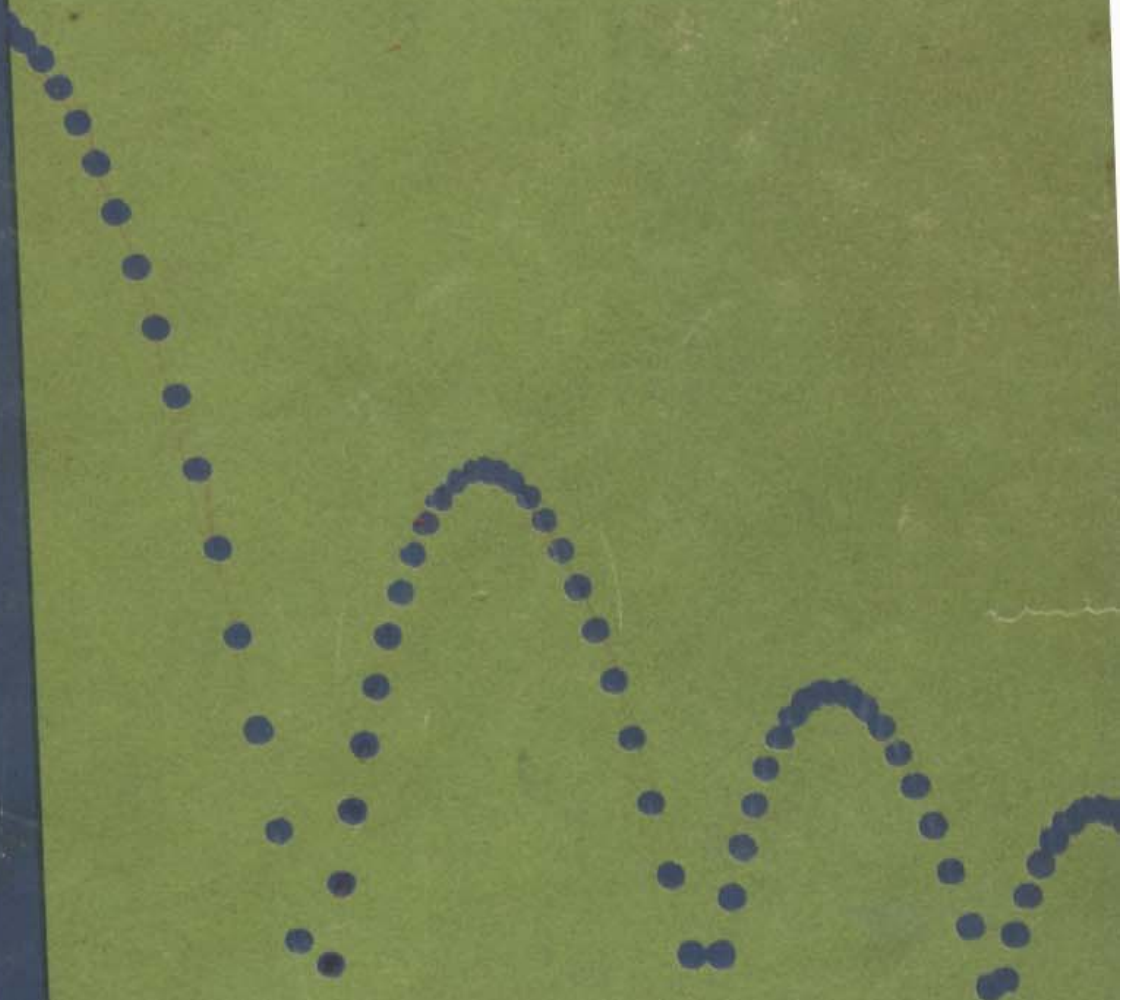
PHYSICAL SCIENCE STUDY COMMITTEE

BIBLIOTECA
INSTRUMENTAÇÃO PARA O ENSINO

Física

Parte IV



EDITÔRA UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA
SÉRIE DE TEXTOS BÁSICOS DE CIÊNCIA

CONTEÚDO

PARTE IV ELETRICIDADE E ESTRUTURA ATÔMICA

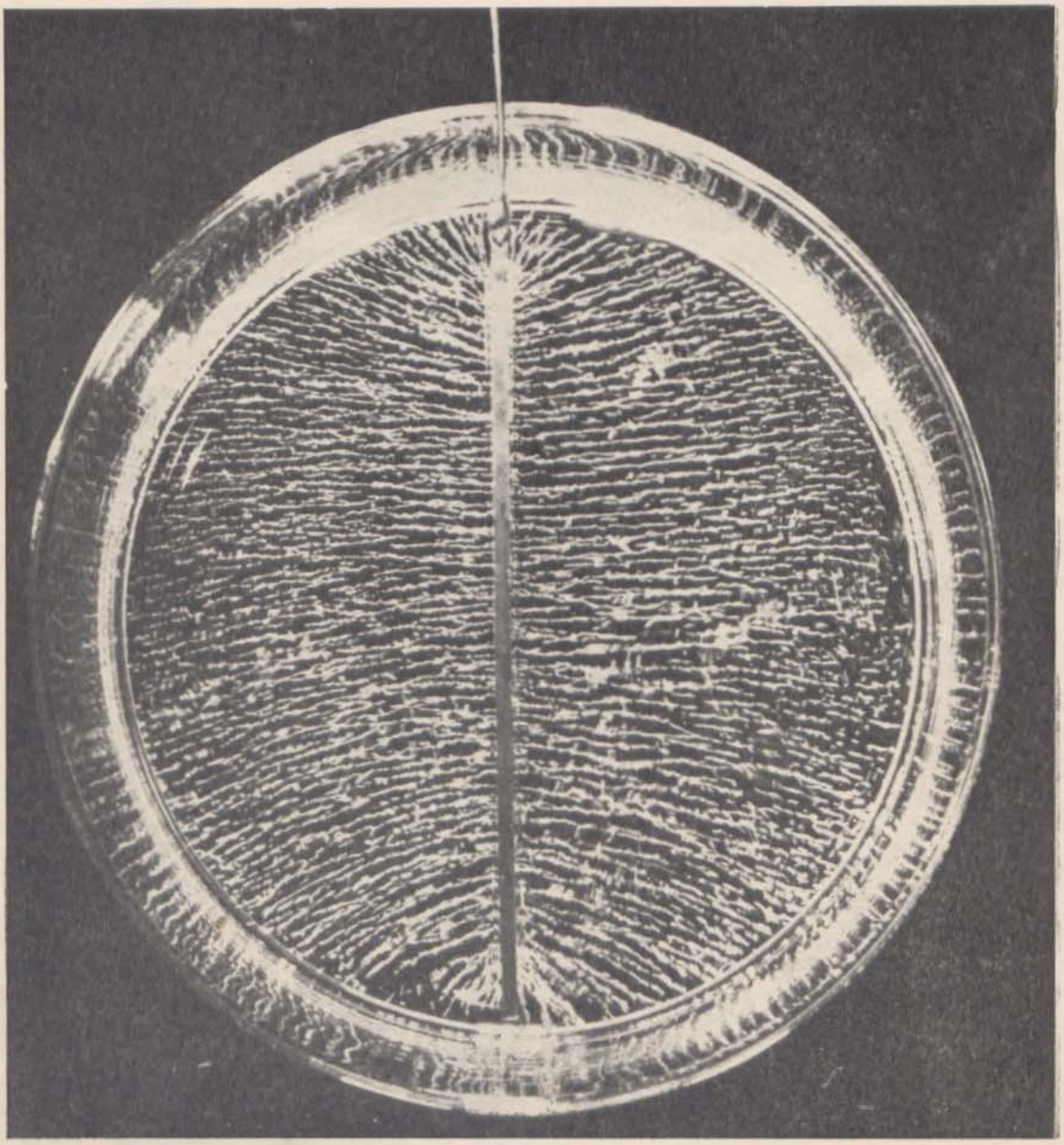
CAPÍTULO			
	27	Alguns fatos qualitativos sôbre a eletricidade	9
	28	A lei de Coulomb e a carga elétrica elementar	31
	29	Energia e movimento de cargas em campos elétricos...	59
	30	O campo magnético	98
	31	Indução e ondas eletromagnéticas	128
	32	Explorando o átomo	156
	33	Fótons e ondas associadas à matéria	174
	34	Sistemas Quânticos e a estrutura dos átomos	204

GUIA DE LABORATÓRIO

IV – 1	Objetos eletrizados	230
IV – 2	Indução eletrostática	230
IV – 3	A fôrça entre duas esferas carregadas	231
IV – 4	A soma de fôrças elétricas	233
IV – 5	Diferença de potencial	234
IV – 6	A carga transportada por íons em solução	235
IV – 7	O campo magnético de uma corrente	237
IV – 8	O campo magnético nas proximidades de um fio longo retilíneo	239
IV – 9	Medida de um campo magnético em unidades fundamentais	240
IV – 10	A massa do eléctron	241
IV – 11	O acaso na desintegração radiotiva	246
IV – 12	Colisões nucleares simuladas	246

PARTE **IV**

ELETRICIDADE E ESTRUTURA ATÔMICA



O CAMPO ELETRICO em tôrno de uma placa condutora carregada, delineado por sementes de um tipo especial de grama flutuando em um líquido isolante. O estudo dos campos elétricos nos ajudará a entender a natureza da luz e as fôrças que mantêm os átomos unidos.

ALGUNS FATOS QUALITATIVOS SÔBRE A ELETRICIDADE

CAPITULO 27

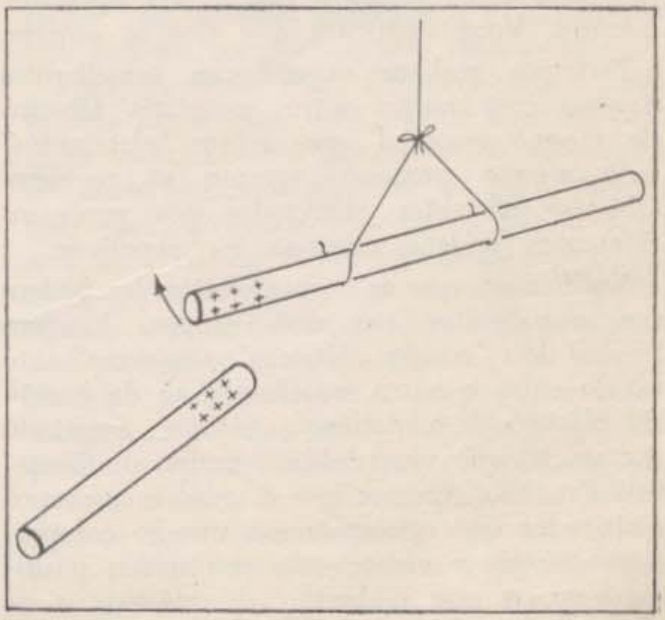
Na Parte III, aprendemos que todo corpo material atrai outro corpo material com uma fôrça conhecida como *fôrça gravitacional.* Esta fôrça só tem consequências práticas quando um dos corpos tem massa muito grande, como um planêta, por exemplo. Entretanto, a fôrça gravitacional não é a única fôrça de ação à distância que pode existir entre corpos materiais. Existem outras muito mais fortes. Um pequeno imã é capaz de levantar da mesa um prego de ferro, contra a atração gravitacional de tôda a Terra. Um pente atritado sôbre a manga do paletó atrai fragmentos de papel. Êstes são exemplos de fôrças *magnéticas* e *elétricas,* respectivamente.

Essas fôrças são conhecidas desde a antiguidade. Os antigos gregos sabiam das propriedades de um minério de ferro (magnetita) que é um imã natural. As palavras *magnetita, manetismo* e outras, derivam do nome de uma cidade da Ásia Menor, Magnésia, perto da qual foi encontrado o minério. Diz-se também que o filósofo grego, Thales, teria observado fôrças elétricas há cêrca de vinte e cinco séculos. Teria verificado que o âmbar, quando atritado, atrai pequenos objetos. A palavra *eltricidade* vem de "elektron", nome grego do âmbar.

Entretanto, foi sòmente durante a Renascença que se desenvolveu de forma sistemática o estudo da eletricidade e do magnetismo e os físicos só conseguiram uma compreensão clara do assunto no fim do século passado. Dificilmente encontrar-se-á um fato científico de consequências tão profundas e de tão grande alcance. Dêle resultaram inúmeras aplicações práticas. A produção e a utilização da energia elétrica e o desenvolvimento das comunicações elétricas, modificaram completamente nosso sistema de vida. Quanto ao aspecto científico, aprendemos que as fôrças elétricas controlam a estrutura dos átomos e das moléculas. A eletricidade está associada a vários processos biológicos como, por exemplo, a ação dos nossos nervos e do nosso cérebro.

27 — 1. Atração e Repulsão entre Objetos Eletrizados.

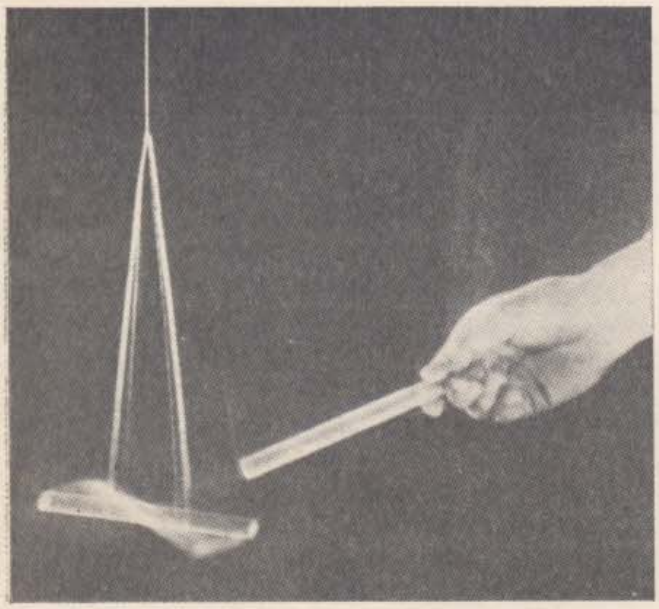
Examinaremos, agora, alguns fatos básicos relativos à eletricidade e ao magnetismo e discutiremos sua interpretação. Comecemos com uma experiência simples. Esfregue um bastão de vidro com um pedaço de seda e suspenda-o como mostra a Fig. 27-1. Em seguida, atrite outro bastão de vidro e apro-



27-1 — Duas barras de vidro eletrizadas repelem-se.

xime-o do primeiro. Os dois bastões *se repelem.*

Repita a experiência com duas barras de plástico friccionadas com uma pele de animal. Os dois bastões de plástico *repelem-se* da mesma maneira que os dois bastões de vidro (Fig. 27-2).



27-2 — Duas barras plásticas eletrizadas também se repelem. Esta fotografia foi tirada com exposição demorada, enquanto um dos bastões estava sendo aproximado do outro. A fôrça repulsiva empurrou uma das extremidades do bastão suspenso pela linha.

Finalmente, friccione um bastão de vidro com seda e um de plástico com pele. Suspenda um dêles como indica a Fig. 27-1 e aproxime o outro. Você verificará que êles *se atraem.*

Podemos realizar experiências semelhantes a essas com muitos outros materiais. Objetos de mesmo material, que foram "eletrizados" pelo mesmo processo, sempre se repelem. Objetos diferentes eletrizados por processos diferentes podem atrair-se ou repelir-se.

Verificamos que os corpos eletrizados podem ser classificados em dois grupos. Existem apenas dois "estados elétricos": um semelhante ao do vidro e outro semelhante ao do bastão de plástico da experiência anterior. Seguindo a tradição que vem desde o tempo de Benjamin Franklin, diremos que o vidro e os corpos eletrizados que apresentam o mesmo comportamento que o vidro estão carregados positivamente, e que o bastão de plástico e os objetos eletrizados que se comportam como êle estão *carregados negativamente.*(*) Dois corpos quaisquer com cargas positivas repelem-se, da mesma forma que dois bastões de vidro eletrizados o fazem. Do mesmo modo, dois corpos quaisquer com cargas negativas repelem-se. Qualquer objeto carregado positivamente atrai qualquer objeto carregado negativamente.

27 — 2. Fôrças Elétricas entre as Partículas que Constituem a Matéria.

Aprendemos que a matéria é feita de átomos e que os átomos podem ser desdobrados em unidades menores. Mas até agora, neste livro, não enfrentamos o problema de decidir se existem partículas fundamentais a partir das quais todos os átomos são constituidos. O estudo da eletricidade nos dará algumas informações importantes sôbre esta questão.

Para começar, é natural supor que a fôrça entre dois objetos é a soma vetorial das fôrças que agem entre as partículas de que são constituidos. Como há corpos eletrizados que se atraem e outros que se repelem, podemos supor que também existem fôrças de atração e de repulsão entre as partes de que são constituidos os objetos. Como há objetos elètricamente positivos e elètricamente negativos, admitimos a hipótese de que, entre as partículas que constituem a matéria, haja dois tipos de partículas: *positivas* e *negativas.* Duas partículas de mesmo sinal se repelem e duas partículas de sinais opostos, se atraem. Algumas das partículas de que é constituida a matéria pertencem a um terceiro grupo. Os nêutrons, por exemplo, não se comportam nem como partículas positivas, nem como partículas negativas.

Embora as fôrças elétricas entre partículas sejam enormemente mais intensas do que as fôrças gravitacionais, quando dois objetos comuns descarregados são colocados perto um do outro, não se observa qualquer fôrça elétrica entre êles. Êste fato não significa que devemos abandonar a idéia de que existem partículas elétricas positivas e negativas na

(*) As palavras *positivo* e *negativo* são usadas porque as fôrças exercidas por dois objetos com cargas negativa e positiva respectivamente, sôbre um terceiro, se cancelam.

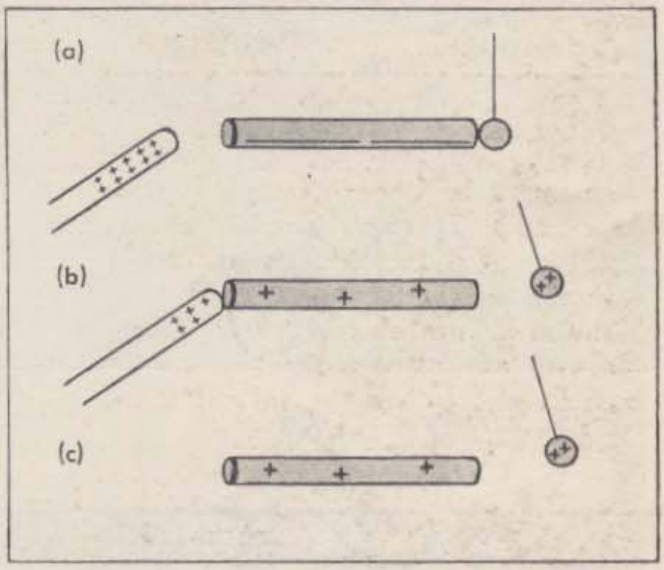
matéria. Como partículas de cargas opostas exercem fôrças de sentidos opostos sôbre uma terceira partícula, concluimos que as fôrças exercidas pelos dois tipos de partículas podem se cancelar. Quando os efeitos das partículas positivas e negativas se cancelam exatamente, dizemos que o objeto está descarregado ou elètricamente neutro. Podemos inclusive representar desta maneira um átomo neutro. (°)

Se adicionamos algumas partículas positivas a um corpo elètricamente neutro, desaparece o equilíbrio. O efeito das partículas positivas sobrepuja o das partículas negativas, e dizemos que o objeto está carregado positivamente. Podemos também carregar positivamente um objeto *removendo* algumas das partículas *negativas* e deixando, portanto, um excesso de cargas positivas (do mesmo modo, podemos tornar negativo um corpo neutro, adicionando partículas negativas ou removendo partículas positivas).

Vimos, que, se friccionamos um bastão de vidro com seda, êle se torna positivo. Como pode isto acontecer? Podemos pensar em duas possibilidades: Talvez haja uma transferência de partículas positivas da seda para o bastão ou, talvez, uma transferência de cargas negativas do bastão para a seda. Nos dois casos a seda deve tornar-se elètricamente negativa e o vidro, positivo. Podemos verificar esta conclusão aproximando a seda do bastão de vidro supenso. Verificamos que o bastão é atraído pela seda. Por outro lado, a seda repele um bastão plástico caregado negativamente.

27 — 3. Isolantes e Condutores

É comum classificarmos os vários materiais dizendo que alguns são condutores elétricos e outros isolantes. Esta classificação baseia-se em experiências como as que discutiremos a seguir. Suponha que suspendemos por uma linha de seda uma esfera pequena e leve recoberta de metal. A seguir, apoiamos uma uma barra metálica horizontalmente sôbre um suporte de vidro ou de plástico, de modo que uma das extremidades da barra toque a pequena bola (Fig. 27-3). A seguir eletrizamos um bastão de vidro e, com êle, esfregamos a outra extremidade da barra metálica. Verificamos que a bolinha se afasta da barra. Repetimos a experiência, substituindo a barra



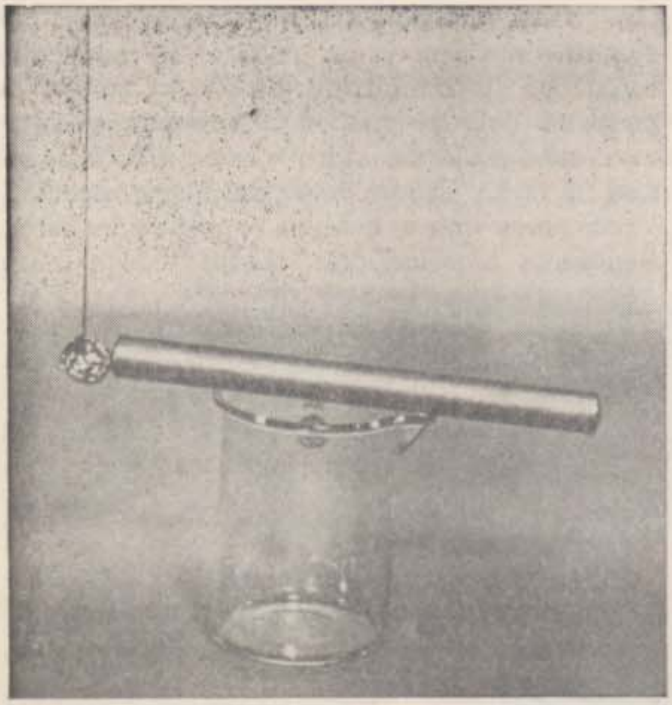
27-3 — Em (a) a esfera e a barra metálicas estão descarregadas. O bastão carregado está distante. (b) O bastão carregado toca a barra metálica e dela retira algumas cargas negativas. A barra e a esfera metálicas têm agora cargas positivas e se repelem. (c) Afastando-se o bastão carregado, a esfera e a barra metálicas permanecem carregadas e continuam a se repelir.

metálica por uma de plástico; a pequena esfera não se move (Fig. 27-4). Verificamos, então, que a barra metálica e o bastão plástico exibem comportamentos diferentes.

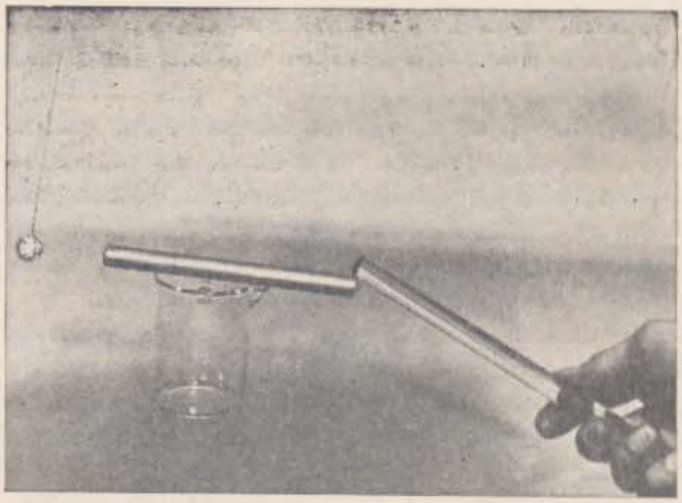
Para explicar esta diferença necessitamos apenas supor que, num metal, algumas partículas elétricas têm liberdade de movimento, enquanto que, no plástico, as partículas não têm essa liberdade. Suponha, por exemplo, que as partículas livres no metal sejam negativas. Quando o vidro, carregado positivamente, toca a barra metálica neutra, algumas das partículas livres da barra e da bola são atraidas para o vidro e, portanto, a bola e a barra metálica ficam carregadas positivamente e se repelem. Mesmo depois de afastarmos a barra de vidro, haverá uma deficiência de partículas negativas na barra e na bola e elas continuarão a se repelir.

Podemos supor, também, que as partículas livres sejam positivas. Se for êsse o caso,

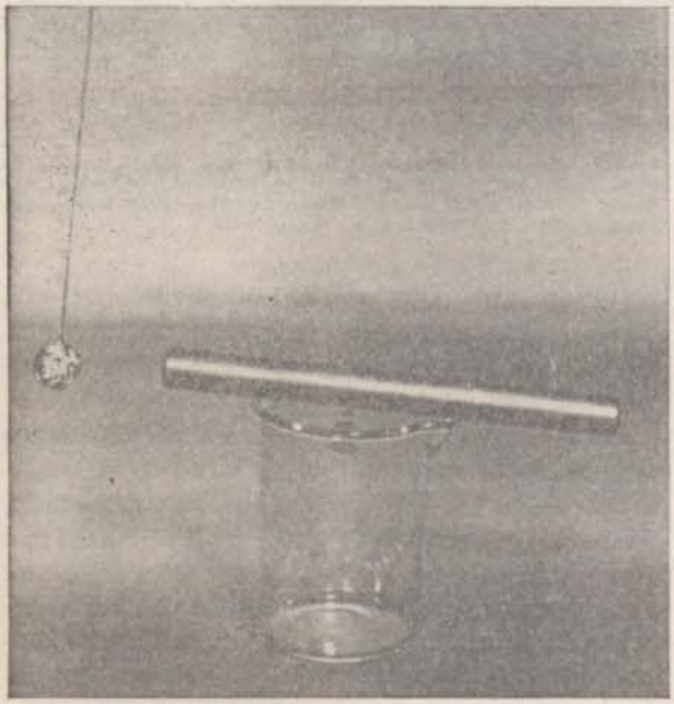
(°) Se cada pequeno volume de um corpo fôr neutro, a fôrça resultante exercida por tôdas as partículas dêsse volume sôbre qualquer outra situada fora dêle é nula. Contudo, um corpo pode ser neutro, em média e, assim mesmo, exibir concentrações locais de carga. Neste caso, uma partícula elétrica próxima de uma dessas concentrações ficará sujeita a fôrças.



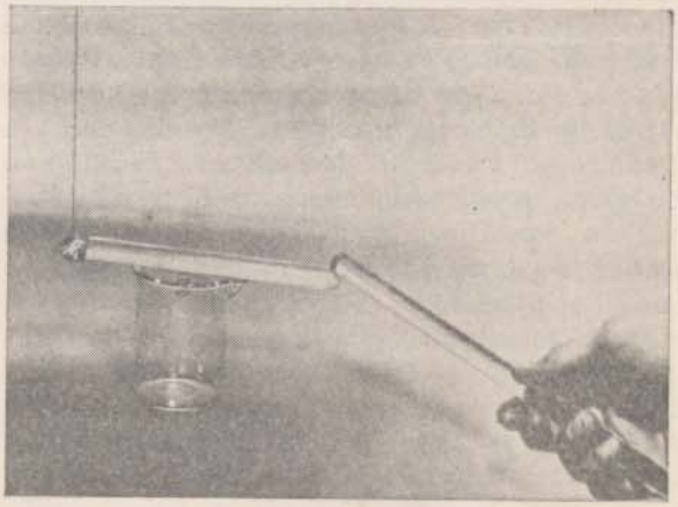
27-4 (a)



27-4 (b)



27-4 (c)



27-4 (d)

27-4 — (a) Uma barra metálica, apoiada sôbre um bequer está em contato com uma bolinha leve revestida de metal. (b) Tocamos a extremidade da barra metálica com um bastão carregado; a bola, na outra ponta, é repelida. (c) Depois que o bastão carregado é removido, a barra metálica continua a repelir a bola. (d) Repetimos a experiência com uma barra plástica no lugar da de metal. A bola permanece imóvel.

quando tocamos a barra metálica com o vidro eletrizado, partículas positivas passam do vidro para o metal e se espalham até a bola. A barra e a bola ficam ambas positivamente carregadas e se repelem.

Tentemos agora imaginar o que acontece quando substituimos a barra metálica pela barra plástica. No plástico, nem as partículas positivas, nem as negativas têm liberdade de movimento. Assim sendo, sòmente a parte

da barra plástica que está em contato direto com o vidro carregado adquire um excesso de partículas positivas. O resto da barra permanece neutro, o mesmo acontecendo com a pequena esfera. Conseqüentemente, nenhuma fôrça afastará a bola da extremidade da barra.

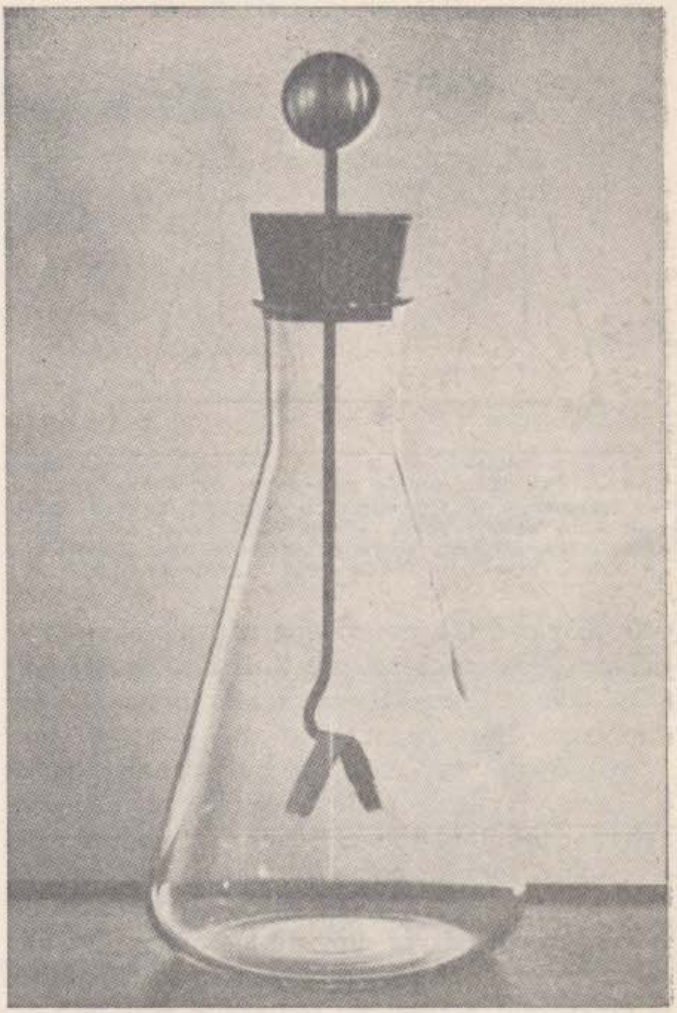
Substâncias que se comportam como o metal neste tipo de experiência são denominadas *condutores*. Aquelas que se comportam como o plástico são denominadas *isolantes*. Todos os condutores contêm partículas elétricas que se movem livremente, e os isolantes não.

No fim dêste capítulo aprederemos como se determina o sinal das partículas livres nas diferentes espécies de condutores. Verificaremos que, quando os líquidos e gases conduzem eletricidade, tanto as cargas positivas quanto as negativas se movem. Nos metais, contudo, a condutividade é devida ùnicamente ao movimento das partículas negativas. Para abreviar a discussão, nas próximas seções faremos a suposição de que sòmente as partículas negativas podem se deslocar.

27 — 4. Algumas Experiências com o Eletroscópio.

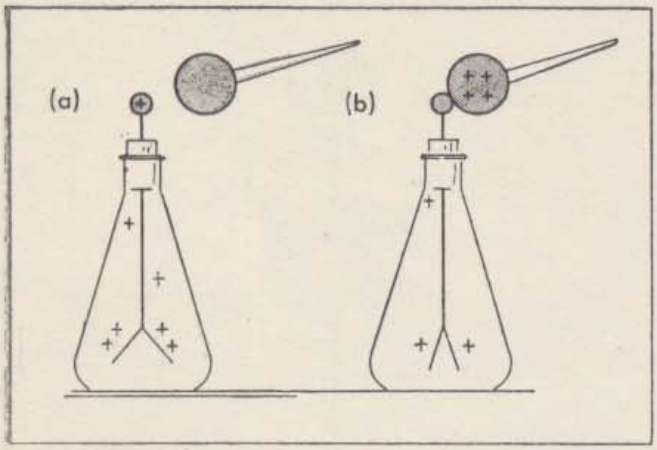
O eletroscópio é um instrumento para revelar a presença de cargas elétricas. A versão mais simples dêste instrumento é o antigo *eletroscópio de fôlhas de ouro*. Consiste de duas lâminas de ouro, muito finas, suspensas a uma barra metálica e encerradas em um recipiente de vidro (Fig. 27-5). Explicaremos, agora, como funciona.

Se tocarmos, com um pedaço de plástico carregado, a pequena esfera metálica situada na extremidade superior da barra metálica, as lâminas de ouro se afastam. Que aconteceu? Partículas elètricamente negativas passaram do plástico para a barra metálica e se espalharam imediatamente até as fôlhas de ouro. As fôlhas se repelem porque ficaram ambas negativas. Como são muito leves, uma pequena carga é suficiente para causar um afastamento perceptível (as fôlhas se afastariam também se usássemos um bastão de vidro friccionado com seda em vez do bastão de plástico; neste caso, porém, as fôlhas de ouro ficariam eletrizadas positivamente).



27-5 — Eletroscópio de fôlhas de ouro. As fôlhas estão afastadas porque estão carregadas.

Carregue um eletroscópio e toque o seu terminal com uma esfera carregada, sustentada por um bastão isolante (Fig. 27-6). As fôlhas se aproximam um pouco porque retiramos alguma carga. A carga é dividida entre o eletroscópio e a bola. Faça a mesma experiência com uma bola maior. As fôlhas de ouro se aproximam muito mais, porque a esfera maior toma uma porção maior de carga. O mesmo acontece se ligarmos o eletroscópio a uma grande esfera por intermédio de um fio metálico. Uma parte da carga percorre o fio condutor até a grande esfera. Se utilisarmos uma esfera extremamente grande, pràticamente tôda a carga passará para ela e o eletroscópio ficará com tão pouca carga, que as fôlhas se juntarão completamente. Podemos usar a maior esfera possível, a própria Terra. Quando ligamos um eletroscópio à Terra, pràticamente tôda a carga se escoa — o que fica no



27-6 — (a) Eletroscópio carregado; as fôlhas repelem-se fortemente. (b) Tocamos o terminal do eletroscópio com uma esfera prêsa a um cabo isolante. A carga está agora dividida entre a esfera e o eletroscópio e as fôlhas de ouro aproximam-se consideràvelmente.

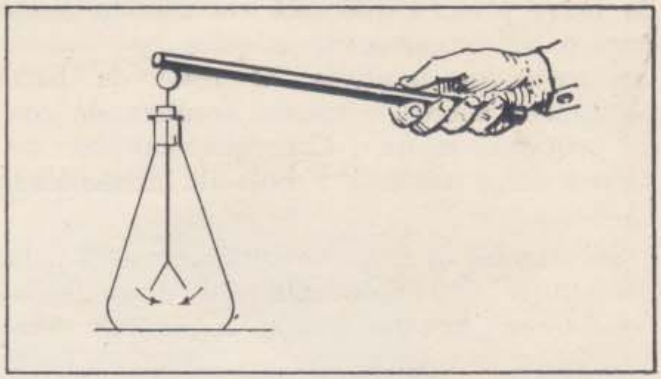
eltroscópio é tão pouco que não pode ser percebido. Êste processo de dividir a carga elétrica com a Terra é, em geral, indicado pela expressão "ligar à terra". °

Apesar de você não ser tão grande quanto a Terra, também pode funcionar como uma esfera condutora. Se carregar um eletroscópio e depois tocá-lo com o dedo, as fôlhas se juntam. Se, inicialmente, existe um excesso de partículas negativas no eletroscópio, algumas delas passam para o seu corpo.Pode acontecer também que, através do seu corpo, elas passem para a Terra. Entretanto, mesmo que seus sapatos sejam isolantes, as fôlhas do electroscópio se juntam. Neste caso, a carga estará dividida entre você e o eletroscópio.

Se o eletroscópio estiver carregado positivamente, você também o descarregará tocando-o. Algumas partículas negativas passam de você para o eletroscópio, neutralizando as cargas positivas que estavam nas fôlhas. Nos dois casos, essas experiências nos permitem concluir que o corpo humano é um condutor elétrico.

Podemos verificar que outras substâncias são condutoras. Por exemplo, suponha que carregamos o eletroscópio novamente e tocamos seu terminal com um bastão de grafite, como a carga de um lapis (Fig. 27-7). As fôlhas se

(°) A terra tem regiões não condutoras — a areia dos desertos, algumas rochas, etc. — mas abaixo do solo há um material suficientemente bom condutor, de modo que a carga é ràpidamente distribuida por tôda a Terra. Usa-se freqüentemente um cano metálico do sistema de distribuição de água para garantir a ligação à região condutora subterrânea.

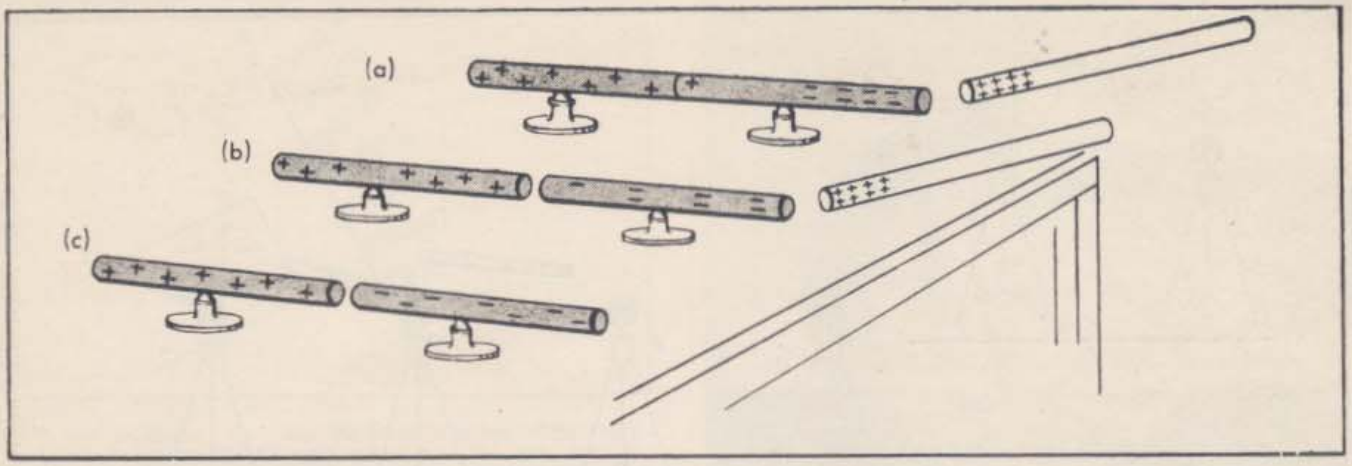


27-7 — Quando você toca o terminal de um eletroscópio carregado com um bastão de grafite, as fôlhas aproximam-se completamente. Tanto você quanto a grafite são condutores.

juntam imediatamente, revelando que a grafite é condutora. Por outro lado, as fôlhas de um eletroscópio carregado não se movem se tocarmos o terminal com um pedaço de vidro, borracha, ebonite, porcelana ou plástico que não estejam eletrizados. Essas substâncias são isolantes elétricos. Se tocarmos a esfera com um palito de fósforo, as fôlhas de ouro se juntam, porém muito lentamente. Aparentemente, na madeira algumas partículas elétricas podem mover-se, porém não tão livremente como nos metais; a madeira oferece uma "resistência" muito maior ao movimento das partículas elétricas do que os metais.

27 — 5. Indução Eletrostática.

Não necessitamos tocar um condutor para movimentar cargas sôbre êle. Suponha que temos dois cilindros metálicos apoiados sôbre suportes isolantes. Nós os colocamos em contato, de modo que formem um único condutor longo, como mostram as figuras 27-8 e 27-9. Aproximamos, então, um bastão de vidro com carga positiva de uma das extremidades do condutor. A carga positiva do bastão de vidro atrairá cargas negativas no condutor e repelirá cargas positivas. Como resultado, a extremidade do condtuor próxima do bastão de vidro fica com excesso de partículas negativas e a extremidade mais distante, com excesso de partículas positivas. Depois separamos os dois cilindros metálicos empurrando os suportes isolantes, mantendo ainda a barra de vidro positiva perto do condutor. O cilindro próximo deverá exibir uma carga negativa e o outro,

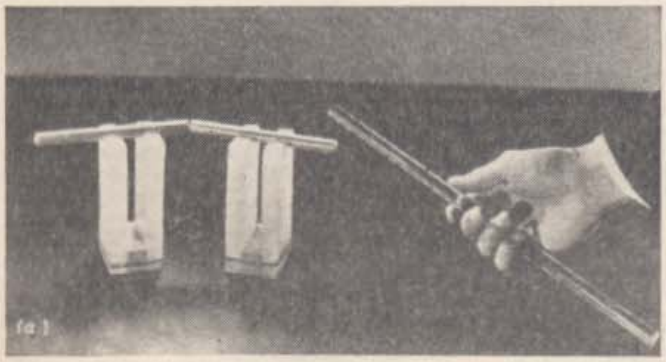


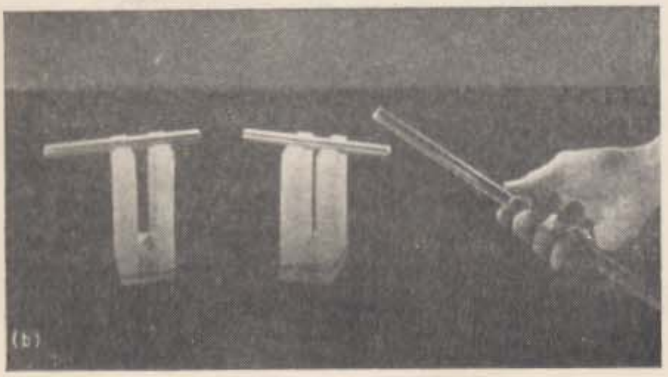
27-8 — Indução eletrostática. (a) Duas barras metálicas estão em contato; um corpo carregado positivamente está perto. Partículas negativas são atraídas para a direita, deixando cargas positivas à esquerda. (b) As barras são separadas mantendo-se o corpo carregado próximo. A da direita tem carga negativa e a da esquerda, positiva. (c) As barras retêm as suas cargas, mesmo quando o objeto carregado é afastado.

uma carga positiva. Podemos verificar esta inferência, retirando o bastão de vidro das proximidades, e aproximando uma pequena esfera carregada positivamente e suspensa por um fio. Vemos que o cilindro próximo atrai a bolinha carregada positivamente, e que o outro a repele.

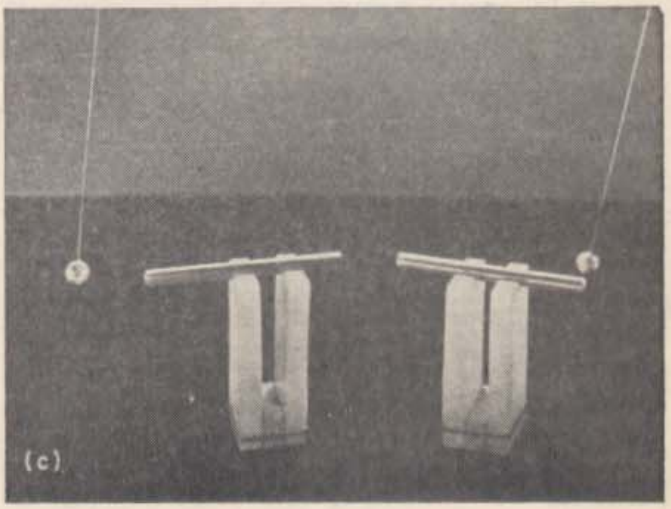
A separação de cargas positivas e negativas em um condutor, induzida pela presença, nas proximidades, de um corpo eletrizado, denomina-se *indução eletrostática*. Os excessos locais de cargas negativas e positivas que se acumulam em diferentes regiões do condutor, são denominados *cargas induzidas*.

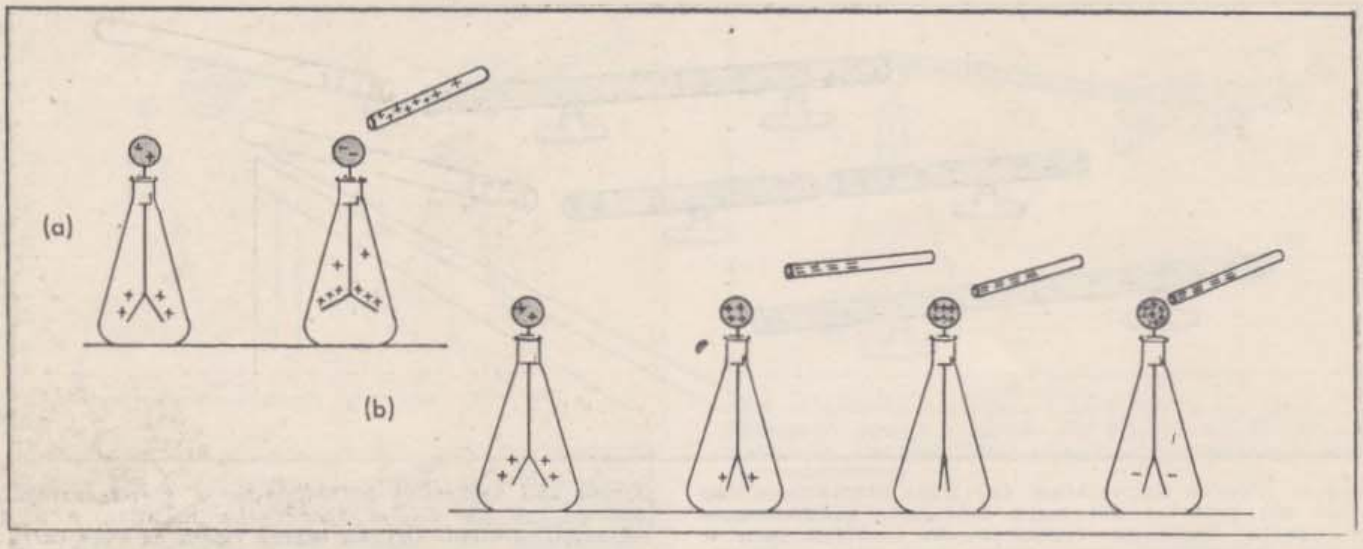
A indução eletrostática nos permite usar um eletroscópio para detectar a presença de cargas elétricas sem transferí-las para o eletroscópio. De fato, desta maneira, podemos até mesmo determinar o sinal da carga. Para fazer isto, primeiro carregamos o eletroscópio, diga-





27-9 — Indução eletrostática. (a) Barras metálicas em contato e carga positiva nas proximidades. (b) As barras são separadas. (c) Testamos a carga de cada barra com uma bolinha dotada de carga positiva. A barra à esquerda a repele — tem carga positiva. O da direita a atrai — tem carga negativa.



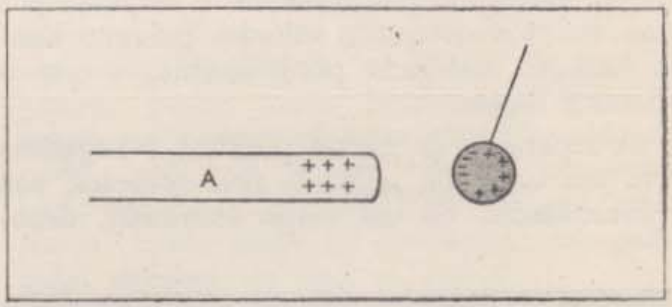


27-10 — Usando um eletroscópio para detectar cargas e determinar seu sinal. (a) Aproximamos uma carga positiva de um eletroscópio carregado positivamente. As fôlhas de ouro divergem mais. (b) Um corpo carregado negativamente é gradualmente aproximado de um eletroscópio com carga positiva. Cargas negativas são repelidas para as fôlhas do eletroscópio que se aproximam uma da outra. Finalmente, se uma carga negativa muito grande se aproxima muito, tantas cargas negativas são empurradas para as fôlhas que estas ficam com um saldo de cargas negativas e as fôlhas divergem novamente.

mos, positivamente. Depois aproximamos a carga desconhecida. Se for positiva, induzirá cargas negativas no terminal do eletroscópio e, assim, aumentará a carga positiva nas fôlhas e as fôlhas se afastarão ainda mais. [Fig. 27-10 (a)]. Se, por outro lado, a carga desconhecida for negativa, a indução agirá de maneira justamente oposta. A carga positiva total nas fôlhas decrescerá e as fôlhas se aproximarão. [Fig. 27-10 (b)].

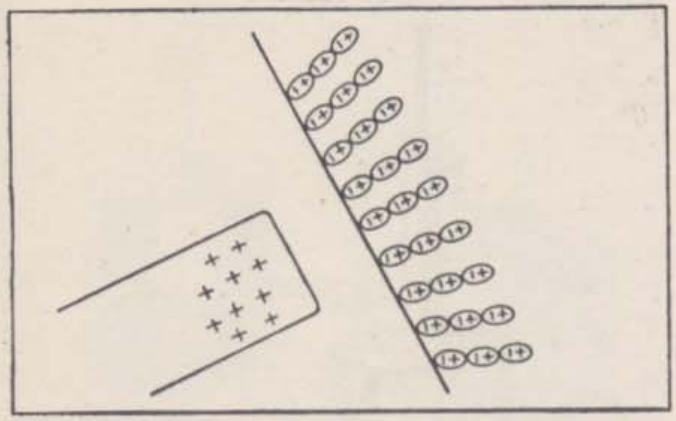
A indução eletrostática também nos permite compreender a fôrça de atração exercida por um corpo eletrizado sôbre um condutor neutro. Suponha que o corpo eletrizado *A* está com carga positiva (Fig. 27-11). Ele induzirá cargas negativas na parte mais próxima do condutor e cargas positivas, na parte mais distante. A carga negativa induzida é atraída para as cargas positivas de *A*, e a carga positiva induzida é repelida. Contudo, a repulsão é mais fraca que a atração porque as cargas positivas acham-se mais distantes de *A* do que as negativas. O resultado é que há uma fôrça resultante sôbre o condutor que o puxa na direção de *A*.

Há uma fôrça de atração semelhante a essa, porém menos intensa, entre um material isolante neutro e uma carga próxima. Num isolante, nem as partículas positivas, nem as negativas podem afastar-se livremente de seus átomos. Podem, entretanto, ser ligeiramente deslocadas. Podemos, por exemplo, imaginar



27-11 — Atração de um condutor neutro. Quando um condutor neutro está nas proximidades de um corpo carregado positivamente, partículas elétricas negativas são atraídas para o lado próximo ao corpo positivo. Cargas positivas ficam em excesso no outro lado do condutor. Como a carga negativa induzida está mais próxima do corpo positivo, observa-se uma fôrça resultante de atração.

um isolante constituido de partículas positivas, fixadas de tal modo que permanecem em suas posições, e de cargas negativas que são mantidas próximas às positivas por fôrças do tipo das que as molas exercem. Essas fôrças impedem que as partículas negativas se desloquem de grandes distâncias. Mas, quando aproximamos do isolante um objeto carregado positivamente, as partículas negativas são atraídas. Conseqüentemente, deslocam-se de uma curta distância, afastando-se das cargas positivas, na direção do corpo que as atrai. (Fig. 27-12). Como as partículas negativas estão um pouco mais próximas do corpo positivo que as suas parceiras positivas, a fôrça de atração sôbre elas é um pouco mais intensa do que a repul-

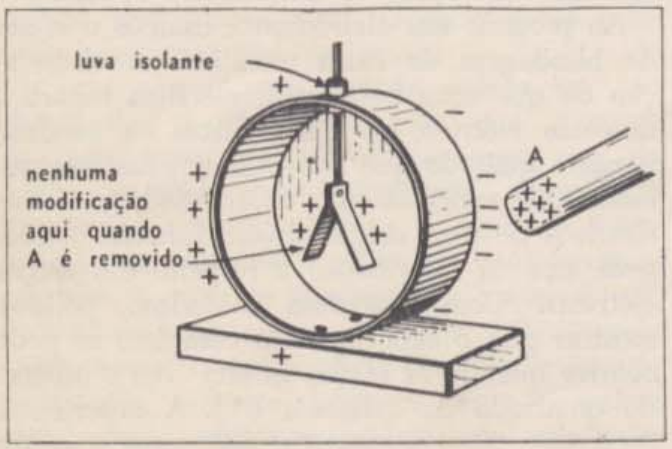


27-12 — Atração de um isolante neutro. Um corpo carregado positivamente está próximo de um isolante neutro. Não há cargas livres para se movimentarem no isolante, mas as partículas positivas e negativas de cada molécula podem afastar-se um pouco de suas posições. As partículas negativas ficam, assim, mais próximas da carga positiva externa e temos, de nôvo, uma fôrça resultante atrativa. Note que, na realidade, as moléculas são extremamente pequenas, bem como as cargas elétricas. As proporções nesse desenho não são realistas.

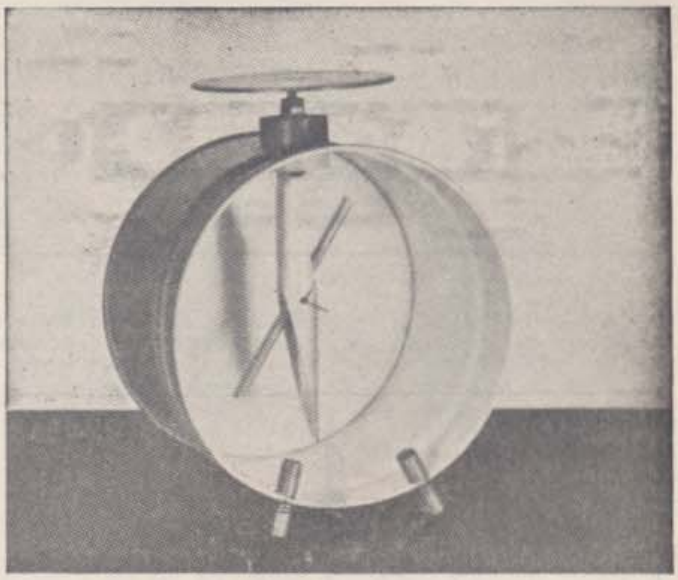
são exercida sôbre as partículas positivas. Há, então, uma fôrça resultante atrativa entre o isolante e o corpo carregado positivamente.

27 — 6. Eletroscópios Aperfeiçoados e Eletrômetros

Quando as fôlhas de ouro de um eletroscópio estão encerradas em um frasco de vidro, como na figura 27-5, o eletroscópio é sensível a quaisquer cargas que estejam nas proximidades. Tais cargas exercem fôrças sôbre as fôlhas diretamente, quando as fôlhas estão carregadas, ou por indução eletrostática. Para



27-13 — Quando um corpo carregado é trazido para as proximidades de um eletroscópio blindado, cargas são induzidas na blindagem. Dentro da caixa, as fôrças devidas às cargas induzidas cancelam exatamente os efeitos das cargas exteriores. Tente a experiência.

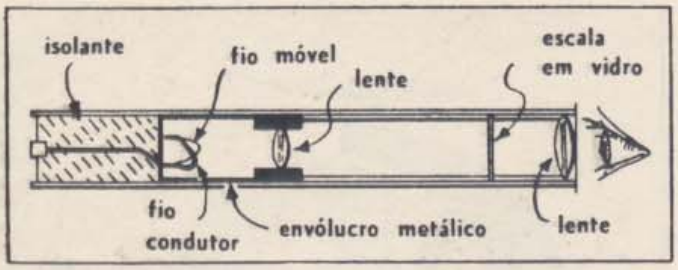


27-14 — Um eletroscópio simples blindado por uma caixa metálica (lata de conserva ou leite em pó). O elemento sensível é constituído por um canudinho de refresco recoberto de metal, suspenso por um alfinete que passa por dois furos de um suporte.

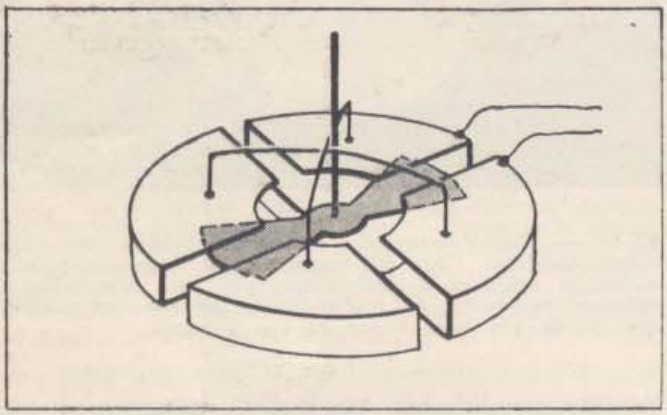
muitas finalidades, contudo, gostaríamos que o eletroscópio reagisse sòmente às cargas colocadas nas fôlhas, ou situadas perto do terminal.

Podemos eliminar efeitos elétricos não desejados, se substituirmos a garrafa de vidro por uma caixa metálica e usarmos uma luva isolante para manter a caixa e as fôlhas elètricamente separadas (Fig. 27-13). Suponha que aproximamos um corpo *A*, carregado positivamente de um eletroscópio com caixa metálica. A carga de *A*, induz cargas negativas na região próxima e cargas positivas na região oposta da caixa metálica. Verificamos experimentalmente que, se o eletroscópio está completamente envolvido por uma blindagem metálica, as fôlhas são completamente isensíveis à ausência ou à presença de cargas do lado de fora. As cargas induzidas exercem fôrças sôbre as fôlhas e, aparentemente, essas fôrças são exatamente equilibradas pelas fôrças exercidas pelas cargas positivas de *A*. Um eletroscópio blindado é, portanto, um instrumento de muito mais confiança que o modêlo grosseiro feito com um frasco de vidro, pois é insensível a influências elétricas externas que não interessem. Você pode construir um eletroscópio blindado como o da figura 27-14.

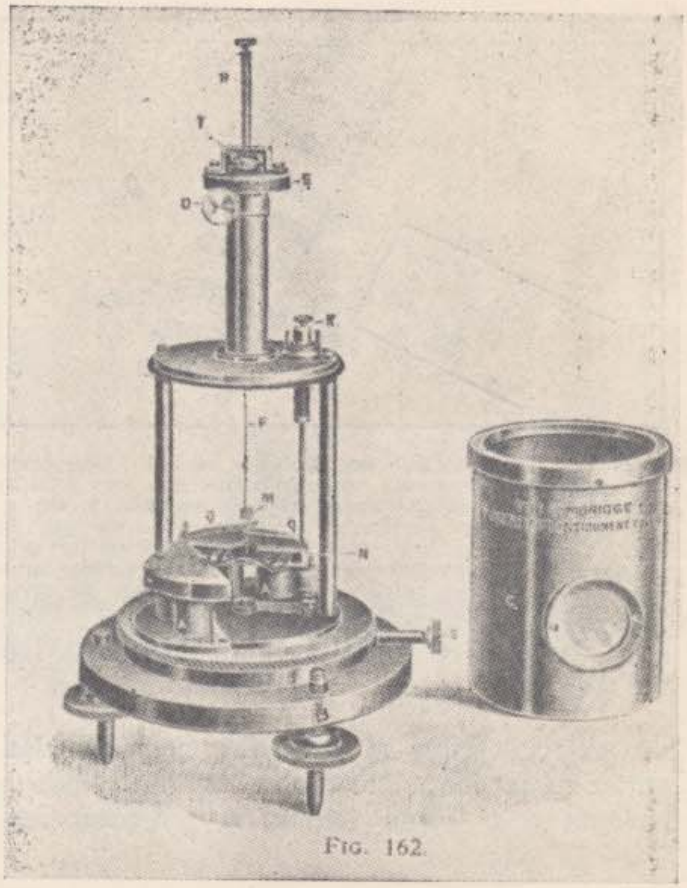
Às vêzes desejamos detectar cargas menores do que as que produzem deflexões nas fôlhas de um eletroscópio de tipo comum. Modifi-



(a)



(b)



(c)

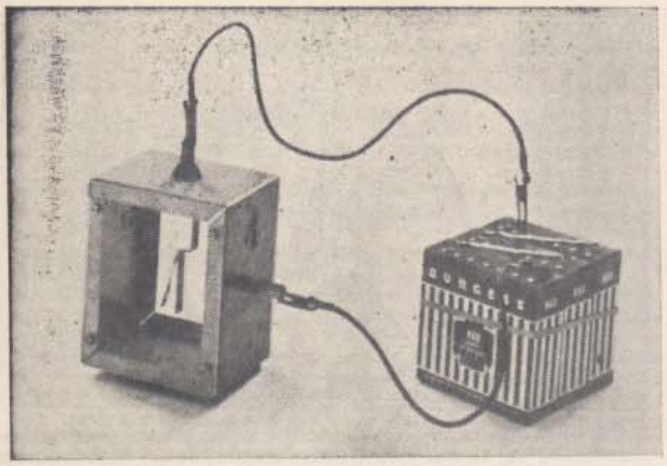
27-15 — Eletroscópios sensíveis. (a) Esquema de um dosímetro de radiação, cuja alta sensibilidade decorre do fato de ser a "haste" feita com uma fibra condutora muito pequena e leve. (b) A "haste" de um eletrômetro de quadrante. Uma agulha muito leve, suspensa na cavidade existente dentro dos quatro quadrantes, de modo a formar uma balança de torsão. Uma bateria carrega inicialmente a agulha e a carga a ser medida é colocada nos quadrantes. As cargas são distribuídas de tal maneira que uma pequena carga pode produzir uma deflexão muito grande. (c) Um eletrômetro de quadrante completo (de S.G. Starling e A.J. Woodall, "ELECTRICITY AND MAGNETISM", Longmans, Green & Co., New York).

cando o arranjo, fazendo de fio muito leve e condutor a parte móvel, alterando a estrutura da barra condutora e reduzindo as dimensões, podemos construir eltroscópios bem mais sensíveis. Todos êsses instrumentos têm uma caixa metálica para blindagem e um elemento sensível que desempenha o papel da barra condutora e das fôlhas do nosso modêlo simples. Chamaremos a êsse elemento sensível qualquer que seja êle, de *haste* do eletroscópio. Com uma haste bem projetada e uma boa caixa de blindagem, podemos medir cargas cêrca de mil vêzes menores do que as detectadas por um eletroscópio comum de fôlhas de ouro.

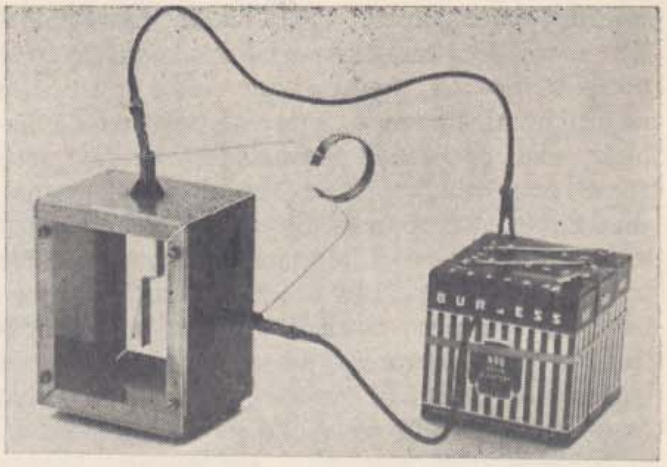
Eletroscópios sensíveis são, atualmente, bastante comuns (Fig. 27-15). Os dosímetros de radiação, usados para verificar se alguém ficou exposto à radiação, são, na realidade, eletroscópios sensíveis. Dispõem de uma escala, de modo que podemos fazer medidas quantitativas pela posição do fio que substitui as fôlhas do nosso instrumento simples (um eletroscópio com escala é, geralmente, denominado *eletrômetro*). Quando o dosímetro está carregado, o fio se desloca na escala. Mais carga desloca-o mais ainda e a descarga faz com que se mova em sentido oposto.

Ao projetar um eletrômetro, usamos o efeito de blindagem da caixa metálica. A observação de que uma blindagem metálica separa o universo elétrico em duas partes na verdade permite mais do que construir um instrumento melhor. O cancelamento observado dos efeitos elétricos de uma carga situada fora da blindagem, nos dá informação a respeito das fôrças elétricas. Com raciocínio cuidadoso, pode-se mostrar que o cancelamento completo só pode ocorrer quando as fôrças variam com o inverso do quadrado da distância (*). A experiência

(*) Não faremos aqui esta demonstração. Um exemplo do fato é apresentado no filme do PSSC sôbre a lei de Coulomb. Uma discussão relacionada com o assunto é dada, no quadro da Seção 28-3.



27-16 — Carregando um eletroscópio com baterias. As três baterias "B", necessárias para produzir esta deflexão, são equivalentes a 180 pilhas de lanterna, em série. O efeito de uma única pilha de lanterna não seria detectável.



27-17 — Um eletroscópio ligado a uma bateria permanece carregado mesmo quando a haste e a blindagem estão ligados por um fio de alta resistência. Como êsse fio é fino e precisa ser muito longo, está enrolado formando uma bobina circular. Desligando-se a bateria, o eletroscópio se descarrega.

de Coulomb, que discutiremos no próximo capítulo, mostra diretamente que as fôrças elétricas são dêsse tipo.

27 — 7. Baterias.

Esfregar objetos (como um bastão de plástico e um pano de lã) não é a única maneira de separar partículas elètricamente positivas e negativas. As baterias (e outros geradores elétricos) são, na realidade, máquinas de separar cargas elétricas.

Um bom eletroscópio de fôlhas de ouro detectará a separação de cargas produzida por um número suficiente de baterias (Fig. 27-16). Duas baterias (disponíveis em lojas de material de rádio) carregam um dosímetro do tipo defesa civil, fazendo o fio indicador percorrer tôda a escala.

A carga que uma bateria coloca em um eletrômetro é do mesmo tipo que a carga de uma barra de vidro friccionada ou de qualquer outro corpo eletrizado. Quando o terminal positivo da bateria é ligado à extremidade da haste do eletrômetro e o terminal negativo, à caixa de blindagem, a haste adquire a mesma carga que obtemos friccionando vidro, isto é, carga positiva. Quando se inverte a ligação, a haste adquire carga negativa; essas cargas negativas podem ser canceladas por uma pequena fração da carga positiva obtida quando se fricciona o vidro com pano de seda.

Portanto, a bateria é um mecanismo químico complicado que acumula cargas positivas no terminal positivo e cargas negativas no terminal negativo, apesar das fôrças elétricas de atração que tendem a reunir essas cargas. Quando a bateria é ligada à caixa de metal e à haste do eletrômetro, a caixa e a haste ficam com cargas opostas. As cargas acumulam-se ràpidamente até que, após um tempo muito curto, as fôrças elétricas, que empurram as cargas de volta para dentro da bateria compensam as fôrças geradas pela ação química da bateria.

27 — 8. Correntes Elétricas.

Como acabamos de ver, podemos carregar um eletrômetro ligando momentâneamente a haste e a blindagem aos terminais de uma bateria. Quando desligamos a bateria, o eletrômetro permanece carregado. Mas se, a seguir, ligamos entre si a haste e a caixa de blindagem por meio de um fio metálico, o eletrômetro descarrega-se ràpidamente. As partículas elétricas devem ter-se movimentado pelo fio entre a haste e a caixa de blindagem. Admitiremos que são as partículas negativas que fazem isso.

