram para a determinação prática de um grande número delas. O problema de organizar uma tabela de fórmulas químicas é algo semelhante ao de montar um dêsses quebra-cabeças chinêses, nos quais um conjunto de peças separadas de madeira se ajuntam para formar um sólido compacto. O situar uma determinada peça no jôgo, ou um composto na tabela, depende da posição onde você colocou as demais. Comparando as relações entre as massas encontradas em uma ampla variedade de compostos, e usando muitos outros elementos de evidência, os químicos chegaram gradualmente a fórmulas sôbre as quais podem estar seguros.

As reações químicas dos gases desempenham um papel relevante na história da averiguação das fórmulas moleculares. Não seguiremos aqui o desenvolvimento histórico dos fatos; usando, porém, algumas informações obtidas a partir de técnicas modernas de contagem das desintegrações radioativas, e outras obtidas pelos métodos tradicionais da química de gases, ilustraremos como podem ser determinadas as fórmulas químicas. As fórmulas assim estabelecidas concordam com as deduzidas da grande massa de evidências acumuladas durante o século passado. Elas são testadas por outras técnicas modernas, por exemplo, medindo as massas de átomos e de moléculas individuais com o espectroscópio de massa, que estudaremos na Parte IV. No sentido de ilustrar a determinação das fórmulas moleculares, discutiremos brevemente os gases na próxima seção e, depois, na Seção 8-4, determinaremos algumas fórmulas completas.

8 — 3. O número de partículas nos gases

Na Seção 7-13, descrevemos uma experiência de contagem de átomos de polônio por suas desintegrações radioativas. Como lá vimos, cada átomo de polônio, mais cedo ou mais tarde, "explode", emitindo uma partícula que se move ràpidamente, e que podemos detetar e contar. A partir de 10^{-7} kg de polônio, são eventualmente emitidas 3×10^{17} dessas partículas-correspondendo a 3×10^{17} átomos de polônio originalmente presentes. Mas a história não pára aí. As partículas emitidas são também matéria. Quando o polônio emite uma partícula, sua massa diminui. Pesando a amostra após a experiência, verificamos que as partículas levaram cêrca de 2 porcento da massa original. Também, repetindo a experiência, desta vez em um tubo de vidro fechado, podemos prevenir o escape das partículas. No fim dessa nova experiência o tubo contém não apenas um metal, mas, também, uma outra substância, o gás hélio. A pesagem, agora, mostra que êste hélio, formado pelas partículas emitidas, é a causa de quase tôda a mudança de massa do material. Ainda mais, em qualquer das experiências a amostra metálica remanescente já não é polônio. Transformou-se em um metal mais comum, não radioativo, o chumbo.

Aparentemente, quando um átomo de polônio explode, lança uma partícula de hélio, e o que resta é uma partícula de chumbo. O hélio pode ser coletado, como o fez primeiramente Rutherford; e podemos obter, assim, uma amostra de hélio contendo um número conhecido de partículas de hélio. De 10^{-7} kg de polônio obtemos 3×10^{17} partículas; de 1 g, obtemos 3×10^{21} partículas. Pesando esta quantidade de hélio verificamos que a massa é de 0,02 grama, ou cêrca de $6{,}7 \times 10^{-24}$ grama por partícula de hélio.

Valendo-nos, então, dessa informação podemos aprender algo sôbre o comportamento de um gás. Podemos verificar quantas partículas separadas de hélio ocupam um certo volume a temperatura e pressão determinadas. Podemos tomar um balão de plástico muito leve, um saco que quando inflado tem um volume definido, por exemplo 5 litros, e determinar, à temperatura ambiente, quantas partículas devem ser introduzidas no balão para inflá-lo, de sorte que êle possa apenas manter sua forma, contrabalançando a pressão atmosférica que sôbre êle atua. É claro, experiências precisas não são feitas exatamente dêste modo; mas com experiências que são inteiramente similares em princípio e muito aproximadas da experiência descrita, verificamos que 0,89 grama de gás hélio ocupam um volume de 5 litros (5×10^{-3} m^3) à pressão atmosférica normal e à temperatura do gêlo em fusão (isto é, a 0° C). Êstes 0,89 de grama consistem de

$$\frac{0{,}89 \text{ grama}}{6{,}7 \times 10^{-24} \text{ grama/partícula}} = 1{,}34 \times 10^{23} \text{ partículas de hélio.}$$

Concluímos, pois, que $1{,}34 \times 10^{23}$ partículas ocupam 5 litros nestas condições.

Observe que o volume ocupado por uma partícula no gás é:

$$\frac{5 \times 10^{-3} \text{ m}^3}{1{,}34 \times 10^{23} \text{ partículas de hélio}} = 4 \times 10^{-26} \text{ m}^3\text{/partícula de hélio.}$$

Como vimos no capítulo anterior, êste valor é cêrca de mil vêzes maior que o volume típico, uns 30×10^{-30} m³, ocupado por um átomo em uma molécula. Pode realmente uma partícula de hélio ser tão grande? Para responder a esta pergunta, pensemos nas propriedades dos gases. Posteriormente, nós as consideraremos com mais detalhe, porém todos nós já observamos por certo a compressibilidade dos gases. Por exemplo, com uma pressão extra podemos forçar mais gás a ocupar o mesmo volume em um pneu de automóvel. Verificamos, também, que os gases têm mobilidade: afastam-se de nosso caminho; misturam-se fàcilmente uns com os outros — um gás interpenetrando o outro; e se deslocam de um ponto a outro em um recipiente até enchê-lo, qualquer que seja sua forma. Estas observações comuns indicam que os gases podem ser constituídos por muitas moléculas que ocupam apenas uma pequena parte do espaço tomado totalmente pelo gás. Entre as moléculas há regiões vazias, maiores que as próprias moléculas, e é através dêstes espaços que as moléculas de um gás se movem, à medida que êle se difunde em outro.

Um modêlo de um gás com moléculas separadas, que se movem em tôdas as direções, e amplamente distanciadas em comparação com seu próprio tamanho, explicará as propriedades comuns dos gases. Êste modêlo torna razoável a explicação de que cada partícula de hélio é muito menor que 40.000 angstroms* cúbicos, volume que parece ocupar em condições normais de temperatura e pressão. Mas, que é que determina, então, o número de partículas de um gás que ocupa um dado volume? Têm todos os gases o mesmo número de partículas em volumes idênticos? Depende o número da massa das moléculas individuais, ou depende, talvez, de alguma outra propriedade? Para começar a responder a estas perguntas, consideremos um gás diferente.

O gás radônio é o produto da desintegração radioativa do rádio, e podemos determinar o número de partículas numa amostra dêste gás**. Utilizando gás radônio, verificamos que $1{,}34 \times \times 10^{23}$ partículas ocupariam um volume de 5 litros, à pressão atmosférica normal e a 0° C. Em outras palavras, à mesma temperatura e pressão, os mesmos números de partículas de hélio e de radônio ocupam exatamente os mesmos volumes. A massa de radônio nesta amostra, entretanto, em vez de ser 0,89 gramas, que encontramos para a massa do hélio, seria 49,5 gramas. A massa de cada partícula de radônio é, portanto, cêrca de 55 vêzes a massa de uma partícula de hélio; mas, como gás, as partículas atuam de modo idêntico. O mesmo número de partículas de qualquer tipo exercem a mesma pressão, quando contidas em volumes iguais, a uma dada temperatura.

Desde que o mesmo número de partículas de dois gases completamente diferentes agem do mesmo modo, apreciaríamos certamente saber se números iguais de partículas de todos os gases ocupam volumes idênticos à mesma temperatura e à mesma pressão. Infelizmente, para a maioria dos gases, não é tão fácil contar as partículas contidas em amostras. Precisaremos lançar mão de um método algo menos direto de investigação. Êste método indireto mostrará que os números de partículas são os mesmos. Permitir-nos-á, também, determinar fórmulas moleculares.

8 — 4. A determinação de fórmulas moleculares

Comecemos por coletar amostras de diferentes gases que contêm hidrogênio. Os compostos mais comuns dêste tipo são o ácido clorídrico, o gás hidrogênio, a água e o amoníaco. Suponha que tomamos volumes iguais de cada um dêstes compostos, à mesma temperatura e pressão. Admitamos, então, provisòriamente, que o número de moléculas — isto é, o número de partículas do gás — é o mesmo em cada amostra. Esta suposição é conhecida como *hipótese de Avogadro*, em homenagem ao físico italiano que a propôs, em 1811. Que conseqüências — que comportamento observável — podemos esperar com base nesta hipótese?

De acôrdo com nossas idéias sôbre átomos e moléculas, tôdas as moléculas de um determinado gás deveriam ser iguais. Se as moléculas contêm hidrogênio, cada uma conteria o mesmo número de átomos de hidrogênio. Ainda mais, êste número deve ser um, dois, três etc., átomos de hidrogênio por molécula. Êle só pode ser um número inteiro. Então, se há o mesmo número de moléculas em cada uma de nossas amostras de gases diferentes, podemos concluir que deveria haver a mesma massa de hidrogênio em cada amostra cujas moléculas contêm apenas um áto-

---

* Um angstrom $= 10^{-10}$ m; um angstrom cúbico $= 10^{-30}$ m³; $4 \times \times 10^{-26}$ m³ $\div 10^{-30}$ m³/A³ $= 40.000$ A³.

** Tomamos uma amostra de rádio, e extraímos por meio de bomba o radônio formado por sua desintegração. Então, a partir da razão na qual o rádio se desintegra, verificamos quantas partículas de radônio são produzidas em um curto intervalo de tempo. Isto nos dá um número conhecido. Neste caso, porém, devemos ir além. O próprio radônio se desintegra. Metade de seus átomos mudam, emitindo cada um uma partícula de hélio em pouco menos de 4 dias. Da razão na qual êle é formado constantemente a partir da desintegração do rádio, e da razão na qual êle próprio se desintegra, podemos saber exatamente quantas partículas de radônio temos numa amostra em qualquer instante.

mo de hidrogênio. Deveria haver exatamente o dôbro desta massa de hidrogênio em cada gás com dois átomos de hidrogênio por molécula, e o triplo da massa de hidrogênio em cada gás com três átomos de hidrogênio por molécula. Se decompomos os compostos, e medimos as massas de hidrogênio em nossas diversas amostras, estas massas seriam as mesmas ou, então, guardariam entre si uma relação de pequenos números inteiros.

Tem-se aqui uma conseqüência da hipótese de Avogadro que pode ser testada experimentalmente. Em meados do século dezenove, foram medidas as massas de vários elementos contidos em amostras padrão de gases. Na ocasião, Stanislao Cannizzaro fêz uma compilação dos resultados. Muitos dêstes experimentos foram realizados desde então. Por exemplo, encontramos experimentalmente o seguinte: (1) a massa de hidrogênio em um determinado volume dêste gás é exatamente o dôbro da massa contida em igual volume de vapor de ácido clorídrico nas mesmas condições; (2) a massa de hidrogênio no vapor de água é, também, exatamente o dôbro da no vapor de ácido clorídico; e (3) a massa de hidrogênio no amoníaco é o triplo da massa de hidrogênio no ácido clorídrico. A Tabela 1 contém êstes resultados e vários outros. Observe as relações de números inteiros. Êstes resultados confirmam fortemente nossa hipótese de que, à mesma temperatura e pressão, volumes iguais de qualquer gás, contêm o mesmo número de moléculas. Além do mais, ela parece indicar que cada molécula de ácido clorídrico contém um átomo de hidrogênio; as moléculas de gás hidrogênio e as de vapor de água contêm dois átomos de hidrogênio cada uma, e cada molécula de gás amoníaco contém três átomos de hidrogênio.

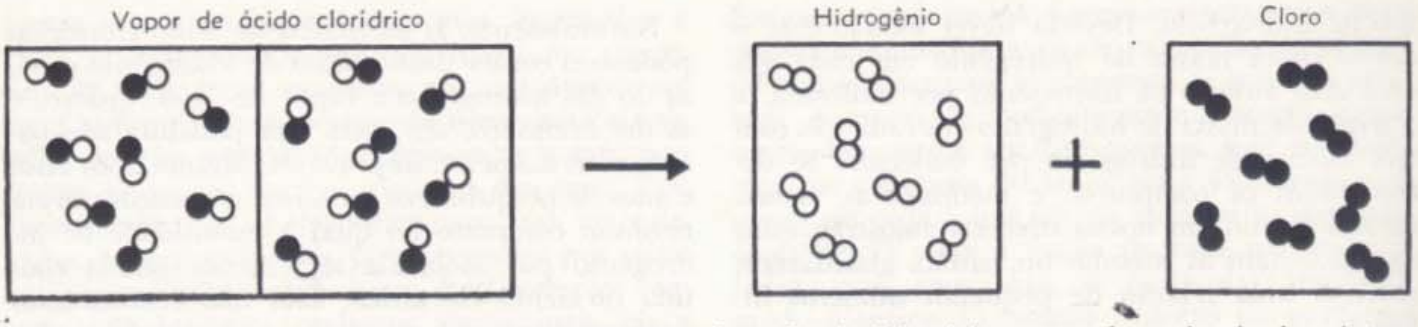
Tabela 1

Massas de hidrogênio de amostras de gás de igual volume à mesma temperatura e pressão

Gás	Massa de hidrogênio (em gramas)
Vapor de ácido clorídrico	0,1
Hidrogênio	0,2
Vapor de água	0,2
Gás amoníaco	0,3
Metano	0,4
Vapor de ácido nítrico	0,1
Acetileno	0,2
Propano	0,8
Etileno	0,4
Cloreto de amônio	0,4
Etano	0,6

Naturalmente, as moléculas de ácido clorídrico poderiam conter dois átomos de hidrogênio cada, as do gás hidrogênio e vapor de água, quatro, e as do amoníaco, seis, mas esta possibilidade parece extremamente improvável. Mesmo após anos e anos de pesquisas, os químicos não encontraram nenhum composto no qual a quantidade de hidrogênio por molécula seja menor que a contida no ácido clorídrico. Êles não encontraram nenhum composto no qual a quantidade de hidrogênio seja intermediária entre a encontrada no ácido clorídrico e no vapor de água, e nenhuma intermediária entre a do vapor de água e a do gás amoníaco. Se realmente houvesse dois átomos de hidrogênio em uma molécula de ácido clorídrico, esperaríamos encontrar outros compostos com apenas um átomo por molécula. Êstes dar-nos-iam uma massa de hidrogênio igual à metade da encontrada no ácido clorídrico. Encontraríamos, também, moléculas com três átomos de hidrogênio. Elas teriam uma massa de hidrogênio entre a do ácido clorídrico e a do vapor de água. A ausência de qualquer de tais compostos é uma forte evidência em apoio à idéia de que as moléculas que discutimos contêm exatamente um, dois e três átomos de hidrogênio por molécula, ao invés de dois, quatro e seis, ou outro número qualquer. A idéia de que as amostras com a menor quantidade de hidrogênio são formadas por moléculas com apenas um átomo de hidrogênio decorre quase diretamente da definição de um átomo como a unidade básica ou menor quantidade de um elemento. Ela é apoiada pelo fato de que tôdas as outras massas são números inteiros múltiplos. Em conseqüência, nós concluímos que estão presentes nas moléculas aquêles números inteiros das mesmas unidades básicas. Encontramos, portanto, evidência concreta, a partir da qual podemos obter a composição molecular detalhada.

Outras evidências (algumas das quais discutiremos na Parte IV), concordam perfeitamente com nossas conclusões. Por exemplo, uma molécula de gás hidrogênio tem por comprimento cêrca do dôbro de sua largura. Ela parece ser formada por duas unidades, em concordância com nossa conclusão antecipada de que cada molécula de hidrogênio contém dois átomos de hidrogênio. Ainda mais, a temperaturas suficientemente altas, podemos decompor as moléculas de gás hidrogênio comum em dois átomos de hidrogênio. A evidência é que as moléculas de gás hidrogênio são definitivamente moléculas H_2. Além disso, podemos agora ver que o vapor de água contém exatamente dois átomos de hidrogênio



8 — 2. Dois volumes de vapor de HCl produzem um volume de gás hidrogênio e um volume de gás cloro à temperatura e pressão originais.

por molécula; o ácido clorídrico tem um, e o amoníaco tem três. Determinamos exatamente uma parte das fórmulas destas moléculas.

Aprendemos, então, os números de átomos de hidrogênio por molécula em certos compostos, mas qual é o número de átomos de cloro em uma molécula de vapor de ácido clorídrico, ou o número de átomos de oxigênio em uma molécula de vapor de água? Há diversos modos de responder a estas perguntas. Um dêles é usar exatamente o mesmo método que empregamos para determinar o número de átomos de hidrogênio em uma molécula. Por exemplo, para conhecer a fórmula completa das moléculas de ácido clorídrico, podemos tomar uma série de compostos gasosos de cloro. Além do ácido clorídrico, tomamos o próprio cloro, que existe sob a forma de um gás venenoso, de côr verde. Usamos, também, dois outros gases contendo cloro, os vapores de clorofórmio e de tetracloreto de carbono (o primeiro, usado pelos criminosos nas novelas de detetives, e o segundo, um fluido venenoso comumente usado na limpeza). Coletamos volumes iguais dêsses gases, a uma temperatura e pressão definidas, e medimos, então, as massas de cloro contidas em nossas amostras. Verificamos que a massa de cloro no gás cloro é exatamente o dôbro da contida no ácido clorídrico. A massa de cloro no vapor de clorofórmio é três vêzes a que existe no ácido clorídrico, e no tetracloreto de carbono é exatamente quatro vêzes a quantidade contida no ácido. Concluímos, pois, que há um átomo de cloro por molécula de ácido clorídrico, dois átomos por molécula de gás cloro, três por molécula de clorofórmio, e quatro por molécula de tetracloreto de carbono. Determinamos, então, completamente a composição molecular do ácido clorídrico. As moléculas dêste ácido contêm um átomo de hidrogênio e um átomo de cloro, e a fórmula molecular do ácido clorídrico é HCl. Incidentalmente verificamos também que, como no gás hidrogênio, as moléculas do gás cloro contêm dois átomos cada uma. As moléculas dêste gás são Cl_2, do mesmo modo como as do gás hidrogênio são H_2.

Podemos estender êste tipo de análise a muitos compostos. Por exemplo, estudando os gases que contêm nitrogênio e oxigênio, verificamos que a molécula do amoníaco é NH_3, a da água é H_2O, a do óxido nitroso é N_2O, a do gás oxigênio O_2, a do nitrogênio N_2, e assim por diante. Eventualmente, usando tal evidência, obtemos uma série razoàvelmente completa de fórmulas químicas para as moléculas.

8 — 5. A lei das relações volumétricas

Tudo parece estar em ordem, e a consistência de nossos resultados dá forte apoio à hipótese de Avogadro, de que números iguais de moléculas de gases ocupam o mesmo volume, à temperatura e pressão determinadas. Uma evidência mais para esta hipótese pode ser encontrada no estudo de *volumes* dos gases resultantes da decomposição de vários compostos. Suponha que decompomos o ácido clorídrico. Parte-se de vapor de ácido clorídrico que ocupa um volume conhecido, a uma certa temperatura e pressão. Decompomos o ácido clorídrico em hidrogênio e cloro (Fig. 8 — 2). São êles também gasosos, e podemos recolhê-los separadamente. À temperatura e pressão originais, cada gás ocupa exatamente a metade do volume inicialmente ocupado pelo vapor de ácido clorídrico.

Êste resultado é exatamente o que esperaríamos. Cada molécula de vapor de ácido clorídrico é HCl. Cada uma contém apenas um átomo de hidrogênio e um de cloro, de acôrdo com nossa conclusão anterior (Fig. 8 — 2). Por outro lado, cada molécula de hidrogênio contém dois átomos de hidrogênio, e cada molécula de gás cloro possui também dois átomos de cloro. Em conseqüência, haverá apenas metade do número de moléculas de gás hidrogênio e de gás cloro, em relação ao número de moléculas de vapor de

ácido clorídrico que havia inicialmente. De acôrdo com a hipótese de Avogadro, metade de moléculas de qualquer tipo, ocuparia metade do volume. Sob as mesmas condições de temperatura e pressão, portanto, o gás hidrogênio ocuparia sòmente metade do volume ocupado originalmente pelo vapor HCl, e o gás cloro ocuparia, também, metade do volume. É exatamente o que verificamos.

Consideremos mais um exemplo. Suponha que decompomos a água. Nós acreditamos que a fórmula de uma molécula de vapor de água é H_2O. Quando decompomos a água, portanto, cada molécula proporcionaria um átomo de oxigênio e dois átomos de hidrogênio. Na decomposição do vapor de água, portanto, obteríamos o mesmo número de moléculas de hidrogênio que tínhamos originalmente de água. (Lembre, o gás hidrogênio é H_2; cada uma de suas moléculas tem dois átomos H). Portanto, à mesma temperatura e pressão, o gás hidrogênio ocupará o mesmo volume originalmente ocupado pelo vapor de água. Isto é exatamente o que se obtém através de experiência.

Desde que sabemos que as moléculas de oxigênio contêm dois átomos cada, e cada molécula de vapor de água fornece apenas um átomo de oxigênio, nós então esperamos que, sob as mesmas condições de temperatura e pressão, o volume de oxigênio liberado seja sòmente a metade do volume original de vapor de água. Isto é, também, exatamente o que acontece.

Em geral, esperamos que quando as substâncias são decompostas, os volumes dos gases produzidos, sob as mesmas condições de temperatura e pressão, mantenham entre si relações de números inteiros simples. Também, quando são formados compostos numa reação química entre gases, os volumes dos gases utilizados manterão relações de números inteiros simples. Esta expectativa sôbre as relações volumétricas é, geralmente, confirmada.

Em nossa discussão, alteramos a ordem histórica — ela foi quase invertida. A *lei das relações volumétricas*, à qual acabamos de chegar, foi, na verdade, formulada pelo químico francês Gay-Lussac, em 1808. Depois, em 1811, o físico italiano Avogrado, mostrou que a lei das relações volumétricas se ajustava à imagem atômica da matéria. Êle introduziu a suposição de que volumes iguais de gases à mesma temperatura e pressão contêm o mesmo número de moléculas. O trabalho de Cannizzaro, por volta de 1858, convenceu a muitos de que Avogrado estava certo. Como vimos, a hipótese de Avogrado está agora amplamente justificada — ela se tornou a *lei de Avogrado*. Com métodos modernos podemos mesmo contar o número de moléculas existentes numa amostra de gás.

8 — 6. Massas moleculares e atômicas

Desde que conhecemos o número de moléculas de uma amostra de gás, e podemos medir a massa da amostra, fàcilmente determinamos a massa de uma molécula. A massa de uma molécula de gás hidrogênio, medida dêste modo, é aproximadamente $3{,}34 \times 10^{-24}$ gramas. A massa de uma molécula de oxigênio é 16 vêzes maior — isto é, $5{,}3 \times 10^{-23}$ gramas. Poderíamos relacionar uma longa lista de massas moleculares determinadas dêste modo.

Partindo das massas das moléculas podemos seguir para obter as massas dos átomos. Sabemos que as moléculas de hidrogênio constam cada de dois átomos de hidrogênio. Em conseqüência, a massa de um átomo de hidrogênio é

$$\frac{3{,}34 \times 10^{-24} \text{ gramas}}{2} = 1{,}67 \times 10^{-24} \text{ gramas.}$$

Do mesmo modo, determinamos as massas dos átomos relacionadas na Tabela 2.

Tabela 2

Átomo	Massa (10^{-24} gramas)
Cloro	58,9
Flúor	31,5
Hélio	6,64
Hidrogênio	1,67
Nitrogênio	23,2
Oxigênio	26,6
Sódio	38,1

Nem todo elemento pode ser convenientemente transformado em um gás. Obtemos carbono puro, por exemplo, como grafite ou diamante, nenhum dos quais vaporiza fàcilmente. Podemos, entretanto, determinar a massa de um átomo de carbono medindo a massa de uma molécula de dióxido de carbono gasoso. A fórmula de dióxido de carbono (como o nome indica) é CO_2. Conhecemos esta fórmula aplicando a muitos compostos gasosos de carbono o método descrito na Seção 8-3 (e a partir de outras evidências). Obtemos, então, a massa de uma molécula de CO_2, medindo a massa num volume padrão de CO_2 à temperatura e pressão normais. Verificamos que ela é $7{,}3 \times 10^{-23}$ gramas por molécula. Como já sabemos que a massa do O_2 é $5{,}3 \times 10^{-23}$ gramas, resulta $2{,}0 \times 10^{-23}$

gramas para a massa de um átomo de carbono. Usando métodos químicos similares, podemos obter as massas de todos os diferentes tipos de átomos. Algumas estão indicadas na Tabela 3, havendo uma tabela completa no final dêste livro. São conhecidas com precisão considerável as massas de cêrca de 100 elementos, obtidas por vários métodos.

Quando trabalhamos com as massas de átomos e moléculas é, por vêzes, inconveniente expressá-las em gramas ou quilogramas. Estamos sempre dividindo por um grande fator (cêrca de 10^{-24}) que reduz a escala, do tamanho de nosso polegar para o tamanho de um átomo. Muito antes dêste fator de escala ser conhecido precisamente, expressavam-se as massas moleculares e atômicas em uma escala relativa conveniente. O próprio John Dalton escolheu o elemento mais leve, o hidrogênio, como base do sistema de massas atômicas relativas. No fim do último século, êle se tornou padrão. Nesta escala, a massa atômica do oxigênio era 16. Mas, há 50 anos, tornou-se manifesto que as relações não eram tão simples; a medição cuidadosa das massas em compostos de hidrogênio com oxigênio mostra que a relação das massas dos átomos é cêrca de 1 por cento menor que 16. Como tão freqüentemente acontece, foi modificada a base para a unidade. Foi decidido manter o oxigênio com o valor 16, definindo 16,000 unidades de massa atômica a massa atômica do oxigênio, e passando o hidrogênio a ter 1,008 unidades de massa atômica. Na terceira coluna da Tabela 3 incluímos as massas dos átomos expressos nessas unidades de massa atômica.

Tabela 3

Átomo	Massa (10^{-24} gramas)	Massa (u.m.a.)
Alumínio	44,8	26,98
Carbono	19,9	12,01
Cloro	58,9	35,46
Cobre	105,	63,54
Flúor	31,5	19,00
Ouro	327,	197,0
Hélio	6,64	4,003
Hidrogênio	1,67	1,008
Ferro	92,8	55,85
Chumbo	344,	207,2
Mercúrio	333,	200,6
Néon	33,5	20,18
Nitrogênio	23,2	14,01
Oxigênio	26,6	16,
Silício	46,6	28,09
Prata	179,	107,9
Sódio	38,1	22,99
Enxôfre	53,2	32,07
Zinco	109,	65,38

Desde que conhecemos a tabela de massas atômicas ou, mesmo, apenas a tabela de suas massas relativas, podemos fàcilmente determinar as massas que se combinam em vários compostos. O óxido nitroso, por exemplo, é N_2O e 28 gramas de nitrogênio se combinam com 16 de oxigênio para dar a relação 7 para 4, anteriormente mencionada. O amoníaco é NH_3, e 14 gramas de nitrogênio se combinam com 3 de hidrogênio. O ácido nítrico é HNO_3, e um grama de hidrogênio se combina com 14 de nitrogênio e 48 de oxigênio, neste composto.

Êstes exemplos são de interêsse limitado. As massas que se combinam são bem conhecidas, tendo contribuído para estabelecer a tabela. A partir da Tabela 3, no entanto, podemos obter as massas que se combinam em qualquer tipo de compostos, sem ter de terminar cada uma em separado, experimentalmente. Tais cálculos são empregados na estimativa das quantidades de vários produtos químicos necessários em todos os processos químicos usados na indústria.

Uma aplicação muito mais interessante de nosso conhecimento das massas atômicas relativas surge quando investigamos um composto desconhecido. Podemos conhecer a fórmula química desconhecida a partir dos valores observados para as massas que se combinam e das conhecidas massas relativas dos átomos. Suponha, por exemplo, que não conhecemos a fórmula de um composto no qual o oxigênio e o hidrogênio se combinam com as *massas* relativas de 16 para 1. Verificamos, então, pela tabela que neste composto os *átomos* de oxigênio e hidrogênio se combinam na relação de 1 para 1. O exemplo é trivial — temos indubitàvelmente peróxido de hidrogênio — mas o princípio é evidente. De modo análogo, o químico pôde estudar compostos mais complexos.

8 — 7. Moles e o número de Avogadro

Iniciamos a seção anterior determinando a massa, em gramas, de um átomo de hidrogênio. Isto nos forneceu um modo de determinar quantos átomos há em uma amostra de tamanho ordinário. Quantos átomos de hidrogênio há em grama de hidrogênio? Desde que cada átomo de hidrogênio pesa $1{,}67 \times 10^{-24}$ gramas, um grama de hidrogênio contém

$$\frac{1}{1{,}67 \times 10^{-24}} = 6 \times 10^{23} \text{ átomos de hidrogênio.}$$

Chamamos êste número de átomos de hidrogênio de um *mól* de átomos de hidrogênio. Mais ainda, denominamos êste número de objetos idênticos de qualquer espécie de um mól dêstes objetos, e chamamos o número 6×10^{23} de *número de Avogadro*. A partir das massas relativas de moléculas podemos prever quanto deve pesar um mól de dado tipo de moléculas. Um mól de moléculas de hidrogênio (cada uma contendo dois átomos de hidrogênio) tem uma massa de 2 gramas. Um mól de moléculas de oxigênio tem uma massa de 32 gramas, e assim por diante. O número de gramas em um mól é o mesmo que o número de unidades de massa atômica na massa da molécula.

Medindo as massas de móles de diferentes objetos, podemos conhecer as massas moleculares relativas. Isto nos dá um modo simples de medir massas moleculares na escala de unidades de massa atômica. Na Seção 8-3 e seguintes, aprendemos que cada mól de partículas suficientemente pequenas ocupa o mesmo volume quando transformado em gás, à pressão atmosférica normal e à temperatura de fusão do gêlo. Como lá vimos, $1{,}34 \times 10^{23}$ partículas ocupam, sob estas condições, 5 litros. Conseqüentemente um mól ocupa

$$5 \text{ litros} \times \frac{6 \times 10^{23}}{1{,}34 \times 10^{23}} = 22{,}4 \text{ litros}.$$

Medindo a massa em gramas de um gás que ocupa 22,4 litros a esta temperatura e pressão, determinamos, portanto, o número de unidades de massa atômica das partículas dêste gás.

Embora um mól de qualquer gás constituído por partículas suficientemente pequenas ocupe o mesmo volume, quando os gases estão concentrados em um sólido ou líquido os volumes que êles ocupam são diferentes. Seus volumes dependem, então, do tamanho das próprias partículas. Para as moléculas que contêm poucos átomos, o volume de um mól é da mesma ordem de grandeza de seu polegar. Mas se as próprias partículas são grandes, cada uma contendo muitos átomos, um mól pode ocupar um volume muito maior. Um mól de alfinêtes, por exemplo, cobriria a superfície da Terra, formando uma camada de aproximadamente 20 metros de profundidade.

Para dar a idéia de um mól e do número de Avogadro, nós o definimos grosseiramente como sendo o número de átomos de hidrogênio existentes em uma grama. Mais precisamente, um mól é o número de partículas idênticas cuja massa, em gramas, é igual à massa, em unidades de massa atômica, de uma das partículas. O número de Avogadro é, portanto, o número de unidades de massa atômica por grama. Como estabelecemos a escala de unidades de massa atômica de modo que a massa de um átomo de hidrogênio vale aproximadamente 1,01 unidades de massa atômica, o número de Avogadro é cêrca de 1 por cento maior, de acôrdo com esta definição. De qualquer modo, êle é 6×10^{23}, a menos de 1 por cento. O valor atual mais preciso do número de Avogadro é $6{,}025 \times 10^{23}$. Êste é o número de objetos contidos em um mól *.

Êste caminho para chegar ao mól é cansativo — e mesmo assim omitimos uma grande parte de história na nossa descrição. Se tivéssemos que reorganizar a física atualmente sob uma base racional, seguiríamos, sem dúvida, um caminho diferente. Começaríamos escolhendo um número inteiro adequado, como 10^{24} por exemplo, para definir um mól de objetos idênticos. Introduziríamos, então, uma unidade de massa, $^1/_{16}$ da massa de 1 mól de oxigênio. Desta forma, a natureza forneceria uma unidade de massa para substituir a grama, e o fator de escala entre os átomos e os objetos comuns seria uma potência de dez. Infelizmente, tal mudança implicaria, agora, em cotejar os conjuntos de massas aferidas do mundo inteiro. Muitas de nossas unidades, como as de fôrça e energia, dependem das presentes unidades de massa. Uma mudança é impraticável, e continuaremos a usar o quilograma de Sèvres e os moles de 6×10^{23} objetos.

8 — 8. Massas atômicas e números inteiros; isótopos

A escala de unidades de massa atômica foi estabelecida originalmente, escolhendo como unidade, a massa de um átomo de hidrogênio. Por que foi a escala modificada para fazer a massa de um átomo de oxigênio igual a 16 unidades?

A base para a decisão, atendeu em parte à conveniência; muitos compostos contendo oxigênio tinham sido estudados diretamente. Além disso, um outro argumento favoreceu a escolha da massa atômica do oxigênio como exatamente igual a 16,000 unidades de massa atômica; com esta escolha, muitos dos elementos mais pesados que o oxigênio têm valores para a massa atômica

* Na própria seção, veremos que os físicos definem atualmente a unidade física de massa atômica de modo a fixar a massa do isótopo mais abundante do oxigênio em exatamente 16 unidades de massa atômica. Um isótopo é um átomo de massa especial bem como de espécie química particular. O número de Avogadro é, então, definido precisamente como o número dêsses isótopos existentes em 16 gramas. Êste número é $6{,}025 \times 10^{23}$.

que são números inteiros a menos de uma parte em mil. Assim, o bismuto é 209,00; o manganês, 54,94; o crômio, 52,01; o iôdo, 126,91, e assim por diante. Tal resultado é muito sugestivo; êle poderia ser a indicação de que alguma unidade ainda mais fundamental se combina para formar os próprios elementos. De fato, o físico e químico inglês William Prout audaciosamente sugeriu que todos os elementos, na realidade, eram formados, de algum modo, pela união de átomos de hidrogênio. Êle o fêz anônimamente em 1816. Muito avançado para seu tempo, teve êle pequeno apoio para sua idéia. À medida que eram obtidos dados melhores, tornou-se cada vez mais evidente que alguns elementos tinham massas atômicas não próximas de números inteiros. É difícil encontrar algo mais distante de um número inteiro que a massa atômica do cloro, que é 35,457, e a do cobre que é 63,54. A hipótese de Prout parecia liquidada.

No entanto, as massas atômicas eram próximas de números inteiros muito mais freqüentemente que seria possível justificar por total acaso. Mais uma vez foi reavivada a esperança dos físicos por uma estrutura fundamental simples e ordenada, para tôda a matéria. A resposta ao problema dos valôres fracionários surgiu do estudo da desintegração radioativa e, quase ao mesmo tempo, de outros modos.

Considere a amostra de polônio que descrevemos no capítulo anterior. O polônio é um elemento; seus compostos, espectros, etc. são bem conhecidos. Êle é instável, e se desintegra em chumbo. Do polônio desintegrado, um bom químico, que sabe manipular traços de material, é capaz de extrair chumbo, por qualquer um de uma série de processos químicos. Trata-se de chumbo verdadeiro; seu aspecto, ponto de fusão, sua química, e mesmo seu espectro, são iguais aos de qualquer outra amostra de chumbo. Mas êle não é exatamente igual ao chumbo comum. A densidade do chumbo que resulta da desintegração do polônio é menor que a do chumbo comum, em cêrca de meio por cento; sua massa atômica é apenas 206,04, enquanto que a do chumbo é de 207,21.

Não é difícil inferir a conclusão. Os átomos de chumbo se apresentam em mais de uma variedade distinta. Todo átomo de chumbo tem as mesmas propriedades químicas e aproximadamente o mesmo espectro, completamente diferente das propriedades químicas e dos espectros de outros tipos de átomos. Estas propriedades o identificam como o elemento chumbo. Mas os átomos de chumbo podem ter massas diferentes, tôdas expressas por números inteiros ou pràticamente inteiros. Os elementos, como os encontramos na natureza, não são realmente irresolúveis; êles podem ser resolvidos, geralmente, não por meios químicos, mas por meios que dependem de suas massas atômicas. Um elemento pode ser uma mistura de vários dêstes átomos, todos de natureza química semelhante, diferindo, porém, em massa. A massa atômica medida é, simplesmente, o valor médio. O cloro, por exemplo, é uma mistura de dois tipos diferentes de átomos. Três em cada quatro átomos de cloro têm a massa próxima do inteiro 34,98; o restante tem a massa próxima do inteiro 36,98. A átomos do mesmo elemento que diferem em massa damos a denominação de diferentes *isótopos* do elemento. Um isótopo é um átomo de uma massa específica, bem como de um caráter químico específico. As unidades da matéria, como a encontramos na Terra, são isótopos.

Nos trabalhos iniciais, o valor médio freqüentemente mascarava a natureza inteira das massas atômicas individuais. Mas alguns elementos têm apenas um único isótopo estável — isto é, não radioativo; o iôdo é um exemplo. O iôdo sempre apresentou sua massa atômica inteira, de 127 u.m.a., porque não havia necessidade de resolver uma mistura de isótopos. O próprio oxigênio, o padrão de massa, é uma mistura de três isótopos, com massas próximas a 16, 17, e 18. Felizmente para nossas unidades, os isótopos mais pesados do oxigênio ocorrem raramente; em qualquer amostra de oxigênio natural, mais de 99,7 por cento é oxigênio de massa próxima a 16. Para os trabalhos de precisão, os físicos, atualmente, não tomam como massa atômica padrão exatamente a do oxigênio, mas sim a do isótopo particular do oxigênio que é mais comum, atribuindo a êste padrão uma massa atômica de exatamente 16,0000 unidades de massa atômica. Isto exige um pequeno aumento nos valôres das massas atômicas dos outros isótopos, mas de apenas cêrca de três partes em dez mil. O nôvo padrão é às vêzes denominado escala física de massas atômicas *.

Como Prout imaginou, os isótopos são feitos de unidades de hidrogênio, e, provàvelmente formaram-se dêste modo. Os físicos e químicos

* *N. dos T.*: Em setembro de 1961, foi adotada pela União Internacional de Química Pura e Aplicada, uma nova tabela de massas atômicas, na qual o padrão de massas atômicas é o isótopo de carbono 12, de massa 12,0000. Esta tabela substitui a anterior, baseada no oxigênio de massa atômica 16,0000.

As inconveniências do período de adaptação como a alteração, se bem que muito pequena, dos valôres das massas atômicas e das constantes fundamentais que dependem do número de átomos em um átomo-grama são compensadas pela grande vantagem da eliminação de diferenças entre os valôres da escala química e da escala física.

que se ocupam com as diferenças entre isótopos, representam um isótopo escrevendo o símbolo do elemento químico ao qual êle pertence com um expoente que dá o número de unidades de hidrogênio mais próximo à massa atômica do isótopo em questão. Assim, para os isótopos do cloro escrevemos Cl^{35} e Cl^{37}; ou para os isótopos do oxigênio, O^{16}, O^{17}, e O^{18}. O expoente é denominado *número de massa* do isótopo. Êle indica o que Prout previu — quantos átomos de hidrogênio precisam ser combinados para formar o átomo em questão.

Uma vez descobertos os isótopos, foi possível verificar que existem pequenas diferenças no comportamento químico e nos espectros dos isótopos do mesmo elemento. Estas diferenças tinham passado despercebidas anteriormente. Verificou-se mesmo que duas amostras de um elemento, de fontes diversas podem diferir um pouco em massa atômica, dependendo da mistura exata de isótopos presentes. O carbono obtido a partir do petróleo é um pouco mais leve que o carbono procedente do grafite natural. Isto demonstra que os processos naturais que formam tais substâncias são capazes de discriminar entre os vários isótopos de um único elemento químico. Entretanto os efeitos são sempre pequenos, e parece que tais processos geológicos ou biológicos só podem separar os isótopos muito fracamente. Podemos separar os isótopos artificialmente em grande escala. Tais separações constituem parte importante da indústria da energia atômica.

O elemento hidrogênio tem dois isótopos estáveis, encontrados em tôda amostra de água, numa relação de aproximadamente 1 do mais raro para cada 6.500 do isótopo comum. Suas massas são 2,015 para o mais pesado e raro, e 1,008 para o átomo comum de hidrogênio. Desde que estas massas diferem de uma quantidade relativa tão grande, as propriedades físicas e químicas de compostos de hidrogênio pesado apresentam diferenças acentuadas em relação aos mesmos compostos de hidrogênio ordinário. O hidrogênio pesado é produzido comercialmente pela destilação da água — fazendo-a ferver e condensando o vapor num recipiente separado. A "água pesada" (aparenta ser água comum, mas custa cêrca de Cr$ 6.000,00 o kg) destila menos ràpidamente que a "água leve". O "gêlo pesado" tem o mesmo aspecto, impressão ao tato, e gôsto, do gêlo comum; êle flutua em "água pesada" pura, mas afunda na água normal. O hidrogênio de massa 2 é chamado freqüentemente deutério (da palavra grega *deuteros*, que significa "segundo"), e representado pelo seu próprio símbolo, D.

Nas massas atômicas dos isótopos mais pesados ainda permanecem pequenas discrepâncias com relação aos valôres inteiros; os valôres tendem a se distanciar dos números inteiros, à medida que o número de massa se torna maior. A massa atômica do isótopo mais pesado encontrado na natureza, o urânio U^{238}, é 238,12, sendo a discrepância em relação ao inteiro mais próximo de cêrca de uma parte em duas mil. À medida que descemos na escala, para os elementos mais leves, encontramos um decréscimo bastante regular na discrepância, mas, abaixo de elementos como o ferro, com números de massa próximos de cincoenta, as discrepâncias começam a crescer novamente, e se tornam um tanto irregulares. A maior discrepância conhecida entre os elementos naturais é a do próprio hidrogênio, que tem o valor precisamente conhecido de 1,008145, elevado de cêrca de 1 por cento. Estas discrepâncias, também, têm um significado profundo. Sabemos que elas representam o que Prout não poderia imaginar — que os elementos precisam ser construídos a partir de hidrogênio e um outro "constituinte" chamado energia. Estas discrepâncias são inteiramente explicadas pela relação de Einstein $E = mc^2$.

8 — 9. A estrutura íntima da matéria

Sob a diversidade dos compostos, encontraram os químicos a unidade da centena de elementos. Hoje fomos mais além. Atualmente, as unidades dos elementos podem *elas próprias* ser analisadas, os átomos transmutados, um transformado em outro, embora isto não possa ser feito com os instrumentos tradicionais do químico. Aparelhos como o ciclotron do físico nuclear, permitem que seja feito, segundo regras e métodos variados.