Agora, suponha que deixamos a bateria permanentemente ligada ao eletrômetro. Se ligarmos a haste à caixa por um fio que não seja muito bom condutor (Fig. 27-17), o ele-

trômetro permanece parcialmente carregado.* Um fluxo contínuo de partículas elétricas percorre o fio. À medida que essas partículas negativas alcançam o terminal positivo da bateria, elas cancelam algumas da cargas positivas que alí estão e, ao mesmo tempo, diminui a quantidade de carga negativa no terminal negativo da bateria. Esta, por outro lado, contiua suprindo de cargas os terminais. Reações químicas forçam as partículas negativas a se deslocarem pela parte interna da bateria, do terminal positivo para o negativo (ou cargas positivas na direção oposta). A velocidade com a qual a bateria movimenta essas cargas é controlada pela velocidade com que as cargas, fora da bateria, passam pelo fio e se cancelam.

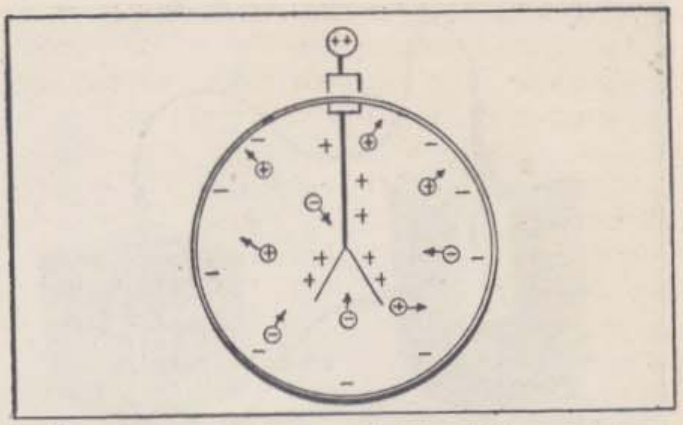
O fluxo de partículas elétricas em um condutor é denominado *corrente elétrica.* Em particular, o fluxo contínuo, forçado pela bateria, é denominado *corrente constante.* As correntes elétricas produzem vários efeitos. Por exemplo, um fio metálico, quando percorrido por corrente suficientemente intensa, se aquece. Podemos construir instrumentos para detectar êsses efeitos e, assim, medir correntes elétricas. Nas próximas seções e no Capítulo 29, discutiremos mais detalhadamente a corrente elétrica e sua medida.

27 — 9. Condutividade dos Gases. Ionização.

Carreguemos um eletroscópio ligando sua haste ao terminal positivo e a blindagem ao terminal negativo de uma bateria. O eletroscópio, naturalmente, está cheio de ar. O que aconteceria se algumas das moléculas de ar fossem elètricamente positivas e outras negativas? As moléculas positivas seriam atraídas pela caixa e as negativas pela haste. A chegada das moléculas negativas neutralizaria o excesso de partículas positivas presentes na haste, e o eletroscópio se descarregaria paulatinamente (Fig. 27-18).

Entretanto, isto não acontece. Em geral o eletroscópio permanece carregado por longo tempo. O gás é um isolante eficaz. Isto significa que as moléculas do ar são *elètricamente neutras.* Se enchermos o eletroscópio

(*) Um fio longo e bem fino de liga de níquel-cromo servirá.



27-18 — Se o ar contiver partículas elétricas positivas e negativas, a carga do eletroscópio será ràpidamente perdida. Normalmente isto não ocorre. Mas o ar pode ser ionizado.

com outros gases, como dióxido de carbono, hélio, argônio, etc., obteremos sempre o mesmo resultado, mesmo quando os gases utilizados forem monoatômicos. Assim, moléculas completas, inclusive as que são constituidas por um único átomo, são elètricamente neutras.

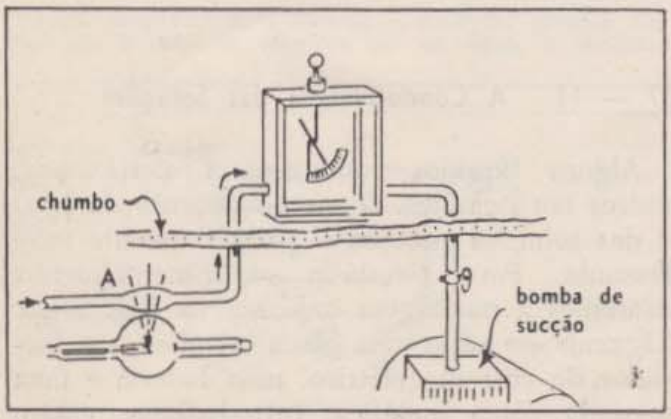
Mas, se aproximarmos do eletroscópio carregado algum material radioativo, ou fizermos incidir sôbre êle um feixe de raios X, êle se descarregará gradualmente. E mais, se removermos o material radioativo ou desligarmos os raios X antes que o eletroscópio tenha perdido tôda a carga, o processo de descarga será interrompido.

Podemos interpretar êsses resultados supondo que os raio X ou as radiações que emanam do material radioativo partem as moléculas do gás em fragmentos dotados de carga elétrica. Alguns dêsses fragmentos podem ser idênticos às partículas fundamentais que constituem a matéria e sôbre os quais já falamos. Outros podem ser constituidos por várias dessas partículas. Outros podem ser formados por um fragmento carregado ligado a uma molécula neutra, formando, assim, uma unidade carregada mais pesada. Êsses fragmentos moleculares, ou essas unidades mais complexas, dotados de carga são denominados íons, e diz-se que um gás que os contém está *ionizado.*

Enquanto um gás comum é isolante, um gás ionizado comporta-se como condutor. Um objeto dotado de carga positiva, imerso em um gás ionizado, atrai os íons negativos; um objeto carregado negativamente, atrai os íons positivos. Em ambos os casos, os íons, ao entrar em contato com o objeto, gradualmente neutralizam a carga inicial.

Podemos fazer muitas experiências para mostrar que a condutividade de um gás resulta da ionização. Por exemplo, podemos mostrar que a descarga de um eletroscópio exposto a um feixe de raio X não é devida a um efeito direto dos raios X sôbre a haste. A experiência ilustrada na Fig. 27-19 mostra que os raios X estão agindo sôbre o gás. Nesta experiência, bombeamos o ar para dentro do eletroscópio através de um tubo, parte do qual recebe radiação. Carregamos o eletroscópio, e começamos a bombear o ar. Ligamos, então, os raios X. O eletroscópio se descarrega porque os íons formados pelos raios X são levados ao eletroscópio pelo ar em movimento. Com o aparelho de raios X em funcionamento, desligamos a bomba; os íons formados não chegam mais ao eletroscópio e a descarga gradual do eletroscópio cessa.

No comêço desta seção dissemos que os gases são, em geral, bons isolantes. Poderíamos ter dito que, na ausência de radiação ionizante, são isolantes perfeitos. É fato, entretanto, que existe sempre uma pequena quantidade de radiação em qualquer ambiente. Muitos materiais que nos cercam contêm traços diminutos de substâncias radioativas. Mesmo que possamos eliminar a radiação dos materiais que nos cercam, os raios cósmicos sempre produzirão alguns íons. Mesmo blindagens muito expêssas, feitas com materiais livres de radiação, constituem uma proteção incompleta contra essas radiações penetrantes que têm origem fora da nossa atmosfera. Portanto, os gases estão sempre pelo menos fracamente ionizados e, por êsse motivo, são sempre condutores. Esta condutividade, entretanto, é tão pequena que só pode ser detectada com instrumentos muito delicados.



27-19 — Os raios X ionizam o ar em *A*. Quando êste ar com os íons chega ao eletroscópio, as fôlhas se aproximam.

27 — 10. A Câmara de Neblina.*

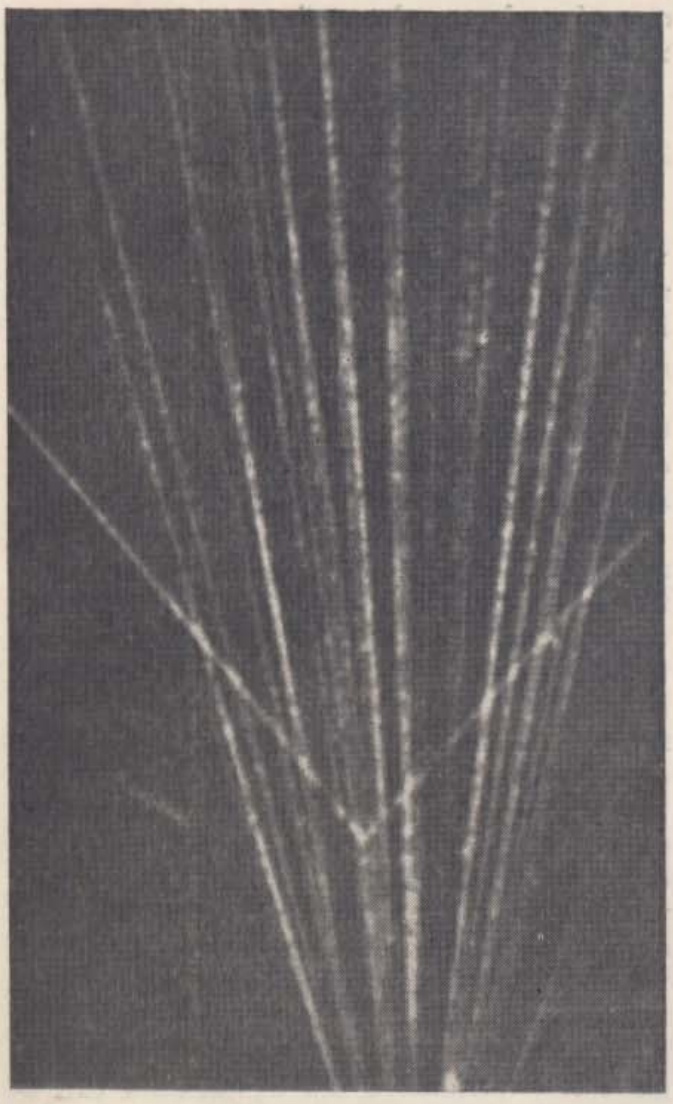
As figuras 1-6 e 7-17 mostram os rastros visíveis produzidos por partículas que se movem ràpidamente no líquido quase em ebulição da câmara de bôlhas e em emulsões fotográficas. Na realidade, sòmente partículas rápidas carregadas produzem êsses rastros. Cada rastro é o efeito indireto das fôrças elétricas exercidas pela partícula carregada sôbre os átomos da emulsão ou do líquido.

Uma câmara de neblina também nos permite "ver" as trajetórias das partículas eletrizadas nos gases (Fig. 27-20). As partículas deixam uma trilha de íons positivos e negativos, e o funcionamento da câmara de neblina baseia-se no fato observado de que os vapôres se condensam mais fàcilmente em tôrno dêsses íons.

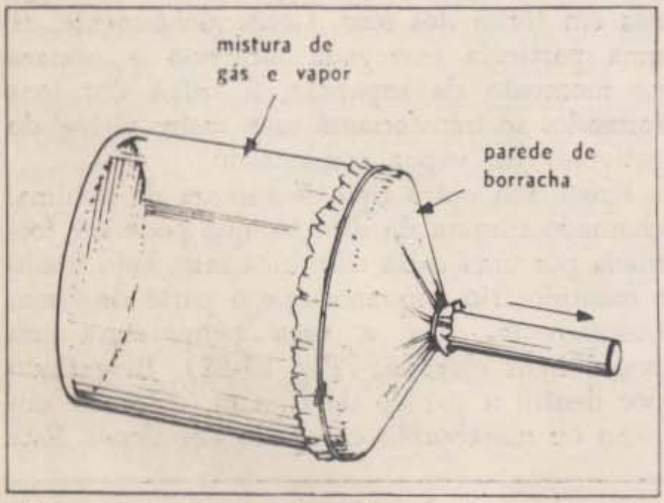
Um tipo de câmara de neblina (a câmara de expansão) consiste de uma caixa de vidro com uma parede móvel (Fig. 27-21). Contém uma mistura de um vapor, como o de álcool, e de um gás, como o ar ou argônio. O vapor, que é normalmente líquido à temperatura ambiente, condensa-se com facilidade. Se, repentinamente, puxamos a parede móvel, os gases se expandem e sua temperatura cai; se esta queda de temperatura fôr suficiente, forma-se um nevoeiro que enche tôda a câmara. Se a queda de temperatura não fôr muito grande, entretanto, o vapor se condensa apenas em tôrno dos íons. Conseqüentemente, se uma partícula carregada atravessa a câmara no momento da expansão, a trilha dos íons formados se transformará num rastro visível de gotículas de vapor condensado.

Existe um outro tipo de câmara de neblina, chamado câmara de difusão, que pode ser formada por uma caixa cilíndrica rasa, cujo fundo é mantido frio enquanto que a parte de cima, transparente, fica a uma temperatura um pouco mais elevada. (Fig. 27-22). Revestindo por dentro a parede da câmara, coloca-se um pano ou mataborrão ensopado em álcool. Êste

(*) N. do T. – "Câmara de neblina", expressão que utilizamos para traduzir "cloud chamber", é conhecida, no Brasil, como "câmara de Wilson".

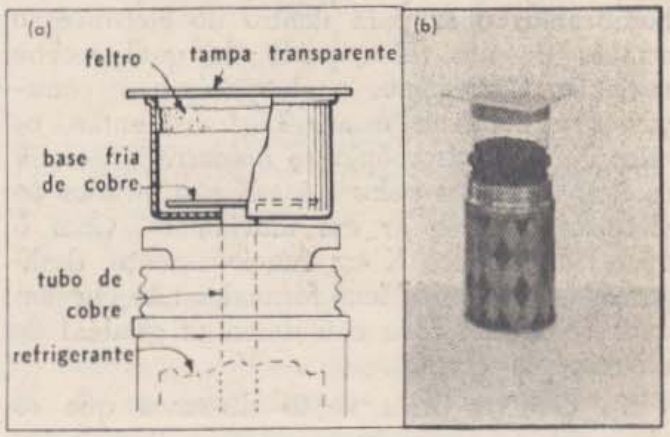


27-20 — Fotografia de uma câmara de neblina (câmara de Wilson) mostrando as trajetórias das partículas alfa em uma atmosfera de hélio. (De P.M.S. Blackett, em "Proceedings of the Royal Society" 107A, 349, 1925).



27-21 — Uma câmara de neblina do tipo de expansão. Quando a parede de borracha é bruscamente puxada para fora, o vapor na câmara resfria-se e formam-se gôtas em tôrno dos íons.

se evapora contìnuamente, e condensa-se no fundo frio da câmara. Pouco acima do fundo há uma região onde o álcool não se condensa espontâneamente mas, se ali houver íons, condensar-se-á em volta dêles. Quando uma partícula carregada atravessa esta região, sua trajetória torna-se visível. Esta câmara é de

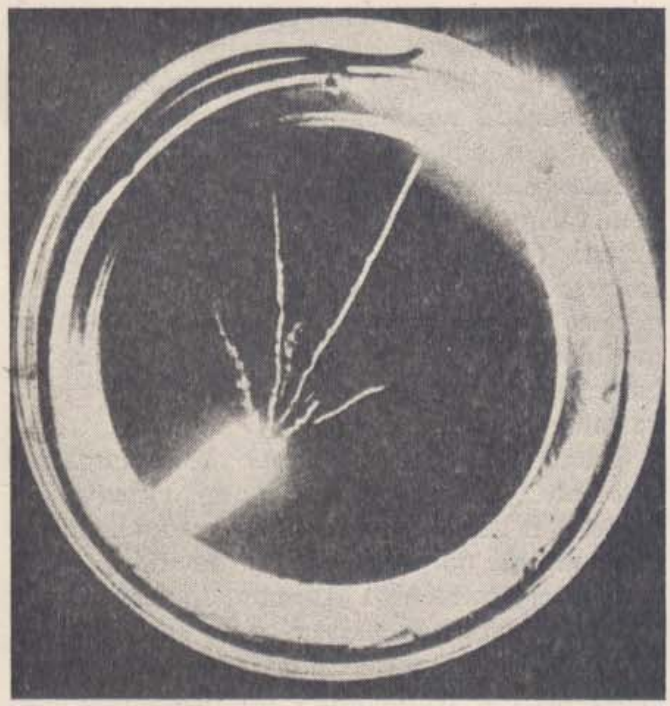


27-22 — Uma câmara de neblina, do tipo de difusão. (a) A câmara é uma caixa de plástico com tampa transparente; revestindo a parede, perto da tampa, há um tecido grosso embebido em álcool. No fundo da caixa há uma chapa de cobre pintada de negro e, soldada a ela, um tubo de cobre imerso numa mistura refrigerante. Quando a câmara está sendo usada, o tubo de cobre mergulha numa garrafa térmica que contém uma mistura de gêlo sêco e álcool. Rastros devidos a raios cósmicos são observados ocasionalmente. Para ver mais trajetórias, coloque na câmara uma fonte radioativa fraca, como o material com que se fazem os números dos relógios luminosos.

construção barata e funciona contìnuamente. Com ela podemos observar a passagem ocasional de uma partícula cósmica carregada. Colocando-se nessa câmara uma pequena porção de material radioativo, podemos observar as trajetórias dos fragmentos emitidos em conseqüência das desintegrações radiotivas (Fig. 27-23).

27 — 11. A Condutividade das Soluções.

Alguns líquidos conduzem a eletricidade; outros são isolantes. O comportamento da água e das soluções aquosas é particularmente interessante. Para estudá-lo experimentalmente, usaremos a montagem indicada na Fig. 27-24. Ligamos em série uma placa metálica, um medidor de corrente elétrica, uma bateria e uma segunda placa metálica. Introduzimos, então, as placas metálicas (denominadas eletrodos) em um copo com água.



27-23 — Trajetórias de partículas alfa na câmara de difusão.

Se a água é pura, o medidor não indica corrente alguma. Como as moléculas nos líquidos podem mover-se livremente, a ausência de corrente demonstra que as moléculas estão elètricamente neutras.

Quando dissolvemos sal de cozinha na água, o medidor indica corrente no circuito. O mesmo acontece com muitos outros compostos químicos, como ácido clorídrico, ácido sulfúrico, sulfato de cobre, cloreto de potássio, etc. Podemos explicar a condutividade dessas soluções, supondo que o sal de cozinha (ou qualquer outra substância dissolvida) se desdobra em fragmentos positivos e negativos que chamaremos também íons positivos e negativos. Esta explicação é muito semelhante à explicação da condução elétrica nos gases. Nos líquidos, contudo, não é necessário nenhum agente ionizante externo. Os íons parecem formar-se por um desdobramento espontâneo da substância dissolvida.

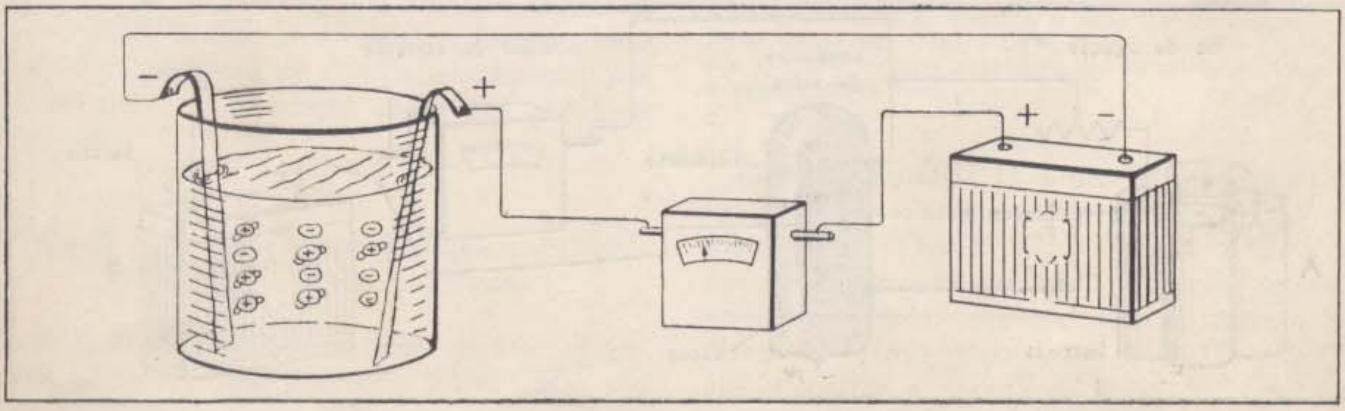
Obtemos provas convincentes para nossa explicação da condutividade elétrica das soluções, observando o que acontece nos eletrodos. Se temos um sal de cobre (por exemplo, sulfato de cobre) dissolvido na água, verificamos que, quando passa corrente, o eletrodo negativo vai sendo gradualmente recoberto por uma camada de cobre. Se usamos solução de um sal de prata (nitrato de prata, por exemplo), verificamos que o eletrodo negativo fica coberto por uma camada de prata. Isto sugere que, quando o sulfato de cobre ou o nitrato de prata se desdobra na solução, os átomos do *metal* são transportados pelos íons *positivos*. O movimento dêsses íons na corrente elétrica resulta num transporte observável de matéria.

O fenômeno descrito acima é conhecido como *eletrólise*. É comumente usado em galvanoplastia e em muitos outros processos industriais, como a refinação do cobre, a produção de gás hidrogênio e a obtenção do alumínio. Na Seção 29-4 veremos como se usa a eletrólise para medir correntes elétricas.

27 — 12. Os Eléctrons nos Metais.

Os metais são o tipo mais comum de condutores. Que partículas movem-se dentro dêles,

27-24 — Aparelho para estudar a condução elétrica nos líquidos. Quando se dissolve sal na água, o medidor indica passagem de corrente. A carga é transportada através da solução por íons positivos e negativos.



tornando-os condutores? São essas partículas positivas, negativas, ou dos dois tipos? Não existe uma experiência simples capaz de responder a esta pergunta de maneira decisiva, como no caso dos gases e líquidos. Contudo, há um fato observado que nos dá uma pista sugestiva; êste fato juntamente com outras evidências circunstanciais nos fornecem uma resposta.

É natural pensar que as partículas elétricas nos metais estão em estado de agitação térmica permanente como as moléculas de um gás (veja os Capítulos 9 e 26). Entretanto, a experiência mostra que um pedaço de metal elètricamente carregado conserva sua carga indefinidamente. Isto significa que as partículas elétricas não podem, em condições normais, escapar do metal. Concluimos que, quando estão próximas à superfície metálica, ficam sujeitas a fôrças que as atraem para o metal, impedindo-as de escapar.

Suponha agora que aquecemos o metal. À medida que a temperatura aumenta, a velocidade das partículas cresce, do mesmo modo que a velocidade das moléculas de um gás. A temperaturas suficientemente altas, uma fração apreciável das partículas deverá ter velocidade suficiente para escapar. Da mesma maneira que foguentes que tenham velocidade suficiente para escapar à atração gravitacional da Terra, estas partículas dotadas de alta velocidade, não devem retornar ao metal. É de se esperar que elas ultrapassem a distância dentro da qual as fôrças atrativas exercem sua ação.

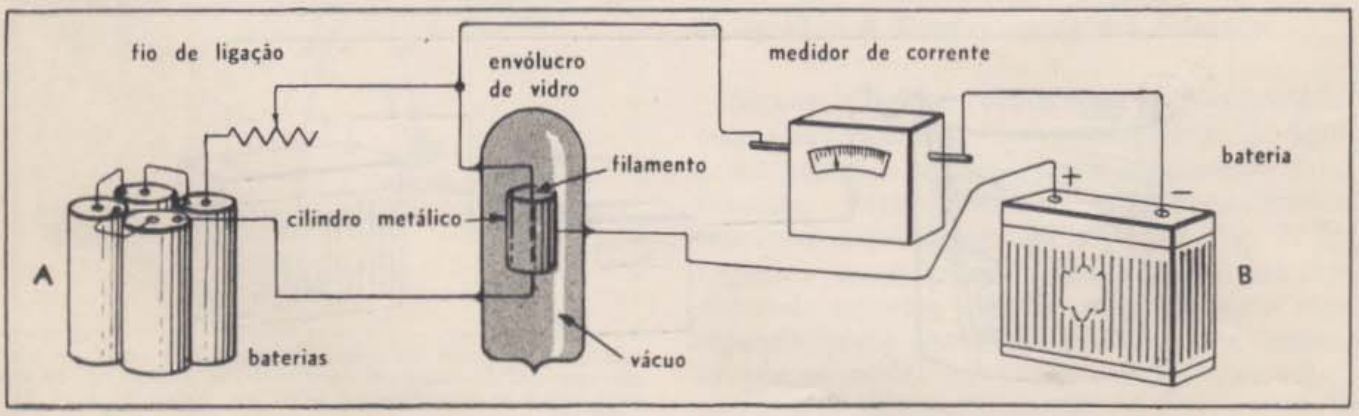
Com o aparelho ilustrado na Fig. 27-25, podemos fazer experiências para verificar o que se passa quando aquecemos um metal. A parte essencial dêsse equipamento é um cilindro metálico ôco, com um filamento muito fino esticado ao longo de seu eixo. O filamento e o cilindro estão encerrados em um recipiente de vidro, dentro do qual se faz um bom vácuo. O filamento deve ser ligado a uma bateria (indicada pela letra "A", na figura), responsável pela corrente que o aquece. Ligamos também o filamento, através de um medidor de corrente, ao terminal negativo da bateria "B", cujo terminal positivo está ligado ao cilindro.

Quando o filamento está à temperatura ambiente, não há corrente no circuito da bateria "B". Mas, se elevarmos gradualmente a temperatura do filamento, o medidor finalmente registrará uma corrente, indicando que partículas elétricas passam pelo espaço vazio entre o filamento e o cilindro. Se elevarmos ainda mais a temperatura do filamento, indo do vermelho alaranjado ao branco, a corrente crescerá muito ràpidamente.

Repetimos a experiência invertendo as ligações com a bateria "B", de modo que o cilindro fique *negativo* e o filamento, *positivo*. Neste caso, o medidor não indica corrente, mesmo quando o filamento é aquecido ao branco.

Que significam êsses resultados? Suponha, primeiro, que o filamento como que "evapore" partículas negativas. Quando o filamento está negativo e o cilindro positivo, essas partículas são repelidas pelo filamento e atraídas pelo cilindro. Portanto elas viajam do filamento para o cilindro; daí passam, através do fio condutor, para o terminal positivo da bateria

27-25 — Aparelho para investigar a condução elétrica nos metais. A corrente elétrica da bateria "A" aquece o filamento. Podemos elevar a temperatura do filamento diminuindo a resistência do circuito da bateria "A". O medidor de corrente ligado à bateria "B" mostra quando passam cargas através do espaço entre o filamento e o cilindro.



e, do terminal negativo, outra vez através do fio, para o filamento aquecido. Assim, a emissão de partículas negativas pelo filamento, efetivamente preenche o hiato entre o filamento e o cilindro, de modo que uma corrente constante é observada no circuito.

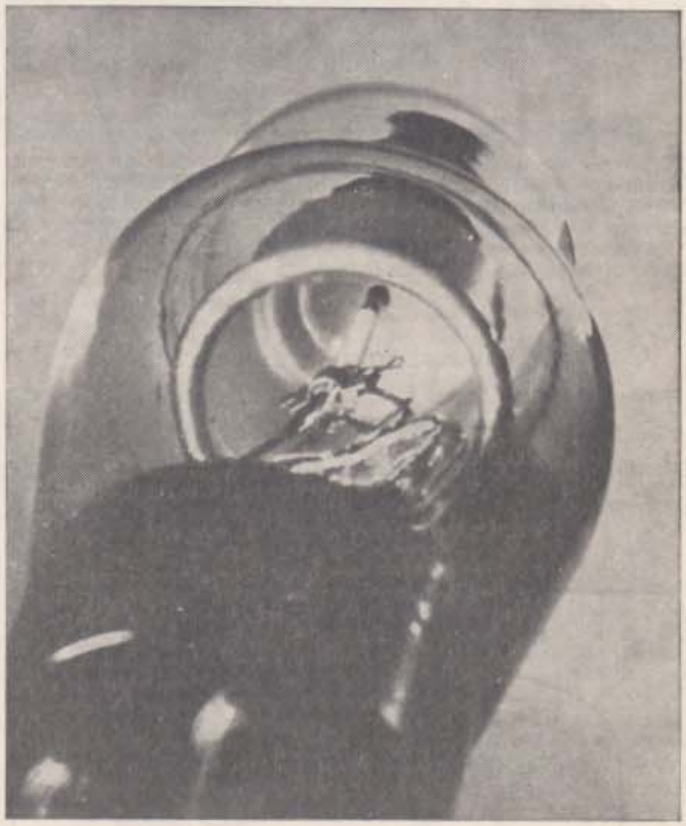
Suponha, por outro lado, que o filamento emite partículas positivas. Elas saltariam do cilindro para o filamento quando o filamento estivesse positivo e o cilindro negativo. Observaríamos, então, uma corrente, no circuito da bateria "B". O fato de não haver corrente quando o filamento está positivo prova que o filamento não emite partículas positivas. Concluimos que tôdas as partículas elétricas "evaporadas" de um metal aquecido são negativas.

Somos naturalmente levados a crer que as partículas emitidas no vácuo são as mesmas que se movimentam dentro do metal. Essas partículas são denominadas *eléctrons*. A emissão de eléctrons pelos metais é conhecida como emissão *termoiônica*. Outras experiências indicam que os elétrons são os mesmos em todos os metais. Na experiência descrita acima, podemos fazer o filamento e o cilindro de metais diferentes, por exemplo, tungstênio e níquel. Fazemos circular a corrente termoiônica, por bastante tempo (a uma temperatura em que os átomos de tungstênio não se evaporam fàcilmente). Não encontramos no cilindro nem vestígio do metal que constitui o filamento por mais longo que tenha sido o tempo durante o qual os eléctrons circularam. Não ocorre mudança alguma na composição do cilindro ou do filamento. Os eléctrons que saem do tungstênio devem ser, portanto, idênticos aos elétrons já existentes no níquel.

Concluimos, finalmente, que os eléctrons devem ser algumas das partículas fundamentais de que são constituidos todos os metais e, na verdade, todos os átomos. A justeza desta conclusão está fora de dúvida, atualmente. Ela se tornará mais evidente ainda nos próximos capítulos.

27 — 13. Diodos, Canhões Eletrônicos e Osciló-grafos de Raios Catódicos.

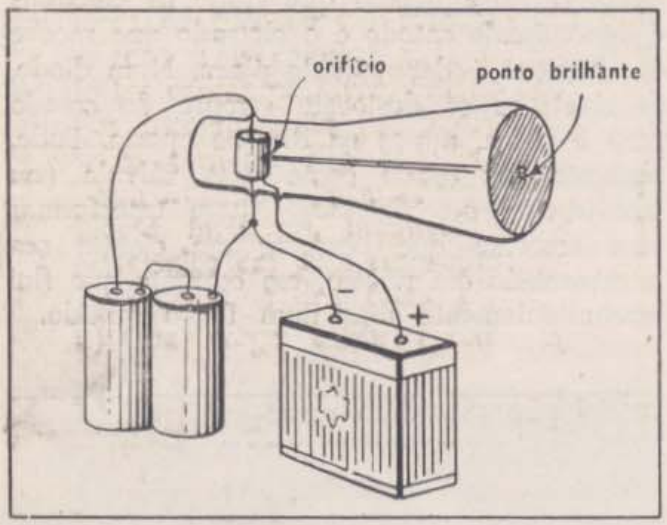
A emissão termoiônica tem muitas aplicações práticas. Uma das mais importantes são as válvulas eletrônicas. O aparelho que utilizamos para demonstrar a emissão termoiônica é um tipo simples de válvula, conhecida como diodo (Fig. 27-26) na linguagem técnica de rádio. O fio aquecido que emite os eléctrons é denominado catodo e o eletrodo que recebe os eléctrons é denominado placa. Num diodo, os eléctrons se deslocam sempre do catodo para a placa, nunca na direção oposta. Pode, portanto, ser usado como uma válvula (ou "retificador" ou "detector") para transformar uma corrente que percorre um cicuito ora num sentido ora noutro, em corrente que flui intermitentemente mas num único sentido.



27-26 — Fotografia de um diodo comercial. O tubo metálico branco, no centro, é aquecido internamente e emite eléctrons. Quando está carregado negativamente e o cilindro externo é positivo, os eléctrons atravessam o espaço entre êles.

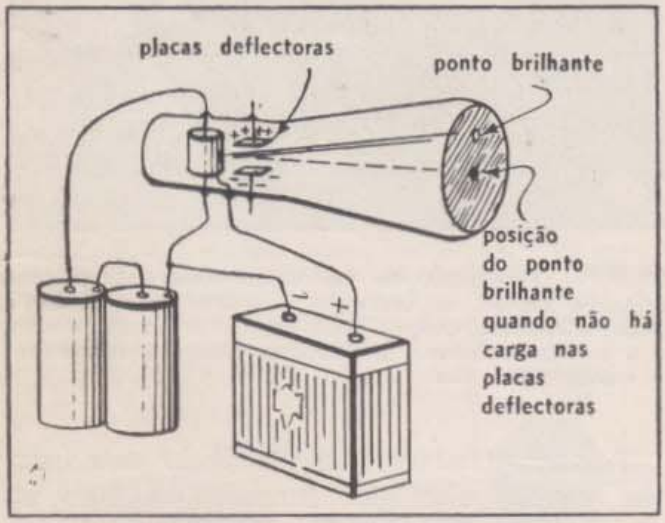
Podemos também usar um diodo para fazer um canhão eletrônico fazendo um furo na placa (veja Fig. 27-27). Embora a maioria dos eléctrons emitidos pelo filamento quente atinjam a placa, aquêles que se movem na direção do furo passam por êle e continuam até encontrar a parede do tubo. Se a parede

estiver recoberta com tinta fluorescente, uma mancha brilhante aparece na região atingida pelos eléctrons.



27-27 — O diodo simples pode ser convertido em um canhão de eléctrons fazendo-se um furo no cilindro e tornando-se mais comprido o envoltório de vidro. Uma das extremidades do tubo é recoberta por uma substância fluorescente que se torna brilhante no lugar em que o feixe de eléctrons incide.

Com mais uma pequena modificação, o tubo que descrevemos torna-se um oscilógrafo de raios catódicos. Colocamos dentro do tubo duas placas horizontais, de modo que o feixe de eléctrons passe entre êles (Fig. 27-28).

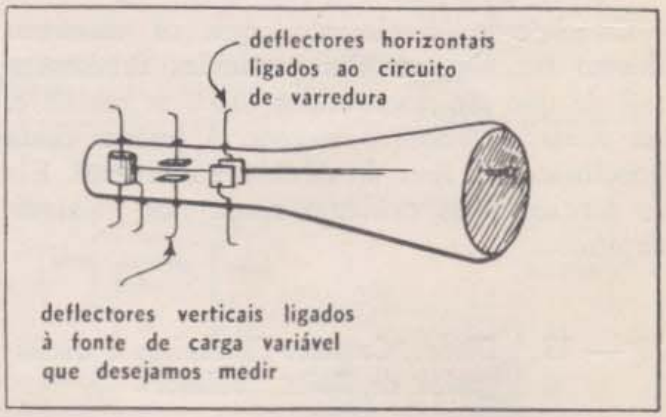


27-28 — O canhão de eléctrons pode servir como eletrômetro, se colocarmos um par de placas horizontais *diante do furo*. Se, por exemplo, colocarmos carga positiva na placa superior e negativa na inferior, o feixe de eléctrons será desviado para cima. O deslocamento da mancha brilhante em relação à posição central, serve como medida da carga que está sôbre as placas.

Se uma das placas tem carga positiva e a outra, carga negativa, os eléctrons se desviam verticalmente no sentido da placa positiva e o feixe atinge o anteparo fluorescente em outro ponto. Mesmo uma pilha de lanterna ligada às placas deflectoras, produz um desvio apreciável da mancha brilhante. Portanto, podemos usar o oscilógrafo como um eletrômetro. Se o associarmos a um amplificador dêsses utilizados em rádio, teremos um instrumento muito mais sensível do que os eletrômetros descritos até aqui.

Além da sensibilidade, o oscilógrafo de raios catódicos tem uma propriedade ainda mais útil: a rapidez de sua resposta. Devido à massa de suas partes móveis, o eletrômetro comum leva um tempo apreciável para atingir a posição de equilíbrio depois de carregado. Os eléctrons, entretanto, têm massa extremamente pequena, incomparàvelmente menor que qualquer peça mecânica. Por isso a deflexão de um feixe de eléctrons ocorre quase instantâneamente. Assim, o oscilógrafo de raios catódicos é capaz de acompanhar variações muito rápidas de carga, o que os eletrômetros comuns não podem realizar.

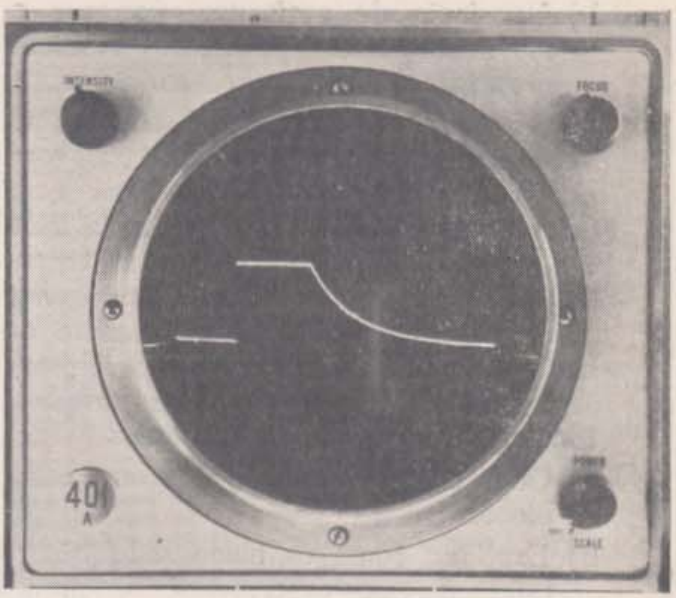
Com o oscilógrafo de raios catódicos, podemos mesmo estudar variações muito rápidas de carga. Para esta finalidade equipamos o instrumento com um segundo par de placas montadas para produzir deflexão horizontal (Fig. 27-29). Um circuito de varredura, carrega pouco a pouco o par de placas, descarrega-as repetidamente e recomeça o processo.



27-29 — Um oscilógrafo tem um segundo par de placas para dar uma deflexão horizontal ao feixe de eléctrons. Carregando-se essas placas, provoca-se um deslocamento horizontal da mancha luminosa.

Enquanto essas placas estão sendo carregadas, a mancha fluorescente produzida pelo feixe de eléctrons se desloca horizontalmente no anteparo com velocidade constante. Na descarga, volta ràpidamente ao ponto inicial. Ao mesmo tempo, o primeiro par de placas produz uma deflexão vertical correspondente a suas cargas. Como resultado das duas deflexões aplicadas simultâneamente, a mancha fluorescente traça uma curva que nos dá uma visão gráfica da maneira como varia, com o tempo, a carga nas placas verticais (Fig. 27-30).

O oscilógrafo de raios catódicos tem muitas aplicações. Os tubos de televisão e de radar são tipos especiais de tubos de raios catódicos. As imagens são produzidas pela deflexão horizontal e vertical de um feixe de eléctrons e pela variação da intensidade do feixe, de modo a fazer cada pequena região do anteparo brilhar com uma intensidade que depende dos sinais que vêm da câmara de televisão.



27-30 — Fotografia de um traço na tela de um oscilógrafo. Enquanto o circuito de varredura movimentou o feixe da esquerda para a direita, uma bateria carregou ràpidamente duas placas metálicas ligadas às placas de deflexão vertical do tubo. Um instante mais tarde, as placas foram descarregadas lentamente, através de um fio de alta resistência elétrica.

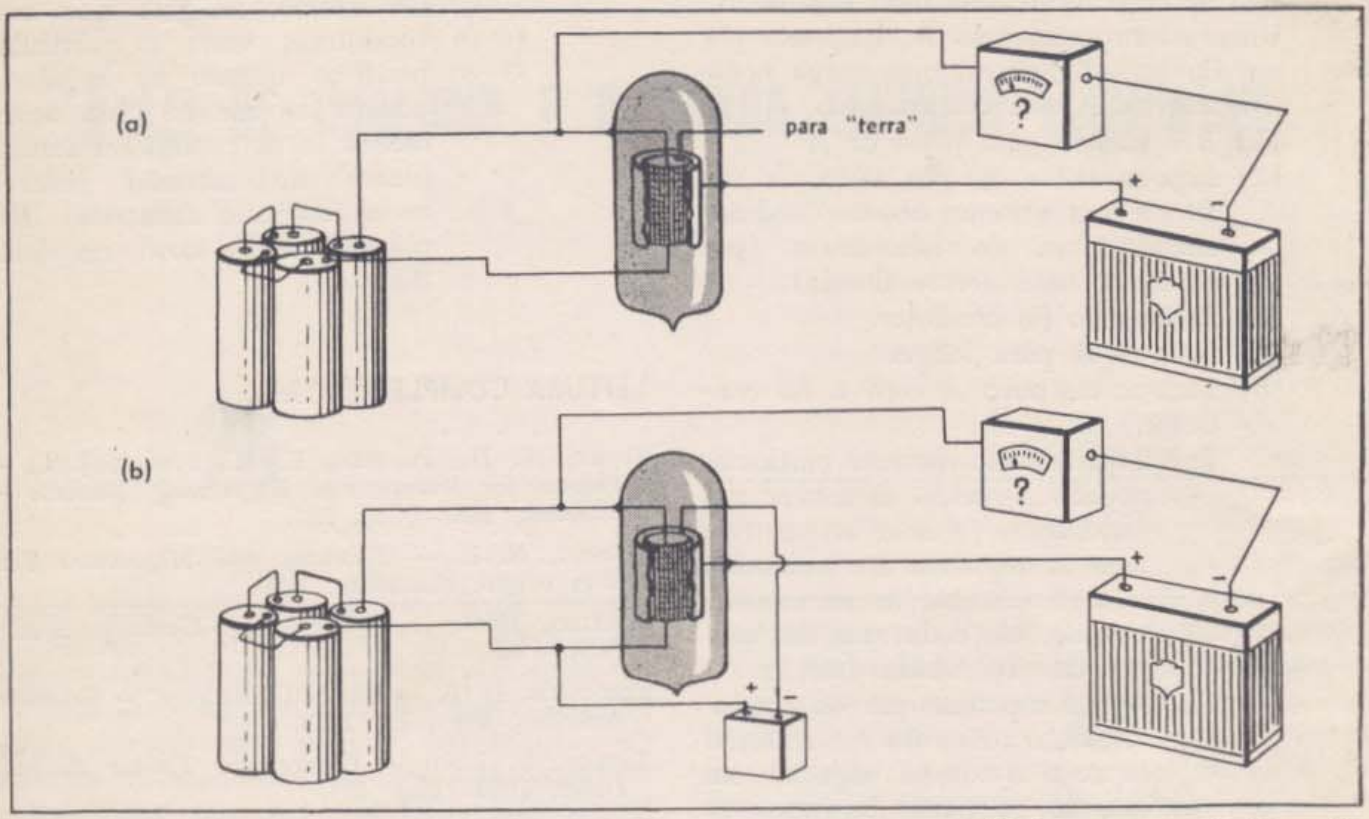
PARA CASA, CLASSE E LABORATÓRIO

1. Suponha que você eletrizou uma barra de plástico friccionando-a com lã.
   a) Você espera que a lã tenha ficado carregada?
   b) Como tiraria a prova?
2. Quando se enche o tanque de gasolina de um avião, a embocadura metálica da mangueira é sempre ligada cuidadosamente, por meio de um fio, também metálico, à estrutura metálica do avião, antes de ser introduzida no tanque. Por que se segue esta rotina? Descreva como ela cumpre sua finalidade.
3. a) Ao tocar um objeto metálico, como a maçaneta de uma porta, em um dia sêco de inverno, sente-se, às vêzes, um choque, acompanhado por uma faisca. Geralmente explicamos o fato dizendo que acumulamos uma carga estática. Como determinaria você o sinal dessa carga? Por que isto não acontece em um dia úmido de verão?
   b) Se você acumula uma carga estática e toca o batente de madeira de uma porta, não observa faísca nem choque mesmo num dia sêco. Por que?
   c) Às vêzes, se você toca primeiro o batente de madeira e depois a maçaneta metálica, não se produzem faíscas nem você sente choque, mesmo que você tenha carga acumulada. Sugira uma explicação.
4. a) Por que você não pode eletrizar uma barra metálica segurando-a com as mãos?
   b) Que faria você para eletrizar uma barra metálica?
5. Trabalho para casa: Carregue um cabide de plástico e suspenda-o por um fio fino.
   a) Descubra se a carga é positiva ou negativa.
   b) Que acontece quando você aproxima do cabide o seu dedo?
   c) Como explica o resultado obtido em (b)?
6. a) Descreva os passos que você seguiria para carregar positivamente um eletroscópio, por indução.

b) Por meio de esquemas, descreva o movimento das partículas elétricas negativas durante o processo de carga.

7. Alinhe três blocos metálicos sôbre uma mesa de plástico em contacto uns com os outros e coloque dois objetos com fortes cargas positivas, um de cada lado dos blocos, muito próximo, sem entretanto tocá-los. Em seguida, com uma barra isolante (descarregada), separe os blocos metálicos, mantendo os objetos carregados em suas respectivas posições. Finalmente, retire êstes últimos.
   a) Que carga existe agora em cada bloco?
   b) Explique como os blocos adquiriram estas cargas, descrevendo o movimento das partículas negativas.
8. Trabalho para casa: Você pode construir um dispositivo chamado eletróforo. Para isso necessita de um disco velho de vitrola e uma placa metálica um pouco menor do que o disco. Prenda um cabo isolante em ângulo reto com a placa. Uma pequena lata de conserva com uma vela grudada pode servir.

   Carregue o disco de vitrola esfregando-o com lã. Coloque a latinha sôbre o disco e ligue-a à terra tocando-a por um instante com o dedo. Em seguida, suspenda a latinha e utilize-a para carregar um eletroscópio. Que carga possui a latinha? Para carregá-la novamente você precisaria carregar de novo o eletróforo?
9. Antes da invenção do telégrafo magnético, muitos métodos foram propostos para enviar sinais a grandes distâncias por meio de fios, usando a repulsão ou a atração eletrostática. Sugira um dispositivo simples para êsse tipo de comunicação.
10. Trabalho para casa: Realize uma experiência para verificar se fita adesiva descarrega um eletroscópio. Se encontrar algum sinal de condução, reduza à metade a largura da tira e repita a experiência. Tente também com um comprimento duplo.
11. Trabalho para casa:
    a) Carrregue um eletroscópio e aproxime de seu terminal um fósforo aceso. Que observa? Observa alguma diferença no caso de estar o eletroscópio carregado positiva ou negativamente?
    b) Mantenha o fósforo suficientemente afastado para que o eletroscópio não se descarregue. Que acontece se você sopra o ar quente suavemente em direção ao terminal do eletroscópio? Como explica você êste resultado? É a descarga um efeito direto do aquecimento do terminal, ou o aquecimento tornou o ar condutor?
12. Sabemos que a carga elétrica flui através de certas soluções, como a de sulfato de cobre em água. Neste caso forma-se um depósito de cobre no eletrodo negativo. Lembre-se da explicação dada na Seção 27-11 e pense como se poderia utilizar êste processo para medir corrente elétrica. Esteja preparado para discutir suas idéias em classe.
13. Na Seção 27-13, descreve-se um tipo simples de válvula eletrônica chamada diodo. Um triodo é um dispositivo semelhante mas possui um outro cilindro, feito de tela metálica, chamado grade, colocado entre o filamento e a placa [Fig. 27-31 (a)]. Suponha, em primeiro lugar, que a grade está ligada à terra de modo que permanece descarregada. Depois, ligamos uma bateria [Fig. 27-31 (b)] de tal maneira que a grade se carrega negtivamente. Compare as correntes no circuito da bateria "B", nestes dois casos.
14. Suponha que temos um grande número de partículas idênticas. Duas quaisquer delas, quando separadas pela distância de 10 cm, repelem-se com a fôrça de 3×10^{-10} newtons.
    a) Se uma delas está a 10 cm de um grupo de n outras, com que fôrça você espera que ela seja repelida?
    b) Suponha que você mede a repulsão e encontra 6×10^{-6} newtons; quantas partículas havia no grupo?
15. Suponha que temos um grande número de partículas elétricas positivas e negativas, exatamente iguais (exceto quanto ao sinal). Isto significa que duas quaisquer delas se atraem ou se repelem mùtuamente, dependendo apenas de seus



27-31 — Para o Problema 13.

sinais, mas a intensidade da fôrça é sempre a mesma, desde que a distância entre elas seja a mesma. Por exemplo, a fôrça entre duas delas é de 3×10^{-10} newtons quando a distância é 10 cm.

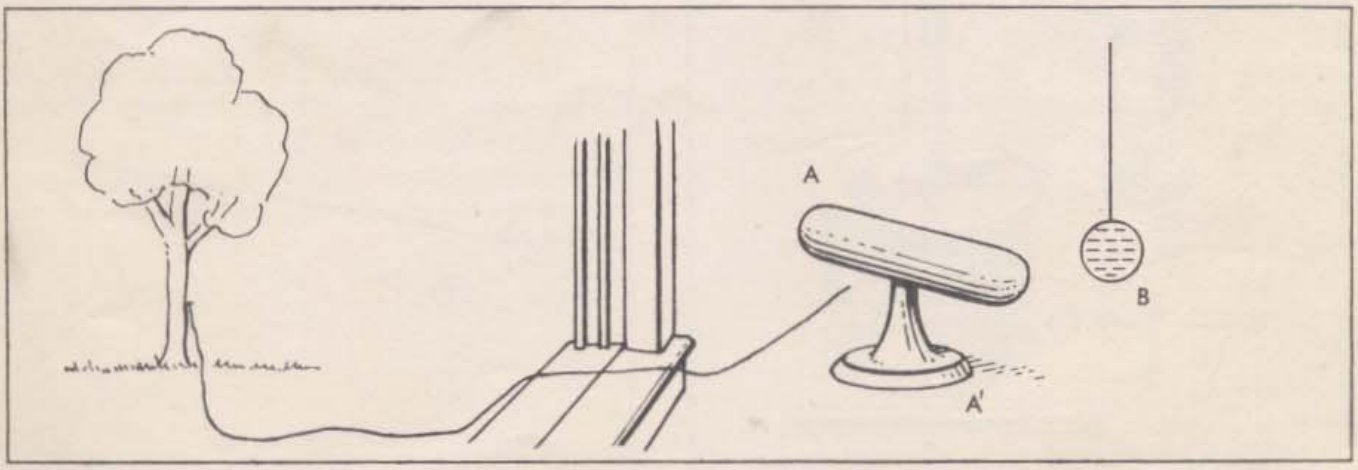
Uma partícula positiva está a 10 cm de um grupo que contém P partículas positivas e M partículas negativas.

a) Com que fôrça será repelida? Suponha que não seja possível contar as partículas mas, medindo-se a fôrça, verifica-se que ela vale 6×10^{-6} newtons. Por êste resultado, o que se pode afirmar a respeito de P e M?

16. Imaginamos que a Terra possui uma pequena carga elétrica. Como se pode verificar isso?

17. Na seguinte experiência ocorrem deslocamentos de cargas elétricas. Um condutor cilíndrico horizontal A (Fig. 27-32)

27-32 — Para o Problema 17.



está apoiado sôbre uma base isolante *A'*. Uma esfera condutora *B*, suspensa por um fio isolante, possui uma carga negativa interna. *A* está descarregado.

(1) *B* é trazido para perto de *A*
(2) Liga-se então *A*, por meio de um fio, a um enorme objeto condutor situado fora do laboratório (por exemplo, uma árvore úmida).
(3) Retira-se o fio condutor.
(4) Leva-se *B* para longe.
(5) Toca-se de novo *A* com o fio condutor.

(a) Suponha que sòmente partículas negativas podem se mover nos condutores (e nem as positivas nem as negativas nos isolantes) e diga que cargas se movem, e onde, em cada uma das etapas da experiência descrita.

(b) Agora suponha que os condutores são feitos de um material especial (existem alguns) em que só as partículas positivas podem se mover. Explique tudo de novo em todos os detalhes.

(c) Por último, imagine que, nos condutores, tanto as partículas positivas quanto as negativas possam se mover (isto aconteceria se os condutores fossem blocos de material isolante revestidos com salmoura). Explique tudo de novo, em detalhe.

LEITURA COMPLEMENTAR

FURRY, W. H., PURCELL, E. M., STREET, J. C. — *Physics for Science and Engineering Students* — *Blakiston*, 1952 (Cap. 22).

GILBERT, N. E. — *Eletricity and Magnetism*. Terceira edição, Macmillan, 1950.

SKILLING, HUGH H. — *Exploring Eletricity*. Ronald Press, 1948.

STEINBACH, H. B. — "Animal Eletricity" — *Scientific American*, Fevereiro, 1950.

TAYLOR, L. LOYD — *Physics, the Pioneer Science*. Dover, 1959 (Cap. 40).

WILSON, MITCHELL — *American Science and Invention*. Simon & Schuster, 1954 (Franklin: pags. 16-23).

A LEI DE COULOMB E A CARGA ELÉTRICA ELEMENTAR

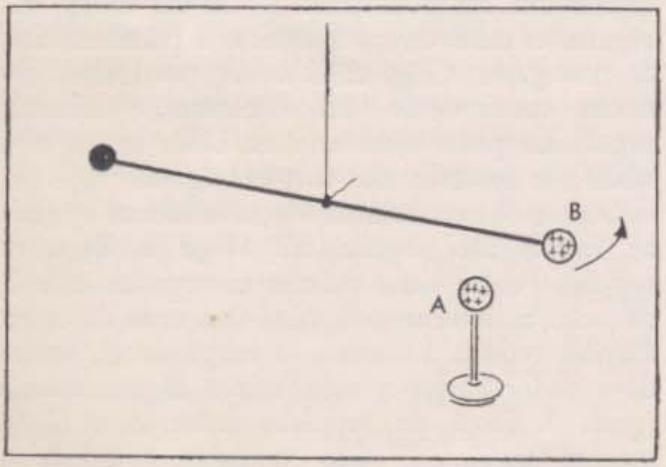
CAPITULO 28

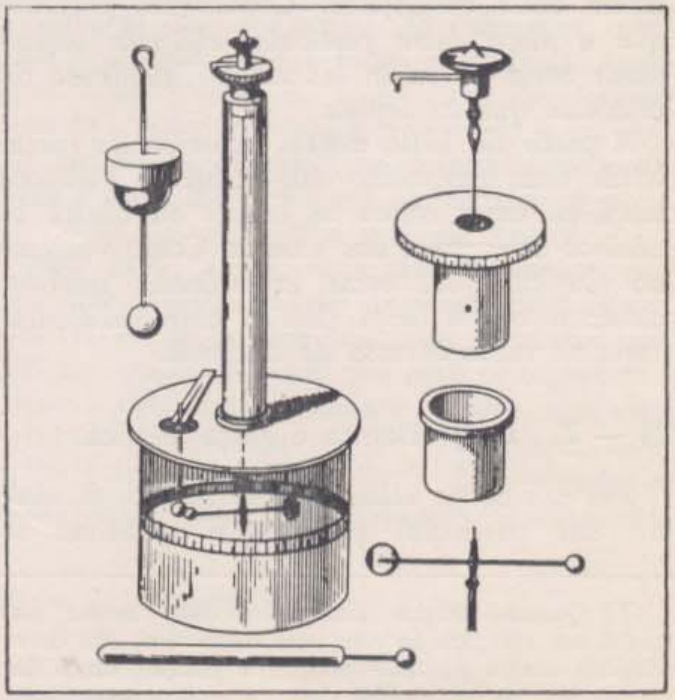
Até agora nosso estudo das fôrças elétricas foi apenas qualitativo. Vimos que as atrações e repulsões elétricas entre objetos grandes são devidas às atrações e repulsões entre as partículas sub-atômicas de que são feitos êsses objetos. Nossa próxima tarefa será descrever experiências que nos forneçam informações quantitativas sôbre essas fôrças.

28 — 1. Fôrça e Distância.

A maneira pela qual a fôrça de atração ou de repulsão entre cargas elétricas depende da distância que as separa foi estabelecida experimentalmente pelo físico francês, Charles Coulomb, em 1785. Em sua experiência, Coulomb utilizou uma balança de torsão, semelhante ao instrumento usado mais tarde por Cavendish para estudar a atração gravitacional. (Veja Seção 22-10). A Fig. 28-1 é um esquema dêsse tipo de aparelho. Quando a esfera carregada *A* é colocada no lugar, a fôrça elétrica de repulsão que ela exerce sôbre a esfera carregada *B* faz girar a haste horizontal. Esta atinge uma nova posição de repouso com o fio de suspensão torcido. Quanto maior a torsão do fio, maior deve ser a fôrça entre as cargas. Assim, pelo ângulo de torsão, Coulomb podia medir a fôrça elétrica. Variando a distância entre as esferas carregadas, mediu a fôrça como função da distância entre elas.

28-1 — Abaixo: esquema da balança de torsão de Coulomb. À direita: desenho do aparelho de Coulomb, como apareceu no original de seu trabalho.





Como as cargas estão distribuidas sôbre as esferas, a distância entre elas deve ser suficientemente grande para que pequenas diferenças em distância e direção não sejam importantes.*

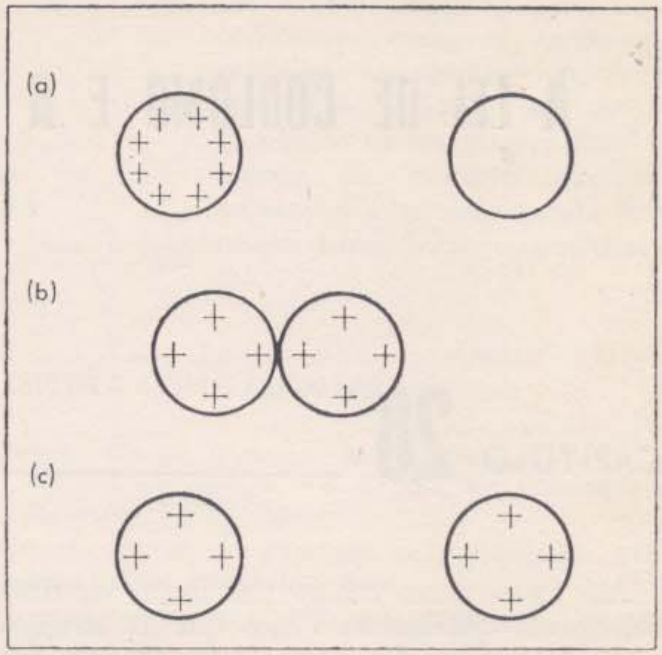
Utilizando esferas com cargas positivas e negativas, Coulomb mostrou que a fôrça elétrica é sempre inversamente proporcional ao quadrado da distância entre as cargas. Estabeleceu êste resultado com uma exatidão da ordem de três por cento. Mais tarde, testes indiretos — utilizando o efeito de blindagem dos condutores — demonstraram a lei com precisão muito maior. Cavendish conseguiu precisão de um por cento e, na segunda metade do século XIX, Maxwell estabeleceu o expoente 2 (o "quadrado" na lei do inverso do quadrado), com êrro inferior a uma parte em 40.000. Êste número é conhecido, hoje em dia, com êrro inferior a 1 parte em 10^9. Note que as fôrças elétricas e as gravitacionais variam com a distância exatamente da mesma forma. Não conhecemos nenhuma explicação para esta semelhança mas, por causa dela, podemos muitas vêzes compreender da mesma maneira os efeitos elétricos e os gravitacionais.

Acreditamos que a fôrça de atração ou de repulsão entre dois objetos carregados é a soma vetorial de tôdas as fôrças que as partículas elétricas de um exercem sôbre as partículas elétricas do outro. Em todos os casos, verificamos experimentalmente que a fôrça varia na razão inversa do quadrado da distância entre os objetos. Concluimos portanto que *a fôrça entre partículas elétricas individuais varia na razão inversa do quadrado da distância que as separa.*

A partir de 1910, muitas experiências foram feitas com partículas sub-atômicas. Podemos lançá-las umas contra as outras ou contra os núcleos carregados dos átomos. Como veremos no Capítulo 32, essas experiências também mostram que a fôrça elétrica entre partículas varia na razão inversa da distância.

28 — 2. Carga Elétrica e Fôrça Elétrica.

Em um corpo elètricamente neutro, os efeitos das partículas positivas e negativas se cancelam. Um corpo dotado de carga positiva ou negativa contém cargas negativas ou positivas não contrabalançadas. Assim, a carga elétrica de um corpo depende do excesso de partículas positivas ou negativas, medido a partir do estado neutro.

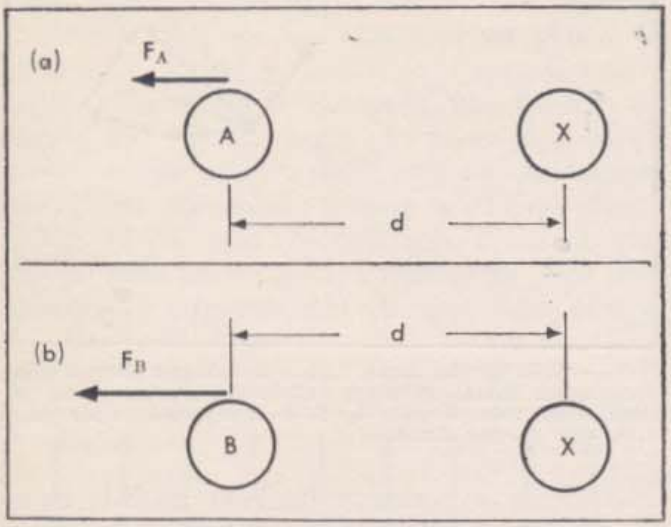


28-2 — O processo de repartir carga elétrica. Quando encostamos uma esfera carregada em outra, idêntica a ela, mas descarregada, as cargas elétricas que estão em excesso dividem-se igualmente. A distribuição final de cargas deve ser igual nas duas esferas, como se vê em (c).

A fôrça entre dois corpos carregados depende da distância entre êles e cresce com o excesso de partículas positivas ou negativas em cada corpo. De que maneira, exatamente, depende a fôrça do excesso de partículas elétricas? Para responder a esta questão precisamos saber reduzir o excesso de partículas à metade, a um têrço, etc. Suponha que colocamos em contacto uma esfera de metal carregada e uma esfera idêntica à primeira, mas descarregada (Fig. 28-2). As partículas elétricas mover-se-ão até ficarem igualmente repartidas pelas duas esferas. Cada esfera terá, então, a metade da carga original.

O que ocorre com as fôrças elétricas quando as cargas são repartidas? Meça a fôrça de repulsão entre duas esferas carregadas A e C, situadas a determinada distância uma da outra. Depois reduza à metade a carga de A, fazendo-a ceder carga a uma esfera B exatamente igual. A fôrça de repulsão entre A e C (à mesma distância) fica também reduzida à

(*) Quando corpos carregados estão muito distantes, em comparação com suas dimensões, são denominados cargas puntuais porque a posição exata das cargas nos corpos, nêsse caso, é pouco importante.



28-3 — Para comparar duas cargas, A e B, colocamos uma de cada vez à mesma distância de uma outra carga, X, e medimos as fôrças. A razão entre as cargas é a mesma que a razão entre as fôrças: $\frac{q_A}{q_B} = \frac{F_A}{F_B}$. Na sua opinião, qual é a razão entre as fôrças que atuam sôbre X?

metade. Obtemos ainda a mesma fôrça quando A é substituida por B, a esfera com a qual a carga foi repartida. Aparentemente a carga e as fôrças são proporcionais, conforme poderíamos ter adivinhado.

Experiências dêsse tipo permitem comparar quantitativamente cargas elétricas. Duas cargas são iguais se sofrem a ação da mesma fôrça quando colocadas a determinada distância de uma terceira carga. Uma carga é o dôbro de ourta quando fica sob a ação de uma fôrça duas vêzes maior. Além do mais, a fôrça a que uma carga fica sujeita e a fôrça que ela exerce sôbre outra variam da mesma forma. Quando uma carga é reduzida à metade, a fôrça que ela exerce sôbre uma terceira carga fica também reduzida à metade. Em geral, comparam-se cargas comparando-se suas interações com uma terceira carga, a determinada distância. A razão dessas fôrças não depende da outra carga, nem da distância a que se deram as interações (Fig. 28-3).

Resumindo em linguagem algébrica o que já sabemos sôbre cargas elétricas, podemos dizer que a fôrça elétrica sôbre uma carga q é proporcional à carga: $F \propto q$. Quando esta fôrça é a interação entre a carga q e outro corpo pequeno com carga Q, a fôrça é proporcional também à outra carga. Podemos indicar esta proporcionalidade pela expressão: $F \propto qQ$.

A carga elétrica tem agora para nós um significado definido e sabemos como exprimir a dependência entre a fôrça elétrica e a carga. Podemos combinar êstes dados com o resultado das experiências de Coulomb. Êles nos dizem que a fôrça é inversamente proporcional ao quadrado da distância r entre as cargas. Chegamos, assim, à expressão completa para a fôrça de interação entre duas cargas:

$$F = \frac{k\,Q\,q}{r^2}$$

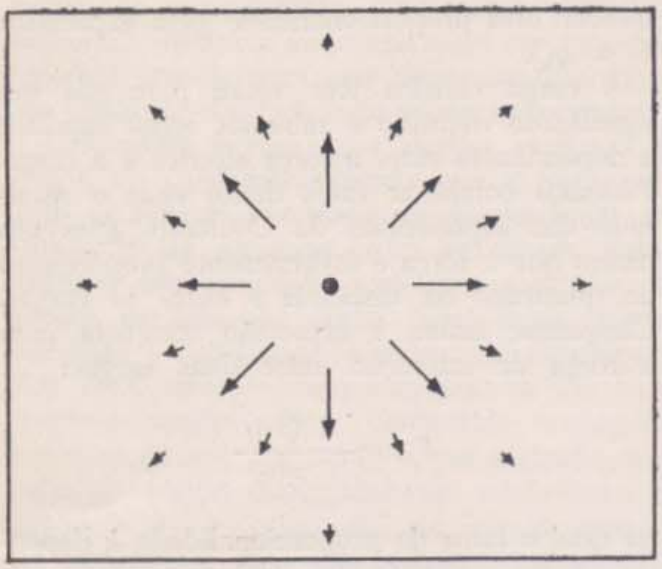
na qual o fator de proporcionalidade k depende apenas das unidades adotadas para medir fôrças, distâncias e cargas. Chamaremos Lei de Coulomb a esta expressão e designaremos a fôrça como fôrça de Coulomb.

Quando, pela primeira vez, falamos em cargas elétricas, demos à palavra um sentido qualitativo. Uma carga elétrica era simplesmente o resultado da adição ou remoção de algumas partículas positivas ou negativas de um objeto neutro. Agora, porém, aprendemos a comparar cargas quantitativamente e podemos falar da carga das partículas individualmente. Diremos que duas partículas têm a mesma carga quando experimentam a mesma fôrça sempre que colocadas à mesma distância de outra carga. Se as fôrças a que ficam sujeitas as duas partículas são diferentes, diremos que suas cargas estão na mesma razão que essas fôrças. A "carga" de um "objeto grande", pode ser considerada como o excesso de partículas elétricas de determinado sinal. Mas a carga de uma partícula elétrica só pode ser definida pela fôrça que ela exerce.