Através de uma longa cadeia de operações, nas quais dispendemos muita energia (e vemos grande parte dela tomar formas que não podemos deter ou captar), poderíamos resolver, finalmente, qualquer amostra de matéria em uma forma especial, o elemento hidrogênio. O hidrogênio, em si, consiste de unidades naturais — um próton e um eléctron, acoplados em uma estrutura interligada. Não sabemos de outras subunidades permanentes nas quais podemos resolver estas unidades, as mais simples delas. Mais ainda, a matéria, como a encontramos, tem sempre precisamente, em sua análise fundamen-

tal, apenas um próton para cada eléctron. Sob êste ponto de vista, a massa nada mais é que a soma do número dêstes pares (eléctron mais próton), nos quais qualquer porção de matéria pode ser finalmente resolvida.

Desde que fixemos a constante de proporcionalidade, contando quantos dêstes pares são encontrados no quilograma padrão, temos a medida mais simples da quantidade de matéria de qualquer amostra. Ela é o número de prótons e eléctrons nos quais ela pode ser finalmente decomposta. A unidade da matéria decorre em certo sentido do fato de poder ser tôda ela resolvida ou construída a partir de tais unidades hidrogênio. Tôdas estas unidades são idênticas. A medição da matéria fica, então, reduzida ao problema de contar as partes componentes idênticas.

Parece provável, também, embora distantes da certeza, que tôda a matéria do universo começou a partir do hidrogênio, ou, talvez, de porções separadas de prótons e eléctrons. Ela evoluiu para sua presente complexidade por combinação, nesta longa história das galáxias, das estrêlas, dos planêtas, e da vida, que absolutamente não desvendamos por completo. Os processos reais de formação de elementos que deram origem ao nosso Sol e à nossa Terra, e que prosseguem hoje em outras estrêlas, parecem começar com as massas de gás hidrogênio, que as observações astronômicas revelam preenchendo o espaço dentro de nossa galáxia e constituindo a maior parte da massa das estrêlas. Êstes processos foram seguidos pela união de unidades hidrogênio, com a formação de átomos.

Nos minúsculos núcleos dos átomos, os prótons estão acompanhados de nêutrons e rodeados pelos distantes e rápidos eléctrons. Os nêutrons são feitos de unidades hidrogênio no processo de condensação, mas são instáveis. Se extraídos dos núcleos e isolados, se desintegram em prótons e eléctrons. Os núcleos têm diâmetro inferior a 10^{-14} m, enquanto que os eléctrons se movem a distâncias que alcançam 10^{-10} m, que é o tamanho de um átomo. Êstes átomos são, êles mesmos, unidades completamente estáveis, e constituem os blocos de construção das peças seguintes e superiores da matéria. Êles são as unidades fundamentais vistas pelo químico. A história de como separamos os átomos dos elementos químicos, subdivindo-os em unidades hidrogênio, é o tema de outro campo da física — a física nuclear.

Prout foi, finalmente, justificado. Os elementos podem ser construídos de unidades hidrogênio; mais ainda, cada átomo de per si foi em algum tempo formado por condensação do hidrogênio no curso da evolução de nossa galáxia. As pequenas discrepâncias que encontramos entre as massas atômicas dos isótopos e os números inteiros representam o equivalente de massa (determinado a partir da relação de Einstein) da energia total, cedida ou absorvida nos inúmeros passos intermediários.

Poderíamos contar o número de unidades hidrogênio existente em qualquer bloco de matéria. Esta contagem constituiria uma base pouco prática, mas lògicamente satisfatória para tôdas as medições químicas de massa. Ela e a massa medida em uma balança concordam, a menos de uma parte em mil. Conte as unidades hidrogênio existentes na amostra, e as que existem no quilograma padrão de platina; sua relação é justamente a massa da amostra, em quilogramas. Mas a balança comum funciona melhor; ela acusa mesmo a perda ou ganho daquelas pequenas quantidades de massa que se irradiam ou são fornecidas durante a formação dos elementos a partir das unidades hidrogênio. A massa medida na balança abrange mais que a obtida pela contagem do número de unidades de massa. A balança atual, ou alguma balança maravilhosamente precisa do futuro, pode medir a massa da luz e do calor, assim como a das unidades hidrogênio. Por esta razão, a balança será conservada como símbolo de definição para fixar o significado da massa.

8 — 10. Moléculas — Estruturas e propriedades

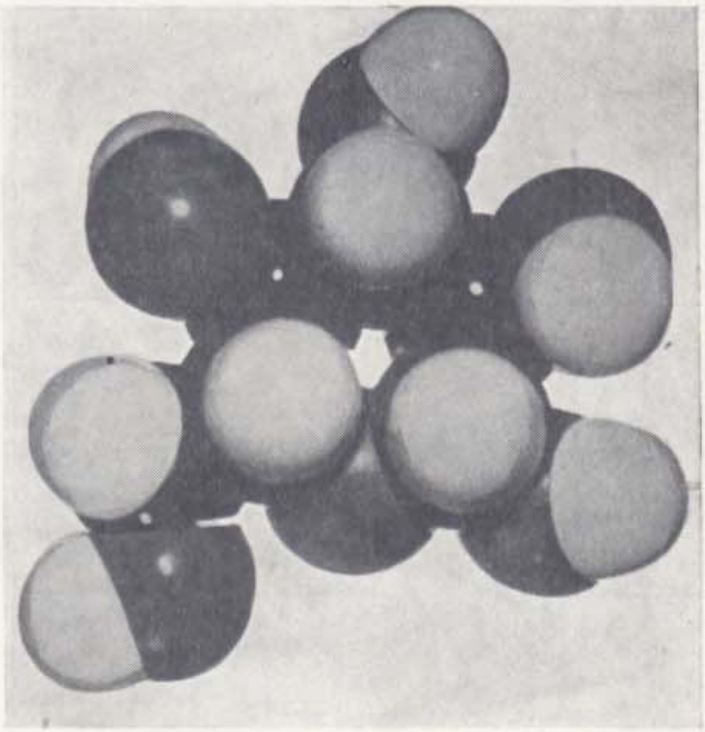
A habilidade e alegria do químico estão em compreender suficientemente bem as moléculas, para separá-las e uni-las de nôvo. As moléculas simples, como H_2O ou CO_2 (o dióxido de carbono no gás que exalamos), estão escritas na cartilha de sua ciência, mas seu alcance é imenso. Usamos o ácido esteárico para formar uma monocamada sebácea. A fórmula do ácido esteárico é mais complexa que as que vemos comumente. Ela pode ser escrita sob a forma $C_{18}H_{36}O_2$. O açúcar comum de mesa tem a fórmula $C_{12}H_{22}O_{11}$. A Fig. 8 — 3 mostra um modêlo de mais um tipo diferente de açúcar.

Em português, as mesmas letras, em diferentes proporções, formam palavras diferentes, como você pode ver no exemplo *ar, ara, arar,* e *arara.* A "ortografia" molecular segue regras semelhantes. Propriedades tão diferentes como as do

açúcar e do sebo surgem das diferenças existentes entre moléculas tôdas constituídas por três tipos de átomos — C, H, e O. As moléculas diferem porque as proporções de C, H, e O, são diferentes.

Além disto, as moléculas podem diferir mesmo quando contêm as mesmas proporções dos elementos. Do mesmo modo como uma ordem diferente nas mesmas letras pode formar palavras diferentes, ramo e amor por exemplo, as moléculas podem diferir se os mesmos átomos são reunidos em configurações tri-dimensionais diferentes. O conjunto molecular tem uma forma geométrica definida. Não sòmente o número de átomos e seu tipo determinam as propriedades de uma substância, porém mesmo estas diferenças nas disposições de átomos na molécula são importantes. Aprender a estrutura das moléculas é um dos principais objetivos do químico.

Um par de exemplos ilustrará as diferenças em estrutura e em propriedades que podem existir quando temos, não sòmente as mesmas proporções, mas ainda exatamente os mesmos números de átomos nas diferentes moléculas. A molécula de butano e a de isobutano são ambas representadas pela fórmula C_4H_{10}, mas os átomos de carbono e hidrogênio são reunidos diferentemente nos dois casos. As duas diferentes estruturas estão ilustradas na Fig. 8 — 4. As propriedades do butano e do isobutano são diferentes. Os pontos de ebulição, por exemplo, são diferentes. O butano ferve a uma temperatura muito próxima à da congelação da água, enquanto que o isobutano ferve a -10° C. Os pontos de fusão são -135° C e -145° C, respectivamente; e o butano é mais solúvel na água, no álcool, e no éter, que o isobutano. Outro exemplo é fornecido pelas moléculas nas quais C, H, e O se combinam segundo a fórmula C_2H_6O, álcool etílico e éter dimetílico. Êles estão representados na Fig. 8 — 4. Algumas pessoas bebem o primeiro, mas o segundo é universalmente considerado como bebida venenosa. (Não é usado nem mesmo como anestésico; êste é um éter diferente). O álcool etílico solidifica a $-117{,}3^{\circ}$ C e ferve a $+78{,}5^{\circ}$ C, enquanto que o éter dimetílico solidifica a $-138{,}5^{\circ}$ C e ferve a $-23{,}65^{\circ}$ C. ($^{\circ}$ C significa graus tomados na escala de temperatura Celsius ou centesimal, que é discutida no Capítulo 9. Lembre que o zero Celsius é a temperatura de fusão do gêlo, e 100° C é a temperatura do vapor de água em ebulição sob pressão normal).

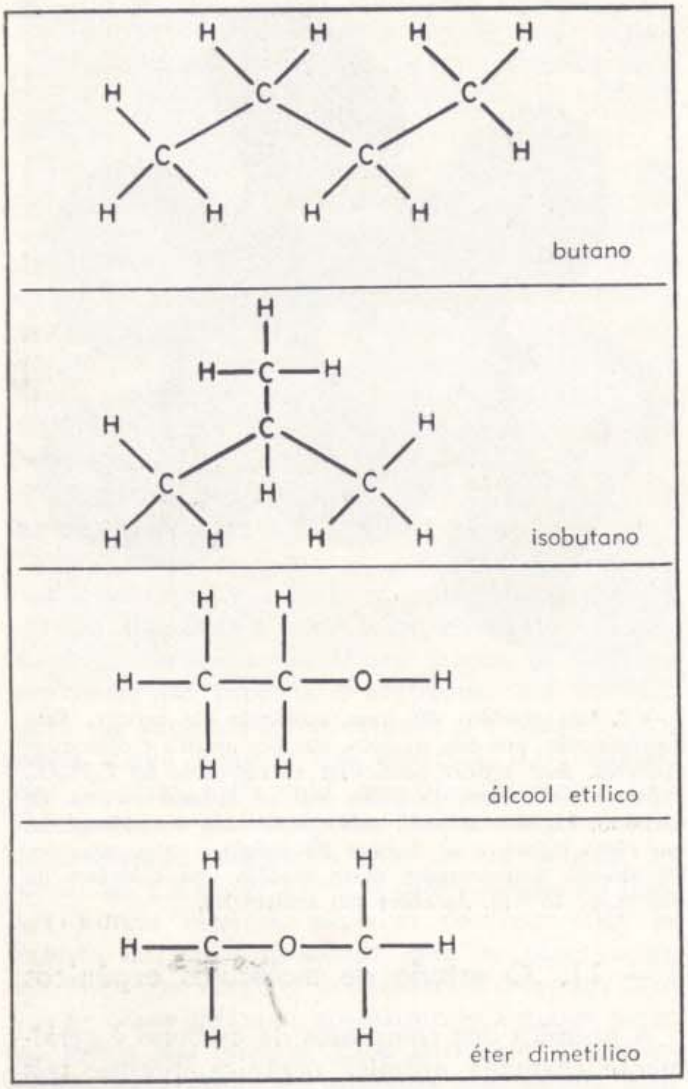


8 — 3. Um modêlo de uma molécula de açúcar. Está representado, por êste modêlo, um dos muitos e diferentes açúcares. Êste açúcar particular corresponde ao $C_6H_{12}O_6$. Próximo ao centro, podemos ver os átomos escuros de carbono. Ligados a êstes, estão os átomos de hidrogênio, em côres claras, e os átomos de oxigênio, algo maiores. Os átomos representados neste modêlo têm diâmetro da ordem de 10^{-10} m. As côres são arbitrárias.

8 — 11. O estudo de moléculas orgânicas

A química dos compostos de carbono é geralmente chamada química orgânica, porque tais compostos eram conhecidos há muito tempo como produtos de organismos vivos. Por mais de um século, enorme variedade de compostos de carbono foram sintetizados no laboratório. A história da química de compostos orgânicos pode se orgulhar de um raciocínio engenhoso que supera o de qualquer novela de detetive.

A decomposição em átomos, assunto que já discutimos, é o resultado final da análise química. Os estágios intermediários são, entretanto, igualmente importantes no deslindamento da estrutura molecular. Os químicos descobriram que poderiam preparar milhares de compostos de carbono, que, em outros tempos, foram considerados como produtos exclusivamente vitais. Encontraram êles muitos exemplos de compostos com as mesmas proporções atômicas, a mesma fórmula molecular, que ainda tinham propriedades completamente diferentes. Êstes diferentes compostos podem todos ser decompostos nos mesmos elementos. No entanto, se o analista procede cuidadosamente, êle não decomporá seu



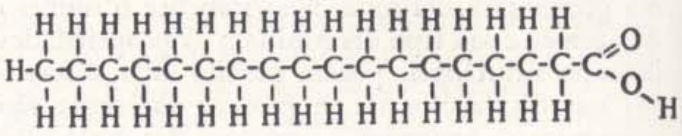
8 — 4. As moléculas de butano e isobutano têm ambas quatro átomos de carbono e dez átomos de hidrogênio, mas possuem estruturas diferentes, que dêles fazem diferentes compostos, com propriedades distintas. O álcool etílico e o éter dimentílico têm também os mesmos átomos nas mesmas proporções, mas são compostos diferentes. Tais pares são chamados "isômeros".

composto todo de uma vez, mas sim passo a passo. O tipo de produto que êle obtém em cada etapa intermediária, dependerá do composto específico do qual partiu. Do mesmo modo, compostos com a mesma fórmula molecular se distinguem pela forma em que podem ser sintetizados. Os diferentes compostos só podem ser sintetizados por uma série de etapas completamente diversas. Conseqüentemente, os químicos inferiram que os átomos aparecem nas moléculas em certos grupos definidos, e podem ser desintegrados em grupos similares. Finalmente, êles decidiram que êstes grupos devem representar arranjos reais no espaço. Desta forma, êles representaram muitas moléculas, algumas mesmo em suas formas tri-dimensionais completas, sem conhecer qualquer modo de determinar o tamanho de um único átomo ou molécula.

Tornou-se possível escrever as fórmulas moleculares em formas que sugeriam, cada vez mais estreitamente, a estrutura molecular no espaço, tal como estas do ácido esteárico:

$C_{18}H_{36}O_2$	$CH_3(CH_2)_{16}COOH$
fórmula molecular	fórmula mostrando os agrupamentos atômicos

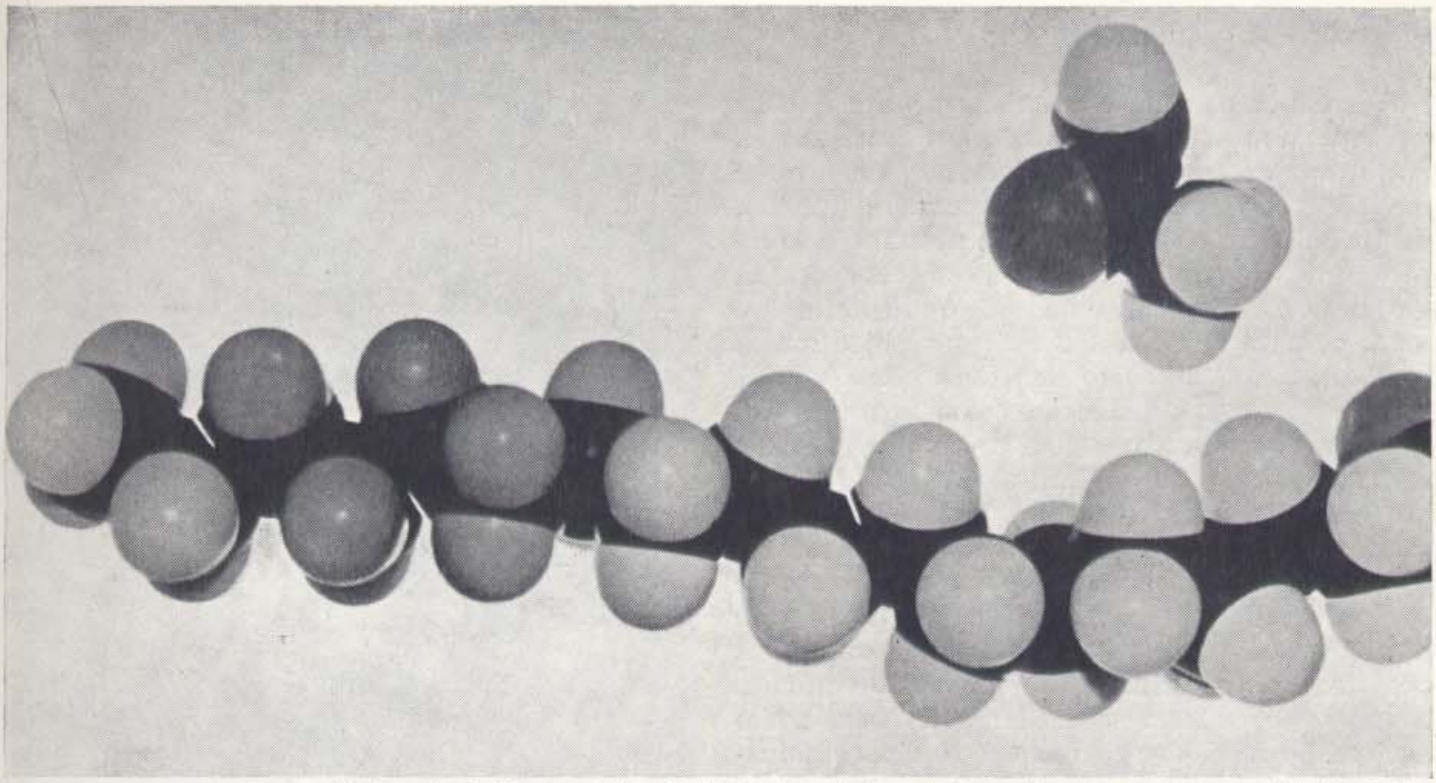
ou pela fórmula "esticada", que se segue



fórmula desenvolvida

Hoje em dia, os químicos fazem pequenos modêlos tri-dimensionais mostrando como os átomos se encaixam uns nos outros, tendo êles descoberto grande ordem no resultado, mas de forma alguma, monotonia. Na Fig. 8 — 5 mostra-se um modêlo convencional da molécula de ácido esteárico. Os átomos são representados por bolas de tamanho definido. A comprovação com os raios X, por exemplo, indica que o espacejamento dos átomos nas moléculas tende a ser característico exatamente de que átomos estão presentes e da natureza de seus vizinhos. Embora existam pequenos desvios no espacejamento real, as bolas de tamanho definido constituem um bom modêlo.

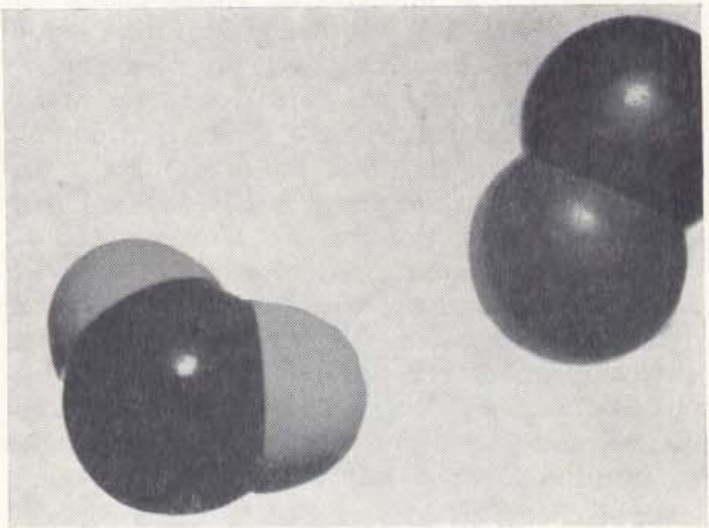
Durante aproximadamente um século, os químicos orgânicos estudaram múltiplas análises e sínteses, sem nenhuma ajuda importante por parte dos físicos. Os físicos não poderiam, então, salientar os vários caminhos hoje conhecidos para o estudo direto da estrutura molecular. Hoje em dia estão fundidos o método puramente químico (tirar inferências a partir de reações químicas entre moléculas) e os métodos físicos (uso de raios X e feixes eletrônicos para demonstrar a geometria real das moléculas). Neste domínio da ciência, é difícil separar os químicos e os físicos. Com suas técnicas combinadas, podem ser feitas estimativas do espacejamento dos átomos com a aproximação de três algarismos significativos. Como resultado, conhecemos o verdadeiro arranjo espacial de algumas moléculas com uma precisão maior do que a com que podemos fazer os modêlos como os da Fig. 8 — 6. Novamente a história constitui uma narrativa extraordinária de pensamento criador, de inspi-



8 — 5. A estrutura das moléculas de ácido esteárico (em baixo) e ácido acético. No extremo esquerdo do ácido esteárico, um átomo de carbono (prêto) está circundado por três átomos H (brancos). Estendendo-se para a direita, a partir dêste grupo CH_3, existe uma cadeia de grupos CH_2 — átomos de carbono rodeados cada um por dois átomos H. À direita, a cadeia termina em um grupo COOH. (No modêlo, os oxigênios são cinza). O ácido acético tem os dois grupos finais ligados diretamente um ao outro.

rada conjetura, e de um difícil e apurado testar de idéias.

Em alguns casos, quando o químico conhece a estrutura das moléculas, pode êle compreender suas propriedades. No ácido esteárico, por exemplo, êle reconhece o grupo COOH em um extremo como portador de uma propriedade de ácido; êle é altamente solúvel na água. A outra parte comprida, uma cadeia de dezessete átomos de carbono, cada um suportando dois hidrogênios, e mais um hidrogênio final que completa a molécula no outro extremo, êle reconhece como um familiar dos principais constituintes da cêra de parafina. O extremo ácido é atraído pelas moléculas de água; o extremo parafinoso é repelido. O químico está, portanto, perfeitamente preparado para ver o ácido esteárico formar uma monocamada sôbre a água. Na monocamada, tôdas as moléculas estão em pé, cada uma com sua cabeça ácida enterrada na superfície da água e seu extremo parafinoso sobressaindo no ar, de aproximadamente um par de dúzias de angstroms. Estudos mais detalhados mostram que a longa cadeia de átomos em cada molécula está realmente ligada às cadeias vizinhas. Como resultado desta união, cada cadeia se situa inclinada em relação à superfície da



8 — 6. Modêlos de moléculas: água (esquerda), e oxigênio.

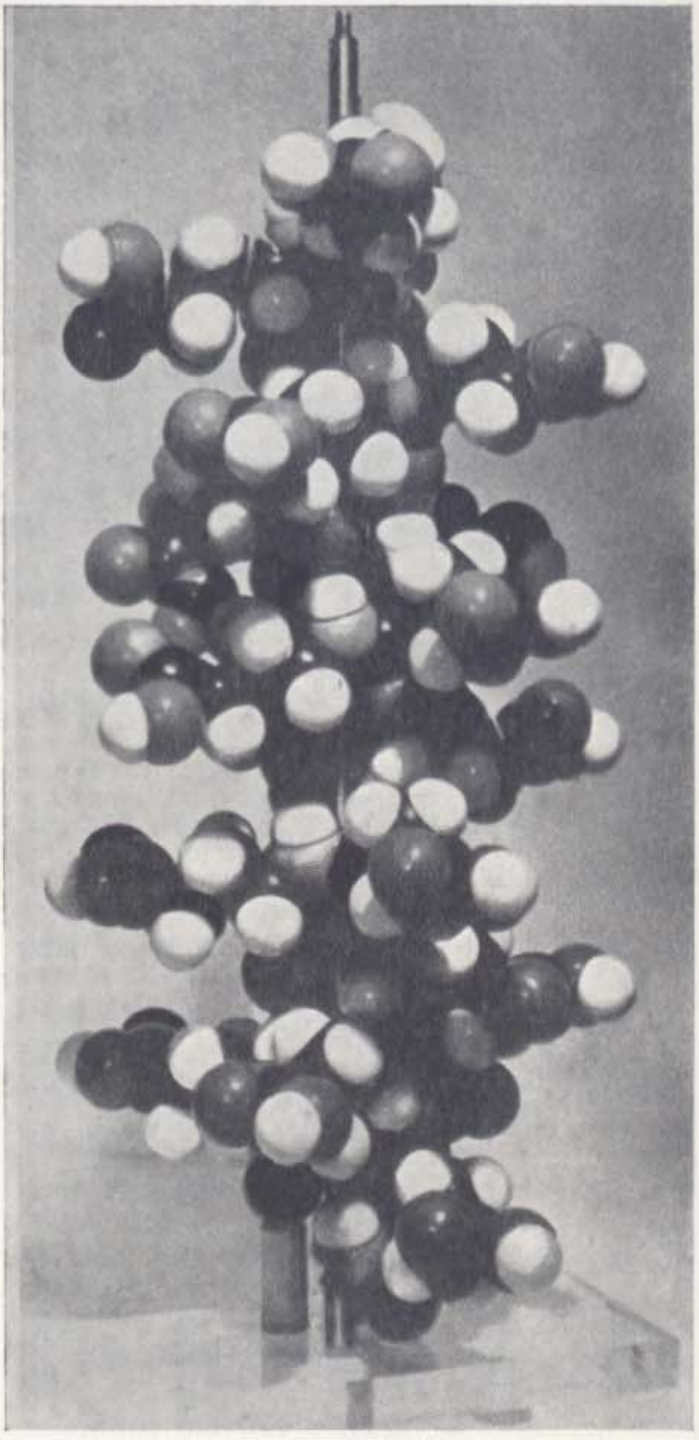
água, como mencionamos anteriormente. Êste tipo de conhecimento constitui o objetivo do químico para cada uma das substâncias que êle pode estudar. Êle ainda tem muito a fazer. O químico ainda não pode nos informar muito claramente porque um ôvo endurece quando cozido, ou uma fibra muscular se contrai, ou porque a penicilina mata as bactérias. Mês após mês, entretanto, um número maior de tais perguntas obtém resposta.

8 — 12. A química da vida

A química da vida é a mais complexa e, para nós que somos sêres vivos, a mais interessante. Na última década aproximadamente, alcançou-se um progresso real no conhecimento e, mesmo, na classificação da estrutura das substâncias complexas de que são feitos os nossos corpos. As gorduras e os açúcares não são muito simples, mas, para o analista da estrutura bioquímica molecular, êles são como exercícios preparatórios comparados com substâncias como a simples insulina proteínica, a poderosa droga que controla o diabetes; ou a albumina, o material da clara do ôvo; ou o sôro sanguíneo. Para tais substâncias, um modêlo de uma molécula não mostra apenas uma repetição de um lote de átomos de carbono, cada um com dois braços laterais de hidrogênio. Como muitas outras moléculas, estas proteínas são constituídas por grupos de átomos, grupos que existem separadamente, bem como em combinação. Os grupos em si são combinações moderadamente complexas de uma dúzia ou mais de átomos, sendo reunidas uma ou duas dúzias de grupos diferentes. Quando os grupos se unem para fazer uma proteína, êles se ordenam em forma de uma longa hélice (Fig. 8 — 7), uma espiral com milhares de voltas talvez. Ao longo da hélice, a ordem dos grupos deve seguir uma certa seqüência complexa, do mesmo modo que as palavras em um livro devem ser arranjadas apropriadamente para terem sentido. Na insulina proteínica, que é muito simples, a primeira das poucas até agora analisadas (por Sanger e seus colaboradores, na Universidade de Cambridge, Inglaterra, nos anos que se seguiram à II Guerra Mundial), a hélice é constituída por duas cadeias paralelas de grupos, cada uma com um comprimento de um par de dúzias de grupos. Basta que um ou dois dêstes grupos esteja mal colocado, para que se perca a poderosa ação da insulina sôbre as células vivas.

Aqui chegamos à fronteira de nosso conhecimento. Realmente, foi sugerida uma estrutura alternativa da insulina, compatível com a evidência atual. Em muitos aspectos ela deve ser a mesma, naturalmente, mas as diferenças são significativas. O estabelecimento de questões sôbre tais estruturas nos aproxima do mecanismo básico da vida.

A fórmula do CO_2 tem o comprimento de poucas letras; a do ácido esteárico, um pouco maior que uma longa palavra; a da insulina, próximo de uma longa frase. As maravilhosas moléculas do núcleo da célula, aquelas que acreditamos transportam os caracteres hereditários que fazem uma célula, um animal, ou uma pessoa, diferirem de outros, têm fórmulas que encheriam um grande livro. Cada um dêstes "livros" moleculares é nada menos que a receita da herança completa de um sêr vivo.



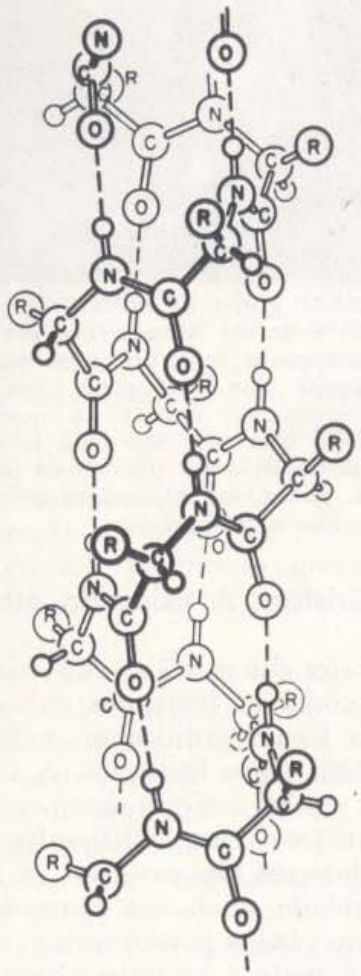
8 — 7(a). O modêlo mostra uma pequena seção de uma longa molécula de proteína. Neste modêlo, de quase meio metro de altura, os hemisférios de côr clara representam átomos de hidrogênio, os quais, na realidade, têm cêrca de um angstrom de diâmetro (10^{-10} m).

Aí está um dos mais excitantes ramos da ciên-

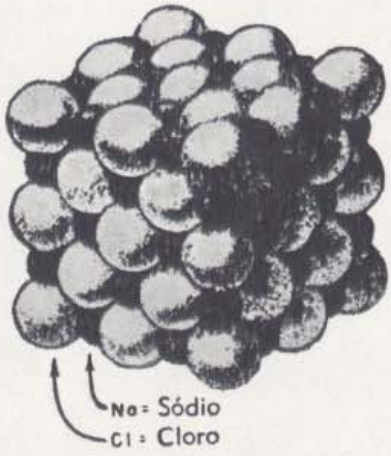
cia atual; a fronteira além da qual se encontram a física, a química, e a biologia; o problema da estrutura e da função das configurações moleculares das coisas vivas. Para os homens e mulheres que se interessam pelo assunto, é êste um momento feliz na história. Antes não estavam ainda forjadas as ferramentas que tornaram possível êste tipo sutil de estudo. Hoje, o enigma permanece sem solução. Mas nesta ou na próxima geração, será provàvelmente encontrada a solução dêste problema.

8 — 13. Moléculas e sólidos

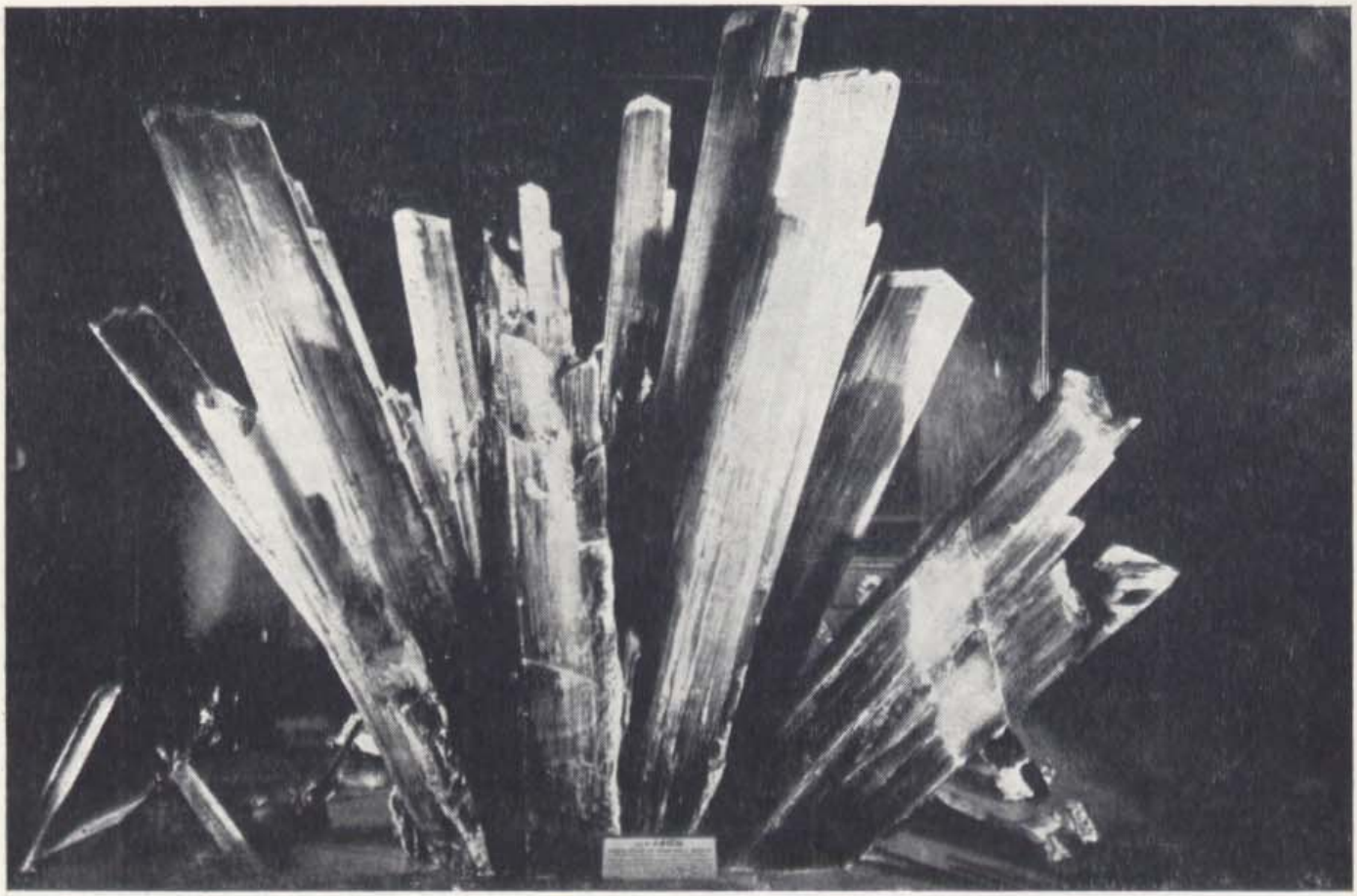
Estivemos discutindo as moléculas, conjuntos de átomos nos quais números definidos de átomos de tipos específicos são mantidos unidos em uma estrutura determinada. Quando êstes conjuntos estão distantes uns dos outros, como num gás, não temos dificuldade em reconhecer as moléculas isoladas. Às vêzes, porém, em alguns sólidos por exemplo, os conjuntos se apresentam tão ìntimamente unidos que é difícil ou impossível decidir a qual dêles pertence um determinado átomo. Em uma porção de sal comum (cloreto de sódio), de fórmula NaCl, cada átomo Na é rodeado por átomos Cl, e a cada átomo Cl por átomos Na (Fig. 8 — 8). De que modo, mentalmente, nós o decomporemos em moléculas? Em um diamante, todos os átomos são iguais, e não há grupos de tamanho definido. Grupos de sòmente algumas centenas de átomos de carbono, dispostos na configuração correta, podem reter a maior parte das propriedades do diamante, de forma análoga à se fôssem grupos de 10^{22} átomos (um quinto de grama). Quantos átomos formam uma molécula de diamante? Òbviamente a palavra "molécula" não é tão valiosa quanto a palavra "átomo" na descrição de todos os arranjos atômicos. Sendo a química o estudo de todos os possíveis arranjos atômicos e de como êles acontecem, freqüentemente devemos considerar arranjos de átomos, aos quais a palavra "moléculas" deve ser aplicada com precaução. Voltamos agora a uma discussão geral das estruturas sólidas da matéria, quando consideraremos questões como a da distinção entre a fuligem, o grafite e o diamante, todos formados de carbono, e nenhum dêles descrito adequadamente em têrmos de moléculas com números definidos de átomos.



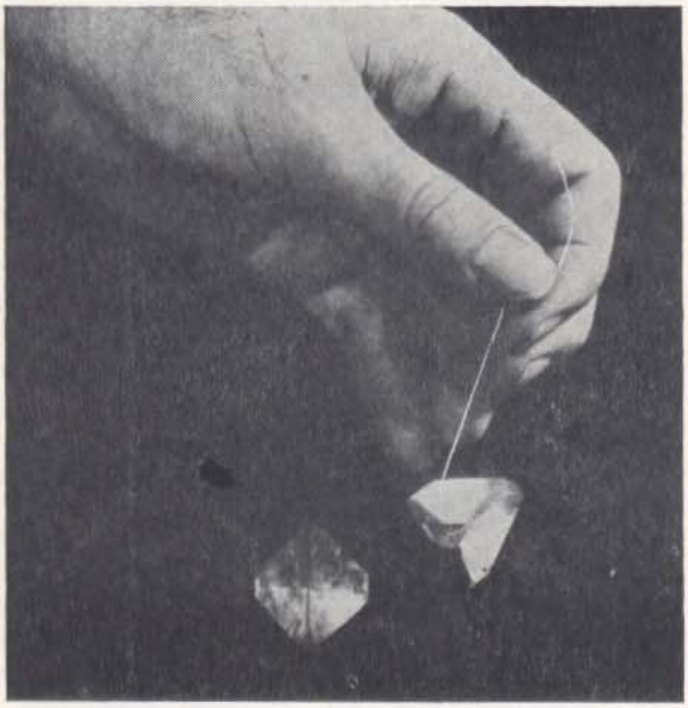
8 — 7(b). O diagrama mostra os tamanhos relativos, posições, e ligações dos átomos que compõem uma complicada molécula de proteína. Os símbolos C, N, e O, representam átomos de carbono, nitrogênio, e oxigênio, enquanto que os pequenos círculos não qualificados representam átomos de hidrogênio que ligam a estrutura em forma helicoidal. O símbolo R representa outras estruturas unidas. Em que direção gira esta hélice? (Cortesia: Linus Pauling e R. B. Corey).



8 — 8. No cloreto de sódio, cada átomo de sódio (menor) está rodeado por átomos de cloro (maiores), e cada átomo de cloro é circundado por átomos de sódio. É possível determinar que par especial de átomos forma uma molécula de cloreto de sódio? (Parte da Fig. 4 — 10 de "Discovering Physics", de H. P. Knauss, Addison-Wesley, 1951).



8 — 9. Um grande grupo de cristais de gipsita provenientes de uma mina de chumbo no México. O grupo tem mais de um metro de altura, mas, mesmo a menor amostra de gipsita que você pode desenvolver numa lâmina de microscópio, mostrará a mesma estrutura cristalina, quando observada sob uma lente. Fornecidas as condições adequadas e um período de tempo suficientemente longo, podem ser produzidas pelo homem, no laboratório, estruturas comparáveis.

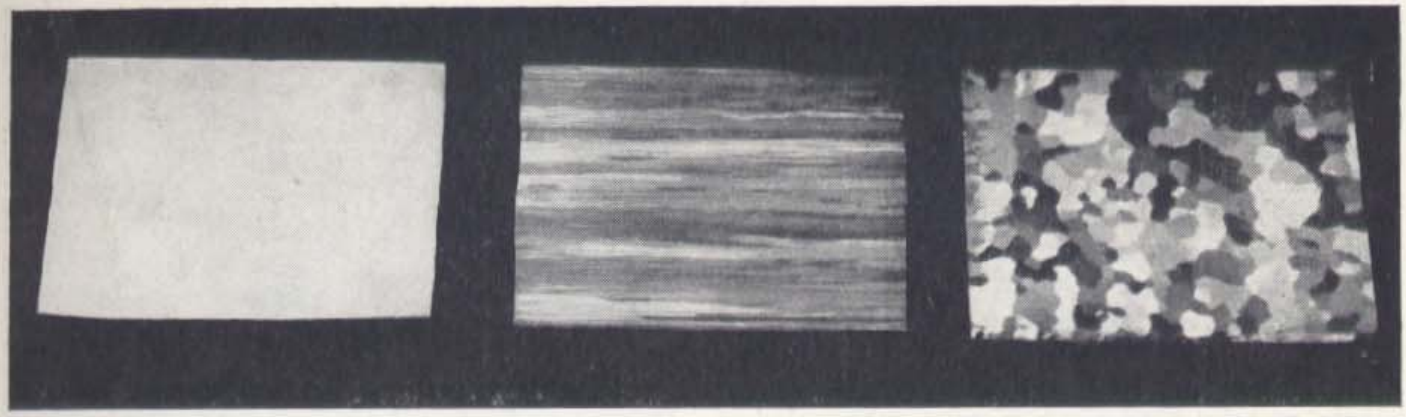


8 — 10. Cristais de brometo de sódio. Cristais semelhantes e bem formados podem se desenvolver, em poucos dias, num lugar frio de sua casa, na geladeira por exemplo. Êstes são tetraedros regulares, que cresceram sôbre gérme de cristais, ligado a um fio de certo comprimento.

8 — 14. Cristais: A física do estado sólido

As superfícies duras e lisas do cristal natural de quartzo, como os pequenos cubos de sal de cozinha, não foram polidos ou modelados por ferramentas em mãos humanas. A fria simetria dos cristais, porém, sempre fascinou o homem; foram encontrados cristais brilhantes nos lugares em que os homens das cavernas os guardaram. Sua uniformidade em face à aparente desordem do mundo inorgânico parece conter algum significado. Como pode a matéria tomar formas de tal ordem e beleza?

Se os cristais fôssem tão raros como os belos espécimes das vitrinas dos museus, ou as lapidadas pedras preciosas do joalheiro, poderíamos adiar a resposta a esta questão. O estudo dos cristais seria uma pequena parcela do estudo da matéria, a ser encetado após conhecermos tudo



8 — 11. Os cristais existem ocultos em muitas substâncias comuns. Uma placa de alumínio (esquerda) foi tratada com uma solução corrosiva para revelar as linhas de cristalização (centro). Esta estrutura é o resultado da laminação a frio da matéria-prima de alumínio, que estende os pequenos domínios cristalinos ao longo do material. À direita, está uma amostra similar que foi aquecida até quase seu ponto de fusão durante um intervalo de tempo considerável, antes da corrosão. Pode ser vista uma configuração intricada de domínios cristalinos, estendendo-se completamente através dos 3 mm de espessura da placa. Os segmentos maiores da configuração têm comprimento superior a 1 centímetro. O processo de corrosão remove filamentos cristalinos inteiros, deixando faces cristalinas paralelas para refletir a luz. Em alguns metais, os cristais são suficientemente grandes para serem vistos a ôlho nu, em outros, os cristais precisam ser examinados sob uma lente.