Mas falta, ainda, uma coisa. Necessitamos de uma unidade padrão de carga, algo reprodutível, de modo que possamos comparar cargas em qualquer lugar, por mais distantes que sejam. Para esta finalidade muitas unidades arbitrárias têm sido usadas. Felizmente, contudo, como veremos na Seção 28-5, a própria natureza fornece uma unidade fundamenal.

28 — 3. Campos de Fôrça Elétrica.

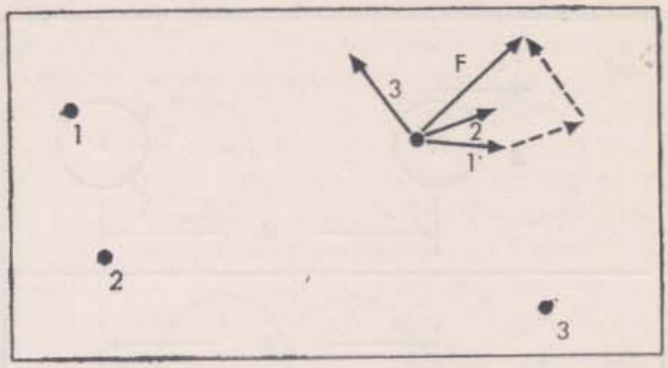
Suponha que colocamos uma carga em várias posições, ao redor de um pequeno objeto



28-4 — Campo de fôrças elétricas em tôrno de uma carga fixa. É um conjunto de vetores que indicam a fôrça que atua sôbre uma carga móvel de mesmo sinal que a carga fixa.

carregado, fixo em determinada posição. A fôrça varia com o inverso do quadrado da distância e tem sempre a direção da linha que liga as duas cargas. Podemos fazer um diagrama das fôrças em tôrno da carga estacionária representando-as como vetores que expressam a grandeza e direção da fôrça que age sôbre a carga móvel em um grande número de pontos. A fig. 28-4 mostra um dêsses conjuntos de vetores. Êle tem exatamente o mesmo aspecto do conjunto de vetores que representam o campo gravitacional em tôrno da Terra (Fig. 21-1) mas, no caso de fôrças elétricas, os vetores podem apontar para fora. Isto ocorre quando a carga móvel é de mesmo sinal que a carga fixa. Assim como a Fig. 21-1 representa o campo gravitacional da Terra, a Fig. 28-4 mostra um campo de fôrças elétricas em tôrno da carga fixa. Êste campo de fôrças é, simplesmente, uma coleção de valores da fôrça que age sôbre uma carga móvel nos vários pontos do espaço.

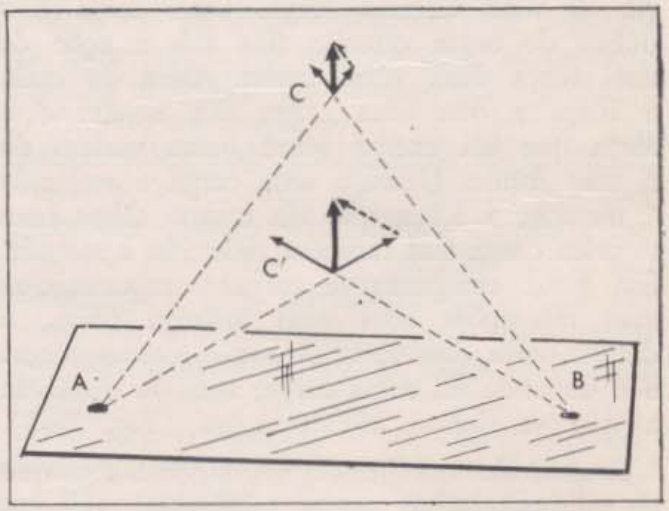
Suponha, agora, que temos várias cargas fixas. Elas exercem certa fôrça sôbre uma outra carga colocada em qualquer posição; esta fôrça é a soma vetorial das forças que cada uma das cargas fixas exerceria individualmente. (Fig. 28-5). Neste caso, a fôrça resultante sôbre a carga móvel *não* varia segundo o inverso do quadrado da distância a qualquer uma das cargas fixas. Podemos, todavia, calcular a resultante, somando as fôrças



28-5 — Três cargas fixas, 1, 2 e 3, exercem fôrças sôbre uma carga móvel. A fôrça resultante, F, é a soma vetorial das três fôrças, 1, 2 e 3, exercidas por cada uma das cargas fixas.

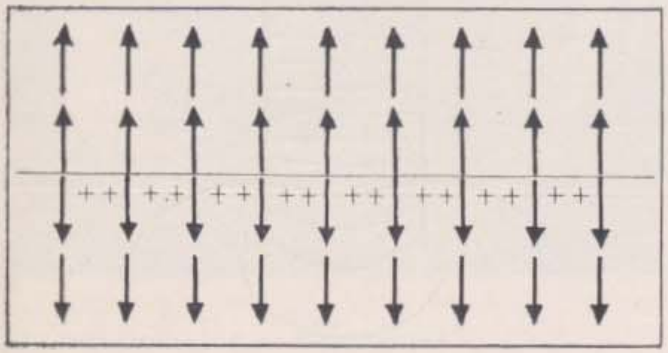
individuais e podemos também medí-la experimentalmente. Representando gràficamente essa fôrça resultante em um grande número de posições, podemos ter uma idéia geral do campo.

A título de exemplo, suponha que temos um grande número de cargas distribuídas uniformemente sôbre um plano de grande extensão. Verificamos que a fôrça resultante não cresce acentuadamente quando nos aproximamos do plano. Embora estejamos nos aproximando das cargas, as fôrças que estas exercem estão em direções cada vez mais aproximadamente opostas e se tornam progressivamente menos atuantes (Fig. 28-6). Quando efetuamos realmente a soma vetorial das fôrças, verificamos que a resultante não



28-6 — Duas cargas, A e B, fixas sôbre um plano, exercem fôrças sôbre uma carga móvel, C. À medida que trazemos C para mais perto do plano, as fôrças devidas a A e B tendem a se opor. Por êsse motivo, a fôrça resultante não cresce tanto quanto poderíamos esperar. Quanto vale a soma das fôrças exercidas por A e B quando C está sôbre o plano exatamente na metade do segmento que une A e B?

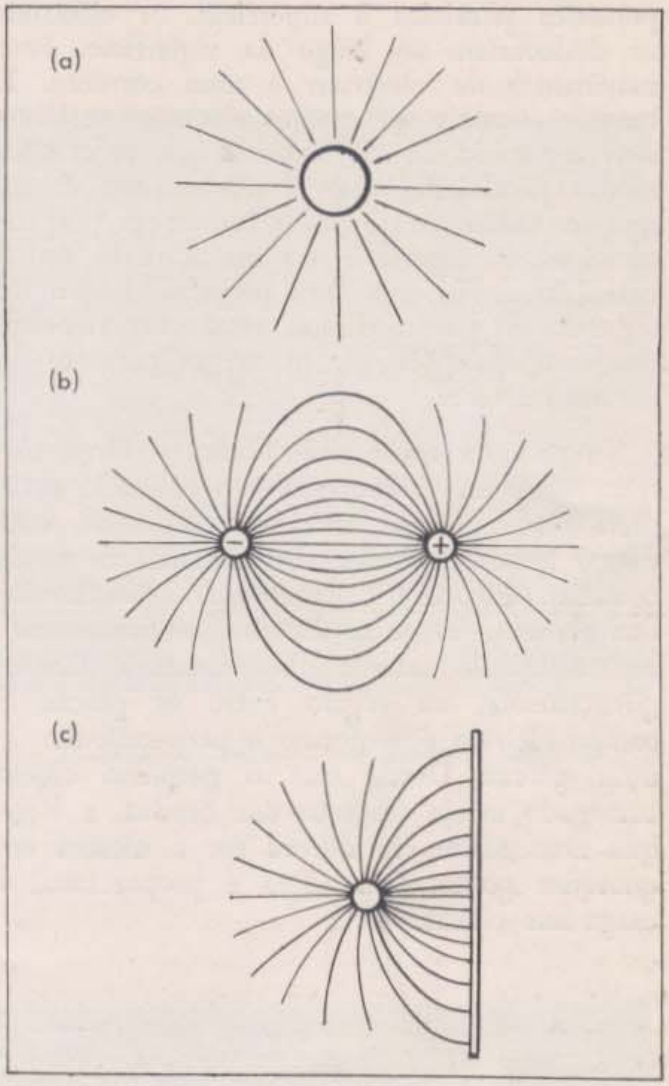
varia nem em intensidade nem em direção à medida que nos aproximamos do plano. O campo de fôrças é uniforme (uma demonstração dêsse fato é esboçada no quadro da página 38). Se as cargas do plano e a carga móvel são de mesmo sinal, êste campo uniforme aponta no sentido que se afasta do plano. A Fig. 28-7 é uma representação dêsse campo. Na próxima seção será apresentada uma demonstração experimental de que êsse campo é uniforme.



28-7 — Campo de fôrças elétricas em tôrno de um plano uniformemente carregado.

Se as cargas do plano e a carga móvel são de mesmo sinal, êste campo uniforme aponta no sentido que se afasta do plano. A Fig. 28-7 é uma representação dêsse campo. Na próxima seção será apresentada uma demonstração experimental de que êsse campo é uniforme.

Freqüentemente, ao invés de desenharmos uma coleção de vetores resultantes, representamos um campo de fôrças elétricas de maneira um pouco diferente, desenhando linhas de fôrça elétrica. Constroi-se uma linha de fôrça deslocando um ponto contìnuamente na direção da fôrça exercida sôbre uma partícula móvel. A linha acompanha as mudanças de direção da fôrça. Algumas configurações das linhas do campo elétrico em tôrno de um pequeno objeto carregado e de vários outros corpos carregados estão ilustradas na Fig. 28-8. Às vêzes podemos mostrar experimentalmente a direção das linhas de fôrça elétrica usando pequenos corpos oblongos que tendem a se colocar na direção das linhas de fôrça. Por exemplo, podemos colocar sementes de grama em um líquido não condutor e criar um campo elétrico colocando corpos eletrizados dentro do líquido: as sementes se alinham mostrando as linhas de fôrça dêsse campo



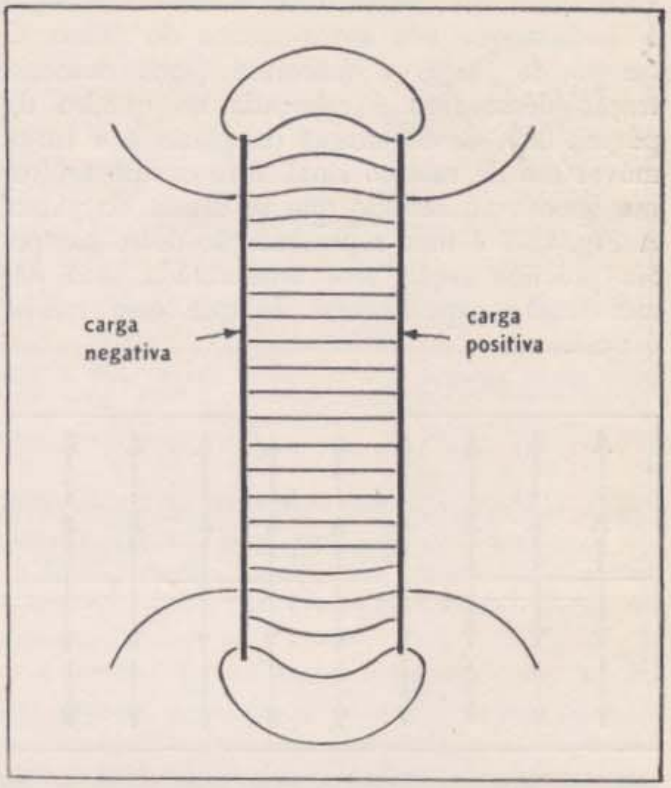
28-8 — (a) Campo de fôrças elétricas em tôrno de uma única esfera carregada. (b) Campo de fôrças elétricas de duas esferas com cargas de sinais opostos. (c) Campo de fôrças elétricas de uma pequena esfera carregada perto de um plano condutor muito extenso. Note a região em que as linhas de fôrça se acumulam, indicando que, aí, o campo é muito intenso. Linhas divergentes indicam que o campo está se tornando mais fraco.

elétrico. Na Fig. 28-10 vemos fotografias de configurações obtidas por êste processo. [Compare o centro da Fig. 28-10 (f) com a Fig. 28-7].

Na Fig. 28-10, os objetos carregados são condutores metálicos. Note que as linhas de fôrça elétrica são perpendiculares à superfície dêsses condutores. É fácil compreender por que. Em um condutor, os eléctrons deslocam-se livremente para qualquer ponto dentro do metal, mas dificilmente escapam da superpície. Se as fôrças elétricas que agem sôbre os eléctrons no metal tivessem com-

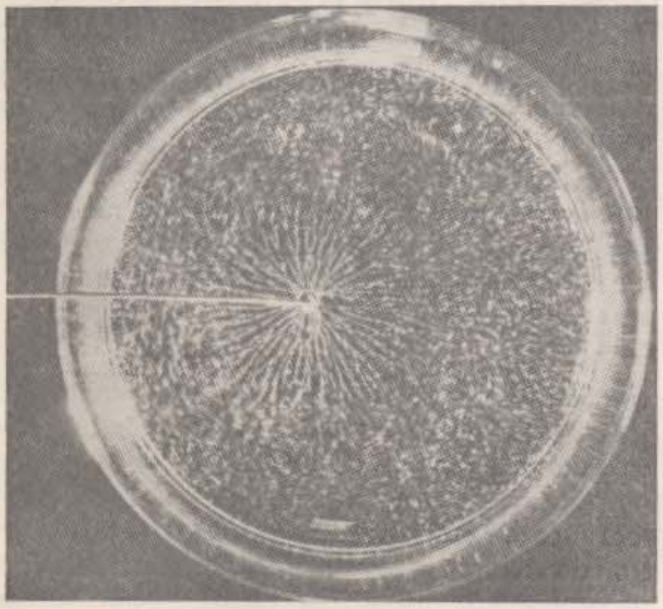
ponentes paralelas à superfície, os eléctrons se deslocariam ao longo da superfície. Êsse movimento de eléctrons é uma corrente. E haveria corrente até que os eléctrons se tivessem arrumado de tal maneira que as componentes paralelas fôssem anuladas, isto é, até que as linhas de fôrça se tornassem perpendiculares à superfície do metal. Esta redistribuição se dá em uma pequena fração de segundo. O que medimos, nessas experiências, é o campo depois que as cargas pararam de se movimentar.

Na próxima seção utilizaremos a fôrça elétrica sôbre um pequeno objeto colocado entre duas placas planas metálicas próximas, com cargas iguais em valor absoluto mas de sinais opostos, (Fig. 28-9). Excetuando-se os bordos das placas, a carga se distribui uniformemente na superfície interna das mesmas. Conseqüentemente, na região entre as placas, o campo elétrico é uniforme e perpendicular às duas placas. Desde que o pequeno objeto carregado esteja distante das bordas, a fôrça que atua sôbre êle deverá ser a mesma em qualquer ponto. Esta fôrça é proporcional à carga nas placas.

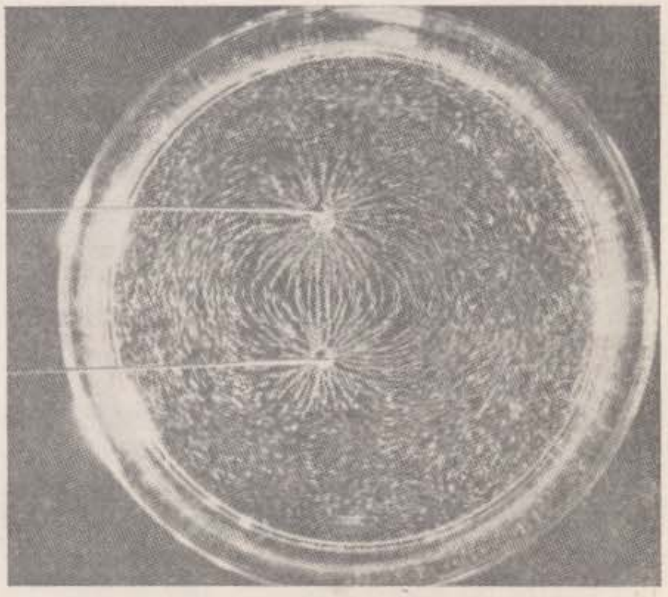


28-9 — O campo de duas placas metálicas paralelas e muito próximas, com cargas de sinais opostos. No centro as linhas de fôrça são retas e perpendiculares às placas. Uma carga colocada nessa região fica sujeita à mesma fôrça em qualquer ponto — o campo é uniforme.

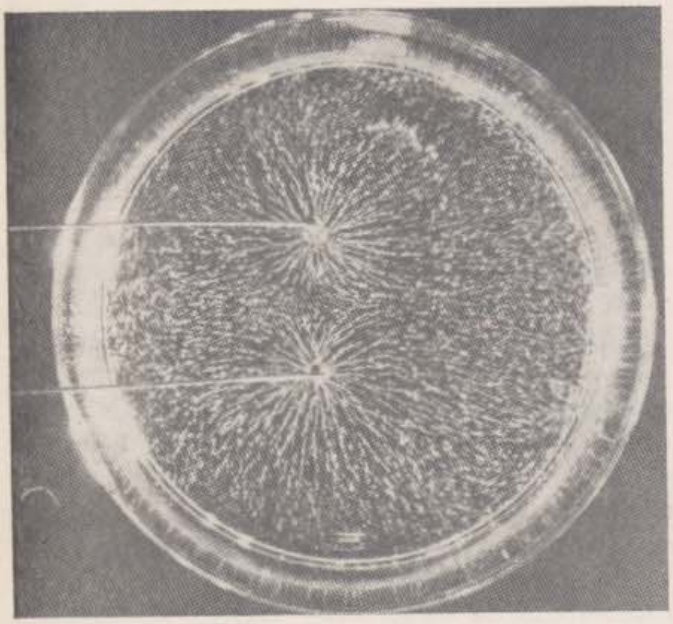
28-10 — Fotografias da representação de um campo de fôrças elétricas, obtidas por meio de sementes de grama num líquido isolante.



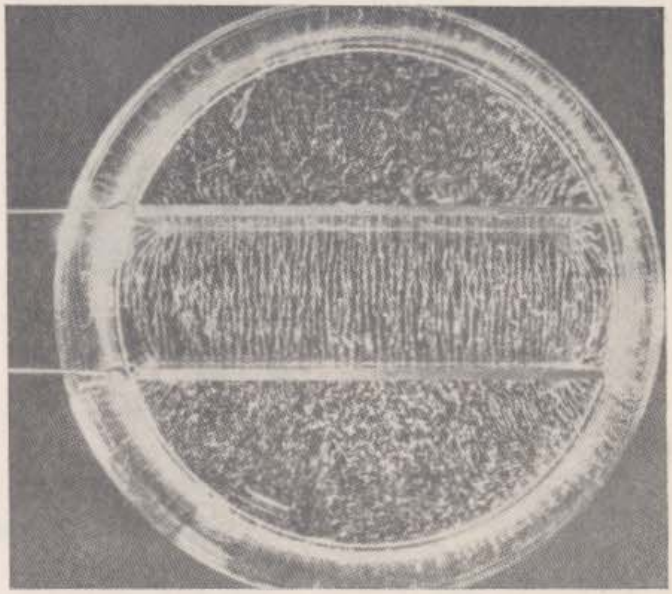
(a) Uma única barra carregada



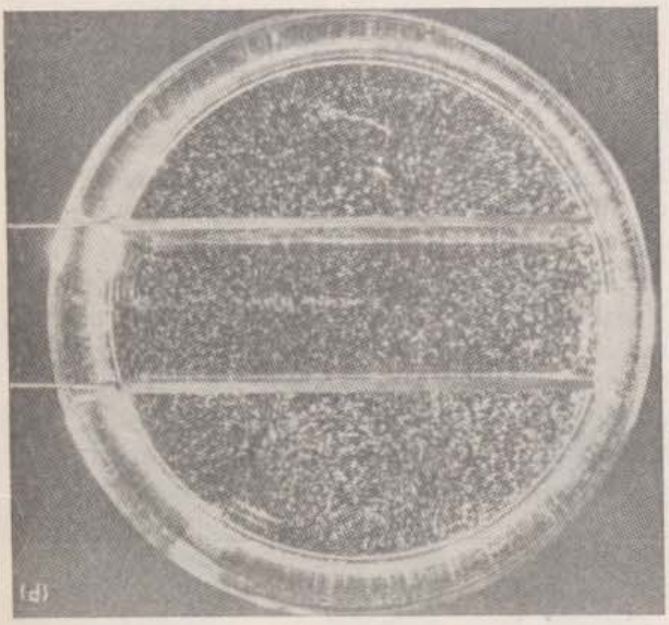
(b) Duas barras com cargas iguais e opostas



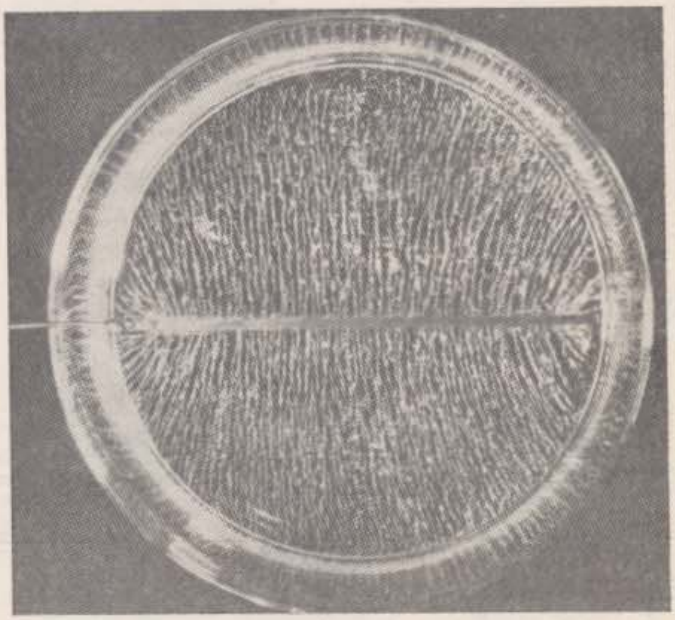
(c) Duas barras com cargas iguais



(d) Duas placas paralelas — nenhum campo elétrico



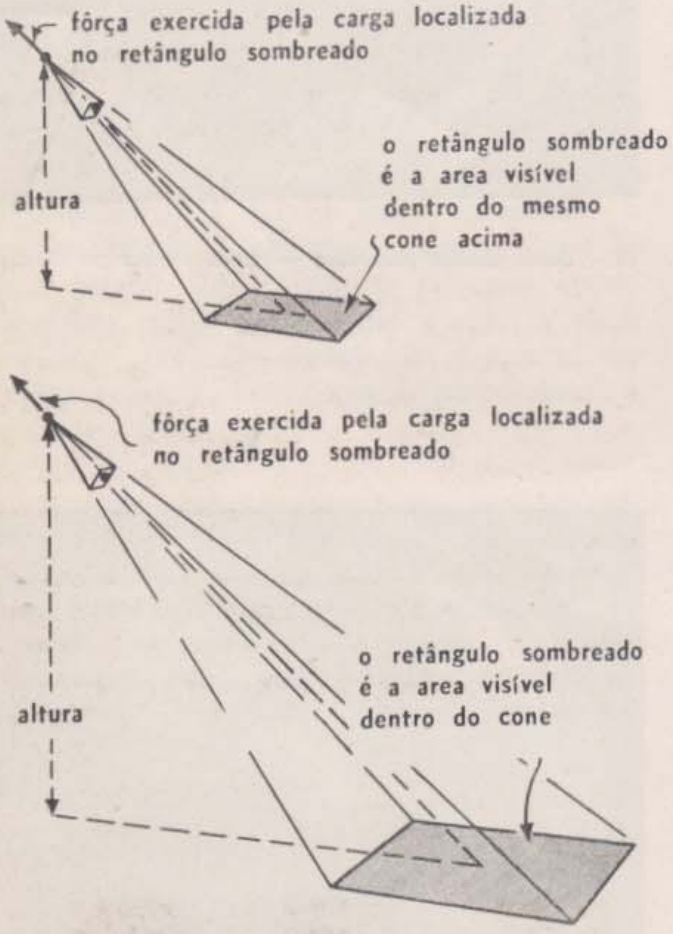
(e) Duas placas paralelas com cargas opostas



(f) Uma única placa metálica carregada.

A FÔRÇA ELÉTRICA SÔBRE UMA CARGA SITUADA ACIMA DE UM PLANO UNIFORMEMENTE CARREGADO

Imagine por um momento que você está situado sôbre a carga e que o plano está diretamente abaixo de você; e que você observa o plano sob certo ângulo com a vertical, através de um pequeno cone — como um alto falante fino e comprido (Fig. 28-11). A área da pequena zona do plano observada através do cone, cresce com o quadrado da sua distância ao plano.



28-11 — Olhando para um plano através de um cone estreito, você vê uma área que depende da altura em que você está, acima do plano.

Por exemplo, se você duplicar sua distância ao plano, verá uma área com o dôbro do comprimento e o dôbro da largura no plano. A nova área será quatro vêzes maior do que antes. Por êsse motivo, a fôrça exercida por determinada quantidade de carga é um quarto da exercida inicialmente. A razão entre as fôrças às duas distâncias, sob um mesmo ângulo, varia por dois fatôres: o fator quatro que corresponde à carga quádrupla e o fator ¼ que corresponde ao quadrado da distância dupla. Como $4 \times \frac{1}{4} = 1$, a fôrça é exatamente a mesma às duas distâncias.

A diminuição da fôrça que corresponde a uma carga determinada e o aumento da quantidade de carga vista através do "alto-falante" se compensam sempre ($1/r^2$ e r^2). Conseqüentemente, a fôrça que corresponde a qualquer ângulo é a mesma para tôdas as alturas, desde que não consideremos regiões próximas à borda do plano.

Finalmente, se as fôrças correspondentes a todos os ângulos são iguais, a fôrça resultante também o será. Esta fôrça não depende da altura acima do plano. Observe que, se a lei para a variação da fôrça fôsse diferente, não obteriamos um campo uniforme. Uma lei de fôrça que inclua o fator $1/r^2$ é a única que permite a anulação do fator geométrico r^2. Portanto a observação de um campo de fôrças uniforme neste caso comprova a lei de Coulomb.

Naturalmente, para alturas muito grandes, tão grandes que todo o plano carregado se assemelhe a um ponto, a fôrça decresce com o fator $1/r^2$. A fôrça começa a decrescer apreciàvelmente quando atingimos distâncias da ordem de 1/20 da menor dimensão da região carregada.

28 — 4. Medindo Pequenas Fôrças Elétricas.

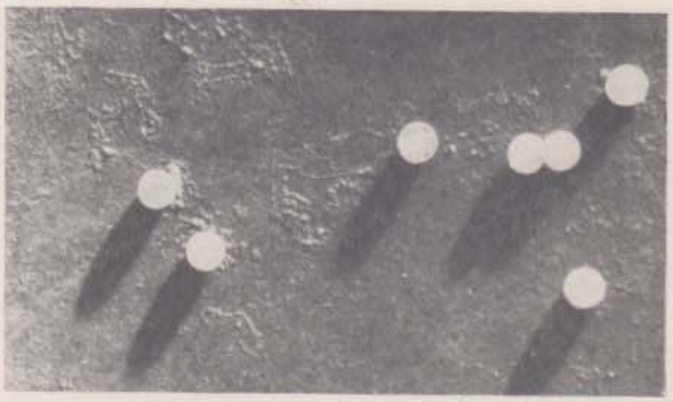
Como veremos, os íons têm cargas formadas por um número muito pequeno de partículas, em geral, um execesso de uma ou duas delas. Estudando-as, verificaremos que tôdas as partículas elétricas têm a mesma carga em valor absoluto. A carga elétrica existe em grãos e cada um dêles, positivo ou negativo, tem exatamente a mesma grandeza. Essa identidade dos grãos de carga, como a identidade dos átomos da matéria, nos fornece unidades naturais. Sua descoberta constituiu um dos grandes

marcos que distinguem a Física moderna da antiga.

Êste fato nos permite especificar a carga de um objeto pela contagem pura e simples do número extra de partículas de determinado sinal, em comparação com as partículas elétricas do outro sinal; além disso simplifica nossa idéia de carga elétrica. Naturalmente, o fato de que tôdas as partículas têm a mesma carga não garante que as partículas sejam iguais em todos os aspectos. Como veremos, há partículas de massas diferentes, tôdas com a mesma carga elétrica. Classificamos as partículas tomando por base o conjunto de suas propriedades características. Por ora, estudaremos as pequenas fôrças elétricas que atuam sôbre os íons e as utliizaremos, mais tarde, para estabelecer as unidades de carga elétrica.

As fôrças elétricas que podemos produzir sôbre os íons são pequenas; essas fôrças não movimentam corpos de tamanho comum nem distendem molas. Além do mais, é impossível amarrar um íon a uma mola, nem podemos ter certeza de que, em determinada experiência, há apenas um íon sôbre um objeto de tamanho visível. Devemos, portanto, descobrir um processo para manipular objetos extremamente pequenos portadores de um excesso de poucas partículas elétricas. Nesta seção discutiremos um método para a manipulação de tais objetos e para medir as fôrças elétricas diminutas que sôbre êles atuam. Estaremos, então, preparados para compreender a evidência apresentada na próxima seção, sôbre a unidade natural de carga elétrica.

Precisamos de objetos que sejam muito maiores que íons ou moléculas de gases e,

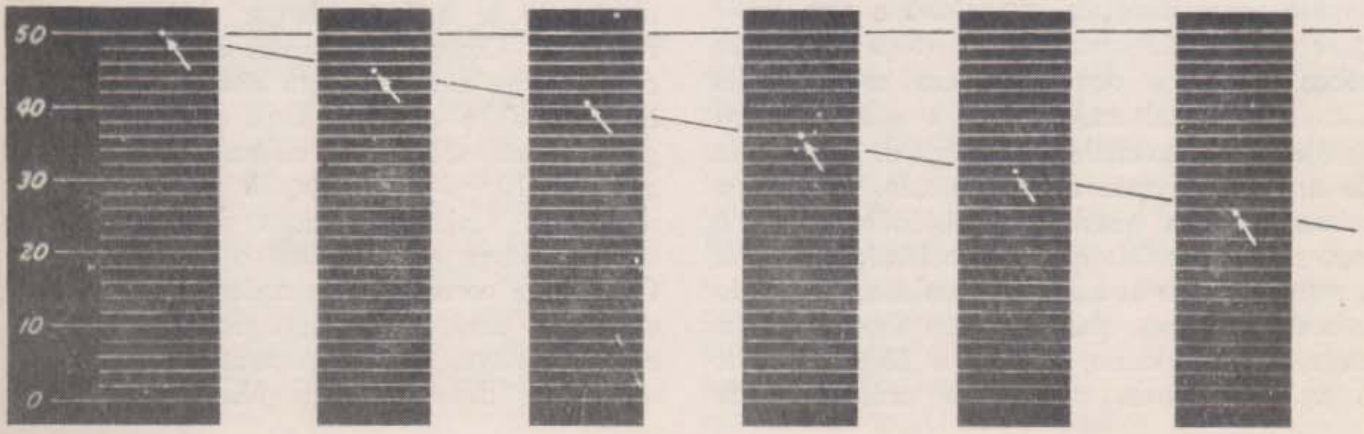


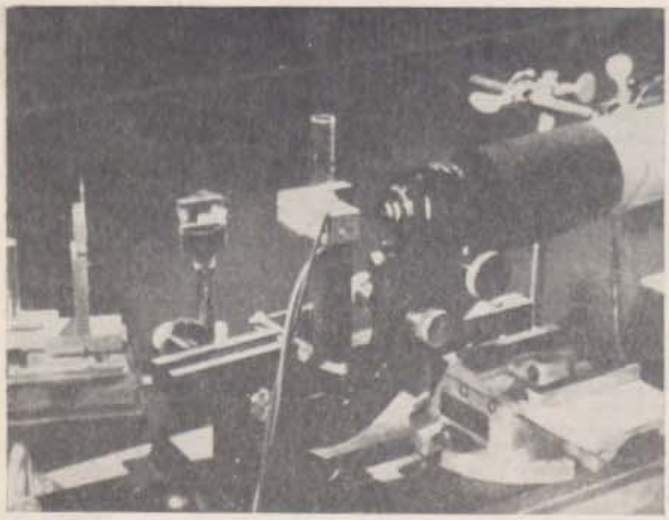
28-12 — Fotografia de algumas esferas plásticas aumentadas 2.500 vêzes por um microscópio eletrônico.

apesar disso, suficientemente pequenos para serem movidos pelas fôrças elétricas que atuam sôbre íons. Objetos visíveis a ôlho nú são muito pesados para as nossas finalidades. Esferas plásticas microscópicas de diâmetro da ordem de $1{,}8 \times 10^{-6}$ m são bastante convenientes (Fig. 28-12). Apesar de serem suficientemente grandes para serem vistas como pontos brilhantes no campo de um microscópio ótico, a massa de cada uma delas é de apenas $2{,}9 \times 10^{-15}$ kg — cêrca de 3 micro-microgramas. Essas esferas, manufaturadas para calibrar distâncias observadas com o microscópio eletrônico, são pràticamente idênticas e podem ser obtidas em grande número.

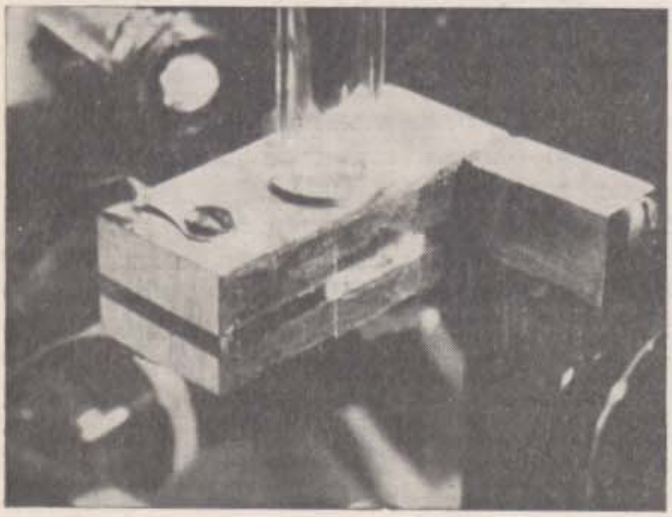
No ar essas esferas deslocam-se lentamente. Sob a ação da fôrça da gravidade, caem cêrca de 1 milimetro em 10,6 segundos. Examinando-as durante a queda, vemos que se deslocam uniformemente com uma leve pertubação

28-13 — Fotografias de uma esfera plástica puxada para baixo pela gravidade, tomadas através de um microscópio, a intervalos de 1 segundo. A esfera percorre a mesma distância em cada intervalo de tempo.





28-14 — A micro-micro-balança. As esferas plásticas são observadas no espaço entre as placas metálicas, no centro da figura. O microscópio está à direita e, à esquerda, há uma fonte de luz intensa.

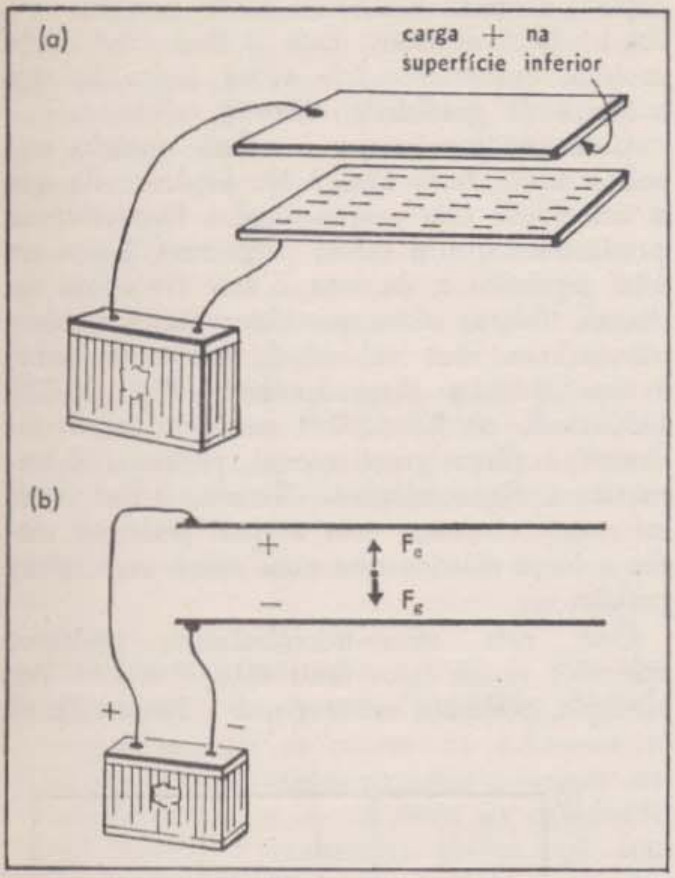


28-15 — As placas de uma micro-micro-balança. Note os fios de ligação com a bateria. As esferas são colocadas dentro do tubo plástico acima das placas e uma ou duas passarão por um pequeno orifício até à região entre as placas.

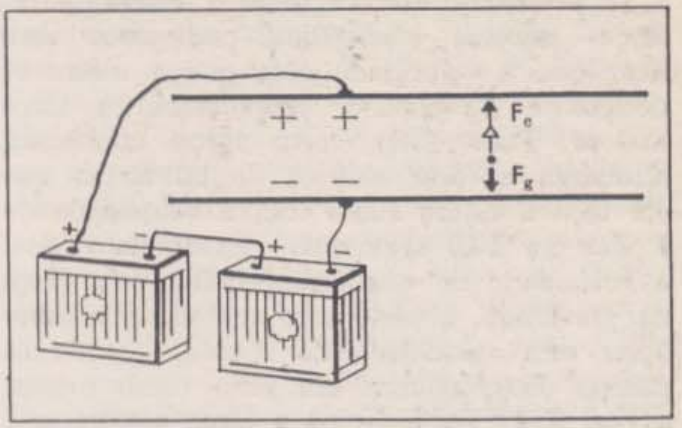
devida ao movimento browniano e sem qualquer acelaração aparente. A fôrça total que sôbre elas age deve ser, em média, nula Esta fôrça resultante nula é a soma vetorial da fôrça da gravidade e da fôrça de resistência do ar que se opõe ao movimento. Quando a esfera inicia a queda, a resistência do ar é zero mas, à medida que a velocidade aumenta, a resistência do ar aumenta também, chegando a um ponto em que equilibra exatamente a fôrça da gravidade, que é a fôrça motora. A velocidade do movimento uniforme que daí resulta nos dá uma medida do pêso da esfera.

Chegamos agora ao ponto principal da questão: em geral as pequenas esferas plásticas transportam algumas cargas iônicas; como as moléculas do ar são neutras, as esferas permanecem com a mesma carga durante bastante tempo. Se colocarmos corpos carregados próximos a uma dessas esferas, as cargas iônicas ficarão sujeitas a fôrças da mesma ordem de grandeza que a pequena fôrça gravitacional que puxa as esferas para baixo. Quando essa fôrça elétrica está presente, a fôrça motora total sôbre a esfera é a soma vetorial da fôrça gravitacional e da fôrça elétrica. Portanto, ao variarmos as cargas dos corpos próximos, variamos também a fôrça motora sôbre a esfera, e, portanto, a sua velocidade. Se aumentarmos a fôrça motora, a velocidade cresce até que a resistência do ar, aumentada, restaure o esquilíbrio, isto é, até que a resultante de tôdas as fôrças seja novamente nula. A variação observada na velocidade da esfera mede a contribuição das fôrças elétricas. Desta maneira obtemos uma micro-microbalança com a qual podemos medir as fôrças elétricas exercidas sôbre as pequenas cargas iônicas. (Fig. 28-14).

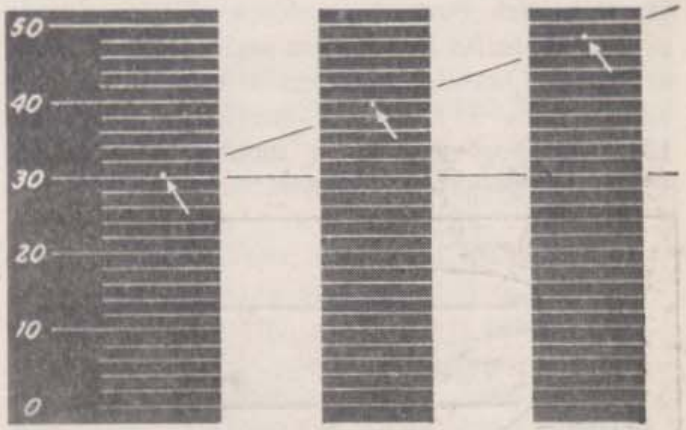
Damos a seguir a descrição de uma experiência que foi de fato realizada.Colocamos uma de nossas pequenas esferas no espaço compreendido entre duas placas metálicas paralelas (Fig. 28-15). Ligando essas placas a uma bateria, para carregá-las, conseguimos manter a esfera imóvel no ar. Para obter êste efeito, escolhemos a bateria e fixamos a separação entre as placas de tal modo que a fôrça elétrica sôbre a esfera compense exatamente a atração gravitacional (Fig. 28-16). Não há fôrça motora e a esfera permanece imóvel. (Se a esfera estivesse em movimento a resistência do ar a faria chegar ràpidamente ao repouso). Como conhecemos a fôrça gravitacional sôbre a esfera, esta situação de equilíbrio nos dá o valor da fôrça elétrica. A fôrça gravitacional sôbre uma esfera de massa igual a $2{,}9 \times 10^{-15}$ kg é $2{,}8 \times 10^{-14}$ newtons. Para resultados realmente exatos deveríamos subtrair da fôrça gravitacional o empuxo do ar. Como esta correção é da ordem de uma parte em 1000, será, aqui, negligenciada. A fôrça elétrica deve valer, portanto, $2{,}8 \times 10^{-14}$ newtons e deve estar dirigida de baixo para



28-16 — Escolhendo a bateria adequada e a distância correta entre as placas, podemos manter uma esfera parada entre as placas. A fôrça elétrica e a gravitacional devem ser iguais. (a) Maneira de colocar as placas e a bateria. (b) Representação do mesmo aparelho com as placas esquematizadas.



28-17 (a) — Podemos fazer a esfera subir ligando outra bateria em série de modo a colocar mais carga sôbre as placas.



28-17 (b) — Sequência mostrando a esfera empurrada para cima pela fôrça elétrica quando se usam duas baterias.

cima para compensar exatamente a fôrça gravitacional.

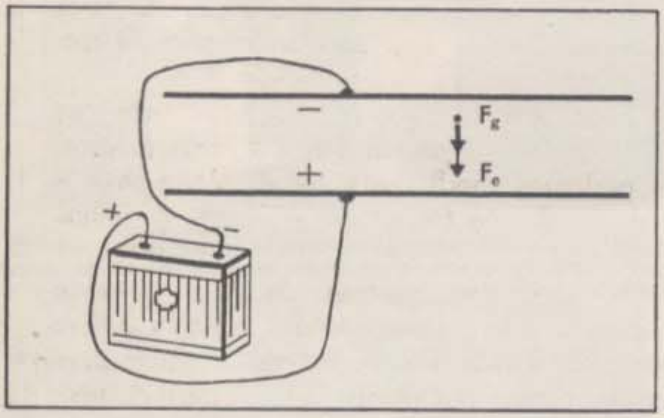
Se removermos a fôrça elétrica, ligando as placas metálicas uma à outra, de modo que suas cargas se cancelem, a esfera começa a descer. Cai com velocidade uniforme percorrendo 1 mm em cada 10,6 segundos. Quando restabelecemos a fôrça elétrica ligando novamente a bateria, a esfera pára. Carregando mais as placas, podemos fazer a esfera subir. Para carregar mais as placas, podemos colocar em série com a primeira, uma outra bateria. [Fig. 28-17 (a) e (b)]. Desta maneira, podemos manter a esfera à vista por bastante tempo.

Pela observação da queda da esfera sob a ação da gravidade, já sabemos que uma fôrça motora de $2{,}8 \times 10^{-14}$ newtons resulta em uma velocidade constante de 1 mm a cada 10,6 segundos. Também sabemos como exercer sôbre a esfera uma fôrça elétrica dessa mesma intensidade. Vamos agora determinar que velocidade constante resulta da aplicação de outra fôrça motora. Podemos obter uma fôrça conhecida igual ao dôbro da gravitacional, invertendo a fôrça elétrica de maneira que ela fique somada à gravitacional. Para tal basta inverter as ligações da bateria, invertendo, portanto, as cargas nas placas. Então uma fôrça elétrica de $2{,}6 \times 10^{-14}$ newtons puxa a esfera para baixo, além da fôrça gravitacional de mesma intensidade (Fig. 28-18). A fôrça motora é, portanto, $5{,}6 \times 10^{-14}$ newtons. Observando a esfera ao microscópio, notamos que, agora, ela cai com a velocidade constante, não mais de 1 mm, mas de 2 mm por 10,6 segundos. Esta experiência sugere que a resistência que o ar opõe ao movimento é exatamente proporcional à velocidade. Assim quando a fôrça motora dobra, o mesmo ocorre com a velocidade, sendo restabelecido o equilíbrio pelo aumento proporcional da fôrça de resistência do ar.

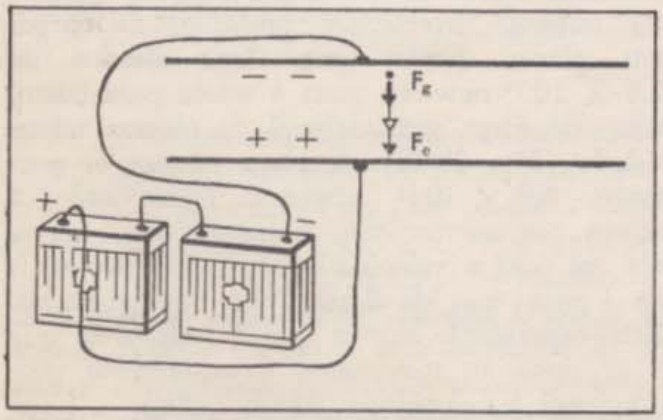
Se pudermos exercer sôbre a esfera outras fôrças motoras conhecidas, poderemos verificar que a velocidade com que a esfera se desloca é diretamente proporcional à fôrça motora. Para obter outra fôrça conhecida, ajustamos a fôrça elétrica de tal forma que ela faça a esfera subir com a velocidade de 1 mm por 10,6 segundos — exatamente igual à velocidade de queda imprimida pela fôrça da gravidade, quando esta age só. [Podemos obter esta velocidade de subida, ligando às placas, duas baterias em série como mostra a Fig. 28-17 (a)]. Como a fôrça motora que determina esta velocidade deve ser igual, em intensidade, à fôrça gravitacional, a fôrça elétrica para cima deve ser o dôbro da fôrça gravitacional. Portanto, a fôrça elétrica devida às duas baterias ligadas em série é $5{,}6 \times 10^{-14}$ newtons. Quando invertemos esta fôrça e a adicionamos à fôrça da gravidade (Fig. 28-19), obtemos uma fôrça motora para baixo, figual a $(5{,}6 + 2{,}8) \times 10^{-14}$ newtons ou, $8{,}4 \times 10^{-14}$ newtons. Esta é uma nova fôrça motora, exatamente três vêzes maior do que a fôrça da gravidade sôbre a esfera.

Como se movimenta a esfera quando está sob a ação desta fôrça? Na hipótese de que a velocidade seja proporcional à fôrça motora, predizemos que a esfera percorrerá 3 mm em 10,6 segundos e, de fato, o faz. De agora em diante, tôda as vêzes que observarmos a esfera movendo-se com velocidade constante, saberemos qual a fôrça motora (Fig. 28-20). Deduzindo os $2{,}8 \times 10^{-14}$ newtons correspondentes à fôrça gravitacional, podemos determinar a fôrça elétrica. Temos, assim, uma micro-microbalança com a qual podemos medir a fôrça elétrica que atua sôbre uma esfera padrão.

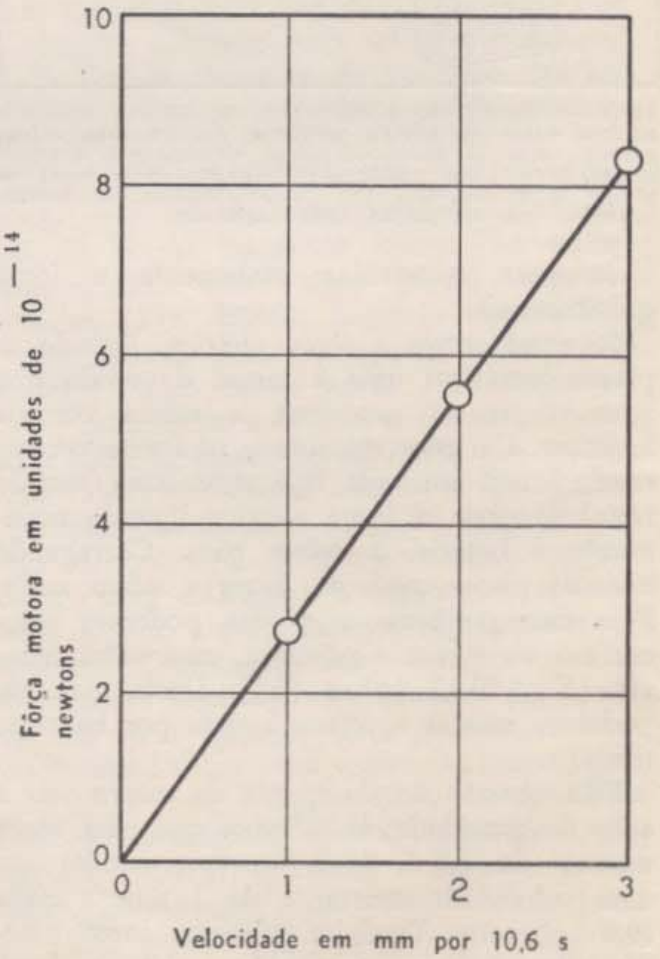
Com esta micro-microbalança, podemos aprender vários fatos úteis sôbre baterias. Por exemplo, podemos mostrar que a fôrça elétrica



28-18 — Invertendo as ligações com a bateria, a fôrça elétrica atua para baixo. A fôrça motora é o dôbro da gravitacional. A velocidade é 2 mm por 10,6 s.



28-19 — Quando temos duas baterias em série [veja Fig. 28-17 (a)], sabemos que a fôrça elétrica é o dôbro da gravitacional. Se invertemos as baterias, de maneira que a fôrça elétrica atue para baixo, a fôrça motora será o triplo da gravitacional. A esfera move-se para baixo com a velocidade de 3 mm por 10,6 s.



28-20 — Gráfico da fôrça motora em função da velocidade. Como o gráfico é uma linha reta, a fôrça motora é proporcional à velocidade.

é proporcional ao número de baterias ligadas em série às placas para carregá-las. Já ligamos duas baterias em série e observamos o movimento resultante da esfera. Verificamos que a fôrça elétrica é, então, o dôbro da que obtemos usando qualquer uma das baterias — utilizamos uma bateria para equilibrar a fôrça gravitacional e mais uma para fazer a esfera subir com a mesma velocidade com que a fôrça gravitacional a fazia descer. Experimentemos, agora, com 3 baterias iguais, em série. A esfera sobe com velocidade de 2 mm por 10,6 segundos. A terceira bateria deu origem a mais uma parcela de fôrça elétrica. Como as fôrças elétricas são proporcionais às cargas nas placas, podemos concluir que a quantidade de carga que as baterias dão às placas é proporcional ao número de baterias.

É bom notar mais um fato que ficou demonstrado nesta seção. A pequena esfera moveu-se sempre com velocidade constante entre as placas metálicas, independentemente de sua posição. A fôrça elétrica tinha, portanto, a mesma intensidade em todos os pontos entre as placas. Esta é uma demonstração experimental da uniformidade do campo elétrico entre duas placas planas carregadas. Concorda com a conclusão teórica a que chegamos na seção anterior, onde afirmamos que o campo deveria ser constante.

RESUMO DA SEÇÃO 4

A lógica desta seção é extensa. Eis aquí um resumo da mesma (Veja Fig. 28-21):

(a) Quando as placas da micro-micro-balança estão descarregadas, a esfera cai em virtude da ação da fôrça da gravidade, F_g. Devido à resistência do ar, cai com velocidade constante v_o.

(b) Ligando-se a bateria compensadora, as placas se carregam e uma fôrça elétrica atua sôbre a esfera. Esta permanece parada; por isso ficamos sabendo que a fôrça elétrica é igual e oposta à da gravidade.

(c) Invertendo-se a bateria, a fôrça elétrica e a gravitacional impelem a esfera para baixo. A fôrça motora é o dôbro da fôrça gravitacional. Observamos que a esfera cai com velocidade $2\ v_o$.

(d) Com duas baterias compensadoras ligadas em série, as placas adquirem uma carga maior e a fôrça elétrica exercida sôbre a esfera é maior. Observamos que a esfera sobe com velocidade v_o. Isto significa que a fôrça motora está dirigida para cima e é igual à fôrça gravitacional. Portanto, a fôrça elétrica para cima é o dôbro da fôrça gravitacional.

(e) Quando invertemos as ligações das baterias, a fôrça motora é o triplo da fôrça gravitacional e seu sentido é para baixo. A esfera cai com a velocidade $3\ v_o$.

Considerando (a), (c) e (e), *vemos que a velocidade é proporcional à fôrça motora;* e podemos medir esta fôrça observando a velocidade. As fôrças motoras que podemos medir são da ordem de 10^{-14} newtons.

(f) Com três baterias em série, a carga nas placas e a fôrça elétrica sôbre a esfera são ainda maiores. A esfera move-se para cima com velocidade $2\ v_o$. Conseqüentemente a fôrça motora é o dôbro da gravitacional e em sentido oposto. Ela é composta pela fôrça gravitacional para baixo e pela fôrça elétrica igual ao triplo da fôrça gravitacional, porém dirigida para cima.

Considerando (b), (d), e (f), *vemos que a fôrça elétrica é proporcional ao número de baterias.* O mesmo acontece com a carga elétrica nas placas.

28 — 5. A Carga Elementar.

Suponha que alguém lhe entregue vários saquinhos de papel, cada qual com certo número de bolas de gude, todos fechados. Essa pessoa o desafia a dizer se as bolas de gude são tôdas iguais e quantas há em cada saquinho, sem abrí-los. Você determina a massa de cada saquinho e encontra os resultados anotados na Tabela 1. Fazendo um gráfico dessas massas você verá que são tôdas múltiplas de 0,00560 kg. Então, você poderá concluir que tôdas as bolas de gude têm a mesma massa. Isto teria sentido porque, com

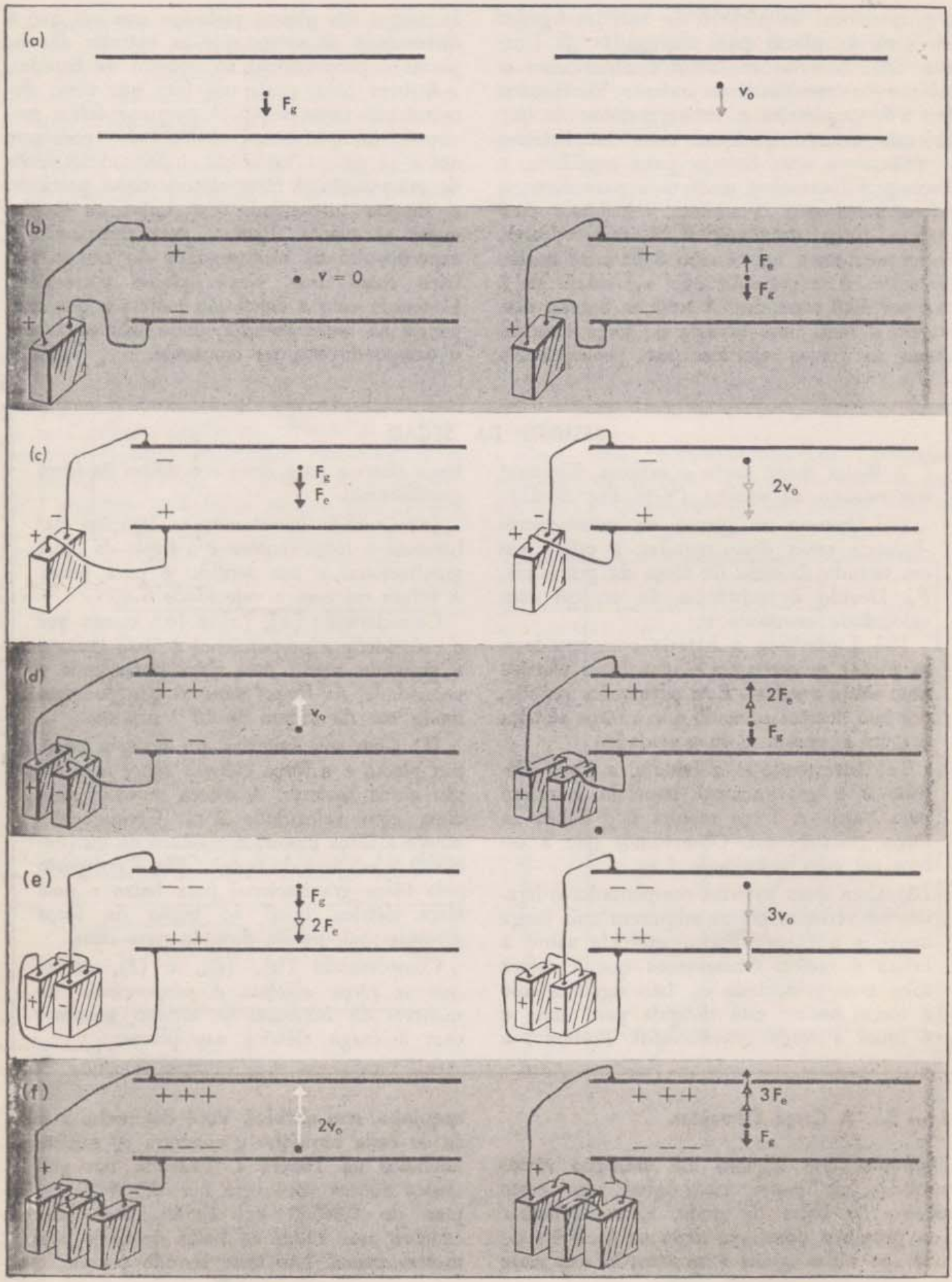

(a)
F_g
v_o
(b)
v = 0
F_e
F_g
(c)
F_g
F_e
$2v_o$
(d)
v_o
$2F_e$
F_g
(e)
F_g
$2F_e$
$3v_o$
(f)
$2v_o$
$3F_e$
F_g

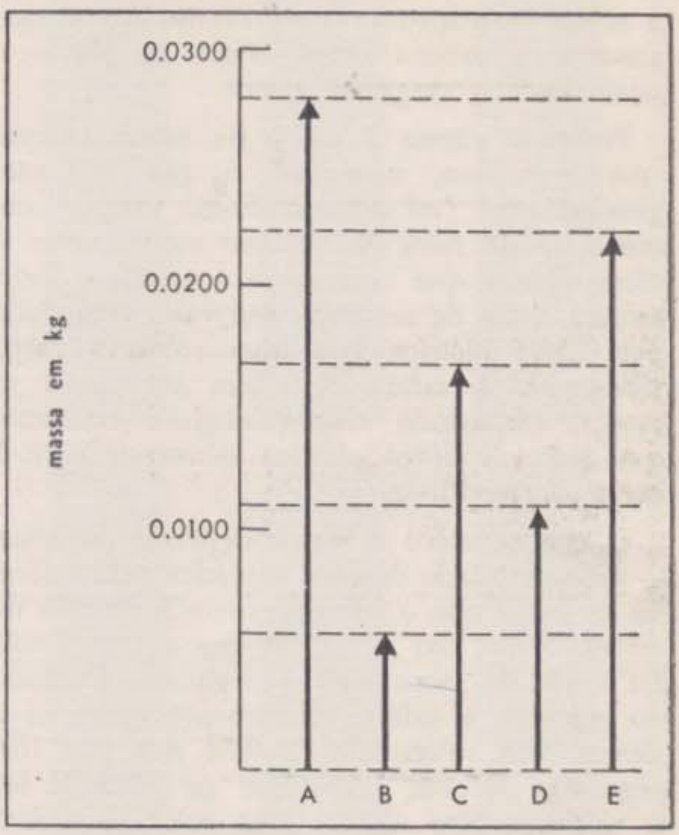
TABELA 1

Saquinho	Massa das bolas de gude em cada saquinho	Número suposto de bolas de gude	Massa de cada bola de gude
A			
B			
C			
D			
E			

bolas de gude de 0,00560 kg, haveria 5 no saco A, 1 em B, 3 em C, 2 em D e 4 em E (Você provàvelmente sacudiria o saco B para verificar se sua idéia estava certa).

Por outro lado, se houver um número muito grande de bolas em cada saco, você não terá motivo para afirmar que tôdas as bolas têm a mesma massa. Por exemplo, suponha que as coleções de bolas de gude tôm massas de 5,76 kg, 6,27 kg, 3,24 kg, 4,82 kg, etc..., isto é cêrca de 1030, 1120, 580, 860... bolas. Para ter certeza de que tôdas as coleções são constituídas por números inteiros de bolas idênticas, você terá que medir as massas, com êrro equivalente a uma pequena fração da massa de uma bola. Isto significa realizar medidas com precisão da ordem de 1 parte em 10000, trabalho muito mais difícil e menos convincente. Se o número de objetos idênticos fôr ainda maior, como, por exemplo, o número de átomos em um mol (6×10^{23} átomos) o trabalho será inútil.

Como os átomos são tão numerosos (mesmo em uma pequena amostra de matéria), as massas dos átomos não foram estabelecidas por pesagem de pequenos números dêles. Um método menos direto foi usado (veja os capítulos 7-9). Pela mesma razão, a unidade elementar de carga não foi descoberta medindo-se grandes cargas e verificando que os resultados eram múltiplos de uma única unidade. As cargas que normalmente manipulamos são constituídas por números enormes de cargas elétricas elementares, milhões de milhões delas e a ausência ou presença de 1 carga é impossível de ser notada. A evidência mais antiga que se obteve para a existência da carga elementar surgiu no século XIX, indiretamente. Como esta evidência é indireta e está ligada a outros aspectos da teoria atômica, dela trataremos na Seção 29-4. Nêste capítulo, examinaremos a evidência que surgiu no começo dêste século. Naquela época, micro-microbalanças como a descrita na seção anterior estavam sendo desenvolvidas para a medida de cargas iônicas. Em 1909, R. A. Millikan aperfeiçoou uma balança muito semelhante à que descrevemos e realizou uma série de experiências que mostram claramente a existência da unidade elementar de carga elétrica. Onde utilizamos esferas de plástico de massa conhecida, êle utilizou minúsculas gôstas de óleo e teve que determinar suas massas ao mesmo tempo em que determinava as cargas. Nossa experiência é, portanto, nêsse aspecto, mais fácil que a de Millikan mas, em tudo mais, é pràticamente igual.* Para nossa experiência, voltamos à micro-micro-balança da Seção 28-4. Com as placas carregadas por uma bateria padrão e a esfera ainda carregada como na Seção 28-4,



28-22 — Massas dos cinco saquinhos com bolas de gude. As linhas horizontais tracejadas servem apenas para facilitar a comparação.

(*) No tempo de Millikan não havia esferas plásticas padronizadas, nem microscópios eletrônicos para verificar que elas são todas iguais. Êle foi obrigado, portanto, a fazer uma coisa diferente.

a esfera mantém-se em equilíbrio. Agora deixaremos a mesma carga sôbre as placas e mudaremos a carga da esfera.

Podemos alterar a carga da esfera sempre que quisermos, ionizando o gás em suas proximidades (ou arrancando-lhe carga) com um feixe de raios X. Quando modificamos a fôrça elétrica que atua sôbre a esfera, a fôrça motora deixa de ser nula. Seu valor será dado pela fôrça elétrica que atua sôbre a carga adicionada à esfera. A esfera começa a se mover, adquirindo uma velocidade constante que indica a fôrça elétrica correspondente à carga acrescentada.

O que acontece a seguir depende do acaso — da quantidade de íons captados pela esfera ou da carga que o feixe de raios X arranca da esfera. Numa das vêzes em que a experiência foi realizada, aconteceu o seguinte: Partindo do repouso, a esfera sùbitamente começou a descer com velocidade de 0,54 mm por 10,6 segundos. Depois, uma dose de raios X fez a esfera captar alguns íons mais. A esfera subiu com velocidade de 0,50 mm por 10,6 segundos. Depois subiu com velocidade de 0,96 mm por 10,6 segundos. Para realizar várias medidas foi necessário, às vêzes, deixar que a esfera descesse, para, depois, elevá-la de novo a posições convenientes. Com bastante paciência e muitas modificações na carga da esfera, conseguimos a série de medidas de velocidades registradas na Tabela 2. Na coluna da esquerda estão as velocidades observadas e, na da direita, as fôrças correspondentes. Na Seção 28-4, vimos que cada milímetro em 10,6 segundos corresponde a uma fôrça de $2{,}8 \times 10^{-14}$ newtons. Conseqüentemente, 0,54 mm por 10,6 segundos correspondem a $0{,}54 \times (2{,}8 \times 10^{-14}$ newtons). Isto é, a $1{,}51 \times 10^{-14}$ newtons. As outras fôrças foram calculadas do mesmo modo.

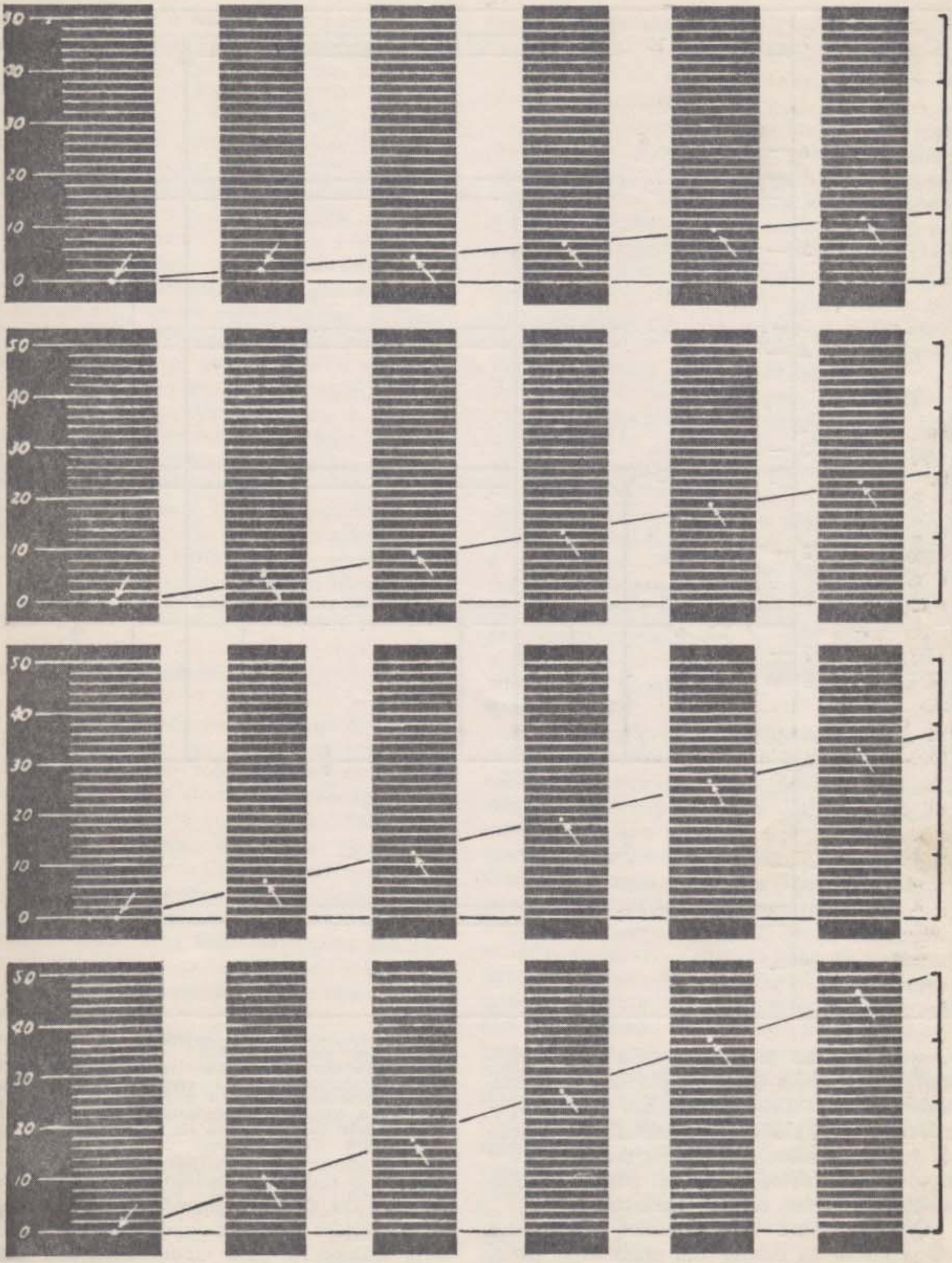
A Fig. 28-23 mostra uma série de observações realizadas sôbre o movimento da esfera. Em cada seqüência de observações (seqüencias horizontais de fotografias, na Fig. 28-23), a carga da esfera é diferente. O efeito das diferentes fôrças elétricas pode ser observado comparando-se os movimentos verticais durante intervalos iguais de tempo. Observe que nas quatro seqüências, os movimentos verticais estão nas relações de 1 para 2, para 3, para 4.

TABELA 2

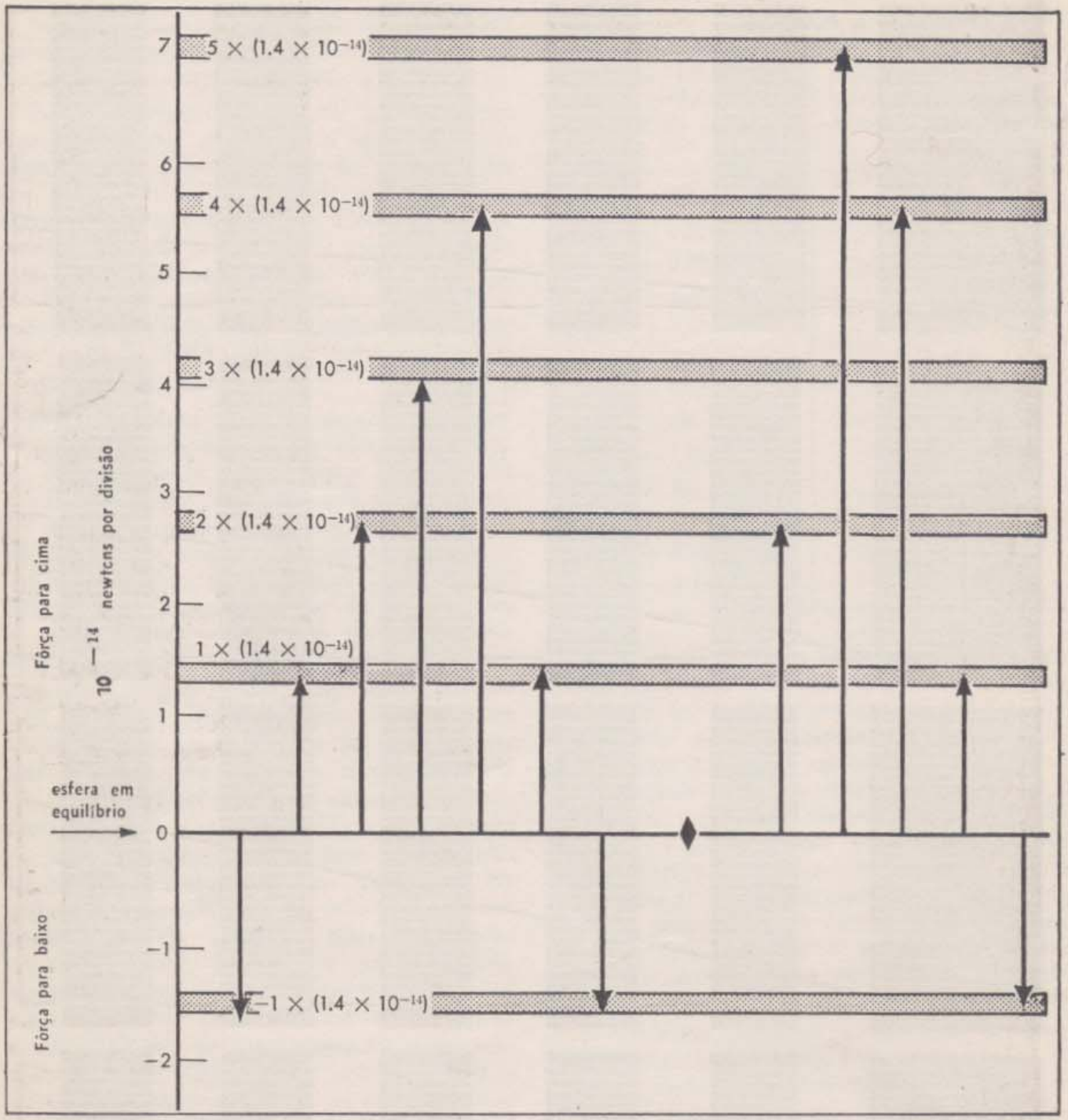
Velocidade em milímetros percorridos durante 10,6 segundos (+ indica subida e − descida)	Fôrça elétrica que atua sôbre a carga adicionada à esfera, em unidades de 10^{-14} newtons
− 0,54	− 1,51
+ 0,50	+ 1,40
+ 0,96	+ 2,7
+ 1,46	+ 4,1
+ 1,98	+ 5,55
+ 0,58	+ 1,6
− 0,52	− 1,45
0,0	0,0
+ 1,00	+ 2,80
+ 2,5	+ 7,0
+ 1,98	+ 5,55
+ 0,50	+ 1,40
− 0,52	− 1,45

A figura 28-24 é um gráfico das fôrças anotadas na Tabela 2. Tôdas elas são muito próximas de $1{,}4 \times 10^{-14}$ newtons ou a 2,3,4, ... vêzes êste número. Nenhum valor intermediário para a fôrça é encontrado entre 1 e 2 vêzes aquele valor da fôrça ou entre 2 e 3 vêzes, ou entre dois números inteiros quaisquer. Que significa isto? Em virtude de termos mantido a mesma carga nas placas, a fôrça que atua sôbre a esfera a qualquer instante é proporcional à esfera. A carga acrescentada (ou retirada) é, portanto, 1,2,3, ou qualquer outro número pequeno e inteiro de cargas unitárias.

É evidente, portanto, a estrutura granular da eletricidade. Nenhuma carga menor do que um certo valor abandona ou incorpora-se à esfera. Esta é a menor quantidade de eletricidade que pode existir. Entretanto isto não é tudo: a evidência diz muito mais. Os átomos de eletricidade são todos do mesmo tamanho. Não existem cargas de 1 1/2 unidades ou π ou outro valor qualquer fracionário; sòmente 1,2,3,4, etc. dêsses pequenos "grãos" de eletricidade. Tôdas as cargas são formadas por essas unidades básicas. Esta é, talvez, uma conclusão apressada. Devemos comprová-la por outro caminhos. Trabalhamos sòmente com as variações de carga na esfera.



28-23 — **Quatro sequências de fotografias** mostrando o movimento **de uma esfera padrão.** As fotografias foram tomadas **com intervalos de 1 s.** As placas estavam sempre **ligadas à mesma bateria,** suficiente para manter a esfera em equilíbrio antes que sua carga fôsse modificada. Como estão relacionadas as quatro velocidades? Que informação esta relação lhe dá a respeito das fôrças e das cargas sôbre a esfera?



28-24 — As setas indicam as fôrças que atuam sôbre uma esfera plástica, medidas numa experiência de Millikan em que se variou a carga sôbre a esfera. As faixas horizontais indicam as regiões em que as fôrças são múltiplos inteiros de 1,4 x 10^{-14} newtons. A fôrça medida é a fôrça que atua sôbre a carga adicionada à esfera depois que ela estava em equilíbrio.

O que podemos afirmar sôbre a carga original? Era também um múltiplo da carga unitária? A resposta é "sim". Em nossa experiência a fôrça elétrica que neutralizava a ação da gravidade sôbre a esfera era de $2{,}8 \times 10^{-14}$ newtons. Portanto, a esfera possuia inicialmente 2 dessas cargas unitárias.

Que sucederia se tivéssemos uma outra carga inicial na esfera? Em nossa experiência, a distância entre as placas era de $3{,}1 \times 10^{-3}$ metros; e a bateria padrão consistia de três baterias de 40 volts ligadas em série. Se a mesma esfera possuisse inicialmente 3 cargas, seria necessário, para equilibrá-la, usar uma bateria diferente para carregar as placas. O

resultado é que o equilíbrio se consegue com duas baterias de 90 volts. Encontramos também, que a fôrça que atua sôbre a unidade aparente de carga é de $0{,}9 \times 10^{-14}$ newtons — ou seja, dois terços da fôrça primitiva. Este resultado é certo, pois dois terços da bateria original devem produzir igualmente os dois terços da fôrça que atua sôbre a mesma carga. Conseqüentemente, a carga elementar continua a mesma.

É possível realizar experiências semelhantes com esferas de tamanho e material diferentes, e muitas delas foram realizadas por Millikan. Por exemplo, com uma esfera de massa duas vêzes maior, a fôrça para obter-se o equilíbrio é também duas vêzes maior. A relação entre a velocidade e a fôrça motora é também diferente. Mas, considerando-se tôdas as modificações feitas, verifica-se que tôdas as experiências levam à mesma unidade elementar de carga. Podemos usar gases diferentes; ionizá-los de várias maneiras; introduzir eléctrons ou outras partículas carregadas — encontramos sempre a mesma unidade. Nós a chamaremos carga elementar.

28 — 6. A Macrobalança elétrica.

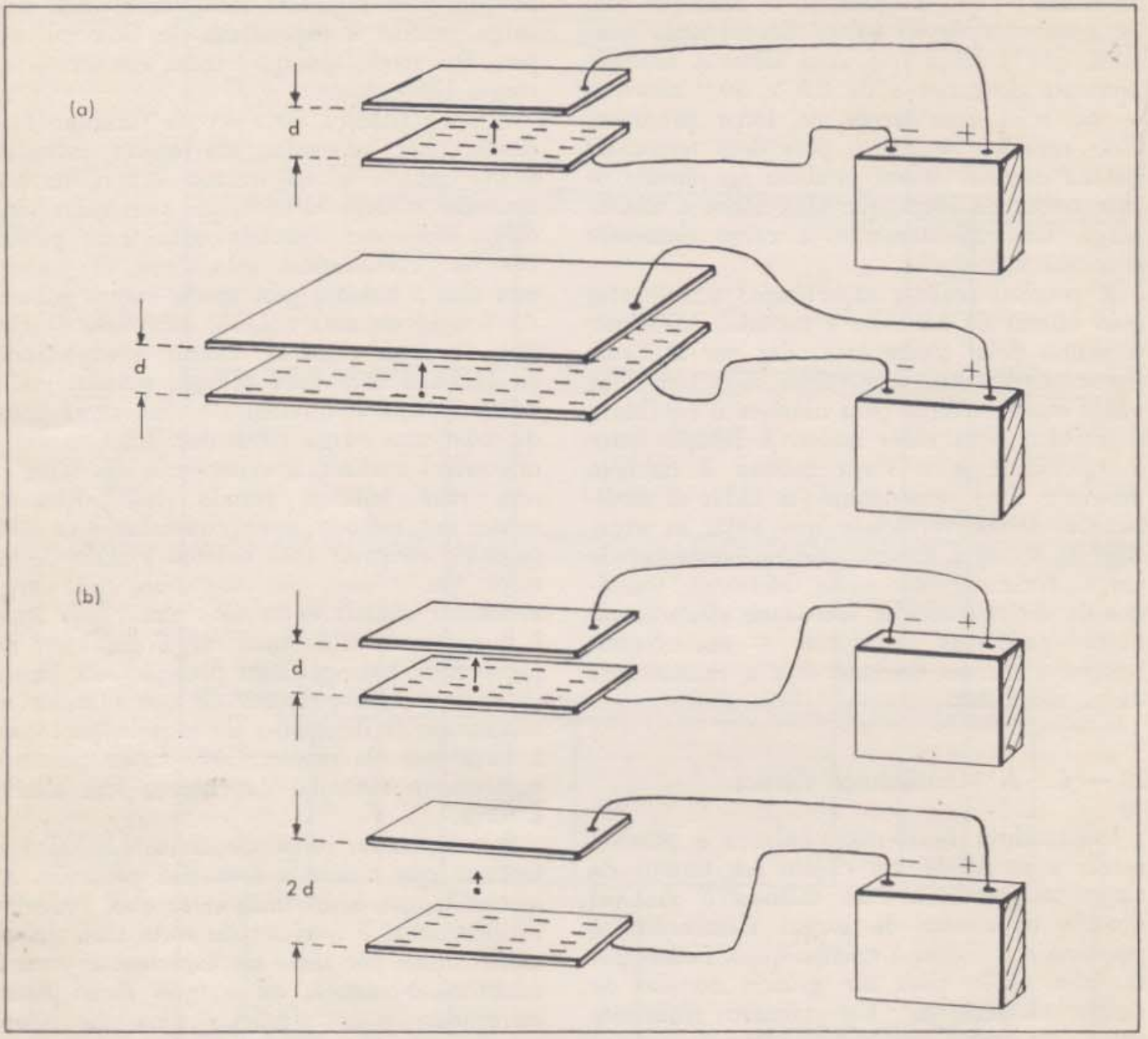
Utilizando a micro-micro-balança é possível medir a carga de um objeto em termos de cargas elementares. Êste método é possível quando o número de cargas elementares é pequeno e o objeto é microscópico. Poderemos também usá-lo para um grande número de cargas elementares? Um número realmente grande de cargas elementares não permanecerá sôbre um objeto microscópico. E, mais importante ainda, nem todos os objetos são microscópicos. Portanto, literalmente, a resposta é: "Não, a micro-micro-balança não poderá ser utilizada".

Como, pois, poderemos medir uma grande carga em função da carga elementar? Existem vários caminhos, porém o mais óbvio é utilizar uma balança maior. A balança deve ser suficientemente grande para acomodar uma esfera das usadas na experiência de Coulomb (veja Seções 28-1 e 28-2) ou outro objeto semelhante. Se for possível medir a carga de tal objeto em função do número de cargas elementares, será possível medir qualquer carga de igual modo. Como veremos no parágrafo seguinte, uma vez medida uma carga grande, a experiência de Coulomb nos permitirá medir qualquer outra em termos de cargas elementares.

A nova balança deve ser de tamanho suficiente para acomodar um objeto razoàvelmente grande e, ao mesmo tempo, deve-se conhecer a fôrça elétrica que atua sôbre uma carga elementar colocada entre suas placas. (Se não conhecermos esta fôrça, só poderemos usar a balança para medir cargas grandes em função de uma unidade arbitrária de carga). Se fôsse possível realizar a experiência de Millikan com uma balança grande, poderíamos comparar diretamente uma carga grande, com uma carga elementar. Infelizmente é impossível realizar a experiência de Millikan com uma balança grande. Não obstante, existe um método para contornar esta dificuldade: construir uma balança grande de tal modo que a fôrça que atue sôbre cada carga elementar situada entre suas placas seja igual à que atuava sôbre uma carga elementar na micro-micro-balança. Para planejar esta balança é necessário conhecer de que maneira se relacionam as dimensões de uma balança com a fôrça que ela exerce. Dêste modo podemos aumentar o tamanho da balança sem alterar a fôrça.

Para aumentar proporcionalmente a balança, teremos que variar a área das placas e, ao mesmo tempo, a distância entre elas. Podemos verificar qual é o efeito de cada uma dessas modificações por meio de experiências com a micro-micro-balança, ou usando duas placas carregadas, mais afastadas uma da outra, para exercer fôrças sôbre cargas maiores.

Quando usamos placas de maior área, mas situadas à mesma distância uma da outra e ligadas à mesma bateria (Fig. 28-25), a fôrça que atua sôbre uma carga colocada entre elas é a mesma. Entretanto, quando separamos mais as placas, conservando a mesma bateria, a fôrça decresce, variando na razão inversa da distância entre as placas. Podemos compensar o decréscimo da fôrça elétrica usando maior número de baterias para carregar as placas. Como a fôrça aumenta na proporção do número de baterias (Seção 28-4), devemos duplicar o número de baterias sempre que duplicamos a distância entre as placas. Testes diretos demonstram o mesmo. Desde que as placas sejam grandes em com-

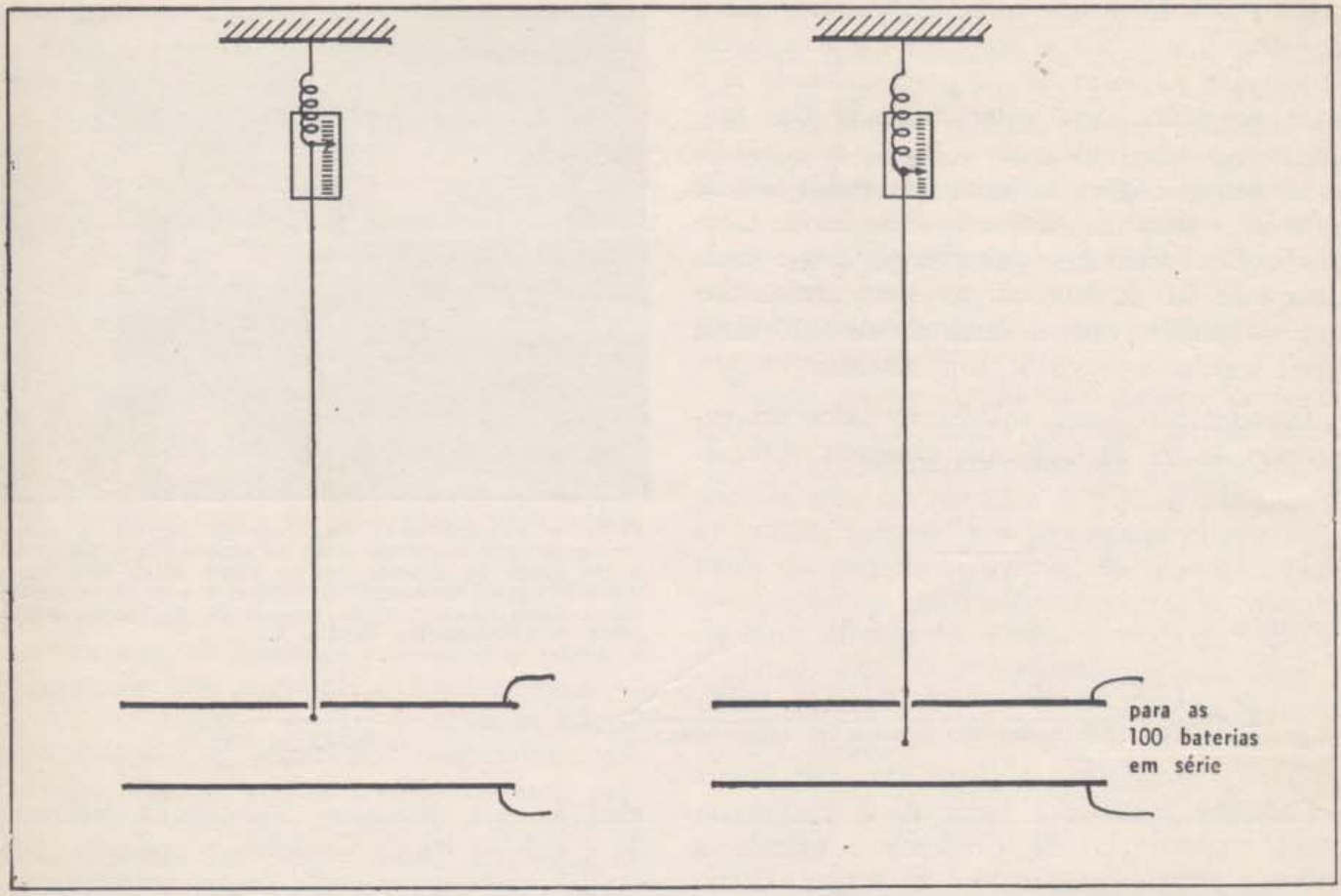


28-25 — (a) Se aumentarmos a área das placas sem modificar nem a distância entre elas nem a bateria, a fôrça que atua sôbre uma carga elementar colocada em qualquer posição entre as placas permanecerá a mesma. (b) Se duplicarmos a distância entre as placas, conservando a mesma bateria, a fôrça ficará reduzida à metade. Em geral, a fôrça é proporcional a $1/d$, sendo d, a distância entre as placas.

paração com a distância entre elas, podemos manter invariável a fôrça elétrica aumentando na mesma proporção a distância entre as placas e o número de baterias. A área exata, das placas não interessa. Portanto, para aumentar até um tamanho conveniente a micro-micro-balança, usamos grandes placas metálicas paralelas separadas por uma distância adequada. Para termos certeza de que a fôrça que atua sôbre uma carga elementar é a mesma que atuava na micro-micro-balança, carregamos as placas com um número suficiente de baterias ligadas em série.

Para medir o número de cargas elementares num objeto de tamanho comum, colocaremos as placas a 31 cm de distância uma da outra, isto é, a uma distância 100 vêzes maior do que na micro-micro-balança. Para carregá-las usaremos 100 baterias de 270 volts em série.* (É um número muito grande de baterias, mas elas são indispensáveis para realizar esta experiência pelo menos uma vêz). Temos,

(*) Na experiência, usamos 3 baterias de 90 volts para formar cada uma das baterias de 270 volts.



28-26 — Balança elétrica grande. A fôrça elétrica sôbre a esfera carregada é medida pela distensão da mola, que foi calibrada por meio de pêsos conhecidos. Pode-se evitar que fôrças elétricas atuem sôbre a mola mantendo-a bem acima da placa superior.

agora, um espaço com a largura de 31 cm, no qual existe um campo elétrico que exercerá a fôrça de $1{,}4 \times 10^{-14}$ newtons sôbre uma carga elementar, isto é, a mesma fôrça por carga elementar que tinhamos na micro- micro--balança.

28 — 7. A Constante na Lei de Coulomb; A Fôrça Entre Cargas Elementares.

Considere uma experiência de Coulomb típica com duas esferas igualmente carregadas. Nessa experiência, as esferas estavam à distância de 0,10 m uma da outra e repeliam-se com a fôrça de $8{,}8 \times 10^{-5}$ newtons. Quantas cargas elementares havia sôbre cada esfera? Para sabê-lo, colocamos uma das esferas entre as placas da balança grande descrita no fim da seção anterior.

Para introduzir entre as placas da balança a esfera da experiência de Coulomb, devemos suspendê-la por meio de um fio isolante a uma mola ou ao braço de uma balanç como indica a Fig. 28-27. Quando a esfera está suspensa entre as placas descarregadas e desligadas das baterias, anotamos a posição da extremidade da mola. A seguir, carregamos as placas de maneira que elas puxem a esfera para baixo, e medimos a distensão da mola. Finalmente, com as placas descarregadas, verificamos qual é o pêso que produz a mesma distensão na mola: é $8{,}4 \times 10^{-4}$ newtons. Esta fôrça deve ser igual à fôrça elétrica que atua sôbre a esfera colocada entre as placas. Como a fôrça elétrica é de $1{,}4 \times 10^{-14}$ newtons por carga elementar, ficamos sabendo que a carga sôbre a esfera é:

$$q = \frac{8{,}4 \times 10^{-4} \text{ newtons}}{1{,}4 \times 10^{-14} \text{ newtons/carga elem.}}$$

Isto é, $6{,}0 \times 10^{10}$ cargas elementares.

Quando discutimos a lei de Coulomb e a carga elétrica nas Seções 28-1 e 28-2, vimos que

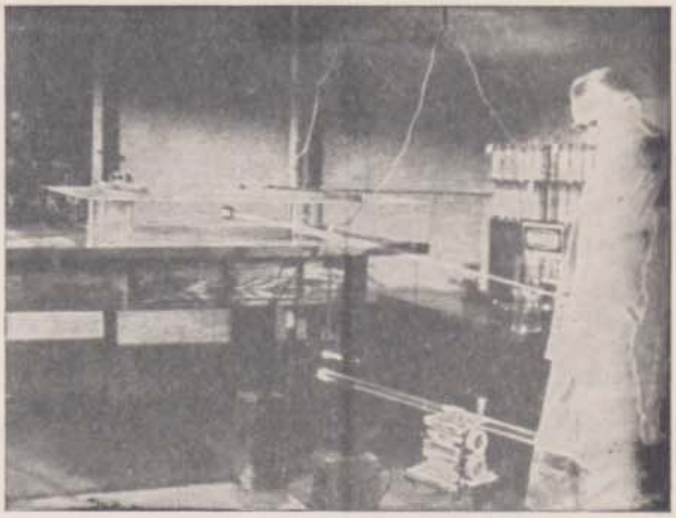
$$F = k \frac{q_1 q_2}{r^2}$$

onde F é a fôrça que uma carga exerce sôbre a outra, q_1 e q_2 são as cargas, e r é a distância entre elas. O fator de proporcionalidade k é uma constante. Seu valor depende das unidades em que medimos a fôrça, a distância e as cargas. Agora estamos em condições de calcular o valor da constante k da lei de Coulomb. Conhecemos as cargas q_1 e q_2: cada uma vale $6{,}0 \times 10^{10}$ cargas elementares. Sabemos também que, à distância de 0,10 m, a fôrça repulsiva é $8{,}8 \times 10^{-5}$ newtons.

Introduzindo êsses valôres medidos na expressão da lei de Coulomb, podemos obter k. Se

$$k = \frac{F\, r^2}{q_1\, q_2}$$

obtemos



28-27 — Fotografia de uma balança elétrica. A esfera carregada está suspensa entre as placas metálicas, prêsa a um braço de plástico que se apóia sôbre uma haste vertical visível no centro da figura. Um pouco à direita dessa haste há uma mola leve. Note, ao fundo, o conjunto de 100 baterias de 270 V.

$$k = \frac{(8{,}8 \times 10^{-5}\ \text{newtons})(0{,}10\ \text{m})^2}{(6{,}0 \times 10^{10}\ \text{cargas elem.})\ (6{,}0 \times 10^{10}\ \text{cargas elem.})} = 2{,}4 \times 10^{-28}\ \frac{(\text{carga elem.})^2}{\text{newton} \times \text{m}^2}$$

Podemos verificar o valor de k realizando outras experiências de Coulomb e usando a balança grande para medir as cargas. Como era de se esperar, obtemos sempre o mesmo valor para k. Trata-se de uma das constantes universais da natureza. Muito se trabalhou em experiências de diversos tipos, para medir k com precisão. Os resultados de tôdas essas experiências estão em estreita concordância e o valor dado pelas melhores experiências é quase exatamente $2{,}306 \times 10^{-28}\ \dfrac{\text{newton} \times \text{m}^2}{(\text{carga elem.})^2}$

Conseqüentemente, escrevemos, agora, a lei de Coulomb como

$$F = \left(2{,}306 \times 10^{-28}\ \frac{\text{newton} \times \text{m}^2}{(\text{carga elem.})^2} \right) \frac{q_1\, q_2}{r^2}$$

onde q_1 e q_2 são os números de cargas elementares e r é a distância.

Como assinalamos na seção anterior, uma vez que tenhamos medido qualquer carga de tamanho comum contando cargas elementares, seremos capazes de estabelecer um método para medir qualquer carga em termos de cargas elementares, sem precisar introduzir a carga que desejamos medir na balança elétrica grande. O conhecimento do valor de k é a chave para medir cargas. Pelo método da repartição de cargas, podemos sempre obter cargas iguais. Depois de medir a fôrça entre elas a uma distância determinada, sabemos F, r e k na lei de Coulomb e podemos, portanto, calcular q em cargas elementares. Usando um dos objetos carregados como padrão, podemos depois medir o número de cargas elementares de qualquer outro objeto medindo a fôrça que atua entre êle e o objeto padrão.

Além de nos fornecer um método prático para contar cargas elementares, a constante $2{,}3 \times 10^{-28}\ \dfrac{\text{newton} \times \text{m}^2}{(\text{carga elem.})}$ é uma medida direta da fôrça que atua entre duas cargas elementares separadas pela distância de 1 m. Elas exercem uma sôbre a outra justamente a fôrça de $2{,}306 \times 10^{-28}$ newtons. Não há dúvida de que essa fôrça parece absolutamente insignificante. Mas, na realidade, ela é enorme. A atração gravitacional entre dois átomos de hidrogênio a essa distância é de aproximadamente 2×10^{-64} newtons. A fôrça elétrica entre duas cargas elementares é 10^{36} vêzes maior (se você quiser exprimir isso em têrmos de milhões de milhões, você terá que dizer a palavra "milhão" seis vêzes). A fôrça é tão grande que dois moles de cargas elementares (duas coleções de 6×10^{23} cargas), colocadas uma de cada lado da Terra, interagiriam com a fôrça de meio milhão de newtons, ou seja, 50

toneladas. Dois moles dos átomos mais pesados, colocados nos extremos de um diâmetro terrestre, não teriam efeito gravitacional apreciável um sôbre o outro.

28 — 8. Conservação da Carga.

Nosso modêlo de partículas de cargas eletricas leva à idéia de conservação da carga. Quando carregamos objetos por atrito, transferimos partículas carregadas de um para o outro . A carga que um objeto ganha o outro perde. Quando carregamos as placas de uma balança elétrica por meio de uma bateria, esta transfere carga de uma placa para outra. As cargas das placas são iguais e opostas.

Em certas circunstâncias muito especiais, podemos "criar" partículas carregadas, mas veremos que só podemos criá-las aos pares e a carga de uma partícula é igual e oposta à da outra. Algumas vêzes a natureza "cria" automàticamente partículas carregadas: por exemplo, um nêutron se transforma num próton e num eléctron. O próton e o eléctron assim criados têm cargas iguais e opostas. A carga total é zero antes e depois da criação.

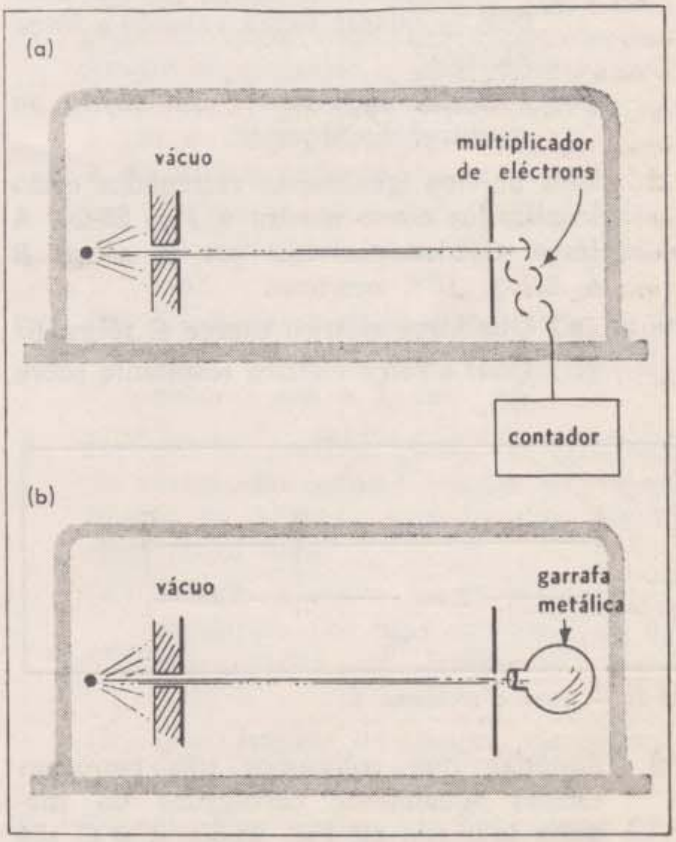
Tôda a evidência de que dispomos indica que a quantidade total de carga nunca muda. Da mesma maneira que a conservação da energia, a conservação da carga é uma lei da natureza válida para tudo o que conhecemos.

28 — 9. A Carga Elétrica dos Eléctrons e de Outras Partículas de Matéria.

Já sabemos que os eléctrons têm uma carga elétrica negativa, mas precisamos ainda descobrir se sua carga é igual a uma ou várias cargas elementares. Podemos determinar a carga de um eléctron contando o número de eléctrons acrescentados a um objeto neutro e, depois, medindo a carga adquirida pelo objeto em termos de cargas elementares.

Com um canhão de eléctrons (Seção 27-13), podemos produzir um feixe de eléctrons de alta velocidade que produzirá uma mancha luminosa num anteparo fluorescente. Se o número de eléctrons que passam por segundo no feixe é suficientemente pequeno, cada um dêles produzirá uma cintilação, como as cintilações por meio das quais contamos as desintegrações radioativas nas Seções 7-13 e 8-3. Embora cada cintilação produza muito pouca luz, elas podem ser percebidas por meio de uma célula foto-elétrica. Dessa maneira, os eléctrons podem ser contados individualmente. Podem também ser contados diretamente usando-se um tipo especial de amplificador chamado multiplicador de eléctrons. Com essa contagem, podemos determinar experimentalmente o número de eléctrons que passam por segundo no feixe.

Depois de ter obtido êste número, podemos receber o feixe dentro de uma garrafa metálica (Fig. 28-28). Os eléctrons que entram na garrafa vão de encontro à parede metálica e aí param; mesmo que arranquem outros eléctrons da superfície interna da parede, dificilmente alguma partícula encontrará o caminho de saída através do estreito gargalo da garrafa. Portanto, esta fica carregada apenas com a carga trazida pelos eléctrons. Depois de certo tempo, a garrafa terá adquirido carga suficiente para ser medida e podemos, portanto,



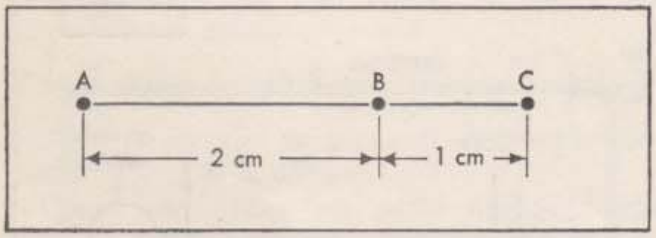
28-28 — (a) Podemos medir o número de eléctrons que passam por segundo em um feixe, dirigindo o feixe para um contador. (b) Podemos determinar a quantidade de carga transportada por segundo pelo mesmo feixe dirigindo-o para dentro de uma garrafa metálica dotada de abertura estreita, durante tempo suficiente para que se acumule uma quantidade mensurável de carga.

determinar a carga trazida para a garrafa em cada segundo. Dividindo a carga adquirida em cada segundo pelo número de eléctrons por segundo, no feixe, obtemos a carga de um eléctron. Ela é exatamente uma carga elementar negativa.

Podemos usar o mesmo processo para medir a carga das partículas emitidas na desintegração radioativa do polônio. Na verdade, a primeira experiência dêsse tipo foi realizada por Rutherford e Geiger em 1908 para encontrar a carga dos fragmentos atômicos que habitualmente chamamos partículas alfa. Êles encontraram que uma partícula alfa tem exatamente duas cargas elementares positivas. Experiências posteriores mostraram que uma partícula alfa pode ser decomposta em unidades mais elementares, isto é, em dois prótons e dois nêutrons. Como já sabemos, os nêutrons são neutros. Cada um dos prótons, entretanto, tem uma carga elementar positiva. Atualmente conhecem-se várias outras partículas carregadas cujas massas diferem das massas dos prótons e dos eléctrons. Mas, quando levamos suficientemente longe a decomposição da matéria, tôdas as partículas elétricas encontradas têm *uma carga elementar* positiva ou negativa.

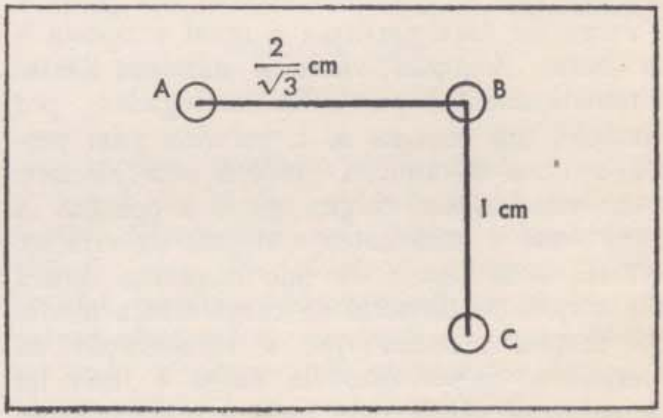
PARA CASA, CLASSE E LABORATÓRIO

1. Dois objetos eletrizados A e B estão separados pela distância de 0,03 m e repelem-se com a fôrça de $4{,}0 \times 10^{-5}$ newtons.
   (a) Se afastamos o objeto *A* de mais 0,03 m quanto ficará valendo a fôrça elétrica?
   (b) Faz diferença mover um objeto ou o outro? Explique.
2. Três objetos igualmente carregados estão localizados como mostra a Fig. 28-29. A fôrça elétrica exercida por *A* sôbre *B* é $3{,}0 \times 10^{-6}$ newtons.
   (a) Que fôrça elétrica exerce *C* sôbre *B*?
   (b) Qual a fôrça elétrica resultante sôbre *B*?



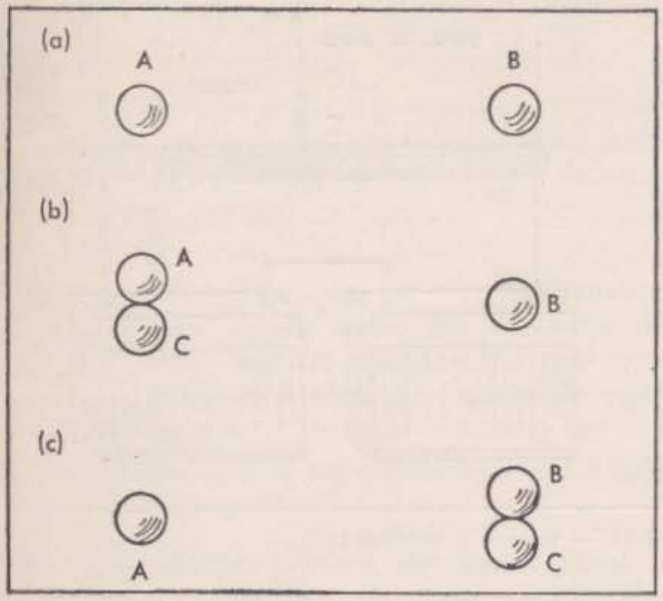
28-29 — Para o problema 2.

3. Suponha que colocamos três pequenas esferas igualmente carregadas da maneira indicada na Fig. 28-30. *A* e *C* são fixas e *B* pode mover-se. *C* exerce a fôrça de 4×10^{-6} newtons sôbre *B*.
   (a) Que fôrça exerce *A* sôbre *B*?
   (b) Qual a fôrça resultante sôbre *B*?



28-30 — Para o problema 3.

4. Duas esferas condutoras idênticas carregadas, *A* e *B*, repelem-se com a fôrça de $2{,}0 \times 10^{-5}$ newtons [Fig. 28-31 (a)]. Outra esfera, *C*, idêntica às primeiras, mas descarregada, é encostada em *A* [Fig. 28-31 (b)] e depois em *B* [Fig. 28-31 (c)].
   (a) Quanto vale agora a fôrça elétrica que atua sôbre *A*?
   (b) Qual a fôrça elétrica resultante sôbre *C* (depois de ter tocado em *A*) quando ela está na metade da distância entre *A* e *B*?
5. Duas esferas carregadas *A* e *B* de massa *m* estão suspensas como mostra a Fig. 28-32. *A* pode se mover; *B* é fixa.
   (a) De que maneira depende a fôrça F_e da distância *X*?



28-31 — Para o problema 4.

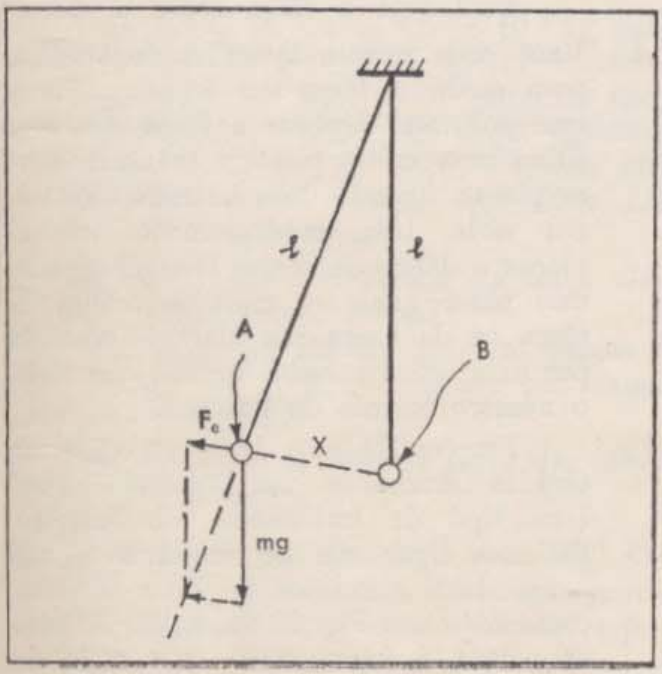
(b) Ache a relação entre a fôrça elétrica F_e e o pêso mg em termos de X e l.

(c) De quanto deve variar o pêso de A para que a distância X fique reduzida à metade, mantendo-se a carga constante?

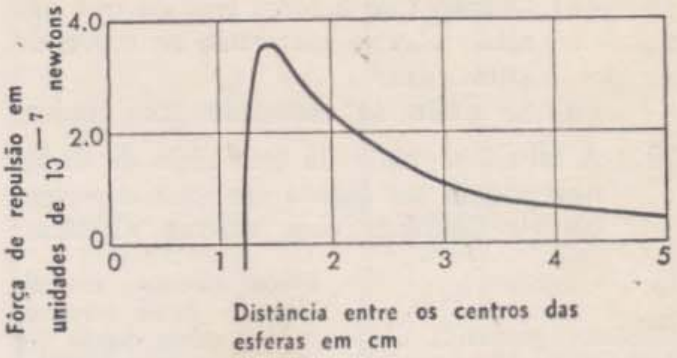
6. Suponha que temos um fio *muito* longo carregado.

(a) Desenhe as linhas de fôrças do campo elétrico (i) quando o fio é olhado de lado (ii) quando se olha de uma das pontas do fio. Nota: Por razões de simetria, o campo só pode depender da distância ao fio.

(b) Como varia o campo com a distância ao fio? Nota: Você pode usar mais ou menos o mesmo método usado no quadro da pg. 38.



28-32 — Para o problema 5.



28-33 — Para o problema 7.

7. O gráfico da Fig. 28-33 mostra a fôrça elétrica de repulsão que atua sôbre uma pequena esfera condutora carregada, em função da distância a uma grande esfera condutora. A esfera grande tem raio de 1 cm e carga 10 vêzes maior do que a da esfera pequena.

(a) De que maneira varia a fôrça quando a distância varia de 5 cm para 3 cm?

(b) Explique o comportamento da fôrça para as distâncias compreendidas entre 2 cm e 1 cm.

8. Por que foi possível ignorar as variações de massa das esferas usadas na experiência de Millikan quando elas adquiriam novos íons?

(a) Calcule a maior massa de um íon produzido por uma molécula de O_2 que perdeu um fragmento carregado.

(b) Que fração da massa da esfera representa êsse íon?

9. Suponha que medimos a velocidade das esferas plásticas padronizadas (que pesam $2{,}8 \times 10^{-14}$ newtons) entre os pratos de uma micro-micro-balança e verificamos que ela é igual a 3/2 de sua velocidade sob a ação da gravidade apenas.

(a) Quanto vale a fôrça elétrica que age sôbre elas se elas estão se movendo para cima?

(b) Se estão se movendo para baixo?

10. A tabela seguinte dá uma série de dados que podem ser obtido em uma experiência de Millikan com esferas plásticas:

Distância percorrida durante 10,6 s (em mm) (+ indica subida e − descida)	Fôrça elétrica exercida sôbre a carga acrescentada à esfera depois que ela estava em equilíbrio (em unidades de 10^{-14} newtons)
+ 0,96	+ 2,68
− 1,98	− 5,54
+ 1,00	+ 2,80
+ 3,00	+ 8,40
− 0,98	− 2,74
− 4,01	− 11,5

(a) Tomando a menor fôrça como unidade, quanto valem as outras fôrças? Como a fôrça é proporcional à carga, quanto valem as cargas tomando como unidade a menor delas?

(b) Quantas baterias em série foram usadas nesta experiência, admitindo que as placas estão à mesma distância que nas Seções 28-4 e 28-5?

(c) Quantas cargas elementares estavam na esfera em equilíbrio?

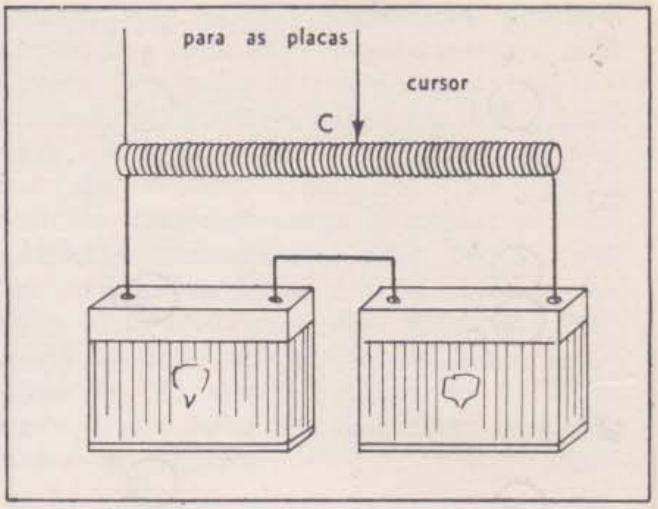
11. Imagine que temos várias esferas metálicas idênticas e que apenas uma delas, a esfera *A*, *está* carregada. A fôrça $F = 1{,}0 \times 10^{-4}$ newtons atua sôbre *A* quando esta esfera está colocada a meia distância entre duas placas paralelas carregadas.

(a) Encosta-se *A* em uma das esferas descarregadas (*B*). Que fôrça atua agora sôbre *A* quando colocada entre as mesmas placas carregadas?

(b) Encosta-se *A* em outra esfera descarregada (C). Que fôrça atua agora sôbre *A*?

(c) Que fôrça atua sôbre a esfera *B* quando colocada entre as placas? E sôbre *C*?

12. Numa experiência de Millikan ligam-se às placas três baterias em série, de maneira que a fôrça elétrica tenha o mesmo sentido que a gravitacional. Qual será a velocidade da esfera plástica?



28-34 — Para o problema 14.

Duas grandes placas metálicas ligadas a uma bateria estão separadas pela distância de 0,10 m. Uma pequena esfera carregada colocada entre elas fica sob a ação de uma fôrça elétrica de 3×10^{-4} newtons. A seguir, as placas são afastadas até a distância de 0,15 m, mas continuam ligadas à mesma bateria.

(a) Que fôrça atua agora sôbre a esfera?

(b) Se acrescentarmos, em série, mais duas baterias idênticas à primeira, mantendo a distância igual a 0,15 m, qual será a fôrça sôbre a esfera?

14. Você pode usar o aparelho de Millikan para medir a *fôrça* das baterias. Vimos que podemos duplicar a fôrça que atua sôbre uma esfera plástica colocada entre as placas, ligando duas baterias idênticas em série. Isso, evidentemente, dá às placas o dôbro de carga. Em geral podemos obter qualquer múltiplo inteiro da fôrça (e da carga nas placas) fornecida por uma única bateria, ligando, em série, o número correto de baterias.

Frações de uma bateria podem ser obtidas usando-se um "potenciômetro" (um tipo de fracionador de bateria) Podemos ligar um fio uniforme e não muito bom condutor a duas baterias como mostra a Fig. 28-34. A ligação com as placas é feita, então, por meio do contacto móvel *C*. Obtemos um resultado

interessante: quando C está no meio do fio, as placas ficam carregadas como se apenas uma bateria estivesse ligada.

(a) Quando o fio que constitui o "potenciômetro" está ligando três baterias, onde deve ficar C para se ter o efeito de uma bateria apenas?

(b) De duas?

(c) Suponha que o "potenciômetro" está ligado entre os terminais de uma bateria apenas. De que maneira você obteria o efeito de meia bateria?

(d) Por que é necessário que o fio seja uniforme?

15. Uma esfera plástica de massa igual a $3{,}06 \times 10^{-15}$ kg está num campo elétrico que exerce uma fôrça de $1{,}00 \times 10^{-14}$ newtons, para cima, sôbre cada partícula elétrica positiva. A fôrça elétrica sôbre a esfera é suficiente para contrabalançar a fôrça da gravidade.

(a) Qual é o excesso de partículas elétricas sôbre a esfera?
Suponha que cada molécula tem massa de $3{,}00 \times 10^{-26}$ kg.

(b) Quantas moléculas existem na esfera?

(c) Que fração do número total de moléculas da esfera perdeu ou ganhou uma carga elementar?

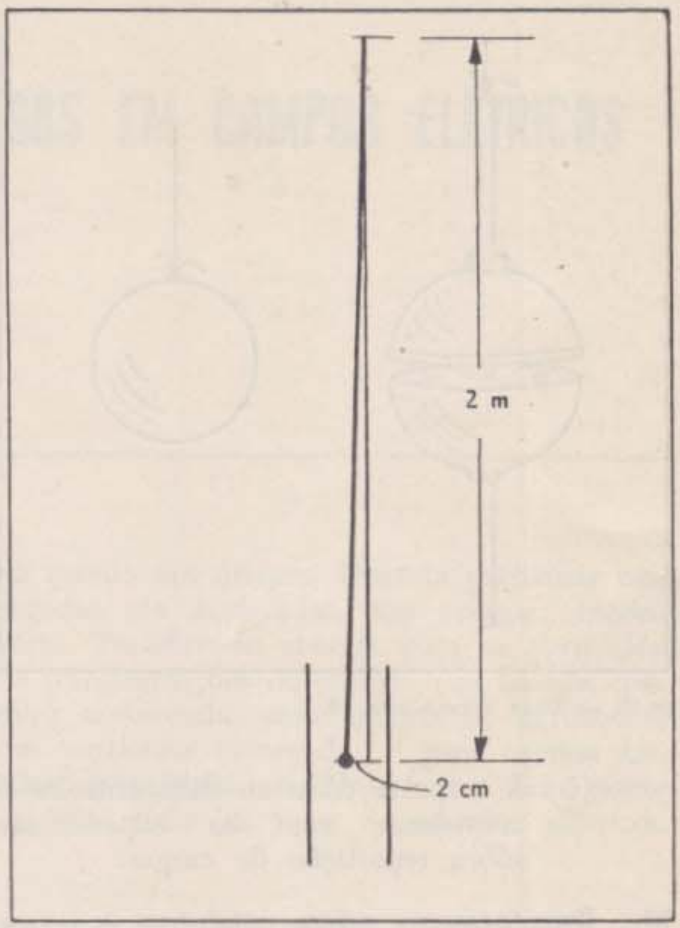
16. Uma esfera de massa $4{,}5 \times 10^{-3}$ kg está suspensa por um fio de 2,0 m de comprimento entre duas placas paralelas carregadas com cargas de sinais opostos, como mostra a Fig. 28-35. Ela fica em equilíbrio numa posição que dista 2,0 cm da posição inicial.

(a) Qual é a intensidade da fôrça elétrica sôbre a esfera?
O campo elétrico entre as placas é de $3{,}0 \times 10^{-14}$ newtons por carga elementar.

(b) Qual é o excesso de partículas sôbre a esfera?

17. A massa de um eléctron é 9×10^{-31} kg.

(a) Quanto vale a fôrça da atração gravitacional entre dois eléctrons separados pela distância de 1 m?



28-35 — Para o problema 16.

(b) Quanto vale a fôrça elétrica de repulsão?

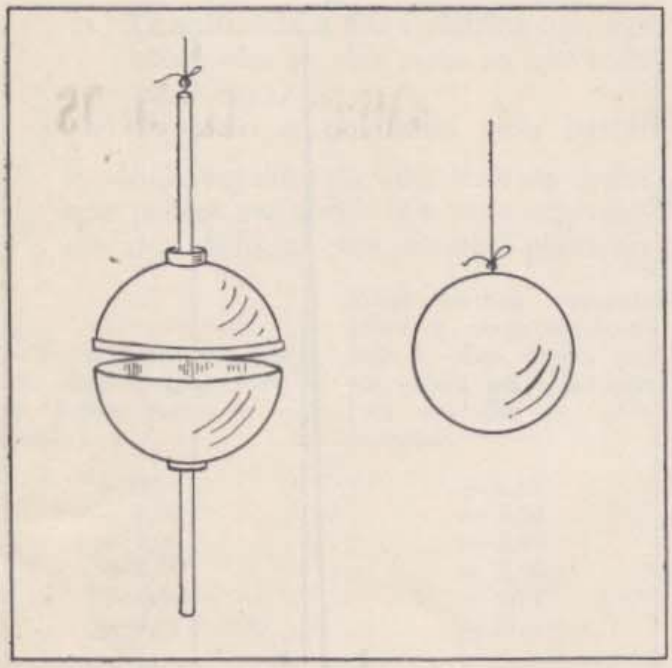
(c) Qual é a razão entre a fôrça elétrica e a gravitacional.

(d) Quanto valem a fôrça elétrica de repulsão e a fôrça gravitacional quando a distância é 0,5m?

(e) Como variou a razão entre as fôrças?

18. Temos duas esferas metálicas, uma ligeiramente maior do que a outra. A maior pode ser separada em dois hemisférios por meio de dois cabos isolantes (Fig. 28-36). Inicialmente as duas esferas têm exatamente a mesma carga, como se pode verificar constatando que ambas exercem a mesma fôrça sôbre um terceiro objeto carregado. Coloca-se a esfera maior envolvendo a menor.

(a) Que fôrça exercerá essa esfera combinada sôbre o terceiro objeto colocado à mesma distância.



28-36 — Para o problema 18.

(b) A resposta dada ao ítem anterior é consistente com as experiências sôbre repartição de cargas?

19. Uma pequena esfera condutora é revestida por uma camada fina de material radioativo que emite partículas beta e está suspensa por um fio isolante num recipiente em que se fez o vácuo (Fig. 28-37)

Depois de 50 dias, medimos a carga da esfera e encontramos $4{,}32 \times 10^{10}$ cargas elementares positivas (como havia vácuo no recipiente, pouquíssimas cargas se escoaram por condução através do ar). Em outra experiência, usando-se um contador Geiger, verificou-se que partículas beta são emitidas à razão de $1{,}00 \times 10^4$ por segundo, em média.

(a) Qual é a carga de uma partícula beta?

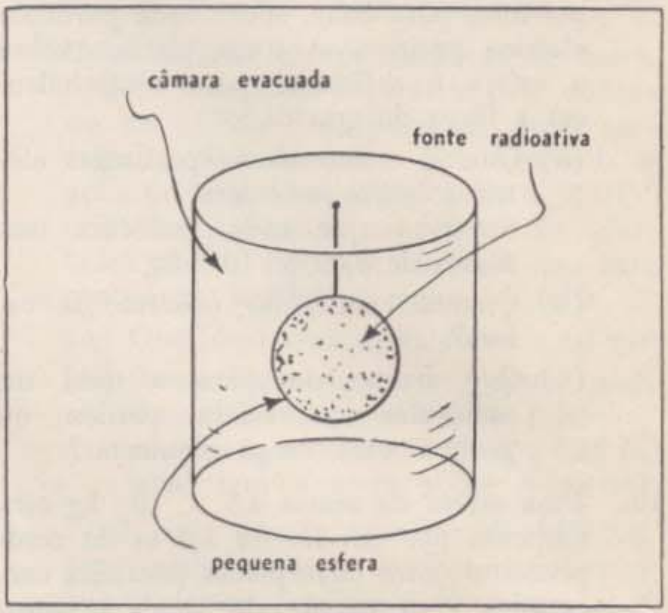
(b) Na sua opinião, o que podem ser as partículas beta?

LEITURA COMPLEMENTAR

FURRY, W. H.; PURCELL, E. M.; STREET, J. C., *Physics for Science and Engineering Students*. Blakiston, 1952

MILLIKAN, R. A., *Electrons, Protons, Photons, Neutrons, Mesotrons, and Cosmic Rays*. Edição revista, University of Chicago Press, 1967.

WILSON, MITCHELL, *American Sience and Invention*. Simon & Schuster, 1954 (Millikan: pags. 328-339).



28-37 — Para o problema 19.

ENERGIA E MOVIMENTO DE CARGAS EM CAMPOS ELÉTRICOS

CAPITULO 29

Este capítulo trata do movimento de cargas em campos elétricos. Usaremos êsse movimento para determinar as massas de partículas carregadas e para discutir o problema das correntes nos circuitos elétricos. Em particular, acharemos a massa dos íons positivos de hidrogênio e a dos eléctrons, porque essas partículas carregadas terão uma importância primordial no estudo dos átomos. Quando partículas carregadas são aceleradas, sua energia cinética varia. Transfere-se energia para as partículas. As transformações de energia (de energia química armazenda, para energia de movimento das partículas carregadas e para eneriga térmica) permitirão considerar de um único ponto de vista todos os tipos de circuitos elétricos.

A — PARTÍCULAS CARREGADAS EM MOVIMENTO

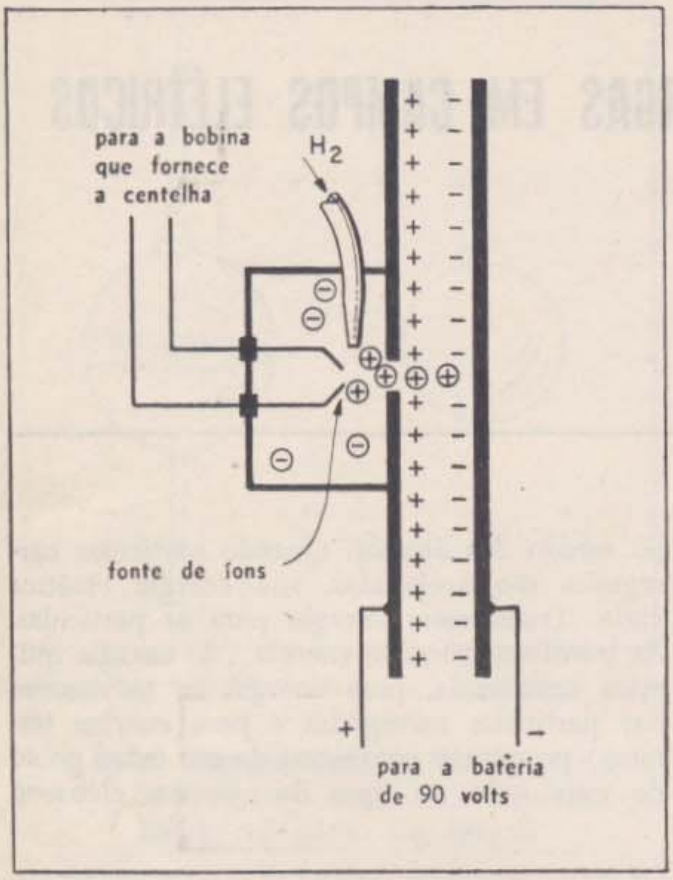
29 — 1. Movimento de Eléctrons e Prótons num campo elétrico uniforme.

Nesta seção e na próxima, descreveremos experiências nas quais eléctrons e íons positivos de hidrogênio movem-se no campo elétrico uniforme existente entre duas placas metálicas carregadas. Para estudar o movimento sob a ação ùnicamente da fôrça elétrica, realizaremos as experiências no vácuo; assim, eliminamos a resistência do ar; lembre-se que êste era essencial na micro-micro-balança. Além do mais, como os íons de hidrogênio e os eléctrons são muito leves — pesam menos do que 10^{-11} da massa das esferas plásticas usadas na micro-micro-balança — podemos despresar as fôrças gravitacionais em face das fôrças elétricas, nessas experiências.

Para obter uma fôrça elétrica conhecida, ligamos uma bateria de 90 V a duas placas metálicas que, por conveniência, colocamos a uma distância de 9,3 mm uma da outra. Desta maneira, usamos um têrço das baterias usadas nas experiências do capítulo anterior, e a distância entre as placas carregadas é três vêzes maior do que na micro-micro-balança. Sabemos que a fôrça que atua sôbre uma carga elementar situada entre as placas é diretamente proporcional ao número de baterias e inversamente proporcional à distância entre as placas. Conseqüentemente, sabemos que temos, aqui, um nono da fôrça que tinhamos na micro-micro-balança. A fôrça vale, portanto, $\frac{1,4}{9} \times 10^{-14}$ newtons $= 1,55 \times 10^{-15}$ newtons sôbre cada carga elementar.

Se um objeto percorre uma distância d na direção da força F, o trabalho Fd nos dá a variação da energia cinética do objeto (por exemplo, se o objeto parte do repouso, $Fd = \frac{1}{2} mv^2$, onde m é a massa do objeto e v, sua velocidade final (veja seção 24-4) Conseqüentemente, quando uma partícula portadora de uma carga elementar é levada de uma placa até a outra, ela ganha

$$Fd = (1,55 \times 10^{-15} \text{ newtons}) \times (9,3 \times 10^{-3} \text{ m}) = 1,44 \times 10^{-17} \text{ joules}$$



29-1 — Dispositivo para acelerar íons de hidrogênio em um campo elétrico. Os íons são formados na caixa à esquerda; alguns passam através do orifício e penetram na região entre as placas. Todo o conjunto está encerrado numa câmara em que se fêz o vácuo.

de energia cinética. Se a partícula tem q cargas elementares, ela adquire uma energia q vêzes maior. Por exemplo, se ionizamos hidrogênio perto de uma das placas carregadas (Fig. 29-1) e deixamos alguns íons passarem através de um pequeno orifício para dentro da região que fica entre as duas placas, os íons são acelerados e chegam à outra placa com energia cinética $\frac{1}{2}\,mv^2 = 1{,}44 \times 10^{-17}$ joules por carga elementar.

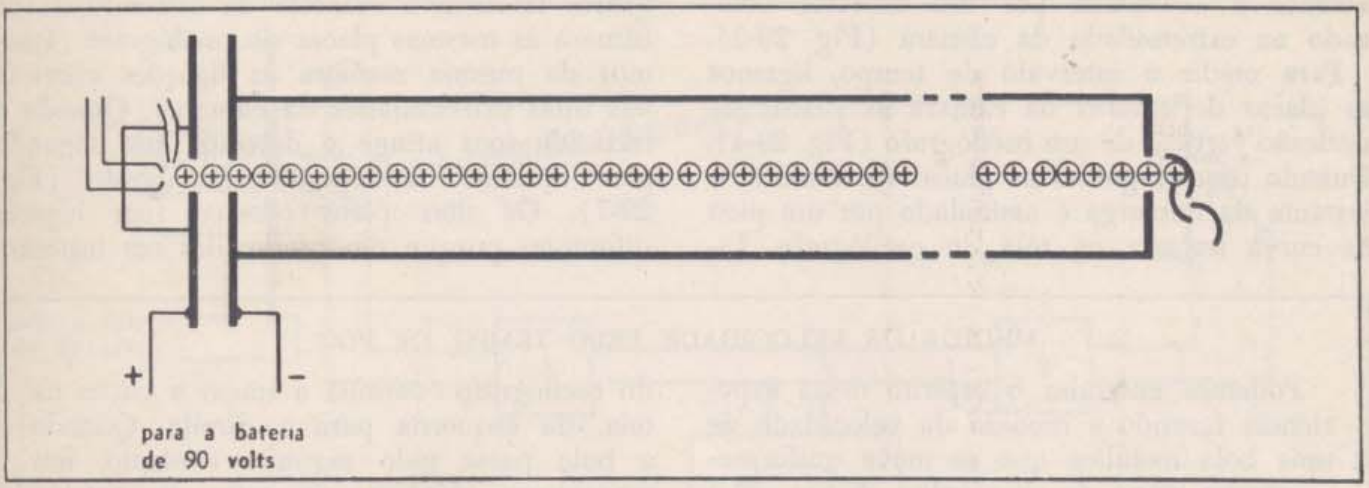
Na próxima seção, usaremos o valor conhecido de $\frac{1}{2}\,mv^2$ como parte de uma experiência para medir a massa iônica m. Como conhecemos F e d, conhecemos o valor de $\frac{1}{2}\,mv^2$ e determinamos a massa m medindo a velocidade v.

29 — 2. A Massa do Eléctron e a do Próton.

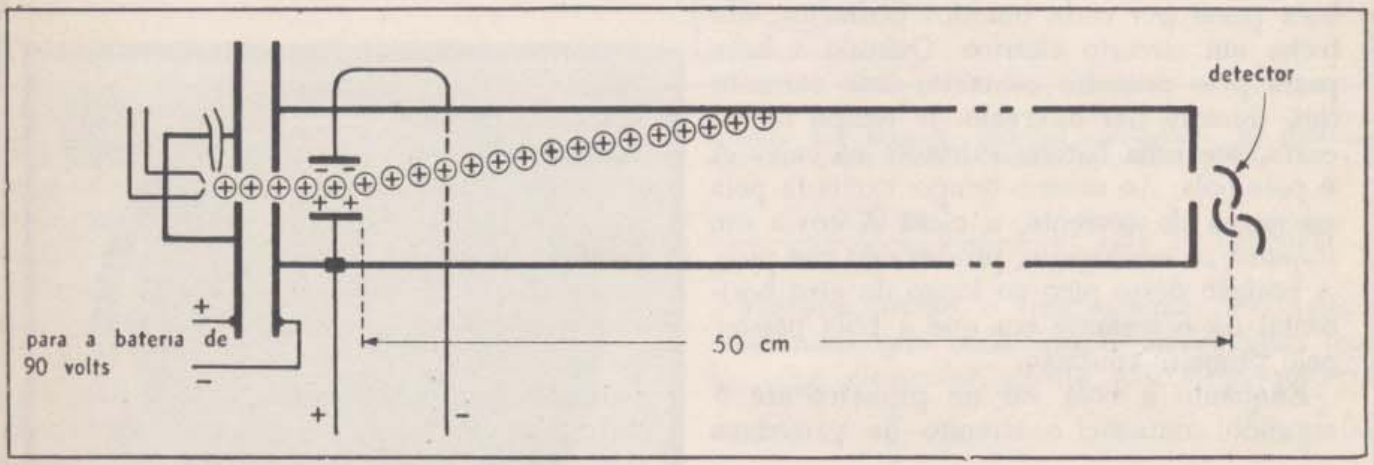
Como vimos na Seção 29-1, podemos determinar a massa de um íon acelerando-o através de uma distância conhecida num campo elétrico conhecido e medindo a velocidade final. Mediremos essa velocidade diretamente medindo o tempo gasto por um íon para percorrer determinada distância no vácuo, sem que fôrça alguma atue sôbre êle.