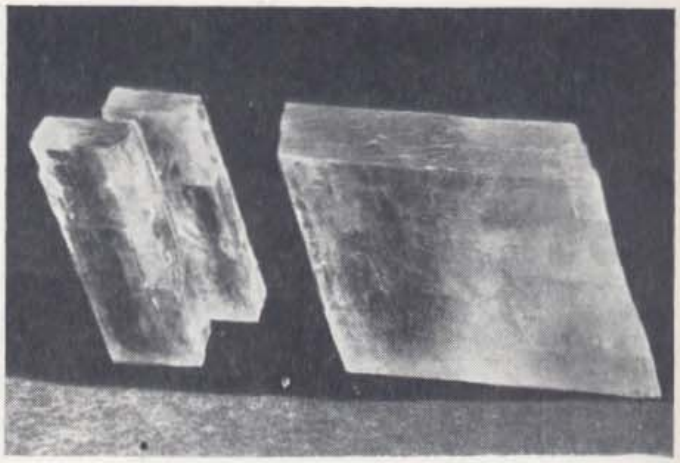
o mais do extenso campo. A aparente raridade é, entretanto, uma ilusão. A natureza produziu suas belezas através do longo período do tempo geológico, a partir de materiais como o quartzo, que precisa das condições das camadas quentes e comprimidas abaixo da Terra. Entretanto, qualquer pessoa, em sua casa, pode cultivar um belo e grande cristal, em um frasco, a partir de uma solução de substâncias químicas comuns como o açúcar, o alúmen, ou o bromato de sódio (Fig. 8 — 10). A paciência precisa ser medida sòmente em dias, não em eras. Uma ampla variedade de substâncias formarão cristais, uma vez estabelecidas as condições apropriadas. Portanto, os cristais, mesmo os grandes, não são simplesmente o resultado de ação geológica desconhecida.

Os cristais pequenos são comuns. O microscópio mostrará a cristalinidade do sal, açúcar, ou bicarbonato de sódio. Mais que isto, qualquer porção de metal, como quase tôda substância mineral, até a argila e a areia do solo, são simplesmente uma compacta massa de minúsculos cristais, cujas regularidades podem ser descobertas pelo tipo correto de exame. Numa lâmina de alumínio, a estrutura cristalina pode ser posta em evidência por tratamento com ácido. Êste corrói em proporções diversas as várias faces dos cristais de alumínio. A textura resultante é visível com luz refletida, e os cristais podem ser vistos torcidos em longos blocos fibrosos, devido à laminação da fôlha, fôlha esta obtida de um espêsso lingote no laminador. Se aquecemos uma lâmina de alumínio e deixamos que ela continue muito quente por algum tempo, ela recristalizará de nôvo de forma desordenada, mas desta vez, os cristais que cresceram lentamente são maiores e mais visíveis. A Fig. 8 — 11 mostra as belas configurações que êles formam. Ao microscópio, podem ser evidenciadas configurações cristalinas semelhantes, pela corrosão de qualquer amostra de metal (Fig. 8 — 12). Os metais, portanto, são realmente cristais, como os espécimes minerais.

8 — 12. Fotografia (aumento de 6,5 X) de uma peça de zinco. O grupo de cristais em forma de leque destaca-se claramente porque, devido à rugosidade natural do espécime, êle está num plano ligeiramente acima ao do resto do material. A forma cristalina básica não é evidente nas regiões mais escuras, porque elas estão em planos diferentes. Esta é apenas uma possível ilustração do fato de que os metais se apresentam como cristais.

Os cristais simétricos naturais de quartzo são grandes. Êles cresceram vagarosamente, e livres de influências perturbadoras. Os cristais desordenados de rochas ou de metais não são diferentes, mas foram forçados a ajustar seus contornos à pressão dos cristais vizinhos sôbre todos os lados. A cristalinidade é revelada nas uniformidades locais. Cada pequena face mantém uma espécie de identidade própria.

O estado cristalino é tão difundido que não se pode protelar um esfôrço para compreendê-lo. É mais fácil trabalhar com cristais suficientemente grandes para serem vistos e manipulados, mas os resultados que citaremos são válidos também para os grãos cristalinos.



8 — 13. Cristais romboédricos de espato de Islândia, uma variedade transparente de calcita, mostrando os planos de clivagem. (Cortesia: Ward's Natural Science Establishment).

8 — 15. A geometria dos cristais

As superfícies lisas dos cristais variam muito em tamanho e forma. A simplicidade real dos cristais foi salientada pelos contemporâneos de Newton, como Robert Hooke, seu rival inglês, e o médico dinamarquês Nicolaus Steno. Os ângulos entre as faces correspondentes em todo cristal de uma dada substância são sempre os mesmos. As diversas substâncias apresentam, em geral, diferentes conjuntos de ângulos. Para cada substância, os ângulos são sempre característicos. É claro que se você parte um pedaço de um cristal, não reconhecerá as faces cristalinas no bloco irregular obtido. Medidas microscópicas, entretanto, mostram os ângulos característicos entre as muitas pequenas facetas ao longo da ruptura. Algo interno fixa êstes ângulos.

Pressione o gume de uma lâmina de barbear contra a face de um cristal mole. Existem algumas direções ao longo das quais o cristal se parte fàcilmente, exibindo um plano liso em cada uma das duas novas superfícies. Tais planos de fácil clivagem possuem direções relativas que, novamente, são características da substância. A mica é um bom exemplo. Ela se parte em lâminas finas e lisas. Mesmo o duro diamante é habitualmente dividido ao longo de um dêstes planos de clivagem, por um único golpe, num estágio inicial de sua transformação em uma pedra preciosa.

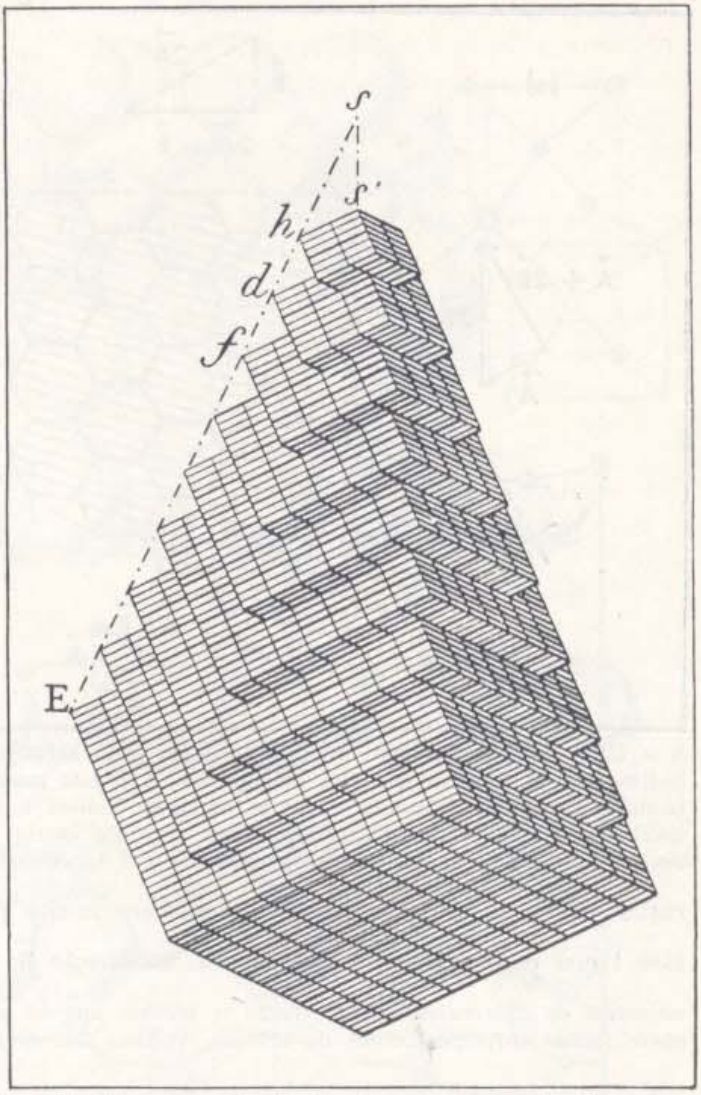
Atualmente temos uma teoria da estrutura cristalina. Dois cristalógrafos franceses, das últimas décadas do século dezoito, apresentaram-na sob formas algo diferentes. Suponha que um cristal seja uma pilha uniforme de pequenos blocos idênticos. Êstes blocos não precisam ter a forma de tijolos, com cantos retangulares. Êles poderão ter uma das formas nas quais o cristal pode ser fàcilmente dividido. Para o cristal mineral comum calcita, chamado espato de Islândia, devido à região onde foi primeiramente encontrado, estas formas de clivagem são rômbicas (Fig. 8 — 13). A partir de tais "tijolos" pode ser construída qualquer forma, sejam suas faces planas ou escalonadas, mas se os tijolos são suficientemente pequenos, os degraus serão demasiadamente reduzidos para serem vistos. Qualquer forma pode ser obtida aproximadamente, empilhando êsses tijolos naturais, porém onde quer que exista uma face plana, deve ela formar um ângulo determinado, dentro de um reduzido número de valôres, com alguma outra superfície plana reconhecível. O modo pelo qual as superfícies planas suficientemente grandes para serem vistas diretamente se formam a partir de tantas sub-unidades minúsculas, está longe de ser óbvio, é claro. As pequenas subunidades devem, de algum modo, preencher os claros e as irregularidades no processo do vagaroso crescimento do cristal. Mas, uma vez encontrada a superfície plana, sua relação com as demais faces depende da natureza das unidades.

Mais ainda, nem todos os ângulos são possíveis em tal estrutura. Para perceber porque, veja a Fig. 8 — 14, reproduzida do desenho feito por René Haüy, e publicado em Paris, em 1784. A face do cristal é sempre formada de degraus. Os ângulos são determinados pelo número de blocos que formam o "piso" do degrau, comparado com o número dos que formam a sua "altura". Neste modêlo, portanto, os ângulos cristalinos apresentariam uma lei de proporções múltiplas: por exemplo, uma, duas, ou três unidades de elevação, combinando com um número parti-

cular de unidades de piso, para determinar três ângulos possíveis. Quando medimos os ângulos nos cristais reais, onde naturalmente os degraus não são visíveis, encontramos estas proporções múltiplas nas relações entre a altura e o piso.

Tais relações de números inteiros, ocultas na geometria mais complicada dos ângulos, são indícios convincentes. A analogia com a química é estreita. Na química, os átomos se combinam em moléculas, com proporções de massa que produzem relações entre números inteiros simples. Nos cristais, as pequenas unidades formam um cristal; os ângulos definidos pelas faces cristalinas permitem relações que contêm a mesma construção repetitiva. Os átomos são medidos pelas suas massas; as faces cristalinas, pelas suas relações no espaço. Considerando os dois fatos em conjunto, é difícil duvidar de que os átomos se empilham juntos no espaço para formar os blocos de construção, a partir dos quais os cristais de matéria sólida são tão elegantemente construídos.

Hoje conhecemos bem o tamanho e as formas dos blocos de construção. Modificamos, pois, um pouco a idéia de Haüy. Os blocos de construção não são pequenos tijolos de superfície lisa como êle imaginou. Suas formas, ao invés, são as formas mais ou menos complicadas dos átomos ou moléculas da substância cristalina. Mas êles se organizam, devido às suas atrações mútuas, em uma pilha uniforme, exatamente como as partículas de vírus da Fig. 7 — 14, e formam um minúsculo cristal com sua simetria e suas faces angulares fàcilmente visíveis. As moléculas individuais do vírus proteínico são pequenas bolas complexas, semelhantes a um novêlo. Cada uma constitui um longo e enrolado cordão molecular formado de cêrca de um milhão de átomos de carbono, hidrogênio, oxigênio, nitrogênio, e enxôfre. Com cristais menos complexos, cujas unidades podem ser simples átomos, como no diamante, ou grupos de átomos, como no sal, ou moléculas de tamanho pequeno, como no açúcar, a história é a mesma. O agrupamento geométrico dos átomos individuais determina a forma dos cristais visíveis (Veja a Fig. 8 — 15).

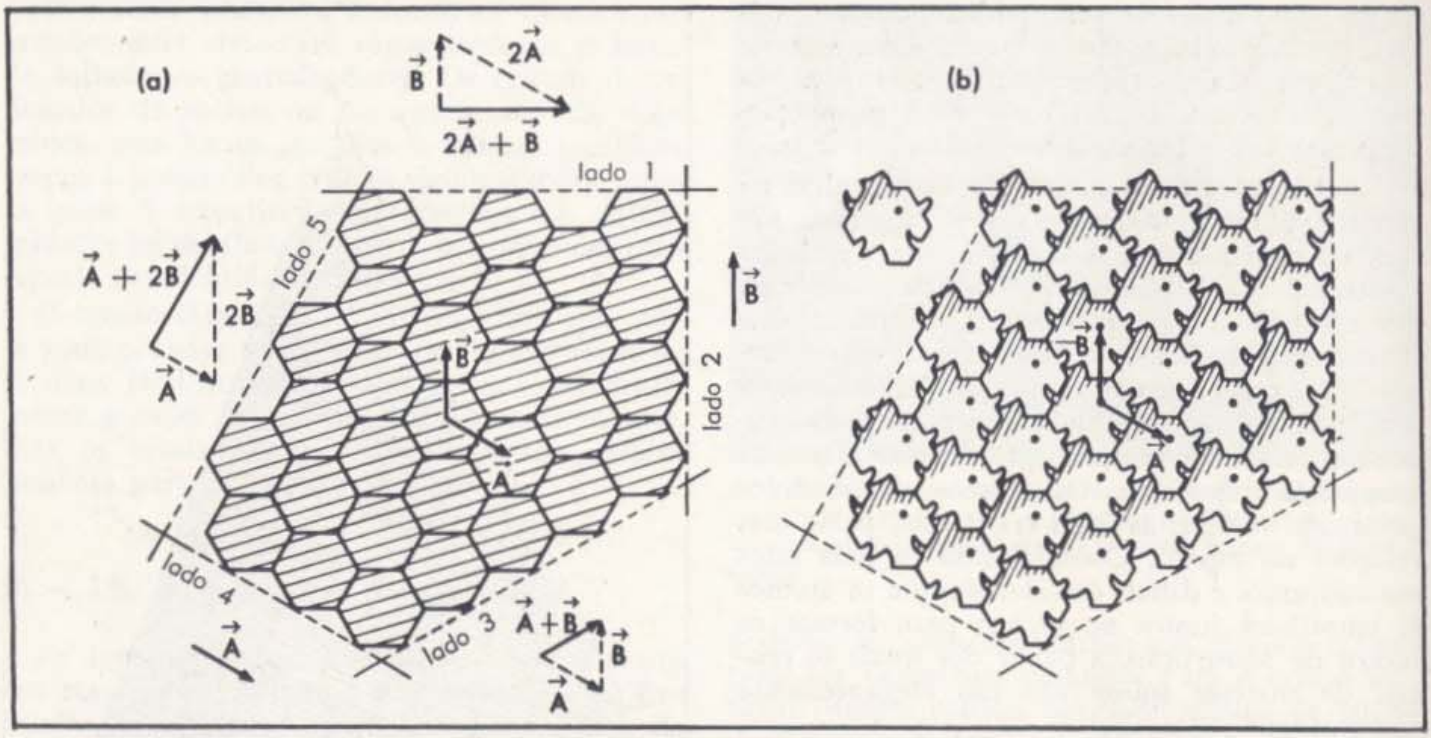


8 — 14. Diagrama de Haüy da estrutura cristalina. Pequenas formas geométricas idênticas podem ser empilhadas para formar um modêlo de qualquer cristal. Isto é possível porque os únicos ângulos que ocorrem nos cristais são os que podem ser formados com blocos inteiros. Neste diagrama, em cada estágio avançamos dois blocos e subimos um. Para outra face cristalina, podemos avançar três blocos e subir um, ou avançar quatro e subir um. Contudo, nunca avançamos π e subimos um, ou usamos qualquer outra combinação fracionária semelhante (De "A Short History of Science and Scientific Thought", F. S. Taylor W. W. Norton).

8 — 16. Ordem e desordem

Um cristal é uma coleção de suas unidades fundamentais atômicas ou moleculares, dispostas em uma configuração no espaço, que se estende em tôdas as direções até seus contornos. Cada ponto do espaço dentro de um cristal tem suas imagens repetidas indefinidamente, que são os pontos correspondentes dentro de todos os outros pequenos tijolos. Em qualquer dêstes pontos, o ambiente circundante parece exatamente o mesmo. Estas unidades espaciais repetidas são chamadas células unitárias da rêde cristalina. Em cada célula unitária existe um conjunto completo dos átomos certos no arranjo adequado.

O cristal tem limites, em algum lugar. Próximo dêles, as condições internas são um pouco diferentes, pois faltam as camadas das células vizinhas que os rodeiam. Portanto, as superfícies



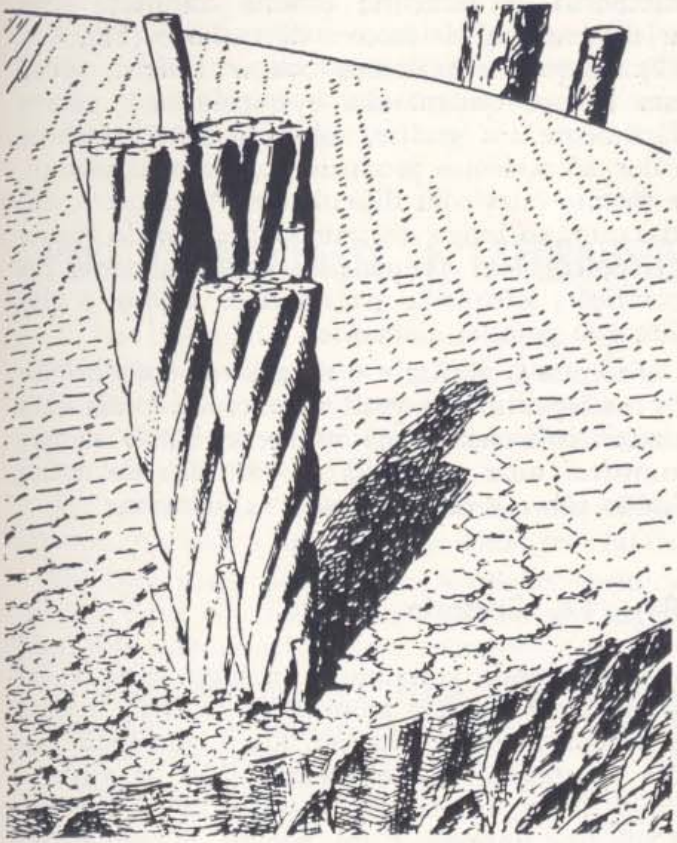
8 — 15. A forma dos cristais é determinada pelo arranjo relativo das unidades cristalinas. Em (a) vemos um "cristal" bidimensional feito de azulejos hexagonais. A figura mostra como pequenas "células" unitárias idênticas se acoplam formando ângulos definidos entre as margens limites 1, 2, 3, 4, e 5, do grande cristal. Dependendo da natureza das unidades, podem elas se acoplar apenas segundo certas distâncias e direções definidas. Os vetores A e B são os deslocamentos entre pontos correspondentes em blocos de construção vizinhos no cristal. Tôdas as direções características dos lados são formadas de um número inteiro pequeno de $\vec{A}$ mais um número inteiro pequeno de $\vec{B}$. O lado 1 está na direção $2\vec{A}+\vec{B}$; o lado 2, na direção $\vec{B}$; 3, na direção $\vec{A}+\vec{B}$; 4, $\vec{A}$; e 5, $\vec{A}+2\vec{B}$. Em (b), células unitárias de diferentes formas darão o mesmo ângulo entre os lados limites se os vetores deslocamento $\vec{A}$ e $\vec{B}$ entre partes correspondentes de células vizinhas são os mesmos.

da matéria sólida diferem de seu interior. Mesmo no interior, o conjunto não é provàvelmente perfeito. Às vêzes um átomo errante será incluído na rêde. Em outros lugares, será encontrado um buraco; falta o átomo necessário. Linhas e planos inteiros faltarão aqui e acolá. Em tais pontos, as fôrças são diferentes, e a rêde se ajusta e acomoda ao que está presente.

Podemos mesmo ver porque a lei da composição química constante não se aplica a tôdas as substâncias. No latão, substância formada fundindo cobre com zinco, os átomos de zinco podem se ajustar no mesmo sistema reticular que os de cobre, pois êles são iguais em tamanho e nas atrações para com seus vizinhos. Embora um átomo de metal menos semelhante, digamos o ferro, não possa ser forçado para dentro sem abaular e torcer a rêde, os átomos de zinco e de cobre podem se ajustar mais ou menos ao acaso no interior do cristal. Uma amostra de latão pode ter mais ou menos átomos de cobre por átomo de zinco, dependendo de como foi preparada. Conseqüentemente, não se aplica a lei da composição química constante. Como observamos no início do capítulo, ligas como o latão têm freqüentemente composição variável.

As moléculas em forma de longa fibra tendem, por vêzes, formar feixes, como o fio, em vez de pilhas tridimensionais (Fig. 8 — 16). Tais moléculas formam os músculos e os tendões, e as inúmeras estruturas fibrosas dos organismos vivos. De certo modo, estas são cristalinas, pois exibem um arranjo ordenado dentro de seus feixes fibrosos. Com esta extensão da idéia de cristalinidade, dos grandes cristais simples à desordem dos pequenos cristais no material policristalino e ao arranjo parcial na matéria fibrosa, o estudo dos cristais inclui quase todos os materiais sólidos.

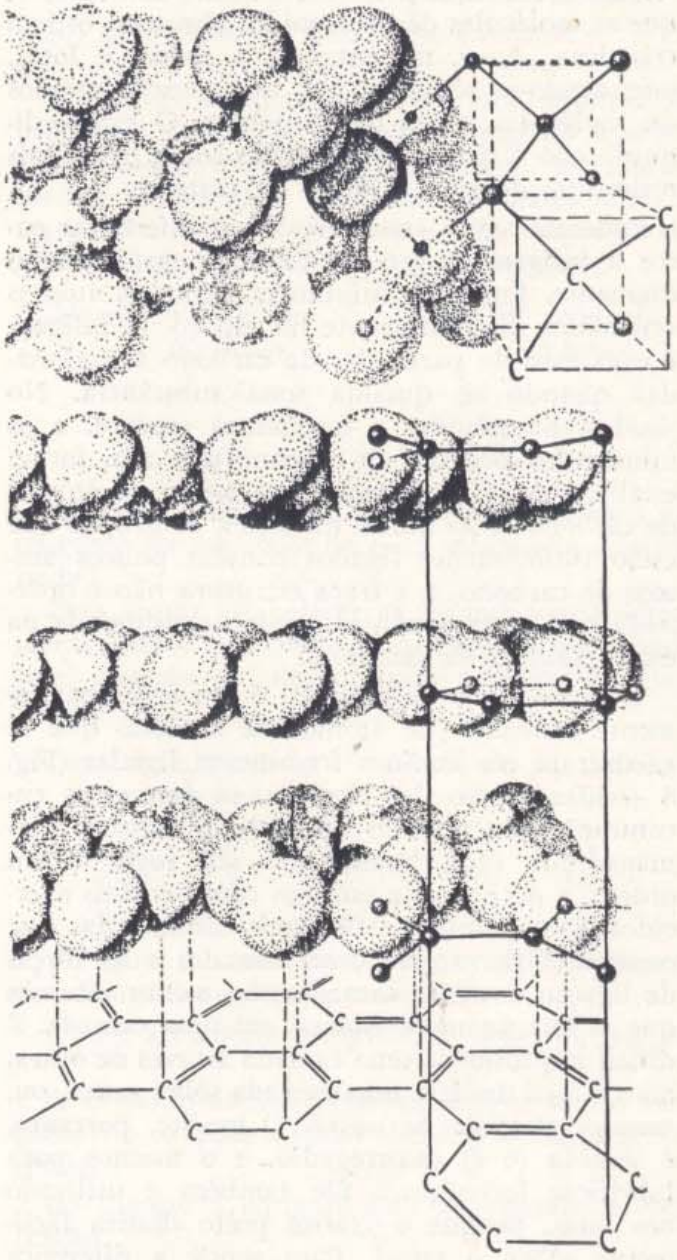
Algumas substâncias, aparentemente sólidas, não apresentam tal disposição regular. As fôrças que tendem produzir o arranjo regular de moléculas são pouco intensas para forçá-lo durante os complicados processos nos quais os átomos se agrupam para formar o sólido. Estas substâncias são chamadas *amorfas*. O negro de fumo é um



8 — 16. Proteína do cabelo. As proteínas fibrosas, tais como o cabelo e músculo, são representadas pela estrutura mostrada acima. As moléculas têm a estrutura da molécula de proteína mostrada na Fig. 8 — 7. Cada molécula é representada aqui como uma única fibra. A proteína consiste de uma hélice central, com seis outras torcidas ao seu redor, em sentido destrógiro. Os espaços entre os "cabos" estão preenchidos por outras hélices. O diâmetro de um único "cabo" é de aproximadamente 20 ou $30 \times \times 10^{-10}$ metro. Compare esta figura com a Fig. 8 — 7. (De "General Chemistry", 2.ª Ed., Linus Pauling. W. H. Freeman & Co.).

exemplo. Outra categoria comum é representada pelo vidro. Diversamente do gêlo ou qualquer cristal, o vidro não se funde a uma temperatura bem definida. Ao invés, êle primeiro amolece, e então flui. Alguns plásticos, muitas partes da matéria viva, e algumas outras substâncias como o piche, figuram nesta categoria. Os átomos de vidro formam uma configuração muito parecida com a de um cristal torcido. Os plásticos e substâncias similares são feitos de compridas moléculas que se entrelaçam, como um prato de spaghetti. Êstes materiais são, por vêzes, considerados como não sólidos. Mesmo o vidro duro fluirá, como o piche, embora só muito vagarosamente, durante décadas. Mas um golpe rápido despedaçará tanto o vidro como o piche.

Os líquidos, como a água, o óleo de motor, ou xarope, fluem ainda mais fàcilmente. Sabe-



8 — 17. Representa-se na parte superior a estrutura do diamante, a substância mais dura conhecida pelo homem. Embaixo, vemos a estrutura do grafite. Ambas substâncias consistem do mesmo elemento, carbono. No diamante, os átomos formam uma estrutura compacta. No grafite, os átomos ocupam camadas espaçadas. Dêste fato, podemos perceber porque o grafite é útil como lubrificante — as camadas podem deslizar fàcilmente umas sôbre as outras. Não esperaríamos êste efeito no caso do diamante. As estruturas não respondem, entretanto, a tôdas as questões. Por exemplo, nada há na configuração estrutural do grafite que indique porque êle é escuro, ou porque o diamante puro e branco é transparente e brilhante. As camadas de átomos de carbono no grafite estão distanciadas de 2 ou 3 angstroms. (De "General Chemistry", 2.º Ed., Linus Pauling. Copyrigh 1949, 1950, 1953. W. H. Freeman & Co.).

se, não obstante, a partir de estudos com raios X que as moléculas dêstes líquidos têm uma ordem cristalina. Aqui, no entanto, a ordem é local, estendendo-se sòmente por uns poucos átomos ou moléculas, antes de se perder. O estado líquido não é tão bem conhecido como os cristais ordenados do estado sólido da matéria.

Podemos agora compreender as diferenças entre a fuligem (negro de fumo), o grafite, e o diamante. Em cada substância, estão os átomos ordenados diferentemente no espaço. A fuligem é o excesso de partículas de carbono abandonadas quando se queima uma substância. No resíduo há grandes e freqüentes espaços, e os minúsculos pedaços de carbono não têm forma estabelecida ou orientação. Em média, os átomos de carbono estão muito distantes; os grupos que estão ìntimamente ligados contêm poucos átomos de carbono, e a fraca estrutura não é ordenada por longa distância, mesmo considerada na escala atômica de tamanho.

O grafite, por outro lado, é um arranjo altamente ordenado de átomos de carbono que se encontram em lâminas fracamente ligadas (Fig. 8 — 17). Dentro das lâminas, os átomos se encontram num arranjo apertado e regular, permanecendo cada lâmina em seu lugar e em ordem, a despeito de esforços consideráveis exercidos. Estas lâminas estão mais distanciadas que os átomos dentro de uma camada; e as fôrças de ligação entre as camadas são menos intensas que as que unem os átomos, em uma camada. É difícil impulsionar uma camada através de outra, mais é fácil deslizar uma camada sôbre outra, ou, mesmo, afastada de outra. O grafite, portanto, é sentido (e é) escorregadio, e o usamos para lubrificar fechaduras. Êle também é utilizado nos lápis, porque o grafite prêto desliza fàcilmente sôbre o papel. Para sentir a diferença entre o negro de fumo e o grafite, não use o grafite de um lápis de "chumbo"; êle está misturado com demasiada argila. Em lojas de ferragens você pode obter um grafite razoàvelmente puro. Devido à sua importância industrial, é também fàcilmente encontrado o negro de fumo puro.

Uma amostra de diamante é mais cara, mas os pequenos diamantes são mais comuns do que imagina a maioria das pessoas. Êles são usados em muitos processos industriais, para cortar material duro, como abrasivo, ou superfícies de apoio. Formam as pontas de agulhas de certos pick-ups toca-discos. Enquanto o grafite é aproximadamente uma coleção de rêdes bi-dimensionais, ligadas fracamente entre si na terceira dimensão, o diamante é uma compacta rêde tri-dimensional de átomos de carbono (Fig. 8 — 17). Enquanto podemos coletar fuligem sôbre um fósforo queimando, e transformá-la muito fàcilmente em grafite, sob suficiente pressão e calor, só podemos produzir pequenos diamantes, e mesmo êstes com dificuldade. A natureza, entretanto, ao longo do imenso período do tempo geológico, tem propiciado, ocasionalmente, as condições adequadas para formar ambos, o grafite e os grandes diamantes.

Fazemos o grafite e o diamante reproduzindo as condições sob as quais acreditamos foram êstes materiais formados na natureza. Nosso sucesso constitui uma evidência da exatidão de nossas idéias sôbre a origem destas substâncias.

8 — 17. Sumário

Concluamos, voltando à analogia entre a impressão e a imagem atômica da matéria, à qual aludimos mais de uma vez. Ela é bem completa. Na impressão, os "elementos" são as vinte e cinco letras, os espaços, e sinais de pontuação. Cada tipo impresso é um "átomo", e cada átomo pertence a apenas um dos elementos. Todos os átomos de um elemento são muito parecidos, mas não necessàriamente idênticos. Uma letra maiúscula *A* e uma minúscula *a* podem ser consideradas como "isótopos" do primeiro elemento. Alguns métodos de análise — digamos a leitura em voz alta — não encontrariam diferença alguma entre as duas letras, do mesmo modo como os químicos podem lidar duramente para separar os isótopos. Encontram-se moléculas de todos os tamanhos; são as palavras, frases, mesmo livros, todos formados de letras em uma ordem particular e adequada. Os cristais vão um pouco além da analogia, mas não é difícil imaginar como ela pode ser estendida.

De certo modo, o químico e o físico encararam a matéria como se ela fôsse até certo grau um criptograma extraordinário, uma mensagem cifrada impressa. Êles decifraram o código, e tão bem que podemos começar a usá-lo nós mesmos. Com um conhecimento maior e mais profundo das regras da gramática atômica, e de sua lógica, estaremos aptos a produzir combinações desconhecidas de elementos, para formar drogas ou fibras de um tipo inteiramente nôvo. Mesmo agora, empreendemos a tarefa de formar novos elementos, e de modificar substâncias familiares, como os metais, em novas formas de enorme

resistência ou dureza. As propriedades destas substâncias constituem o mais rigoroso teste ao nosso conhecimento: fazemo-las sob encomenda, e elas não resultarão como esperamos, a não ser que tenhamos o código correto.

PARA CASA, CLASSE E LABORATÓRIO

1. No hidróxido de sódio, as massas que se combinam são 23 gramas de sódio para 16 gramas de oxigênio e 1 grama de hidrogênio. Na água, como você sabe, há 8 gramas de oxigênio para 1 grama de hidrogênio.

(a) Se a água fôsse HO, como acreditava Dalton, poderia o hidróxido de sódio ser NaOH?

(b) Que pares possíveis de fórmulas químicas para a água e o hidróxido de sódio são sugeridas pela combinação destas massas?

2. Dalton determinou a relação entre as massas de carbono e de oxigênio no monóxido de carbono como valendo $^3/_4$, de hidrogênio e oxigênio na água como $^1/_8$, e de carbono e hidrogênio no composto metano como $^3/_1$. Sem conhecimento seguro do contrário, êle supôs que as moléculas de água continham sòmente um átomo de hidrogênio para cada átomo de oxigênio, e afirmou corretamente ser $^1/_1$ a relação entre os átomos de carbono e de oxigênio no monóxido de carbono. De acôrdo com estas idéias, qual é a relação entre os números de átomos de carbono e hidrogênio no metano?

3. O cobre e o cloro se combinam em proporções diferentes para formar dois compostos, N.º 1 e N.º 2, cujas massas relativas de cobre para cloro são respectivamente, 0,895 para 1, e 1,79 para 1.

(a) Como ilustra êste exemplo a lei das proporções múltiplas?

(b) Com base nas informações dadas, quais dos seguintes pares de fórmulas podem estar certos?

Composto 1		Composto 2
Cu_1Cl_1	e	Cu_2Cl_1
Cu_1Cl_1	e	Cu_1Cl_2
Cu_1Cl_2	e	Cu_1Cl_1
Cu_1Cl_3	e	Cu_2Cl_3

4. Em uma experiência com polônio, durante um período de dois anos, ocorre um total de 9×10^{17} desintegrações, segundo medidas feitas pela contagem dos flashes.

(a) Qual era a massa original de polônio?

(b) Que massa de hélio será formada?

5. Em certa experiência, você tem amostras de diferentes compostos gasosos de oxigênio e nitrogênio; todos têm o mesmo volume, e estão à mesma temperatura e pressão. Os gases são decompostos, e produzem massas diferentes de oxigênio, conforme indica a tabela seguinte:

	Massa de oxigênio (gramas)		Massa de oxigênio (gramas)
(1)	1,6	(4)	3,2
(2)	1,6	(5)	4,8
(3)	4,8		

(a) Dê o número mais provável de átomos de oxigênio na molécula de cada substância relacionada.

Para tentar estabelecer as fórmulas completas, meça, então, as massas de nitrogênio que resultam, quando são decompostas amostras equivalentes.

	Massa de nitrogênio (gramas)		Massa de nitrogênio (gramas)
(1)	2,8	(4)	1,4
(2)	1,4	(5)	1,4
(3)	2,8		

(b) Qual é o número mais provável de átomos de nitrogênio em cada molécula?

(c) Dê a fórmula completa de cada substância.

6. O óxido nítrico (NO) combina-se com o oxigênio do ar para formar dióxido de nitrogênio (NO_2).

(a) Escreva a equação que corresponde a esta reação.

(b) Se é consumido um volume de NO, que volume de O_2 foi gasto?

(c) Que volume de NO_2 se obtém à mesma pressão e temperatura?

7. Quarenta gramas de hidróxido de sódio (NaOH) reagem completamente com 36,5 gramas de ácido clorídrico (HCl), produzindo água (H_2O) e sal comum (NaCl). Após a evaporação da água, constatamos que ficaram 58,5 gramas de sal.

(a) Usando a lei da conservação da massa, calcule o número de gramas de água que se formaram.

(b) Sempre que decompomos a água, verificamos que nela a relação entre as massas de hidro-

gênio e oxigênio é de 1 para 8. Calcule a massa de oxigênio contida em nossos materiais originais.

(c) Decompomos um pouco de ácido clorídrico e verificamos que as massas de hidrogênio e cloro estão na relação de 2 para 71. Quanto cloro havia no cloreto de hidrogênio que usamos para fazer o sal?

(d) Quantos gramas de sódio existiam no hidróxido de sódio do qual partimos?

(e) Quanto hidrogênio havia no hidróxido de sódio?

8. Um estudante analisa cuidadosamente um ácido orgânico, e acha os seguintes pêsos em que se combinam os elementos constituintes: Carbono 6, Hidrogênio 1, Oxigênio 8.

(a) Conhecendo as massas atômicas dêstes elementos, indique os números relativos de átomos de cada um existentes em uma molécula do composto.

(b) Os ácidos orgânicos contêm, em geral, o grupo carboxila COOH. Admitindo que há um de tais grupos por molécula, qual é a fórmula de uma molécula dêste ácido?

9. As massas atômicas relativas do cobre e do cloro são 63,6 u.m.a. e 35,5 u.m.a. Quais dos pares de fórmulas no problema 3 (b) são corretos, à luz desta informação?

10. (a) Determine a massa aproximada, em unidades de massa atômica, de uma molécula de ácido esteárico ($C_{17}H_{35}COOH$).

(b) Usando o número de Avogadro, determine a massa da molécula, em gramas.

11. Os resultados de uma experiência de monocamada mostram que há $2{,}1 \times 10^{21}$ partículas por grama de ácido esteárico (massa molecular 284 u.m.a.). Calcule, a partir dêste dado, o número de Avogadro.

12. O urânio sofre desintegração radioativa, formando um elemento inteiramente diferente, que pode ser separado de seu elemento antecessor por meios químicos. Êste nôvo elemento, tório, tem propriedades diferentes, e apresentaria uma densidade bem inferior, se dêle pudessem ser obtidas quantidades suficientemente grandes. Sua massa atômica é aproximadamente 4 u.m.a. inferior à do urânio, quantidade que corresponde à contribuição a outro produto de cada desintegração — um átomo de hélio.

Em um curto período de tempo, e em ritmo perfeitamente previsível, êste tório sofre mais duas reações de desintegração. Nenhuma mudança perceptível de massa acompanha estas reações, mas o eventual produto é um material que possui propriedades químicas indistinguíveis das do nosso primeiro material, o urânio. Êste elemento mais nôvo exibe igualmente as propriedades físicas gerais do urânio, mas sabemos que êle perdeu 4 unidades de massa, e não pôde, em nenhuma das duas últimas reações, recuperar qualquer massa.

(a) À luz desta evidência, pode o urânio na natureza consistir de um único isótopo?

(b) Qual é a massa, em u.m.a., do urânio natural, o qual consiste de 0,72 por cento de U^{235}, cuja massa é 235,1156 u.m.a., e 99,28 por cento de U^{238}, cuja massa é 238,1242 u.m.a.?

(c) Podem ser êstes os dois isótopos envolvidos no processo radioativo anteriormente descrito?

13. A massa atômica do cobre é 63,54, e sabe-se que êle consiste de uma mistura de dois isótopos estáveis. Se um dêstes, que constitui cêrca de 30 por cento do cobre, tem uma massa de aproximadamente 65 u.m.a., qual é a massa atômica do outro isótopo, aproximada ao número inteiro mais próximo de u.m.a.?

14. A densidade do chumbo é 11,34 g/cm³, e a massa de um átomo de chumbo é aproximadamente 207 u.m.a. Calcule o volume efetivo de cada átomo neste estado sólido.

15. Quando uma película de óleo na água forma configurações coloridas, sabemos que ela deve ter a espessura de pelo menos 3 a 5×10^{-4} cm. As configurações coloridas constituem uma indicação de espessura variável.

(a) Admitindo uma espessura média em tôda a camada de 10^{-3} cm, que área cobrirá 1 cm³ de óleo nas águas perturbadas?

(b) O comprimento das moléculas de ácido oléico tem ordem de grandeza de 10^{-7} cm. Que área de água poderia ser coberta por 1 cm³ dêste material, se êle se estende em uma monocamada?

16. (a) Qual é a massa em gramas de um mól de água?

(b) Qual é o volume dessa massa de água?

(c) Determine o volume ocupado por uma molécula de água.

(d) O átomo de oxigênio nesta molécula ocupa cêrca de metade do volume. Qual é o diâmetro aproximado de um átomo de oxigênio?

17. O pentano, que tem a fórmula C_5H_{12}, consiste de uma cadeia de átomos de carbono, com átomos de hidrogênio dispostos de modo similar aos do butano na Fig. 8 — 4. Nesta molécula, cada carbono está ligado a quatro átomos, e cada hidrogênio a um átomo.

(a) Mostre que pode haver três compostos com a fórmula molecular C_5H_{12}, nos quais existem estas relações de ligação. (Os átomos de carbono não precisam estar estendidos nesta cadeia linear). Faça diagramas dos três compostos. Julga você poder existir mais de três compostos?

(b) Espera você tenham êstes compostos as mesmas propriedades?

18. Sabe-se que os glóbulos vermelhos da corrente sanguínea humana são discos achatados de aproximadamente 7×10^{-6} m de diâmetro e 10^{-6} m de espessura. Contagens de sangue indicam aproximadamente 5×10^6 dêstes glóbulos por milímetro cúbico de sangue.

(a) Se o corpo do adulto contém 5 litros de sangue, qual é o número total de glóbulos vermelhos nêle existente?

(b) Acredita-se que a massa de uma molécula de hemoglobina é 6, 8×10^4 u.m.a. Quantas destas moléculas haveria em um glóbulo vermelho, se a hemoglobina tem uma densidade de um g/cm³, e se admitimos que um glóbulo vermelho é inteiramente formado de hemoglobina?

19. Uma única célula nervosa humana, pode estender-se 100 cm, da coluna espinhal ao pé, e ter 10^{-4} cm de diâmetro médio. Se admitimos que cada um dos átomos constituintes dessa estrutura ocupa um volume de 3×10^{-23} cm³ qual é o número total de átomos necessários para construí-la?

LEITURA COMPLEMENTAR

Bragg, Sir William, *Concerning the Nature of Things*. Dover, 1954.

Fowler, W. A., "The Origin of the Elements". *Scientific American*, Setembro, 1956.

Fullman, R. L., "The Growth of Crystals". *Scientific American*, Março, 1955 (pág. 74). "Giant Molecules". *Scientific American*, Setembro, 1957 (edição completa).

Holden, Alan, e Singer, P., *Crystals and Crystal Growing*, Doubleday, 1959. Uma publicação da Science Study Series.

Holton, Gerald, *Introduction to Concepts and Theories in Physical Science*, Addison-Wesley, 1952.

Jaffe, B., *Crucibles: the Story of Chemistry*. Premier Books, 1957. Biografias sumárias.

Le Corbeiller, Philippe, "Crystals and the Future of Physics". *Scientific American*, Janeiro, 1953.

Wald, George, "The Origin of Life". *Scientific American*, Agôsto, 1954.

A NATUREZA DE UM GÁS

CAPÍTULO 9

Todo sólido ou líquido pode se transformar em gás, e todos os gases podem se transformar em líquido ou sólido. Em condições ordinárias de temperatura e pressão, o ar que circunda a Terra é um gás. Em outras circunstâncias, no entanto, é líquido, e uma importante indústria vive de liquefazer o ar, resfriando-o. A familiar neve carbônica, chamada gêlo sêco, transforma-se em gás sob nossos olhos. Quando levada à fervura, a água se torna vapor, que é água gasosa ou vapor de água. (As substâncias que se apresentam normalmente no estado líquido, quando gaseificadas, são denominadas vapôres). O vapor de água resultante do ar quente e úmido do verão, se condensa em orvalho, ao contacto com as superfícies mais frias. Mesmo os metais mais resistentes ao calor se transformam em gases, quando suficientemente aquecidos. Quase tôdas as chamas são gases incandescentes, que resplandecem e formam redemoinhos. Tais chamas resultam da queima de tôda substância sólida.

Pelo estudo da forma gasosa da matéria, utilizando meios singelos, começamos a ter uma idéia da linha seguida pela física e química na solução dos problemas da natureza da matéria. Como pode a estrutura corpuscular da matéria, o arranjo de seus átomos, determinar a natureza do mundo material? Acontece que a natureza atômica e molecular de um gás, que não pode ser demonstrada com configurações nítidas e ordenadas como as dos cristais, auxilia muito a compreensão da natureza de tôda a matéria. É o que iremos ver agora. Seu desenvolvimento mais completo exigiria um estudo melhor da física do movimento do que o feito até agora, e que será visto mais detalhadamente no Capítulo 26. A imagem de um gás, tal como estamos para descrever, foi o primeiro fruto da compreensão atômica da matéria, e serve como base na tentativa que a ciência vem fazendo de estender esta imagem, ainda em desenvolvimento, às formas mais complexas da matéria. Seu sucesso é mais um testemunho em favor da profundidade e alcance da representação atômica.

9 — 1. Modêlos físicos

Para compreender o comportamento dos gases, construiremos o modêlo de um gás. Que queremos dizer com a palavra modêlo?

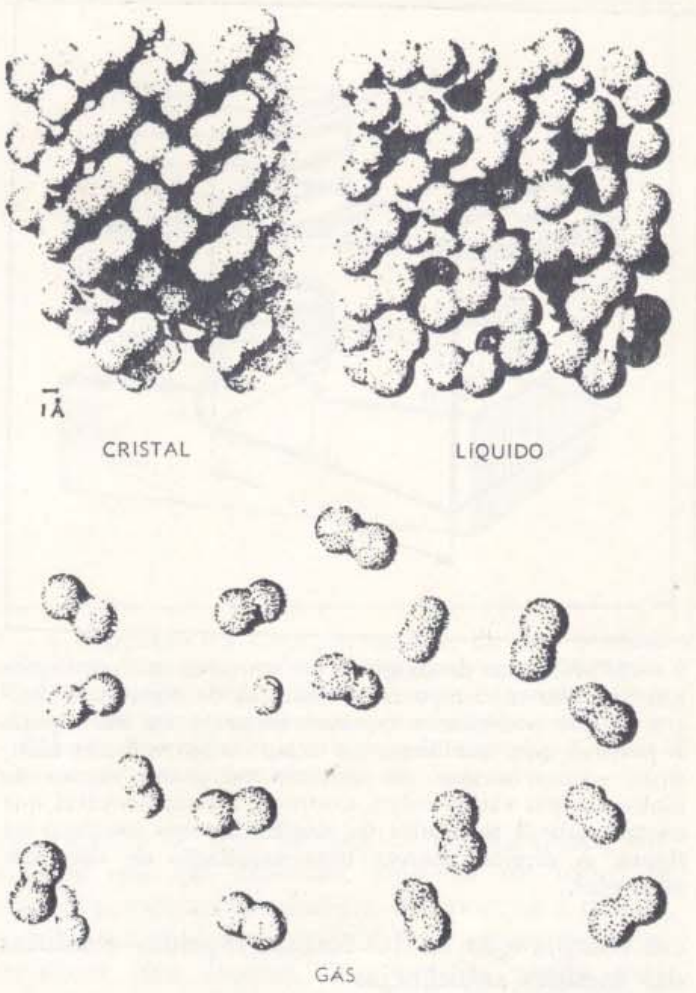
Um modêlo não significa apenas uma réplica reduzida de um objeto, como o modêlo de um navio ou um aeromodêlo. Significa uma idéia, uma imagem, um sistema de conceitos que a intuição criadora e o trabalho árduo levaram a julgar como descritivos das coisas que investigamos. Por exemplo, quando falamos no modêlo de uma nuvem, não imaginamos uma nuvenzinha em escala que pode ser feita de algodão. Queremos dizer muito mais que isto. Nosso modêlo de uma nuvem é a nossa descrição do que acontece nas nuvens — as correntes ascendentes, a turbulência, a condensação, a chuva e a neve — tudo isto em função do que podemos medir no laboratório, e em têrmos das idéias e leis físicas testadas, que mostram as relações entre tais medidas. Ao elaborar tal modêlo, esperamos que êle in-

clua as características essenciais dos problemas físicos ou sistemas que estamos investigando, com a certeza, entretanto, de que êle não pode ter tôdas essas características. Nenhum modêlo é perfeito: assim o prova a história. Tanto o modêlo abstrato, feito de idéias, quanto o modêlo tangível de plástico e arame, não são de todo fiéis. Por isso, os modelos são testados para verificação do quanto se aproximam da coisa real.

O primeiro teste a que se submete um modêlo consiste em examiná-lo de um modo lógico para verificar as propriedades que deve ter o sistema físico por êle representado. Tais propriedades são depois pesquisadas no laboratório. Uma concordância razoável entre as propriedades aguardadas em função do modêlo e as realmente encontradas, é um bom sinal. Provàvelmente o modêlo pode ser melhorado. E, com o aperfeiçoamento, se torna mais e mais preciso, mais e mais completo. Finalmente, os modêlos que resistiram a vários testes, que predizem satisfatòriamente muitas coisas, e sugerem novas e inesperadas experiências, as quais, por sua vez, concordam com o modêlo, confirmam-no ou o estendem — tais modelos são o conteúdo das teorias físicas.

É inútil ampliar um mapa, e julgar que êle pode ser confundido com a região que representa, ou analisar maçanêtas de latão de uma casa de bonecas e esperar encontrar o mesmo número de átomos existentes em uma maçanêta de tamanho real. Os modelos precisam observar a escala apropriada. Não se deve esperar que um modêlo seja exato num domínio com ordem de grandeza muito além daquela para a qual foi construído. Apesar disso, os bem sucedidos modelos físicos são melhores do que se poderia antecipar. Conservamos os que resistiram aos rigorosos testes, os que permitiram um alcance além da escala de grandezas para a qual foi montada a imagem original. Mesmo assim, mais cedo ou mais tarde, submetidos a exames minuciosos, aparecem limitações. Por exemplo, demos um modêlo atômico da matéria: tôda matéria foi descrita em têrmos de unidades fundamentais — os átomos. Mas não descrevemos a natureza interior dos átomos, a qual exige uma teoria diferente, um modêlo diferente, que é uma extensão do modêlo anterior, já discutido.

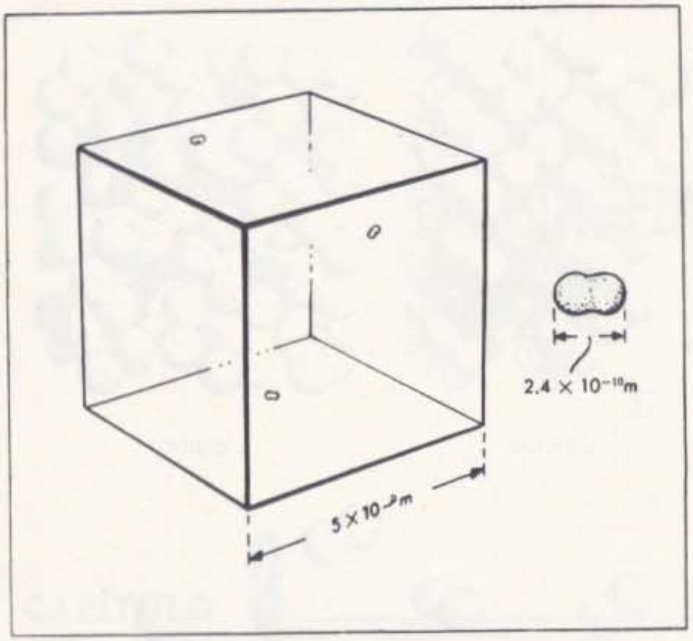
Nossos modelos, as teorias físicas agora disponíveis, descrevem muito de nosso mundo. Amanhã, elas se alargarão, tornar-se-ão mais completas, e descreverão mais e mais o mundo natural, à medida que êle fôr sendo desvendado através da experimentação.



9 — 1. Estados da matéria. Sob condições apropriadas, qualquer substância pode existir como um sólido, líquido, ou gás. O iôdo está representado acima, em cada um dêsses estados. Como um sólido (cristal), as partículas estão rígida e ìntimamente ligadas. Como um líquido, as moléculas mantêm-se um pouco afastadas e têm maior liberdade de movimento. Como um gás, as moléculas se acham grandemente distanciadas e com ampla liberdade de movimento. Observe que as moléculas são do mesmo tamanho (cêrca de 6×10^{-10} m) nos três estados. Numa mudança de estado, varia a distância entre as moléculas, mas seu tamanho permanece inalterado. (De "General Chemistry" 2.ª Ed.. Linus Pauling, Copyright, 1949, 1950, 1953, W. H. Freemann & Co.).

9 — 2. O modêlo molecular de um gás

Quando inventamos qualquer modêlo para explicar o comportamento do mundo que nos cerca, guiamo-nos pelos fatos proeminentes que queremos explicar. No Capítulo 8, esboçamos um modêlo para os gases, e mencionamos algumas de suas propriedades mais notáveis: verificamos que (1) êles são fàcilmente compressíveis em comparação com os sólidos e líquidos; (2) têm grande mobilidade, chegando mesmo a se interpenetrarem fàcilmente; e (3) suas densidades são baixas



9 — 2. Moléculas de oxigênio em um recinto. Ampliou-se um pequeno cubo espacial de milhões de vêzes para mostrar o que poderíamos esperar encontrar em tal espaço. É possível que, escolhendo ao acaso outros volumes idênticos, encontrássemos um número maior ou menor de moléculas nos vários cubos. Contudo, é mais provável que encontremos 3 moléculas de oxigênio, como indicado na figura. À direita, aparece uma ampliação de uma das moléculas.

em comparação às das formas líquidas e sólidas das mesmas substâncias.

Inferimos, portanto, que se pode imaginar um gás como constituído por um grande número de moléculas que guardam grandes distâncias entre si, enquanto que os sólidos e os líquidos consistem dos mesmos átomos e moléculas, ìntimamente unidos (Fig. 9 — 1). Invertamos agora, nosso procedimento. Partiremos do modêlo molecular, e veremos como êle explicaria as propriedades dos gases. Para tanto, adicionaremos mais um característico essencial ao modêlo. As moléculas devem estar em movimento.

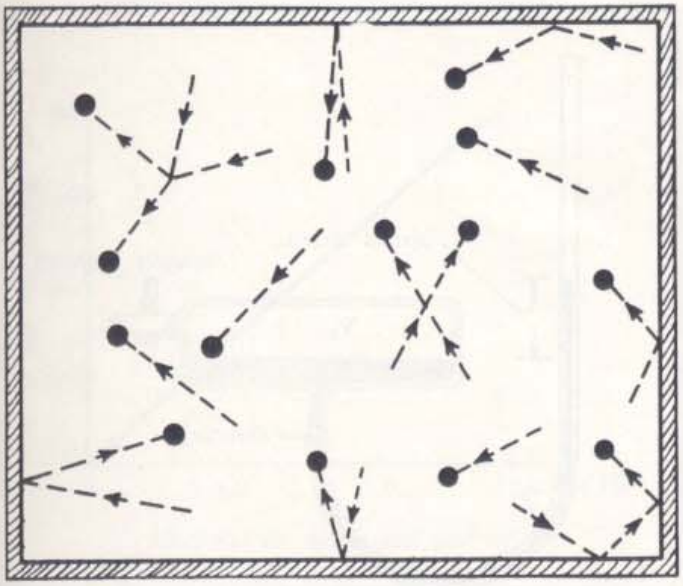
O modêlo molecular de um gás é descrito simplesmente. As moléculas da substância gasosa são as unidades. Se o gás é simples, as moléculas podem consistir de um único átomo. Ao contrário do que acontece nos átomos ou moléculas de um cristal ou líquido, êles não estão em contacto. Ao invés, encontram-se muito afastados, como vimos na Seção 8-3. Entre êles, nada há: apenas o vácuo. Se um sólido ou líquido se transforma em gás, em uma sala, a mesma massa ocupa um volume 10^3 vêzes maior que o volume original, e adquire a densidade observada em uma amostra comum de gás. Sob condições comuns, portanto, a distância média entre as moléculas é aproximadamente dez vêzes maior que o diâmetro molecular. Esta pequena densidade e grande distanciamento são responsáveis pela natureza insubstancial de uma amostra comum de gás (Fig. 9 — 2).

Se você recorda que o diâmetro molecular vale sòmente alguns poucos angstroms, poucas vêzes 10^{-10} metro, perceberá que, embora muito distantes quando consideradas em sua própria escala, estão as moléculas, em nossa escala, ainda muito próximas. Não há, na verdade, nenhuma razão básica para que as moléculas fiquem tão próximas. Um gás pode tomar qualquer densidade; a distância média entre as moléculas se torna cada vez maior à medida que a densidade diminui. Aquilo que consideramos um bom vácuo, como o de uma válvula de rádio ou um tubo de televisão, pode corresponder a um afastamento de apenas 5×10^{-6} metro, distância que corresponde aproximadamente ao tamanho do menor objeto visível em um microscópio óptico comum. Quantas vêzes é tal gás menos denso que o ar comum?

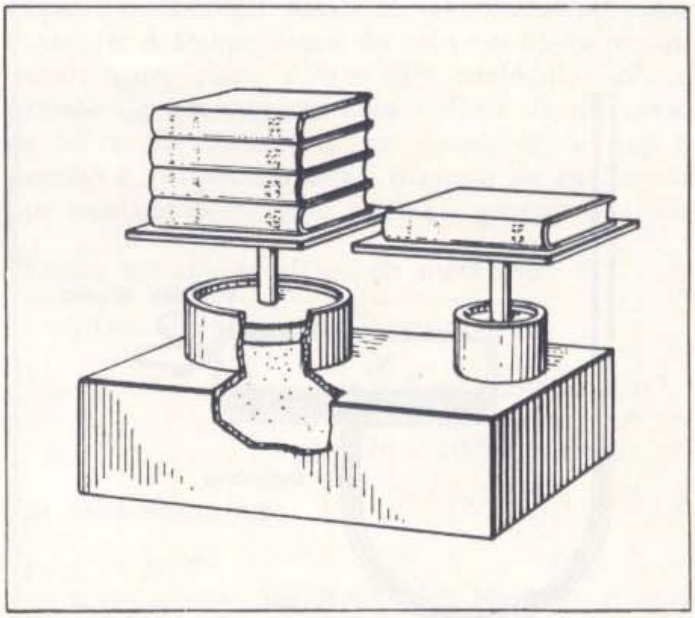
A mobilidade dos gases se harmoniza com o amplo distanciamento das moléculas. Se as moléculas estão separadas de modo que não se podem tocar, passam a não sentir muito a presença das outras. (Assumiremos que elas não exercem ações mútuas a grandes distâncias). O que, então, as mantém separadas? Na verdade, o espaçamento não é mantido. As moléculas não permanecem paradas, mas movimentam-se através do espaço como uma saraivada de pequenas balas. De vez em quando colidem entre si, mudando de direção e, mais cedo ou mais tarde, colidem com as paredes do recipiente. Dessa forma, elas se dispersam, até que rebatem nas paredes do recipiente. Se se aproximam de uma abertura na parede, por ela escapam. Não encontrando nenhuma parede, continuam seu movimento. Assim, pois, escapam por qualquer passagem.

Como podemos, então, explicar a interpenetração dos gases? Se as moléculas dos gases estão tão amplamente afastadas umas das outras, é evidente que os gases podem se interpenetrar. Imagine um recipiente dividido em duas partes por um tabique estanque, que separa dois gases diferentes. Remova a parede divisória, ou abra uma válvula, e as moléculas em movimento se misturam, até o gás ficar uniformemente misturado, cada sub-volume do recipiente contendo a mesma mistura dos dois gases. É isso, exatamente, o que se observa.

Quando se permite a um gás fluir diretamente de um recipiente para um espaço vazio, a velocidade do movimento molecular é aproximada-



9 — 3. O movimento incessante das moléculas de um gás não sòmente origina os choques entre as moléculas, mas, também, colisões entre as moléculas e as paredes do recipiente. O empurrão destas moléculas sôbre as paredes, constitui a pressão do gás.



9 — 4. A pressão é a fôrça por unidade de área. O pistão à esquerda tem quatro vêzes a área do que está à direita. O pistão à esquerda está sujeito à mesma pressão gasosa, mas sustenta quatro vêzes mais massa, porque um número quádruplo de moléculas o atinge cada segundo. A mesma massa é sustentada por unidade de área.

mente a do som; ela deve medir a velocidade típica das moléculas. Ao atravessar longos tubos, entretanto, ou ao se misturar com outro gás, a velocidade aparente é muito menor. Neste caso, muitas moléculas se entrechocam, sendo o movimento semelhante ao de uma multidão que procura passar por um portão estreito. Devido aos choques, com deslocamentos para trás e para diante, velocidade da interpenetração não constitui uma medida satisfatória da velocidade do movimento individual. A velocidade de mistura deveria ser muito mais lenta e, efetivamente, o é.

Moléculas amplamente distanciadas, movendo-se em tôdas as direções no espaço vazio, com velocidades um pouco maiores que a do som, colidindo e ricocheteando à medida que se deslocam — êste é o nosso modêlo para um gás. Êle responde satisfatòriamente pela baixa densidade, mobilidade, e interpenetração dos gases.

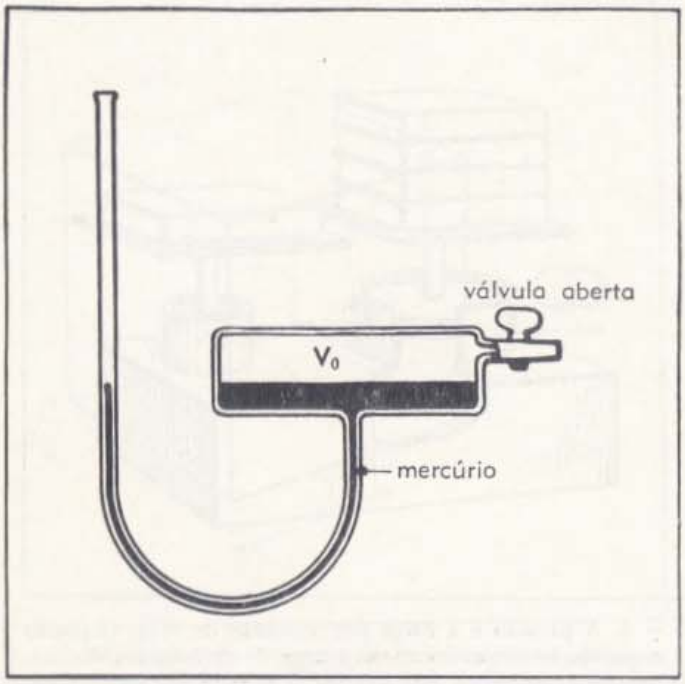
O fato de que tôda matéria pode ser vaporizada, concorda, também, com o modêlo. Cada sólido ou líquido pode ser decomposto em suas moléculas ou átomos constituintes. Quando são vencidas as atrações que os obrigam a se manter em configurações mais ou menos compactas, os átomos ou moléculas liberados formam um gás. O aquecimento libera um pouco as moléculas de suas vizinhas, e permite seu deslocamento em tôdas as direções. Sob calor pronunciado, todos os compostos sólidos ou líquidos se resolvem em gases. Quando aquecidos suficientemente, as moléculas dos compostos se desdobram em átomos individuais de seus elementos constituintes, formando um gás atômico, mistura de todos os átomos presentes na amostra. Eis porque a chama, o arco, e a centelha produzem os espectros característicos dos átomos. Em regiões ainda mais quentes, os próprios átomos se desdobram em seus constituintes.

A liquefação e a congelação são os processos opostos. Se comprimimos um gás, podemos diminuir seu volume até que as moléculas se toquem. Quando removemos calor, os átomos recém-ligados compactamente, se congelam. As atrações entre as moléculas de nôvo os mantêm estreitamente unidos.

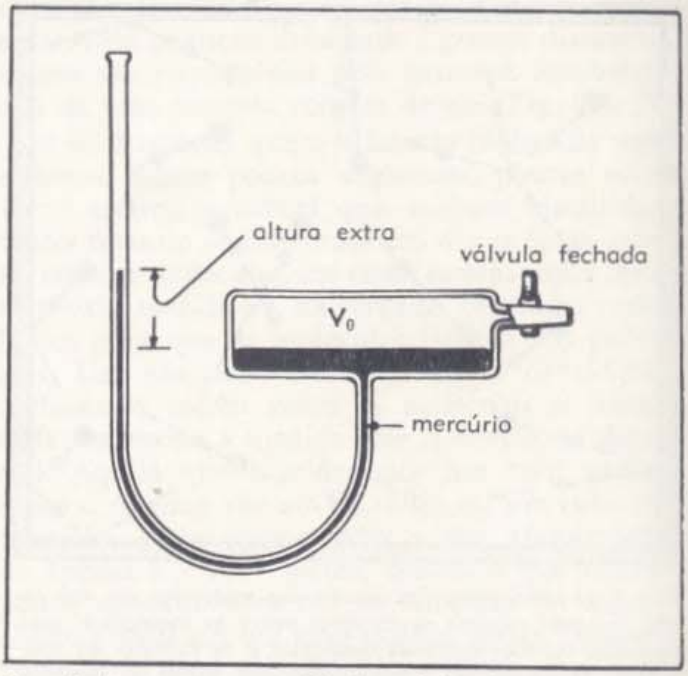
9 — 3. Lei de Boyle

O modêlo que descrevemos é plausível, atraente mesmo. Mas êle deve ser laboriosamente testado antes de ser realmente aceito. A descrição da pressão dos gases servirá para testar o modêlo, e para explicar muitos dos fatos familiares da vida desde a respiração ao comportamento dos pneus.

Para diminuir o volume de uma amostra de gás, é necessário um esfôrço. O gás resiste à compressão. Por outro lado, qualquer amostra de gás aumenta de volume até encontrar uma resistência. Nosso modêlo explica bem esta tendência à



9 — 5. Aparelho para investigar a pressão de um gás. Quando a válvula está aberta, o nível do mercúrio é o mesmo em ambos os lados do tubo. Podemos adicionar um número definido de moléculas no espaço V_o, pelo tubo à direita.



9 — 6. Acrescentamos moléculas adicionais ao espaço V_o, e fechamos a válvula. A coluna de mercúrio se eleva à esquerda, medindo a pressão extra.

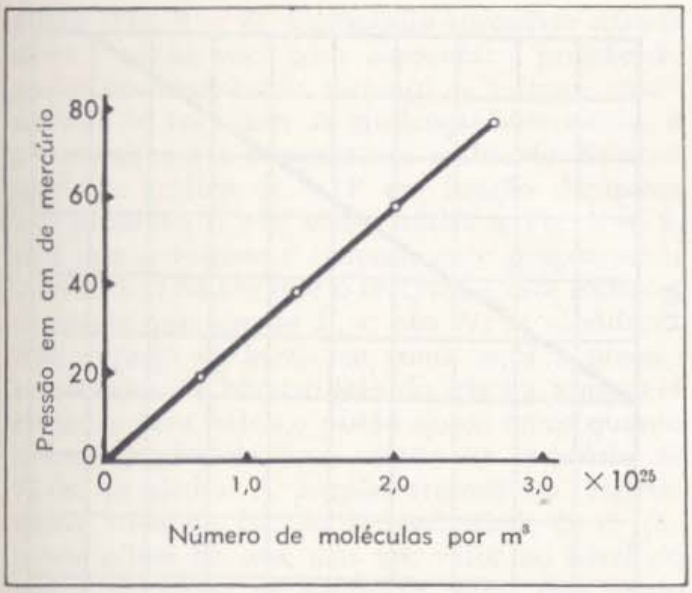
expansão. As moléculas vão de encontro às paredes e são rebatidas, como uma chuva de granizo; elas exercem uma pressão momentânea contra as paredes (Fig. 9 — 3). Esta sucessão de choques momentâneos é a pressão que empurra as paredes e resiste à compressão.

O empurrão exercido contra uma parede é perpendicular a ela. As moléculas se movem para a parede, vindas de tôdas as direções, de modo que qualquer empurrão de uma molécula da direita para a esquerda é contrabalançado pelo empurrão de outra, da esquerda para a direita. Mas tôdas as moléculas exercem pressão para fora, contra a parede; e não há uma fôrça contrária pressionando para dentro, a não ser a reação da parede.

Será que o empurrão contra a parede varia de um ponto para outro? Se o gás é uniforme, o número médio de moléculas colidindo em cada unidade de área será o mesmo em tôdas as partes, e o gás empurrará sem preferência, para fora, em tôdas as direções. É claro que se um número maior de moléculas colidir com uma certa área, esta será empurrada com mais intensidade, mas há tantas moléculas incidindo sôbre qualquer área apreciável, que tais efeitos se uniformizam em muito curto tempo. Apenas o tamanho da área empurrada deveria ser tomado em consideração. Efetivamente, o valor do empurrão é proporcional à área que recebe o bombardeio molecular. A fôrça uniforme perpendicular por unidade de área é o que chamamos de pressão do gás (Fig. 9 — 4). É uma grandeza importante que podemos medir equilibrando-a com a fôrça da gravidade sôbre algumas massas-padrão.

Podemos investigar experimentalmente a pressão exercida por um gás confinado, do seguinte modo. Enche-se com mercúrio a parte inferior de um tubo aberto ao ar pelas duas extremidades (Fig. 9 — 5). A altura do mercúrio é, então, a mesma em ambos os lados do tubo. O lado direito do tubo se abre num espaço gasoso V_o, de volume definido. Uma válvula permite isolar êste volume do ar exterior. Ainda mais, através do tubo com a válvula, podemos forçar quantidades adicionais de gás para o espaço V_o.

Suponha que tomamos um saco plástico de volume definido, V_s por exemplo. Quando cheio de ar e aberto para a atmosfera, o saco contém um número definido de moléculas (realmente, V_s/V_o vêzes o número de moléculas já presentes em V_o). Prendemos, então, o saco plástico ao terminal direito do tubo (Fig. 9 — 5). Pressionamos o gás que está no saco até forçá-lo todo para dentro do volume V_o. Fechando a válvula podemos manter o gás comprimido neste volume, que contém agora mais moléculas do que antes. O bombardeio da superfície do mercúrio no recipiente da direita aumentou porque há mais moléculas no mesmo volume. A pressão extra em-



9 – 7. Pressão adicional em função do número de moléculas por unidade de volume, à temperatura do gêlo fundente.

purra para baixo o mercúrio dêste lado; em conseqüência, o mercúrio se eleva à esquerda (Fig. 9 – 6). A altura extra do mercúrio, à esquerda, mede a pressão extra, isto é, a pressão resultante do bombardeio das moléculas-extra que forçamos para o recipiente.

Se trazemos outro saco plástico cheio de ar, e forçamos de nôvo êste ar para dentro do volume da direita, totalizaremos duas porções extra de moléculas em V_0. De acôrdo com nosso modêlo, esperamos que a pressão extra do mercúrio fôsse, então, duplicada. Verificamos, de fato, que a altura do mercúrio, no lado esquerdo, subiu novamente de uma quantidade igual àquela quando foi introduzida a primeira carga de moléculas. Podemos continuar adicionando números conhecidos de moléculas no volume V_0 da direita, e medindo a ascensão do mercúrio, à esquerda. Verificamos, com essas medidas, que a pressão se eleva na razão direta do número de moléculas em um dado volume (Fig. 9 – 7).

Suponha que fazemos esta experiência à temperatura de fusão do gêlo. A esta temperatura, conhecemos o número de moléculas de qualquer gás que ocupa um volume determinado à pressão atmosférica normal. Aprendemos no Capítulo 8 que um mól $(6{,}025 \times 10^{23}$ moléculas$)_5$ ocupa 22,4 litros a esta temperatura; e há, portanto, $2{,}70 \times 10^{25}$ moléculas/m³. Sabemos, conseqüentemente, quantas moléculas introduzimos em V_0. Por exemplo, se V_*, o volume de um saco, é 1 litro (ou seja 10^{-3} m³), cada carga do saco é de $2{,}70 \times 10^{25}$ moléculas/^{3}m $\times\ 10^{-3}$ m$^3 = 2{,}70 \times 10^{22}$ moléculas. Pela altura da coluna de mercúrio à esquerda sabemos, também, a pressão por elas exercida. À temperatura do gêlo em fusão, verificamos que, para $2{,}70 \times 10^{25}$ moléculas/m³, a pressão do gás suporta uma coluna de mercúrio de 76 cm de altura. E, em geral, desde que a pressão é proporcional ao número de moléculas por unidade de volume, pode ela ser expressa por

$$\frac{\text{Pressão em cm de altura de mercúrio}}{\text{76 cm de altura de mercúrio}} = \frac{\text{N.º de moléculas/m}^3}{2{,}70 \times 10^{25}\ \text{moléculas/m}^3}.$$

Em símbolos, temos

$$\frac{P}{76} = \frac{N/V}{2{,}70 \times 10^{25}} \quad \text{ou} \quad P = 2{,}81 \times 10^{-24}\ \frac{N}{V},$$

onde N/V é o número N de moléculas dividido pelo volume V que elas ocupam, P é expresso em cms de altura de mercúrio suportados, e o volume V, em m³.

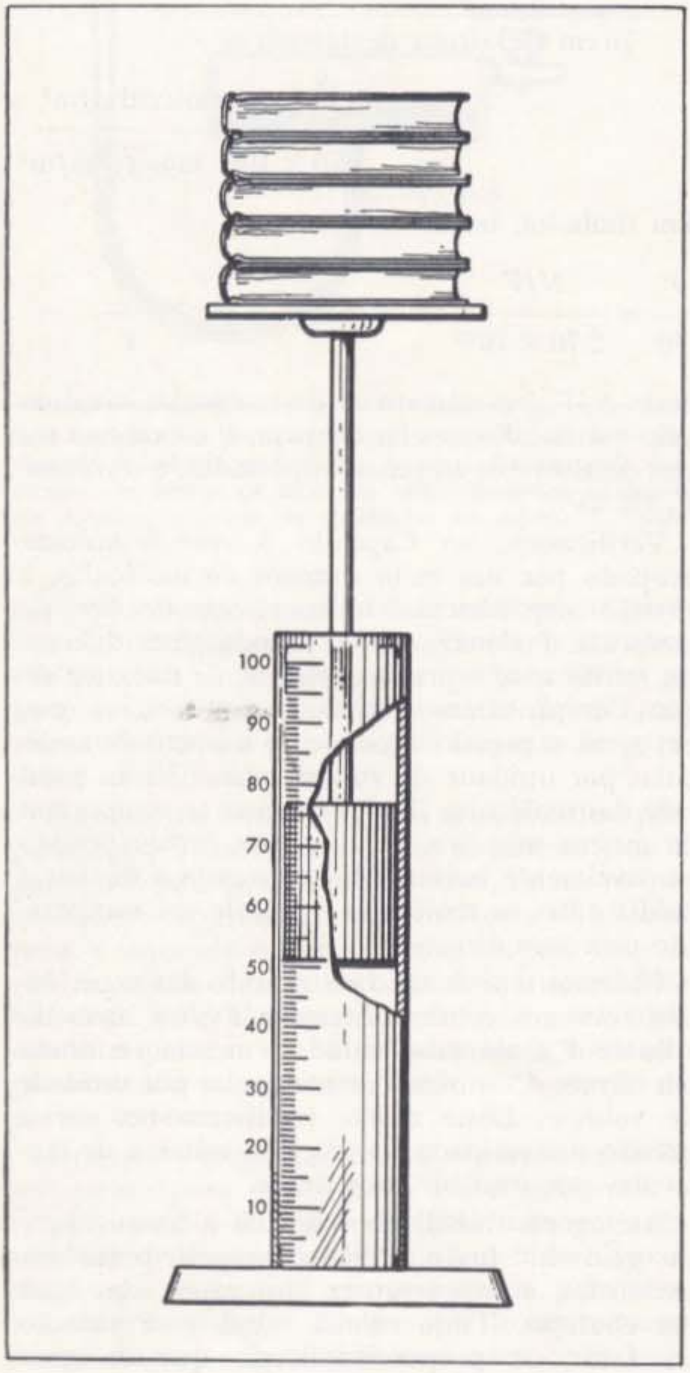
Verificamos, no Capítulo 8, que o volume ocupado por um certo número de moléculas, à pressão atmosférica, é independente do tipo de molécula. Podemos, agora, usando gases diferentes, verificar se a pressão depende da natureza do gás. Comprovamos com essas experiências que, em geral, a pressão depende do número de moléculas por unidade de volume, mas não da natureza das moléculas. Todos os gases se comportam da mesma maneira, quando suas densidades são razoàvelmente baixas, isto é, quando a distância média entre as moléculas é grande em comparação com suas dimensões.

Podemos repetir todo o conjunto das experiências com um volume diferente V_1, ao invés do volume V_0; obtemos, então, o mesmo resultado em têrmos do número de moléculas por unidade de volume. Dêste modo, certificamo-nos ser a pressão determinada por N/V, o número de moléculas por unidade de volume.

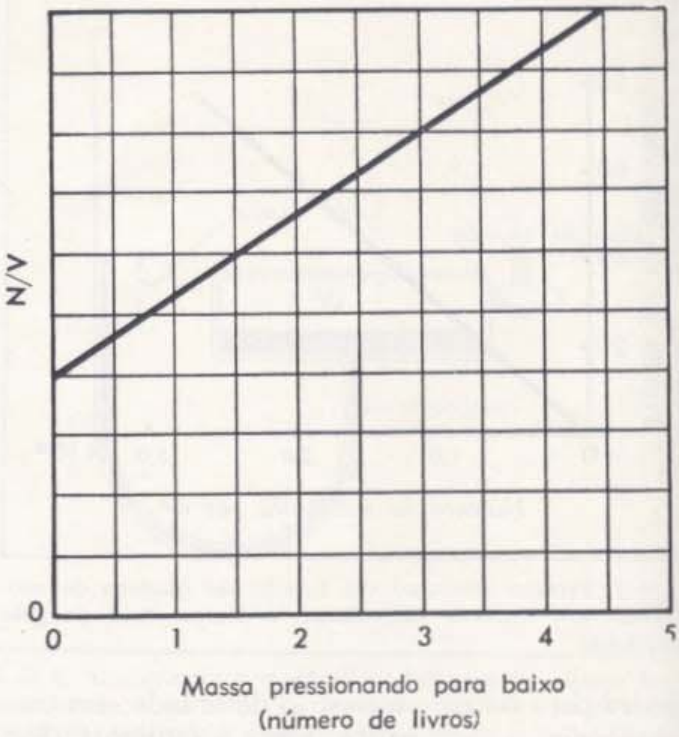
Até agora, trabalhamos apenas à temperatura do gêlo em fusão. Podemos repetir estas experiências à temperatura do vapor de água em ebulição. Tudo resulta igual, com exceção do fator de proporcionalidade que é agora $3{,}84 \times 10^{-24}\ \dfrac{\text{cm de mercúrio}}{(\text{moléculas/m}^3)}$, ao invés de ... $2{,}81 \times 10^{-24}\ \dfrac{\text{cm de mercúrio}}{(\text{moléculas/m}^3)}$, que encontramos

à temperatura do gêlo em fusão. Para outras temperaturas, novamente a pressão é proporcional ao número de moléculas por unidade de volume, mas o fator de proporcionalidade difere, dependendo da temperatura.

Em resumo, então, verificamos a partir destas experiências que, a uma dada temperatura, a



9 — 8. Aparelho para demonstrar a lei de Boyle. À medida que são colocados livros adicionais (massas) sôbre a plataforma, o ar é comprimido no cilindro, e a altura da coluna de ar se torna menor. O número de livros usados serve como uma medida da pressão, e a altura da coluna de ar indica o volume.



9 — 9. Curva da lei de Boyle. Obtivemos os valores acima grafados com o aparelho da Fig. 9 — 8. Usando o aparelho indicado na Fig. 9 — 8, N/V não se torna zero quando não há massa na plataforma, pois a pressão da atmosfera ainda atua.

pressão exercida por um gás é proporcional ao número de moléculas dividido pelo volume que elas ocupam:

$$P = \theta \frac{N}{V},$$

onde θ é o fator de proporcionalidade. Êste é o resultado que se deveria esperar desde que as moléculas não colidam demasiadamente umas com as outras. Havendo espaço suficiente, o número de moléculas que bombardeia as paredes do recipiente depende do número presente na região próxima à parede; em conseqüência, a pressão deve ser proporcional a N/V, como verificamos. Se há o dôbro de moléculas por unidade de volume — o dôbro na região próxima à parede — então, o dôbro colidirá sôbre a mesma área de parede em um tempo dado, e a pressão terá valor duplo. Esta lei do comportamento de gases é conhecida como lei de Boyle, em homenagem a Robert Boyle, brilhante contemporâneo de Newton, o primeiro a demonstrá-la experimentalmente.

Você pode, também, demonstrar a lei de Boyle fazendo experiências com uma amostra particular de gás, contido num cilindro fechado por um

pistão (Fig. 9 — 8). Colocando sucessivas massas sôbre o pistão, você pode aumentar a pressão do gás, e observar como diminui o volume confinado V. Se você fizer as mudanças lentamente, o gás permanece à temperatura ambiente. Se você fizer um gráfico de N/V em função da massa que pressiona o gás, como indica a Fig. 9 — 9, verá que o volume é inversamente proporcional à pressão. (Lembre que o recipiente está fechado, de modo que apenas V, e não N, se modifica). Não esqueça de levar em conta aqui a pressão atmosférica. O bombardeio do gás na atmosfera empurra para baixo o pistão quase tanto quanto o faria o pêso de uma coluna de mercúrio de 76 cm de altura. A pressão atmosférica, efetivamente, varia em função da quantidade de ar que temos acima de nós, mas seu valor ao nível do mar é de 76 cm de mercúrio, valor êste usado para definir a pressão atmosférica padrão.

A lei de Boyle é plenamente compatível com o modêlo molecular de um gás. Traduz o que deveríamos esperar se um conjunto de moléculas, amplamente afastadas umas das outras, se movimentassem dentro de um recipiente, colidindo contra as suas paredes. O modêlo parece bom. Procuremos suas limitações. Suponha que aumentamos muito a pressão sôbre nossa amostra. Pressionamos mais e mais gás para o mesmo volume. A densidade aumenta. Finalmente, as moléculas deixam de se mover livremente. Devem tocar, umas às outras, grande parte do tempo, e estamos fora do alcance de nosso modêlo simples, no qual é assumido que as moléculas estão muito distanciadas. O modêlo deixa, portanto, de ser válido. Quando o gás é comprimido a tal ponto, a pressão contra as paredes já não depende das colisões das moléculas em movimento. Tornou-se a pressão necessária para manter juntas as próprias moléculas em um volume menor. Esta é uma propriedade da estrutura interna das moléculas, e não de seu movimento. Muito antes de estarem as moléculas tão estreitamente unidas, o modêlo falha, e o mesmo ocorre com a lei de Boyle.

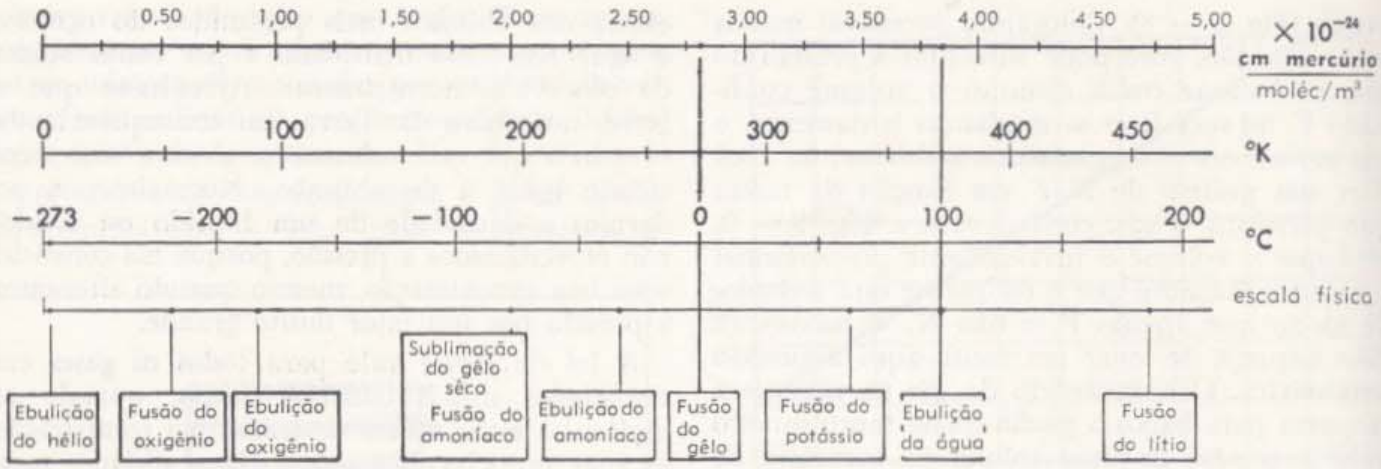
Os gases, a pressões de milhares de atmosferas, desviam-se de modo marcante da linearidade gráfica prevista pela lei de Boyle. À medida que a pressão aumenta, o volume diminui muito mais ràpidamente que antes. Na realidade, a variação não difere muito da pequena variação do volume de um sólido ou líquido com a pressão externa. A densidade da água, ou mesmo a do aço, dependem na verdade de quão fortemente compactas estejam as moléculas. À pressão de um milhar de atmosferas, como a que existe nos abismos mais profundos do oceano, a água tem uma densidade 4 por cento acima da observada normalmente. Acredita-se que o ferro, no centro da Terra, em conseqüência da pressão a que está submetido, alcance uma densidade igual à do chumbo. Normalmente, ao darmos a densidade de um líquido ou sólido, não especificamos a pressão, porque ela constitui uma boa aproximação, mesmo quando alteramos a pressão por um fator muito grande.

A lei de Boyle vale para todos os gases em densidades suficientemente baixas, quando as moléculas estão muito separadas em comparação às suas próprias dimensões. Na realidade, para densidades mais elevadas, ela se aplica melhor aos gases de moléculas simples, como o oxigênio ou hidrogênio, do que aos de moléculas grandes e complicadas, como o vapor do álcool. A investigação das discrepâncias da lei de Boyle é um caminho para um estudo mais minucioso, porém mais complexo, das moléculas. Permaneceremos, por enquanto, na região simples das densidades baixas.

9 — 4. Temperatura e termômetros de gás

Em geral, medimos as mudanças de temperatura pelas mudanças no volume de um líquido, quase sempre mercúrio ou álcool. Cada uma dessas substâncias se dilata de um modo peculiar à medida que a temperatura se eleva — a água chega mesmo a contrair-se, um pouco acima do ponto de fusão do gêlo. Entretanto, os gases que seguem a lei de Boyle (ou seja, todos os gases cujas moléculas estão suficientemente distanciadas) apresentam exatamente o mesmo comportamento. Êstes gases, portanto, medem a temperatura de um modo mais fundamental que a expansão de outras substâncias, podendo ser deduzida uma definição racional de temperatura, a partir do comportamento dêstes gases.