Comecemos com íons de hidrogênio acelerados a partir do repouso no aparelho descrito na seção anterior. Os íons que partem da placa da esquerda são acelerados para a placa da direita, adquirindo a velocidade v. Na placa da direita, fizemos também um pequeno orifício através do qual passam alguns íons que penetram numa câmara de 0,50 m de comprimento. Essa câmara, representada à direita na Fig. 29-2, tem as paredes condutoras Conseqüentemente não há fôrças elétricas em seu interior e os íons a percorrem de ponta a ponta com velocidade constante, em apenas alguns micro-segundos (1 micro-segundo, que também pode se escrever 1 μs, é igual a 10^{-6} do segundo). Embora êsse intrevalo de tempo seja muito curto, podemos medi-lo com muita precisão, usando um dispositivo especial. Com isso, podemos obter um valor preciso para a velocidade v do íon.

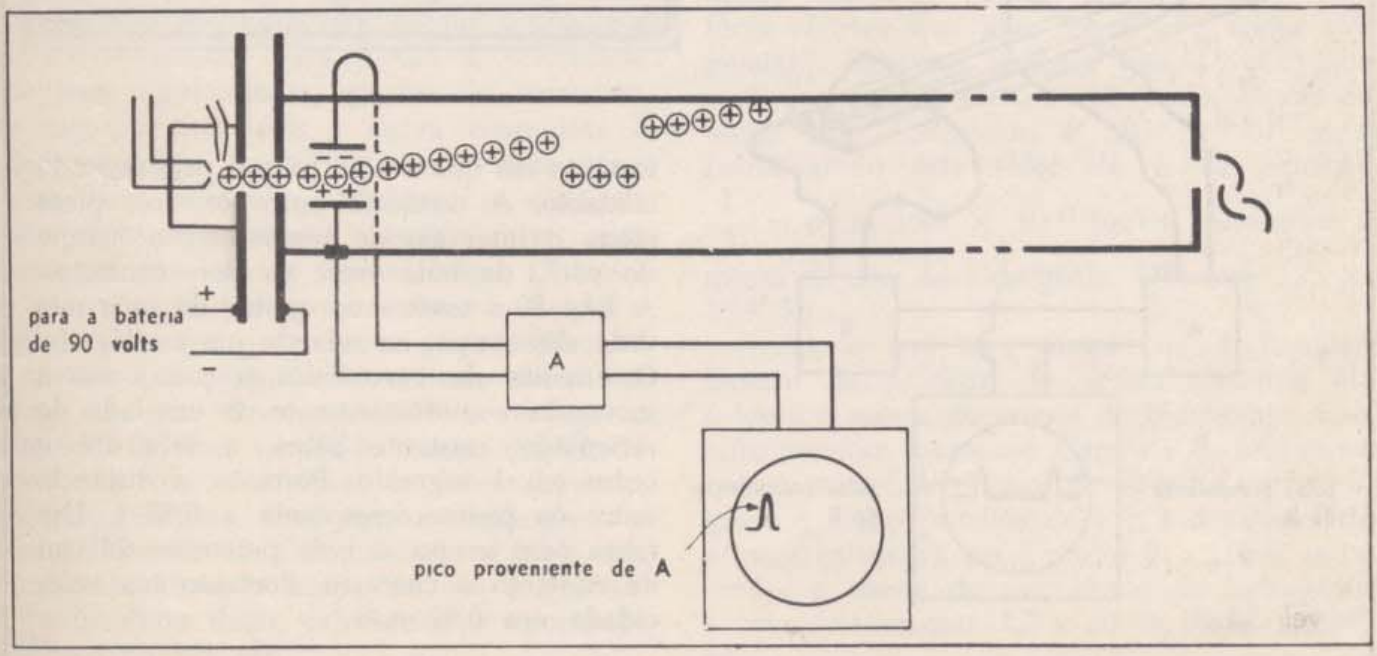
Para medir o tempo gasto pelo íon para percorrer a câmara, precisamos assinalar o instante em que determinado íon penetra na câmara e o instante em que êsse mesmo íon atinge a extremidade à direita da câmara (você pode entender a idéia dessa medição considerando a experiência descrita no quadro da pg. 62). Para marcar o instante em que determinado íon penetra na câmara, colocamos um par de placas deflectoras perto da entrada (veja Fig. 29-3). Com essas placas deflectoras podemos controlar a direção do feixe de íons de hidrogênio. Quando essas placas estão carregadas, os íons de hidrogênio ficam submetidos a uma fôrça elétrica lateral que os desvia de sua trajetória retilínea; quando as placas deflectoras estão descarregadas, o feixe de íons atravessa em linha reta tôda a câmara. O instante em que as placas deflectoras são descarregadas marca, então, o instante em que um pequeno grupo de íons começa a percorrer a câmara. A chegada dêsses íons 50 cm



29-2 — Para medir a massa de íons hidrogênio, fazemos um furo na placa da direita, permitindo que alguns íons penetrem numa câmara longa à direita, onde nenhuma fôrça age sôbre êles.



29-3 — Quando as placas deflectoras estão carregadas, a fôrça elétrica desvia o feixe para o lado. Quando as placas estão descarregadas, os íons continuam em linha reta e atingem o detector.



29-4 — Quando, momentâneamente, descarregamos as placas, um pequeno número de íons desloca-se em linha reta e atinge o detector. A descarga é assinalada como um pico no osciló grafo, marcando o instante em que os íons iniciam o vôo.

adiante é assinalada por um detector colocado na extremidade da câmara (Fig. 29-3).

Para medir o intervalo de tempo, ligamos as placas deflectoras da câmara às placas de deflexão vertical de um oscilógrafo (Fig. 29-4). Quando descarregamos as placas da câmara, o instante da descarga é assinalado por um pico na curva traçada na tela do oscilógrafo. Ligamos também o detector da extremidade da câmara às mesmas placas do oscilógrafo (fazemos da mesma maneira as ligações elétricas nas duas extremidades da câmara). Quando o feixe de íons atinge o detector, um segundo pico aparece na tela do oscilógrafo (Fig. 29-7). Os dois picos ocorrem em lugares diferentes porque são produzidos em instantes

MEDIDA DA VELOCIDADE PELO TEMPO DE VÔO

Podemos entender o espírito desta experiência fazendo a medida da velocidade de uma bola metálica que se move uniformemente ao longo de uma calha. A Fig. 29-5 mostra a calha. Em dois ponto do caminho da bola há contactos na calha; quando a bola passa por cada um dos contactos, ela fecha um circuito elétrico. Quando a bola passa pelo primeiro contacto, uma corrente flui, durante um intervalo de tempo muito curto, por uma bateria existente na caixa *A* e pela bola. Ao mesmo tempo, excitada pela passagem da corrente, a caixa *A* envia um impulso ao oscilógrafo, produzindo um pico. A posição dêsse pico ao longo do eixo horizontal dá o instante em que a bola passou pelo primeiro contacto.

Enquanto a bola vai do primeiro até o segundo contacto, o circuito de varredura do oscilógrafo continua a traçar a curva na tela, da esquerda para a direita. Quando a bola passa pelo segundo contacto, um mecanismo idêntico, na caixa *B*, produz um novo pico no vídeo do oscilógrafo. A posição dêsse segundo pico corresponde ao instante em que a bola passou pelo segundo contacto. A distância entre os dois picos mede o intervalo de tempo, ou o "tempo de vôo", da bola entre os dois contactos. A Fig. 29-6 mostra o registro de uma medida dêsse tipo, na tela de um oscilógrafo. O circuito de varredoura traçou a curva movendo-se uniformemente de um lado do reticulado existente sôbre a tela até o outro em 1 segundo. Portanto, a distância entre os picos corresponde a 0,38 s. Durante êsse tempo, a bola percorreu 24 cm, de contacto a contacto. Portanto sua velocidade era 0,63 m/s.

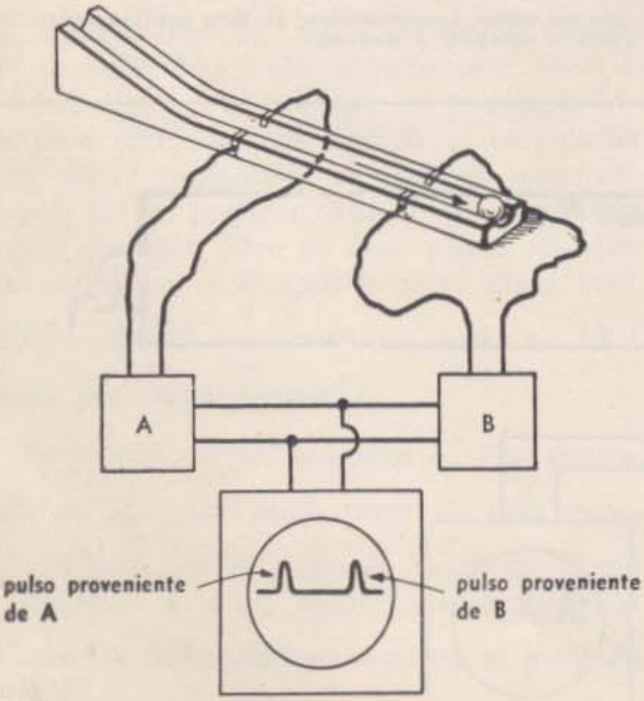


Fig. 29-5.

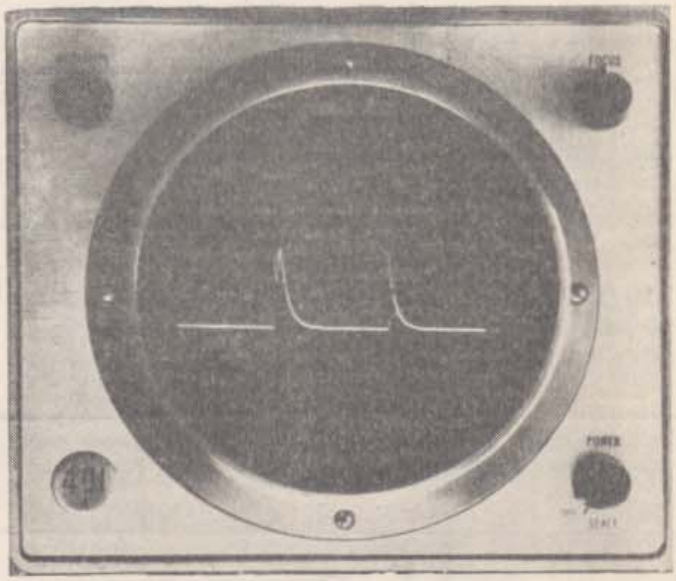
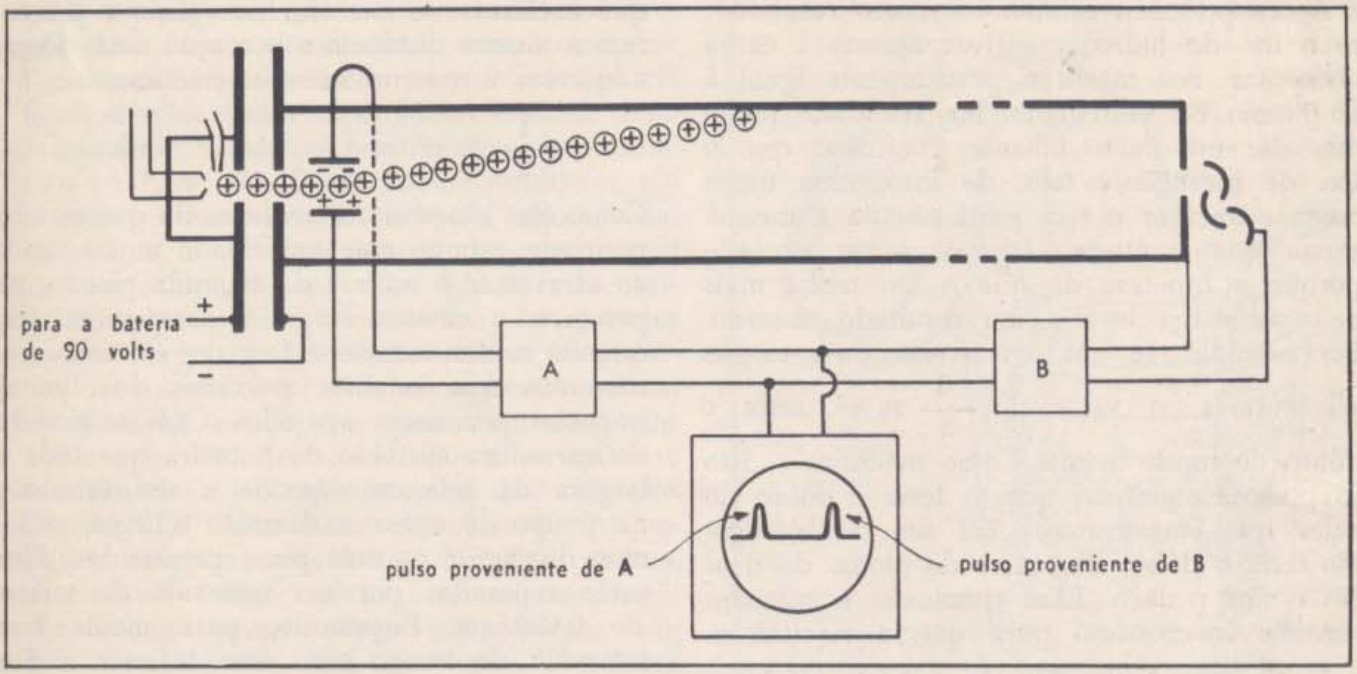


Fig. 29-6.



29-7 — Quando o grupo de íons alcança o detector, aparece um segundo pico no oscilógrafo. A distância entre os picos mede o tempo de vôo dos íons.

diferentes. Durante o intervalo de tempo entre os dois picos, o circuito de varredura do oscilógrafo deslocou o feixe de eléctrons horizontalmente. Esse feixe leva, para percorrer a distância entre os dois picos, o mesmo tempo que os íons de hidrogênio levaram para percorrer os 50 cm dentro da câmara. (Talvez você queira exercitar o mesmo tipo de raciocínio considerando a experiência mais simples descrita no quadro abaixo).

Nos oscilógrafos modernos, o feixe de eléctrons pode percorrer horizontalmente a tela, de um lado ao outro, em alguns centésimos de micro-segundo. Para medir a velocidade dos íons, ajustamos o circuito de varredura de maneira que tôda a curva represente 5 micro-segundos. Dessa maneira os dois picos ficam bem separados. Medindo a distância entre os picos, medimos o tempo gasto pelos íons para atravessar a câmara longa. Obtemos o intervalo de tempo que decorre desde o instante em que se permite que o feixe de íons tenha uma trajetória retilínea até o instante em que êsse mesmo feixe atinge o detector. O êrro cometido nessa medida é inferior a um centésimo de micro-segundo, aproximadamente. Com íons de hidrogênio e uma bateria de 90 V fornecendo a fôrça elétrica aceleradora, o tempo de vôo é 3,82 μs. A partir dêsse dado, calculamos a velocidade dos íons na câmara:

$$\frac{0{,}50 \text{ m}}{3{,}82 \times 10^{-6} \text{ s}} = 1{,}31 \times 10^{5} \text{ m/s}$$

Vejamos, então, o que sabemos até agora: admitamos que cada íon de hidrogênio tem 1 carga elementar. Nesse caso, sua energia cinética é $\frac{1}{2} mv^2 = 1{,}44 \times 10^{-17}$ joules (esta é a energia cinética adquirida por qualquer partícula que, ao percorrer a distância entre as placas, seja acelerada pela fôrça elétrica que atua sôbre uma carga elementar). Sabemos também que a velocidade com que os íons estão se movendo, depois de terem sido acelerados, é $1{,}31 \times 10^{5}$ m/s. Introduzindo êste valor de v na equação $\frac{1}{2} m v^2 = 1{,}44 \times 10^{-17}$ joules, calculamos a massa do íon de hidrogênio. Obtemos $1{,}7 \times 10^{-27}$ kg.

Acontece que essa massa nos é familiar. Dentro da precisão de nossas medidas, ela é igual à massa do átomo de hidrogênio. Calculamos essa massa no Capítulo 8. Lá, vimos que a massa de 1 mol de átomos de hidrogênio é muito próxima de 1 g, e o número de átomos existentes em 1 mol é 6×10^{23}; assim sendo, a massa de um átomo de hidrogênio é aproximadamente $1{,}7 \times 10^{-24}$g, ou $1{,}7 \times 10^{-27}$ kg.

Agora podemos estabelecer nosso resultado: se o íon de hidrogênio tiver apenas 1 carga elementar, sua massa é pràticamente igual à do átomo de hidrogênio. Na realidade podemos dar um passo adiante e afirmar que o íon de hidrogênio tem, de fato, uma única carga elementar e tem pràticamente a mesma massa que o átomo. Isto deve ser verdade porque a hipótese de que o íon tenha mais de uma carga leva a um resultado absurdo. Por exemplo, se um íon tivesse duas cargas elementares, o valor de $\frac{1}{2} m v^2$ seria o dôbro do usado acima. Como medimos v, isto só poderia significar que m teria o dôbro do valor que encontramos. Tal íon de hidrogênio teria o dôbro da massa do átomo do qual êle é um pedaço. Essa conclusão é suficientemente inverossímil para que a rejeitemos.

Já tivemos indicações de que os eléctrons são partículas fundamentais comuns a todos os átomos. Presumìvelmente, um íon de hidrogênio é um átomo de hidrogênio que perdeu um eléctron. Além disso, nunca, em nenhuma espécie de experiência, encontramos um fragmento positivo de hidrogênio com duas cargas elementares positivas. Esta é uma das muitas evidências de que o íon positivo de hidrogênio é uma partícula elementar. Trata-se de um próton. E, como mencionamos no Capítulo 28, encontramos prótons também nas partículas alfa, e em fragmentos de átomos mais pesados.

Quando o átomo de hidrogênio é fragmentado em pedaços dotados de carga elétrica, acabamos de ver que o próton tem pràticamente tôda a massa do átomo. Portanto, o eléctron deve ser muito leve. Podemos usar o mesmo dispositivo para medir a massa do eléctron e, assim, verificar essa conclusão.

Se o íon de hidrogênio é formado retirando-se um eléctron do átomo de hidrogênio, a fonte de íons à esquerda do nosso aparelho deve também fornecer eléctrons. Invertendo a polaridade da bateria, podemos acelerar os eléctrons que passam pelo orifício existente na placa da esquerda, e rejeitar os íons de hidrogênio. Podemos também usar os eléctrons emitidos por um filamento quente — qualquer que seja a fonte de eléctrons, obtemos sempre os mesmos resultados. Como os eléctrons são acelerados pela mesma fôrça que acelerava os íons de hidrogênio e percorrem a mesma distância sob a ação dessa fôrça, adquirem a mesma energia cinética:

$$\frac{1}{2} m v^2 = 1{,}44 \times 10^{-7} \text{ joules.}$$

Como êles são muito mais leves do que os íons positivos, estarão com velocidade muito maior ao atravessar o orifício da segunda placa e ao percorrer a câmara longa. Conseqüentemente, quando medimos a velocidade dos eléctrons, verificamos que estamos próximos dos limites impostos por nosso aparêlho. Com o circuito de varredura ajustado de maneira que tôda a largura da tela corresponda a um intervalo de tempo de aproximadamente 0,12 μs, podemos distingüir os dois picos produzidos. Êles estão separados por um intervalo de tempo de 0,090 μs. Entretanto, para medir êsse intervalo de tempo com êrro inferior a dez por cento, precisamos de um oscilógrafo excepcionalmente rápido e de picos extremamente agudos. Tomando 0,090 μs como uma primeira aproximação, verificamos que a velocidade é aproximadamente $5{,}6 \times 10^6$ m/s. Portanto, a massa do eléctron (calculada da mesma maneira que a massa dos íons positivos) é aproximadamente $0{,}9 \times 10^{-30}$ kg.

Medidas mais precisas da massa do eléctrons dão $0{,}911 \times 10^{-30}$ kg, aproximadamente duas mil vêzes menor do que a massa do átomo de hidrogênio. *

Ao medir as massas dos íons, podemos modificar os detalhes das experiências, de maneira a usar diferentes fôrças elétricas conhecidas e diferentes distâncias entre as placas. Obtemos, assim, diferentes valores para $\frac{1}{2} mv^2$. Mas obtemos sempre as mesmas massas. Podemos usar outros métodos para medir as massas — descreveremos um outro método no próximo capítulo. Os resultados são os mesmos. Na realidade conhecemos atualmente com muita precisão as massas de muitos íons e, a partir delas, obtemos valores precisos para as massas dos átomos.

---

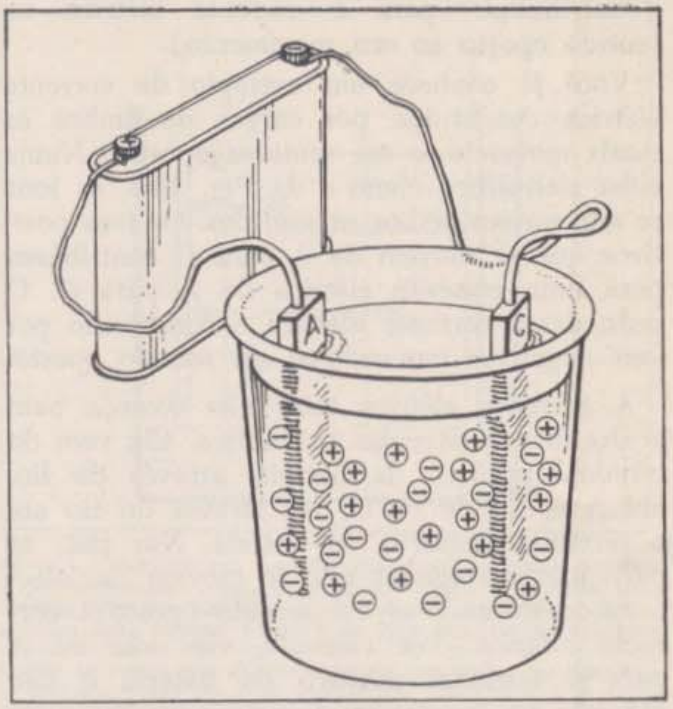
* Usando oscilógrafos modernos, muito rápidos, e amplificadores, podemos medir intervalos de tempo da ordem de 10^{-9} s, com precisão de aproximadamente um por cento. Anteriormente, medidas de precisão eram feitas por outros métodos, que serão abordados na Secção 30-9.

As experiências que acabamos de descrever nos dão informações sôbre duas partículas fundamentais: os prótons e os eléctrons. Na interpretação dessas experiências usamos, naturalmente, a mecânica newtoniana que estudamos na Parte III. Como nossos resultados são precisos e consistentes, podemos, agora, concluir que a mecânica newtoniana tem um enorme campo de aplicação. Ela dá uma descrição precisa dos movimentos de grandes massas, a grandes distâncias, como os planêtas do sistema solar. Ela se aplica a massas de tamanho médio que percorrem distâncias comuns na vida cotidiana. Por fim, aplica-se também às minúsculas massas dos eléctrons percorrendo distâncias relativamente pequenas a enormes velocidades. Por êsse motivo, é razoável tentar aplicar essa mesma mecânica e essas mesmas fôrças aos eléctrons dentro dos átomos. Em particular, podemos conceber um modêlo do átomo de hidrogênio segundo o qual um único eléctron move-se em tôrno de um próton de massa muito maior do que a do eléctron, sob a ação da fôrça de Coulomb. Como a fôrça de Coulomb segue uma lei de inverso do quadrado, análoga à lei que rege a fôrça gravitacional entre o Sol e os planêtas, chamaremos a êsse modêlo de modêlo planetário do átomo. Segundo o modêlo planetário do hidrogênio, o eléctron deve mover-se em volta do próton numa órbita elítica, como um planêta em tôrno do Sol. O modêlo planetário, como veremos na Secção 32-5, encontra algumas dificuldades, mas constitui uma boa primeira aproximação do verdadeiro comportamento do átomo. Desde que Rutherford o introduziu em 1911, êle desempenhou um papel central na nossa compreensão dos átomos.

29 — 3. A Corrente Elétrica.

Os feixes de prótons e de eléctrons das experiências descritas na seção anterior constituem correntes elétricas. A medida natural dessas correntes é o número de cargas elementares transportadas por segundo.

Se recolhemos um feixe de partículas positivas num recipiente metálico, o recipiente vai-se tornando cada vez mais positivo. Por isso dizemos que o sentido dessa corrente elétrica é *para dentro do recipiente*. A corrente tem o mesmo sentido que o movimento das partículas positivas.



29-8 — Uma cuba eletrolítica em série com uma bateria. A corrente na cuba é formada pelos íons positivos que se movem de *A* para *C* somados aos íons negativos que se movem de *C* para *A*.

Um feixe de partículas negativas também é uma corrente elétrica. Mas quando a recolhemos num recipiente, a carga do recipiente decresce. Se recolhemos ao mesmo tempo feixes de partículas positivas e negativas, êles se neutralizam mùtuamente. Quando as partículas positivas e negativas chegam ao recipiente em igual número, a carga do recipiente não muda. Não há corrente elétrica entrando no recipiente. Embora o feixe de partículas negativas se mova *para dentro* do recipiente, êle constitui uma corrente elétrica *para fora do recipiente*, esvaziando-o de cargas positivas à medida que o feixe positivo o enche. Em outras palavras, o feixe de partículas negativas constitui uma corrente elétrica de sentido oposto ao movimento das partículas negativas.

De maneira geral, uma corrente elétrica pode ser produzida pelo movimento tanto de cargas positivas quanto negativas. A corrente elétrica total é constituida pelas cargas elementares positvas que passam por segundo (contribuindo para a corrente elétrica no sentido do seu movimento) *mais* as cargas elementares negativas que passam por segundo

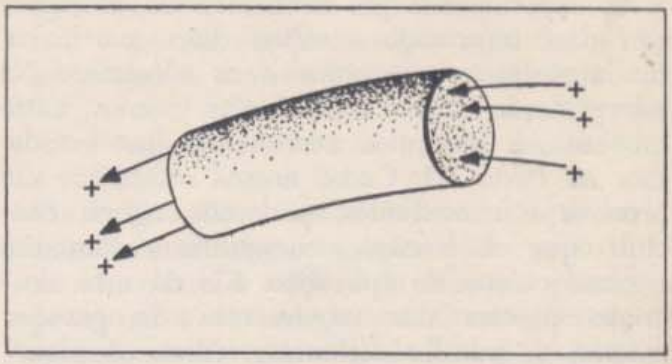
(contribuindo para a corrente elétrica no sentido oposto ao seu movimento).

Você já conhece um exemplo de corrente elétrica constituida por cargas de ambos os sinais movendo-se em sentidos opostos. Numa cuba eletrolítica como a da Fig. 29-8, os íons se movem em ambos os sentidos. Os íons positivos que se movem de *A* para *C* contribuem para uma corrente elétrica de *A* para *C*. O resto dessa corrente elétrica é constituido por íons negativos movendo-se em sentido oposto.

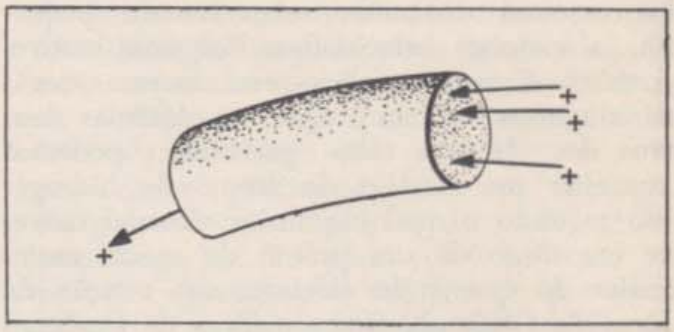
A corrente elétrica total não começa nem acaba dentro da cuba eletrolítica. Ela vem do terminal positivo da bateria, através do fio, até *A* e, saindo de *C*, vai através do fio até o terminal negativo da bateria. Nos fios, as partículas carregadas que se movem são eléctrons, deslocando-se em sentido oposto à corrente elétrica. Por exemplo, êles vão de *A* para o terminal positivo da bateria e isso redunda no transporte de cargas positivas do terminal positivo da bateria para *A*. Considerando o conjunto do circuito, vemos que a corrente elétrica está indo do terminal positivo para o negativo da bateria pelo circuito externo. Por outro lado, dentro da bateria a corrente vai do terminal negativo para o positivo. A função da bateria é levar sempre mais cargas positivas para o terminal positivo e mais cargas negativas para o terminal negativo, apesar das repulsões elétricas. Nesse processo, a bateria usa energia química para forçar cargas em direção aos terminais.

O fluxo total de cargas elementares é o mesmo em qualquer região do circuito. Isso não pode deixar de ser verdade porque, quando a corrente está passando de maneira estável, as cargas não se acumulam em nenhuma região do circuito. Se considerarmos uma região qualquer do circuito, o número de cargas elementares que entra por uma extremidades dessa região, por segundo, é igual ao número de cargas elementares que saem pela outra extremidade (Fig. 29-9).

Uma corrente elétrica constante não pode ser medida observando-se modificações na carga, mas podemos imaginar um observador capaz de contar as cargas elementares que passam por determinado ponto do circuito. Se êsse observador considerasse as cargas que passam por um ponto do fio, contaria *I* cargas negativas, isto é, *I* eléctrons passando por



29-9 (a) — Quando o número de cargas que entram por uma extremidade é igual ao número de cargas que saem pela outra extremidade de determinado trecho de um circuito, não se produz acúmulo de cargas nesse trecho.

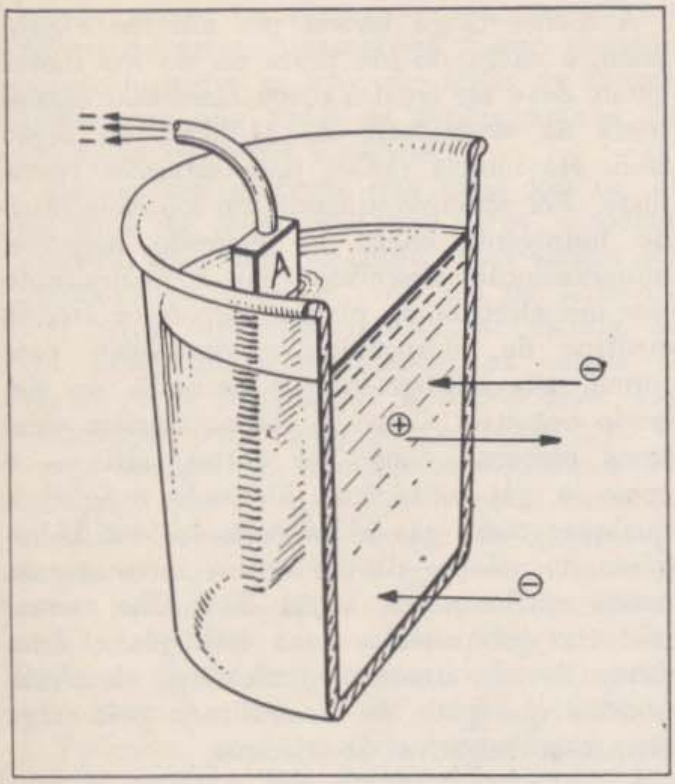


29-9 (b) — Se entram mais cargas do que saem, acumula-se carga nessa região. Portanto, se observamos que não há acúmulo de carga, concluímos que a corrente que entra é igual à corrente que sai.

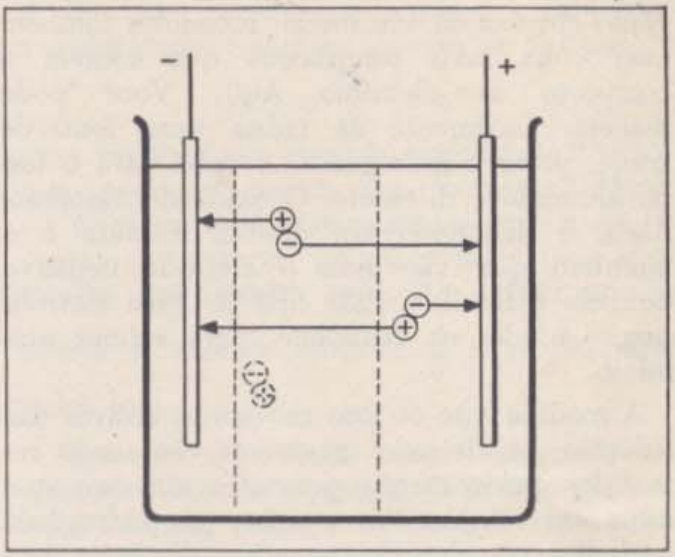
segundo. Se considerasse as cargas que passam por um ponto dentro da cuba eletrolítica, veria também *I* cargas elementares passando, mas teria que contar as negativas movendo-se num sentido e as positivas movendo-se no sentido oposto, somar os dois números para obter a corrente elétrica total (Figs. 29-9 e 29-10). Na próxima seção, veremos como se pode medir realmente uma corrente constante.

29 — 4. Medida Eletrolítica da Corrente Elétrica.

O observador que pode ver as cargas elementares passando é imaginário mas, em determinadas circunstâncias, podemos fazer observações equivalentes. Por exemplo, já contamos os eléctrons de um feixe fraco emitido por um "canhão" eletrônico. Nesta seção descreveremos a maneira de medir o número de cargas elementares pela observação da quantidade de massa transportada por íons em solução.

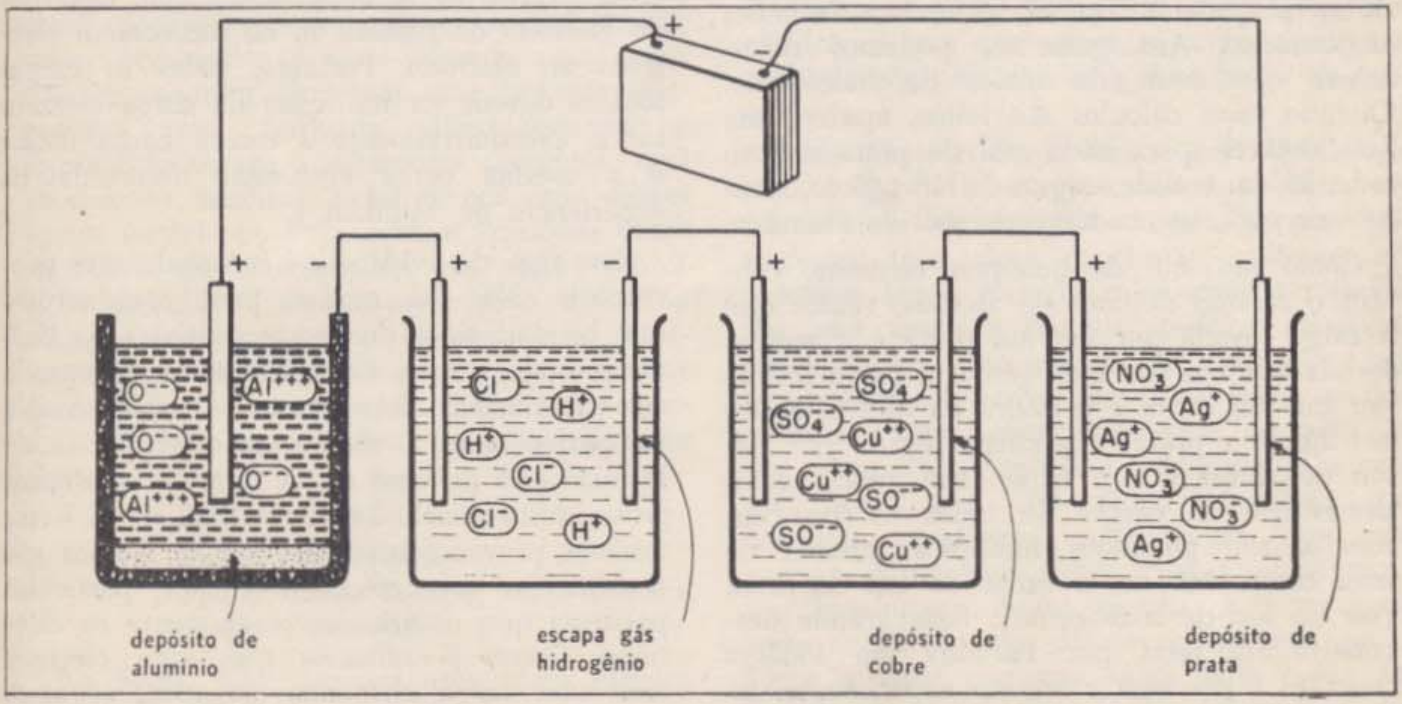


29-9 (c) — Na região do circuito indicada na figura, eléctrons percorrem o fio e íons movem-se na cuba eletrolítica. Como não se acumula carga, ficamos sabendo que a soma de íons negativos e positivos que passam pela parte central da cuba deve ser igual ao número de eléctrons que atravessam uma seção reta do fio.



29-10 — Quando um número qualquer de pares de íons é produzido na cuba, o eletrodo negativo recolhe êsse mesmo número de íons positivos, e o eletrodo positivo recolhe êsse mesmo número de íons negativos. As setas mostram como os íons se deslocam para os eletrodos. Conte as setas que atravessam as fronteiras pontilhadas. O número total de íons positivos e negativos que atravessam qualquer fronteira entre os eletrodos é o mesmo. Tente somar os pares produzidos em qualquer lugar.

Para êsse fim, ligamos *em série* certo número de cubas eletrolíticas, como mostra a Fig. 29-11. Com êsse dispositivo, a mesma quantidade de carga atravessa tôdas as cubas. As diferentes cubas contêm soluções de sais de diferentes metais, por exemplo, prata e cobre. Os eletrodos são feitos de platina ou carbono que não reagem quìmicamente com nenhuma das soluções. Incluimos também uma cuba cheia de ácido diluido, como ácido clorídrico (HCl), cujas moléculas contêm hidro-



29-11 — Cubas eletrolíticas em série com uma bateria.

gênio em vez de um metal; incluimos também uma cuba mais complicada que contém o composto de alumínio Al_2O_2. Você pode manejar fàcilmente as cubas para íons de cobre, prata e hidrogênio. A cuba para o íon de alumínio é diferente. O óxido de alumínio, Al_2O_3, é dissolvido em criolita fundida e o alumínio que vai para o eletrodo negativo também é fundido. Êsse tipo de cuba eletrolítica é usado, na realidade, para refinar alumínio.

À medida que os íons movem-se através das soluções, os eletrodos negativos vão sendo revestidos pelos metais presentes nos sais que estão em solução. Além disso, gás hidrogênio borbulha no eletrodo negativo da cuba que contém ácido. Isso mostra que, quando as moléculas dos sais são ionizadas, os ións positivos levam consigo os átomos metálicos (ou, talvez, êles *sejam* átomos metálicos carregados positivamente). Quando êsses íons chegam aos eletrodos negativos, os átomos metálicos, em geral, aderem aos eletrodos. Mostra, também, que os íons de hidrogênio são positivos e que, ao serem neutralizados no eletrodo negativo, forma-se gás hidrogênio.

Determinando as massas dos eletrodos antes e depois da corrente elétrica haver passado através das cubas, podemos determinar a massa de metal depositada em cada cuba. A partir dessa massa e da massa de um mol do metal, podemos calcular o número de moles depositados. Anàlogamente, podemos determinar o número de moles de hidrogênio. Quando êsses cálculos são feitos, aparece um fato notável: para cada mol de prata depositado, há um mol de átomos de hidrogênio, meio mol de cobre e um têrço de mol de alumínio.

Como um mol de qualquer elemento contém o mesmo número de átomos, vemos que a carga levada por um íon prata é a mesma levada por um íon hidrogênio; a carga levada por um íon cobre é o dôbre da que é levada por um íon prata; e a carga levada por um íon de alumínio é o triplo. Em geral, verificamos que as cargas de todos os íons em solução são pequenos múltiplos inteiros de uma carga unitária, a carga do íon de prata (ou do íon de hidrogênio). Essa grande descoberta foi feita por Faraday em 1833 e constitui a primeira evidência experimental da existência de uma carga elementar.

A menor carga levada por um íon eletrolítico, a carga do íon prata ou do íon hidrogênio, deve ser igual à carga elementar encontrada na experiência de Millikan, na seção 28-5. Há muitas razões para estarmos certos disso. Por exemplo, quando um íon eletrolítico de hidrogênio chega ao eletrodo negativo, numa solução eletrolítica, êle é neutralizado por um eléctron da platina; depois os átomos neutros de hidrogênio se combinam para formar gás hidrogênio que borbulha no eletrodo negativo. Como a platina fornece eléctrons comuns — não há outros, aliás — e como o gás hidrogênio libertado é igual a qualquer outro gás hidrogênio, os íons hidrogênio da solução devem ser os mesmos cuja massa medimos na Seção 29-2. Da mesma maneira que aquêles íons hidrogênio, êstes devem levar exatamente uma carga elementar positiva que pode ser neutralizada pela carga elementar negativa do eléctron.

No outro eletrodo da mesma cuba eletrolítica, íons negativos são neutralizados e são formadas moléculas neutras de um gás. A carga negativa de cada íon é retirada e levada embora por um eléctron comum.

Todos os íons, de qualquer espécie, que chegam aos eletrodos de qualquer cuba eletrolítica transformam-se em átomos ou moléculas neutras ao se combinarem com eléctrons do eletrodo de platina ou ao fornecerem eléctrons ao eletrodo. Portanto, tôdas as cargas iônicas devem ser múltiplas da carga elementar e, presumìvelmente a menor carga iônica é a mesma carga elementar detectada na experiência de Millikan.

Êsse tipo de evidência é razoàvelmente convincente. Não há motivo para imaginarmos que há dois tipos de cargas unitárias no Universo e, além disso, a carga unitária encontrada em experiências de eletrólise é perfeitamente compatível com a obtida em experiências de Millikan. Na próxima seção, teremos uma outra prova dessa conclusão e, no final dêste livro, teremos provas sobejas de que os átomos são constituídos por eléctrons e por partículas positivas que neutralizam exatamente os eléctrons. Como já sabemos que cada eléctron tem uma carga elementar negativa, segue-se que, qualquer coisa feita de átomos só pode

ser ou neutra ou carregada com um número inteiro de cargas elementares. Como tôdas as coisas, inclusive os íons, são feitas de átomos, concluimos que tôdas as cargas iônicas são múltiplas da carga elementar.

Atualmente sabemos que cada íon de hidrogênio ou prata tem uma carga elementar positiva, cada íon de cobre, duas cargas elementares positivas, e cada íon de alumínio, três cargas elementares positivas (na Fig. 29-11 estão indicadas também as cargas de alguns íons negativos). Podemos usar essa informação para medir a quantidade total de carga transportada numa cuba eletrolítica. Por exemplo, quando apenas hidrogênio chega ao eletrodo negativo, o número de cargas elementares transportadas é igual ao número de íons hidrogênio que chegam. Conseqüentemente, medindo a massa do hidrogênio libertado, e dividindo pela massa de um átomo, encontramos o número de cargas elementares.

Podemos usar método semelhante para medir corrente. Por exemplo, colocando num circuito uma cuba eletrolítica que contenha íons de prata e medindo a quantidade de prata depositada por segundo, podemos medir a corrente elétrica *em cargas elementares por segundo*. Como cada átomo de prata depositado transportou uma carga elementar, a cuba eletrolítica funciona como um medidor de corrente. De fato, cubas eletrolíticas em que se deposita prata são freqüentemente usadas como padrões para medir correntes. Entretanto, geralmente é mais cômodo usar outro tipo de medidor. Podemos usar qualquer dispositivo que responda diferentemente e reproduzìvelmente a diferentes correntes, mas precisamos calibrar pelo menos um dêsses outros medidores. Para calibrar qualquer outro medidor, nós o colocamos em série com a cuba eletrolítica. Como, nesse caso, a mesma corrente passa por ambos os medidores, podemos marcar na escala dêsse outro medir o valor da corrente, em cargas elementares por segundo, medida pela deposição de prata na cuba eletrolítica.

29 — 5. Provas experimentais: Transporte de Energia, Fôrça Elétrica, Cargas Elementares.

Na Seção 29-1, usamos uma fôrça elétrica conhecida, F, para acelerar íons num percurso d. Os íons partiam do repouso e adquiriam a velocidade final v. Usamos a relação

$$Fd = \frac{1}{2} m v^2$$

para predizer sua energia cinética final. Agora que podemos medir uma corrente elétrica, ou a carga total transportada, em termos de cargas elementares, podemos fazer uma experiência que mostra que Fd prediz corretamente a energia cinética $\frac{1}{2} m v^2$ adquirida pelos íons.

Para essa experiência usamos eléctrons emitidos por um fio aquecido. Nós os aceleramos num campo elétrico conhecido entre duas placas metálicas paralelas, como fizemos para medir a massa de um eléctron nas Seções 29-1 e 29-2. Os eléctrons partem da placa negativa, são acelerados, chocam-se contra a placa positiva e perdem sua energia cinética. Essa energia é transformada em energia térmica, e a placa se aquece. Usando correntes suficientemente intensas, a temperatura da placa pode se elevar apreciàvelmente em poucos segundos. Medindo essa elevação de temperatura, podemos determinar a quantidade de energia transferida. Medindo a corrente, podemos determinar o número de cargas elementares. Assim, obtemos a energia cinética por carga elementar. Os resultados dessas experiências confirmam nossa previsão de que a energia cinética por carga elementar é igual à fôrça elétrica F que age sôbre a carga elementar, multiplicada pela distância d ao longo da qual a carga é acelerada.

Pode parecer desnecessária essa verificação de que Fd dá a energia cinética. De fato, não há surpresa alguma nesse resultado, mas dêle podemos tirar duas conclusões valiosas: em primeiro lugar, quando calculamos o trabalho Fd que mede a energia cinética adquirida pelos eléctrons em movimento, usamos a fôrça F por carga elementar que já haviamos medido usando cargas elementares em repouso ou em movimento lento na micro-micro-balança da Seção 28-4. Até agora admitimos sem nenhuma evidência experimental que essa mesma fôrça age sôbre cargas elementares em movimento muito rápido. A experiência que acabamos de descrever mostra que a fôrça elétrica que age sôbre uma carga em movimento é, de fato, independente de sua

velocidade. Como os eléctrons acelerados entre as placas paralelas carregadas por três baterias atingem a velocidade de 10^7 m/s, vemos que a fôrça elétrica sôbre uma carga elementar é a mesma entre a velocidade zero e essa enorme velocidade.

Em segundo lugar, essas experiências mostram que a carga unitária encontrada nas experiências de eletrólise é a mesma encontrada na experiência de Millikan. Medimos as correntes com medidores calibrados por comparação com cubas eletrolíticas. O número de cargas que perdem sua energia cinética na placa positiva, transformando-a em calor, é dado, portanto, como o número de cargas eletrolíticas unitárias. Conseqüentemente, nossas experiências medem a energia cinética por carga eletrolítica unitária. Por outro lado, predissemos a energia cinética em termos da fôrça na experiência de Millikan. Conseqüentemente a energia cinética predita é a energia cinética por carga elementar de Millikan. A concordância entre o valor predito e o resultado experimental mostra que a carga unitária eletrolítica e a carga elementar encontrada na experiência de Millikan só podem ser a mesma. Só há uma carga elétrica elementar.

As medidas discutidas nessa seção foram feitas em 1897 por J. J Thomson. Quando êle determinou a massa por carga elementar do eléctron, fez aquelas medidas da energia cinética por carga elementar num feixe de eléctrons em movimento. Depois, para completar a determinação da massa, fez outra experiência: mediu o movimento sob a ação de uma fôrça conhecida. Embora diferente nos detalhes, trata-se de uma experiência equivalente à que foi descrita na Seção 29-2, na qual foi medida a velocidade dos eléctrons. Na realidade, Thomson mediu a quantidade de movimento mv, dos eléctrons e, depois, calculou m e v a partir dos valores conhecidos de mv e da energia cinética $\frac{1}{2} m v^2$. No próximo capítulo, estudaremos o método por êle usado nessa experiência.

29 — 6. Baterias como Fontes de Energia; Energia Fornecida por Carga Elementar.

Nas seções anteriores, dicutimos o sentido da corrente elétrica e sua intensidade. Vimos também que há uma transferência de energia para as cargas elétricas e que essa energia pode ser delas retirada sob a forma de energia térmica. Na realidade não há corrente elétrica sem alguma transferência de energia

Evidentemente, os detalhes do fluxo de energia num circuito são às vêzes complicados. O campo elétrico funciona como um meio através do qual as cargas recebem energia no circuito externo e, dentro da bateria, as partículas carregadas são movidas contra as fôrças elétricas das cargas que já estão nos terminais. Na parte restante dêste capítulo, consideraremos os campos elétricos e a energia em maior detalhe. Apesar de, para muitos circuitos, não ser prático estabelecer a configuração exata do campo elétrico, chegaremos a uma compreensão geral a respeito do fluxo de energia em todos os tipos de circuito.

Até aqui, neste capítulo, usamos baterias como fonte da energia que seria dissipada sob forma de energia térmica no resto do circuito. Que quantidade de energia fornece uma bateria e de que depende essa quantidade? Veremos que uma bateria, que usa energia química para fornecer energia elétrica, em geral fornece a mesma quantidade de energia para cada carga elementar.

Considere, por exemplo, a energia fornecida pela bateria a cada carga elementar num feixe de íons acelerados entre duas placas paralelas. No Capítulo 28 aprendemos que o campo elétrico entre as duas placas é uniforme, e, com a bateria ligada, a intensidade da fôrça é inversamente proporcional à distância entre as placas. Portanto, o produto da fôrça que age sôbre uma carga elementar pela distância entre as placas é constante. Como acabamos de ver na Seção 29-5, êsse produto dá a energia transferida à carga. De qualquer maneira que alteremos a distância entre as placas, o valor, daquele produto não se altera e a energia fornecida pel abateria a cada carga elementar é sempre a mesma. Com uma bateria de 270 V como a usada na experiência de Millikan, o produto da fôrça pela distância entre as placas é igual a

$4{,}34 \times 10^{-17}$ joules por carga elementar.

Com efeito,

$(1{,}4 \times 10^{-14}$ newtons/carga elem.$) \times (3{,}1 \times 10^{-3}$ m$) = 4{,}34 \times 10^{-17}$ joules/carga elem.

ou

$(0{,}7 \times 10^{-14}$ newtons/carga elem.$) \times (6{,}2 \times 10^{-3}$ m$) = 4{,}34 \times 10^{-17}$ joules/carga elem.

ou qualquer outro produto de fôrça por distância.

Além de modificar a distância entre as placas, podemos modificar a área das placas — a fôrça elétrica sôbre uma carga elementar não se modifica e, como suspeitávamos, a energia fornecida a cada íon não muda. A bateria movimenta maior número de cargas enquanto, inicialmente, está carregando as placas, mas isso não tem influência sôbre a energia fornecida por carga elementar em movimento entre as placas.

A energia fornecida por carga elementar não depende da intensidade da corrente. Usando uma fonte maior de íons de hidrogênio ou um filamento que liberte maior número de eléctrons quando aquecido, podemos aumentar a corrente nas experiências anteriores. A energia fornecida pela bateria a cada carga elementar não muda (mais adiante teremos outras provas de que a energia por carga elementar não depende da intensidade da corrente).

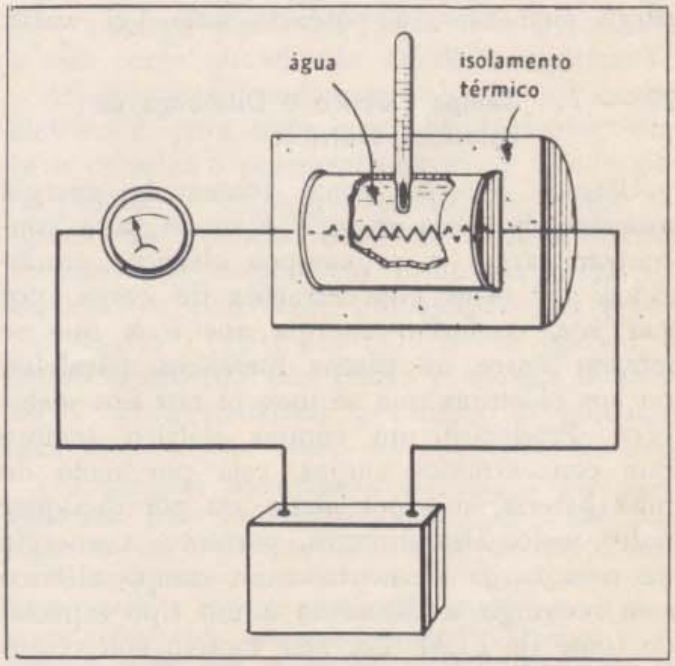
Usamos as correntes de íons porque são fáceis de entender, mas elas não são essenciais para o resultado obtido. Se ligarmos em série um medidor de corrente e um fio de alta resistência entre os terminais de uma bateria, poderemos medir o número de cargas elementares que passam por qualquer ponto do circuito durante determinado tempo. Num circuito dêsse tipo, pràticamente tôda a energia que as cargas em movimento retiram do campo elétrico é transformada imediatamente em calor no fio de alta resistência. Medindo a quantidade de calor dissipada no fio, podemos calcular a energia fornecida pela bateria a cada carga elementar (Fig. 29-12). Verificamos que a energia fornecida por carga elementar nesse circuito é igual à fornecida num feixe de íons entre duas placas metálicas paralelas.

Tôdas essas experiências indicam que uma bateria é um dispositivo que fornece uma quantidade definida de energia por carga elementar. Em particular, uma bateria de 270 V fornece $4{,}34 \times 10^{-17}$ joules por carga elementar. A energia fornecida por carga elementar é chamada Fôrça Eletro-Motriz (FEM) da bateria. Trata-se de uma designação antiquada e imprópria, pois, na realidade, refere-se a *energia* e não a *fôrça*. Usaremos o símbolo $\mathcal{E}$ para indicar a FEM.

Suponha que tomemos três baterias idênticas, cada uma delas com FEM de $4{,}34 \times 10^{-17}$ joules / carga elem. Se as colocarmos em série num circuito, cada uma fornecerá $4{,}34 \times 10^{-17}$ joules/carga elem. A FEM total, isto é, a energia total fornecida a cada carga elementar pelas três baterias, deverá ser, portanto:

$3 \times 4{,}34 \times 10^{-17}$ joules/carga elem. $=$
$= 1{,}30 \times 10^{-16}$ joules/carga elem.

Isto é exatamente o que encontramos e é exatamente o que esperávamos com base nas experiência com baterias em série mencionadas na Seção 28-6. Lá, quando ligamos em série 100 baterias de 270 V para fazer uma grande balança elétrica, aumentamos a fôrça em proporção ao número de baterias.



29-12 — Podemos medir a energia dissipada como calor num resistor utilizando a elevação de temperatura da água que circunda o fio. Como o amperímetro indica o número de cargas elementares que passam por segundo, podemos calcular a energia fornecida pela bateria a cada carga elementar.

Conseqüentemente, as baterias também forneciam energia em proporção ao seu número.

Agora podemos responder à pergunta sôbre que quantidade de energia uma bateria fornece a um circuito elétrico. Essa energia é exatamente o produto de $\mathcal{E}$, a FEM da bateria, pelo número q de cargas elementares transportadas.

$q\,\mathcal{E}$ = quantidade de carga (n.º de cargas elem.) × fôrça eletromotriz (em joules/carga elem.) = energia (em joules).

Se não há transporte de carga, a bateria não fornece energia. Se há uma corrente I, a bateria fornece energia com a seguinte velocidade:

$I\,\mathcal{E}$ = quantidade de carga por unidade de tempo (n.º de cargas elem./s) × fôrça eletro-motriz (em joules/carga elem) = energia por unidade de tempo (em joules/s).

Essa grandeza (energia fornecida por unidade de tempo) é conhecida como a *potência* fornecida. A unidade de potência (1 joule/s) é chamada watt (w) em romenagem a James Watt, o inventor da máquina a vapor. Em outras palavras, a última equação diz que, quando medimos a corrente em cargas elementares por segundo e a FEM em joules por carga elementar, a potência vale $I\,\mathcal{E}$ watts.

29 — 7. Campo Elétrico e Diferença de Potencial Elétrico.

Usamos baterias como fontes de energia armazenada. Essa energia é usada para concentrar cargas e os campos elétricos produzidos por essas concentrações de carga, por sua vez, conferem energia aos íons que se movem entre as placas metálicas paralelas, ou aos eléctrons que se movem nos fios metálicos. Produz-se um campo elétrico sempre que concentramos cargas, seja por meio de uma bateria, seja por atrito, ou por qualquer outro meio. Discutiremos, portanto, a energia de uma carga elementar num campo elétrico sem restringir a discussão a um tipo especial de fonte de FEM. Por êsse motivo voltaremos ao campo elétrico.

Na Seção 28-3, discutimos o campo elétrico produzido por uma distribuição fixa de cargas. Em imaginação, colocamos uma outra carga, sucessivamente, em vários pontos do espaço e medimos ou calculamos a fôrça que atuaria sôbre ela em cada ponto.

A intensidade, a direção e o sentido da fôrça elétrica em qualquer ponto depende tanto da distribuição das cargas que exercem a fôrça quanto da grandeza e do sinal da carga sôbre a qual age a fôrça. Definimos o campo elétrico E como a fôrça elétrica por carga elementar positiva. Portanto, a fôrça F que age sôbre um objeto que tem q cargas elementares vale $F = q\,E$ e a unidade de campo elétrico é *newtons por carga elementar*.

Considere um exemplo simples: o campo elétrico em tôrno de q_1 cargas elementares localizadas num ponto fixo. À distância r dêsse ponto, a lei de Coulomb nos diz que a intensidade da fôrça sôbre uma única carga elementar positiva é $k\,q_1/r^2$ e que a fôrça está dirigida para fora da carga q_1 segundo a linha que une q_1 e a carga unitária. O campo elétrico E é, portanto, representado por vetores de módulo $k\,q_1/r^2$ e dirigidos para fora de q_1. Esta expressão nos dá o campo elétrico em qualquer ponto do espaço, quer haja uma carga elementar positiva nesse ponto, quer não.

Suponha, agora, que coloquemos um objeto com q cargas elementares positivas a uma distância r de carga q_1. Para achar a fôrça que age sôbre êle, devemos multiplicar o campo elétrico por q. Multiplicando q pela intensidade do campo, obtemos a intensidade da fôrça: $F = k\,q_1\,q/r^2$. Como o sentido do campo é para fora de q_1, a mesma coisa acontece com a fôrça.

Como você pode ver, o campo elétrico é apenas uma ajuda que nos permite dizer qual será a fôrça sôbre qualquer carga q colocada em qualquer posição. Se o campo elétrico é produzido por várias cargas localizadas em pontos diferentes, devemos aplicar a lei de Coulomb e a adição vetorial para achar a fôrça exercida por tôdas as cargas sôbre a carga q.

Embora o campo elétrico não contenha nenhuma informação nova, êle é de grande conveniência. As vêzes podemos obtê-lo sem entrar nos detalhes do cálculo da fôrça a partir da posição e da grandeza das cargas. Mais adiante veremos que o campo tem ainda maior importância. Por exemplo, no Capítulo 31, descobriremos campos elétricos produzidos por outro processo.

Introduzimos aqui a noção de campo elétrico para discutir a energia de uma carga elementar em movimento. Para o caso simples de uma carga elementar movendo-se de um ponto a outro perto da carga q_1, já sabemos muita coisa a respeito da energia, porque o campo da fôrça de Coulomb tem exatamente a mesma forma que o campo gravitacional estudado na Seção 25-4. Vimos que duas massas se atraem com a fôrça gravitacional

$$F = - G \frac{m_1 \, m_2}{r^2}$$

e têm uma energia potencial gravitacional

$$U_g = - G \frac{m_1 \, m_2}{r}$$

O zero de energia potencial é escolhido à distância infinita e o sinal menos indica, portanto, que essa energia potencial é negativa a qualquer distância finita r. A energia potencial é negativa porque as massas se atraem, como está indicado pelo sinal menos na equação da fôrça.

Sabemos que dois objetos carregados interagem com a fôrça elétrica

$$F = k \frac{q_1 \, q_2}{r}$$

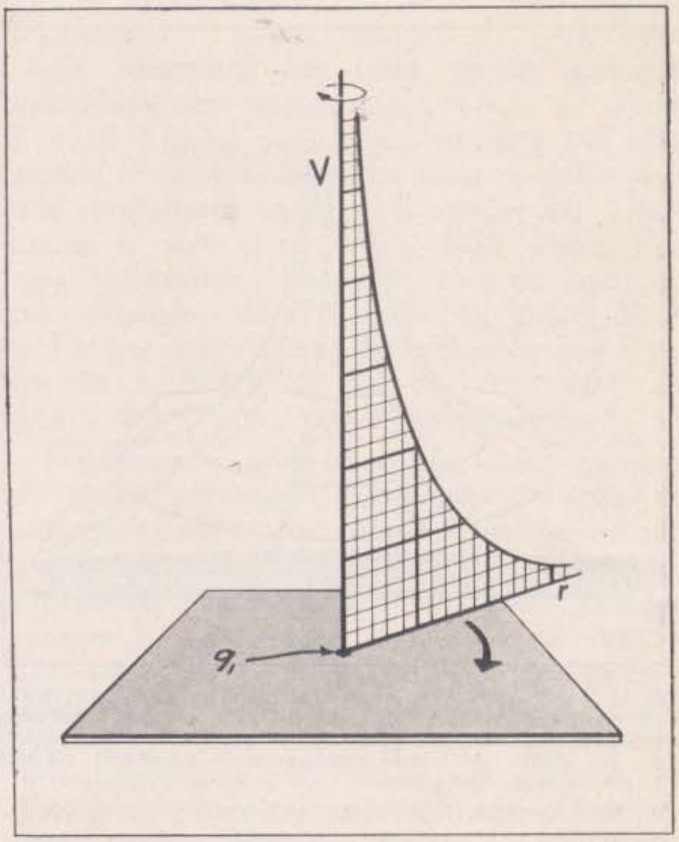
Portanto, anàlogamente, têm uma energia potencial elétrica

$$U_e = k \frac{q_1 \, q_2}{r}$$

Não há sinais negativos nessas expressões porque cargas de mesmo sinal repelem-se em vez de se atrairem como as massas gravitacionais. A energia potecial de duas cargas de mesmo sinal, que foi tomada como zero a uma distância infinita, terá um valor positivo para qualquer valor finito de r.

Em particular, quando q_2 é uma única carga elementar positiva ($q_2 = 1$), a energia potencial elétrica é $k \, q_1/r$. Chamaremos a essa energia potencial *por carga elementar* de "*potencial elétrico* V à distância r" ou de "queda de potencial entre r e o ifinito." Se a carga elementar move-se de r ao infinito, sob a influência da fôrça de Coulomb apenas, ela ganha energia cinética igual a

$$V = \frac{k \, q_1}{r}$$

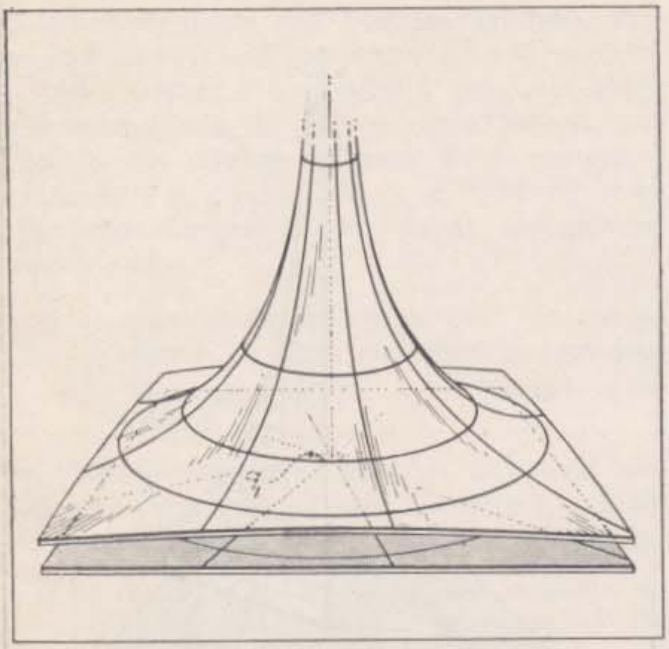


29-13 — Gráfico do potencial elétrico V em função da distância r à carga.

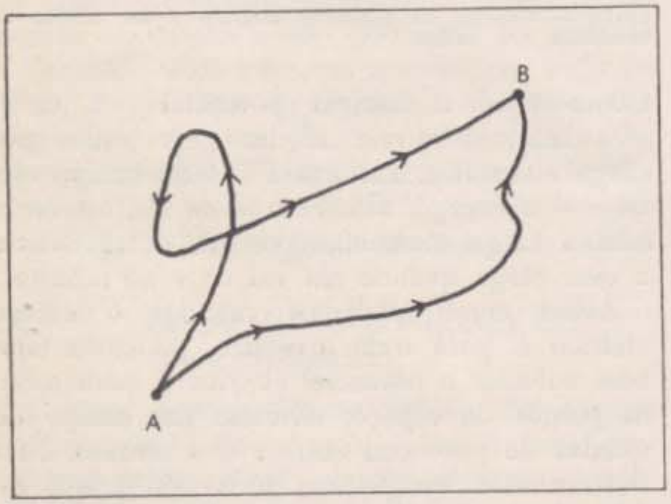
Como V é a energia potencial por carga elementar, deve ser medido em joules por carga elementar. Êle é a FEM do campo elétrico — a energia armazenada na sua interação com a carga elementar positiva e transferida a essa carga quando ela vai de r ao infinito.°

Assim como podemos calcular o campo elétrico E para todo o espaço, podemos também calcular o potencial elétrico V para todos os pontos do espaço, obtendo um campo de quedas de potencial entre r e o infinito. Para ilustrar êsse campo em tôrno da carga q_1, começamos por fazer um gráfico de V em função de r (Fig. 29-13). Nesse gráfico, a altura acima de um ponto r mostra o valor de V. Para visualizar o campo do potencial

(°) Qualquer transferência de energia por carga elementar pode ser chamada FEM. A FEM pode surgir de um decréscimo de energia potencial elétrica, como neste exemplo, mas pode vir de alguma outra fonte, como a energia armazenada numa bateria ou a energia fornecida por um gerador. Usaremos a expressão *queda de pontencial* quando desejamos salientar que estamos tratando de um decréscimo de energia potencial elétrica relacionada com uma mudança de posição de uma carga elementar.



29-14 — Se girarmos o gráfico da Fig. 29-13 em tôrno de um eixo vertical que passe pela carga, obteremos uma "colina" de potencial. A altura da "colina" acima de um ponto do plano representa o potencial elétrico naquele ponto do plano.



29-15 — Quando deslocamos uma carga elementar positiva do ponto *A* ao ponto *B* no campo elétrico produzido por cargas fixas, a energia transferida à carga elementar não depende do caminho escolhido.

elétrico em todos os pontos de um plano que passa pela carga q_1, giramos o gráfico em tôrno de um eixo perpendicular àquele plano e que passe por $r = 0$. Em outras palavras, nós o giramos em tôrno da posição da carga q_1. À medida que gira, o gráfico gera uma "colina" de potencial cuja altura acima de qualquer ponto no plano representa o potencial nesse ponto. A "colina" de potencial para um plano que passa por uma carga pontual está indicada na Fig. 29-14. Ela será muito útil quando discutirmos, no Capítulo 32, o movimento de uma partícula carregada no campo coulombiano de outra.