Verificamos, na última seção, que, à temperatura do gêlo fundente, a pressão para os gases, em cm de mercúrio, é $P = 2{,}81 \times 10^{-24}\, N/V$. N é o número de moléculas que ocupam o volume V. À temperatura do vapor de água em ebulição, verificamos que $P = 3{,}84 \times 10^{-24}\, N/V$. Em geral, na expressão $P = \theta\ (N/V)$, o fator de proporcionalidade θ depende tão-sòmente da temperatura. Em outras palavras, a uma dada temperatura θ, o valor de PV/N é o mesmo para todos os gases de baixa densidade, para todos os valores de pressão, e todos os números N de moléculas presentes. O volume V que elas ocupam é sempre



9 — 10. Relação entre a escala básica de temperatura, a escala Kelvin, e a escala centesimal (ou Celsius).

tal que θ é o mesmo, desde que a temperatura seja a mesma. Ainda mais, para todos êstes gases, θ cresce regularmente com a elevação da temperatura. Conseqüentemente, θ é a medida natural de temperatura.

Poderíamos escolher os valores de θ — isto é, $2{,}81 \times 10^{-24}$ $\dfrac{\text{cm de mercúrio}}{(\text{moléculas/m}^3)}$ à temperatura de fusão do gêlo $3{,}84 \times 10^{-24}$ $\dfrac{\text{cm de mercúrio}}{(\text{moléculas/m}^3)}$ à temperatura do vapor de água em ebulição, etc. — como nossa escala básica de temperatura. Efetivamente, faremos esta escolha. Històricamente, no entanto, outras escalas de temperatura foram introduzidas antes. Sua relação com a escala básica é apresentada na Fig. 9 — 10. Como lá se vê, a escala Kelvin é proporcional a esta escala básica; trata-se da mesma escala com unidades mais convenientes, chamadas graus Kelvin, e escritas °K. A escala centesimal tem unidades de tamanho igual às da escala Kelvin, mas o zero foi arbitràriamente transferido para a temperatura do gêlo fundente, que é 273 °K ou $2{,}81 \times 10^{-24}$ $\dfrac{\text{cm de mercúrio}}{(\text{moléculas/m}^3)}$ na escala básica dos gases. Observe que há 100 °C (ou 100 °K) entre as temperaturas do gêlo fundente e o vapor de água em ebulição sob pressão normal.

As unidades destas escalas foram escolhidas desta forma por conveniência. Os termômetros para uso científico são, em geral, calibrados para serem lidos em graus centesimais, mas devemos nos lembrar que o zero nesta escala é o resultado de uma escolha arbitrária. Êle poderia, da mesma forma, ter sido estabelecido à temperatura do ouro fundente. As escalas de Kelvin e do termômetro de gás, têm, por outro lado, um zero natural — o zero absoluto, que discutiremos sucintamente na próxima seção.

9 — 5. Temperatura e o modêlo de um gás

Na última seção, vimos que o fator de proporcionalidade θ da lei de Boyle nos conduziu a uma definição razoável de temperatura. Êste fator θ é independente da natureza do gás. Depende apenas da temperatura, definida pelo ponto de fusão do gêlo, ou ponto do vapor de água em ebulição, ou de algum outro indicador físico. Podemos aprender mais sôbre a natureza da temperatura, se agora examinarmos o que é θ à luz do nosso modêlo molecular dos gases. A lei de Boyle é

$$P = \theta \frac{N}{V}.$$

Já vimos porque é razoável ser a pressão proporcional ao número de moléculas por unidade de volume. Qualquer outro fator que afete a pressão está resumido em θ. Num modêlo molecular, o que estaria, então, contido em θ? Para um dado número de moléculas, numa região perto de uma parede, a pressão sôbre a parede deve depender da velocidade de movimento das moléculas. Se as moléculas se movem muito lentamente, apenas algumas se chocarão, em cada segundo, contra a parede, não o fazendo com muita intensidade. Se, por outro lado, o movimento fôr rápido, muitas moléculas chegarão à parede, e cada uma que a atingir chocar-se-á contra ela com uma fôrça maior — do mesmo modo que uma bola de

baseball movendo-se com grande velocidade bate em você, quando tenta apanhá-la, com fôrça maior do que o faria uma bola que se movesse lentamente. Portanto, a pressão sôbre a parede deve aumentar se aumenta a velocidade de movimento molecular e, baixar, se esta velocidade diminui. O fator de proporcionalidade θ da lei de Boyle contém esta dependência da velocidade do movimento molecular.

Mais um fator, pelo menos, entra na constante de proporcionalidade θ. Uma bala de canhão e uma bola de ping-pong que se movem com a mesma velocidade, não atingem um objeto estacionário com a mesma fôrça. A bala de canhão, tendo maior massa, atinge o alvo com fôrça maior que a bola de ping-pong. A massa molecular está, também, contida na constante de proporcionalidade θ. Mas, quando aumentamos a temperatura, não alteramos a massa molecular. Uma garrafa de gás, a uma temperatura elevada, apresenta a mesma massa em uma balança, que a mesma garrafa a uma baixa temperatura. Portanto, na imagem molecular dos gases, o aumento de temperatura deve significar um aumento das velocidades moleculares.

Devemos estender o modêlo molecular para incluir a idéia de que uma temperatura mais elevada significa velocidade molecular mais alta. A experiência diária concorda em boa parte com esta conclusão. Por exemplo, a elevação de temperatura acelera, em geral, as reações químicas. Isto concorda com a idéia de que as moléculas estão, pois, se movendo mais ràpidamente. A velocidades mais elevadas, devem elas se chocar umas contra as outras com maior fôrça e mais freqüentemente. As colisões separariam as moléculas e rearrumariam os átomos com maior freqüência; e, portanto, as reações processar-se-iam mais ràpidamente.

Ainda mais, a idéia de que uma maior movimentação molecular acompanha a elevação da temperatura não deveria ser restrita aos gases. Um gás aquecido comunicará sua temperatura às frias regiões vizinhas, aumentando a velocidade dos pequenos movimentos das moléculas nos líquidos ou sólidos, e dos átomos nas moléculas.

Suponha que as paredes do recipiente sejam feitas de metal, com seus átomos cuidadosamente arrumados em cada um dos pequenos grânulos cristalinos. Em geral, os átomos não podem abandonar suas posições na rêde cristalina; êles vibram, porém, de um lado e outro de sua posição, como faria um grande número de pequenas esferas montadas sôbre molas. Êste movimento incessante é medido pela temperatura, do mesmo modo que o movimento errante das moléculas de um gás. As moléculas em movimento também vibram internamente, um átomo contra outro, além de executarem movimentos rotacionais. Às vêzes, uma molécula do gás colide com um átomo de um cristal na parede, fazendo-o vibrar mais ràpidamente. A molécula é rebatida, voltando com velocidade menor. De vez em quando, uma molécula vagarosa passando perto de um átomo da rêde cristalina, e que está vibrando com rapidez, é por êle arremessada, e se afasta com maior velocidade. Esta constante troca da energia do movimento atômico e molecular é o meio pelo qual as temperaturas são igualadas, e o movimento permanece.

Quando aquecidos, os sólidos se transformam fundindo-se, ou mesmo vaporizando, se a temperatura é suficientemente alta. O movimento molecular se intensifica à medida que a temperatura se eleva, até se tornar tão grande que os átomos e moléculas podem trocar de lugar, ou mesmo se separar. Às temperaturas mais elevadas, o movimento molecular é tão intenso que as moléculas do gás colidem umas com as outras, e se fragmentam. O gás fica reduzido a átomos. Esta é a razão pela qual sòmente são vistos os espectros dos elementos, espectros dos átomos simples, em fontes luminosas incandescentes a temperaturas realmente elevadas.

Quando baixamos o pistão de uma bomba de bicicleta, o pistão móvel se choca contra as moléculas de gás contidas na bomba, e aumenta as velocidades moleculares. Velocidade maior implica em temperatura mais elevada, do mesmo modo como temperatura mais elevada significa maior velocidade. O gás deveria se aquecer. Isto acontece, realmente; a temperatura do gás pode se elevar tanto, a ponto de se sentir quente o exterior do cilindro. Nossa conexão entre velocidade molecular e temperatura concorda, de nôvo. Temperatura mais alta, maior velocidade.

Baixando a temperatura, as moléculas reduzem seu movimento. Elas se movimentam lentamente. Chegam afinal a se mover tão lentamente, que as atrações moleculares podem levá-las a se unirem, e não mais rebater após as colisões mútuas ou com as paredes do recipiente. Se a temperatura diminui para abaixo de 100 °K, por exemplo, o ar se torna, primeiramente, líquido, e, depois, sólido; seus dois componentes principais, o nitrogênio e o oxigênio, sofrem estas mudanças em temperaturas algo diferentes. A 5° K e sob pressão atmosférica comum, não há gases, e apenas o hélio não se solidifica; êle se transforma

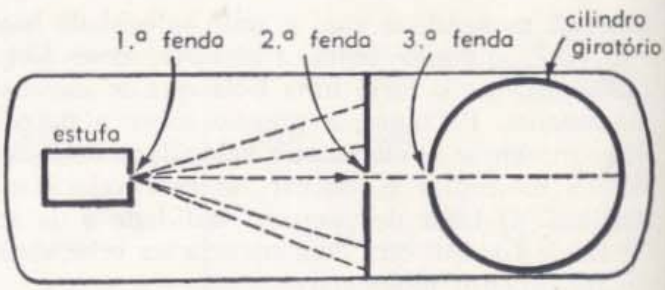
em um nôvo e extraordinário tipo de substância, semelhante a um líquido, mas com propriedades não encontradas em nenhuma outra substância conhecida. Êle é chamado um super-fluido.

As baixas temperaturas favorecem a ordem, a regularidade, o encaixe cuidadoso dos átomos e moléculas. Esta é a razão profunda existente por trás do cristal e dos flocos de neve. A ordem se liga ao frio. Em temperaturas elevadas temos o reverso. Tudo está em movimento rápido, tudo é desordem, caos. Dentre todo êste movimento caótico, permanecem previsíveis os valores médios da densidade, pressão, e outras propriedades. Com efeito, as maravilhosas regularidades dos gases dependem da desordem. O gás é todo movimento e desordem; não há configurações regulares, nem formas específicas, ou densidades predeterminadas. O calor é desordem.

A vida parece requerer apenas a mistura correta de ambas as formas: não pode funcionar num estado congelado de completa e rígida ordem, embora possa sobreviver. Por outro lado, não pode nem sobreviver a uma desordem demasiadamente grande. Para o desenvolvimento da vida, a temperatura deve ser a apropriada. E, tanto quanto sabemos no momento, a vida se restringe ao ambiente especial em que vivemos, ao limite de temperaturas entre aproximadamente 200 °K e 400 °K. Trata-se de um intervalo reduzido em um universo no qual a temperatura varia de um par de graus Kelvin, em algumas partes do espaço, a dezenas de milhões de graus no centro das estrêlas.

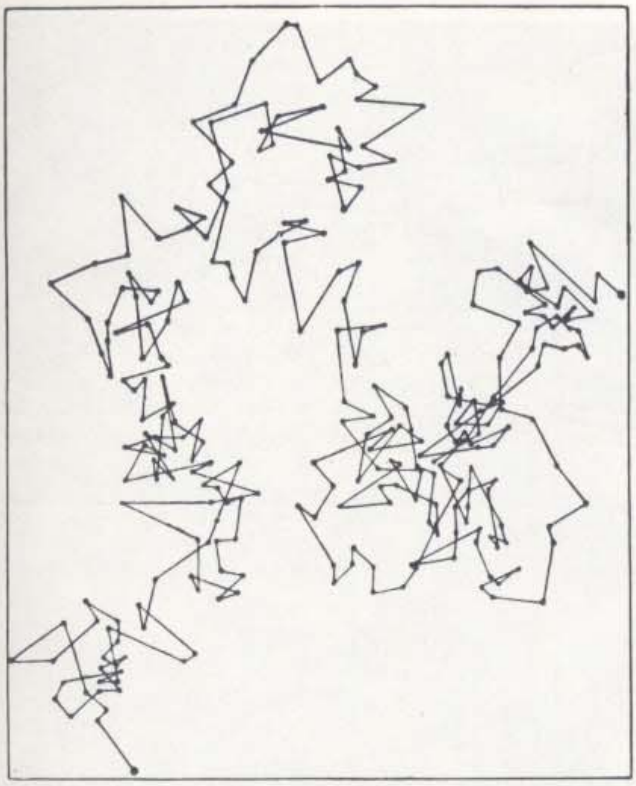
Quando consideramos os átomos e moléculas, as velocidades aumentam com a temperatura; a ordem decresce. A ausência de movimento molecular é o mínimo que podemos obter, e não é possível ordem mais perfeita que a reinante entre as moléculas de uma configuração cristalina completamente congelada. O zero natural de temperatura, $\theta = 0$, que obtemos por extrapolação do comportamento dos gases a partir da região na qual obedecem à lei de Boyle até às baixas temperaturas, parece corresponder à velocidade molecular nula. Não havendo velocidade mais baixa, o zero parece ter um significado absoluto. O zero na escala Kelvin (que coincide com $\theta = 0$) é muitas vêzes chamado zero absoluto.

Lord Kelvin, o grande físico e engenheiro-eletricista inglês, deu diversos argumentos para estabelecer a escala Kelvin de temperatura, e a idéia do zero absoluto. Seu raciocínio era baseado nas leis gerais que servem para descrever a operação das máquinas térmicas. Estas leis não dependem da concepção molecular. Portanto, o trabalho de Kelvin estabeleceu a escala de temperatura e o significado do zero absoluto, independentemente da interpretação molecular das leis dos gases. Por outro lado, a idéia de que não há movimento molecular no zero absoluto, não é tão segura. É tentadora à luz de nossa interpretação das leis dos gases, mas, chegando ao 0° K, extrapolamos muito além do domínio do comportamento de um gás. Todos os movimentos se tornam movimentos de moléculas ou átomos unidos entre si. Acreditamos hoje, que há um mínimo para tais movimentos, e que o estado mais frio não é tão inerte como indica a extrapolação das leis dos gases. A extrapolação para o zero absoluto passa a significar algo diferente da extrapolação ao repouso absoluto.



9 — 11. Medindo a velocidade de moléculas. As moléculas emergem do gás na estufa passando para o vácuo, e são resolvidas num feixe estreito, pela segunda fenda. A terceira fenda admite um jato curto de moléculas no cilindro giratório. Em conseqüência da rotação do cilindro, as moléculas não incidem diretamente na parte oposta da fenda. Valendo-se da posição em que elas incidem e da velocidade de rotação do cilindro, pode-se calcular a velocidade das moléculas. (De "Introduction to Atomic Physics", por O. Oldenberg, Mc Graw-Hill Book Company).

Um resultado inesperado surgiu das leis dos gases. Uma amostra de dado número de moléculas pesadas e outra de mesmo número de moléculas leves exercem a mesma pressão nas paredes de um determinado volume, a uma certa temperatura. A pressão não depende da massa molecular, nem da natureza das moléculas; depende sòmente do número de moléculas presentes. Isto é estranho, porquanto esperamos que a pressão exercida contra uma parede por uma chuva de bolas de baseball seja mais forte que a exercida por uma chuva de granizo. Parece haver sòmente uma explicação: para um determinado valor da temperatura, as moléculas pesadas devem se mover mais vagarosamente que as leves. Medindo as velocidades com que moléculas de gases, à mesma temperatura, passam através de uma abertura para o vácuo (Fig. 9 — 11), verificamos que as moléculas pesadas, na realidade, se movem com velocidades médias inferiores às das moléculas



9 — 12. Movimento browniano. Imagem do movimento errático de uma partícula, obtida por fotografias sucessivas tomadas cada 20 segundos. Em cada intervalo de tempo, a partícula moveu-se de um ponto para o seguinte. Entre duas fotos sucessivas a partícula pode perfeitamente ter realizado um trajeto errático semelhante à trajetória total da figura.

9 — 13. No princípio dêste século Jean Perrin observou cuidadosamente os números de pequenas partículas suspensas em várias profundidades de um líquido. Êle verificou uma distribuição de partículas suspensas análoga à aqui ilustrada em escala ampliada. Ela se assemelha à distribuição de moléculas em um gás. As partículas na parte mais alta da suspensão (ou as moléculas superiores no gás) pressionam as de baixo e as ajustam. As mais próximas do fundo têm sôbre si a maior parte das moléculas e, por isso, são mais empurradas, ficando mais próximas, resultando ser a densidade maior próximo ao fundo. Isto ilustra o que acontece na atmosfera terrestre, na qual metade da massa está nos primeiros 5,5 km acima da superfície da Terra. À medida que subimos, diminui a densidade do ar.

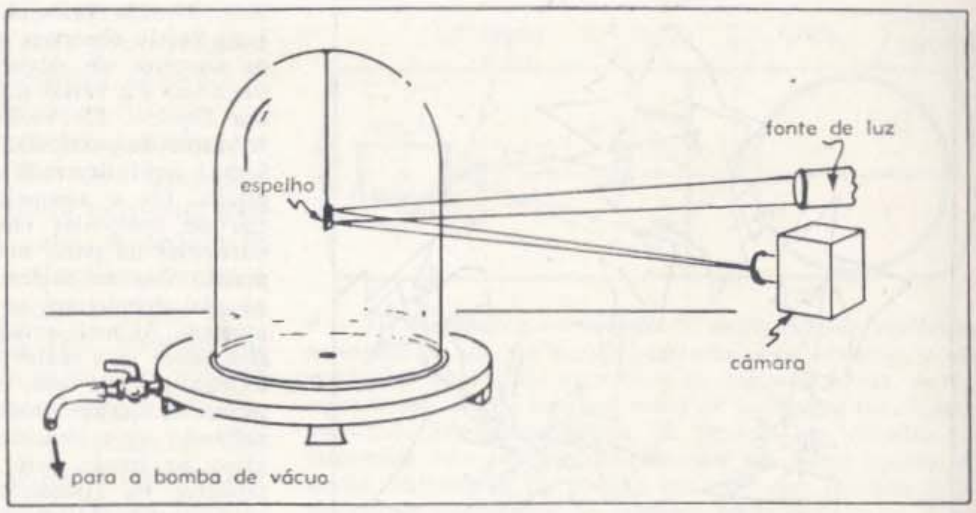
leves. De fato, as experiências indicam que mv^2, o valor médio da massa molecular multiplicado pelo quadrado da velocidade molecular, é proporcional à temperatura.

É fácil verificar aproximadamente como surgem estas diferenças de velocidade. O movimento molecular não se realiza por magia. As moléculas se movem porque são atingidas por outras moléculas em movimento. As mais pesadas são postas em movimento com mais dificuldade, e, o mesmo choque, poria as moléculas mais leves em movimento mais rápido. Isto sugere, embora não prove, o resultado observado.

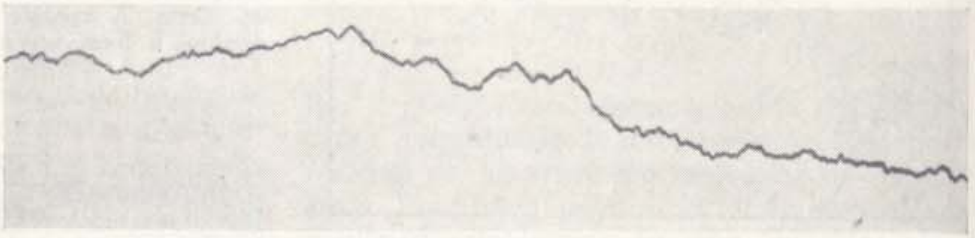
A natureza do calor e da temperatura constitui uma história demasiadamente rica para ser encerrada com êstes parágrafos; nos capítulos posteriores se avança um pouco mais (Capítulo 26). Quando chegarmos ao estudo da mecânica, daremos razões mais detalhadas, mostrando que a temperatura de um gás é proporcional a mv^2. Um estudo posterior, que não podemos abordar neste livro, indica que, se esperarmos suficientemente, os valores médios de mv^2, para diferentes tipos de moléculas que se chocam umas com as outras, tornar-se-ão iguais. A temperatura tende a se igualar exatamente dessa forma. Na bomba da bicicleta, após a compressão, os movimentos das moléculas no gás quente perdem velocidade, enquanto que as outras moléculas em volta aumentam de velocidade. Após algum tempo, as temperaturas da bomba e das regiões vizinhas se igualam para um valor próximo ao da temperatura original do maior conjunto de moléculas.

9 — 6. Movimento browniano e ruído Johnson

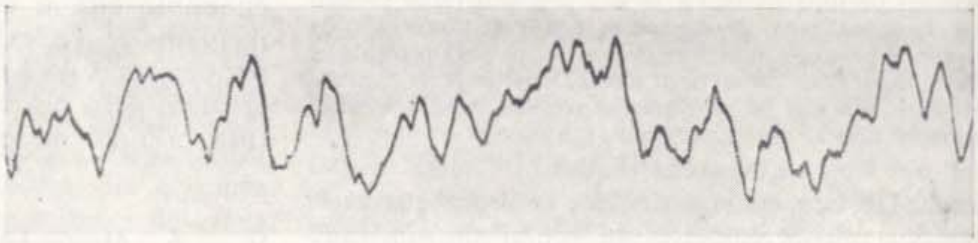
Em uma escala suficientemente pequena, a densidade de um gás depende do pequeno volume que você considere. Aqui e ali uma molécula se desloca; o resto do espaço é vazio. A densidade constante, que normalmente observamos, deve ser um valor médio: o número de moléculas contidas num pequeno cubo, contado várias vêzes em momentos diversos, e tomada a média dos resultados (Ver Fig. 9 — 2). O mesmo acontece com a pressão. A pressão que detetamos por pesada ou com um manômetro, é também uma pressão média, média essa efetuada no espaço e no tempo. Um minúsculo e sensível manômetro flutuaria enormemente, indicando pressão elevada quando uma molécula nêle incidisse, e pressão baixa quando nenhuma molécula estivesse presente. Com um manômetro dêste tipo obteríamos uma evidência direta dos movimentos caóticos das moléculas dos gases, mas nossos manômetros usuais indicam apenas valores médios.



9 — 14(a). Demonstração de outro caso de movimento browniano. A luz da fonte é focalizada sôbre o espelho livremente suspenso numa câmara protetora. Qualquer movimento do espelho faz a imagem da luz refletida deslocar-se sôbre o filme de uma câmara. À medida que o filme se desloca na câmara, a imagem da luz refletida gera um traçado sinuoso, demonstrando que o espelho gira lentamente para um outro lado. Mostram-se, abaixo, traçados típicos.



9 — 14(b). Durante esta exposição, a pressão na câmara era igual à pressão atmosférica.

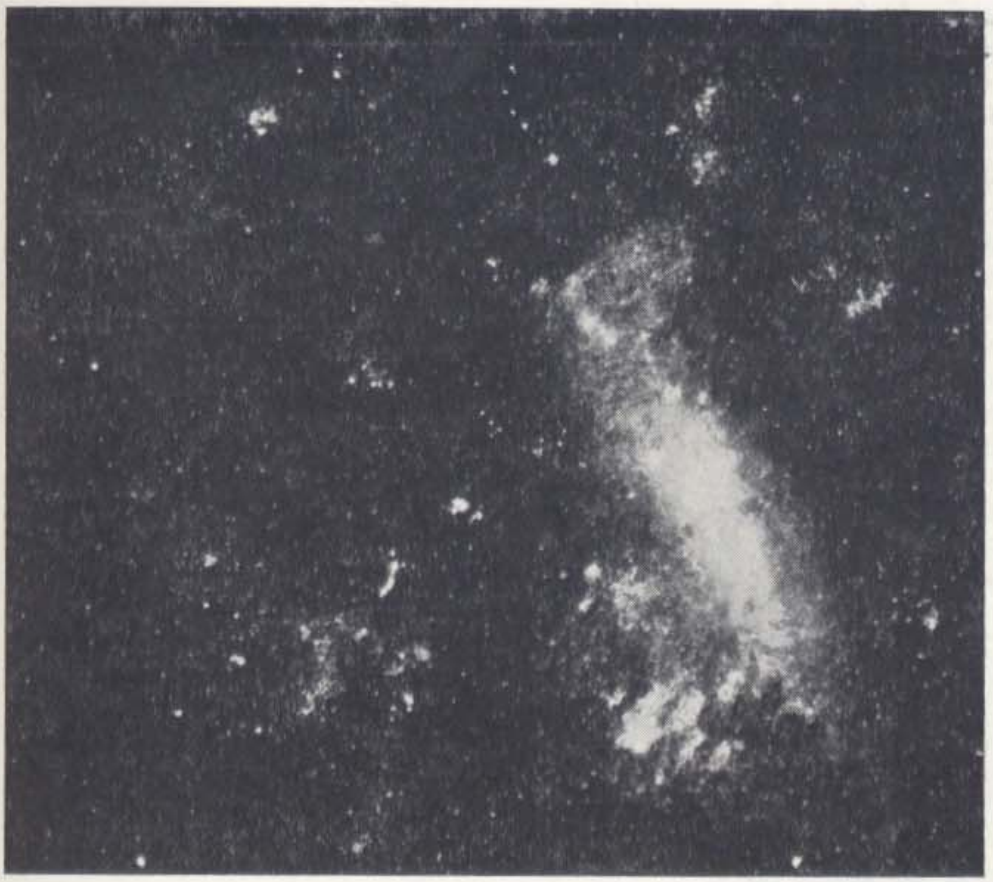


9 — 14(c). Êste traçado foi obtido sob condições semelhantes às de (b), exceto que a pressão na câmara foi reduzida para cêrca de 1×10^{-5} da pressão atmosférica (suficiente para suportar uma coluna de mercúrio de $4 \times \times 10^{-5}$ mm de altura). O efeito das colisões moleculares é, neste caso, muito mais evidente.

Haverá algum indício dêste caos, que possamos perceber diretamente? Apresentando-se tudo em uma escala muito pequena, normalmente não verificamos as enormes flutuações. O caos molecular, entretanto, pode ser observado diretamente numa série fascinante de experiências. O botânico Robert Brown era hábil no manejo de microscópio simples, dêsses que você pode perfeitamente construir no laboratório. Em 1827, usando uma simples lente, uma conta de vidro, "cuja distância focal é aproximadamente $\frac{1}{32}$ de polegada", ficou êle entusiasmado ao ver que diminutas partículas dos grãos de pólen de flôres se moviam constantemente na água em que estavam imersos. "Êstes movimentos eram tais que me convenci", escreveu "que êles pertenciam à própria partícula", e não eram conseqüência, por exemplo, de correntes na água. Pensou êle que estas partículas se moviam porque estavam vivas, que havia descoberto uma nova característica da vida; verificou depois, porém, que mesmo partículas fervidas continuavam a se mover. Finalmente verificou, conforme sabemos hoje muito bem, que nunca nenhuma partícula diminuta permanece imóvel. Êste movimento é chamado *movimento browniano*.

Podemos registrar o movimento browniano de uma pequena partícula, como indica a Fig. 9 — 12, onde fica esclarecido que sua trajetória obedece ao acaso e ao caos. Há cêrca de cincoenta anos, quando foi compreendida a natureza dêste movimento, êle se tornou uma das mais convincentes provas de evidência da realidade indiscutível da molécula.

Uma partícula tão pequena se comporta como uma molécula gigantesca. Se é bastante grande para ser vista ao microscópio, deve ser suficientemente grande para conter 10^{10} ou 10^{11} átomos; ela é realmente gigantesca na escala molecular. Contida em um líquido ou em um gás, a qualquer momento, tal partícula sofre colisões de enxames de moléculas em movimento. Estas exer-



9 — 15. A Grande Nuvem de Magalhães. Esta é uma galáxia satélite da Via-Láctea, e fica a uma distância de $1{,}75 \times 10^5$ anos-luz da Terra. É semelhante em natureza a um gás não confinado por paredes. As estrêlas representam os átomos no "gás", se bem que realmente existam também átomos de gás comum entre as estrêlas.

cem uma fôrça variável sôbre o pequeno grão. Em dado momento êle é empurrado um pouco mais fortemente de um lado, daí a pouco do outro, e se move de acôrdo com tais empurrões. Êle também gira, como o caos molecular, rodopiando à sua volta. A partir das leis fundamentais do calor e da teoria matemática de probabilidades, é possível calcular o que seria o movimento médio de tal partícula, e medidas de sua trajetória confirmam êstes cálculos. A trajetória difere apenas em escala do de uma simples molécula, à medida que ela passa, de colisão em colisão. É o mesmo tipo de trajetória que as moléculas realizam quando se difundem lentamente, transportando o odor do amoníaco ou do gás de fogão, pela sala.

Na Fig. 9 — 13, vemos pequenos grãos, mais pesados que o líquido no qual estão imersos. Êles são sustentados contra a ação da gravidade pelo efeito do movimento browniano. Comportam-se como as moléculas da atmosfera, que são mais densas próximo à superfície, e mais diluídas próximo às partes altas; mas, nesta "atmosfera" de brinquedo, a altura se estende sòmente a uma fração de milímetro, enquanto que o ar se estende para o alto a uma distância de muitos quilômetros. A altura da suspensão multiplicada pela massa efetiva dos grãos, considerados como moléculas, é igual à altura do ar multiplicada pela massa de suas moléculas. Limalha de ferro, ou mesmo pregos, teriam também tal altura "atmosférica"; mas considerados como moléculas, seriam tão pesados, que esta altura careceria completamente de significado — ela é menor que o tamanho da própria limalha, ou dos próprios pregos, na verdade, uma fração extremamente pequena do tamanho de um átomo.

Mesmo os objetos grandes apresentam movimento browniano; em geral, porém, êle é demasiadamente pequeno para ser detetado. É pequeno porque os objetos grandes não respondem com rapidez, e porque sendo tantas as moléculas que com êles colidem, seus efeitos se equilibram quase exatamente em pequenos intervalos de tempo. Com aparelhos suficientemente sensíveis, no entanto, podemos observar as flutuações, mesmo em objetos moderadamente grandes. Na Fig. 9 — 14 um pequeno espelho, que gira livremente, aparece montado numa câmara cuidadosamente protegida contra tôda vibração, correntes de ar, e outras perturbações. Êle gira para um e para outro lado, ao acaso — outro exemplo do movimento browniano. Como uma pequena mudança no ângulo do espelho pode ocasionar um

grande deslocamento na posição do feixe de luz refletida, podemos detetar estas flutuações.

O movimento browniano estabelece claramente um limite no uso de pequenos instrumentos para medir pequenas grandezas. O travessão de uma balança é submetido a movimento browniano, e isto estabelece um limite na precisão com a qual podem ser comparadas duas massas. Todo ponteiro de cada instrumento experimenta êsse mesmo leve, mas irresistível tremor. Êle estabelece um limite geral na precisão das medidas. Nas medições elétricas, causa um sinal variável errático em cada circuito. Êste sinal pode ser ouvido como um ruído, chamado ruído Johnson, em homenagem ao seu primeiro observador. Êle é simplesmente outra manifestação do movimento browniano dos materiais do circuito, e não pode ser eliminado. Um receptor de TV em um local tranqüilo apresenta entre os canais uma configuração ao acaso chamada "chuvisco", que é em grande parte, simplesmente o efeito dos sinais elétricos ao acaso do ruído Johnson. Parece provável, também, que o ouvido humano esteja exatamente no limiar para audição do movimento browniano do ar, como um ruído constante no mais tranqüilo dos aposentos, onde sòmente existe o movimento molecular ao acaso. Só se conhece um meio de reduzir o movimento browniano: o frio. A baixas temperaturas, o movimento browniano e o ruído Johnson diminuem. Construiu-se um termômetro que funciona medindo êste ruído.

O tamanho das flutuações brownianas pode ser usado para medir o número de Avogadro N_0. Se N_0 fôsse pequeno, de modo que as moléculas fôssem tão grandes quanto grãos de areia, seriam grandes as flutuações que observaríamos no movimento do pólen ou de pequenos espelhos — isto é, supondo que o pólen e os espelhos não mudassem de tamanho. Se N_0 fôsse ainda maior do que é, as flutuações observadas seriam contrabalançadas mais completamente do que o são. A partir do tamanho das flutuações, podem ser calculados os números de moléculas que originam o movimento. A partir da teoria detalhada e da observação dos efeitos brownianos, Perrin e outros, nas primeiras décadas dêste século, fizeram várias medidas de N_0 (Seção 8-7). Os movimentos brownianos estão, portanto, diretamente relacionados com a escala molecular, e sabemos quantitativamente que êles refletem o movimento térmico do mundo sub-microscópico.

Êstes efeitos das flutuações confirmam amplamente o modêlo cinético dos gases, e, também, o modêlo cinético de tôda a matéria macroscópica. Está provado que as moléculas nos líquidos e sólidos estão em movimento. Êles têm esta propriedade em comum com os gases, cujo comportamento é tão mais simples. O incessante caos molecular só não é visível.

9 — 7. Gases sem paredes

Parece um paradoxo falar de um gás sem paredes. Certamente tal gás se espalharia ràpidamente, e se dispersaria. Na verdade, entretanto, vivemos imersos em um dêles. A atmosfera é um gás com apenas uma parede interna, a superfície da Terra. Acima da Terra não há segunda parede. A gravidade mantém as moléculas da atmosfera em seu lugar. No ar relativamente denso, próximo ao nível do mar, uma molécula se desloca apenas um mícron (10^{-6}m), ou menos, antes de atingir outra molécula. No bordo superior da atmosfera, a centenas de quilômetros de altura, a densidade é pequena; as moléculas percorrem muitos quilômetros entre cada colisão. Lá, as moléculas agem como uma multidão de pequenas balas; movem-se em trajetórias curvas, arqueando-se para cima quando atingidas por baixo, e voltando para baixo sob a atração da Terra. Não há fronteira definida para a nossa atmosfera, apenas uma diluição gradual da densidade do ar.

O agregado de estrêlas da Fig. 9 — 15 é outro tipo de gás sem paredes. Suas "moléculas" são grandes estrêlas; elas se deslocam em volta, mas raramente escapam de suas mútuas atrações gravitacionais. O mesmo acontece com as galáxias. Em uma galáxia, como a nossa, há um "gás" de estrêlas e também um gás de átomos enchendo os espaços entre as estrêlas. Os movimentos e as atrações que regulam estas estruturas são objeto da astrofísica. A idéia de um sistema sem paredes e sem solidez será encontrada sempre e sempre; o próprio átomo é uma destas estruturas, e o núcleo, outra. Vale a pena recordar que a atmosfera nos dá um exemplo de como podem ser estas coisas.

PARA CASA, CLASSE E LABORATÓRIO

1. Considere a idéia de que tôda a matéria é formada de átomos. A idéia de que a matéria é construída a partir de 100 diferentes tipos de átomos conduz a um modêlo físico? Por que?

2. (a) Esboce o modêlo atômico de sólidos, discutido brevemente no último capítulo.
(b) Como é o volume de um sólido em relação aos volumes dos átomos individuais? Por exemplo, é o volume de um sólido aproximadamente igual ao volume total dos átomos individuais? Muito maior? Muito menor?
(c) Em um modêlo atômico como espera você deveriam diferir as compressibilidades de sólidos e gases?

3. Na Seção 9-2 salientamos que o movimento é uma característica essencial do modêlo molecular dos gases. Use a idéia (discutida no Capítulo 4) de que os efeitos gravitacionais se tornam menos importantes em pequena escala, para explicar que as "moléculas" de um gás podem estar em movimento, embora as "moléculas de madeira", como as da Fig. 8 — 6, fiquem imóveis sôbre uma mesa.

4. (a) Que acontecerá se você inverter um copo, e o empurrar para dentro de água, de bôca para baixo?
(b) Pode você usar êste efeito para reconstruir o raciocínio de que Heron de Alexandria se valeu para mostrar que o ar é uma substância material?

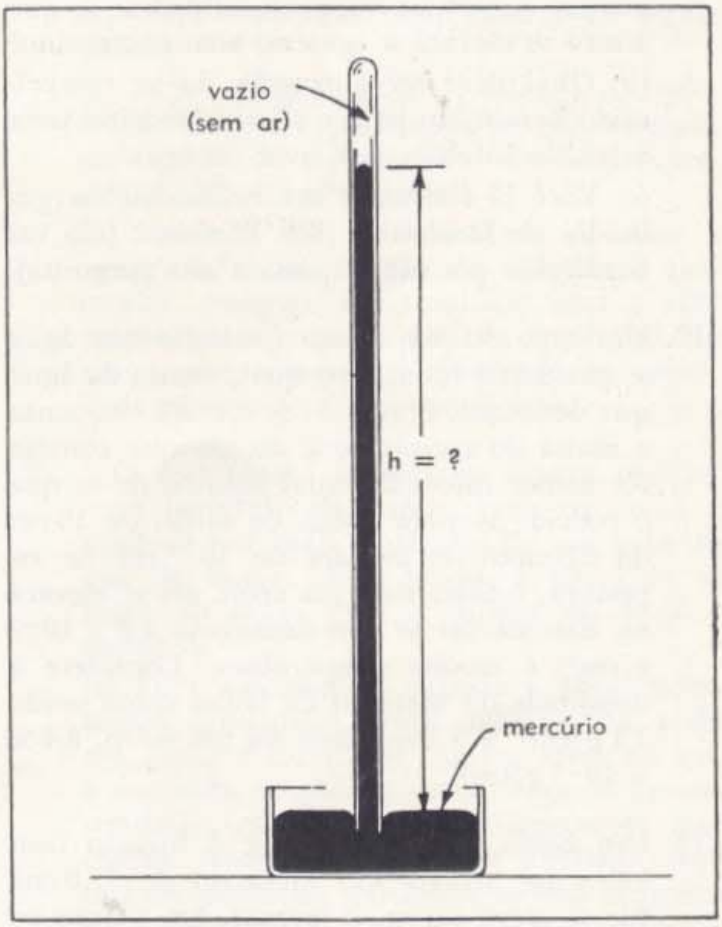
5. Que evidências lembraria você para demonstrar a mobilidade, interpenetrabilidade, e mistura de gases? Como início, responda às questões: "Como chega até você a maior parte dos odôres?" e "Que acontece ao ar ao seu redor quando você se move?"

6. Dois estudantes planejam determinar a densidade do ar. Primeiro, êles pesam um recipiente vazio, e verificam ser sua massa 20 g. Em seguida, êles inflam um balão plástico flexível até êle alcançar o diâmetro de 21 cm, e pressionam seu conteúdo para o recipiente. Verifica-se, então, que o recipiente com o ar do balão tem a massa de 26 g. Qual é a densidade do ar, a partir destas medições?

7. Infla-se um pneu a uma pressão 3 vêzes maior que a atmosférica. Qual é a densidade do ar no pneu?

8. Ao nível do mar, um barômetro de mercúrio indica uma pressão de 76 cm de mercúrio, e a uma altura de 1500 metros, indica 63 cm. Qual é a densidade relativa do ar a esta altitude comparada à que possui ao nível do mar? Suponha que a temperatura é a mesma em ambos os níveis.

9. No aparelho indicado na Fig. 9 — 5, prendemos um saco plástico de volume V_o, cheio de gás. Forçamos êste gás para dentro do espaço gasoso V_o, no lado direito do aparelho. A altura do mercúrio à esquerda se eleva de aproximadamente 76 cm. Fechamos a válvula da direita; prendemos, então, outro saco de gás, de volume V_o, à pressão atmosférica. Finalmente, abrimos a válvula, e pressionamos o gás dêste saco para dentro do volume V_o.



9 — 16. Para o problema 10.

(a) De que altura adicional se eleva a coluna de mercúrio?

(b) Com o saco plástico ainda conectado, abrimos a válvula. De quanto desce a altura da coluna de mercúrio?

(c) Porque a coluna desce mais de 76 cm?

10. Em um barômetro de mercúrio (Fig. 9 — 16), ao nível do mar, a pressão normal do ar (uma atmosfera) atuando sôbre o mercúrio na cuba, suporta uma coluna de mercúrio em um tubo fechado.

(a) Que altura h esperaria você para a coluna de mercúrio no barômetro?

(b) Se você se elevar na atmosfera até que a densidade do ar se reduza à metade do valor que tem ao nível do mar, que altura h esperaria você, agora?

11. Uma coluna de água de 10 m de altura exerce uma pressão aproximadamente igual à atmosférica. Um sino submarino (um cilindro aberto no fundo) com 2 metros de diâmetro e altura de 3 metros é submergido em água, a uma profundidade de 100 metros.

(a) Supondo que a temperatura da água é a mesma em tôdas as profundidades, a que altura se elevará a água no sino submarino?

(b) Qual deve ser a pressão do ar comprimido bombeado para o sino submarino para mantê-lo inteiramente livre de água?

(c) Você já construiu um ludião ou mergulhador de Descartes? (Seu Professor não vai bonificá-lo por sua resposta a esta pergunta).

12. Um cepo ou um barco flutuarão em água se sua massa fôr menor que a massa de água que deslocam; um balão se elevará enquanto a massa do recipiente e do gás que contém fôr menor que a de igual volume de ar que o rodeia. Se uma bôlha de sabão de 10 cm de diâmetro e paredes de 10^{-3} cm de espessura, é cheia com gás néon, ela se elevará ou descerá no ar (de densidade $1{,}2 \times 10^{-3}$ g/cm³) à mesma temperatura? Considere a densidade do material da bôlha como sendo 1,1 g/cm³, e a densidade do gás néon, $8{,}4 \times \times 10^{-4}$ g/cm³.

13. Um balão de massa 10,3 g é inflado com hélio até atingir um diâmetro de 32,0 cm. Êle se eleva no ar, e levanta, em adição ao balão, 9,2 metros de corda antes de alcançar o equilíbrio. Verifica-se que a corda tem a massa de 0,78 g/m.

(a) Qual é a densidade do hélio no balão?

(b) Qual é a relação entre as pressões dentro e fora do balão?

Nota: A densidade do ar é 1,20 g/litro; a densidade do hélio, à temperatura ambiente, é 0,165 g/litro.

14. (a) Um termômetro de gás contendo hélio está à temperatura do ponto de fusão do amoníaco no qual estêve imerso durante algum tempo. Lê-se o volume de He à pressão atmosférica normal. Transfere-se, então, o termômetro para um banho de água fervente. A pressão sôbre o volume de gás He é, ainda, a pressão atmosférica. De que fator varia o volume de He? (Use a Fig. 9 — 10 para avaliar a temperatura do amoníaco em fusão).

(b) Se o termômetro fôsse de volume constante, de que fator variaria a pressão do gás He?

(c) Se utilizássemos no termômetro, gás oxigênio ao invés de He, como afetaria isto as respostas de (a) e (b)?

15. A pressão em um tubo de volume $1{,}00 \times \times 10^{-3}$ m³, contendo hélio, foi reduzida a $1{,}00 \times 10^{-2}$ cm de mercúrio, a 0° C.

(a) Qual é o número de moléculas por unidade de volume? Qual é o número total de moléculas no tubo?

(b) O tubo é imerso em nitrogênio líquido. Depois de esperar um pouco, um manômetro a êle conectado se estabilizou em $2{,}68 \times \times 10^{-3}$ cm de mercúrio. Qual é a temperatura na escala básica dos gases (θ)? Qual é a temperatura na escala Kelvin?

(c) Se o hélio fôsse substituído por ar, como seriam afetadas suas respostas às questões (a) e (b)? (Veja Fig. 9 — 10).

16. O ar contendo vapor de água é mais ou menos denso que o ar sêco à mesma temperatura e pressão?

17. Quando um carro roda por um período prolongado, especialmente no verão, os pneus e o ar que os infla, se aquecem, tanto pela flexão como pelo atrito sôbre os pneus, e pelo calor da superfície da estrada. Se a temperatura do ambiente é de 27° C, de que fator, espera você, cresceria a pressão, se a

temperatura dos pneus e do ar se elevasse 30° C?

18. *Nota:* Neste problema você certamente verificará a vantagem de usar relações para obter as respostas a diferentes temperaturas e pressões. Para esta finalidade, lembre que a 273° K e pressão de uma atmosfera, há $2{,}70 \times 10^{25}$ moléculas/m³ (Seção 9-3).
Um certo pneu contém (10/81) m³ de ar. Êle é normalmente inflado a uma pressão total de 3 atmosferas (3 vêzes a pressão atmosférica normal).

(a) Se esta pressão foi medida à temperatura de 27° C, quantas moléculas de ar há no pneu?

(b) Depois de algumas horas de viagem, a temperatura dentro do pneu se eleva a 47°C. Qual é a pressão agora?

(c) Quantas moléculas de ar teria você que extrair do pneu aquecido para reduzir a pressão para novamente 3 atmosferas, a 47° C?

19. Um gás é constituído por moléculas de hidrogênio e de oxigênio.

(a) Que moléculas se movem mais ràpidamente?

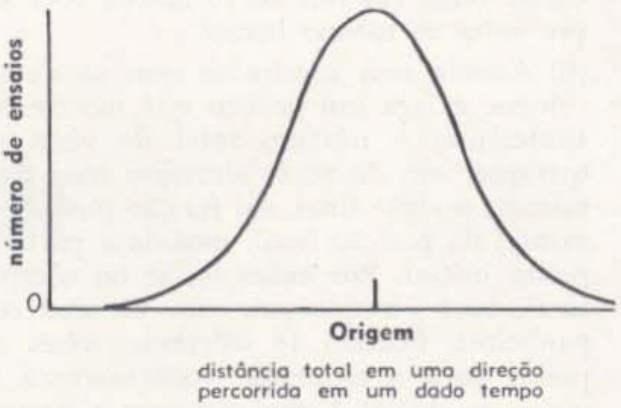
(b) Qual é aproximadamente a relação entre as velocidades?

20. Há boas razões para acreditar que, para gases monoatômicos, a velocidade do som é sempre uma fração definida da velocidade do movimento molecular. (A grosso modo, é o movimento molecular que transporta o som; por conseqüência, as duas velocidades devem estar relacionadas).

(a) Utilizando a tabela seguinte, calcule os produtos da massa pelo quadrado da velocidade do som, para cada um dos gases monoatômicos relacionados.

Gás	(273° K) Massa (u.m.a.)	Velocidade do som (m/s)
He	4,00	970
Ne	20,2	435
A	39,9	308,5

(b) Explique a relação existente entre os seus resultados e as afirmações feitas a respeito das velocidades térmicas das moléculas, perto do fim da Seção 9-5.



9 – 17. Para o problema 22.

21.

Temp. (° K)	Velocidade do som v_s (m/s)	v_s^2 (m^2/s^2)
273	308,5	$9{,}55 \times 10^4$
573	446,5	19,9
873	551,1	30,0
1273	665,5	44,3

Esta tabela, para o gás argônio, mostra a velocidade do som medida, e seu quadrado, para diferentes temperaturas na escala Kelvin.

(a) Faça um gráfico do quadrado da velocidade do som, representado no eixo vertical, em função da temperatura absoluta, representada no eixo horizontal.

(b) Supondo que a velocidade do som é sempre a mesma fração da velocidade molecular, compare seu resultado com a afirmação feita perto do fim da Seção 9-5, de que a temperatura e o quadrado da velocidade molecular são proporcionais.

22. * O movimento browniano ocorre porque, num intervalo de tempo, uma partícula é atingida por mais moléculas de um lado do que de outro. Dêste modo, a partícula se move ao acaso para a direita ou para a esquerda.

(a) Para um modêlo grosseiro dêste movimento browniano, lance uma moeda, e dê um passo à direita se obtiver cara, ou um à esquerda, se obtiver coroa. Faça 10 lances, seguindo, em cada vez, as instruções que obtém. Anote, então, a que distância você está do ponto de partida, e se está à direita ou à esquerda. Repita todo o procedimento

várias vêzes. Ao fim de 10 lances, você sempre volta ao mesmo lugar?

(b) Associe seus resultados com os de seus colegas, e faça um gráfico que mostre (verticalmente) o número total de vêzes que qualquer um de vocês alcançou uma determinada posição final, em função (horizontalmente) da posição final, medida a partir do ponto inicial. Por exemplo, se no cômputo final, você ou qualquer um de seus companheiros, ficaram 18 diferentes vêzes a 3 passos para a esquerda, você marcará um ponto no gráfico 3 unidades para a esquerda do centro e 18 unidades de altura. Se você e seus companheiros voltaram ao ponto inicial 27 vêzes, você marcará um ponto no centro do eixo horizontal, e que tenha 27 unidades de altura, etc.

(c) Examine êste gráfico para ver onde você (ou a partícula em movimento browniano) mais provàvelmente estaria no fim da caminhada. Deveria a curva ser simétrica em relação ao ponto de partida? Ela o é?

(d) Se você mede as distâncias percorridas, sem considerar a direção, desde o ponto inicial, qual é aproximadamente a distância média, em passos, que corresponde a uma série de 10 lances? Esperaria você que esta média fôsse zero?

(e) Compare o tipo de movimento que acabou de estudar com observações do movimento browniano real. Veja a Fig. 9 — 17, ou utilize suas próprias observações do movimento browniano. Lembre-se que cada lance da moeda, indicando-lhe o caminho a seguir, representa o bombardeio errático de moléculas golpeando uma partícula browniana.

LEITURA COMPLEMENTAR

Born, Max, *The Restless Universe*. Segunda edição revista, Dover, 1957.

Boyle, Robert, *The Sceptical Chymist*. Everyman's Library.

Bragg, Sir William, *Concerning the Nature of Things*. Dover, 1954.

Einstein, A., e Infel, L., *The Evolution of Physics*. Simon & Schuster, 1938 (págs. 59-67).

Gamow, George, *Um, Dois, Três... Infinito* da Biblioteca de Cultura Científica. Editôra ZAHAR.

Holton, Gerald, *Introduction to Concepts and Theories in Physical Science*. Addison-Wesley, 1952. Os Capítulos 18 e 20 constituem uma revisão das idéias e do desenvolvimento histórico do modêlo de gás ideal.

Jeans, Sir James, *An Introduction to the Kinetic Theory of Gases*. Cambridge University Press, 1952.

More, L. T., *Life and Works of Honorable Robert Boyle*. Oxford University Press, 1944.

Pauling, Linus, *General Chemistry*. W. H. Freeman & Co., 1956.

MENSURAÇÃO

CAPÍTULO 10

A sensibilidade de uma microbalança de fibra de quartzo (Fig. 7 — 3) mostra como podem ser apurados os métodos precisos de medição física. No entanto, a idéia de que essa medição é sempre algo meticuloso e preciso, não encontra abrigo na física. A avaliação do comprimento de um fio a ôlho nu, ou a medida grosseira de uma distância estelar com um êrro de várias potências de dez, podem ser, realmente, medições valiosas. A mensuração é o meio pelo qual progredimos, pelo qual testamos e refinamos nossos conceitos sôbre o funcionamento do mundo. Mediante as medidas, seja por uma estimativa grosseira ou pela determinação mais precisa, confrontamos nossas idéias com um teste quantitativo. A lição de que tal teste é necessário foi aprendida por gerações de físicos na mais preciosa das escolas: a dura experiência.

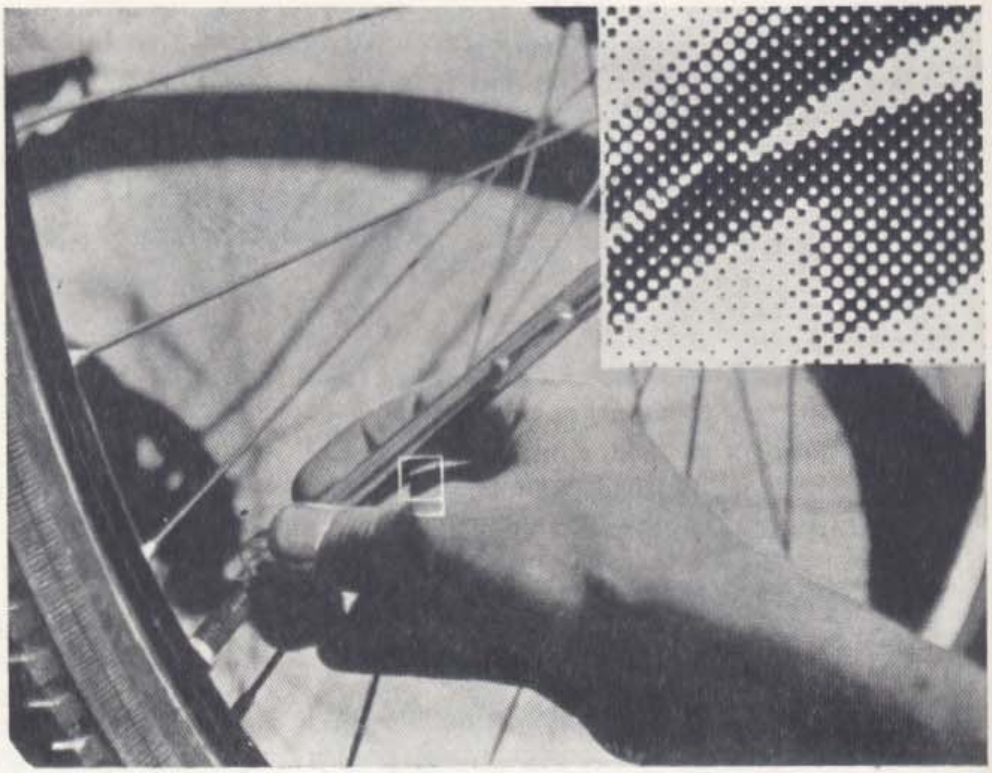
Neste pequeno capítulo, consideramos a medição como um ramo da física. Que é medir, e como funciona? Que limitações encontra, e por quê? Estas perguntas não são fáceis; elas são reconsideradas pelos físicos, geração após geração, à medida que mudam as coisas que medem e os métodos de medição com o desenvolvimento da técnica e de suas possibilidades. A compreensão da mensuração foi grandemente esclarecida nestes últimos anos.

10 — 1. Decisão — a unidade de medição

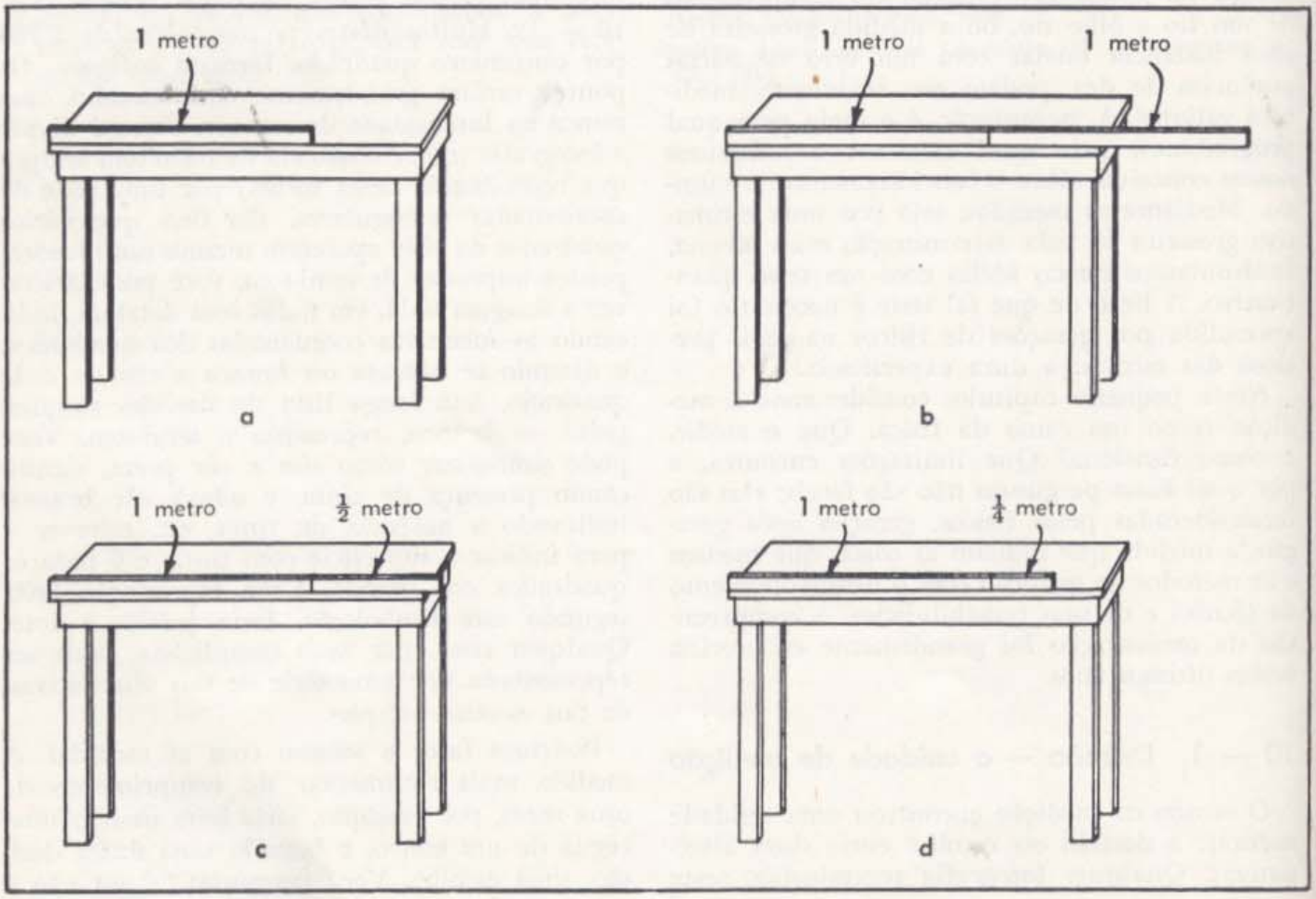
O estudo da medição encontrou uma unidade natural: a decisão ou escolha entre duas alternativas. Qualquer fotografia reproduzida neste livro mostra algum tipo de configuração que aparece em vários tons cinza, desde o quase negro ao quase branco. Uma ampliação, no entanto, mostra que o que está impresso nas páginas nada mais é que tinta preta em intensidade uniforme, formando pontos prêtos no papel branco (Fig. 10 — 1). Muitos dêstes pontos, cêrca de 2.700 por centímetro quadrado, formam a figura. Os pontos variam grandemente em tamanho, mas nunca na intensidade de sua côr. Se você divide a fotografia (que é chamada de meio-tom sempre que reproduzida desta forma) por uma rêde de coordenadas retangulares, tão fina que vários quadrados da rêde aparecem mesmo nos menores pontos impressos de semi-tom, você pode descrever a imagem tôda, em todos seus detalhes, indicando as sucessivas coordenadas dos quadrados, e dizendo se é *preta* ou *branca* a côr de cada quadrado. Sua longa lista de decisões simples, prêto ou branco, representa o semi-tom. Você pode simbolizar como *sim* a côr preta, significando presença de tinta, e *não* a côr branca, indicando a ausência de tinta, ou, escrever 1 para indicar a superfície com tinta, e 0 para os quadrados em branco. Uma reprodução feita segundo esta simbologia, faria justiça à foto. Qualquer cena, por mais complicada, pode ser representada por uma série de tais alternativas, de tais escolhas simples.

Podemos fazer o mesmo com as medidas. A medida mais rudimentar do comprimento de uma mesa, por exemplo, seria feita usando uma régua de um metro, e fazendo uma única decisão, uma escolha. Você pergunta: "É ou não a

10 — 1. O meio-tom. A ampliação (alto, à direita) de uma pequena seção (centro) da fotografia em branco e prêto, mostra que a imagem impressa consiste de pontos prêtos. Quanto maiores os pontos, mais a imagem se aproxima do prêto. Quanto menores os pontos, mais a ilustração se aproxima do branco. A ampliação é de aproximadamente 10 vêzes.



10 — 2. A decisão na medida. Os desenhos abaixo ilustram as primeiras decisões tomadas na mais simples das medidas. Quanto maior a série, mais precisa será a medida que você está fazendo.



mesa mais comprida que o metro?" A resposta é simplesmente, *sim* ou *não*. Esta resposta lhe diz muito pouco; ela é apenas o início da medida. Suponha que a resposta é *sim*. Você, então, toma duas réguas de metro unidas pelos extremos, ou dispõe a sua duas vêzes, e faz a pergunta seguinte: "É a mesa mais comprida que as duas réguas juntas?" Digamos que a resposta é *não;* o comprimento verdadeiro deve estar, então, entre um e dois metros. A seguir você deve subdividir o metro, e tomar meios metros, quartos de metro, e assim por diante. Após uma longa série de tais perguntas, você pode fornecer o comprimento da mesa com um grande número de algarismos significativos. Quanto mais precisa uma medida, maior é o número de escolhas necessárias; você pode verificar por você mesmo, se gosta de jogos aritméticos, se são necessárias três ou quatro escolhas para cada algarismo significativo. Se, ao invés de um simples comprimento, você deseja medir uma grandeza mais complexa (o vetor deslocamento, por exemplo), maior é o número de escolhas, pois você precisa especificar mais números (isto é, os três componentes do vetor).

Mesmo contando, você toma decisões. É o objeto o que deseja contar, ou não? Quando contamos o número de partículas emitidas por uma fonte radioativa, examinamos uma placa fotográfica revelada ou uma câmara de neblina, e decidimos se as várias configurações de grãos de prata ou gotículas de água, significam ou não que por ali passou uma partícula. Precisamos decidir *sim* ou *não*. Ou talvez um contador elétrico captando a luz de um cintilador de plástico diga *sim*, quando a flutuação suficientemente grande na luz indique a passagem de uma partícula, e diga *não*, em caso contrário.

Qualquer contagem, qualquer medição, pode ser posta nestes têrmos de *sim* ou *não*. Podemos reduzir tôdas as medições a uma base comum, e começamos, assim, a medir a própria medida. Parece muito razoável dizer que a unidade de tôda medida é a decisão, e o número de decisões necessárias mede o que está contido na medida.

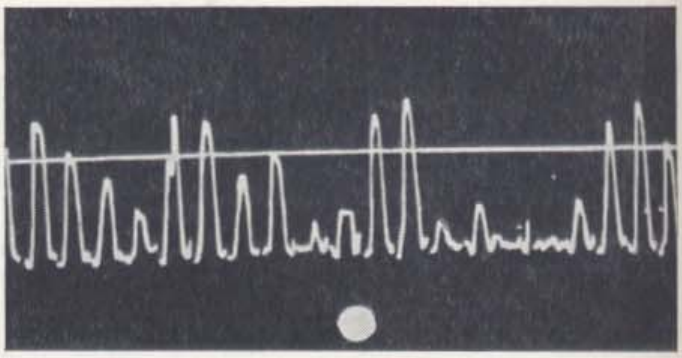
10 — 2. Amplificação e apresentação

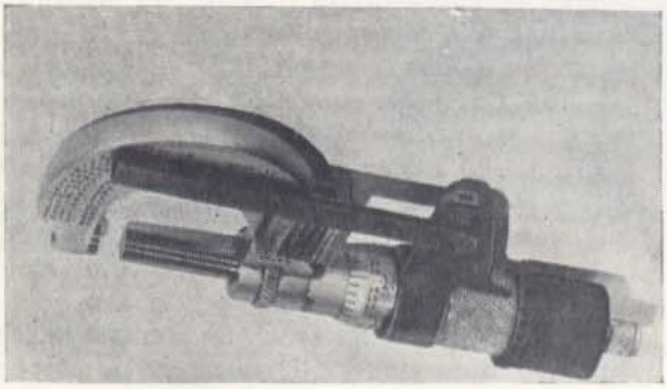
O resultado final de tôdas as medidas nos deve ser comunicado de algum modo. Às vêzes fazemos as medidas diretamente com nossos próprios sentidos, como acontece quando contamos cintilações. Em outras situações, um equipamento automático nos apresenta números em um mostrador; tudo que precisamos fazer é distinguir os números. Há ocasiões em que fazemos um tipo de medida no próprio instrumento medidor, por exemplo, quando lemos cuidadosamente a indicação de um ponteiro em uma escala, com o auxílio de uma lente de aumento. Em todos êstes casos, mais cedo ou mais tarde, tomamos algumas decisões. É êste, na verdade, o nosso papel na mensuração. O instrumento, seja o ôlho ou um medidor, ou um complexo banco de aparelhos eletrônicos, deve nos apresentar algo ou para algum outro observador, de modo que possamos tomar, pelo menos, uma decisão.

A maneira como apresentamos o resultado da medição é uma questão de maior ou menor maestria. Às vêzes, os sentidos, sem ajuda, o fazem; êles apresentam o resultado de suas leituras dentro do corpo. Freqüentemente é necessária alguma ajuda, amplificação na maioria dos casos: algum fenômeno físico, pequeno ou fraco, é levado a produzir outro, muito maior, e êste é eventualmente apresentado diretamente aos sentidos do observador. Os amplificadores agem como um meio de estender nossos instrumentos naturais. Êles não diferem dos sentidos em nenhum aspecto importante, a não ser que, ao invés de com êles nascerem, os homens os fabricam. Do nosso ponto de vista, todos os meios de estudar o mundo físico repousam sôbre o mesmo fundamento: todos devem ser usados com cuidado, e todos apresentam algumas limitações. Uma medida começa com algum fato físico original, e termina com algumas decisões tomadas por um observador. Se êle passa diretamente ao ôlho, ou se passa primeiro por um complicado sistema de radar, pode ser muito importante para sua utilidade e significado, mas não afeta o conceito geral da medida.

10 — 3. Sinais e ruído

Nem sempre a decisão é possível. Esta é a origem das limitações da mensuração, do êrro. O bordo da mesa pode estar serrado tão grosseiramente que algumas das fibras de madeira ultrapassam a marca, e outras, não. Tôda divisão de uma escala tem sempre alguma largura, de modo que há ocasiões em que você não pode dizer se um ponteiro ultrapassou ou não a marca. Se a marca fôsse infinitamente delgada, decisões posteriores esclareceriam sempre qual o lado que você deveria considerar. Não o sendo, há um limite para o que você pode fazer sem subdividir a própria marca. Você chega, final-





Decimais	Binários	Divisor de contagem 1 2 4 8
0	0	● ● ● ●
1	1	○ ● ● ●
2	10	● ○ ● ●
3	11	○ ○ ● ●
4	100	● ● ○ ●
5	101	○ ● ○ ●
:	:	
9	1001	○ ● ● ○
:	:	
13	1101	○ ● ○ ○
.	.	

○ = aceso ● = apagado

10 — 3. Dispositivos de percepção. Mostra-se, acima, algumas das muitas maneiras de apresentar a nossos sentidos as informações derivadas de objetos inanimados. Um ponteiro sôbre uma escala, como num manômetro (alto, acima) é utilizado para transmitir informações ao ôlho. O palmer (centro-direita), projetado por C. M. Witcher, possui sulcos que permitem apresentar a informação a um homem cego, pelo sentido do tato. A informação pode ser ampliada e ser percebida pelo sentido da audição, mediante dispositivos eletrônicos e fones (baixo-direita). Uma tela fluorescente, como as de radarscope (alto-direita) é usada para transmitir informação ocular sôbre ondas de rádio (radar) refletidas pela lua (ecos lunares) (acima, direita). A informação para uso em computadores é quase sempre apresentada em cartões ou fitas perfurados. Acima, no centro, mostra-se uma máquina para prepará-los. Muitos aparelhos eletrônicos apresentam seus resultados por meio de luzes que se *acendem* ou *apagam*, em um sistema de numeração binária. Mostra-se, acima, números decimais, seus correspondentes números binários, e as combinações de luzes representando aquêles números num divisor de contagem eletrônico.

mente, à escala que tem por limite o caos molecular, o movimento browniano. O operador de rádio nem sempre pode distinguir o ponto do traço; mesmo nas noites mais silenciosas, o ruído Johnson, movimento browniano nos seus próprios circuitos, o confundem. O movimento browniano cria "ruído" em tôdas as medições, e resulta em um constante perigo de decisões falsas, especialmente quando a medida é sensível ou delicada. A verdadeira base para a decisão, chamada razão sinal-ruído, é uma grandeza que expressa a precisão com que uma medida pode ser feita. Se o sinal é mais fraco que o ruído, poucas são as medidas de confiança.

Os amplificadores aumentam o sinal até poder ser percebido pelo observador; mas êles amplificam, também, o ruído. Um amplificador perfeito não pode melhorar a razão sinal-ruído; um imperfeito — nenhum perfeito foi até agora projetado — adicionará um pouco de seu próprio ruído, reduzindo um pouco a confiança na medida.

Na reprodução do som em alta fidelidade, o sinal é a música; o ruído vem da textura do disco ou da fita, do amplificador, ou de um caminhão que passa lá fora. A apresentação é para o ouvido do ouvinte. O número de escolhas que fazemos cada segundo, quando ouvimos a música, é da ordem de dezenas de milhares. A medida é semelhante, mas em geral envolve algo de nôvo, e não a reprodução de alguma coisa antiga.

10 — 4. Caixas pretas e calibração

Observe o rádio de um carro, ou, melhor ainda, o painel de rádio de um avião. Você verá uma caixa preta metálica, ou uma coleção delas. Vários fios entram e saem das caixas, ligando-as entre si, ou com o exterior, com a antena ou com o solo, com linhas elétricas, ou com um alto-falante, ou um mostrador. Levante a tampa de uma caixa, e dentro você verá um labirinto de fios coloridos, e de pequenas partes e peças de equipamento eletrônico. Você não compreende a finalidade de cada fio; mas sabe usar perfeitamente bem a caixa preta ou rádio.

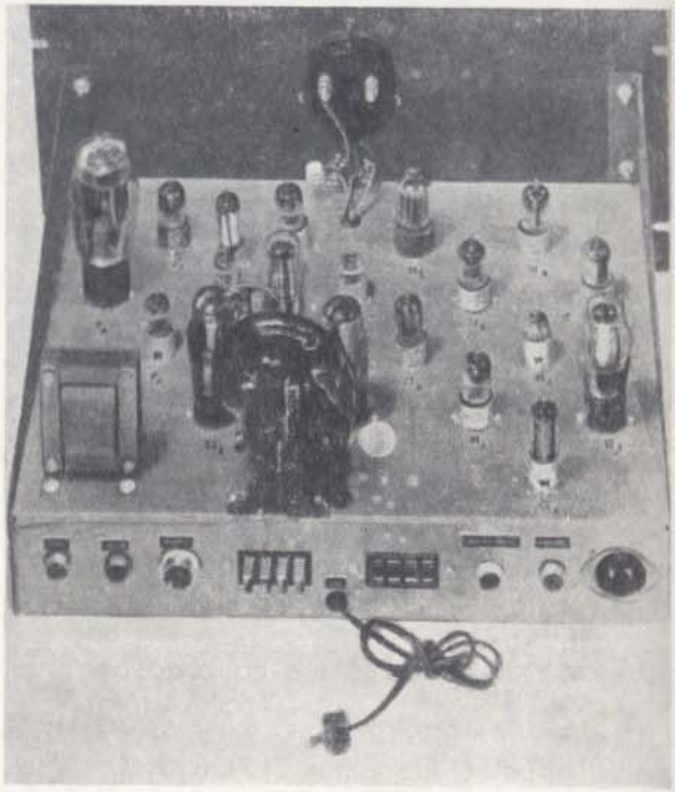
Tal experiência legou-nos uma frase útil e expressiva: referimo-nos a um sistema físico de qualquer tipo como uma "caixa preta" quando o utilizamos sem analisar seu funcionamento, sem levantar a tampa. Esperamos levantar, mais cedo ou mais tarde, a tampa de tôdas as caixas pretas, o que até agora não fizemos. O importante é que se pode fazer um real progresso com o uso de caixas pretas. Com algum cuidado, podemos usar com sucesso um instrumento cuja operação não compreendemos.

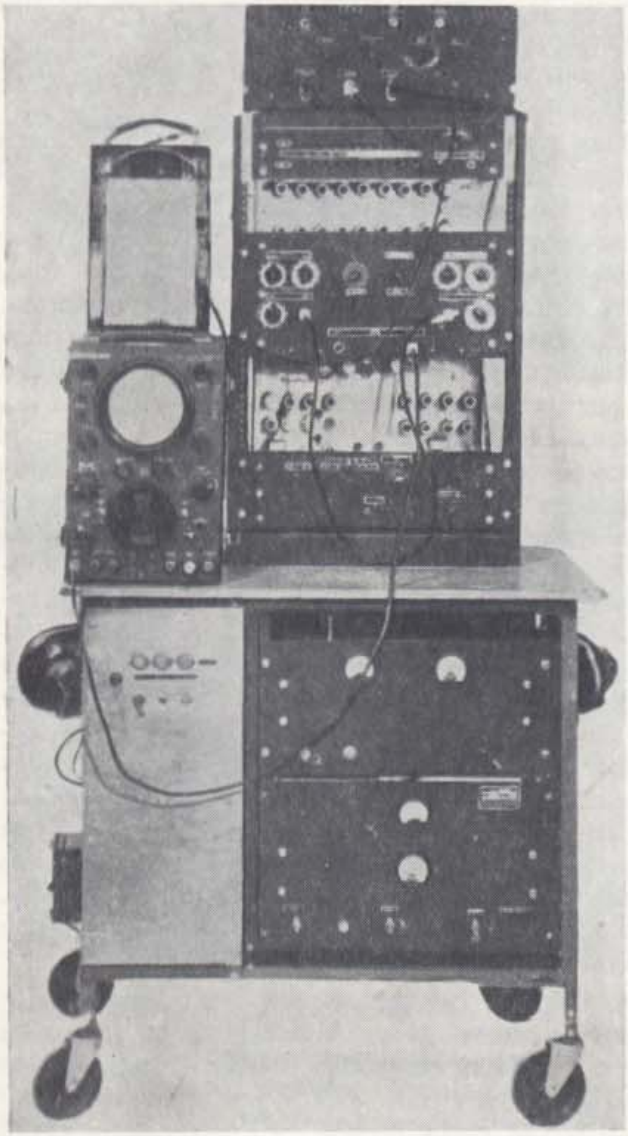
O ôlho é um bom exemplo. É uma autêntica caixa preta. Sabemos, porém, por inumeráveis testes, como usá-lo, como diferenciar o claro e o escuro, o grande e o pequeno, ou o rápido e o lento. Conhecemos, também, suas limitações. Até agora neste livro, o microscópio é uma caixa preta. Todavia não nos parece que seu uso seja um lôgro. Para com êle medir a espessura de um fio de cabelo, nós simplesmente observamos o fio contra uma rêde finamente graduada. A experiência de observação comum nos convence que quando vemos o cabelo ao lado da régua, podemos medir perfeitamente bem sua espessura, mesmo se olhamos para ambos através de um microscópio. Estamos usando o microscópio como uma caixa preta; mas nêle passamos a confiar com o uso.

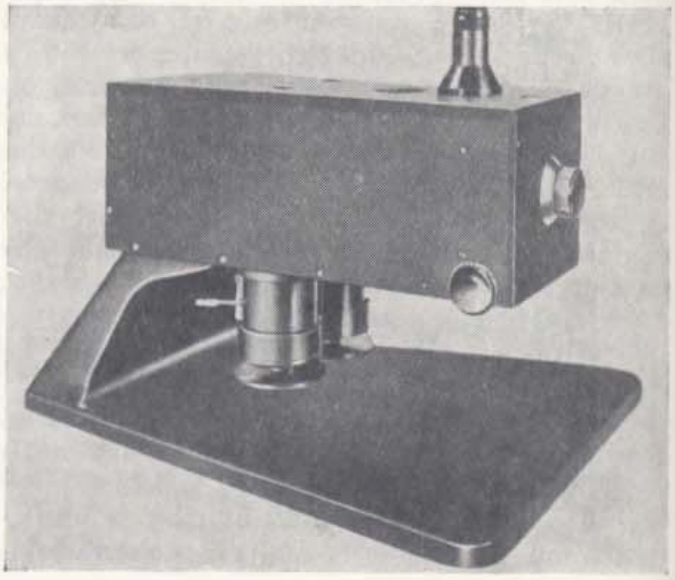
Em geral verificamos como usar as caixas pretas, utilizando-as no estudo de objetos conhecidos, objetos como a pequena régua que utilizamos em experiências anteriores. Podemos, por exemplo, usar o telêmetro de uma câmara fotográfica, mesmo não sabendo como êle funciona. Com o uso aprendemos que, quando ajustamos no visor as duas partes de um objeto, a leitura na escala do telêmetro indica a distância ao objeto. Se o telêmetro não tem escala, podemos construir uma, usando-o para distâncias conhecidas. Poderemos, então, usá-lo para medir distâncias desconhecidas. O uso de uma caixa preta em situações físicas conhecidas permite-nos aprender como ela funciona, mesmo que não percebamos porquê. Quando seu funcionamento é conhecido, podemos utilizá-la para fazer novas medidas. Com base no uso, podemos decidir que reação do instrumento (caixa preta ou não) corresponde ao valor da grandeza que desejamos medir. Êste processo de aprender o funcionamento de um instrumento medindo com êle o que já conhecemos, chama-se *calibração*. Em geral calibramos os instrumentos de medida, como você fêz com sua microbalança ou seu telêmetro.

A física é um grande empreendimento dos sêres humanos. Ninguém a conhece tôda, ou pode trabalhar em todos os seus ramos. Todos nós usamos algumas caixas pretas, e os instrumentos são, pelo menos em parte, uma caixa preta para todos. O princípio da balança de braços iguais é claro, mas por trás da forma dos travessões há o trabalho de gerações que projetaram e experimentaram para que o suporte dos

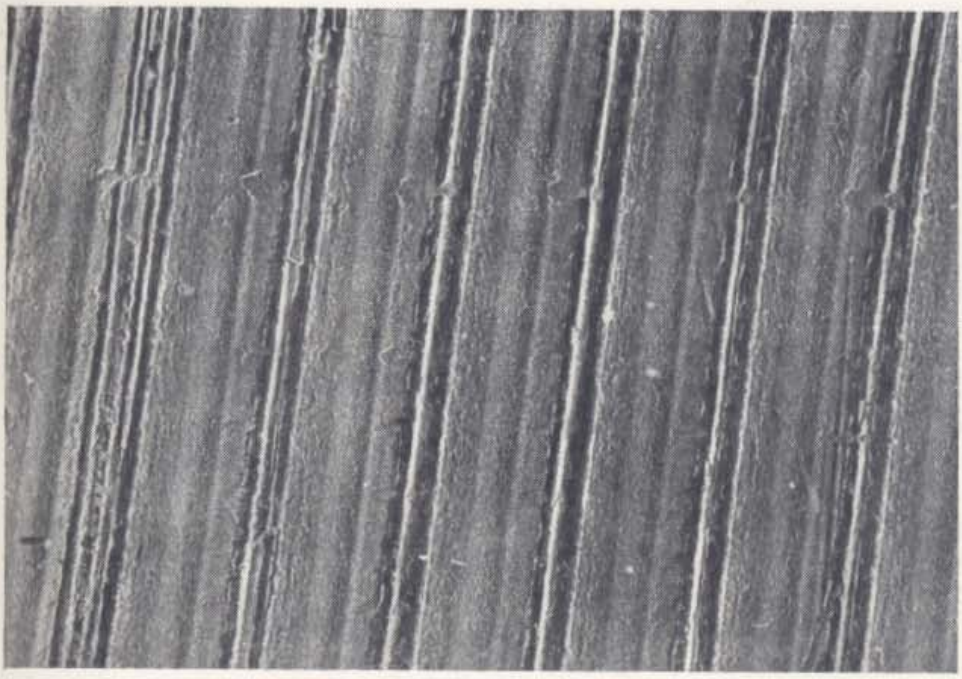
10 — 4. "Caixas pretas". O conjunto móvel (abaixo) tem numerosas caixas pretas eletrônicas. Observe os medidores, as luzes, o osciloscópio, e o registrador gráfico, que apresentam a informação para o observador. A operação da caixa preta (direita) pode envolver apenas o uso do medidor, contrôles, e ligações de entrada no painel da frente. Sua manutenção envolve a verificação e reposição de válvulas, etc. (abaixo, à direita), ou do labirinto de fios, resistores, capacitores, etc., sob o chassi. Tanto o uso como a manutenção podem ser realizados sem a compreensão da causa de seu funcionamento.



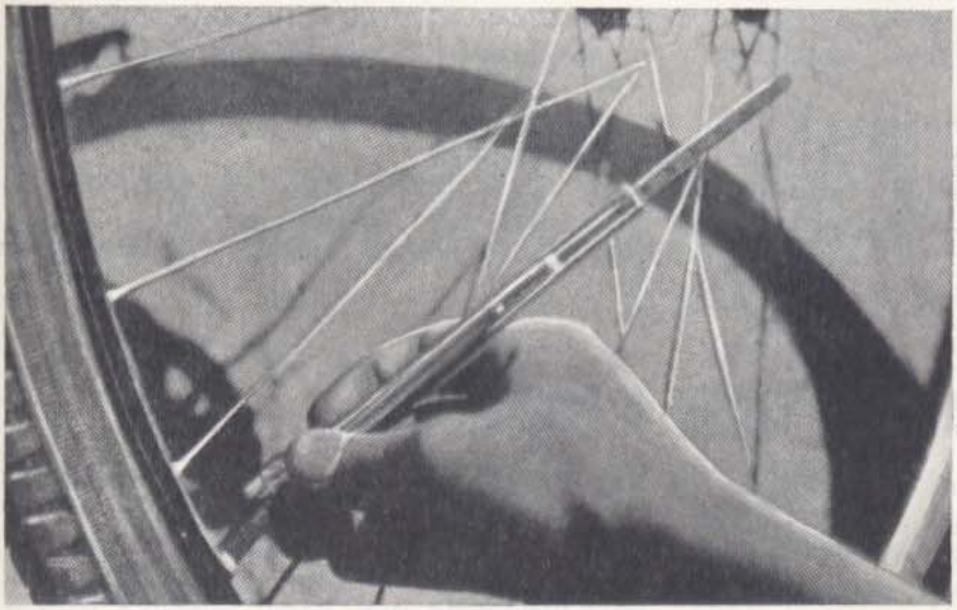




10 — 5. Uma caixa preta mecânico-ótica. A ilustração nos dá pouca idéia do que é o instrumento, e muito menos de como funciona. Apresenta-se uma vista interior na Fig. 7 — 3. Trata-se de uma microbalança de fibra de quartzo com sua cobertura colocada. Apresenta-se aqui o instrumento tal como é utilizado.



10 — 6. Calibração. Pode-se usar um objeto de dimensões conhecidas para calibrar uma caixa preta. A rêde de difração (ampliada à esquerda) foi graduada com .. 15.000 linhas por polegada, avançando um parafuso de $\frac{1}{15.000}$ polegada, enquanto a superfície é marcada. Podemos usar esta rêde para calibrar o microscópio eletrônico, com o qual foi feita esta fotografia ampliada.



10 — 7. Interação. Em qualquer medida que tentemos, a operação apresenta alguma interação com a coisa que está sendo medida. Quanto menor o objeto a medir, mais notável é o efeito da interação. Ao verificar a pressão do ar em um pneu de bicicleta, não é desprezível a interação. Cada vez que colocamos o manômetro na válvula, sai um pouco de ar do pneu. Após algumas vêzes, a pressão do ar no pneu baixou apreciàvelmente.

pratos os mantivesse verticalmente, e milhares de outros pontos. Para quem se utiliza da balança, com exceção do projetista habilidoso e experimentado de balanças, algo disto permanece como uma caixa preta. Mesmo o projetista provàvelmente considera como uma caixa preta o suporte de ágata no qual repousa o cutelo. Êle sabe que a ágata é dura e resistente, mas não sabe porquê. As propriedades da ágata dependem de sua estrutura molecular; esta permanece numa caixa preta para o projetista.

Embora tivéssemos usado o microscópio como uma caixa preta, êle não o pode ser para todos. A maioria das coisas feitas pelo homem não pode ser caixas pretas por completo, porque alguém deve construí-las. Elas são caixas pretas parcialmente porque estamos cônscios de quanto nos falta para compreendê-las.

A curiosidade de abrir as caixas pretas é necessária para o entendimento da física. Mas é também necessário bom senso para saber quando e onde as caixas pretas podem ser usadas com segurança. A confiança na caixa preta vem com a calibração, o uso, a experimentação, e, finalmente, com a abertura da tampa e a verificação do método de operação. O que permanece como caixa preta hoje, será aberto pela próxima

geração; sua abertura envolverá, porém, o uso hábil de todos os tipos de caixas pretas, caixas pretas que nunca vimos.

10 — 5. Interação

Nenhuma medida pode ser feita sem alguma interação com o objeto ou o fenômeno medido. Você pode medir uma mesa com uma régua de metro num quarto escuro, mas você deve tocar a mesa. Se a sala está iluminada, você pode alinhar visualmente a extremidade da régua com o bordo da mesa, mas a luz deve incidir sôbre a mesa e voltar à sua vista. Mesmo os planetas não podem ser medidos sem que sofram uma perturbação, embora diminuta. A luz solar desvia-os um pouco das trajetórias que seguiriam sem ela. Sem a luz do Sol, não haveria possibilidade de medição. Poderia ser usado, também, o radar, mas seu sinal deve colidir com o objeto e retornar. Tudo isto parece trivial; mas considere um único átomo. Não há régua que não o perturbe; mesmo a luz desloca-o ou distorce-o profundamente.

Devemos cuidar que nossas medições não alterem indevidamente a grandeza que queremos medir. Acautelar-se contra perturbação excessiva, é uma tarefa simples na física macroscópica, pois dispomos de detetores delicados, como, por exemplo, a luz. Na física do átomo, entretanto, os problemas da interação entre os meios de medida e os objetos medidos constituem o centro de interêsse, pois não temos detetores que não perturbem essas estruturas minúsculas. Temos que tentar admitir essas perturbações tanto quanto possível.

10 — 6. Luz

A maior parte das decisões que tomamos, a maioria das informações que recebemos sôbre o mundo, penetram através dos olhos. No cérebro humano, a área chamada cortex visual, que recebe os sinais do ôlho, é maior que a de todos os outros sentidos juntos. O ôlho é uma caixa preta que usamos com audácia e precisão. Somos todos especialistas em seu uso. Mas, em um quarto escuro, o ôlho se torna inútil. Êle depende de sinais luminosos.