As diferenças de potenciais elétricos no campo de uma carga q_1 servem para introduzir a idéia geral de diferença de potencial elétrico. Em vez do campo elétrico de q_1, consideremos o campo elétrico produzido por um número qualquer de cargas fixas em posições definidas. Suponha que movemos uma carga elementar positiva de um ponto *A* até um ponto *B* nesse campo (Fig. 29-15). Durante êsse movimento, o campo elétrico transfere para a carga a energia *V*. E mais: essa energia *V* é sempre a mesma qualquer que seja o caminho escolhido entre *A* e *B*. O caminho não faz diferença porque a fôrça elétrica depende apenas das distâncias entre as cargas. Como vimos nos Capítulos 24 e 25, quando as fôrças dependem apenas da posição, há uma energia potencial; e variamos essa energia potencial da mesma quantidade sempre que a posição inicial e a final são as mesmas. Mudando a posição da carga elementar positiva, estamos, portanto, fazendo variar a energia potencial elétrica entre dois valores que depedem apenas das posições *A* e *B*. A energia *V* mede a transferência dessa energia potencial elétrica. A transferência de energia que se dá quando movemos uma carga elementar é o que designamos, de maneira geral, por diferença de potencial elétrico.

Por exemplo, na experiência de Millikan, quando a carga elementar positiva ia da placa positiva para a negativa (ligadas à bateria de 270 V), vimos que a energia transferida àquela carga era de $4{,}34 \times 10^{-17}$ joules. Conseqüentemente a diferença de potencial elétrico entre as placas era de $4{,}34 \times 10^{-17}$ joules/carga elem. O potencial elétrico *se eleva* de $4{,}34 \times 10^{-17}$ joules/carga elem. quando se vai *da placa negativa para a positiva*, e devemos fornecer essa energia por carga elementar para forçar cargas positivas a se moverem nesse sentido. Por outro lado, o potencial elétrico *cai* daquela mesma quantidade quando se vai *da placa positiva para a negativa* e o campo transfere $4{,}34 \times 10^{-17}$ joules a cada carga elementar positiva que se move da placa positiva para a negativa.

29 — 8. Baterias, Volts e Ampères.

Na Seção 29-6, obtivemos algumas evidências de que as baterias fornecem quantidades definidas de energia por carga elementar, mas não vimos porque ou como a bateria mantém uma FEM constante. Embora não pretendamos entrar aqui numa explicação detalhada, tentaremos dar uma idéia simplificada sôbre como isso ocorre.

As baterias são formadas ligando-se em série um grande número de células eletroquímicas. Em cada uma dessas células, as cargas são forçadas em direção aos terminais, contra as fôras elétricas repulsivas das cargas que já estão nos terminais. Portanto, a energia potencial das cargas é aumentada. Esse aumento da energia potencial das cargas nos terminais é fornecido pela energia química libertada nas reações químicas entre os constituintes da célula. Em cada reação química, a energia potencial química é reduzida de uma certa quantidade. Essa quantidade de energia é usada para movimentar átomos ou íons através da célula, fazendo um certo número de cargas elementares subirem as "colinas" de potencial, nos terminais. Portanto a célula fornece uma quantidade fixa de energia por carga elementar. Uma bateria fornece uma quantidade de energia por carga elementar diretamente proporcional ao número de células eletroquímicas que a constituem.

Enquanto a composição química e as posições dos constituintes permanecem substancialmente as mesmas nas células, tôdas as reações químicas permanecem iguais umas às outras. Por isso, mantem-se constante a FEM. Depois de já ter sido transferida uma grande quantidade de carga, muitas reações químicas já ocorreram e a composição da célula foi alterada.

Então, não se passam mais as mesmas reações e os mesmos íons não percorrem mais as mesmas distâncias. A FEM decai e dizemos que a bateria está gasta. Em algumas células, obrigando uma corrente elétrica a passar em sentido contrário, podemos inverter as reções químicas, recarregando a bateria. A expressão "recarregar" significa restaurar a energia química. Não modificamos a carga elétrica da bateria.

As reações que se dão nos diferentes tipos de células eletroquímicas transferem aproximadamente o mesmo número de joules por carga elementar em cada reação química individual; em muitos casos, cêrca de 1 ou 2×10^{-19} joules por carga elementar. Por êsse motivo, é conveniente usar uma unidade prática comumente usada é chamada *volt*. Definimos o volt como $1{,}6 \times 10^{-19}$ *joules por carga elementar*. Uma pilha sêca de lanterna, por exemplo, dá 1,5 volts ou $2{,}4 \times 10^{-19}$ joules por carga elementar; sabemos que uma bateria de 270 V dá $270 \times 1{,}6 \times 10^{-19} = 4{,}34 \times 10^{-17}$ joules por carga elementar.°

Definimos o volt como um certo número de joules por carga elementar. Portanto, se quisermos medir o número de volts fornecidos por determinada bateria, devemos fazer uma experiência usando essa bateria para fornecer energia a um número conhecido de cargas. Entretanto, basta fazer isso uma vez porque podemos conservar como padrão nossa bateria calibrada, da mesma maneira como guardamos uma boa régua para usá-la em medidas de distâncias. (Receitas para fabricar pilhas padrão, como a pilha de Weston, por exemplo, são encontradas em tratados de eletricidade).

O uso do volt como unidade de FEM mostrar-se-á útil não apenas no trabalho prático com células eletro-químicas e baterias, mas também no estudo da estrutura fundamental dos átomos. As reações químicas que transferem alguns poucos volts — algumas poucas vêzes $1{,}6 \times 10^{-19}$ joules por carga elementar — são re-arranjos da estrutra dos átomos e moléculas. A energia necessária para arrancar um eléctron ou para levá-lo de um átomo a outro é, portanto, aproximadamente, um volt vêzes uma carga elementar. Por êsse motivo os físicos em geral medem energias em eléctron-volts (eV). Trata-se de parcelas de $1{,}6 \times 10^{-19}$ joules exatamente do tamanho conveniente para medir as energias das reações químicas individuais ou as energias necessárias para ionizar átomos individuais. No quadro da pg. 76, calculamos por alto a energia necessária para ionizar um átomo e você pode ver que se trata de um número razoável de eléctron-volts.

(°) Definimos o volt como $1{,}6 \times 10^{-19}$ joules por carga elementar. Freqüentemente a unidade prática de corrente é definida primeiro, e o volt é definido em termos da unidade de corrente. Como veremos depois, as definições concordam entre si.

Escolhemos nossa unidade básica de FEM, o joule por carga elementar, de maneira que, sendo a carga medida em número de cargas elementares, $q\,E$ dê a energia em joules. Desejaríamos continuar a medir a energia em joules mesmo quando usarmos para a FEM a unidade prática, o volt (ou $1{,}6 \times 10^{-19}$ joules/carga elem.). Introduzimos, então uma nova unidade de carga. Escolhemos essa nova unidade, o coulomb, de maneira que um coulomb vêzes a FEM de um volt dê um joule.

$$(1 \text{ coulomb}) \times (1 \text{ volt}) = 1 \text{ joule}$$

Como 1 volt é igual a $1{,}6 \times 10^{-19}$ joules/carga elem., temos:

$$(1 \text{ coulomb}) \times (1{,}6 \times 10^{-19} \text{ joules/carga elem.}) = 1 \text{ joule}$$

Conseqüentemente:

$$1 \text{ coulomb} = \frac{1 \text{ joule}}{1{,}6 \times 10^{-19} \text{ joules/carga elem.}} =$$

$$= 6{,}25 \times 10^{18} \text{ cargas elem.}$$

A unidade de corrente que acompanha essa unidade de carga é chamada *ampère*. Um ampère é um fluxo de carga de um coulomb por segundo. Portanto

$$1 \text{ ampère} = 6{,}25 \times 10^{18} \text{ cargas elem./s.}$$

Quando lidamos com lâmpadas ou ferros elétricos, o ampère é uma unidade de corrente mais conveniente do que a unidade básica de corrente (1 carga elem./s). A corrente em uma lâmpada comum é de 1 ampère aproximadamente. Seria incômodo dizer que a corrente na lâmpada é de aproximadamente 10^{19} cargas elem./s. Muitos medidores de corrente estão calibrados em ampères, isto é, em unidades de $6{,}25 \times 10^{18}$ cargas elementares por segundo. O nome comum para medidor de corrente é "amperímetro".

O volt e o ampère foram escolhidos de maneira a cobinarem um com o outro da mesma maneira que o joule por carga elementar combina com a corrente medida em cargas elementares por segundo.

Em outras palavras, quando a corrente é medida em cargas elementares por segundo e

VOLTS E ATÓMOS

Calculando a energia potencial elétrica de um eléctron situado na parte externa de um átomo, veremos que o volt ($1{,}6 \times 10^{-19}$ *joules por carga elementar*) e o eléctron-volt ($1{,}6 \times 10^{-19}$ *joules*) são do tamanho correto para problemas atômicos. Como os átomos são neutros, aquele eléctron deve estar sujeito à fôrça exercida por uma carga elementar positiva situada a uma distância equivalente a um raio atômico. No caso do hidrogênio, trata-se da fôrça exercida pelo próton. Sabemos que as dimensões atômicas são da ordem de 1 Å, ou seja, 10^{-10} m. Como se trata de cargas de sinais opostos e cada uma delas é 1 carga elementar, a energia potencial elétrica vale:

$$U_e = k\,\frac{q_1\,q_2}{r} = \frac{\left(2{,}3 \times 10^{-28}\ \frac{\text{newton} \times \text{m}^2}{\text{carga elem.}}\right) \times (1 \text{ carga elem.}) \times (-1 \text{ carga elem.})}{10^{-10} \text{ m}} =$$

$$= 2{,}3 \times 10^{-18} \text{ joules.}$$

Talvez a energia do eléctron não se reduza apenas a essa. Por exemplo, num modêlo planetário, como vimos no Capítulo 25, a energia cinética do eléctron vale a metade da energia potencial e é positiva. Mas, de qualquer forma, essa energia potencial elétrica nos dá uma idéia da ordem de grandeza da energia que devemos fornecer para arrancar o eléctron do átomo. Portanto, a energia de ligação ou de ionização de um átomo é da ordem de 10^{-18} joules. Como 1 eléctron-volt vale $1{,}6 \times 10^{-19}$ joules, a energia de ligação vale aproximadamente 6 eV. A quantidade exata de energia necessária para ionizar um átomo depende do tipo de átomo; varia entre 2 e 20 eV. Isso indica que as fôrças elétricas que mantêm o átomo unido são responsáveis pela energia necessária para re-arrumar ou afastar as partículas elétricas de que êle é feito.

a FEM em joules por carga elementar, a potência $I\mathcal{E}$ é obtida em watts. Exatamente da mesma maneira, se medimos a corrente em ampères (coulomb por segundo) e a FEM em volts (joules por coulomb), a potência $I\mathcal{E}$ é obtida em watts. As unidades práticas combinam entre si da mesma maneira que as unidades naturais porque escolhemos o coulomb de tal maneira que, se uma carga de 1 coulomb percorre a diferença de potencial de 1 volt, a energia transferida é de 1 joule.

Motores, lâmpadas e outros aparelhos elétricos são projetados de maneira a usar a energia com determinada velocidade. Em geral está especificada a potência, que é a energia que êles consomem por unidade de tempo, e também a voltagem para a qual êles consumirão aquela potência. A partir da potência e da voltagem, você pode determinar a corrente que êles usarão. Por exemplo, uma lâmpada de 60 watts e 110 volts usará uma corrente de $\frac{60}{110} = 0{,}545$ ampères quando ligada a uma diferença de potencial de 110 volts.

Embora o volt e o ampère sejam unidades convenientes de FEM e de corrente, o coulomb é uma unidade de carga extremamente grande. Se duas cargas de 1 c são colocadas a 1 m de distância, a fôrça entre elas será de dez bilhões de newtons. Por isso, quando lidamos com fôrças entre cargas, é mais conveniente usar o micro-coulomb (10^{-6} coulombs). Uma bola de borracha atritada com a manga de lã de sua roupa talvez adquira uma carga de alguns décimos de micro-coulomb.

29 — 9. Resumo.

Até aqui, neste capítulo, consideramos cargas que se movem e a energia que é transferida sob a influência das mesmas fôrças de Coulomb que atuam sôbre cargas em repouso. Na Seção 29-5, vimos que, enquanto as cargas *que exercem* as fôrças estão em repouso, a fôrça elétrica sôbre uma carga em movimento é a mesma que a fôrça sôbre uma carga em repouso. Pelo fato da fôrça de Coulomb depender apenas da distância entre as cargas, há uma energia potencial elétrica bem definida.

Excetuando as fôrças exercidas por baterias e geradores, usamos, neste capítulo, apenas as fôrças que havíamos estudado no capítulo anterior. Mas restam dois problemas relacionados com as fôrças: 1.º) O que podemos dizer sôbre as fôrças que empurram as cargas dentro das baterias e geradores contra a repulsão coulombiana das cargas que já estão acumuladas nos terminais? 2.º) O que acontece quando uma carga que exerce fôrças sôbre outra está, ela mesma, em movimento?

No próximo capítulo veremos que a lei de Coulomb não descreve adequadamente a fôrça entre duas cargas quando ambas estão em movimento. Veremos que aparece uma nova fôrça — uma fôrça que depende do movimento e que é de grande importância prática pois é ela que movimenta a maior parte de nossa maquinaria elétrica. Além disso, como veremos no Capítulo 31, é essa fôrça a responsável pela FEM dos geradores elétricos. Restarão as fôrças que originam a FEM das baterias. Como dissemos atrás, sua explicação só pode ser dada em termos das transferências de energia que ocorrem nas reações químicas. Em outras palavras, a energia fornecida pelas baterias só pode ser entendida quando indagamos o que acontece dentro dos átomos. No último capítulo dêste livro começaremos a examinar a energia interna dos átomos.

Na segunda metade dêste capítulo, vamos considerar mais detalhadamente o fluxo de energia e a corrente elétrica. Vamos nos preocupar sobretudo com a aplicação dessas idéias aos circuitos elétricos.

PARA CASA, CLASSE E LABORATÓRIO

1. Duas grandes placas metálicas paralelas estão colocadas num tubo de vácuo separadas pela distância de 6,2 cm e ligadas a uma bateria de 180 V. Um íon de oxigênio duplamente carregado parte do repouso na suprefie de um dos pratos e é acelerado até o outro.

   (a) Com que energia cinética $\frac{1}{2} m v^2$ cl.oca-se o íon com a outra placa?

(b) Se o íon parte da metade do caminho entre as duas placas, com que energia cinética atinge êle a placa negativa?

2. (a) Nas experiências com a micro-micro-balança da Seção 28-4, qual o trabalho realizado pela fôrça elétrica sôbre a esfera padrão carregada enquanto ela se deslocava de 2 mm para cima em 10,6 segundos?

(b) Em que formas de energia transformou-se êsse trabalho e que quantidade de energia passou para cada uma dessas formas?

3. Numa experiência de tempo de vôo semelhante à que foi descrita no quadro da pg.62, você ajustou o circuito de varredura do osciló grafo de maneira que o feixe percorresse tôda a largura da tela em 0,5 s. O comprimento total do traço efetuado durante êsse tempo é 10 cm. Os pontos de contacto na calha em que rola a bolinha estão separados pela distância de 1,2 m. Se os picos aparecem no oscilógrafo separados por 8,0 cm, qual a velocidade da bola?

4. Usando o dispositivo descrito na Seção 29-2, você realiza uma experiência para medir a massa do íon de césio. A fonte de íons de hidrogênio é substituida por uma de íons de césio e conserva-se o mesmo campo elétrico produzido pela bateria de 90 V.

(a) Qual a energia $\frac{1}{2} mv^2$ por carga elementar com que os íons de césio percorrem a câmara longa?

(b) O tempo de vôo dos íons de césio através da câmara longa (0,50 m) é de 43,6 μs aproximadamente. Qual é a velocidade dos íons?

(c) Qual é a massa do íon de césio admitindo que êle tem apenas uma carga elementar? E qual é a massa admitindo que êle tem duas cargas?

5. No dispositivo usado para medir a massa do íon positivo de hidrogênio (o próton) na Seção 29-2, você usa uma fonte de hidrogênio pesado e observa um pico que corresponde aos íons chegando com um tempo de vôo equivalente a 1,4 vêzes o tempo habitual para íons positivos de hidrogênio.

(a) Qual é a massa dêsses íons se êles têm apenas uma carga?

(b) Se têm duas cargas?

(c) Poderiam êles ser íons de hélio com uma carga? Ou íons de hélio com duas cargas?

Lembre-se que a massa de um átomo de hélio é igual a 4 unidades de massa atômica e a massa do átomo de hidrogênio é 1 u.m.a.

6. Você ioniza certa quantidade de gás entre duas placas metálicas paralelas, formando números iguais de íons positivos e negativos em qualquer pequeno volume entre as placas. Uma bateria e um medidor de corrente estão ligados em série com as placas e o circuito está sendo percorrido por uma corrente constante. A placa positiva está à esquerda e a negativa à direita.

(a) Em que sentido espera você que a corrente elétrica passe entre as placas?

(b) Se o medidor de corrente indica 10^{16} cargas elementares por segundo, quantas cargas elementares positivas são transportadas por segundo pelos íons que chegam à placa negativa?

(c) Quantas cargas elementares negativas chegam por segundo à placa positiva?

(d) Em um segundo, quantos íons positivos atravessam da esquerda para a direita um plano situado a meio caminho entre as placas?

7. Uma corrente elétrica constante passa através de uma célula eletrolítica de ácido clorídrico diluido, durante bastante tempo. Durante 10 minutos coletamos o gás hidrogênio que borbulha no eletrodo negativo. À temperatura ambiente e à pressão atmosférica, o gás recolhido ocupa o volume de 148 cm^3. Lembre-se de que cada molécula de hidrogênio tem dois átomos de hidrogênio e de que 1 mol ocupa $2{,}36 \times 10^4$ cm^3 à temperatura ambiente.

(a) Quantas moléculas de hidrogênio foram recolhidas?

(b) Quantos átomos de hidrogênio foram coletados?

(c) Quantos íons de hidrogênio devem ter chegado ao eletrodo negativo durante êsse tempo?

(d) Quantas cargas elementares foram transportadas através da célula?

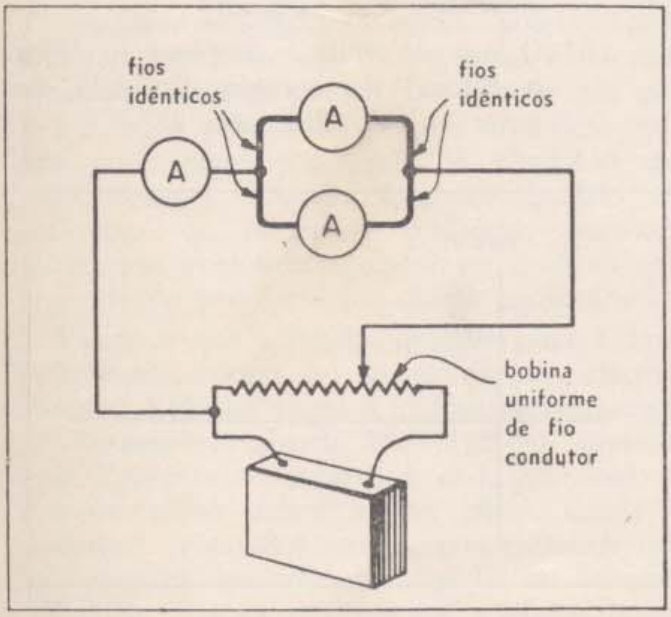
(e) Qual era a corrente em cargas elementares por segundo?

(f) Se ligarmos, em série com a anterior, uma célula de solução de sulfato de cobre provida de grandes eletrodos, que quantidade de cobre será depositada no eletrodo negativo?

Nota: A massa de 1 mol de cobre é 63,6 g.

8. Você recebe alguns fios metálicos, uma bateria e um medidor de corrente calibrado. O que deve você fazer para calibrar um outro medidor?

9. Você recebe meia dúzia de amperímetros idênticos, um dos quais tem um único ponto de calibração — isto é, um ponto que indica corretamente quando uma corrente de 1 A ($6{,}25 \times 10^{18}$ cargas elem./s) está passando. Você dispõe também de algumas baterias e de um grande número de fios metálicos idênticos. Responda às seguintes perguntas para completar a calibração do amperímetro:



29-16 — Para o problema 9.

(a) Admita que você conseguiu marcar em vários amperímetros o ponto correspondente a 1 A. Depois você liga três deles como na Fig. 29-16. Explique como você pode obter em um dêles o ponto correspondente a 2 A

(b) Faça esquemas mostrando como ligar os amperímetros para marcar pontos correspondentes a 3 e 4 ampères em uma das escalas.

(c) Como ligaria você os amperímetros para marcar em um dêles os pontos correspondentes a $\frac{1}{2}$ e $\frac{1}{3}$ de ampère? (Faça esquemas)

10. Com o mesmo dispositivo mencionado no Problema 1, quantos íons de oxigênio duplamente carregados teriam que ir da placa positiva para a negativa para aquecer esta última com 1 joule de energia cinética dissipada.

11. Suponha que os íons duplamente carregados do problema anterior tivessem sido produzidos arrancando eléctrons de átomos de oxigênio situados a meio caminho entre as placas. Suponha que, depois, os íons fossem acelerados em um sentido e os eléctrons, no outro, a partir do ponto médio. Que quantidade de energia dissipariam os eléctrons na placa positiva durante o intervalo de tempo em que 1 joule é dissipado na placa negativa?

12. Pense de nôvo nas evidências de que você dispõe para afirmar que tôdas as cargas elementares são iguais. Prepare-se para discutí-las em classe.

13. (a) Você liga em série uma bateria, um diodo e um amperímetro. Êste indica a corrente de
$1{,}9 \times 10^{16}$ cargas elem./s
O anodo do diodo contém um dispositivo que permite medir a quantidade de energia dissipada sob forma de calor no anodo. Você deixa a corrente passar durante 10 s e constata que são dissipados 9,6 joules de energia. Qual é a FEM da bateria?

(b) Em um circuito semelhante, você liga outra bateria a outro diodo. Nesse caso a corrente é $3{,}1 \times 10^{16}$ cargas elem./s e, depois de 10 s, são dissipados 8,9 joules no anodo. Qual é a FEM da bateria?

(c) Depois, você liga em série as duas baterias, um amperímetro e um fio de alta resistência. O medidor indica uma corrente de $2{,}5 \times 10^{16}$ cargas elem./s. Faça uma previsão da velocidade com que a energia é dissipada no fio de alta resistência.

14. (a) Qual é a energia potencial elétrica de um pequeno objeto com três cargas elementares e de uma pequena esfera metálica com dez bilhões de cargas elementares, colocados a 2 m de distância um do outro. Considere nula a energia potencial para a distância infinita.

(b) Suponha que a partícula e a esfera têm cargas de sinais opostos. Que quantidade de energia seria preciso usar para aumentar a distância entre elas até 20 m? A escolha do zero de energia potencial faz alguma diferença?

(c) Suponha que elas têm cargas de mesmo sinal e que você simplesmente deixa que elas se afastem até 20 m. Descreva as transformações de energia que ocorrem.

15. (a) Calcule as fôrças elétricas e gravitacionais que agem sôbre um eléctron e um próton situados entre duas grandes placas metálicas paralelas, horizontais, separadas pela distância de 20 cm, sabendo que a diferença de potencial entre as placas é mantida por uma bateria de 20 000 V e que a placa superior está positiva.

(b) Desloque as partículas de 1 cm para cima. Quanto valem as fôrças agora?

(c) Calcule as variações de energia potencial elétrica e gravitacional que ocorrem nesse movimento.

16. (a) Dois prótons estão em repouso separados pela distância de 10^{-10} m e são deixados livres. Qual será a energia cinética de cada um dêles quando estiverem muito distantes um do outro?

(b) Suponha que um dos prótons está fixo. Qual será a energia cinética quando estiverem muito distantes um do outro?

17. Duas cargas iguais estão fixas nas posições indicadas na Fig. 29-17.

(a) Qual é a energia potencial elétrica de uma carga elementar situada no ponto de abscissa x?

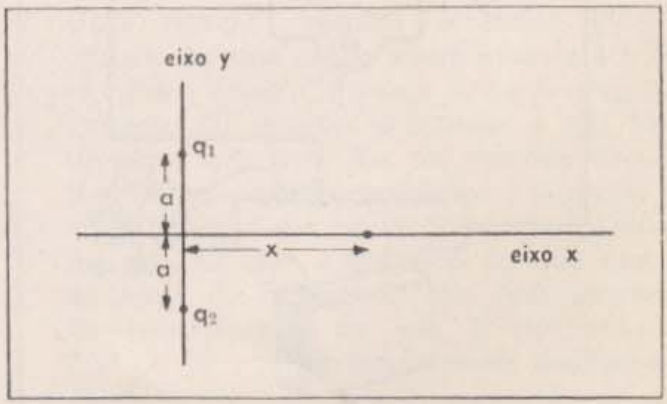
Nota: Calcule a energia potencial considerando-a nula quando as cargas estão no infinito. Exprima sua resposta em função da constante k da lei de Coulomb, dos valôres de q_1 e q_2 e das distâncias a e x.

(b) Em particular, qual é a energia potencial da carga elementar em virtude da sua intreação com q_1? Com q_2? Com ambas?

(c) Quanto vale a energia potencial total se as duas cargas são iguais e opostas?

18. (a) No Problema 13, quanto valem as fôrças eletromotrizes, em volts, e as correntes, em ampères?

(b) O uso de volts e ampères modifica o cálculo da energia dissipada, na parte (c) do Problema 13?



29-17 — Para o problema 17.

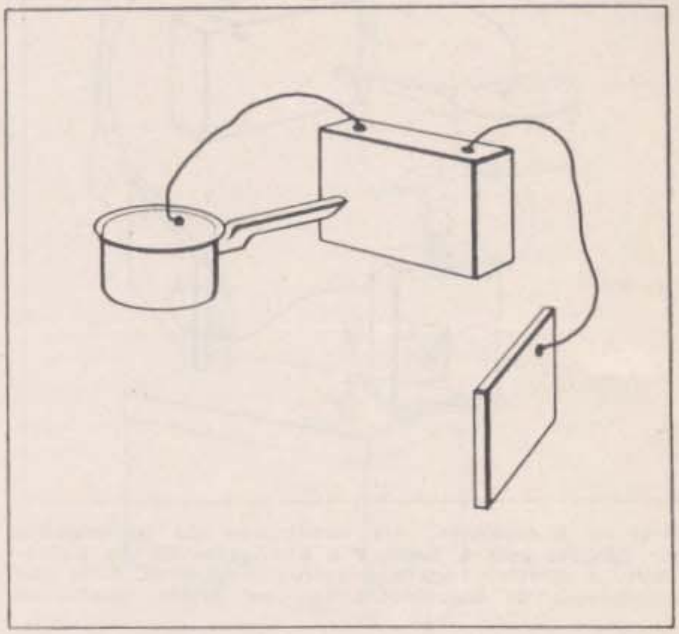
B. MAIS ALGUMA COISA SÔBRE ENERGIA E CORRENTES NOS CIRCUITOS ELÉTRICOS

29 — 10. Condutores, Baterias e Diferença de Potencial.

Nesta seção, faremos várias aplicações da idéia de campo elétrico e especialmente de diferença de potencial elétrico. Em particular, consideraremos campos e potenciais de condutores elétricos quando isolados e quando ligados a baterias.

Quando um condutor é carregado, há cargas elétricas em movimento, mas, como vimos na Seção 28-3, depois das cargas se haverem redistribuido (em virtude da ação de fôrças exercidas por objetos carregados próximos), tôdas as linhas de fôrça se tornam perpendiculares à superfície do condutor. Se não fôsse assim, as cargas se moveriam sôbre a superfície até que as componentes do campo paralelas a ela fossem anuladas. Também não há campo elétrico dentro do condutor pois, se houvesse, as cargas seriam por êle levadas até à superfície, até que o campo dentro do condutor se anulasse. Portanto, qual é a diferença de potencial entre dois pontos na superfície ou dentro do condutor caregado? Como não há campo elétrico nem paralelamente a superfície nem dentro do condutor, a fôrça sôbre uma carga elementar é zero ao longo de qualquer caminho indo de um ponto a outro do condutor. Portanto, uma carga elementar pode ser movida sem nenhum dispêndio de energia. O condutor está todo ao mesmo potencial elétrico; não há diferença de potencial entre dois quaisquer de seus pontos. Um objeto que está a um único potencial (ou uma superfície tôda ela ao mesmo potencial) é chamado um *equipotencial*. Usando êsse vocabulário de diferença de potencial, podemos, portanto, dizer que qualquer condutor no qual as cargas estejam paradas é um objeto equipotencial.

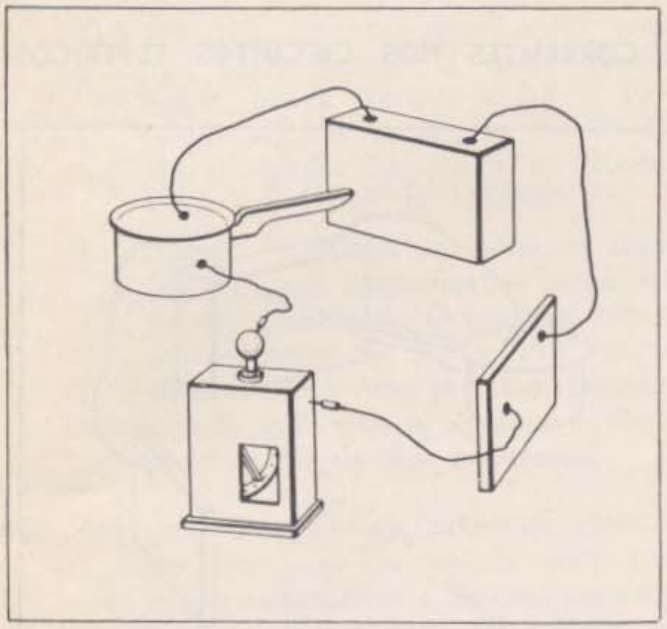
Vimos o que acontece quando uma bateria movimenta cargas ao longo de um circuito elétrico. Vejamos agora o que acontece quando o circuito está aberto. Por exemplo, suponha que liguemos condutores a cada terminal da bateria, como indica a Fig. 29-18. Então, a bateria movimentará cargas, concentrando carga negativa no condutor ligado ao terminal negativo e carga positiva no condutor ligado ao terminal positivo. As cargas se moverão

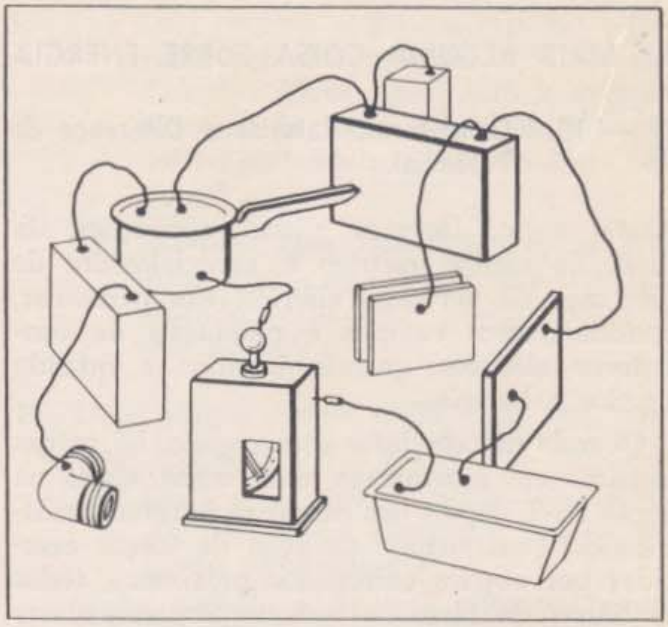


29-18 — Uma bateria ligada a dois condutores.

enquanto a energia necessária para levar uma carga elementar positiva do condutor negativo para o positivo fôr menor do que a FEM da bateria. À medida que as concentrações de carga vão aumentando, entretanto, qualquer carga positiva movimentada entre elas é atraida para o condtuor negativo e repelida pelo positivo cada vez com maior intensidade. Conseqüentemente, à medida que a bateria carrega os condutores, a energia necessária para mover uma carga elementar positiva aumenta. Se o processo de carregar se prolongasse indefinidamente, a energia para mover uma única carga elementar entre os condutores finalmente excederia a FEM. Como a FEM é a energia que a bateria é capaz de fornecer a uma carga elementar, as cargas param de se mover e a distribuição de cargas não se altera mais a partir do momento em que, para movimentar uma carga elementar, torna-se necessária uma quantidade de energia maior do que a FEM da bateria.

A energia para movimentar uma carga elementar positiva do condutor negativo para o positivo é exatamente o que designamos por diferença de potencial elétrico (ou queda de potencial) entre o condutor positivo e o negativo. Quando os condutores estão carregados, a diferença de potencial entre





29-19 — *À esquerda:* Os condutores são prolongados por ligações com a haste e a blindagem de um eletrômetro. *À direita:* Ligam-se outros condutores. Note que a indicação do eletrômetro não se altera, dando-nos uma confirmação experimental de nossa crença de que a bateria mantém sempre a mesma diferença de potencial (veja Seção 29-11). Não interessa onde ligamos os fios que levam aos condutores.

êles é a mesma qualquer que sejam os pontos que escolhamos sôbre êles, pois, como já sabemos, cada condutor será, nesse caso, um equipotencial. Além disso, quando os condutores estão ligados à bateria, a diferença de potencial entre êles é sempre a mesma, igual à FEM da bateria, por maiores que êles sejam ou em qualquer lugar que estejam. Podemos ligar quantos condutores quisermos aos terminais da bateria, sem alterar êsse resultado. Mesmo ligando uma outra bateria, como na Fig. 29-19, não alteramos a diferença de potencial mantida pela primeira. Em resumo, portanto, podemos encarar uma bateria num circuito aberto como uma máquina para manter uma diferença de potencial definida, a diferença de potencial dada por sua FEM.

Um condutor no qual a carga tenha parado de se mover é um objeto equipotencial. Mas o que podemos dizer a respeito de um condutor do tipo de um fio, ligado aos terminais de uma bateria? Êle é percorrido contìnuamente por cargas que se movem sob a ação de um campo elétrico. Descrever completamente a configuração do campo é uma tarefa mais complicada do que interessa realizar aqui, mas podemos saber algumas coisas a respeito do campo. Em primeiro lugar, o campo dentro do condutor não pode estar dirigido para a superfície pois, nesse caso, haveria carga deslocando-se para a superfície até que se estabelecesse um campo que cancelasse o campo no interior. Na realidade, formam-se concentrações de carga na superfície assim que o circuito é ligado. A partir dêsse momento, as linhas de fôrça do campo percorrem o condutor, por dentro, indo do terminal positivo da bateria para o negativo e acompanhando tôdas as curvas e dobras do condutor (Fig. 29-20). Portanto, o campo dentro do condutor é relativamente simples em comparação com o campo fora. Êste pode ter qualquer direção a partir das cargas que estão na superfície. Ao contrário do campo dentro do condutor, êle depende da localização da bateria, da forma do condutor e da posição de outros objetos carregados.

A intensidade do campo elétrico dentro do condutor depende do comprimento dêste. Se o fio é uniforme, o campo também é uniforme ao longo de todo o seu comprimento (tem de ser uniforme para que a corrente seja uniforme, como veremos na Seção 29-13 C). Portanto, a intensidade do campo se ajusta de tal forma que o produto de E pelo comprimento l do fio seja igual a $\mathcal{E}$, a FEM fornecida. Quando $\mathcal{E} = E\,l$, a energia fornecida pela bateria a cada carga elementar é exatamente igual à energia transferida à carga

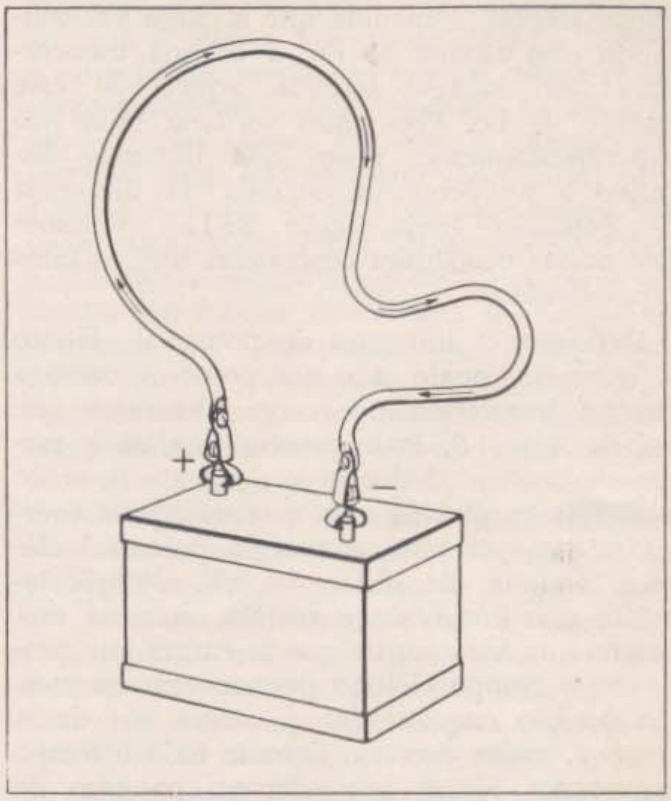
pelo campo elétrico enquanto a carga percorre a distância l através do circuito. Êsse ajuste do campo E é realizado pelas cargas que estão no fio e nos terminais da bateria. A bateria movimenta e redistribui as cargas até que $El = \mathcal{E}$.

Se o fio não é uniforme, a intensidade de E varia de ponto para ponto. Se fizermos um gráfico de E em função da distância ao longo do fio, a partir do terminal positivo da bateria, a área sob a curva será igual à FEM aplicada. Por exemplo (Fig. 29-21), se o fio fôr um bom condutor ao longo de um comprimento l_1 e um máu condutor ao longo de um comprimento l_2, vai-se acumular carga na junção dos dois trechos do fio, até que o campo E_2 em l_2 seja suficientemente mais forte e o campo E_1, em l_1, suficientemente mais fraco, para que a mesma corrente percorra os dois trechos do fio. A soma $E_1\ l_1 + E_2\ l_2$ é a diferença de potencial entre o terminal positivo e o negativo da bateria. Essa soma dá, portanto, a energia que o campo transfere a cada carga elementar que vai de um terminal a outro, e é determinada por $\mathcal{E}$, a FEM da bateria. Se aquela soma fôsse menor do que $\mathcal{E}$, a bateria a aumentaria ràpidamente, forçando mais carga positiva para o terminal positivo e mais carga negativa para o terminal negativo. Se fôsse maior do que $\mathcal{E}$, a bateria ficaria impedida de separar cargas até que os terminais se descarregassem e a energia por carga elementar necessária para forçar cargas até êles fôsse de nôvo igual a $\mathcal{E}$.

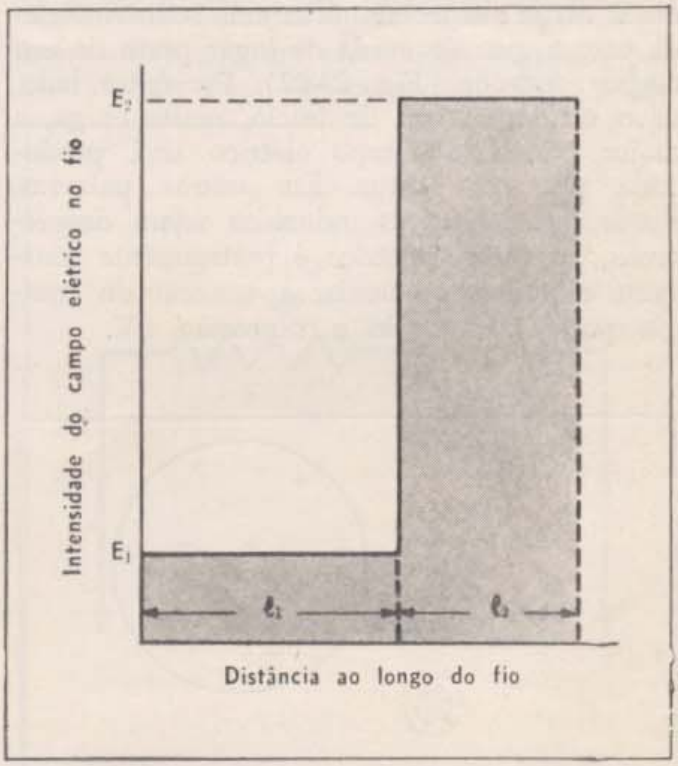
Acabamos de ver que a FEM da bateria fornece a diferença de potencial total $E_1\ l_1 + E_2\ l_2$ entre os terminais da bateria, isto é:

$$\mathcal{E} = E_1\ l_1 + E_2\ l_2$$

As duas parcelas referem-se respectivamente, à parte boa condutora e à parte má condutora do circuito. Quando percorremos o condutor indo do terminal positivo para o negativo, a diferença de potencial medida a partir do terminal positivo até qualquer ponto dos fios varia continuamente. Entre os extremos de qualquer pequeno comprimento l do fio, o potencial varia de uma quantidade $V = E\ l$, onde E é a intensidade do campo elétrico nesse pedaço de fio. Para cada carga elementar que passa através do pedaço de fio de comprimento l, a energia V é transformada de energia potencial elétrica para energia de movimento da



29-20 — Quando um condutor é ligado a uma bateria, produz-se, dentro do fio um campo elétrico dirigido do terminal positivo para o negativo da bateria.



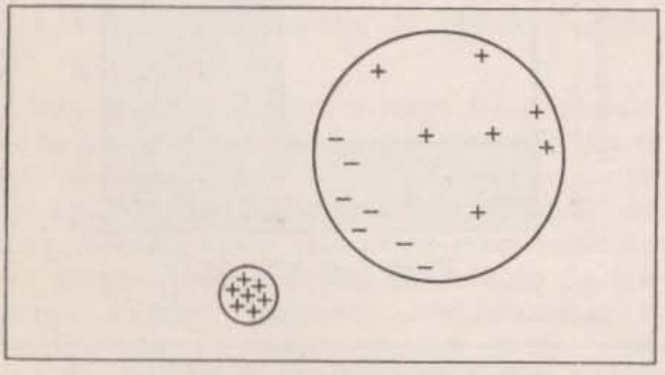
29-21 — Gráfico da intensidade E do campo elétrico dentro de um fio em função da distância l ao longo do fio. Neste exemplo, o fio tem uma porção boa condutora e outra não tão boa condutora. A área E x l sob cada porção da curva dá a energia transferida a uma carga elementar nessa porção do fio. Essa área dá a diferença de potencial entre dois pontos do circuito.

carga. Depois, à medida que a carga vai colidindo com átomos no fio, a energia transforma-se em energia térmica, aquecendo êsse pedaço de fio. Poderemos verificar tudo isso experimentalmente, assim que tivermos discutido o problema da medida da diferença de potencial (veja Seção 29-11). Veremos que nossas conclusões concordam com os fatos experimentais.

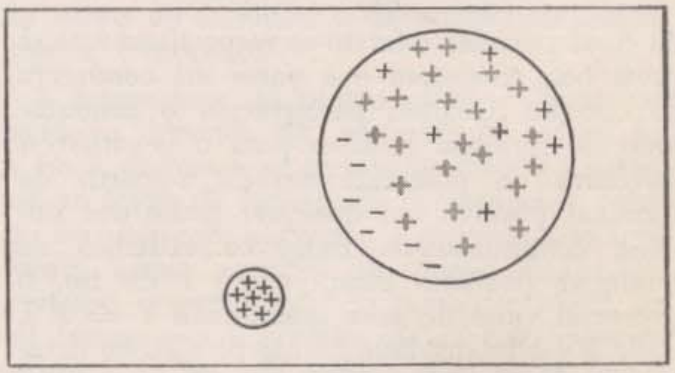
Definimos a diferença de potencial elétrico V entre um ponto A e um ponto B como a energia transferida por carga elementar que vai de A até B. Pode parecer que, se q cargas elementares deslocam-se de A até B, então a energia transferida seria q vêzes aquela energia e que, portanto, a energia potencial elétrica variaria de $\triangle U_e = qV$. Freqüentemente essa conclusão é correta, mas ela está baseada na hipótese de que as cargas que produzem o campo elétrico permanecem na mesma posição enquanto as q cargas vão de A até B e, assim, exercem durante todo o tempo as mesmas fôrças que exercem no caso de movermos uma única carga elementar. Sabemos que essa hipótese não é estritamente válida na vizinhança de condutores. Mesmo uma única carga elementar induz uma redistribuição de cargas quando muda de lugar perto de um corpo condutor (Fig. 29-22). Por outro lado, se o condutor tem, de início, muita carga, a maior parte do campo elétrico será produzida por esta carga. Em outras palavras, desde que as cargas induzidas sejam despresíveis, o campo elétrico é pràticamente constante e podemos calcular a variação de energia potencial usando a expressão qV.

Além do caso em que as cargas induzidas são despresíveis, vimos um outro tipo de exemplo no qual qV dá o resultado correto. Quando determinada diferença de potencial é mantida entre condutores por uma bateria ou qualquer outra fonte de FEM, o movimento de uma carga q de um lugar para outro é acompanhado por uma redistribuição das outras cargas tal que a diferença de potencial é mantida. Nesse caso, a fonte de FEM fornece qualquer quantidade necessária de energia ou absorve qualquer excesso de energia. A transferência de energia é dada corretamente por qV *porque* o potencial não varia.

Vamos terminar esta seção aplicando as idéias que acabamos de discutir a um íon positivo que se move no espaço, indo de um condutor positivo a um negativo. À medida que o íon se afasta do condutor positivo, a carga positiva é gradualmente reposta atrás dele. À medida que êle se aproxima do condutor negativo, cargas negativas vão se concentrando gradualmente à sua frente. Se os dois condutores estão ligados por meio de uma bateria, carga positiva é gradualmente transportada, por dentro da bateria, para o terminal positivo. Assim, no fim do processo, a bateria forneceu, ao condutor negativo, carga negativa suficiente para neutralizar a carga positiva que chegou através do espaço e, ao condutor positivo, carga positiva suficiente para tomar o lugar da que saiu. A carga que é transportada através da bateria recebe desta uma quantidade de energia igual à energia cinética da carga positiva que se move no espaço entre os condutores. Para um íon com uma única carga elementar, essa energia é exatamente



29-22 (a) — Se aproximamos um objeto carregado de um condutor descarregado, o primeiro induz no segundo uma distribuição de cargas. Essas cargas induzidas exercem uma fôrça sôbre o objeto carregado, mostrando que um campo elétrico está associado às cargas induzidas.

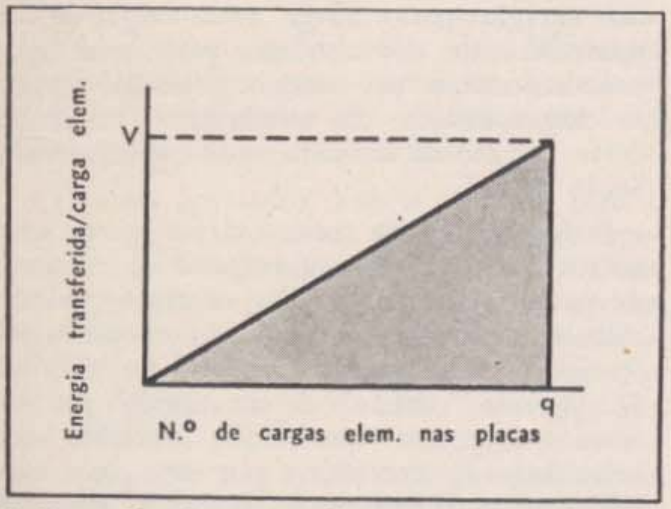


29-22 (b) — Aproxima-se um objeto carregado de um condutor também carregado. Se a distância entre êles é suficientemente grande, as cargas induzidas no condutor não serão importantes em comparação com a carga inicial. O campo do condutor não é alterado de maneira sensível.

igual à FEM da bateria e à diferença de pontencial V entre os condutores. Quando todo o processo está terminado, a situação nos condutores é a mesma que no comêço. Modificam-se apenas a energia química da bateria e a energia térmica dos condutores. A carga que, a seguir, atravessa o espaço entre os codutores, receberá exatamente a mesma energia que a primeira e, se q cargas o fizerem, receberão a energia qV.

Por outro lado, não havendo bateria, o condutor carregado positivamente vai perdendo carga à medida que saem os íons e o condutor negativo vai tendo sua carga gradualmente neutralizada. A diferença de potencial entre os condutroes diminui por causa da redução de carga. Cada carga que vai de um condutor ao outro recebe um pouco menos de energia que a carga anterior. Portanto, se q cargas passarem, receberão, ao todo, uma quantidade de energia menor do que qV, onde V é a diferença de potencial inicial.

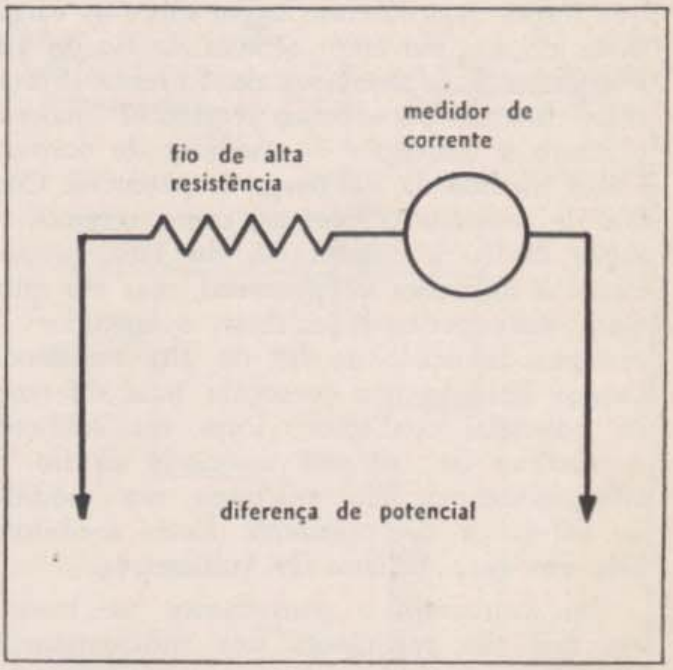
Como exemplo extremo, consideremos duas placas metálicas com cargas opostas. À medida que cargas elementares passam de uma à outra dessas placas, estas se descarregam; a diferença de potencial V também cai a zero, permanecendo proporcional à carga nas placas. Conseqüentemente, embora a primeira carga receba a energia V, igual à diferença de potencial que existe entre as placas quando estão completamente carregadas, as cargas seguintes recebem cada vez menos energia, até que a última não recebe energia alguma A quantidade média de energia recebida por carga elementar é igual à metade da diferença de potencial inicial. Portanto a energia total recebida pelas q cargas que vão de uma placa à outra é $\frac{1}{2}\ qV$. É fácil ver que isso é verdade examinando a Fig. 29-23, onde foi feito o grático da energia transferida por carga elementar em função do número de cargas elementares que ainda estão nas placas. Depois de q cargas elementares terem passado, a transferência total de energia é dada pela área sombreada sob a curva. Como se trata de um triângulo, a área é $\frac{1}{2}\ qV$. Ela representa a energia armazenada inicialmente enquanto as cargas estavam concentradas nas placas. Em outras palavras, $\frac{1}{2}\ qV$ é a energia potencial elétrica de tôdas as cargas nas suas posições sôbre as duas placas. Evidentemente, essa energia potencial elétrica total deve ser distingüida da diferença de potencial V e da energia qV que seria dada às q cargas se a diferença de potencial fôsse mantida por uma bateria.



29-23 — Quando se transfere carga de um condutor para outro, a diferença de potencial entre os condutores se eleva proporcionalmente à quantidade de carga. O gráfico acima mostra a diferença de potencial como uma função da carga. Para mover uma carga elementar do condutor negativo para o positivo, é necessária uma quantidade de energia igual à altura da curva multiplicada por uma unidade ao longo do eixo horizontal. Para dar ao condutor carga q e diferença de potencial V, a energia necessária é dada, portanto, pela área sob a curva. Trata-se da energia potencial elétrica armazenada quando os condutores estão carregados.

29 — 11. Medida da Diferença de Potencial.

Podemos usar um eletrômetro blindado para medir diferenças de potencial (Fig. 29-19).



29-24 — Faz-se um voltímetro ligando-se em série um fio de alta resistência e um medidor de corrente. Muitas vêzes o fio de alta resistência é incluído dentro da caixa que contém o medidor.

O eletrômetro fornece uma indicação determinada quando as fôrças que agem sôbre a haste têm um valor particular; essas fôrças são determinadas pela carga que está na haste e pela carga induzida na face interna da blindagem. Para determinada carga sôbre a haste, há um campo elétrico determinado entre a haste e o interior da blindagem; a diferença de potencial elétrico tem também um valor particular. A indicação do eletrômetro corresponde a êsse valor da diferença de potencial elétrico. Inversamente, sempre que a diferença de potencial entre a haste e a blindagem tem o mesmo valor, os campos e cargas no interior do eletrômetro têm o mesmo valor e o eletrômetro dará a mesma indicação.

Podemos medir a diferença de potencial com um eletrômetro. Muitas vêzes, entretanto, é mais conveniente medi-la usando um medidor de corrente ligado em série a um fio de alta resistência (Fig. 29-24). Quando aplicamos várias diferenças de potencial aos extremos dêsse circuito, os campos elétricos que movimentam as cargas são proporcionais às diferenças de potencial. Por exemplo, se a diferença de potencial é mantida por concentrações de cargas em condutores localizados nos extremos do circuito, os campos e a diferença de potencial são proporcionais a essas concentrações de cargas. Vemos, portanto, que um potencial mais alto significa que fôrças mais intensas agem sôbre as cargas livres de seu moverem através do fio de alta resistência e do medidor de corrente. Fôrças mais intensas ocasionam correntes maiores; portanto a indicação do medidor de corrente é uma medida da diferença de potencial. Com fios de resistências comuns, como veremos na Seção 29-13, a corrente é, de fato, proporcional à diferença de potencial, mas em qualquer caso, podemos calibrar o medidor de corrente associado ao fio de alta resistência usando baterias que forneçam uma diferença de potencial conhecida. Uma vez calibrado o medidor de corrente associado ao fio de alta resistência, êle se torna um medidor de diferença de potencial. Esses medidores são, em geral, chamados voltímetros.

Um voltímetro é conveniente na medida em que sua resistência seja suficientemente alta para que a corrente que o atravessa seja muito menor do que qualquer outra corrente que desejemos manter no circuito, ou ainda, no caso em que possamos efetuar a medida da diferença de potencial num tempo tão curto que as concentrações de carga que desejamos manter não sejam alteradas pela corrente que passa pelo voltímetro. Quando essas condições não são preenchidas, precisamos usar circuitos mais complicados, por exemplo, os circuitos chamados potenciômetros, com os quais você poderá se familiarizar no laboratório.

29 — 12. Mais um Teste sôbre Diferença de Potencial e Energia.

Uma bateria mantém uma diferença de potencial constante e, na ausência de correntes, qualquer objeto bom condutor de eletricidade está, todo êle, ao mesmo potencial elétrico. Conseqüentemente, mantendo uma diferença de potencial fixa por meio de uma bateria, podemos acelerar objetos carregados, no campo elétrico entre dois condutores, e conferir-lhes uma energia cinética pré-determinada. Não é necessário que os condutores sejam grandes placas metálicas carregadas.

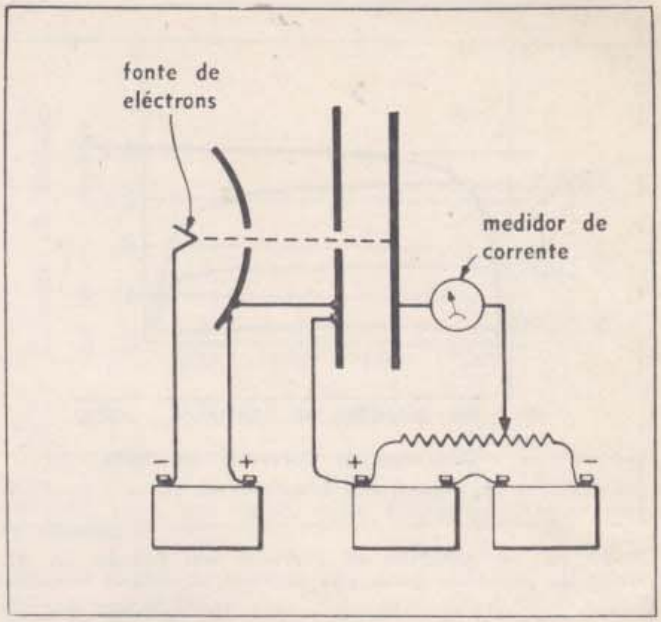
Podemos permitir alguma corrente nos condutores sem abrir mão do que já sabemos a respeito de diferença de potencial. Pelo fato das cargas se moverem livremente nos condutores, não se necessita pràticamente de nenhuma energia para mover uma carga de um ponto a outro e o condutor pode estar aproximadamente a um mesmo potencial embora as cargas estejam em movimento (trataremos dêsse assunto de maneira mais quantitativa na Seção 29-14).

Podemos aplicar essas idéias para testar nossos conhecimentos a respeito de diferença de potencial e energia. Por exemplo, podemos calcular a energia dos elétrons emitidos pelo "canhão" de eléctrons descrito no Capítulo 27. Aquele "canhão" é constituido por um filamento quente que emite eléctrons com velocidades desprezíveis e por uma placa mantida a uma diferença de potencial constante em relação ao filamento. Os eléctrons são acelerados entre o filamento e a placa, passando, depois, por um orifício existente na placa, com a energia cinética que lhes é conferida pela diferença de potencial. Uma diferença de potencial de 1 000 volts, entre o filamento e a placa dará a cada eléctron a ener-

gia cinética de $1\,000 \times 1,\ 6 \times 10^{-19}$ joules, porque a carga de cada eléctron é 1 carga elem.

Não precisamos saber em detalhe como é o campo elétrico entre o filamento e a placa. Na realidade êle é muito intenso perto do filamento e fraco perto da placa. Mas a energia dada a cada carga elementar depende apenas da diferença de potencial.

Podemos testar experimentalmente êsse fato fazendo com que os eléctrons, ao sairem do "canhão", entrem num campo uniforme retardador, entre duas placas paralelas, onde conhecemos a fôrça retardadora (Fig. 29-25). Os eléctrons atravessarão todo o espaço entre as duas placas paralelas enquanto a diferença de potencial retardadora (entre as placas) fôr menor do que a diferença de potencial aceleradora (entre filamento e placa). Êles deixam de atingir o outro extremo do sistema e o medidor deixa de indicar corrente assim que a diferença de potencial retardadora excede a diferença de potencial aceleradora. Essa experiência mostra que é a diferença de potencial aplicada pelas baterias que determina a energia; a forma dos condutores é irrelevante.



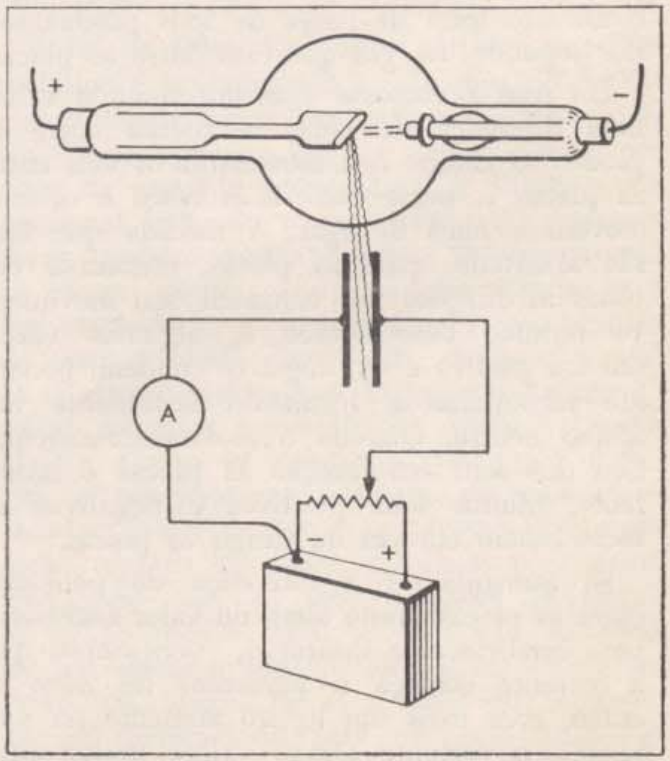
29-25 — Experiência para mostrar que a energia adquirida por partículas carregadas depende apenas da diferença de potencial através da qual elas se movem. A corrente através do amperímetro cessa sempre que a diferença de potencial entre as placas torna-se maior do que a diferença de potencial que acelera os eléctrons.

29 — 13. A Corrente em Função da Diferença de Potencial.

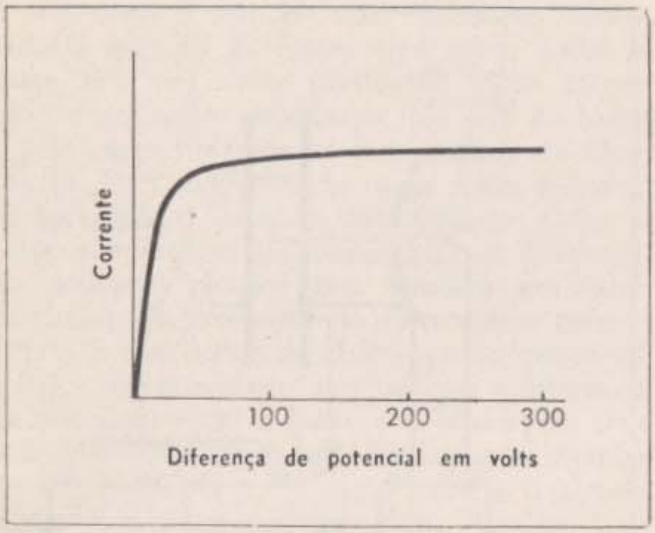
Vamos examinar agora a seguinte questão: como dependem as correntes das diferenças de potencial, nos gases ionizados, no vácuo (quando os eléctrons são emitidos por um filamento quente) e nos metais?

A) Gases Ionizados. Vamos começar com o caso dos gazes ionizados. O dispositivo experimental está indicado na Fig. 29-26. Duas placas metálicas paralelas são ligadas a uma fonte variável de voltagem, e um medidor de corrente sensível é inserido em um dos fios de ligação. As placas estão separadas por uma distância de vários centímetros e o espaço entre elas é ocupado pelo gás que vamos investigar. Quando uma radiação ionizadora (raios X ou raios provenientes de uma fonte radioativa) passa através do gás, o medidor indica uma corrente.

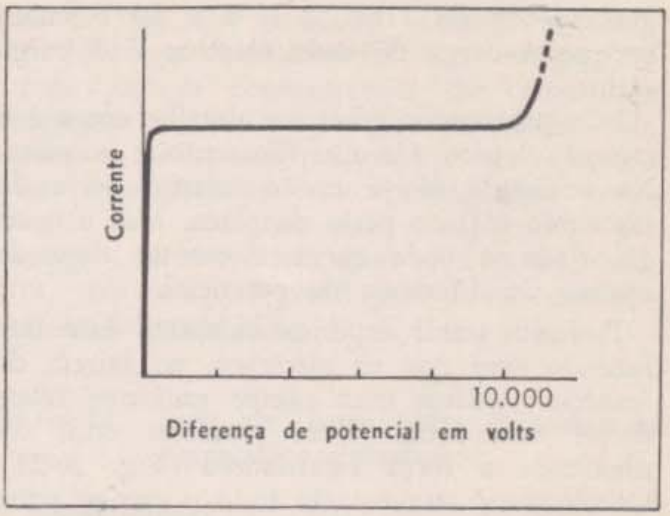
A Fig. 29-27 mostra como, numa experiência típica, a corrente depende da diferença de potencial entre as placas. O gás é o argônio à presão atmosférica e a radiação é produzida por uma amostra de radium. À medida que a diferença de potencial aumenta, a corrente aumenta ràpidamente, a príncipio, depois mais lentamente e, finalmente, atinge um valor limite chamado corrente de saturação.



29-26 — Dispositivo para investigar a corrente elétrica num gás ionizado.



29-27 (a) — Gráfico da corrente em função da diferença de potencial para gás argônio, a baixas voltagens.



29-27 (b) — Gráfico da corrente em função da diferença de potencial para gás argônio, até altas voltagens.

A corrente de saturação é alcançada quando todos os íons formados são arrastados pelo campo e coletados na placa apropriada. Para íons com uma única carga, como os produzidos no argônio, a corrente de ionização (em cargas elementares por segundo) é igual ao número de íons positivos que atingem, por segundo, o eletrodo negativo (êsse número é igual ao número de íons negativos — nesse caso, eléctrons — que atingem o eletrodo positivo). Portanto, a corrente de saturação mede o número total de pares de íons produzidos, por segundo, no gás que está entre as placas.

Por que a corrente é menor quando existe uma diferença de potencial menor entre as placas? O campo que movimenta os íons entre as placas é, nesse caso, mais fraco e os íons movem-se mais devagar. À medida que êles são arrastados para as placas, movem-se em tôdas as direções por causa de seu movimento térmico desordenado e, algumas vêzes, um íon postivo e um negativo colidem; podem até recombinar-se formando novamente um átomo neutro. Quando o movimento sistemático dos íons em direção às placas é muito lento, muitos íons positivos e negativos se recombinam em vez de atingir as placas.

Se aumentamos a diferença de potencial entre as placas muito além do valor necessário para estabelecer a saturação, verificamos que a corrente começa a aumentar de nôvo e, então, com mais um ligeiro aumento na voltagem, a corrente atinge valôre muito altos (Fig. 29-27 (b). Quando a diferença de potencial atinge êsses valores, o gás entre as placas brilha e ouvem-se estalidos. O que observamos nesse estágio varia muito com a pressão, a natureza do gás e a distância entre os eletrodos. Quando a pressão é baixa, a corrente e o brilho são aproximadamente constantes. À pressão atmosférica, temos uma série de estalidos.

Essas *descargas nos gases* são bastante complicadas, mas podemos entender sua causa fundamental. O campo elétrico acelera, em sentidos opostos, os íons positivos e negativos do gás ionizado. Cada íon vai adquirindo energia até colidir com uma molécula do gás. Em média, nessas colisões, os íons perdem a energia cinética que haviam adquirido a partir da colisão anterior; essa energia é transformada em energia térmica no gás. Por isso o gás se aquece.

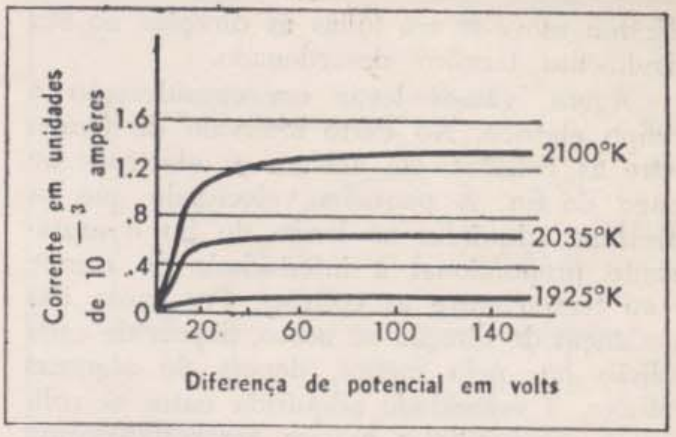
Entretanto, a situação torna-se diferente quando o campo elétrico é muito forte. Nesse caso, no curto intervalo de tempo entre duas colisões, alguns íons adquirem energia cinética suficiente para quebrar as moléculas com as quais colidem. Os novos fragmentos são, êles próprios, íons que são também acelerados pelo campo elétrico. Êsses novos íons também se tornam capazes de quebrar as moléculas que vão encontrando. Assim produz-se uma avalanche cada vez mais intensa de íons. Sùbitamente o gás adquire uma enorme condutividade elétrica e ocorre uma súbita descarga. Os contadores Geiger detectam partículas carregadas utilizando-se dessas avalanches para transformar em sinal elétrico perceptível a

leve ionização produzida ao longo do caminho da partícula.