Que é a luz? Nós a usamos em muitas das medidas descritas nesta parte do livro. Fizemos hipóteses sôbre seu comportamento. A luz atua sôbre nossos instrumentos mais importantes. Está em tôda parte de nosso mundo. Dependemos tanto dela que não podemos, na realidade, deixar de examiná-la.

A luz não é matéria, mas surge, por vêzes, da matéria. Ela é algo diferente de tudo que estudamos. Ela será o tema central da segunda parte dêste livro.

PARA CASA, CLASSE E LABORATÓRIO

1. Analise a série de decisões que você toma ao verificar que seu relógio marca 11 horas, 37 minutos e 23 segundos. Como se modificará êste conjunto de decisões, se o relógio fôr girado de 90°, a partir de sua posição normal? Se você o olhasse em um espelho, que decisões tomaria?

2. Qual das medidas é mais complexa e por quê: medir uma mesa de aproximadamente 75 centímetros de comprimento com aproximação de $^1/_6$ de centímetro, ou medir o diâmetro de um cabelo, ao microscópio, com aproximação de um centésimo de milímetro? Discuta as decisões necessárias.

3. Faça uma tabela mostrando tôdas as possíveis combinações das condições acesa-apagada de um grupo de cinco luzes. Use-a para fazer um código acesa-apagada, representando o alfabeto.

4. No jôgo do "mexerico", um chefe compõe uma mensagem que, então, sussurra para o próximo jogador, que escreve o que julga ter ouvido, e o repete para a próxima pessoa. Cada pessoa (amplificador) no trajeto da mensagem pode introduzir suas próprias idéias (ruído) na afirmação original (sinal). Tente êste jôgo, comparando a versão final escrita com o original. Que tipo de "ruído" introduz cada amplificador particular?

5. * Tente uma experiência sôbre a razão sinal-ruído, dispondo sentadas duas pessoas, separadas pela distância de 1 metro, e elevando, então, o volume de um rádio ou de uma vitrola, até que lhes seja difícil compreender-se. Elas deverão manter suas vozes mais ou

menos no mesmo nível durante tôda a experiência. Distancie-as de 2 metros, e repita a experiência, depois de 2,5 metros, e de 3 metros.

6. Uma câmara fotográfica é uma "caixa-preta" para muitas pessoas — para todos até certo ponto, pois não sabemos como funciona a ação fotográfica de cada parte. Até que ponto é uma câmara uma "caixa preta" para você?

LEITURA COMPLEMENTAR

Berkeley, Edmund C., *Giant Brains: Machines That Think,* Wiley, 1949.

Bowden, Bertram V., *Faster Than Thought.* Pitman & Sons, London, 1953.

Gorn, Saul, e Manheimer, Wallace, *The Electronic Brain and What It Can Do.* Science Research Association, Chicago, 1956.

Wiener, Norbert, *The Human Use of Human Beings: Cybernetics and Society.* Doubleday Anchor Books, 1955.

AGRADECIMENTOS

A idealização das experiências apresentadas neste guia tem origem múltipla, provindo de elementos pertencentes e estranhos ao PSSC. O desenho dos aparelhos, o planejamento e a própria publicação dêste Guia, representam o resultado do esfôrço constante de muitos. Houve amplo intercâmbio de idéias e colaboração recíproca entre os elementos que desde o início se ocuparam com o livro-texto, e os que primeiramente desenvolveram o programa experimental. É pràticamente impossível, pois, citar o nome de todos os participantes, e indicar suas contribuições individuais. Nas últimas páginas do livro-texto encontra-se um agradecimento mais discriminado. Limitar-me-ei, por fôrça das circunstâncias, a uma brevíssima descrição das principais etapas que conduziram à apresentação dêste Guia.

As idéias iniciais relativas à importância do trabalho experimental, a projetos de experiências e procedimentos que as tornassem eficazes, surgiram de palestras em reuniões realizadas, durante o inverno e a primavera de 1957, pelos Professôres Francis L. Friedman, Elbert P. Little, e Professôres Edward M. Purcell, Walter C. Michels, Philip Morrison, e Jerrold R. Zacharias.

No MIT, durante o verão de 1957, os grupos que elaboravam o livro-texto desenvolveram, de modo ponderável, o programa experimental. Um grupo, liderado pelo Professor Zacharias, debateu questões de ordem geral, relativas à situação da parte prática no desenvolvimento do Curso, enquanto que os problemas de equipamento foram enfrentados por um outro grupo, chefiado pelo Professor Uno Ingard.

O trabalho relativo às experiências apresentadas nas Partes I e II prolongou-se durante todo o ano. Quase no fim do verão de 1958, estava pronta para ser utilizada em escolas uma edição preliminar das Partes I e II do Guia de Laboratório, publicado por Richard Brinckerhoff da Phillips Exeter Academy.

Durante o ano letivo de 1958-1959 foram desenvolvidas as Partes III e IV do Guia, tendo sido revistas, durante o verão de 1959, as Partes I e II, aproveitando-se a experiência auferida pela utilização do material em escolas. Êste trabalho foi efetuado, principalmente, por Judson B. Cross da Phillips Exeter Academy, James Henry e James Strickland da equipe do PSSC, Professor Guenter Schwarz da Florida State University, John H. Walters da Browne e Nichols School, e por mim.

Fomos enormemente auxiliados por Ervin Hoffart no trabalho de testar um grande número de experiências, por Nathaniel C. Burwash no planejamento dos aparelhos, e por Miss J. Carolyn Safford na composição do Guia.

Percy Lund foi o desenhista e as fotografias foram tiradas por Miss Berenice Abbott e Dr. Strickland.

No trabalho de direção da equipe empenhada na parte experimental, fui beneficiado com múltiplas sugestões feitas pelo Professor Friedman, o qual se manteve vigilante no desenvolvimento de nossa atividade.

A presente edição difere da anterior apenas em detalhes. A maior parte das modificações decorrem de melhorias introduzidas nos aparelhos. Richard T. Wareham da D. C. Heath, contribuiu valiosamente para a caprichosa e prática apresentação dêste Guia.

URI HABER – SCHAIM

PREFÁCIO

A física descreve o mundo que nos rodeia. Nós procuramos estabelecer as relações existentes entre as várias facêtas observadas no comportamento da natureza. O laboratório constitui a fonte principal de conhecimento, no sentido de compreensão dêste propósito básico da física. As idéias, os conceitos, e as definições, só têm, na verdade, um sentido efetivo quando baseados em experiências.

Para proporcionar esta oportunidade, foi desenvolvido um programa experimental como parte integrante do curso de física do Physical Science Study Committee. O planejamento dêste programa obedece ao escopo de familiarizar bàsicamente os alunos com as realidades do mundo físico. Êle lhes possibilita enfrentar, por si próprios, as principais leis da física, de um modo mais ou menos intenso, de acôrdo com suas possibilidades.

O trabalho prático integra êste Guia, bem como o equipamento correlato com o qual são realizadas as experiências. (Informações adicionais e sugestões são encontradas no Guia do Professor). A maioria das experiências dêste Guia é apresentada de forma a facilitar a leitura do texto. Desta maneira, os alunos investigam os fenômenos físicos, ao invés de, simplesmente, verificarem conclusões conhecidas. Ao realizar experiências cujo resultado, de antemão, lhe é desconhecido, fica o aluno tomado por uma sensação de participação pessoal nas descobertas científicas; tornam-se-lhe mais significativas a ciência e a importância do cientista. As instruções foram limitadas, por êste motivo, aos aspectos meramente técnicos das experiências; fornece-se a necessária orientação sôbre as idéias físicas em breves introduções e por meio de perguntas-chave.

Os alunos não são obrigados a terminar uma experiência numa etapa determinada. Existe, geralmente, uma parte básica inicial que todos os alunos completam. Alguns alunos, de acôrdo com suas possibilidades, enfrentarão as questões mais avançadas, propostas no fim da descrição de cada experiência. Oferece-se, desta forma, ao professor e ao aluno, possibilidade de múltipla escôlha, se bem que instruções explícitas asseguram o realce que deve ser dado às idéias importantes. Êste sistema, além disso, motiva um número apreciável de alunos, a desenvolverem, por iniciativa própria, interessantes pesquisas correlacionadas.

É muito simples o equipamento preparado para realizar êste programa. Dois motivos explicam tal fato: um pedagógico, e outro financeiro. Aparelhos complicados ocultam, em geral, a simplicidade da questão investigada, enquanto que os aparelhos simples favorecem, seja a observação dos princípios de física, seja a compreensão da forma como tais princípios repercutem no planejamento de aparelhos medidores. Acrescente-se que os aparelhos são feitos de materiais comuns, fato que possibilita sua reprodução e uso em casa. O laboratório auxilia, desta maneira, a remover o muro que existe entre o mundo particular do aluno e o da ciência. (Êstes dois mundos são, na realidade, um só e, se se manifestam distintos, a ciência deixou de ser um estudo constante do universo para se transformar em doutrina rígida).

O Guia de Laboratório, como o livro-texto, está dividido em quatro partes. A primeira parte trata, principalmente, de questões como — "Quanto tempo leva?" "Qual é o tamanho?" "Com que velocidade se move?". As partes II a IV tratam das leis fundamentais e dos conceitos de óptica, dinâmica, eletricidade, e física atômica. Nessas partes, são perguntas típicas — "Como se refrata a luz?" "De que forma a aceleração depende da fôrça?" "Qual é a massa de um eléctron?".

No decorrer do trabalho de laboratório, os alunos aprendem que as experiências se originam de uma concatenação de idéias, devendo ser planejadas de forma que seus resultados possam ser interpretados, e que são incompletas, se não analisadas.

Êste programa prático, bem como as demais partes do curso do PSSC, foi testado por centenas de professôres e muitos milhares de alunos. Sua experiência mostrou que o programa pode ser extremamente bem sucedido. As experiências dão, realmente, profundidade e significado ao livro-texto e, em troca, êste, auxiliando a interpretação das experiências, conduz à volta ao laboratório. Desta maneira, a reciprocação entre a teoria e a prática, tão característica do desenvolvimento da ciência, se efetua de forma perfeitamente ao alcance dos alunos.

AOS ALUNOS

Êste Guia foi elaborado com o propósito de auxiliá-lo em seu trabalho experimental. Êle oferece uma introdução geral aos problemas visados, dá sugestões técnicas, reservando-lhe, porém, o trabalho de raciocinar. Você trabalhará independentemente, durante a realização de grande parte das experiências. Se seu gôsto coincide com o de muitos outros que já fizeram estas experiências, aprenderá ràpidamente, em as realizando, a apreciar êste tipo de trabalho prático.

Você deparará com muitas perguntas ao longo dêste Guia. A resposta a estas questões requererá, por vêzes, que você pense um pouco nos conhecimentos adquiridos anteriormente, ou, então, será necessário efetuar um pequeno cálculo. Outros casos exigirão o prosseguimento da experimentação. Fica a seu critério, em cada caso, decidir o que fazer.

Bons hábitos de trabalho são vantajosos. Leia sempre a descrição completa da experiência, antes de iniciar o trabalho, de sorte a ter uma compreensão nítida do que pretende fazer. Anote cuidadosamente o que ocorre durante a realização da experiência. Possuirá, então, os dados, aos quais poderá recorrer, se necessário, e noções suficientes para saber como procedeu em seu trabalho.

Efetuando uma experiência, sempre que preciso, repita as medidas várias vêzes. Diversas leituras são geralmente melhores que uma só. Você decidirá em que casos é necessário um maior número de medidas.

Muitas destas práticas requerem o auxílio de um ou mais participantes. Examine, com seus companheiros, os resultados obtidos. Trabalhando em conjunto na análise de resultados, você aprenderá mais do que se a efetuar isoladamente.

Não lhe será possível, provàvelmente, realizar tôdas as partes de cada experiência. Não se precipite: é mais vantajoso fazer minuciosamente metade dos itens sugeridos, do que completar a experiência de um modo superficial. Parte da análise dos resultados, freqüentemente, pode ser feita em casa.

Na maioria das experiências, os aparelhos usados são muito simples. Você mesmo pode fazer muitas partes, e prosseguir as experiências em sua casa.

ÍNDICE

EXPERIÊNCIA

Parte I

I-1 Pequenos Intervalos de Tempo 217
I-2 Grandes Distâncias 219
I-3 Pequenas Distâncias 222
I-4 Anáise de uma Experiência 223
I-5 Movimento: Velocidade e Aceleração 225
I-6 Pequenas Massas 225
I-7 Espectros de Elementos 226
I-8 Camadas moleculares 228
I-9 Escala Natural de Temperaturas 229

GUIA DE LABORATÓRIO

PARTE I

I — 1. Pequenos intervalos de tempo

Todos sabem cronometrar o tempo que leva um atleta para percorrer 100 m. Bastaria para isto um relógio de pulso, comum, com um ponteiro de segundos, desde que fôsse suficiente uma precisão razoável. Pode você, entretanto, medir o tempo que leva o martelinho vibrador de uma campainha elétrica para completar uma vibração? Ligue uma pilha a uma campainha durante alguns segundos, e tente! (Fig. 1). Você verificará que o tempo correspondente a uma vibração é tão curto, que se torna impossível medi-lo simplesmente com um relógio. Através da presente experiência, você aprenderá um método que possibilita medir pequenos intervalos de tempo, como o que foi referido.

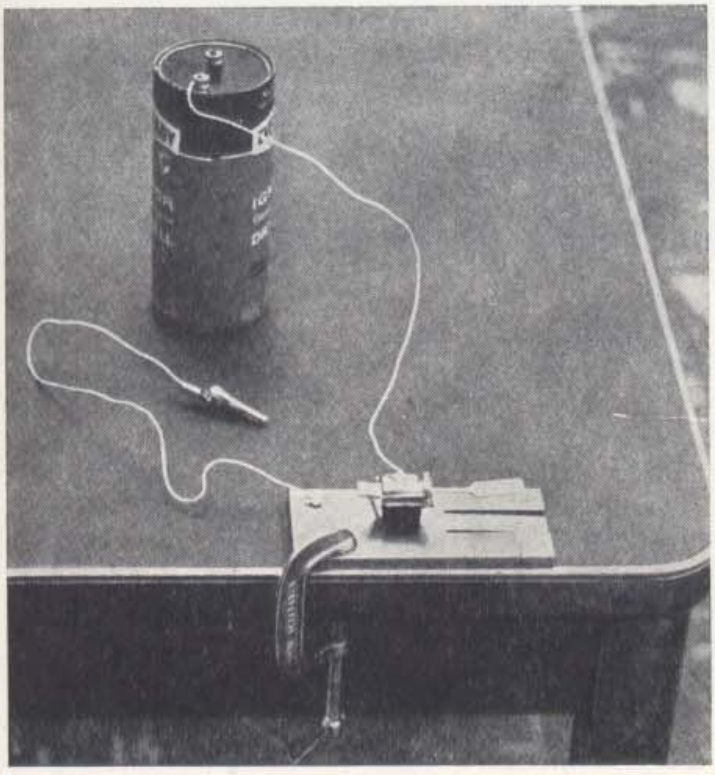


Figura 1

Iniciemos com um "martelinho" maior, representado por uma barra de aço, carregada, e que não vibra tão ràpidamente (Fig. 2). Puxe a presilha para o lado, e solte-a. Pode você medir, usando seu relógio de pulso, o tempo que leva a lâmina para completar uma vibração?

Contràriamente ao deslocamento do atleta, o movimento da lâmina se repete regularmente. Você pode aproveitar esta repetição, medindo o tempo necessário para completar, digamos, 10 vibrações. Aumentaria, desta forma, a precisão de sua medida?

Você conta fàcilmente as vibrações da lâmina; precisa, entretanto, dispor de um meio de fazê-lo mais ràpidamente, de modo a poder contar as vibrações do martelo. Um dos meios consiste em usar um disco estroboscópico (Fig. 3). Tape,

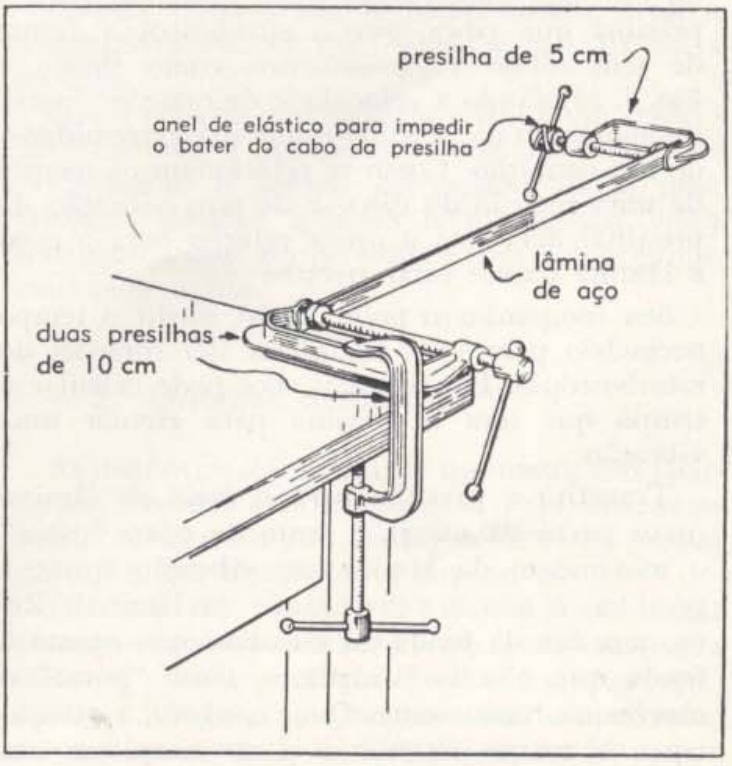


Figura 2

Figura 3

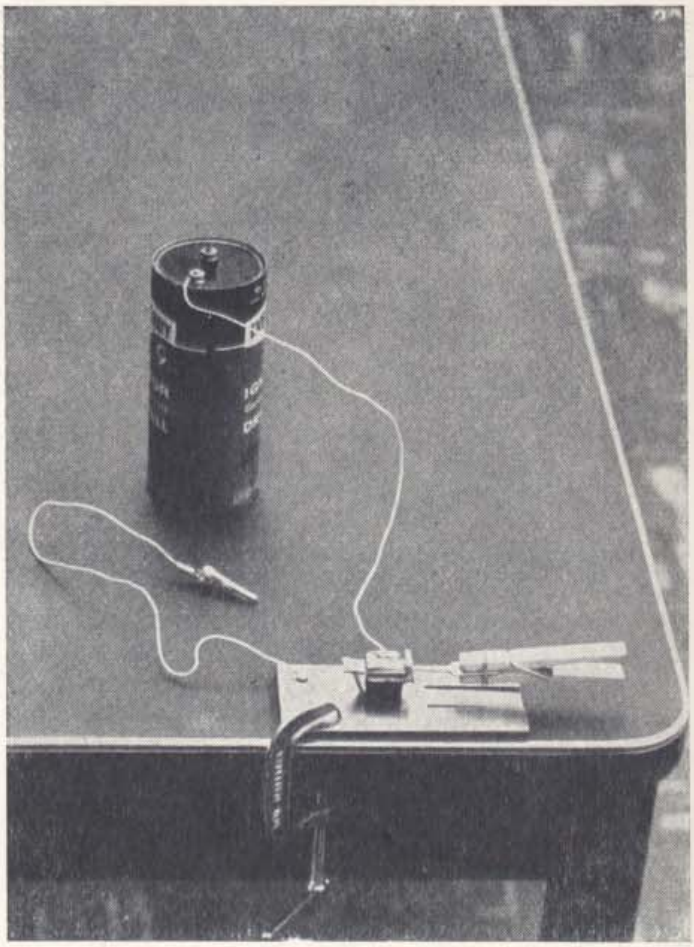


Figura 4

inicialmente, com fita adesiva, tôdas as fendas do estroboscópio, exceto uma. Olhando para a presilha que vibra, gire o estroboscópio diante de seus olhos, vagarosamente, como indica a Fig. 3. Mudando a velocidade de rotação, "pare" o movimento da presilha numa das extremidades de sua oscilação. Como se relacionam os tempos de uma rotação do disco e de uma vibração da presilha? Será esta a única relação para a qual a lâmina parece estar parada?

Seu companheiro pode, então, medir o tempo necessário para você completar dez rotações do estroboscópio. Em seguida, você pode calcular o tempo que leva a presilha para efetuar uma vibração.

Transfira a presilha para o meio da lâmina (mais perto da mesa), e tente de nôvo "parar" o movimento da lâmina em vibração (puxe a presilha, e não a extremidade da lâmina). Remova a fita da fenda do estroboscópio oposta à fenda que não foi vedada, e tente "parar" o movimento novamente. Qual é, agora, a relação entre o tempo necessário para completar um giro do estroboscópio e o tempo de uma vibração da presilha? Qual é o tempo necessário para completar uma vibração se a presilha fôr deslocada para ainda mais perto da mesa?

Antes de você tentar pròpriamente medir o tempo correspondente a uma vibração do martelinho da campainha, adapte-lhe um prendedor de roupa como está indicado na Fig. 4. Reduzir-se-á, desta forma, a velocidade do martelinho, dando-lhe uma oportunidade de exercitar o uso do estroboscópio. Experimente parar o movimento do martelinho com o prendedor de roupa usando seu estroboscópio com quatro fendas descobertas. A fim de calcular o tempo necessário para uma vibração do martelinho carregado, você, provàvelmente, descobrirá a conveniência de medir o tempo que corresponde a vinte rotações do disco.

Repita a medida feita, deixando as doze fendas descobertas. Como pode você ter certeza que seus cálculos, em ambos os casos, não fornecem o dôbro do valor correto?

Você está, então, habilitado a medir o tempo correspondente a uma vibração do martelinho

da campainha, sem o prendedor de roupa. De que ordem de grandeza foi aumentada sua possibilidade de medir curtos intervalos de tempo?

Determinando o tempo que corresponde a uma vibração do martelinho, você calibrou a campainha e pode, então, utilizá-la para medir curtos intervalos de tempo.

Você pode usar êste aparelho como registrador de tempo para medir o intervalo de tempo que decorre entre o bater de duas palmas (Fig. 5). À medida que a fita de papel passa, o martelinho nela deixa marcas, em intervalos iguais

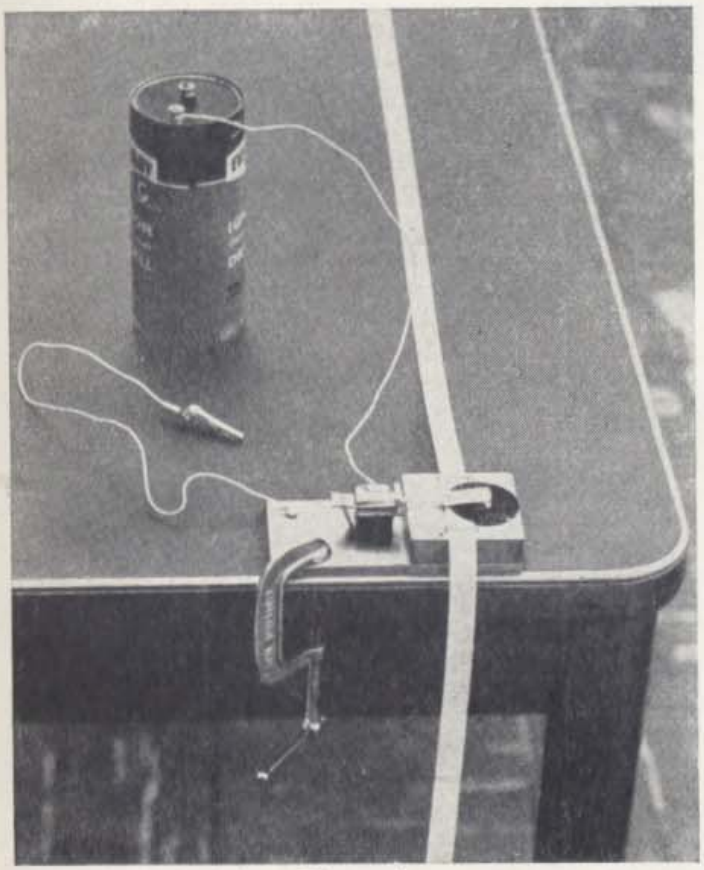


Figura 5

de tempo. Faça a fita correr diversas vêzes, a fim de certificar-se que o martelinho a está marcando, e para determinar a velocidade com que ela deve ser puxada de forma a ter as marcas convenientemente espaçadas para efeito de contagem. Enquanto você puxa a fita através do marcador de tempo, seu companheiro deve bater palmas duas vêzes. Ligue o marcador de tempo ao ouvir o som da primeira palma, e desligue-o à segunda batida. Conte o número de marcas obtidas na fita, e determine o intervalo de tempo decorrido entre as palmas.

Não podemos "parar" um movimento não repetitivo, observando-o por meio de um estroboscópio. Contando, entretanto, quantas vêzes vemos o móvel transferir-se de um lugar para outro, podemos encontrar o tempo que leva para percorrer esta distância. Para facilitar a contagem, podemos registrar permanentemente o movimento, seja fotografando-o através de um estroboscópio (Fig. 6), seja usando o marcador de tempo.

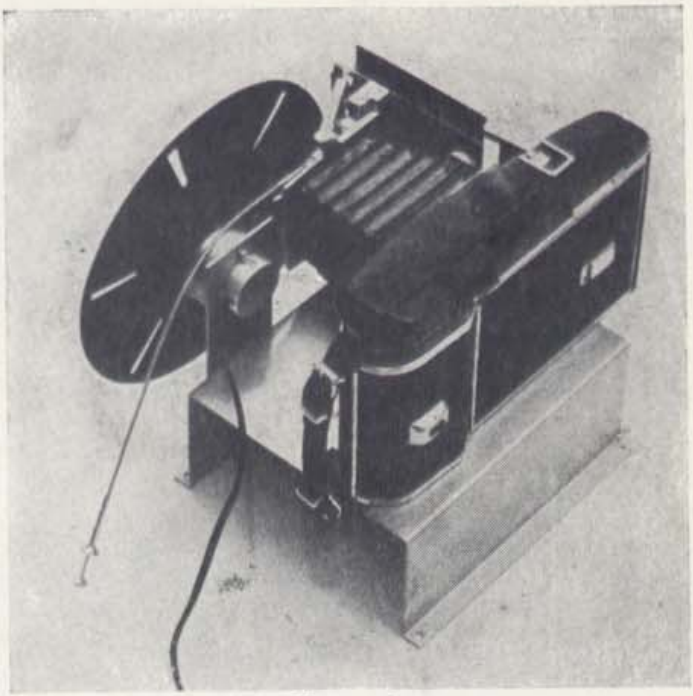


Figura 6

Prenda a fita a um pequeno objeto, e meça o tempo necessário para que êle caia da mesa ao chão.

Como poderia você utilizar a fita e um relógio para calibrar o marcador de tempo-campainha?

Confronte o tempo correspondente a uma vibração medido quando o martelinho vibra livremente, com aquêle obtido com o martelinho marcando a fita.

I — 2. Grandes distâncias

As distâncias da ordem de um metro são fàcilmente medidas com uma régua. Para distâncias muito maiores, o uso de régua se torna pouco prático e, em alguns casos, impossível.

Diversos são os instrumentos que permitem aumentar nossa possibilidade de medir distâncias maiores. Você pode calibrá-los experimentalmente e usá-los com sucesso, sem compreender como funcionam. Uma aferição matemática, por

outro lado, exige tal entendimento. Você aprenderá, nesta experiência, a utilizar dois instrumentos simples; calibrá-los-á, um experimentalmente, e o outro matemàticamente.

O Medidor de Alcances

Para verificar como funciona êste medidor (Fig. 7), olhe para um poste de luz ou para uma árvore, distantes alguns metros, procedendo da seguinte maneira: olhe primeiramente para o poste, por cima do espelho fixo, e gire, então, o medidor, até que você veja o espelho móvel no espelho fixo. Ajuste, finalmente, o braço do aparelho, de forma a ver a imagem do poste no espelho movel e alinhada com o poste real. Marque, no papel, a posição do ponteiro. Olhe, agora, para o mesmo objeto, de uma distância diferente, e observe a mudança na posição do ponteiro.

Calibre seu medidor de alcances, focalizando objetos situados a distâncias conhecidas, e assinalando no papel as posições do ponteiro.

Verifique a distância de vários objetos. Como varia a precisão do medidor com a distância? A que distância é o êrro de aproximadamente 100 %?

O Visor de Paralaxe

Para medir distâncias da ordem de um quilômetro, apreciamos ter um instrumento suficientemente simples para ser aferido matemàticamente. O visor de paralaxe, apresentado na Fig. 8, é um instrumento dêste tipo.

Para compreender o que queremos dizer com paralaxe, olhe para um lápis com uma e depois com a outra vista, e observe o aparente deslocamento do objeto em relação ao cenário. Esta mudança é denominada paralaxe. Para verificar o fato numa escala maior, olhe para dois objetos em linha reta consigo, grandemente distanciados. Dê alguns passos em ângulo reto com sua direção anterior, e torne a olhar. Observe que os dois objetos não mais estão alinhados consigo. Utilizaremos esta alteração para verificar a distância existente entre você e o mais próximo dos dois objetos; o mais distante servirá apenas como ponto de referência no cenário de fundo.

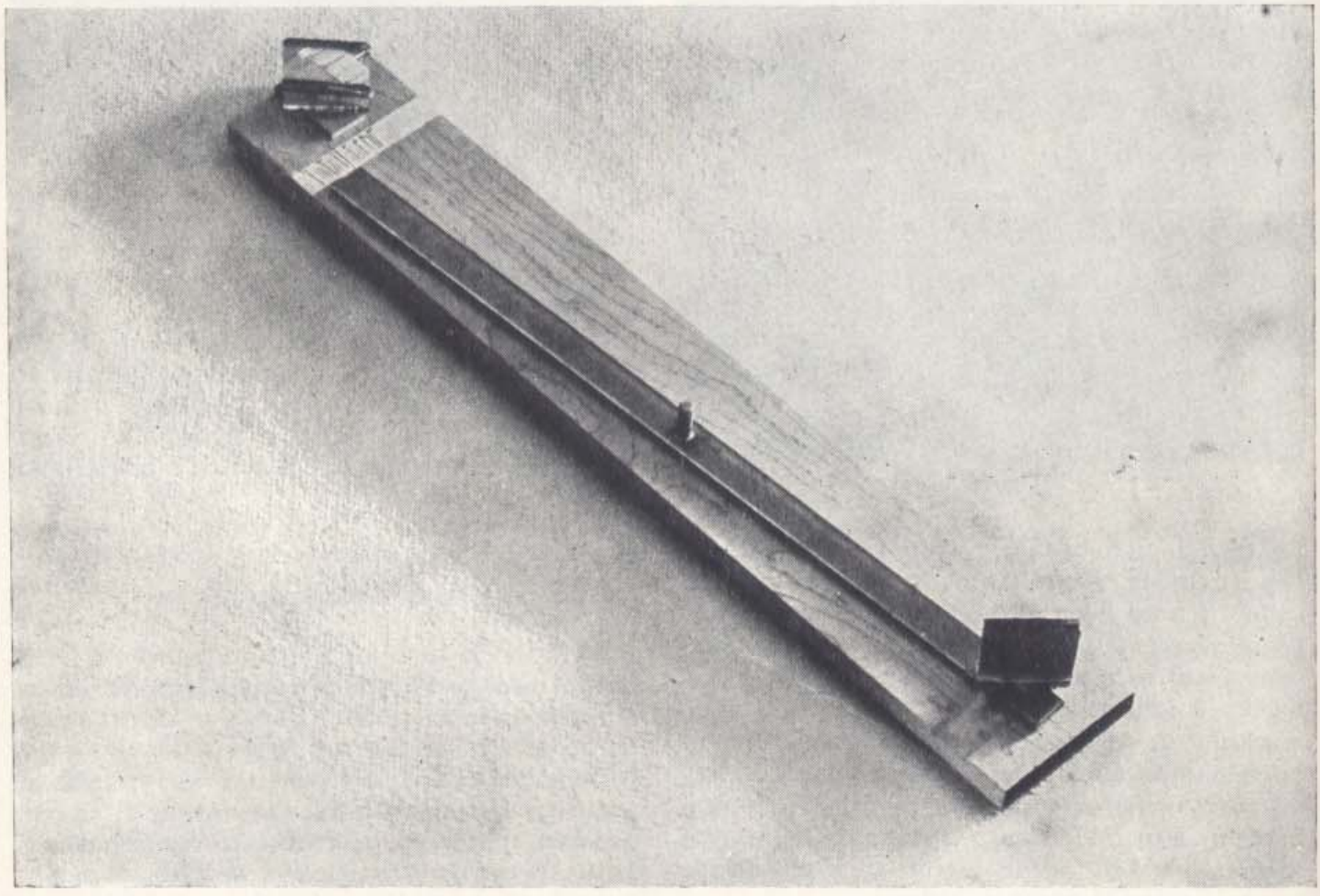


Figura 7

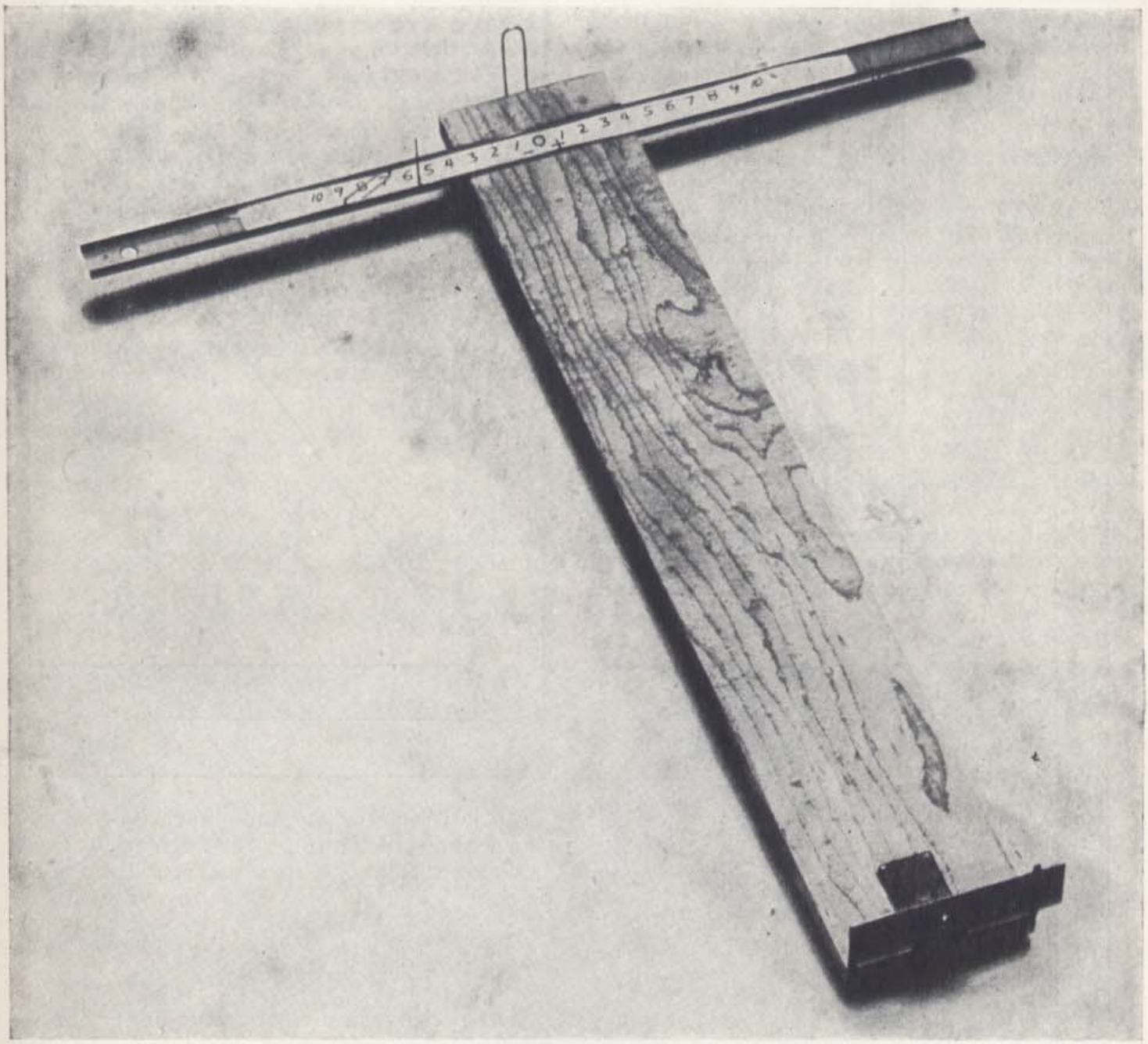


Figura 8

Para determinar quantitativamente o deslocamento ocorrido, volte ao lugar onde os dois objetos estavam alinhados (*B* na Fig. 9). Partindo dêste ponto, meça uma linha suporte *BC*, perpendicular à linha de mira. Use o visor de paralaxe no ponto *C*, e mire o ponto de referência por cima do grampo de papel. Marque, então, a linha de visão ao objeto mais próximo, ajustando o ponteiro no braço transversal. A partir da posição do ponteiro no braço transversal e da distância entre as duas posições de mira (a linha suporte), você pode determinar a distância desejada.

Note, na respresentação esquemática da questão, indicada na Fig. 9, que os ângulos θ e θ' não são muito diferentes. Se o ponto de referência escolhido se situa muito longe em confronto com a distância a ser medida, θ é pràticamente igual a θ', e os triângulos *BDC* e *OCS* são semelhantes. Como pode você expressar a distância *BD* em função do comprimento da linha suporte *BC*, da distância entre a escala e o pequeno orifício *CO*, e da leitura do paralaxe do ponteiro na escala *OS*?

Não é necessário, na prática, que o ponto distante que serve de referência esteja, inicialmente, alinhado com o objeto. Você pode mirar o ponto referencial como antes, e marcar a linha de visão

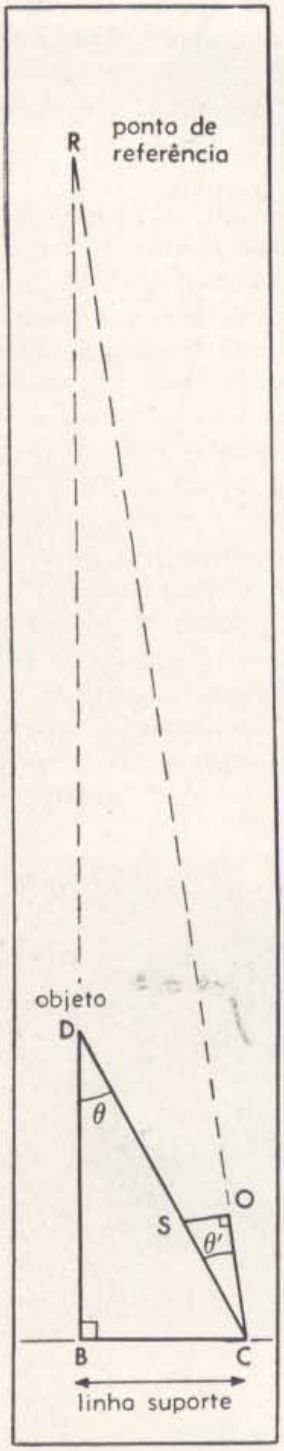


Figura 9. O tamanho do visor, indicado pelos comprimentos *CO* e *OS*, está enormemente aumentado em relação às distâncias *BC* e *BD*

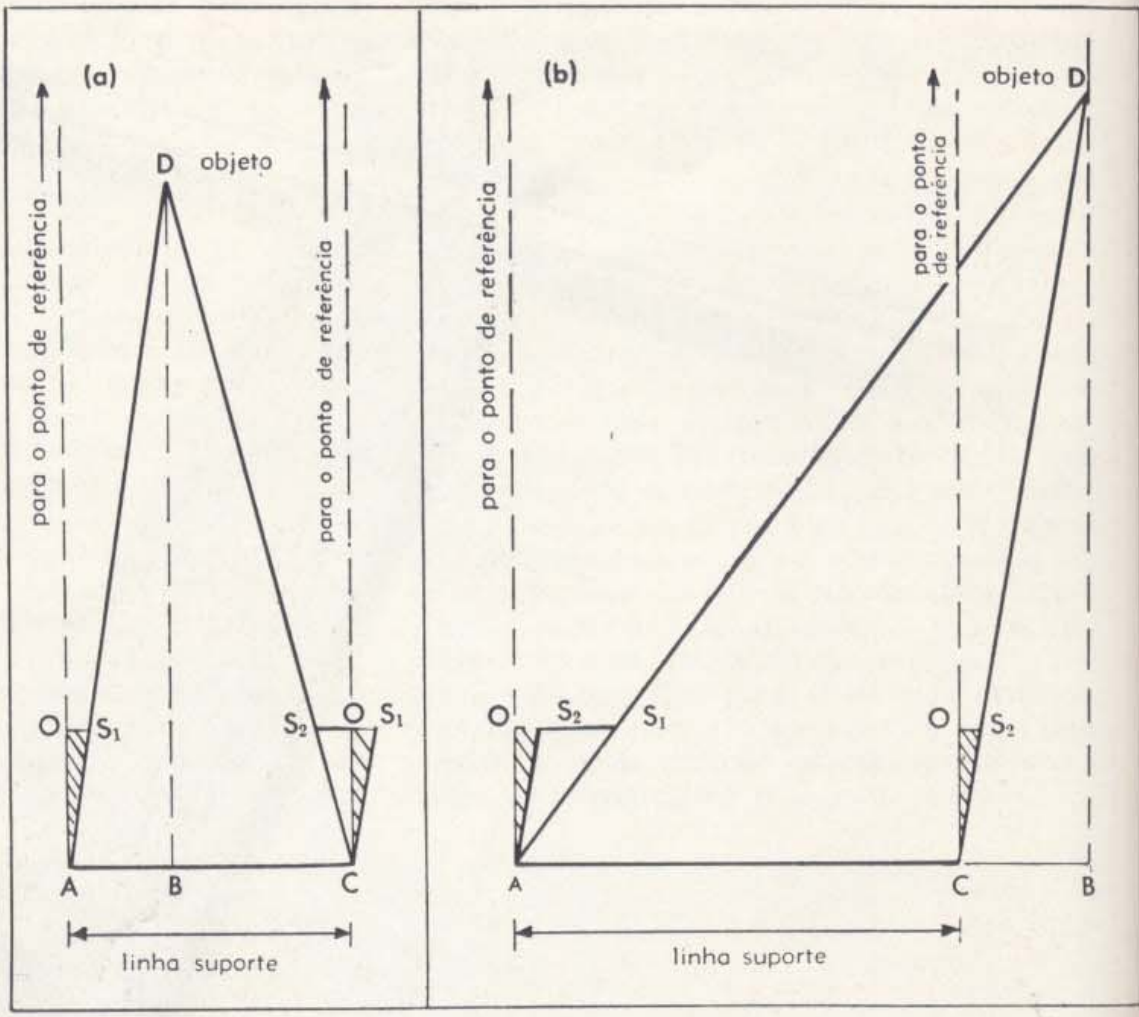


Figura 10

ao objeto com um ponteiro (S^1 na Fig 10a). Movimente-se, então, em ângulo reto em direção ao ponto de referência, torne a mirar, e marque a direção do objeto com um segundo ponteiro (S_2 na Fig. 10a). A partir dos triângulos semelhantes ADC e S_1CS_2, você pode calcular a distância AD.