B) *Emissão Termoiônica.* Para os eléctrons emitidos por um pedaço de metal aquecido observamos uma relação semelhante à anterior entre a corrente e a diferença de potencial (Fig. 29-28). Quando é grande a diferença de potencial entre o filamento aquecido e a placa coletora que o circunda, obtemos uma corrente de saturação. Aumentar a diferença de potencial não aumenta o número de eléctrons que passam do filamento para a placa, porque todos os eléctrons emitidos, por segundo, a uma dada temperatura já estão sendo levados para a placa. Quando a diferença de potencial é suficientemente baixa, entretanto, a corrente cai abaixo do valor de saturação. Aparentemente, os eléctrons emitidos pelo filamento não se afastam suficientemente depressa e, enquanto estão nas vizinhaças do filamento, impedem, pela repulsão que exercem, que outros eléctrons sejam emitidos. Cálculos detalhados mostram que, realmente, essa "carga espacial" é a responsável pelas curvas obtidas nos gráficos em que se representa a corrente em função da diferença de potencial. Na Fig. 29-28 vêm-se curvas típicas para a emissão termo-iônica.

Se a diferença de potencial entre o filamento e a placa é anulada, observamos uma outra coisa interessante: continua passando uma pequena corrente. Mesmo quando se torna a placa levemente negativa em relação ao filamento, alguns eléctrons continuam a atingí-la. Aparentemente, alguns eléctrons são emitidos do filamento com energia cinética suficiente para vencer uma ligeira diferença de potencial retardadora. Medidas cuidadosas mostram que a diferença de potencial necessária para interromper a corrente é aproximadamente dois décimos de volt.(*) Isto corresponde à energia térmica de uma partícula à temperatura do filamento.

C) *Eléctrons em Metais.* Como último exemplo de relação entre corrente e voltagem



29-28 — Curvas de corrente em função de diferença de potencial para um diodo, para diferentes temperaturas do filamento.

vamos considerar um condutor metálico. Nesse caso, temos uma relação particularmente simples: a corrente e a diferença de potencial são proporcionais. Isto é:

$$V = RI$$

A lei expressa por essa equação é chamada lei de Ohm e a constante de proporcionalidade R é chamada *resistência elétrica* do condutor. Se V é medido em volts e I em ampères, R é medido numa unidade chamada *ohm*.

A lei de Ohm diz que a corrente num fio metálico é proporcional à diferença de potencial aplicada entre um extremo e outro do fio. Como o campo elétrico dentro de um pedaço de metal é proporcional à diferença de potencial aplicada a seus extremos, podemos dizer também que a corrente é proporcional ao campo elétrico. Podemos compreender essa lei voltando por um momento ao modêlo da condutividade dos metais, segundo o qual os eléctrons deslocam-se livremente dentro do metal como as moléculas de um gás (Seção 27-12). Como os eléctrons são muito leves, têm, a temperaturas normais, enormes velocidades: cêrca de 10^5 m/s. Movem-se ràpidamente dentro do metal, colidindo com muita freqüência com os íons positivos do metal. O tempo médio entre as colisões sucessivas de um eléctron com os íons é extremamente curto, da ordem de 3×10^{-15} do segundo. Êle é determinado pela distância entre os íons do metal e pela *velocidade térmica* dos eléctrons. Depois de cada colisão, o eléctron salta em uma nova direção. Assim, um único

(*) Para fazer essa medida é necessário que todo o metal quente esteja ao mesmo potencial. Se não, as diferenças de potencial de um ponto para outro no metal podem ser tão grandes quanto a diferença de potencial que desejamos medir. Por êsse motivo usamos um aquecedor distinto do filamento, para não precisar de uma corrente elevada percorrendo o metal quente.

eléctron move-se em tôdas as direções no seu movimento térmico desordenado.

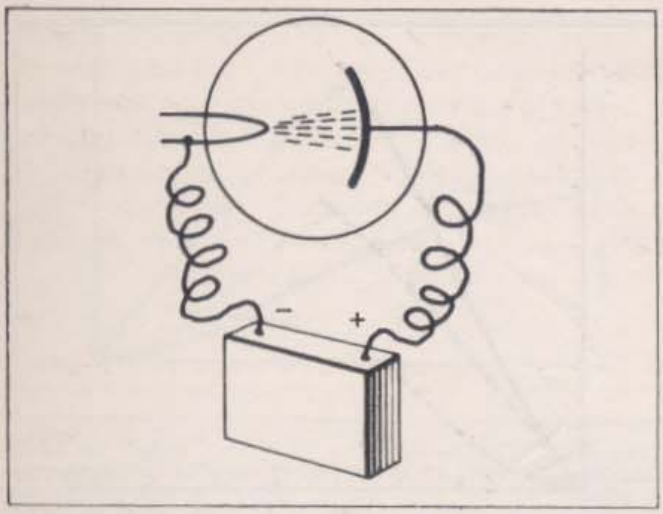
Agora, vamos levar em consideração o campo elétrico. No curto intervalo de tempo entre as colisões, êle acelera os eléctrons ao longo do fio. A pequena velocidade que os eléctrons adquirem ao longo do fio é exatamente proporcional à intensidade do campo e ao tempo entre as colisões. Por causa das mudanças de direção ao acaso, depois de cada colisão ou, pelo menos, depois de algumas colisões, a velocidade adquirida entre as colisões é consumida e precisa ser restabelecida pela ação do campo. O modêlo completo, então, é o seguinte: os eléctrons movem-se ao acaso em tôdas as direções com enormes velocidades mas, superposta a êsse movimento ao acaso, há uma velocidade sistemática ao longo do fio. Essa velocidade sistemática é proporcional à intensidade do campo e ao tempo entre as colisões. Com uma diferença de potencial de alguns volts aplicada a 1 m de fio, a velocidade sistemática é da ordem de 1 cm/s. É essa velocidade sistemática que resulta numa corrente. Quanto maior a velocidade sistemática, maior a corrente; assim, a corrente é proporcional ao campo elétrico. Então nosso modêlo prediz o resultado experimental expresso pela lei de Ohm.

O modêlo permite ainda predizer uma outra coisa a respeito da resistência elétrica: ela deve aumentar à medida que a temperatura se eleva. Quando a temperatura se eleva, aumenta a velocidade dos eléctrons. Portanto, o tempo entre as colisões diminui. Em conseqüência, o mesmo campo produz menos corrente. Esta conclusão concorda com a observação experimental — de fato, em geral, a resistência se torna maior quando a temperatura se eleva. Essa concordância não é perfeita, entretanto; experiências detalhadas mostram que a resistência, em geral, aumenta em proporção direta com a temperatura, mas o modêlo prediz que ela deve ser proporcional à raiz quadrada da temperatura. A discrepância é explicada por dois fatos. Em primeiro lugar, como o gás de eléctrons é muito denso, não devemos esperar que êle se comporte como um gás ideal; os eléctrons estão tão próximos uns dos outros que estão sempre exercendo fôrças uns sôbre os outros e isso influencia o seu movimento. Em segundo lugar, quando um gás de partículas idênticas é denso, tornam-se importantes certos efeitos quânticos que vamos estudar mais adiante neste livro. Quando levamos em consideração êsses efeitos, o modêlo melhorado está em estreita concordância com os fatos experimentais. O modêlo apresentado aqui permanece útil, como um dos passos essenciais para se chegar a uma descrição mais completa.

29 — 14. Uma Visão Geral sôbre os Circuitos.

Quando uma bateria acende uma lâmpada, movimenta um motor, ou mantém a corrente numa cuba eletrolítica, ela está fornecendo energia ao circuito externo (a lâmpada, o motor, ou a cuba eletrolítica). No circuito externo, a energia é transformada em calor ou em energia mecânica. Se o circuito contém uma válvula de rádio com um filamento aquecido, os eléctrons ganham grande quantidade de energia cinética enquanto vão do filamento para a placa através do vácuo. Numa válvula projetada de forma a que todos os eléctrons atinjam a placa numa pequena região, essa região pode tornar-se "quante ao branco". Num fio metálico, a energia fornecida pela bateria também é transformada inicialmente em energia cinética do movimento dos eléctrons; depois, à medida que os eléctrons colidem com os átomos do metal, essa energia cinética é transformada em energia do movimento desordenado dos átomos. Pelo fato das colisões se darem com freqüência, os eléctrons nunca chegam a adquirir muita energia cinética. A energia fornecida transforma-se em calor quase imediatamente. Se o circuito contém um motor, a maior parte da energia pode ser usada para elevar pesos, embora uma parte dela sempre se transforme em calor.

Pensemos no circuito esboçado na Fig. 29-29. Cada eléctron que passa do filamento para a placa é acelerado e adquire uma energia cinética igual à diferença de potencial mantida pela bateria entre o filamento e a placa. Cada eléctron retira uma carga negativa do filamento e neutraliza uma carga positiva da placa. Se você desligar a bateria abrindo uma chave, a corrente cessará imediatamente. Com a bateria ligada, para cada eléctron que vai do filamento para a placa, há um outro que é forçado a percorrer o fio, do terminal negativo para o positivo da bate-

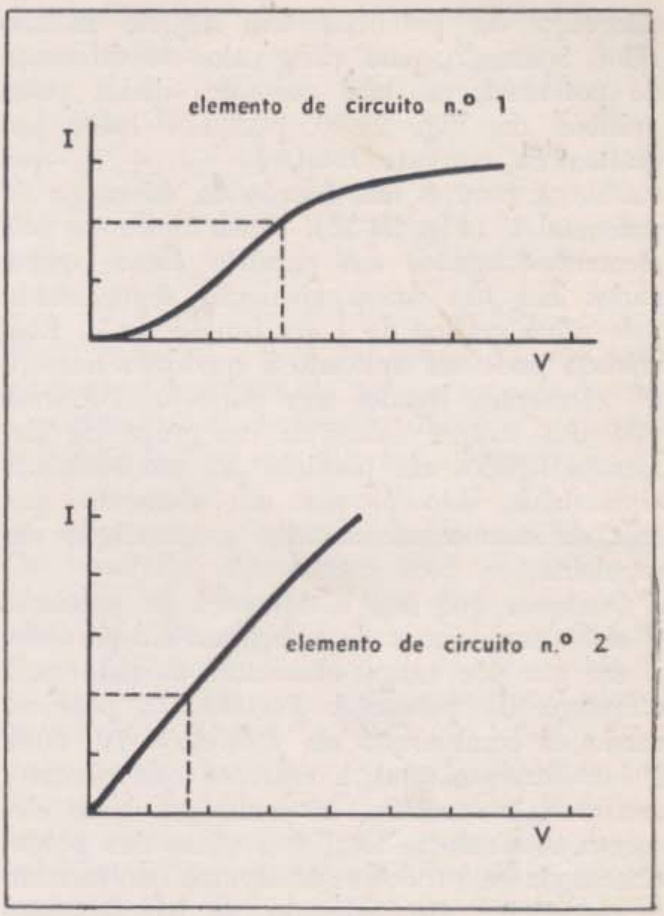


29-29 — Uma grande diferença de potencial leva os eléctrons do filamento à placa do diodo. Diferenças de potencial menores levam os eléctrons através dos fios.

ria, tomando o lugar daquele que saiu do filamento. Portanto, o fio é percorrido por uma corrente igual à que vai do filamento para a placa. No fio, um campo elétrico, ainda que débil, força os eléctrons a se moverem. Portanto, enquanto está passando corrente, as diferentes partes do fio condutor não estão exatamente ao mesmo potencial. Se o fio fôr longo e fino, e a corrente suficientemente intensa, a diferença de potencial entre as extremidades do fio será suficientemente grande para que possamos medí-la.

A diferença de potencial entre os terminais da bateria, isto é, a energia fornecida pela bateria por carga unitária, é desdobrada em várias diferenças de potencial, relativas aos vários trechos do circuito. Uma pequena diferença de potencial leva os eléctrons do terminal negativo da bateria até o filamento. Ela é responsável pela energia dada aos eléctrons e logo dissipada, como calor, no fio. Uma diferença de potencial muito maior acelera os eléctrons do filamento para a placa e é responsável pela energia cinética com que os eléctrons atingem a placa. Finalmente outra pequena diferença de potencial leva os eléctrons através do fio para o terminal positivo da bateria. A soma dessas diferenças de potencial é a energia dada a cada carga elementar que atravessa bateria. Tôda essa energia é dissipada, aquecendo os fios e a placa. Tôda essa energia é fornecida pela bateria.

A maneira como essa diferença de potencial é dividida pelas várias partes do circuito e a intesidade da corrente para uma dada diferença de potencial dependem da natureza física dos elementos do circuito. Na Seção 29-13, examinamos a relação entre as correntes que ocorrem e as correspondentes diferenças de potencial, para alguns elementos de circuito. Agora, podemos aplicar o que aprendemos a circuitos mais complicados, que contenham mais de um elemento.



29-30 — Curvas *I-V* para dois elementos de circuito.

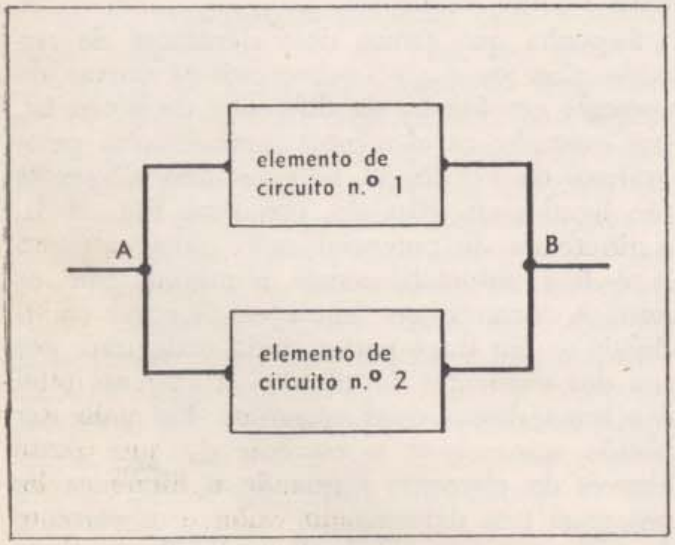
Suponha que temos dois elementos de circuito para os quais conhecemos as curvas de corrente em função da diferença de potencial; por exemplo, os elementos representados pelos gráficos da Fig. 29-30. Se êsses dois elementos são ligados em paralelo, como na Fig. 29-31, a diferença de potencial entre seus extremos *A* e *B* é automàticamente a mesma para os dois. A corrente que entra em *A* e sai em *B* divide-se em duas partes, indo cada uma por um dos elementos do circuito. A corrente total é a soma dessas duas correntes. Ela pode ser obtida somando-se a corrente I_1, que passa através do elemento 1 quando a diferença de potencial tem determinado valor, e a corrente I_2, que passa através do elemento 2 quando a

diferença de potencial tem aquêle mesmo valor. Somando, para cada valor da diferença de potencial, as duas correntes dadas pelos gráficos da Fig. 29-30, podemos fazer um gráfico da corrente total, $I = I_1 + I_2$, que vai de A para B, em função da diferença de potencial V (Fig. 29-32). Nessa figura, os dois elementos ligados em paralelo estão combinados em um único elemento representado pelo nôvo gráfico de I em função de V. Êsse método pode ser aplicado a qualquer número de elementos ligados em paralelo. Portanto, podemos sempre substituir um grupo de elementos ligados em paralelo por um elemento equivalente, isto é, por um elemento que atua da mesma maneira que a associação em paralelo.

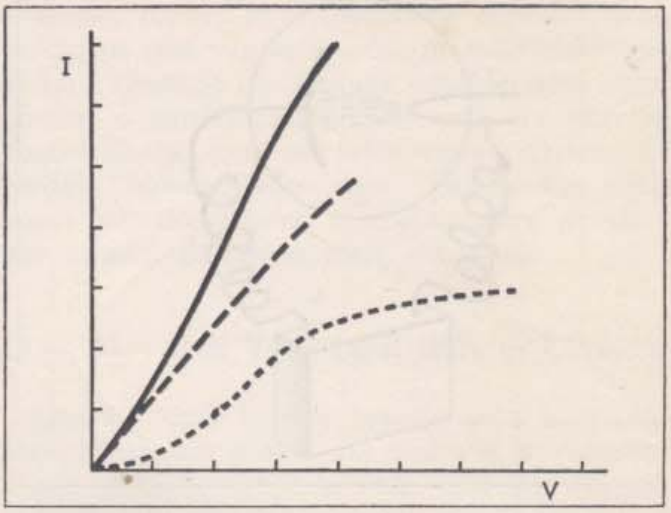
Qualquer que seja a diferença de potencial V entre os extremos da associação em paralelo, a energia por carga elementar é dada pela diferença de potencial. Portanto, a potência usada na combinação em paralelo é IV, onde I é a corrente total, a corrente que percorre a associação considerada como um único elemento. A potência total é a soma das potências usadas em todos os elementos que formam a associação. Por exemplo, se há dois elementos,

$$I\,V = I_1\,V + I_2\,V$$

onde I_1 e I_2 são as correntes que percorrem os elementos ligados em paralelo. Nessa equação, cada termo à direita é a potência usada em um elemento do circuito e a soma, à esquerda, é a potência total consumida pelo conjunto ligado em paralelo.

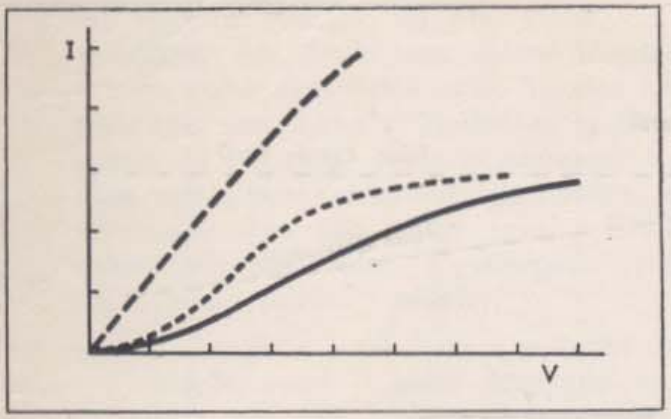


29-31 — Dois elementos de circuito ligados em paralelo.



29-32 — Curva I-V para o elemento de circuito equivalente constituído pelos elementos da Fig. 29-30 ligados em paralelo. Ela é obtida somando-se as correntes dos dois elementos de circuito quando a diferença de potencial é a mesma para ambos.

Se ligarmos elementos de circuito em série, a análise será um tanto diferente. A mesma corrente passa necessàriamente através de todos os elementos do circuito. Para começar, admitamos que essa corrente tenha determinado valor. Usando os gráficos da corrente em função da diferença de potencial, para cada elemento, podemos ler, em cada um dêsses gráficos, o valor da diferença de potencial correspondente a êsse valor da corrente. Depois, para achar a diferença de potencial entre os extremos da associação em série, devemos somar todas essas quedas de potencial. Na Fig. 29-30, marcamos, por meio de uma linha pontilhada, a mesma corrente nas duas curvas e, também por linha pontilhada, indicamos como obter as correspondentes quedas de potencial. Quando êsses dois elementos estão em série, a queda de potencial de um extremo ao outro da associação é a soma das duas quedas de potencial lidas no eixo horizontal dos dois gráficos de I em função de V. Seguindo êsse método para cada corrente possível, podemos estabelecer a relação entre a corrente e a diferença de potencial entre os extremos de todo o circuito em série. Aqui também podemos representar essa relação por uma curva da corrente em função da diferença de potencial (Fig. 29-33). Dessa maneira podemos transformar o circuito em série em um único elemento de circuito representado pela nova curva de corrente versus diferença de potencial.



29-33 — Curva *I-V* para o elemento de circuito equivalente constituído pelos elementos da Fig. 29-30 ligados em série. Ela é obtida somando-se as diferenças de potencial para os dois elementos de circuito quando a corrente tem o mesmo valor em ambos. Você pode visualizar essa soma da seguinte maneira: se você escolhe determinada corrente, a diferença de potencial necessária para produzi-la no elemento de circuito n.º 1 é dada pela distância até a linha pontilhada, contada ao longo do eixo *V*. A diferença de potencial necessária para produzir essa mesma corrente no elemento de circuito n.º 2 é dada pela distância até à linha tracejada, contada ao longo do eixo *V*. A soma dêsses dois potenciais é a diferença de potencial que deve ser estabelecida entre os extremos do circuito em série para produzir a mesma corrente.

Agora que já conhecemos o comportamento dêsse circuito equivalente, podemos achar a corrente que o atravessa quando determinada diferença de potencial é aplicada entre seus extremos. Como sempre, essa diferença de potencial representa a energia usada por carga elementar que atravessa o circuito. Nesse caso também, a potência consumida é *IV*, onde *V* é a diferença de potencial entre os extremos do circuito em série, que é obtido somando-se as quedas de potencial entre os extremos de cada elemento do circuito. Se o circuito é formado por dois elementos, essa soma é $V = V_1 + V_2$. Conseqüentemente,

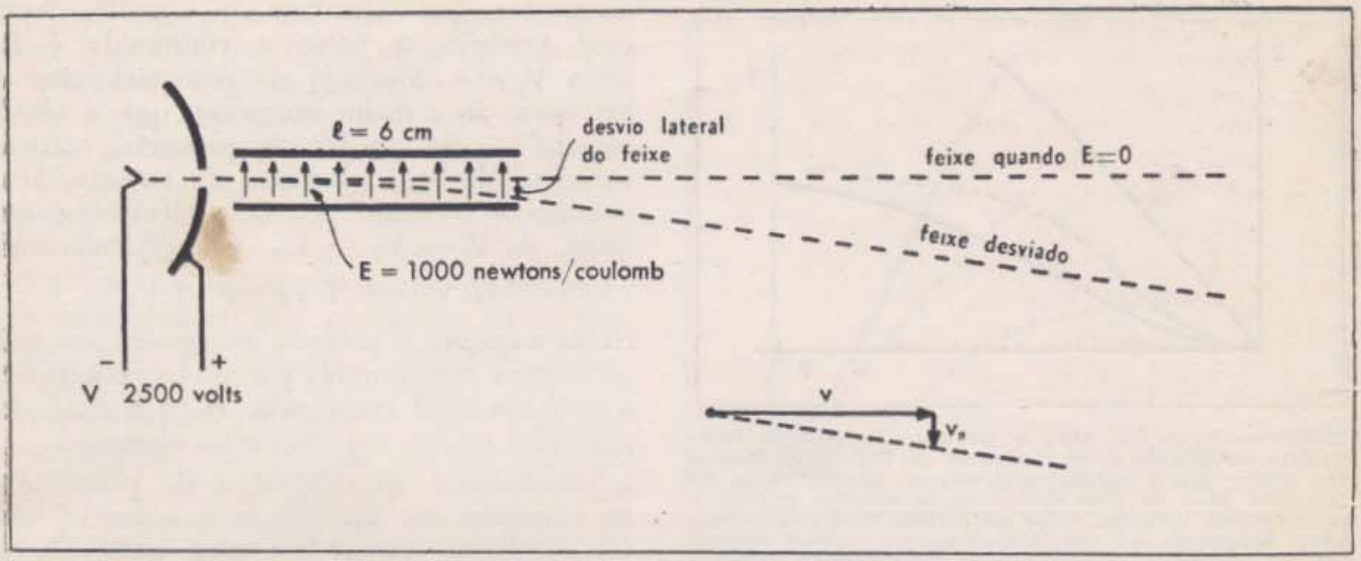
$$I\,V = I\,V_1 + I\,V_2$$

Nessa equação, a potência consumida em cada elemento é representada por um termo à direita; a potência total consumida, IV, é a soma das potências usadas nos diferentes elementos.

Vimos como as diferenças de potencial e as correntes se ajustam num circuito real. Os resultados concordam com nossa descrição geral dos circuitos. Em qualquer caso, a soma das diferenças de potencial em série ao longo do circuito é igual à FEM da bateria ou dos geradores que fornecem energia às cargas elementares. A energia perdida por cada carga elementar em cada elemento do circuito é igual à queda de potencial no elemento correspondente. A energia que passa para outras formas, tais como energia química armazenada, energia mecânica ou calor, é suprida pela FEM aplicada; a conservação da energia mostra que a soma das quedas de potencial é sempre igual a essa FEM aplicada.

PARA CASA, CLASSE E LABORATÓRIO

1. (a) De que maneira ligaria você uma bateria de 90 volts e uma pilha de 1,5 volt para obter a maior diferença de potencial possível?
   (b) Quanto vale essa diferença de potencial?
   (c) Suponha que você inverteu as ligações da bateria de 90 volts. Qual a nova diferença de potencial?
2. Suponha que você dispõe de dois eletrômetros que medem diferenças de potencial até 10 000 volts. Apenas um dêles está calibrado. Você dispõe também de um bastão de vidro e de um pedaço de pano, mas está probido de comprar baterias. Pode você calibrar o segundo eletrômetro ligando-o ao primeiro?
3. Um "canhão" de eléctrons faz um feixe de eléctrons passar entre duas placas deflectoras de comprimento $l = 6{,}0$ cm (Fig. 29-34). A massa do eléctron é $0{,}91 \times 10^{-30}$ kg. A diferença de potencial entre o filamento e a placa do "canhão" é de 2 500 volts ($2{,}5 \times 10^3 \times 1{,}6 \times 10^{-19}$ joules por carga elementar). O campo elétrico *E* entre as placas deflectoras é de 1000 newtons por coulomb, isto é, 1000 newtons por $6{,}25 \times 10^{18}$ cargas elementares.
   (a) Se a distância entre as placas deflectoras é de 0,20 cm, qual é a diferença de potencial entre elas?
   (b) Qual é a velocidade dos eléctrons ao sairem do "canhão"?
   (c) Quanto tempo levam os eléctrons para percorrer a distância *l*?
   (d) Quando um eléctron passa entre as placas deflectoras, adquire uma velo-



29-34 — Para o problema 3.

cidade lateral por causa da fôrça elétrica que atua sôbre êle. Quanto vale essa velocidade lateral no instante em que o eléctron sai de entre as placas?

(e) Qual o desvio lateral sofrido pelo eléctron enquanto passa entre as placas?

4. (a) Considerando ainda o dispositivo usado no Problema 3, obtenha uma expressão para calcular o deslocamento lateral de qualquer íon acelerado pela mesma diferença de potencial V e desviado pelo mesmo campo deflector E. Escreva a fórmula em função de E, V e l.

(b) Qual é a influência da massa do íon?

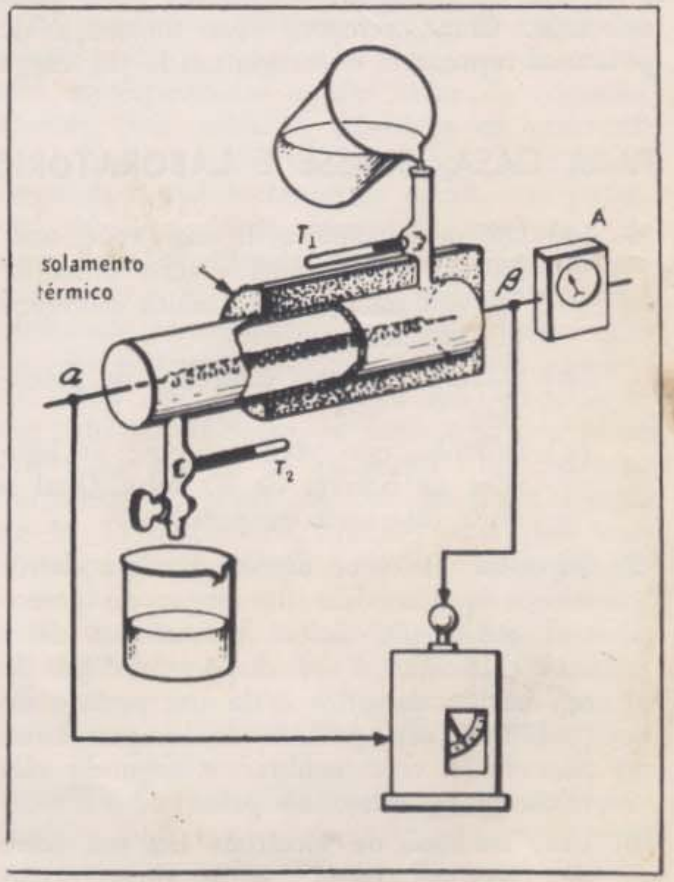
(c) Qual é a influência da carga do íon?

5 A Fig. 29-35 mostra um dispositivo para calibrar o amperímetro A. Trata-se de um tubo isolado tèrmicamente com um fio condutor dentro. A água entra pela parte de cima, passa pelo termômetro n.º 1, pela região onde está o fio condutor, pelo termômetro n.º 2 e sai pela parte de baixo. A diferença de potencial entre os extremos α e β do fio condutor é medida por um eletrômetro calibrado. Fazemos uma experiência e obtemos os seguintes resultados: (i) o fluxo de água é de 1 grama por segundo; (ii) o termômetro n.º 2 indica uma temperatura 1.º C acima da indicada pelo termômetro n.º 1; (iii) o eletrômetro indica uma diferença de potencial de 2,09 volts.

(a) Quanto vale a corrente indicada pelo amperímetro?

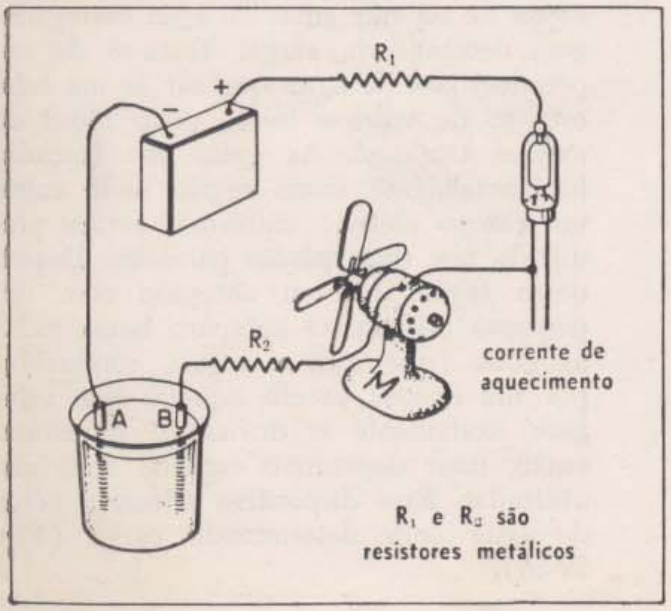
(b) Como calibraria você um amperímemetro usando êsse dispositivo?

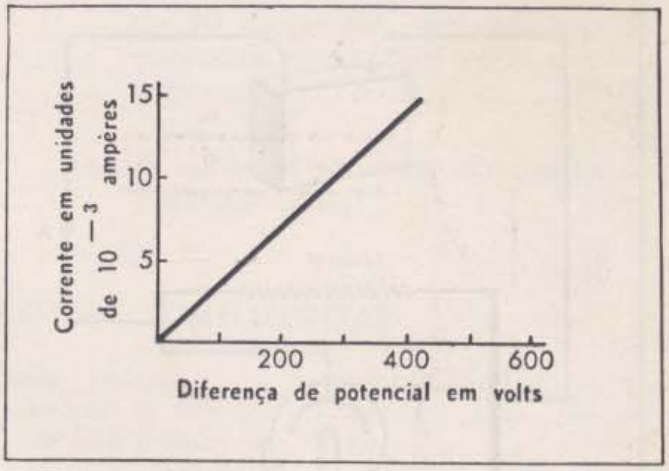
29-35 — Para o problema 5.



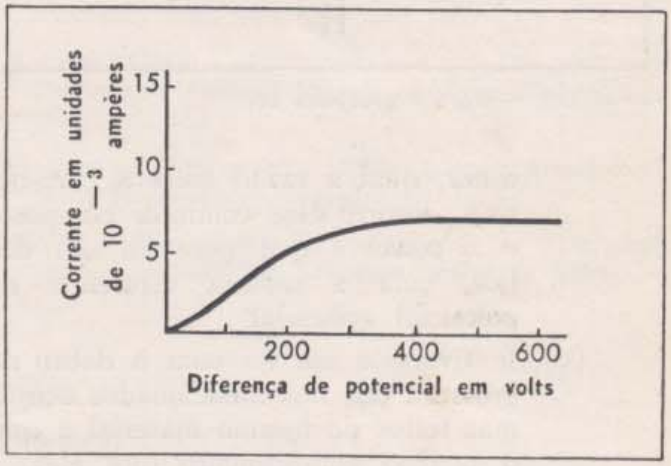
6. No circuito indicado na Fig. 29-36, dois resistôres, um diodo, um motor elétrico e uma cuba eletrolítica estão ligados em série com uma bateria. Medem-se as diferenças de potencial entre os extremos de cada um dêsses elementos de circuito e verifica-se que são tôdas iguais. Certa quantidade de calor é dissipada por segundo no primeiro resistor.
   (a) O que pode você dizer a respeito da relação entre o calor dissipado em cada um dos outros elementos do circuito e o calor dissipado no primeiro resistor?
   (b) No segundo resistor?
   (c) No diodo?
   (d) No motor que aciona um ventilador?
   (e) Se, de fato, há menos calor dissipado na cuba eletrolítica do que no resistor n.º 1, qual dos dois terminais, *A* ou *B*, deve ser positivo quando a cuba fôr usada como fonte de diferença de potencial?
7. Mostre que a energia dissipada como calor, por unidade de tempo (a potência usada), num resistor metálico, é dada pela fórmula $I^2.R$ (essa energia é chamada calor de Joule).
8. (a) No Problema 5, quanto vale, em ohms, a resistência do fio?

29-36 — Para o problema 6.



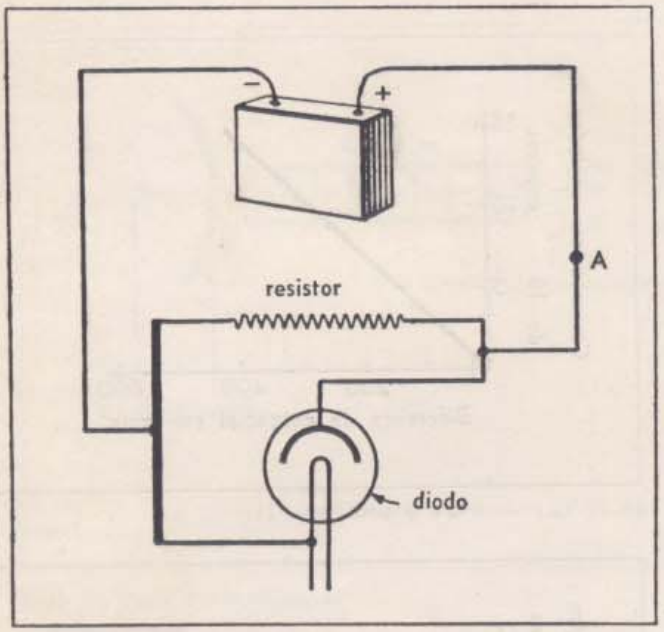


29-37 (a) — Para o problema 11.



29-37 (b) — Para o problema 11.

   (b) Mostre que a potência dissipada no fio é dada por I^2R.
9. Temos dois pedaços de fio feitos do mesmo metal, exatamente da mesma grossura, mas de comprimentos diferentes — um é o dôbro do outro.
   (a) Quando se aplica a mesma diferença de potencial aos extremos dos dois fios, qual a razão entre as correntes que os percorrem?
   (b) De que maneira a resistência do fio depende do comprimento?
10. Temos dois fios do mesmo material, do mesmo comprimento e da mesma grossura.
   (a) Se aplicarmos a ambos a mesma diferença de potencial, qual será a razão entre as correntes que os percorrem?
   (b) Se os fios são colocados lado a lado e considerados como um único con-



29-37 (c) — Para o problema 11.

dutor, qual a razão entre a corrente que percorre êsse condutor composto e a corrente que percorre um dos fios, com a mesma diferença de potencial aplicada?

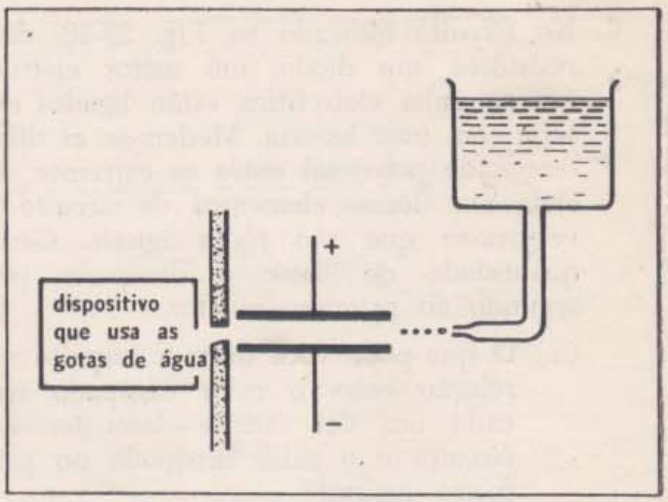
(c) Se tivermos um fio com o dôbro da grossura dos fios mencionados acima, mas feitos do mesmo material e com o mesmo comprimento que êles, e se aplicarmos a mesma diferença de potencial, que corrente espera você obter?

(d) De que maneira a resistência depende da área da seção reta do fio?

11. Na fig. 29-37 (a), a corrente que percorre um circuito metálico é representada num gráfico em função da diferença de potencial aplicada entre os extremos do circuito. Na Fig. 29-37 (b), representamos a corrente que percorre um diodo, em função, também, da diferença de potencial

(a) Se uma corrente de 5×10^{-3} A percorre êsses dois elementos de circuitc ligados em série, qual é a diferença de potencial entre os extremos do resistor? E entre os terminais do diodo?

(b) Se o diodo e o resistor são ligados em série, como na Fig. 29-37 (c), e a diferença de potencial no diodo



29-38 — Para o problema 13.

é 100 volts, quanto vale a corrente em cada um dos elementos do circuito?

(c) Quanto vale a corrente que passa pelo ponto *A*?

(d) Quanto vale, em ohms, a resistência do resistor?

12. O diodo e o resistor usados no Problema 11 são ligados em série. A diferença de potencial entre os extremos do circuito é 1 000 volts.

(a) Qual a corrente que percorre o circuito?

(b) Quanto vale a diferença de potencial entre os extremos do resistor?

13. Um inventor projeta um seletor de carga capaz de separar gotas de água carregadas com determinada carga. Trata-se de um pequeno jato de água que sai de um tubo estreito de vidro e forma gotas tôdas do mesmo tamanho. As gotas são lançadas horizontalmente numa região onde existe um campo elétrico uniforme vertical produzido por duas placas paralelas. Depois dessa região há um anteparo com um pequeno orifício. O anteparo barra tôdas as gôtas (que são, a seguir, conduzidas por um dreno) exceto aquelas que atingem exatamente o orifício e penetram, então, num dispositivo especial onde são utilizadas. Êsse dispositivo seleciona gôtas de água com determinada carga (Fig. 29-38).

(a) De que maneira a carga selecionada depende da velocidade da gôta?

(b) Justifique claramente sua resposta ao ítem (a)

(c) Se algumas gôtas fossem maiores — tivessem, digamos, o dôbro do diâmetro — que carga deveriam ter para serem selecionadas com as demais?

(d) Se todo o seletor fôr inclinado (conservando-se o campo elétrico perpendicular à velocidade inicial do jato), de que maneira dependeria a carga selecionada da inclinação do dispositivo?

14. Ligue em série uma bateria de 270 volts, um resistor de 1 000 000 de ohms e outro de 2 000 000 de ohms.

(a) Que diferença de potencial espera você obter no resistor de 1 megaohm?

(b) No de 2 megaohms?

Suponha agora, que você mede a diferença de potencial usando um voltímetro.

(c) Se o voltímetro tem uma resistência de 10 megaohms, que diferença de potencial espera você obter entre os extremos do resistor de 2 000 000 ohms?

(d) E entre os extremos do resistor de 1 000 000 ohms?

LEITURA COMPLEMENTAR

FINK, DONALD G., e LUYTENS, DAVID, M., — The *physics of Television.* Doubleday, 1959: Um livro da Série Estudos de Ciência.

FURRY, W. H.; PURCELL, E. M. & STREET, J. C. — *Physics for Science and Engineering Students.* Blakiston, 1952 (Capítulo 25)

HOLTON, GERALD — *Introduction to Concepts and Theories in Physical Science.* Addison-Wesley, 1952 (Capítulo 21).

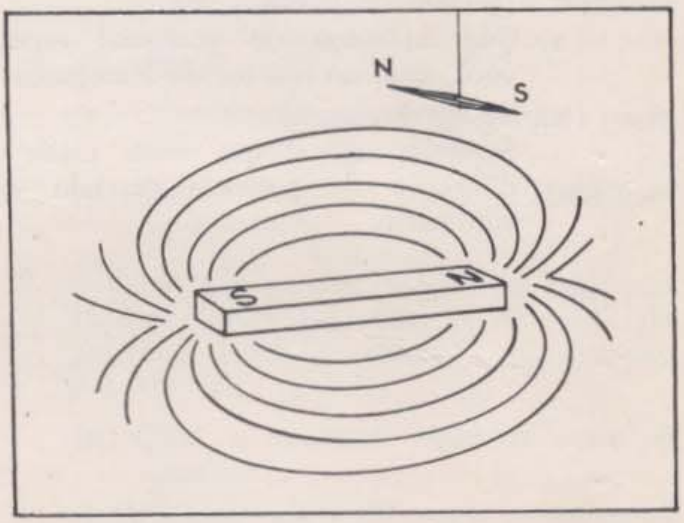
PANOFSKY, WOLFGANG — "The Linear Accelerator". *Scientific American,* outubro de 1954.

SEGRE, EMILIO e WIEGAND, CLYDE C. — "The Antiproton" — *Scientific American,* junho de 1956.

O CAMPO MAGNÉTICO

CAPITULO 30

Albert Einstein escrevendo a história de sua vida, aos 67 anos de idade, relembrou o dia em que, menino de quatro anos, ficou feliz ao receber um brinquedo nôvo de seu pai. Tratava-se de uma bússola, e o deslumbramento que ela despertou acompanhou-o durante tôda a vida. Quase todos nós experimentamos também êsse deslumbramento e, quando crianças, sentimos a fascinação exercida por um ímã em forma de ferradura atraindo pedaços de ferro. Neste capítulo discutiremos as fôrças magnéticas e o conceito de campo magnético que nos permitirá melhor interpretar essas fôrças.



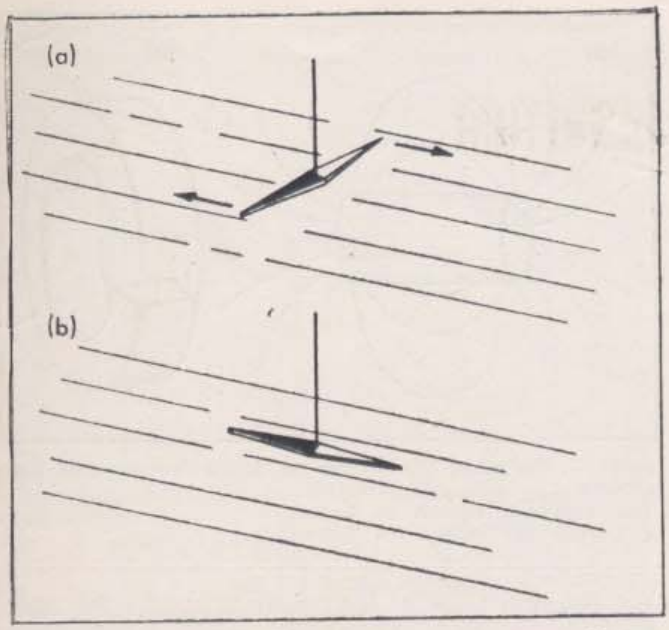
30-1 — Uma agulha imantada alinha-se na direção do campo magnético.

30 — 1. A Agulha Magnética.

Uma agulha imantada que pode girar livremente em tôrno de um eixo vertical toma a direção norte-sul. Dizemos que ela se alinha segundo o campo magnético terrestre (que tem origem nas regiões profundas do núcleo terrestre). Denominamos "polo norte" a ponta da agulha que aponta para o norte.° Em tôda região na qual uma agulha imantada experimenta uma fôrça que tende a orientá-la, diz-se que existe um *campo magnético* (Fig. 30-1). A direção do campo é a direção tomada por uma agulha magnética livre para se movimentar, e dizemos que o sentido do campo é o que vai da extremidade sul à extremidade norte da agulha. Assim como usamos sementes de capim para indicar a direção de um campo elétrico, usaremos uma agulha magnética para explorar a direção de um campo magnético.

Quando uma agulha imantada está em um campo magnético uniforme, a fôrça resultante que sôbre ela atua é nula. A agulha, em seu conjunto, não se move, como ocorreria com uma carga elétrica em um campo elétrico; entretanto, a agulha se orienta (Fig. 30-2). Os ímãs atuam como se tivessem em cada um de seus extremos o mesmo número de cargas magnéticas positivas e negativas, puxadas em sentidos opostos pelo campo magnético. Resultou daí falar-se comumente em "polos" (isto é, "cargas magnéticas" de sinais opostos). Entretanto, se quebrarmos um ímã

(°) Na realidade o polo norte da agulha indica *aproximadamente* o Polo Norte geográfico, contanto que estejamos ao sul do Círculo Polar Ártico.

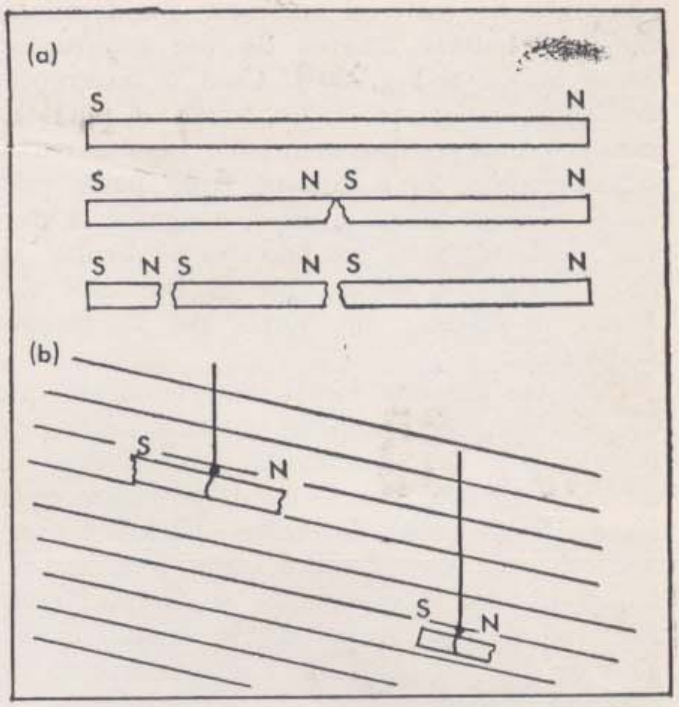


30-2 — (a) Num campo magnético, os extremos de uma agulha imantada ficam sujeitos a fôrças iguais e opostas.
(b) Essas fôrças, fazem a agulha girar até colocar-se na direção das linhas de fôrça do campo.

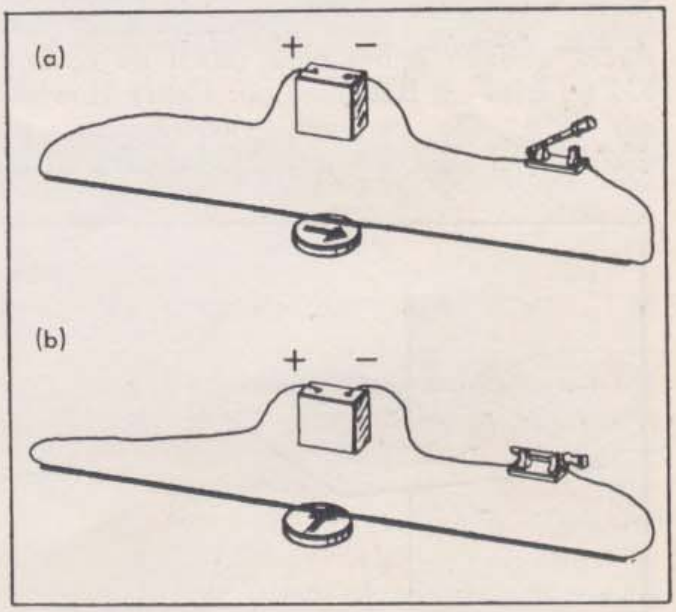
em dois, cada pedaço atuará de nôvo como se tivesse polos opostos em seus extremos "Fig. 30-3). Na realidade, mesmo os eléctrons, prótons e nêutrons, atuam como se fossem minúsculas agulhas imantadas. Existe, entretanto, uma diferença essencial entre ímãs e corpos eletrizados. Podemos colocar cargas elétricas positivas e negativas em objetos distintos porque existem partículas elementares carregadas. Nunca se separou, entretanto, carga magnética positiva de carga magnética negativa. Não existe, pois, razão alguma para acreditar que existam efetivamente cargas magnéticas distintas. A unidade magnética elementar apresenta-se como um ímã completo que se orienta em um campo magnético uniforme, mas não é acelerado.

30 — 2. Campos Magnéticos Produzidos por Ímãs e Correntes — Linhas de Fôrça de Campos Magnéticos.

Existem campos magnéticos ao redor de certos objetos — por exemplo, ao redor de um pedaço de magnetita ou de aço imantado por contacto com magnetita. A agulha de uma bússola é também um ímã, constituido geralmente, por uma agulha de aço imantada. Duas agulhas imantadas, colocadas perto uma da outra, influenciam-se mùtuamente, cada qual



30-3 — (a) Quando quebramos um ímã, cada pedaço constitui um nôvo ímã com polos opostos em seus extremos.
(b) Qualquer um dêsses pedaços se colocará na direção das linhas de fôrça de um campo magnético.



30-4 — (a) Coloca-se um fio sôbre uma agulha imantada paralelamente a ela, com a chave do circuito aberta, de maneira que não passa corrente.
(b) Quando se fecha a chave e passa corrente, a agulha sofre deflexão e fica perpendicular ao fio.

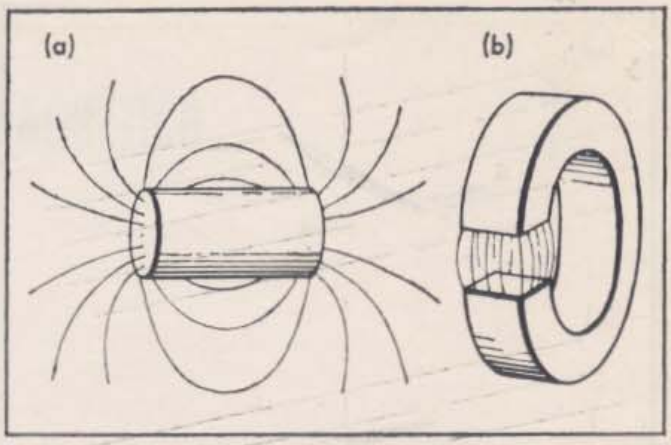
puxando a outra. Cada uma produz um campo magnético e, por sua vez, alinha-se no campo da outra.

Estes ímãs permanentes não constituem a única fonte de campos magnéticos. Repitamos uma experiência conhecida: liga-se um fio

comprido de material condutor aos terminais de uma bateria através de um interruptor, como indica a Fig. 30-4. Com o interruptor desligado, coloca-se o fio acima e paralelamente a uma agulha imantada. Liga-se então, o interruptor. Se a corrente que passa pelo fio é suficientemente intensa, a agulha se desvia imediatamente, ficando perpendicular ao fio. Concluimos, então, que as correntes elétricas produzem, em tôrno de si, campos magnéticos.

Hoje em dia êste fato é tão conhecido que é difícil apreciar o impacto revolucionário provocado por sua descoberta, no comêço do século dezenove, por Oersted, professor dinamarquês. Até então, os efeitos elétricos e magnéticos eram considerados como inteiramente independentes. A descoberta de Oersted revelou uma relação inesperada, vinculando a origem de campos magnéticos ao movimento de cargas elétricas.

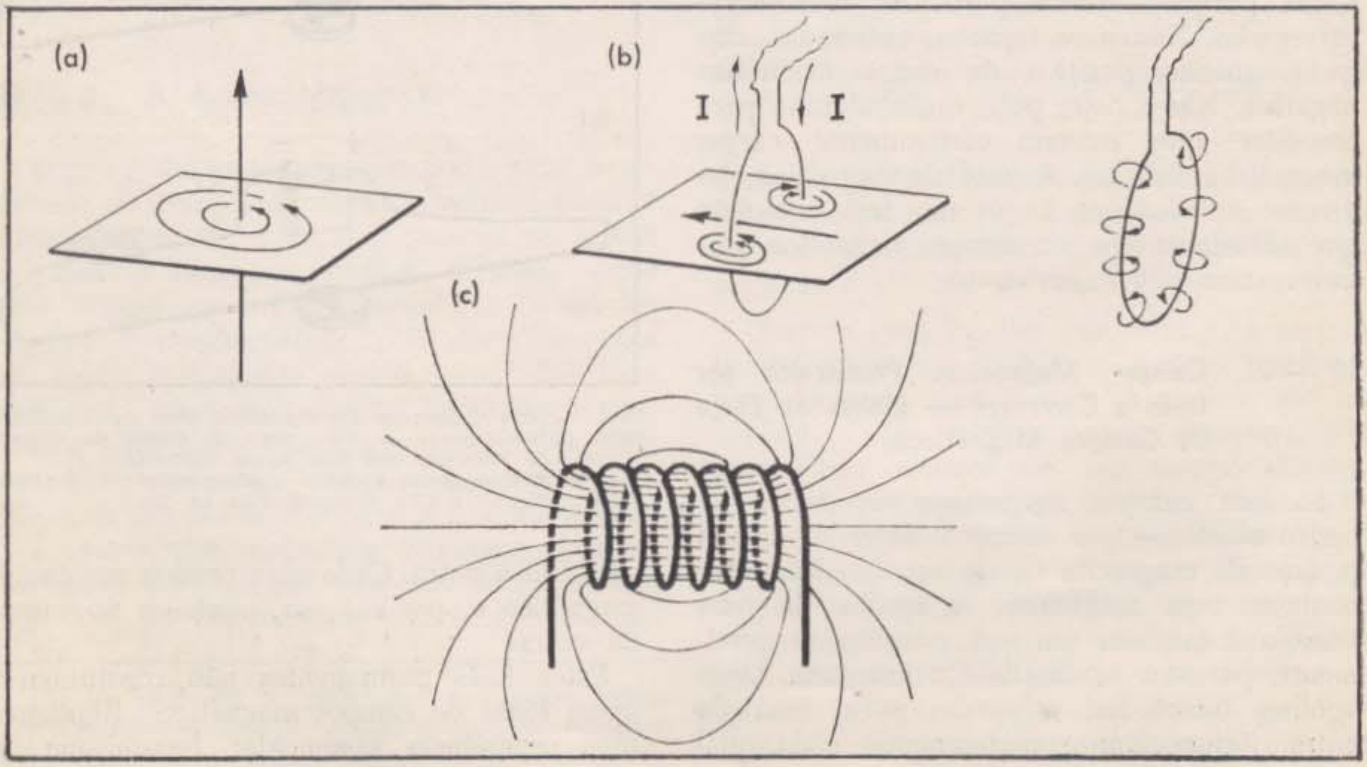
Você pode fazer fàcilmente a experiência descrita acima, e, provàvelmente, ela será suficiente para convencê-lo de que cargas elétricas móveis produzem campos magnéticos. Existe, entretanto, uma experiência ainda mais direta, embora muito mais difícil de realizar. Ela foi feita em Baltimore por Henry Howland em 1876. Êle carregou elètricamente, um disco de ebonite de aproximadamente 20 cm de diâmetro, e o fêz girar a umas 60 revoluções por segundo. Dêste modo, poude pesquisar diretamente o efeito magnético das cargas móveis. O campo magnético era igual ao de uma corrente elétrica fraca.

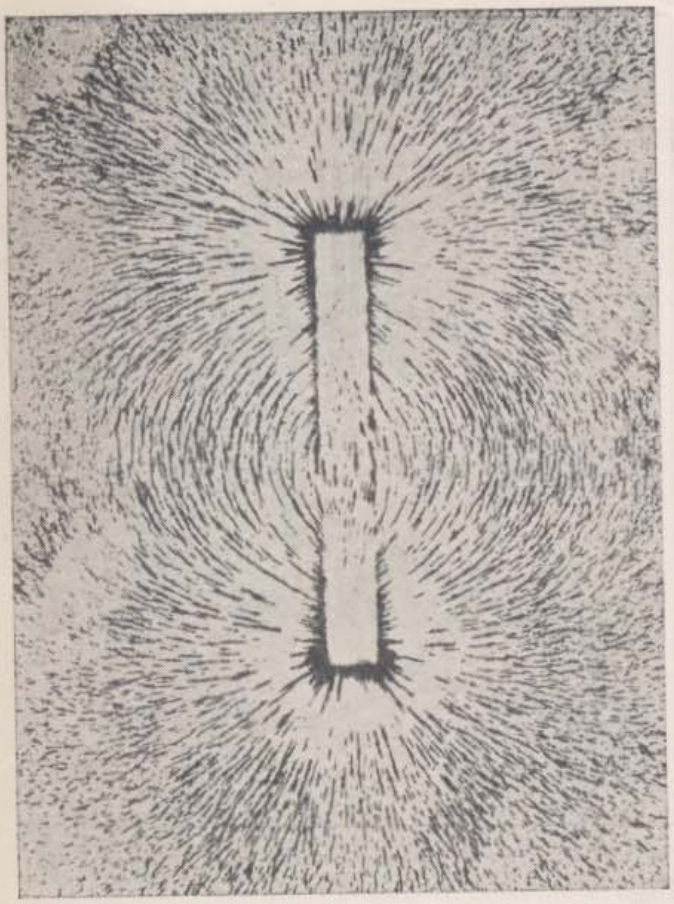


30-5 — Esquema das linhas de fôrça dos campos magnéticos de ímãs permanentes.
(a) Ímã em forma de barra.
(b) Ímã em forma de ferradura.

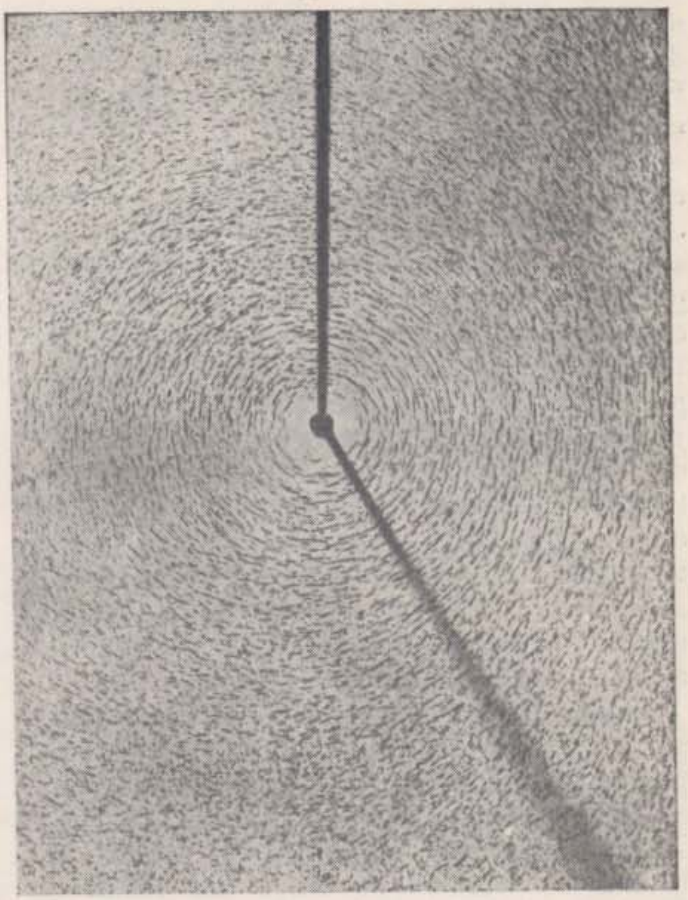
Caracterizamos os campos magnéticos por meio de linhas de fôrça magnéticas, tal como fizemos para os campos elétricos traçando linhas de fôrça elétrica. As Figs. 30-5 e 30-6

30-6 — Esquemas das linhas de fôrças dos campos magnéticos associados a correntes elétricas.
(a) Fio longo e comprido.
(b) Espira.
(c) Solenóide.

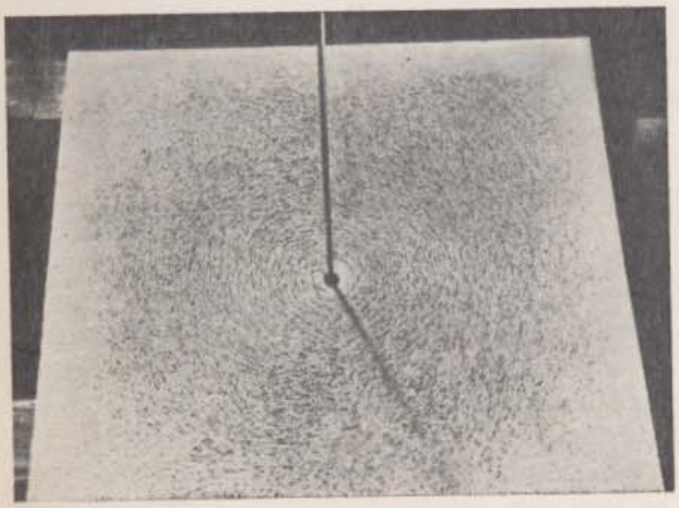




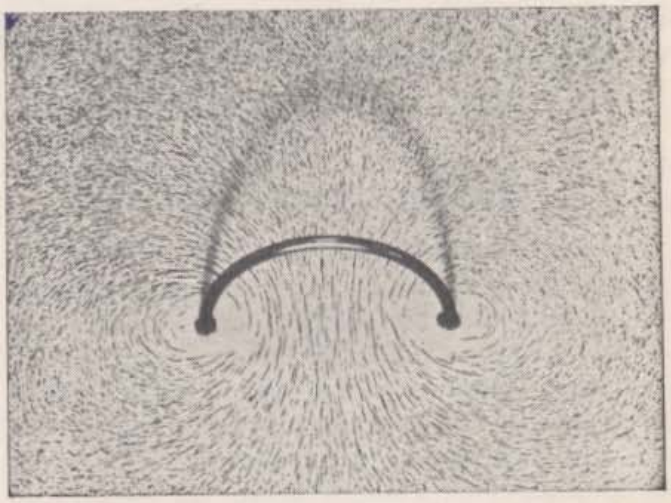
(a)



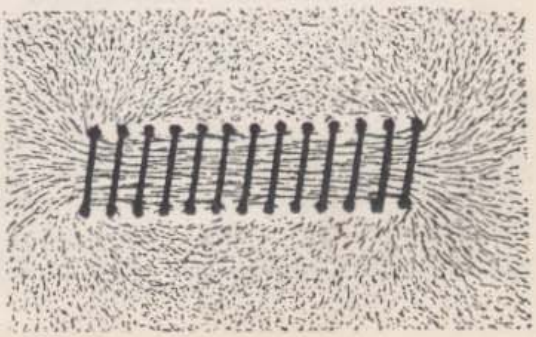
(b)



(c)



(d)



(e)

30-7 — Fotografias das configurações das linhas de fôrça de campos magnéticos, desenhadas por limalha de ferro.

(a) Ímã em forma de barra.

(b) Corrente retilínea.

(c) Dispositivo usado para obter (b).

(d) Corrente numa espira.

(e) Corrente num solenóide. (A fotografia (e) é do "Textbook of Physics", R. Kroning, Ed., Pergamon Press, Inc., 1959).

mostram os campos magnéticos produzidos por diversos ímãs e correntes. Compare-as com as Figs. 28-9 e 28-10 que ilustram vários campos elétricos.

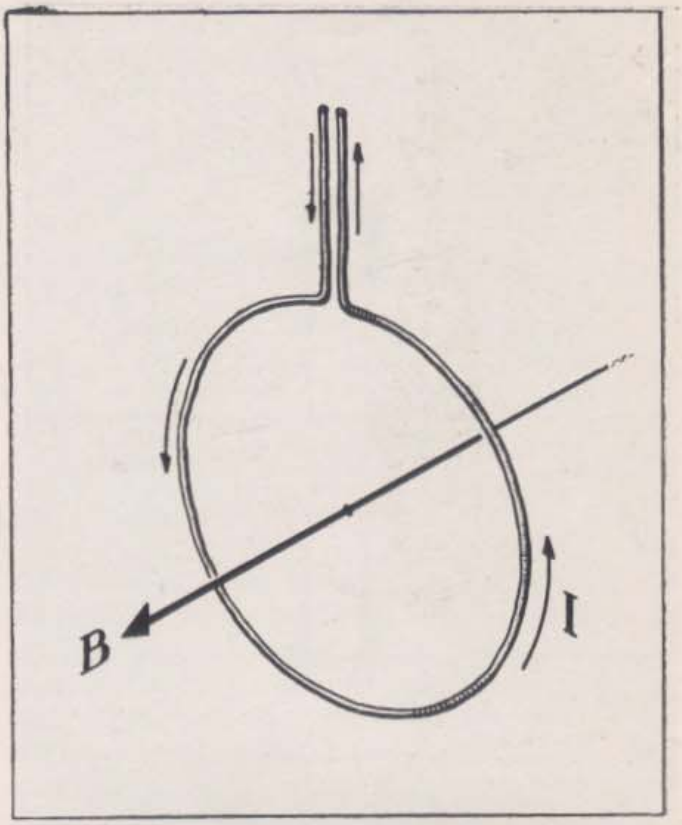
As linhas de fôrça elétrica provenientes de cargas em repouso começam e terminam nas cargas que produzem o campo, enquanto que as linhas dos campos magnéticos produzidas por correntes não têm comêço nem fim. Elas circundam os fios que conduzem a corrente (Fig. 30-6). As linhas dos campos magnéticos produzidas por ímãs permanentes (Fig. 30-5) *parecem* começar e terminar na superfície dos ímãs, mas isto decorre de não termos traçado as linhas no interior dêstes, região onde não podemos colocar uma agulha imantada comum. Usando nêutrons como agulhas imantadas, podemos explorar o interior de um ímã permanente, e verificar que as linhas não se detêm na superfície.

Se um campo magnético é suficientemente intenso, e você não está interessado em grande precisão, você pode "ver" as linhas de fôrça espalhando um pouco de limalha de ferro sôbre um pedaço de papel. Os pedaços de limalha se alinham ao longo das linhas de fôrça como as sementes de capim em um campo elétrico (veja Seção 28-3). Bata levemente no papel, se os pedaços de limalha ficarem amontoados. As fotografias da Fig. 30-7 são imagens obtidas com limalha de ferro.

30 — 3. Direção e Intensidade de Campos Magnéticos; Soma Vetorial.