Observe que não é necessário que se cortem a linha suporte e a perpendicular baixada do objeto até ela (Fig. 10a).

Meça diversas distâncias, da ordem de quilômetros, usando diferentes pontos referenciais. Qual é, destas medidas, a que você considera mais precisa?

I — 3. Pequenas distâncias

Você pode medir a espessura de um pedaço de papelão com uma régua. Para comprimentos menores, as leituras da régua se tornam muito imprecisas. O emprêgo de uma régua para medir a espessura de um fio de cabelo, indicará sòmente ser êste muito fino, noção que você já possuía. O micrômetro ótico (Fig. 11) permite aumentar consideràvelmente sua possibilidade de medir distâncias muito curtas.

Para verificar a sensibilidade de seu micrômetro, segure-o de forma a poder ver no espelho a imagem do alfinête referencial. (O alfinête deve estar perto da extremidade direita do braço). Olhando através do "V" na mira, desloque a mira para a direita ou esquerda até que a imagem do alfinête, vista através do "V", esteja alinhada com a extremidade direita da referência no bloco

especular. Marque a posição da mira. Encaixe um pedaço de papel entre o espelho e a placa interior de vidro (Fig. 12), e verifique a nova direção na qual você vê a imagem do alfinête alinhada com a mira e a extremidade direita da referência. Marque esta posição. Como se relacionam a distância compreendida entre as duas marcas e a espessura do papel?

O micrômetro óptico pode ser aferido matemàticamente, mas isto é particularmente complicado. É muito mais simples calibrá-lo experimentalmente. Você pode utilizar, neste sentido, objetos delgados de espessura conhecida, tais como fios de determinados diâmetros, que podem ser inseridos entre o espelho e as placas de vidro.

Você pode, também, aferir o micrômetro usando objetos cuja espessura calculará. Mediante uma régua, por exemplo, você pode medir a espessura de um bloco de papel de cartas, contar o número de fôlhas, e calcular a espessura de uma fôlha. Em seguida, para aferir o micrômetro, insira pedaços de papel, um por um, e marque a posição de mira na escala. Repita cada etapa para verificar se suas marcas coincidem, obtendo, desta forma, uma idéia da precisão de sua aferição. Use seu micrômetro para determinar a espessura de um fio de cabelo, de um pedaço de fôlha de alumínio ou celofane.

— — — — — — —

Junte duas lâminas de barbear, e, comprimindo-as entre os dedos, pratique dois cortes num pedaço de papel. Como poderia você usar o micrômetro óptico para determinar a distância entre as duas linhas de corte? Que suposições estabeleceu você?

I — 4. Análise de uma experiência

A Tabela 1 contém os resultados de uma experiência. Você é convidado a apresentar e analisar êstes resultados de forma a possibilitá-lo a tirar conclusões sôbre a natureza do processo que está sendo investigado, e a predizer o resultado de experiências similares. A apresentação e a análise de resultados experimentais constitui um setor essencial da física.

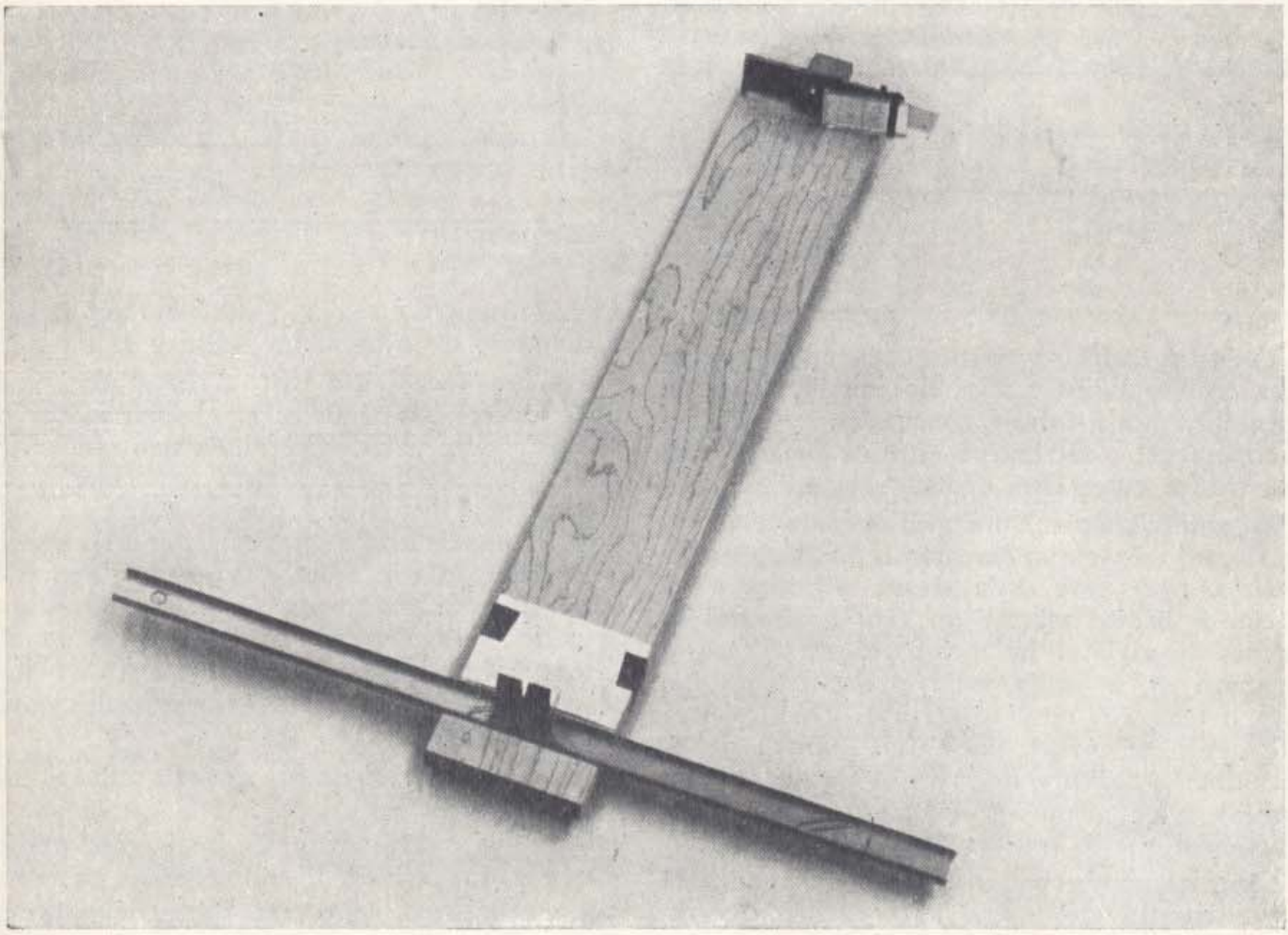


Figura 11

A experiência em questão consistiu em investigar o tempo que leva a água para extravazar pelo buraco do fundo de uma lata. Conforme se esperava, êste tempo depende do tamanho do orifício e da quantidade de água no recipiente.

Para averiguar a dependência dêste tempo em relação ao tamanho do orifício, extravazou-se através de orifícios circulares de diferentes diâmetros, relativamente pequenos, a água contida em quatro grandes recipientes cilíndricos de igual tamanho. Para verificar de quanto êste tempo depende da quantidade de água, verteu-se êste líquido para os mesmos recipientes até alturas diferentes.

Cada medição foi repetida diversas vêzes, e registraram-se na tabela os valores médios dos tempos (em segundos) necessários para esvaziar cada recipiente. Devido à dificuldade de medir precisamente intervalos curtos de tempo usando um relógio, há um número menor de algarismos significativos nas medidas dêstes tempos do que nas de longos intervalos de tempo.

Tabela 1

Tempo para esvaziar (em s)

d em cm \ h em cm	30	10	4	1
1,5	73,0	43,5	26,7	13,5
2	41,2	23,7	15,0	7,2
3	18,4	10,5	6,8	3,7
5	6,8	3,9	2,2	1,5

Todos os dados necessários constam da tabela; uma representação gráfica dos mesmos, porém, possibilitar-nos-á inferir conclusões, e facilitará enormemente o estabelecimento de uma relação matemática entre êstes dados.

Faça, inicialmente, um gráfico representativo da variação do tempo em função do diâmetro do orifício, para uma dada altura, digamos a de 30 cm. É hábito marcar no eixo horizontal os valores da variável independente (neste caso, o diâmetro d), e os da variável dependente (no caso, o tempo t) no eixo vertical. Você desejará que a curva se estenda por tôda a fôlha de papel, para obter o máximo de precisão em seu gráfico. Escolha adequadamente suas escalas nos dois eixos, sem que se tornem de leitura difícil.

Ligue os pontos por uma curva contínua. Há sòmente um modo de fazê-lo? A partir da curva, com que precisão pode você inferir o tempo

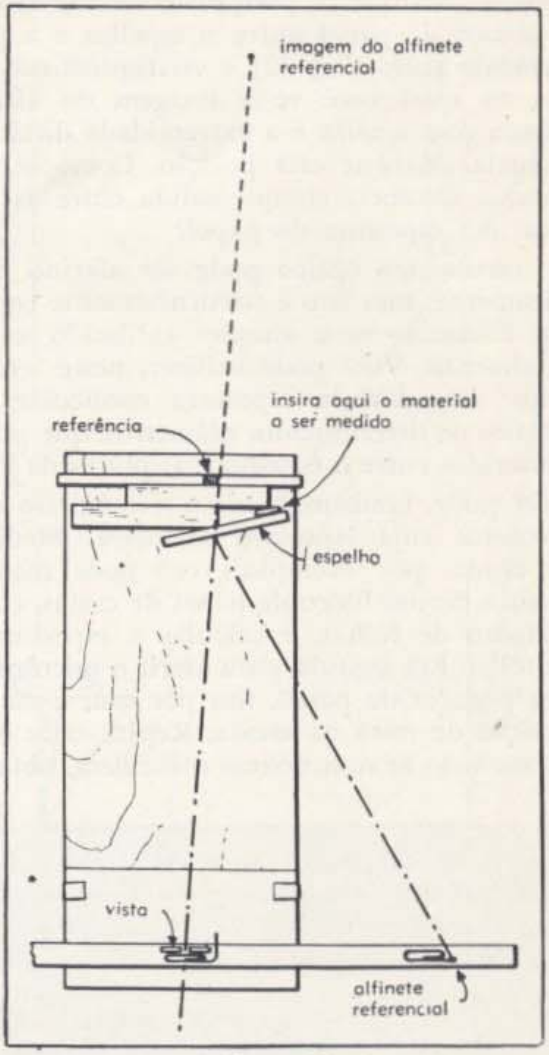


Figura 12

necessário para esvaziar o mesmo recipiente, se o diâmetro do orifício fôr 4 cm; e se fôr 8 cm?

Embora você possa usar a curva para interpolar entre suas medidas e, grosseiramente extrapolar além delas, você ainda não estabeleceu uma expressão algébrica para relacionar t e d. Seu gráfico lhe mostra que t diminui ràpidamente com d; tal fato sugere uma relação inversa. Você pode inferir, além disto, que o tempo de vazão deve guardar uma relação simples com a área do orifício, pôsto que, quanto maior êste último, tanto mais água por êle fluirá num tempo igual. Isto sugere experimentar um gráfico t versus $1/d^2$.

Neste sentido, acrescente em seu caderno uma coluna para os valores de $1/d^2$ e, escolhendo de nôvo uma escala adequada, represente gràficamente t versus $1/d^2$, ligando, depois, os pontos por uma curva contínua. Que você verifica? Estava certa sua suposição? Pode você escrever a

relação algébrica existente entre t e d, para a altura de água considerada?

Para verificar se êste tipo de relação entre t e d é válido também para alturas diferentes de líquido no recipiente, obtenha, na mesma fôlha de papel milimetrado, os gráficos t versus $1/d^2$ para as outras alturas. Que você conclui?

Observe que para $h = 1$ cm, a curva se dirige pouco pronunciadamente para cima. Faça uma representação especial dêstes dados, usando uma escala maior para o tempo, de sorte a usar a fôlha inteira. Que se observa? Baseando-se nos seus dados, que pode você dizer sôbre a relação algébrica entre t e d para $h = 1$ cm?

Investigue, agora, a dependência entre t e h, para um diâmetro constante do orifício. Tome o caso $d = 1{,}5$ cm, indicado na primeira linha da Tabela. Faça um gráfico no qual h será marcado no eixo horizontal, e ligue seus pontos por uma curva. Extrapole a curva em direção à origem. Passa ela pela origem? Esperava você que isto acontecesse?

Como pode você utilizar seus gráficos t versus $1/d^2$ para predizer t para $h = 20$ cm e $d = 4$-cm?

— — — — — — —

Não há considerações geométricas simples que nos conduzam à relação matemática correta entre t e h. Você pode tentar obtê-la da curva. Pode ser-lhe útil girar de 90° o papel milimetrado, e ver, inicialmente, h como uma função de t, e, depois, t como função de h. Se lograr o seu intento, verifique, mediante representação gráfica adequada, se o mesmo tipo de relação entre t e h é válido para $d = 5$ cm.

— — — — — — —

Se lhe é familiar o emprêgo de logarítmos, você pode verificar se a relação pertence a uma classe geral de relações, tal como uma lei exponencial, $t \propto h^n$. Neste sentido, represente gràficamente $\log t$ versus $\log h$ (ou, simplesmente, t versus h num papel logarítmico). Que você obtém? Qual é o valor de n?

Pode você estabelecer a expressão geral para o tempo de fluxo como uma função simultânea de h e d? Calcule t para $h = 20$ cm e $d = 4$ cm, e confronte a resposta com a encontrada gràficamente. Qual, a seu ver, merece mais confiança?

I — 5. Movimento: velocidade e aceleração

O estudo do movimento de um corpo requer o registro de sua localização em diferentes instantes, de preferência em intervalos de tempo iguais. Mediante tais dados, você pode estudar um movimento completamente irregular — por exemplo, o movimento de sua mão enquanto você caminha.

Monte o marcador de tempo, como indicado na Fig. 13, segure a extremidade da fita em sua mão, e caminhe alguns passos enquanto seu companheiro controla o marcador de tempo.

Pela inspeção de sua fita, pode você verificar onde foi maior sua velocidade? Em que parte foi ela a mais baixa? Pode você descobrir onde a aceleração foi (a) a maior, (b) a menor? Se você escolher como uma unidade de tempo, um "tique", o intervalo de tempo entre duas marcas consecutivas, o que representa a distância entre duas marcas adjacentes quaisquer?

Verifique qual é a velocidade durante cada intervalo de cinco "tiques". Represente num gráfico a velocidade como uma função do tempo, tomando cinco tiques como sua unidade de tempo. A velocidade permaneceu constante? Caso negativo, de quanto por cento se desvia ela da velocidade média ao longo de todo o percurso?

A partir dêste gráfico, represente a distância percorrida versus o tempo, medindo a área sob a curva como uma função do tempo. Confronte as distâncias encontradas dêste modo com as distâncias medidas diretamente na fita.

Usando o gráfico da velocidade versus o tempo, faça a representação gráfica da aceleração versus o tempo. Qual foi a propriedade de seu prognóstico prévio com relação aos tempos de maior e menor aceleração?

— — — — — — —

Um corpo que cai está, certamente, acelerado. Prenda um bloco de madeira ou um pêso à fita do marcador de tempo e, deixando-os cair livremente, verifique sua aceleração em $\dfrac{\text{cm}}{(5 \text{ tiques})^2}$.

A aceleração é constante?

I — 6. Pequenas massas

A matéria na superfície da Terra é atraída para baixo. Nossa sensibilidade a esta fôrça de atração fornece uma medida razoável da quantidade de matéria, a qual denominamos massa.

Estenda sua mão, e peça ao seu companheiro que nela coloque um livro. Após ter-se apercebido da massa de um livro, feche seus olhos, e peça ao colega que coloque em sua mão alguns livros iguais. Pode você dizer quantos são êles?

Determine a massa de seu livro de física, pesando-o numa balança comum de braços iguais, e avalie a precisão de seu resultado. Pese, na mesma balança, uma esfera metálica e, em seguida, uma bola de gude. A precisão de sua medida, expressa em percentagem, aumenta ou diminui com a massa de seu objeto? Experimente pesar um fio de cabelo na balança; pode você dar uma ordem de grandeza de sua massa?

Construa uma balança "de canudo de refrêsco", conforme está indicado na Fig. 14. Coloque, então, na extremidade do braço um fio de cabelo de alguns centímetros de comprimento. Percebe você algum efeito? Que acontece quando você põe um pedacinho de papel no braço da balança?

Esta balança sensível deve ser aferida se fôr usada como dispositivo de medidas quantitativas. Neste sentido, divida em pequenas partes uma massa fàcilmente mensurável, e calcule as massas destas partes. Pese numa balança comum um bloco de papel de cartas. Que deve você fazer para verificar a massa de um centímetro quadrado de uma fôlha? Que suposições faz você em seus cálculos? Experimente usar pedaços de papel de 1 cm^2 para calibrar sua balança. Se a massa ainda fôr demasiadamente grande, recorte-a em pedaços menores. Como pode você verificar se as massas são aproximadamente iguais? Qual é, na sua opinião, a maior fonte de êrro na determinação da massa de um pedacinho de papel?

Preparadas algumas massas iguais, calibre sua escala, colocando as massas, uma a uma, sôbre o braço, e marcando na escala as posições da balança. Pese, então, um fio de cabelo, alguns grãos de arroz, ou outras coisas que achar interessante. Qual é a capacidade de sua balança "de canudo de refrêsco"?

I — 7. Espectros de elementos

Todos sabem que quando cai um pouco de sopa ou leite sôbre um bico de gás, sua chama azulada se transforma numa mistura de côres,

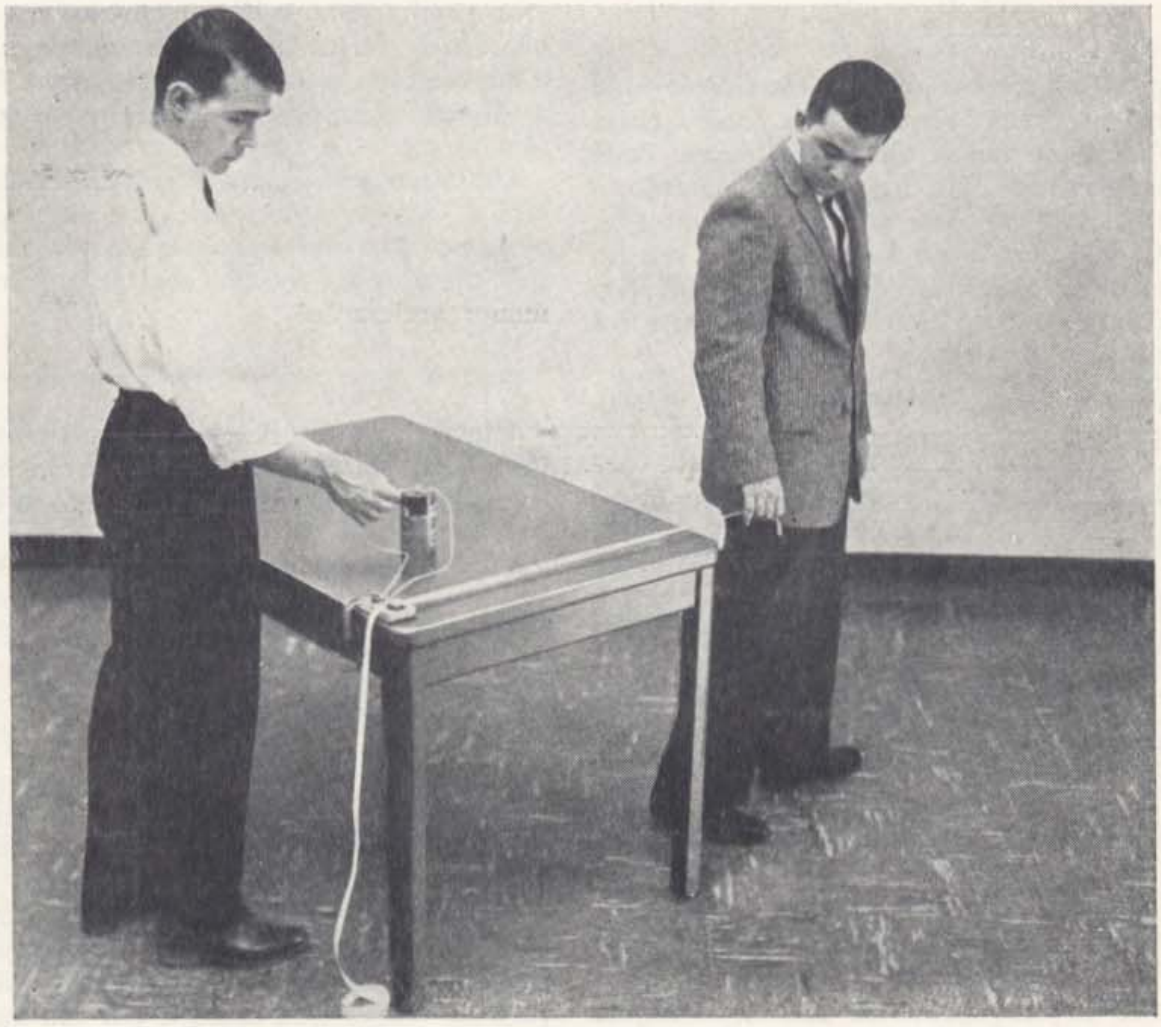


Figura 13

na qual predomina o amarelo. Podem estas côres ser utilizadas para identificar os elementos da substância derramada sôbre a chama? Um bom meio para poder responder, consiste em observar as côres produzidas, nestas condições, por substâncias conhecidas.

Desde que muitos elementos são de difícil manuseio isoladamente, nós os usaremos sob a forma de compostos. Empregaremos o mesmo tipo de composto para cada elemento, desde que será experimentado sòmente um por vez. No nosso caso, êstes compostos serão o cloreto de lítio, cloreto de sódio, cloreto de potássio, cloreto de cálcio, cloreto de estrôncio, e cloreto cúprico.

Ligue um bico de Bunsen, regulando-o para obter uma nítida chama azul. A fim de conseguir uma quantidade de sal fàcilmente manejável, aqueça a alça metálica (Fig. 15) na chama, e, em seguida, mergulhe-a ràpidamente no sal. Parte desta substância fundirá e ficará prêsa à alça. Situe, então, a alça dentro da chama, na ponta do cone por esta formado, e observe a côr que se manifesta predominantemente. Repita a experiência com as outras substâncias, usando, em cada caso, uma nova alça (para evitar confusão, rotule os cabos dos fios). Cada chama se manifesta realmente diferente?

Para aumentar nossa acuidade de diferenciação das côres, usaremos um espectroscópio simples. Monte o espectroscópio num suporte com pinça de mufa, situando sua fenda paralelamente à chama (Fig. 16). Como a chama do bico de Bunsen é fraca, peça ao seu companheiro que mantenha a alça na parte interna da mesma. O fio ficará incandescente, auxiliando-o a dispor o espectroscópio corretamente. Após ter alinhado o espectroscópio com a chama, mova ligeiramente sua cabeça para o lado, até que você veja a imagem do fio incandescente sob a forma de uma extensa faixa colorida.

Você está, então, apto para testar os vários sais que observou anteriormente. Verifique as côres detalhadamente, e confronte-as com as impressões gerais obtidas quando você olhou para a chama diretamente. A extensa faixa, imagem do fio incandescente, pode servir como um referencial para as estreitas raias coloridas fornecidas pelas substâncias.

Misture, num recipiente limpo, dois dos sais, digamos, cloreto de cobre e de lítio. Pode você distinguir as côres separadamente, olhando diretamente para a chama? (Use uma nova alça para a mistura). Consegue vê-las quando olha através do espectroscópio?

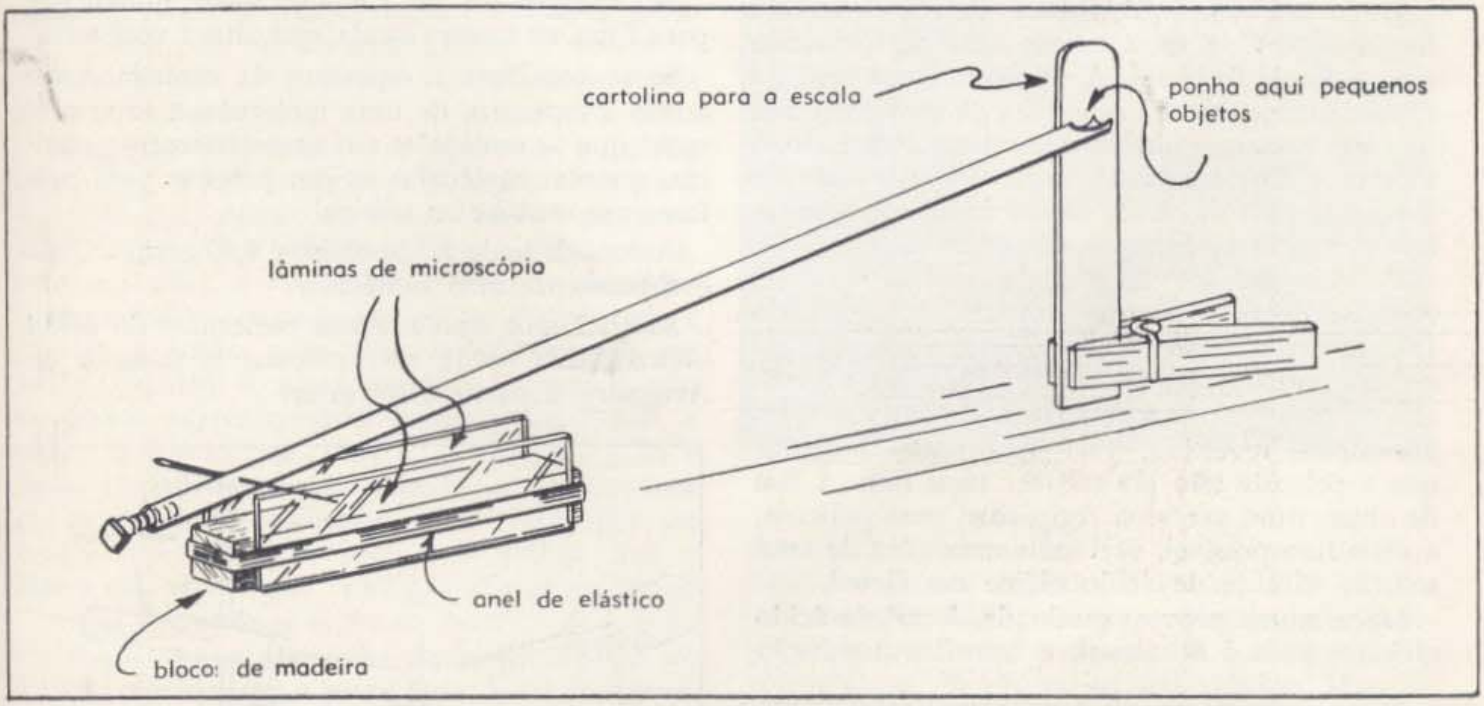


Figura 14. Atarrache o parafuso até cêrca da metade de seu comprimento na extremidade do canudo. Determine aproximadamente, por meio de seu dedo ou com um lápis, a posição na qual o canudo permanece em equilíbrio. Faça uma agulha ou um alfinête comprido atravessarem o canudo neste ponto, justamente acima de seu eixo longitudinal. (Se o ponto de apoio está abaixo do eixo, o canudo ficará instável, e não equilibrará). Apare a parte superior da outra extremidade do canudo, como indicado na figura.
Estando a agulha de forma conveniente, coloque-a transversalmente sôbre os bordos de seu suporte, e ajuste o parafuso (soltando ou prendendo-o mais), de sorte que o canudo aponte ligeiramente para cima.
Faça uma escala bem atrás da extremidade comprida do canudo, conforme está indicado. Se o conjunto fôr colocado numa caixa, reduzir-se-ão os desvios ocasionados por correntes de ar.

Usando uma nova alça, experimente uma outra mistura dos dois sais, formada quase que inteiramente de cloreto cúprico com traços sòmente (~ 5 %) de cloreto de lítio. Que vê você sem o espectroscópio? E com o espectroscópio? Faça a experiência com uma mistura do cloreto de sódio contendo traços de cloreto de lítio. Percebe você a presença de lítio sem o espectroscópio? E com o espectroscópio?

Que pode você fazer para certificar-se que as côres que vê são realmente características do sódio, cálcio, cobre, etc., e não de seus cloretos?

Tente verificar as côres produzidas por fermento em pó e por pó de giz. Pode você identificar um elemento em cada uma destas substâncias?

Use seu espectroscópio para verificar a luz produzida por diferentes fontes, tais como lâmpada de néon e lâmpada de vapor de mercúrio.

I — 8. Camadas moleculares

As moléculas e os átomos são tão pequenos que não podemos vê-los e medir o seu tamanho. Usando, entretanto, um método indireto, podemos obter uma indicação da ordem de grandeza das dimensões de algumas moléculas.

Uma pequena quantidade de óleo vertida numa superfície de água, se alastra, formando uma película finíssima. A espessura desta película é, pelo menos, igual à espessura de uma molécula de óleo. Se conseguirmos determinar, portanto, a espessura da camada de óleo, concluiremos que a espessura da molécula de óleo coincide com ou é menor que a espessura da película.

O ácido oléico é um bom exemplo de material de fácil obtenção e que formará uma película fina. Uma gôta de ácido oléico puro, vertida numa pequena piscina, cobrirá tôda sua superfície. É claro que se a superfície da água está inteiramente revestida, você não pode assegurar que a película não poderia ser mais fina. A fim de obter, num pequeno recipiente, uma película, a mais fina possível, usaremos uma gôta de uma solução diluída de ácido oléico em álcool.

Meça, numa proveta graduada, 5 cm^3 de ácido oléico e 95 cm^3 de álcool, e transfira a solução para um frasco limpo. Agite bem a mistura. Retire, então 5 cm^3 desta solução e misture-os com 45 cm^3 de álcool. Calcule a concentração desta solução.

Verta água numa grande bandeja rasa, limpa, até um centímetro de altura aproximadamente. Polvilhe levemente a superfície da água com giz ou pó de licopódio, o que tornará a película visível (o atrito de giz numa lixa produz pó de giz, limpo).

Para certificar-se que a película é produzida pelo ácido oléico, e não pelo álcool, pingue no recipiente, com um conta-gôtas, uma ou duas gôtas de álcool. Que você observa?

Use, então, o conta-gôtas para verter uma gôta de solução de ácido oléico. Meça o diâmetro médio da película e calcule sua área. Será que duas gôtas formam uma área dupla da determinada por uma gôta? Que acontece com três gôtas? Que conclusões você infere de suas respostas?

Verifique quantas gôtas dêste tamanho perfazem um centímetro cúbico, e, usando o volume da gôta e a área da camada, calcule a espessura da película. Avalie a precisão do cálculo feito, tomando em consideração o êrro introduzido em cada operação.

Se a espessura da camada fôsse aumentada para 1 cm, na mesma escala, que altura você teria?

Se se considera a espessura da camada como sendo a espessura de uma molécula, e se se presume que as moléculas são necessàriamente cúbicas, quantas moléculas seriam precisas para perfazer um centímetro cúbico?

A densidade do ácido oléico é 0,89 g/cm^3. Qual é a massa de uma molécula?

Se você sabe que a massa molecular do ácido oléico é 282 (pode você calcular o número de Avogadro, a partir dêste valor?

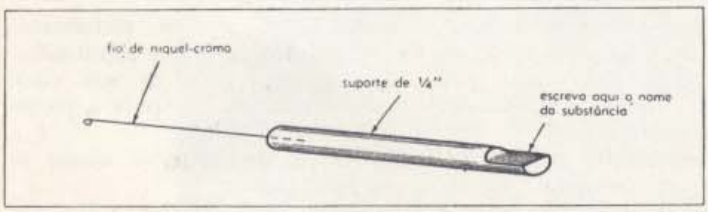


Figura 15

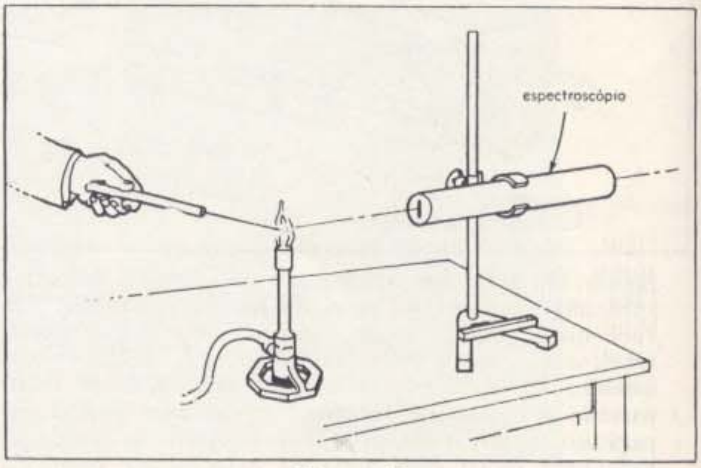


Figura 16

I — 9. Escala natural de temperaturas

O volume de um gás, como o ar, se modifica quando o mesmo é aquecido ou esfriado. Para que você mesmo o verifique, adapte firmemente a um frasco uma rôlha com um orifício, atravessada por um tubo de vidro de 5 cm de comprimento (Fig. 17). Mantenha o frasco entre suas mãos durante alguns segundos, para aquecer o ar de seu interior. Com um conta-gôtas, introduza uma gôta de água no tubo de vidro, e deixe o frasco esfriar. Que acontece com a gôta de água? Procure controlar a posição da gôta, aquecendo ou esfriando o ar no frasco. (Não a deixe cair dentro do recipiente). Você pode valer-se da posição da gôta no tubo de vidro para usar o conjunto como um termômetro. Como escolheria, porém, uma escala para êste dispositivo?

Para estabelecer uma escala de temperatura, você necessita de temperaturas susceptíveis de serem reproduzidas precisamente. Duas destas temperaturas são o ponto de ebulição e o de solidificação da água. Procuremos os volumes V_1 e V_2 de uma certa massa de gás, nestas duas temperaturas e à mesma pressão. Você pode atribuir às temperaturas T_1 e T_2, dois valores numéricos diferentes quaisquer, à sua escolha. O restante da escala de temperaturas é, então, definido pela linha reta obtida num gráfico T versus V. São arbitrárias as unidades numéricas da escala de temperaturas.

Mergulhe um frasco em água em ebulição, como está indicado na Fig. 18. Após cêrca de 5 minutos, o ar dentro do frasco estará à temperatura da água em ebulição. Obture firmemente, com seu dedo, a extremidade do tubo de vidro (para evitar a entrada de ar no recipiente), e inverta o frasco num copo contendo gêlo em fusão (Fig. 19). Remova seu dedo quando o colo do frasco estiver completamente mergulhado, e cubra o frasco todo com a mistura de gêlo e água. Decorridos alguns minutos, a temperatura do ar no frasco coincidirá com a do gêlo em fusão. Por que deve você estar seguro que o frasco está sêco e que as adaptações estão firmes?

Antes de remover o frasco da água com gêlo, certifique-se que a pressão do ar no interior do frasco coincide com a pressão do ar no ambiente. Você pode obtê-lo, ajustando o frasco, até que seja igual o nível de água dentro e fora do frasco. Coloque, então, seu dedo sôbre a extremidade do tubo de vidro, e remova o frasco da água gelada. Através da medida cuidadosa do volume de água no frasco e do volume do frasco pròpriamente dito (acompanhado da rôlha e do tubo de vidro), determine o volume de ar à temperatura de ebulição e no ponto de solidificação.

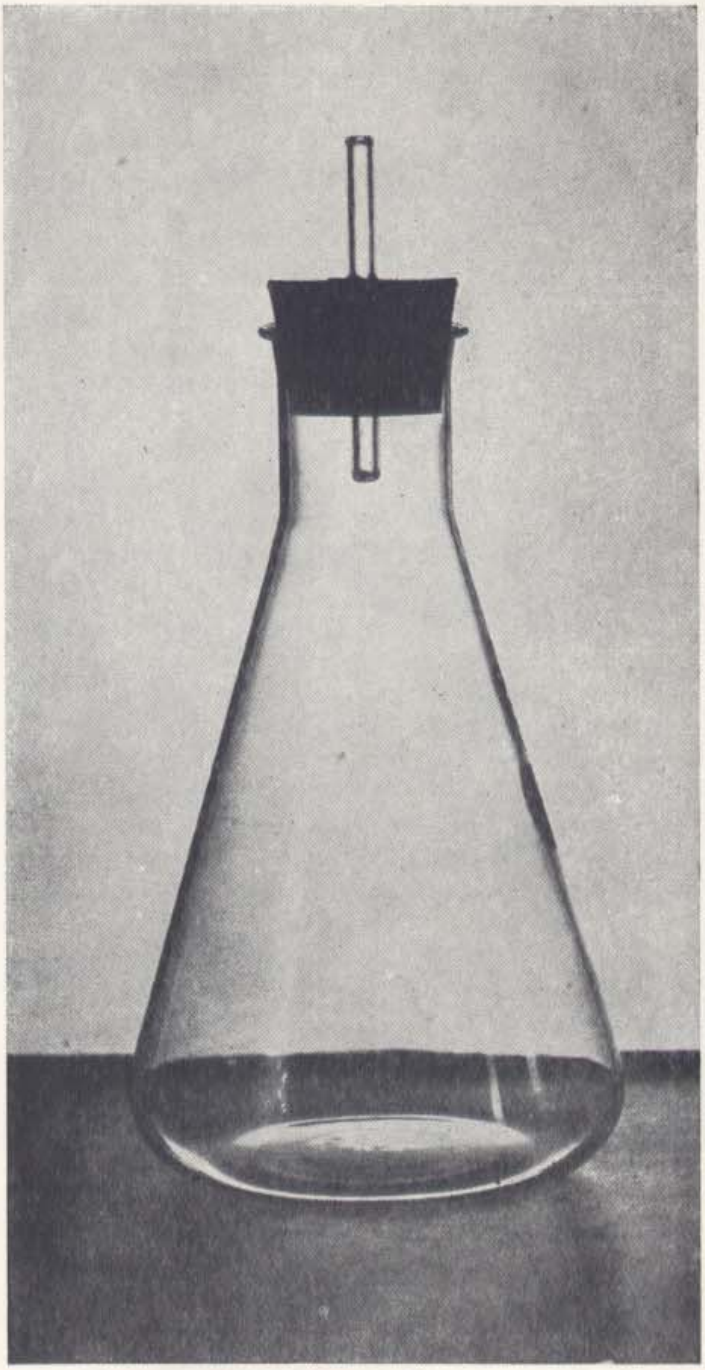


Figura 17

Trace um par de eixos perpendiculares num papel milimetrado, e represente gràficamente a temperatura do gás versus seu volume. Marque uma escala para o volume no eixo horizontal, e registre os dois volumes medidos V_1 *e* V_2. No eixo vertical você pode marcar dois pontos T_1 e T_2, de um modo completamente arbitrário. Assinale, no papel, os dois pontos que representam os volumes e as temperaturas nos pontos de solidificação e de ebulição, e trace uma linha

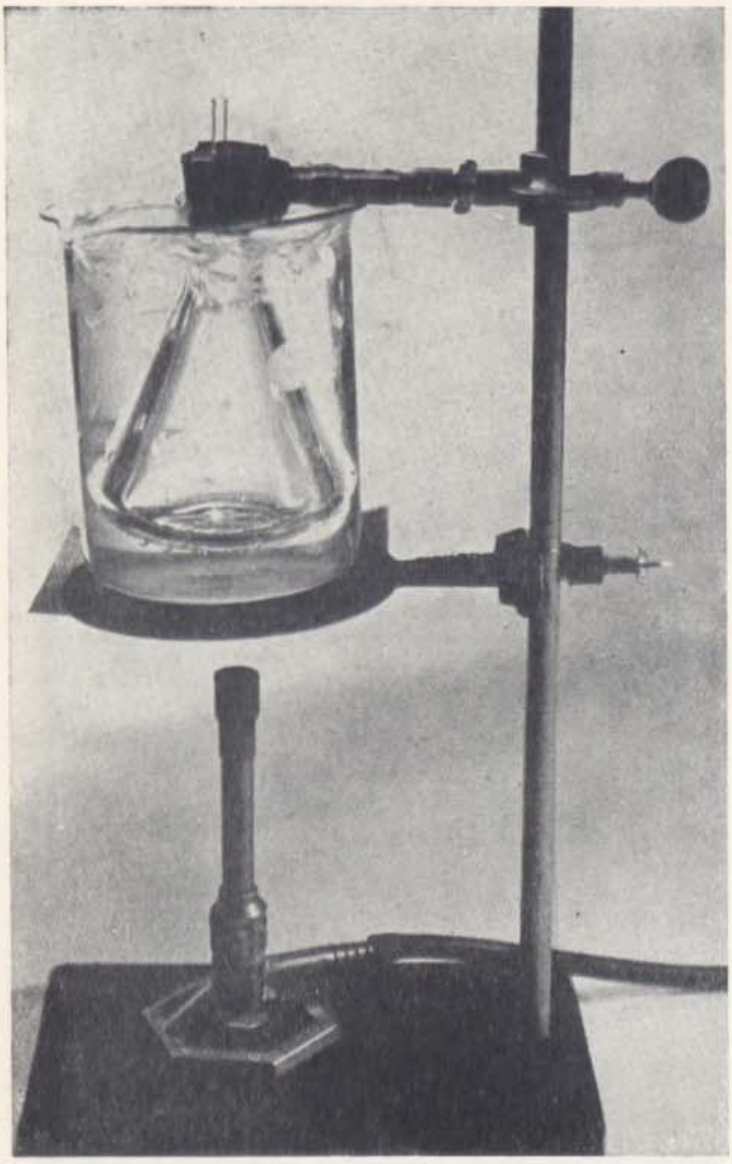


Figura 18

Figura 19

reta através dêles até à interseção com o eixo das temperaturas. Esta linha estabelece a relação entre o volume e a temperatura.

Você, agora, pode escolher unidades para indicar temperaturas. Por exemplo, para obter a escala centesimal (comumente usada em ciência e denominada, também, escala Celsius), escolhemos o zero para indicar a temperatura do vapor de água em ebulição, dividindo-se o eixo vertical em partes iguais. Se o volume fôr zero, qual é a temperatura em graus centesimais?

Você construiu, até êste ponto, um termômetro de ar. Repita a experiência, usando outro gás, por exemplo o oxigênio, e represente os resultados no mesmo gráfico. Como se apresenta a linha em relação à obtida com o ar?

Use êste termômetro de gás para medir a temperatura da água de torneira, e confronte o resultado com o obtido empregando seu termômetro de ar. Meça, também, a temperatura com um termômetro de mercúrio, e verifique a aproximação da aferição do instrumento, pela concordância de suas indicações com as da escala natural de temperaturas.

— — — — — — —

Será que você alterou a temperatura da água quando a mediu?