Podemos reproduzir determinado campo magnético quando e onde desejarmos, mantendo uma corrente elétrica numa espira condutora. Como a fonte do campo magnético é sempre a mesma (desde que a espira esteja afastada de outros ímãs), o valor do campo, no centro da espira, por exemplo, será sempre o mesmo, independentemente da localização da espira. Além disso, o campo terá sempre a mesma orientação relativamente à espira.

Como a Fig. 30-8 indica, esta direção determinada por uma agulha imantada — coincide com o eixo da espira. Quanto ao sentido, observe o seguinte: se você "vê" a corrente percorrendo a espira no sentido horário, o campo *se afasta* de você ao longo do eixo; se você observa do outro lado, você vê a corrente percorrendo a espira no sentido anti-horário,



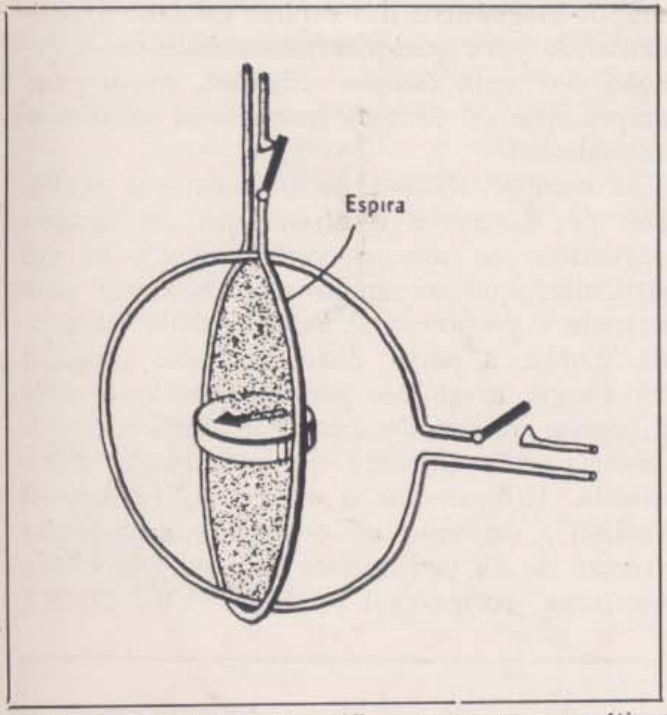
30-8 — Direção do campo magnético no centro de uma espira percorrida por corrente no sentido indicado pela seta.

e, nesse caso, o campo se dirige *para* você. Para poupar trabalho daqui por diante, diremos que o eixo da espira tem a direção e o sentido do campo.

Se dispuzermos duas espiras paralelamente, com a mesma corrente e no mesmo sentido, a intensidade do campo magnético no centro é maior do que com uma só espira. É necessário uma fôrça maior, por exemplo, para desviar uma agulha imantada orientada na direção do campo. Se as correntes percorrem as espiras em sentidos contrários, os campos produzidos pelas duas espiras têm sentidos opostos, e o campo resultante é nulo.

Em geral, como se adicionam dois campos? Já que um campo magnético é caracterizado por sua intensidade, sua direção e seu sentido, é natural admitir que os campos se somam vetorialmente, como acontece com as fôrças e com as velocidades. Vamos fazer esta suposição, tirar algumas conclusões, e tentar comprová-las experimentalmente.*

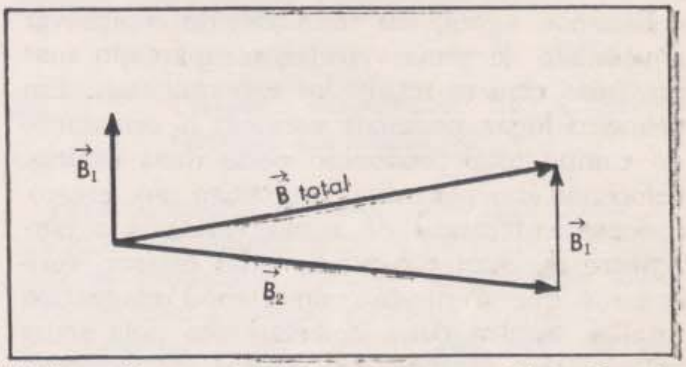
(*) Nem tôdas as coisas que têm grandeza, direção e sentido são vetores. No sentido estritamente técnico que estamos dando ao têrmo, chamaremos ve-



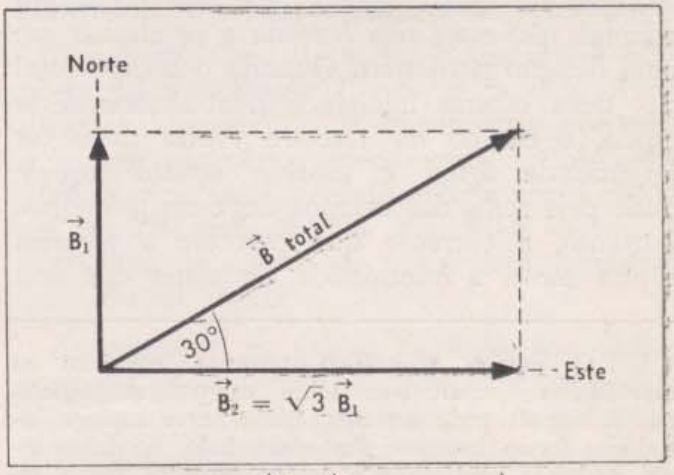
30-9 — Experiência para verificar se campos magnéticos se somam vetorialmente. Colocamos duas espiras de modo que tenham centro comum e possam girar uma em relação à outra. Quando passa corrente na espira 1, a agulha aponta na direção do eixo da espira. Essa é a direção do campo.

Admitindo que os campos magnéticos têm caráter vetorial, a primeira conclusão que podemos tirar é que o campo magnético de determinada espira deve ser proporcional à corrente que a percorre. Da soma vetorial de dois campos magnéticos iguais, segue-se que o campo magnético de duas espiras paralelas e percorridas por correntes iguais, é igual ao dôbro do campo magnético produzido por uma só espira. O conjunto das duas espiras paralelas equivale a uma espira conduzindo o dôbro de corrente. Predizemos, então, que o campo magnético é proporcional à corrente que o produz.

Se a previsão anterior fôr correta, poderemos nos valer de duas espiras idênticas para produzir qualquer combinação de campos magnéticos. Colocamos as duas espiras de tal forma que seus centros coincidam e que possamos dar a uma delas qualquer orientação relativamente à outra (Fig. 30-9). No centro, o campo magnético de cada espira é proporcional à corrente que a percorre e está dirigido ao longo do eixo da espira. Ajustando as correntes podemos obter campos magnéticos com quaisquer intensidades e, variando a orientação relativa das espiras, podemos dar aos campos qualquer direção. Utilizando a soma vetorial, podemos, então, predizer a orientação e a intensidade do campo total, e isto para uma infinidade de intensidades e de direções (Fig. 30-10).



30-10 — Soma vetorial de campos magnéticos. Quando passa corrente apenas na espira 1, o campo $\vec{B}_1$ tem a direção do eixo dessa espira e é proporcional à corrente I_1. Quando passa corrente apenas na espira 2, o campo $\vec{B}_2$ tem a direção do eixo dessa espira e é proporcional à corrente I_2. Quando as duas correntes estão passando, a soma vetorial prediz o campo total ($\vec{B}_{total}$) indicado na figura. É correta essa predição?



30-11 — Os campos $\vec{B}_1$ e $\vec{B}_2$ são produzidos por espiras idênticas, mas $I_1 = 1$ A e $I_2 = \sqrt{3}$ A. Prevê-se que $\vec{B}_{total}$ seja duas vêzes mais intensa do que $\vec{B}_1$ e tenha a direção indicada na figura.

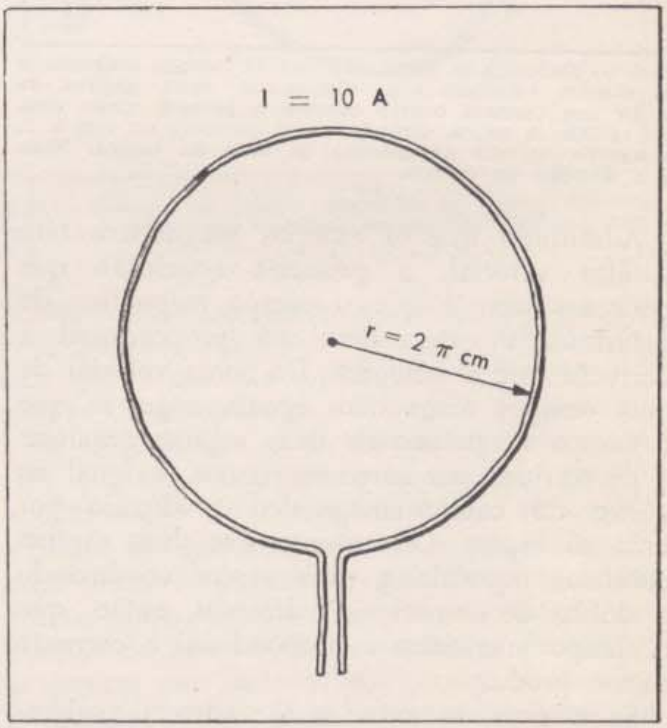
tores apenas a coisas que se somam vetorialmente. Um caminhão de 2 metros de comprimento com sua seta dirigida para baixo, não pode ser somado a um de 1,8 metros de comprimento que está sinalizando para entrar à direita. Da mesma forma, as rotações de um livro ao redor de dois eixos diferentes não podem ser somadas vetorialmente. Dê um giro de 90° em um livro, ao redor de um eixo horizontal; a seguir, gire-o de 90°, segundo um eixo vertical. Faça, depois, as rotações em ordem inversa e verá que não obtém o mesmo resultado final. Concluimos que as rotações não se somam vetorialmente, porque sabemos que os vetôres podem ser adicionados em qualquer ordem.

Suponhamos, por exemplo, que $I_1 = 1$ A e que o eixo da espira 1 aponta para o norte, enquanto $I_2 = \sqrt{3}$ A e que o eixo da espira 2 aponta para leste. Somando vetorialmente (Fig. 30-11), predizemos um campo total com orientação de 30° para nordeste e com uma intensidade igual ao dôbro do campo da espira 1. Em outras palavras, o campo total que esperamos obter coincide com o campo que se obteria com uma espira idêntica transportando uma corrente de 2A e com seu eixo dirigido ao longo da linha de 30° na figura. Cada vez que mudamos a direção de uma espira ou a intensidade da corrente que a percorre, temos uma nova previsão para o campo magnético total.

Estamos, agora, em condições de comprovar a validade da soma vetorial, comparando suas previsões com os resultados experimentais. Em primeiro lugar podemos verificar a orientação do campo total produzido pelas duas espiras, colocando uma agulha magnética no centro. Independentemente de como variamos a corrente e a orientação relativa das espiras, verificamos que a direção do campo magnético total é sempre dada corretamente pela soma vetorial dos campos das espiras individuais.*

Podemos, a seguir, verificar diretamente a intensidade do campo total. Para isto, acrescentamos uma terceira espira, idênticas às anteriores, e de maneira que seu centro coincida com os das outras duas. Orientamos esta espira de modo que seu eixo esteja em sentido oposto ao campo total, e ajustamos a corrente até que a agulha imantada no centro comum, não mais seja forçada a se alinhar em uma direção particular. Quando o campo total das duas espiras iniciais é neutralizado dêste modo, o campo da terceira espira deve ter intensidade igual e sentido oposto àquele dado pela soma dos campos das duas primeiras. Portanto, a corrente que percorre a terceira espira mede a intensidade da soma dos dois campos magnéticos das espiras iniciais. Experimentando para qualquer intensidade ou orientação dos dois campos originais, verificamos sempre que os campos magnéticos se somam vetorialmente.

As comprovações experimentais que acabamos de descrever mostram que os campos magnéticos se somam vetorialmente, e, em particular, que o campo magnético de uma corrente é proporcional à intensidade da mesma. Então, a partir disto, podemos produzir um campo magnético padrão quando e onde quisermos, utilizando uma espira paticular que conduza uma corrente de intensidade determinada. Utilizaremos o campo B_p (campo B "padrão") existente no centro de uma espira circular de 2π centímetros de raio, percorrida por uma corrente $I = 10$A (Fig. 30-12)



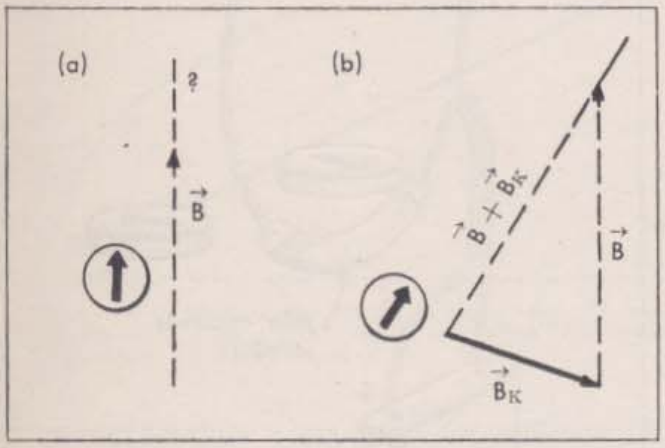
30-12 — Como campo magnético padrão, usamos o campo produzido no centro de uma espira condutora de 2π cm de raio percorrida por uma corrente de 10 A.

Escolhemos o campo B_p produzido dêste modo porque, como veremos na Seção 30-5, êle representa uma fração conveniente da unidade básica que introduziremos para a intensidade do campo magnético.

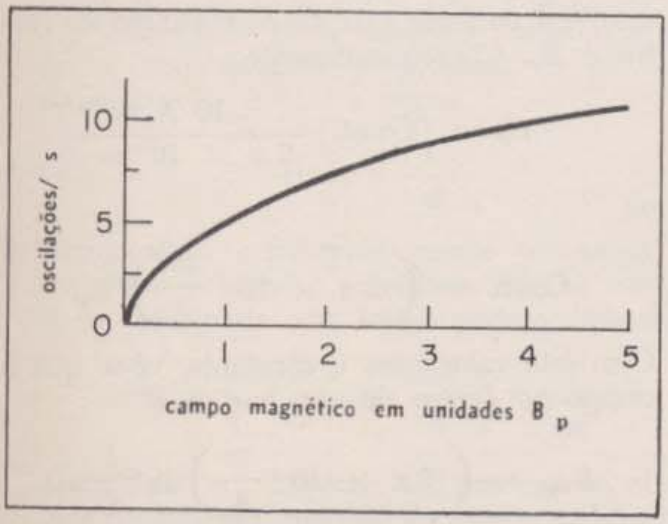
Agora que já temos uma unidade para exprimir a intensidade de campo magnético, podemos determinar um campo magnético desconhecido neutralizando-o com o campo de

(*) O campo magnético terrestre complica as experiências quantitativas sôbre campos magnéticos. Sua influência pode ser desprezada se os campos estudados forem intensos. Por outro lado, no laboratório, podemos neutralizar o campo terrestre numa região de pequenas dimensões, mediante um campo igual e oposto produzido por uma corrente adequada. Admitiremos em nossas experiências que o campo magnético terrestre é desprezível, ou, então, que êle foi apropriadamente compensado.

uma espira padrão. Na realidade, como sabemos que os campos magnéticos se somam vetorialmente, seria preferível adicionar um campo conhecido, originado por uma espira padrão, formando certo ângulo com o campo desconhecido (Fig. 30-13). Usamos, inicialmente, uma agulha imantada para determinar a orientação do campo conhecido. Em seguida, tendo aplicado o campo conhecido, utilizamos a agulha para obter a orientação do campo total. Poderemos, então, mediante um diagrama vetorial, obter a intensidade do campo original desconhecido.



30-13 — Processo para medir um campo magnético $\vec{B}$ desconhecido, pela soma com um campo $\vec{B}_e$ conhecido. (a) Por meio de uma agulha imantada, obtemos a direção do campo desconhecido. (b) Acrescentamos agora um campo conhecido $\vec{B}_e$. A agulha mudará de direção, apontando na direção do campo resultante $\vec{B} + \vec{B}_e$. O diagrama vetorial determina o módulo de $\vec{B}$.



30-14 — Curva de calibração de uma agulha magnética. Se desviamos uma agulha de sua posição de equilíbrio num campo magnético, ela oscila com determinada freqüência. A curva foi obtida colocando-se determinada agulha em campos magnéticos conhecidos e contando-se as oscilações em cada caso. Pode-se usar, agora, a curva para determinar a intensidade de um campo desconhecido: basta colocar a agulha nesse campo e contar o número de oscilações por segundo. O quadrado da freqüência é proporcional ao campo, mas a constante de proporcionalidade depende da agulha usada.

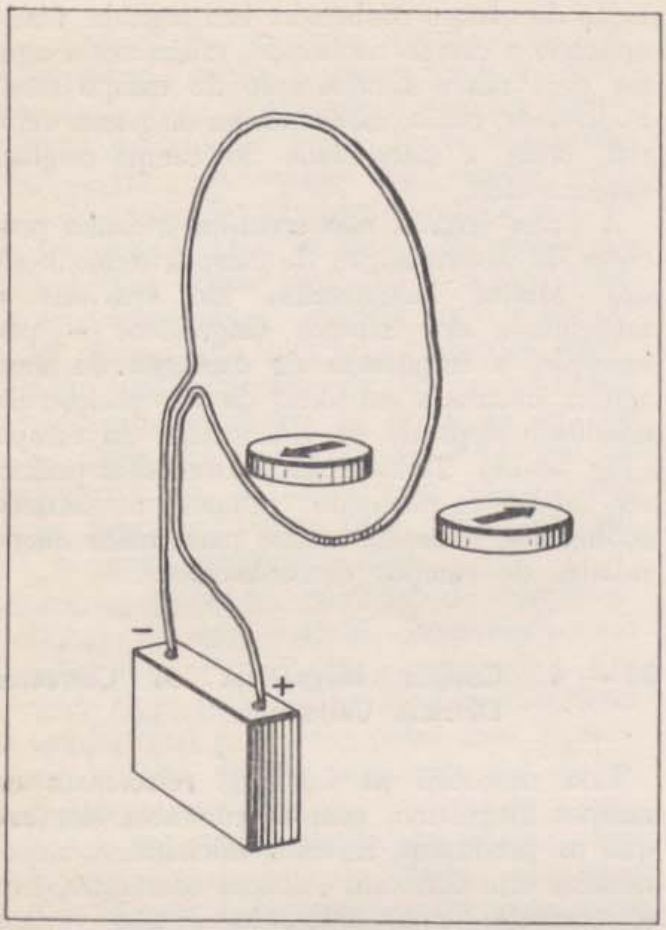
A soma vetorial não constitui o único processo de determinação de campos desconhecidos. Muitos instrumentos são sensíveis à intensidade dos campos magnéticos — por exemplo, a freqüência de oscilação de uma agulha imantada em tôrno de sua posição de equilíbrio depende da intensidade do campo (Fig. 30-14). Todos êsses instrumentos podem ser aferidos mediante campos magnéticos conhecidos, e, então, usados para medir intensidades de campos desconhecidos.

30 — 4. Campos Magnéticos de Correntes Elétricas Uniformes.

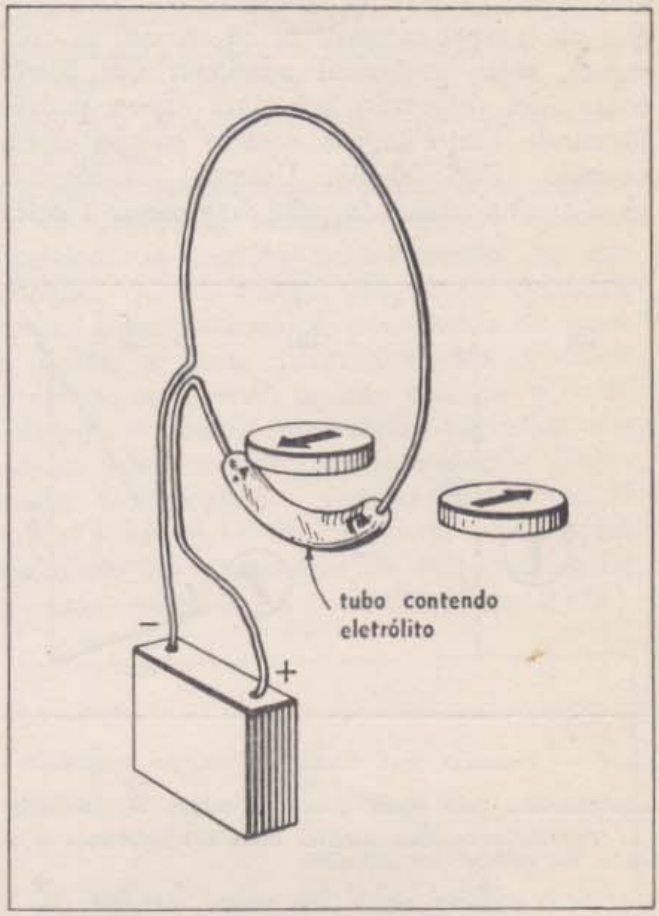
Para descobrir as leis que relacionam os campos magnéticos com as correntes elétricas que os produzem, faremos inicialmente experiências com correntes elétricas constantes, isto é, correntes cujas intensidades não variam com o tempo. As correntes elétricas variáveis, e os campos magnéticos variáveis que elas produzem trazem novos problemas, alguns dos quais serão discutidos posteriormente. Não tentaremos dar uma explicação completa mesmo para as correntes constantes. Ao invés de tentar calcular o campo magnético correspondente a qualquer sistema de correntes, vamos nos concentrar em alguns exemplos importantes.

Já sabemos que o campo magnético é proporcional à corrente I que o produz. Além disso, se invertemos o sentido da corrente, o campo magnético inverte seu sentido. Em particular, se uma corrente percorre uma espira no sentido indicado na Fig. 30-8, o campo magnético no centro da espira tem o sentido indicado na figura.

Aprendemos, no último capítulo, que cargas positivas movendo-se em um sentido produzem efeitos elétricos iguais aos de cargas negativas que se movem em sentido oposto. A experiência mostra que elas produzem também os mesmos efeitos magnéticos. Suponha que montamos dois circuitos geomètricamente idênticos: um dêles constituido de fios metá-



30-15 — (a) A agulha imantada indica a direção do campo em dois pontos próximos de uma espira metálica. Veja Fig. 30-15 (b).



30-15 — (b) Se substituimos uma parte da espira por um condutor eletrolítico, o campo não se altera. Os efeitos magnéticos não dependem do sinal das cargas que constituem a corrente.

licos, e o outro incluindo um condutor eletrolítico [Figs. 30-15 (a) e 30-15 (b)]. Com correntes iguais, os dois circuitos produzem exatamente os mesmos campos magnéticos, apesar de, no primeiro, a corrente ser devida inteiramente ao movimento de cargas negativas, enquanto que, no segundo, ela decorre do movimento de cargas tanto positivas quanto negativas. Desta forma, ao descrever os efeitos magnéticos de correntes constantes, não é necessário pensar no sinal das partículas que se movem.

Medidas realizadas com diferentes espiras mostram que a intensidade do campo no centro das mesmas varia na razão inversa de seu raio, isto é:

$$B_{esp.} = (\text{Const})\,\frac{I'}{r}.$$

Podemos determinar o valor da constante em função do campo magnético padrão B_p. Se a espira tem 2π cm ($2\pi \times 10^{-2}$ m) de raio, e a corrente vale 10 A, o campo no centro é B_p. Conseqüentemente,

$$B_p = (\text{Const.})\,\frac{10\ \text{A}}{2\pi \times 10^{-2}\ \text{m}}$$

ou

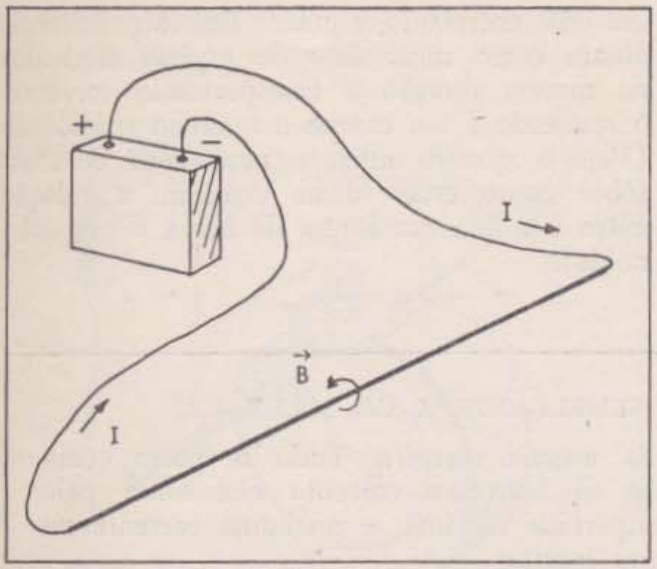
$$\text{Const.} = \left(2\pi \times 10^{-3}\,\frac{\text{m}}{\text{A}}\right) B_p.$$

Com êste valor para a constante, vê-se que o campo no centro de uma espira é

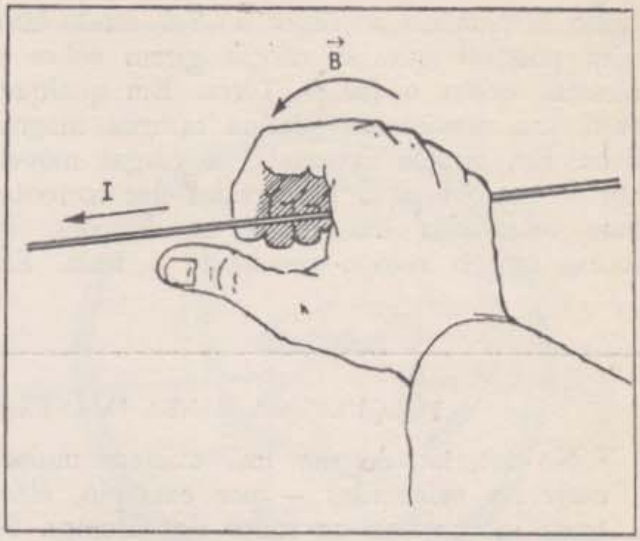
$$B_{esp.} = \left(2\pi \times 10^{-3}\,\frac{\text{m}}{\text{A}}\right) B_p\,\frac{I'}{r}.$$

Medindo I' em ampères, e r em metros, B aparece como um múltiplo de B_p.

Em 1820, os físicos franceses Biot e Savart aunciaram os resultados da primeira investigação quantitativa de um campo magnético produzido por corrente elétrica. Tratava-se do



30-16 — O campo na região central do fio não é influenciado pelas partes mais afastadas do circuito. Veja Figs. 30-6 (a) e 30-7.



30-17 — "Regra da mão direita". Quando o polegar de sua mão direita aponta ao longo do fio no sentido da corrente, os outros dedos envolvem o condutor no sentido do campo magnético.

campo próximo a um condutor retilíneo (Fig. 30-16). Na vizinhança do condutor, o campo se origina quase que totalmente da porção de corrente mais próxima. As outras partes da corrente não contribuem significativamente para o campo, porque os efeitos magnéticos decrescem ràpidamente com a distância (você pode comprovar êsse fato, movimentando as *outras* partes do circuito). As linhas de fôrça formam círculos concêntricos ao redor do fio [Fig. 30-6 (a) e Fig. 30-7], e a intensidade B do campo à distância d do fio é inversamente proporcional a d. Em conseqüência, B tem a forma

$$B = \mathrm{K}\,\frac{\mathrm{I}'}{d}$$

Comparando experimentalmente o campo B em volta do condutor retilíneo com o campo B_p no centro de uma espira padrão, obtemos:

$$B = \left(2 \times 10^{-3}\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{A}}\right) B_p\,\frac{I'}{d}.$$

Medindo I' em ampères, e d em metros, obtemos B como um múltiplo do campo padrão B_p.

Você pode lembrar como o sentido do campo está relacionado com o sentido da corrente, pela chamada regra da "mão direita": Imagine sua mão direita colocada de maneira que o polegar aponte no sentido da corrente; então, os outros dedos desta mão, envolvendo o fio, indicam o sentido do campo (Fig. 30-17), isto é, o sentido que seria indicado pelo polo norte de uma agulha imantada. Observe que esta regra dá também o sentido do campo no interior de uma espira.

Como último exemplo, consideremos um fio condutor enrolado em hélice: êle constitui o que se chama um *solenóide*. Um solenóide pode ter uma ou várias camadas de fio, como linha em um carretel. Uma corrente constante ao percorrer um solenóide produz o campo magnético esquematizado na Fig. 30-6 (c), e fotografado na Fig. 30-7. Se o comprimento do solenóide for grande comparado com seu diâmetro, o campo magnético em seu interior será paralelo ao eixo, e sua intensidade será a mesma em todos os pontos, exceto nas regiões muito próximas ao enrolamento ou perto das extremidades. Esse campo uniforme é proporcional ao número de voltas por unidade de comprimento do solenóide.

O campo exterior a um solenóide é muito semelhante ao campo de um ímã em forma de barra cilíndrica (Fig. 30-5). Isto sugere — como Ampère compreendeu — que o campo de um ímã permanente pode ser produzido por correntes elétricas. Estas correntes se originam do movimento das partículas carregadas dentro dos átomos e moléculas. Admitindo um modêlo planetário para o átomo, consideramos que os eléctrons giram ao redor do núcleo

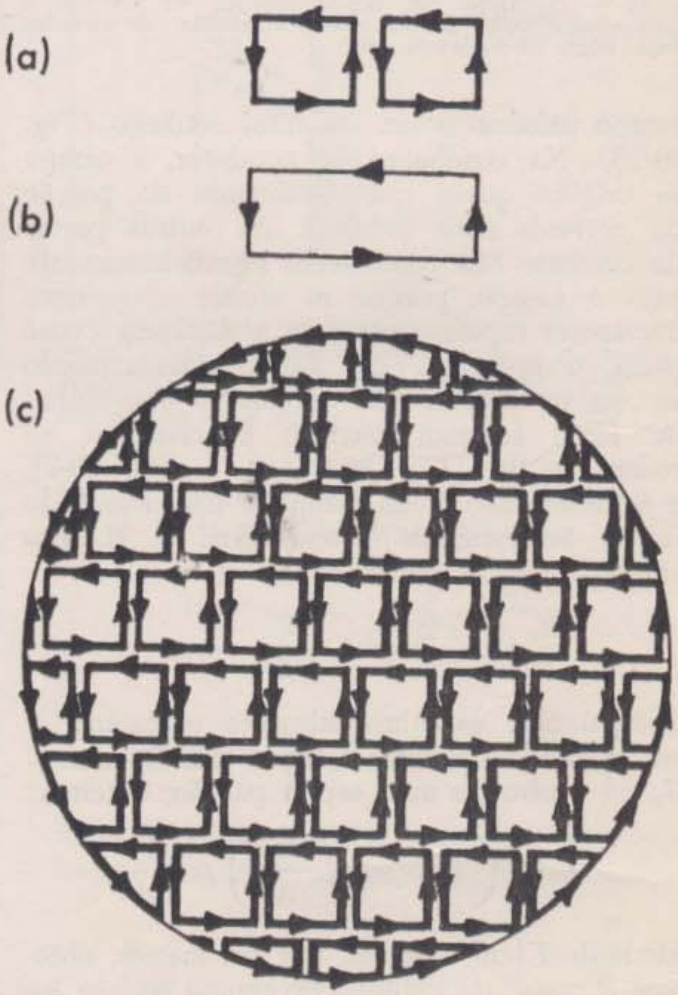
como os planêtas ao redor do Sol, sendo também possível que as cargas girem sôbre si mesmas como o faz a Terra. Em qualquer caso, seu movimento produz campos magnéticos. Em muitos materiais, as cargas móveis atuam como espiras percorridas por correntes mas orientadas em tôdas as direções, de forma que o campo resultante é nulo. Em um ímã, entretanto, algumas das cargas móveis atuam como uma série de espiras alinhadas na mesma direção e transportando corrente; o resultado é um campo magnético apreciável. (Veja o quadro adiante para mais detalhes sôbre como estas idéias explicam a relação entre um ímã em forma de barra e um solenóide).

PORQUE UMA BARRA IMANTADA É SEMELHANTE A UM SOLENÓIDE

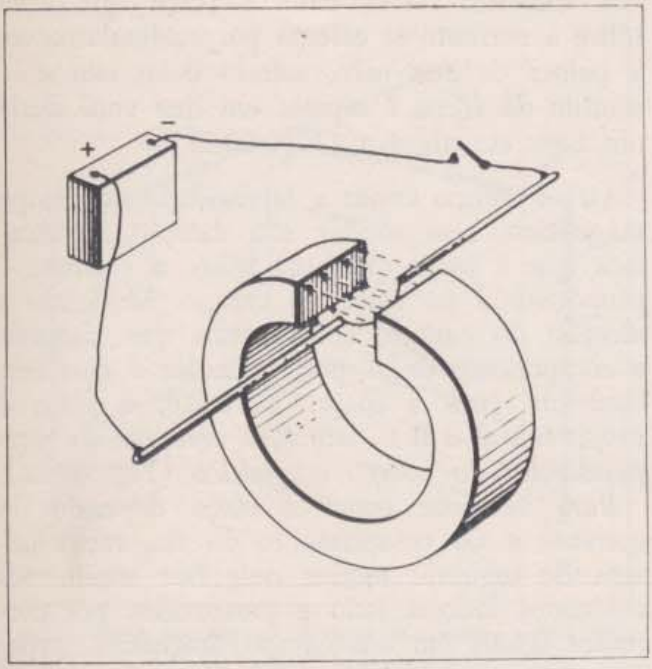
No interior de um ímã existem muitas correntes orientadas — por exemplo, eléctrons movendo-se ao redor dos átomos. Se fizéssemos um corte transversal imaginário em uma barra imantada, ficaria em evidência um conjunto de tais correntes, orientadas paralelamente umas às outras como está indicado de modo esquemático na Fig. 30-18 (c). O campo de uma barra imantada parece-se com o de um solenóide porque cada um dêsses conjuntos de correntes atômicas atua como se fôsse uma grande espira percorrida por uma corrente elétrica que circulasse pela superfície lateral da barra. Essa corrente é equivalente a uma corrente percorrendo uma espira de um solenóide.

Para compreender como as pequenas espiras de correntes atômicas formam uma grande espira, observe inicialmente a Fig. 30-18 (a), na qual vemos duas espiras atômicas adjacentes. Na zona em que as espiras têm um lado comum, as correntes circulam em sentidos opostos, e, portanto, os efeitos magnéticos dêsses lados se anulam. As duas espiras são magnèticamente equivalentes à espira única maior da Fig. 30-18 (b).

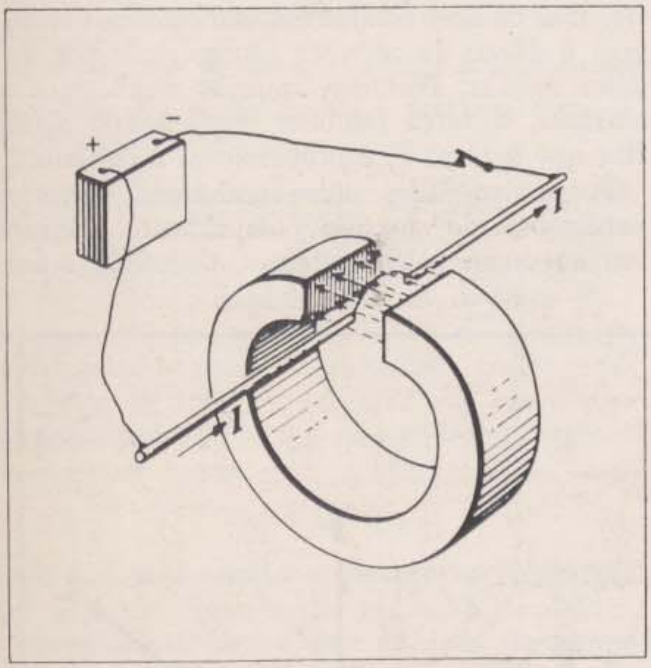
Observe, então, de nôvo, a Fig. 30-18 (c). Excetuando a superfície lateral da barra, cada corrente em uma espira atômica é anulada pela corrente vizinha oposta. Dêste modo, o efeito magnético total procede das correntes não anuladas que circulam ao redor da barra. Como você vê, estas correntes não compensadas circulam tôdas no mesmo sentido em volta da barra, porque tôdas as pequenas espiras estão orientadas da mesma maneira. Tudo se passa como se só houvesse corrente circulando pela superfície do ímã, e nenhuma corrente no seu interior.



30-18 — Podemos imaginar um ímã como se êle fôsse formado por um grande número de pequenas espiras de corrente. Nos lados adjacentes de duas espiras consecutivas, as correntes têm sentidos opostos e seus efeitos se cancelam. Na periferia, tôdas as correntes têm o mesmo sentido e produzem o efeito de uma corrente que passe pela superfície do ímã.



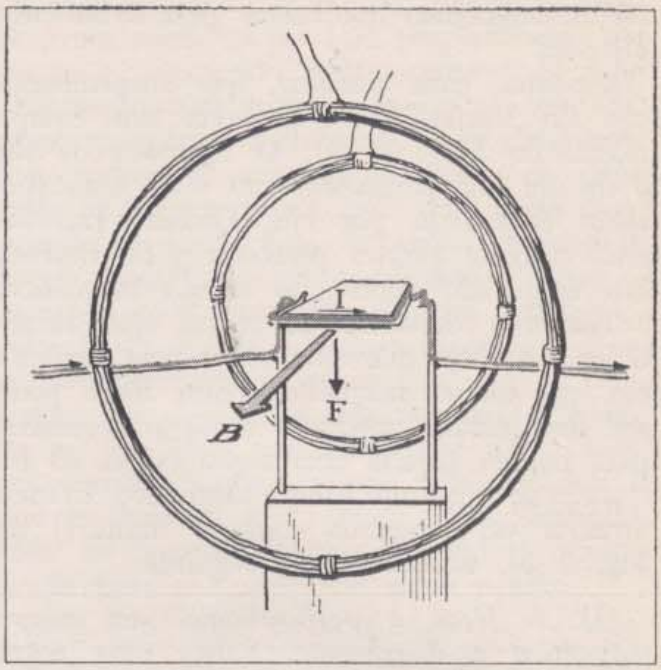
(a)



(b)

30-19 — (a) Fio flexível em um campo magnético. A chave está aberta, não passa corrente, o fio permanece caído. (b) Quando passa corrente, uma fôrça magnética atua sôbre o fio e o levanta.

Hoje em dia chegamos a uma razoável compreensão dos movimento internos das cargas nos átomos — e podemos confrontá-los com seus efeitos magnéticos. Em resumo, estamos perfeitamente convencidos de que o magnetismo é sempre o efeito de cargas elétricas em



30-20 — Um condutor em forma de U, indicado em traço grosso na figura, está prêso à borda de uma balança muito delicada introduzida no centro do campo magnético de duas grandes espiras. Quando a distância entre as espiras é igual a seus raios, o campo magnético no centro é pràticamente uniforme (espiras que satisfazem a essa condição são chamadas "espiras de Helmholtz"). A parte retilínea do condutor, situada na extremidade da balança sofre a ação de uma fôrça $\vec{F}$ que tende a inclinar a balança. Colocando pesos na outra extremidade, podemos medir $\vec{F}$. Girando a balança, verificamos de que maneira o valor de $\vec{F}$ é afetado pelo ângulo entre $\vec{B}$ e o condutor.

Em um campo uniforme, as fôrças que atuam sôbre os ramos laterais do U se cancelam porque, nêles, a corrente passa em sentidos opostos. Como o campo não é perfeitamente uniforme, as fôrças não se cancelam completamente, mas sua ação sôbre a balança é muito pequena em comparação com a de $\vec{F}$.

movimento. Conseqüentemente, não esperamos encontrar polos magnéticos separados.

30 — 5. Fôrças Exercidas sôbre Correntes em Campos Magnéticos.

As cargas elétricas produzem campos elétricos, os quais exercem fôrças sôbre outras cargas elétricas. Verificamos, agora, que correntes elétricas produzem campos magnéticos, e podemos imaginar que, correspondentemente, campos magnéticos exercem fôrças sôbre correntes elétricas. De fato isto acontece e as fôrças são consideráveis mesmo com correntes e campos não muito intensos. São essas

fôrças magnéticas que fazem girar os motores elétricos.

Suponha, para começar, que suspendemos um fio flexível, condutor, em um campo magnético (Fig. 30-19). O campo pode ser o de um ímã permanente ou o de uma corrente controlada por nós. Quando fazemos uma corrente elétrica percorrer o fio flexível, êste é puxado dentro do campo magnético.

Tentemos descobrir as regras que caracterizam a fôrça que atua sôbre uma corrente em um campo magnético. Esta fôrça pode ser determinada medindo a fôrça necessária para manter parada uma seção móvel do fio quando se aplica um campo magnético. Usando arranjos experimentais como o indicado na Fig. 30-20, constatamos o seguinte:

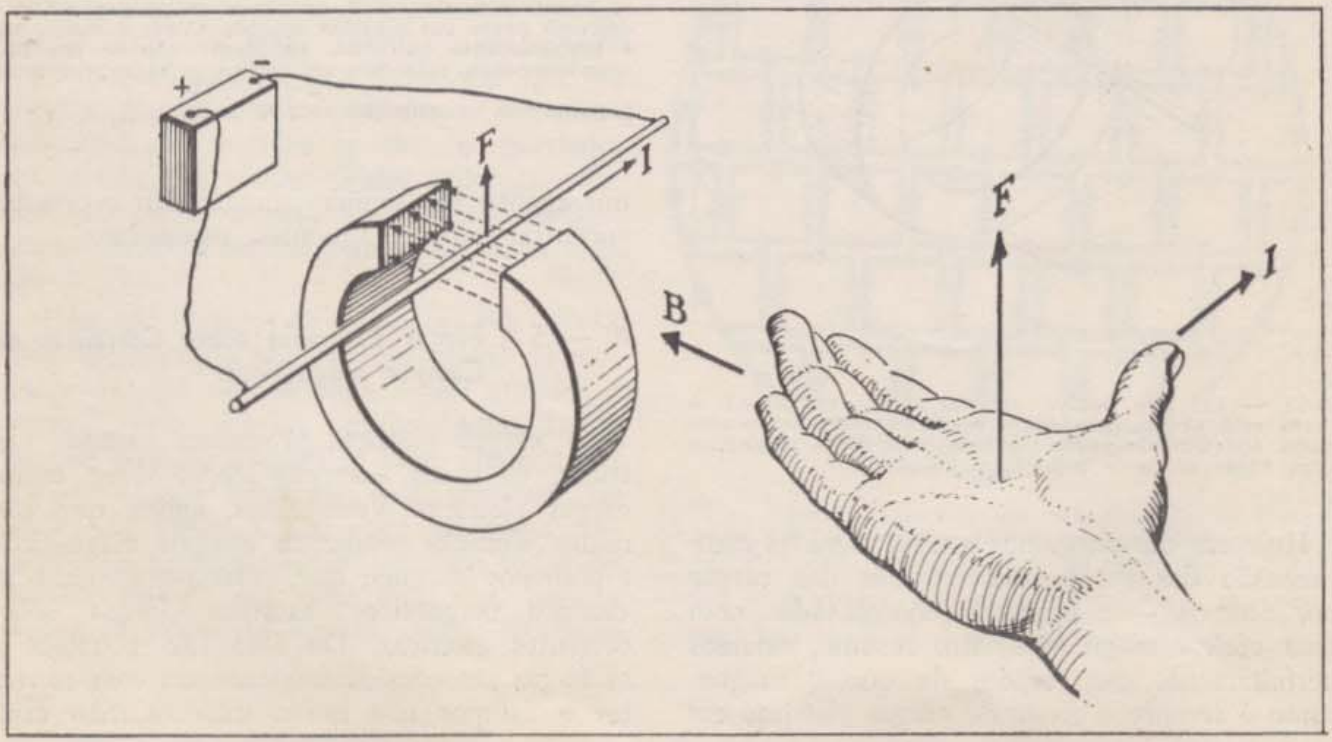
(i) *A fôrça é perpendicular ao campo magnético e à corrente.* Existe uma regra simples que ajuda a lembrar as direções envolvidas: Estenda sua mão *direita* com a palma aberta e o polegar em ângulo reto com os outros dedos e coloque-a em uma posição tal que o *polegar indique o sentido da corrente,* e os outros *dedos o sentido do campo magnético externo.* Neste caso a fôrça que atua sôbre a corrente se orienta perpendicularmente à palma de sua mão, saindo dela; isto é, o sentido da fôrça é aquele em que você daria um tapa em alguém (Fig. 30-21).

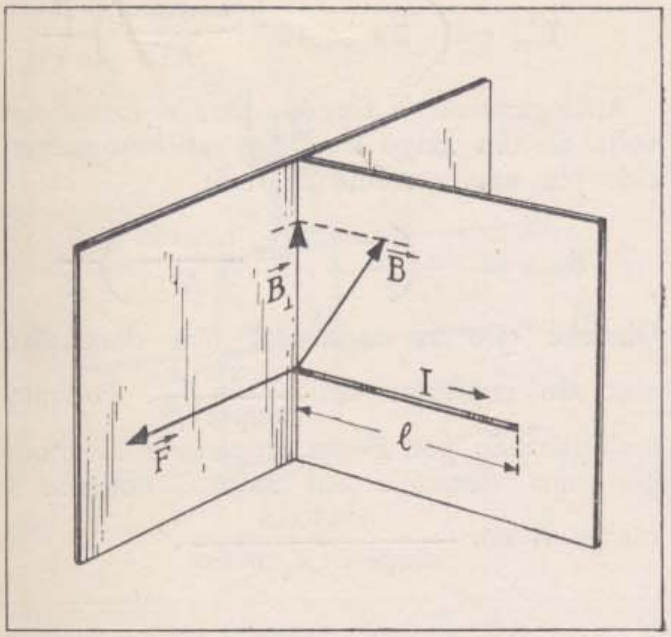
(ii) Fazendo variar a intensidade do campo magnético, sem mudar sua direção, verificamos que a fôrça que atua sôbre a corrente é proporcional ao valor do campo. Mudando a direção do campo, constatamos que sòmente a componente de B perpendicular à corrente, contribui para a fôrça. Portanto, *a fôrça é proporcional a* $B_\perp$, isto é, à *componente perpendicular do campo magnético* (Fig. 30-22).

Para verificar como a fôrça depende da corrente e do comprimento do fio, raciocinamos do seguinte modo: dois fios condutores colocados lado a lado e percorridos por correntes iguais em um campo magnético, experimentam, em conjunto, uma fôrça duas vêzes mais intensa do que a que atua sôbre um único fio; mas os dois condutores combinados conduzem o dôbro da corrente transportada por um dêles apenas. Portanto, quando duplicamos a corrente, a fôrça também duplica. Isto significa que a *fôrça F, é proporcional à corrente I.*

Por outro lado, dois condutores curtos e retilíneos, de mesmo comprimento, ligados um ao outro pelos extremos, de modo a for-

30-21 — Regra para determinar a orientação da fôrça magnética sôbre uma corrente: Estenda os dedos de sua mão direita no sentido do campo magnético e gire sua mão até que o polegar aponte no sentido da corrente. A fôrça magnética aponta na direção em que você empurraria alguma coisa.





30-22 — Para determinar a fôrça magnética sôbre uma corrente:
(i) Ache a componente de B perpendicular ao condutor. $\vec{B}_\perp$
(ii) Multiplique $\vec{B}_\perp$ pela corrente I e pelo comprimento l do condutor. Êsse produto dá a intensidade da fôrça: $F = IlB_\perp$.
(iii) O vetor que representa essa fôrça é perpendicular ao condutor e a $\vec{B}$. Seu sentido é dado pela regra da mão direita.

mar um fio mais comprido, experimentam, em conjunto, o dôbro da fôrça que um só experimentaria. Portanto, duplicando o comprimento do fio, a fôrça duplica. Isto é: *A fôrça F, é proporcional ao comprimento l do condutor.*

Resumindo nossos resultados: conhecemos o sentido da fôrça, e sabemos que ela é proporcional a $B\perp$, I, e l, o que pode ser expresso da seguinte forma:

$$F = A\, I\, l\, B\perp,$$

onde A é uma constante de proporcionalidade que depende sòmente das unidades escolhidas.

Escolheremos agora uma unidade de campo magnético, definindo-a em têrmos das unidades já adotadas para F, I, e l. Medimos F em newtons, I em ampères e l em metros, e escolhemos a unidade de campo magnético de modo a fazer a constante A igual a 1. Então,

$$F = I\, l\, B\perp$$

e a unidade de B fica sendo $\dfrac{1 \text{ newton}}{(1 \text{ ampère})\,(1 \text{ metro})}$

Um campo magnético de 1 $\dfrac{\text{newton}}{\text{ampère} \times \text{metro}}$ é o campo que exerce a fôrça de um newton sôbre um condutor de 1 m perpendicular ao campo e percorrido pela corrente de 1 A.

Na Seção 30-3, introduzimos o conceito de campo magnético padrão B_p, e o definimos como o campo existente no centro de uma espira de 2π cm de raio pela qual passe uma corrente de 10 A. Esta definição relaciona o campo magnético com a corrente I' que o produz. Temos agora uma maneira totalmente diferente de definir o campo magnético. Não nos preocupamos em saber como êle é produzido. Êle é medido em newtons/A $\times$ m, isto é, pela fôrça magnética que atua sôbre uma corrente I que percorre uma distância l transversalmente ao campo. Esta corrente pode ser completamente diversa da considerada para o campo magnético padrão.

Qual é o valor da intensidade do campo magnético padrão B_p em $\dfrac{\text{newtons}}{\text{A} \times \text{m}}$? precisamos verificá-lo experimentalmente. Podemos, por exemplo, utilizar uma corrente I' para produzir um campo que seja um múltiplo conhecido de B_p; a seguir, determinamos a intensidade dêsse campo em newtons/A $\times$ m medindo a fôrça que êle exerce sôbre uma outra corrente I. Encontraremos um valor simples para B_p, porque B_p foi escolhido intencionalmente, tendo-se em vista justamente esta experiência.

Utilizaremos, em nossa experiência, uma espira padrão, de 2π cm de raio, mas, ao invés de uma corrente de 10 A, usaremos uma de 100 A. Sendo a corrente 10 vêzes maior do que aquela que produz o campo padrão, o campo $B_{esp.}$, no centro da espira, valerá $10B_p$. Por outro lado, fazemos uma corrente de 50 A percorrer um condutor de 0, 010 m (1 cm) de comprimento, e colocamos êsse condutor no centro da espira (Fig. 30-23). Medimos a fôrça que age sôbre êste fio quando êle é perpendicular ao campo produzido pela espira. Esta fôrça vale $5{,}0 \times 10^{-4}$ newtons. Então, de $F = I\, l\, B\perp$, obtemos

$$5{,}0 \times 10^{-4} \text{ newtons} = 50 \text{ A} \times 0{,}010 \text{ m} \times 10\, B_p.$$

Obtemos, então,

$$B_p = 1{,}0 \times 10^{-4}\ \frac{\text{newtons}}{\text{ampère} \times \text{metro}}$$

Experiências como esta foram realizadas com grande precisão e descreveremos uma

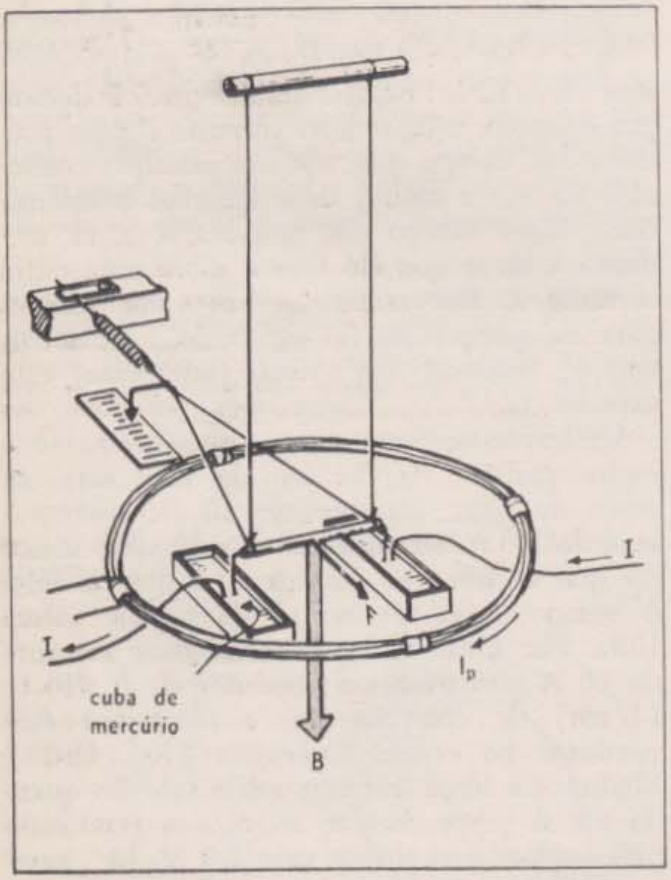
outra ainda na Seção 30-7. Sabemos, que êste é, efetivamente, um valor muito bom para o campo no centro da espira padrão. Considerando êste valor de B_p, podemos re-escrever as fórmulas da Seção 30-4. A fórmula,

$$B_{esp} = \left(2\pi \times 10^{-3} \frac{\text{metro}}{\text{ampère}} \right) B_p \frac{I'}{r}$$

para o campo produzido no centro de uma espira de raio r, que transporta uma corrente I', torna-se

$$B_{esp} = \left(2\pi \times 10^{-3} \frac{\text{ampère}}{\text{metro}} \right) \left(1{,}0 \times 10^{-4} \frac{\text{newton}}{\text{A} \times \text{m}} \right) \frac{I'}{r}$$

ou



30-23 — Experiência para medir o campo no centro de uma espira medindo-se a fôrça que atua sôbre um segmento de condutor pelo qual passa uma corrente. Na experiência descrita no texto, a corrente I' que percorre a espira e produz o campo é de 100 A. A corrente I que passa pelo segmento de condutor é de 50 A. O segmento realmente usado na experiência é muito mais curto do que está indicado na figura, de modo que todo êle fica numa região de campo uniforme no centro da espira padrão. Na Fig. 30-20 você encontra outro tipo de balança de corrente com a qual é possível fazer o mesmo tipo de medida. A fôrça F lida na escala é igual a IlB, onde l é o comprimento do segmento.

$$B_{esp} = \left(2\pi \times 10^{-7} \frac{\text{newton}}{\text{A}^2} \right) \frac{I'}{r}$$

Anàlogamente, a fórmula para o campo em volta de um longo condutor retilíneo percorrido por uma corrente I', será:

$$B_{cond.\ ret.} = \left(2 \times 10^{-7} \frac{\text{newton}}{\text{A}^2} \right) \frac{I'}{d}.$$

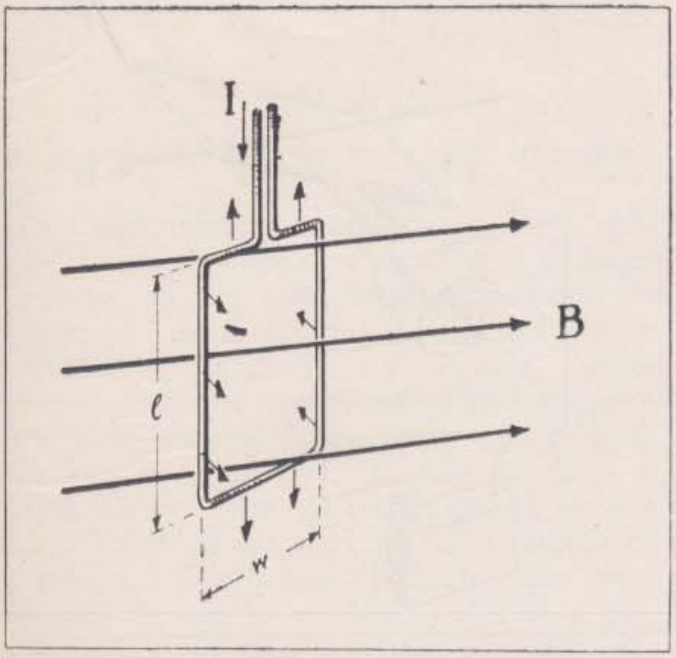
Observe que as constantes têm dimensões; elas são expressas em $\frac{\text{newtons}}{(\text{ampère})^2}$. Portanto, multiplicando por I' em ampères e dividindo por uma distância em metros, obtemos o campo B em $\frac{\text{newtons}}{\text{ampère} \times \text{metro}}$.

30 — 6. Aparelhos de Medida e Motores.

Os delicados ponteiros que acusam correntes pouco intensas e os grandes eixos que fazem girar os cilindros de uma fundição de aço, são movidos pelo mesmo tipo de fôrças: as fôrças exercidas por um campo magnético sôbre uma espira ou bobina de fio condutor percorrida por uma corrente. Correntes intensas significam grandes fôrças, enquanto correntes pouco intensas ficam sujeitas a fôrças muito pequenas. Mediante o alinhamento dos ímãs atômicos, o ferro proporciona ao engenheiro um modo de intensificar os campos magnéticos produzidos por uma dada fonte de corrente.

Todos nós sabemos que o uso dêsse tipo de fôrça está muito difundido, e que deve ter sido necessária uma grande soma de conhecimentos e habilidades para inventar, projetar, e construir os dispositivos nos quais ela é utilizada. Nisto consiste o trabalho dos engenheiros-eletricistas, que, por cêrca de 75 anos, fizeram constantes aplicações desta fôrça para novos usos. Não tentaremos descrever os meios engenhosos, e freqüentemente complexos, por êles descobertos para utilizar esta fôrça; isto é outro assunto. Descreveremos suscintamente, entretanto, dois dispositivos simples cujo funcionamento depende das fôrças magnéticas.

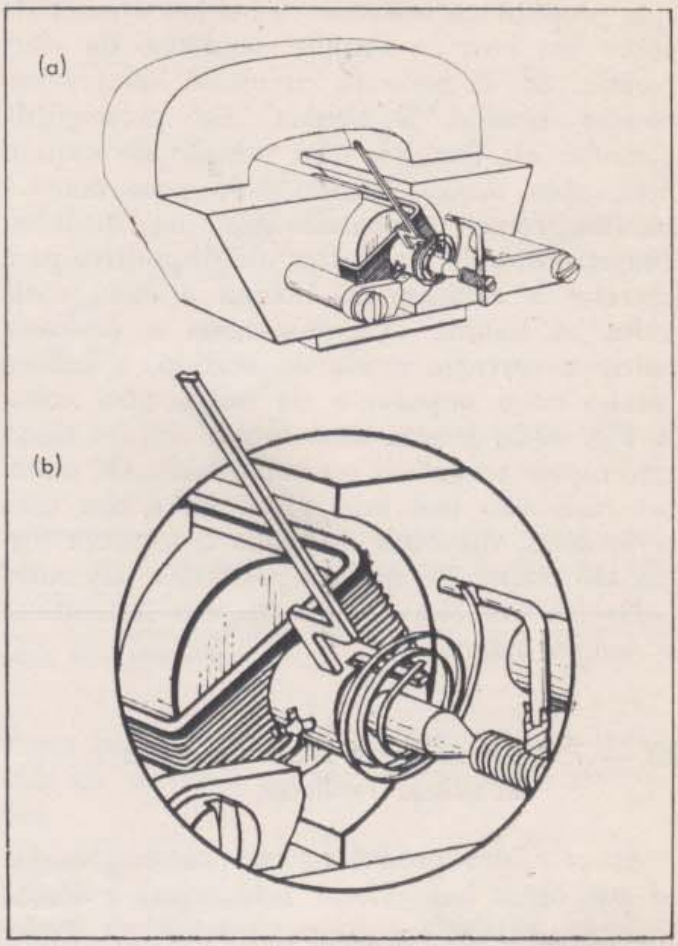
(a) *Amperímetros de Bobina Móvel.* A Fig. 30-24 mostra as fôrças que atuam sôbre uma espira em um campo magnético. A espira é retangular, de lados l e l' e seu plano forma



30-24 — Esquema de um medidor de corrente: Quando passa corrente pela espira retangular, as fôrças magnéticas $I\ l\ B$ e $-I\ l\ B$ tendem a fazer girar a espira. Esta gira até que as fôrças magnéticas são equilibradas por pequenas molas. Em geral, constrói-se o medidor de maneira que o ângulo de que gira a espira seja proporcional à corrente que percorre a espira.

certo ângulo com o campo de intensidade B. Quando uma corrente I percorre a espira, as fôrças que atuam sôbre os lados são BIl e $-BIl$ São paralelas, mas não se anulam porque não atuam segundo a mesma linha. Elas formam um binário que faz a espira girar em tôrno do eixo vertical. As fôrças que atuam sôbre a parte de cima e a parte de baixo da espira são $B \perp Il'$ e $-B \perp Il'$, iguais e opostas. Elas estiram a espira, mas não a deslocam.

Em um amperímetro comum de corrente contínua a bobina está prêsa a um eixo com pivôs, e as fôrças magnéticas que a fazem girar são contrabalançadas pelas fôrças elásticas de um par de molas (como os "cabelos" de um relógio) (Fig. 30-25). Em geral, a corrente entra e sai da espira através das molas. O campo magnético é produzido por um ímã permanente, cujo campo tem configuração radial (êsse tipo de campo é obtido usando-se peças polares de formato conveniente e um bloco cilíndrico de ferro colocado no interior da espira). Então, mesmo quando esta gira, o campo magnético permanece perpendicular aos seus lados, e a intensidade das fôrças magnéticas que a fazem girar é sempre a mesma independentemente de quanto ela girou. Por outro lado, as fôrças opostas devidas



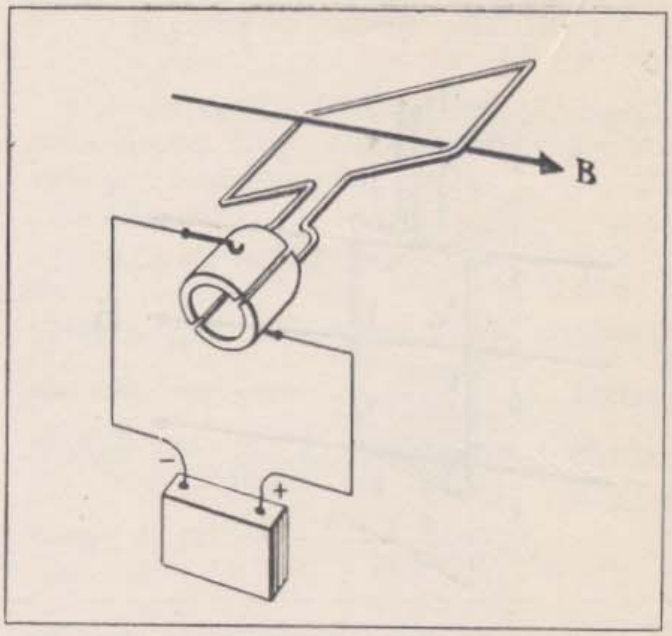
30-25 — (a) Um medidor de corrente: A corrente entra na bobina retangular pela mola tipo "cabelo" que se vê na figura, enrolada no eixo. A bobina gira em tôrno de um cilindro fixo de ferro. Êsse cilindro e os polos de forma especial do grande ímã permanente produzem um campo magnético radial de intensidade pràticamente constante.

(b) Detalhes da bobina móvel.

às molas crescem à medida que a espira gira. Conseqüentemente, ela gira até que as fôrças devidas às molas equilibrem as fôrças magnéticas. Quanto maior a corrente, tanto mais intensas são as fôrças magnéticas, e maior é o ângulo de que deve girar a espira para alcançar o equilíbrio. Como as fôrças devidas às molas são geralmente proporcionais ao ângulo de torsão êste ângulo é proporcional à corrente: a escala do amperímetro é linear. Tais medidores são construidos em uma ampla variedade de tamanhos e escalas.

(b) *Motores de Corrente Contínua.* Um motor é constituido por uma bobina de maiores proporções, percorrida por uma corrente e colocada em um campo magnético intenso. O ímã permanente é substituido por um electroímã que recebe corrente da fonte

que propulsiona o motor. A bobina é montada sôbre um eixo no campo magnético do electroímã. Se a corrente circulasse sempre no mesmo sentido, a bobina não prosseguiria girando: ela atingiria uma posição de esquilíbrio, após oscilar de um lado para outro e pararia como o ponteiro de um medidor. Entretanto, todo motor tem um dispositivo para inverter a corrente na bobina a cada meia volta. A bobina é impulsionada e dá meia volta; a corrente muda de sentido, a bobina recebe novo impulso e dá outra meia volta. A Fig. 30-26 mostra uma forma simples dêsse interruptor reversível ou comutador. Os motores reais não têm uma só espira e sim uma série delas, dispostas de modo a fornecer fôrças tão constantes quanto possível e são enroladas em um bloco de ferro, para intensificar o campo magnético.



30-26 — Um motor de corrente contínua é semelhante a um medidor de bobina móvel, mas a bobina é maior e êle possue uma chave de reversão ou comutador, que inverte o sentido da corrente a cada meia volta.

30 — 7. Fôrças Entre Duas Correntes Retilíneas Paralelas.

As correntes produzem campos magnéticos, e, por outro lado, ficam submetidas a fôrças quando situadas em campos magnéticos. Pode-se, então, dizer que as correntes atuam umas sôbre as outras, por intermédio do campo magnético. Êste ponto de vista coincide com o que adotamos para o campo elétrico, que é o intermediário através do qual as cargas elétricas interagem. As correntes se repelem e se atraem, tal como as cargas, com fôrças que dependem das correntes consideradas e de seu arranjo geométrico. A interação de correntes constitui a base da maioria das inúmeras aplicações mecânicas da energia elétrica como, por exemplo, motores e geradores de qualquer tipo.

Na Seção 30-5 calculamos a fôrça entre uma espira percorrida por corrente e uma segmento de fio condutor situado no centro da espira e percorrido por outra corrente. Calculemos, agora, a fôrça de interação de duas correntes em outro caso simples. Suponhamos um condutor retilíneo muito longo, transportando a corrente I_1 no sentido indicado pela seta na Fig. 30-27. Um segmento retilíneo MN de comprimento l de um outro condutor está colocado paralelamente ao primeiro, à distância d. Êste segmento é percorrido pela corrente I_2 de mesmo sentido que I_1. Queremos calcular a fôrça F que atua sôbre o segmento l.

Procederemos em duas etapas. Consideraremos, primeiro o campo magnético B produzido pela corrente I_1. Êste campo tem o mesmo valor B em todos os pontos do segmento MN, e sabemos que êle é proporcional à corrente I_1 e inversamente proporcional a d, isto é, à distância entre os condutores:

$$B = \frac{K\, I_1}{d}$$

onde $K = 2 \times 10^{-7} \dfrac{\text{newtons}}{(\text{ampère})^2}$, como vimos na Seção 30-5. Êste campo magnético é perpendicular ao plano que contém as correntes I_1 e I_2, e seu sentido é o indicado pela seta sombreada na Fig. 30-27, ou seja, para baixo, transversalmente a I_2.

Em seguida, calculamos a fôrça exercida por êste campo magnético sôbre o segmento de corrente MN. Êste segmento tem comprimento l, é perpendicular ao campo, e transporta a corrente I_2. Como o campo B de I_1 é perpendicular à corrente I_2, a fôrça exercida sôbre o segmento é:

$$F = B\, l\, I_2.$$

Substituindo o valor de B nesta expressão, temos:

$$F = KI_1\ I_2\ l/d$$

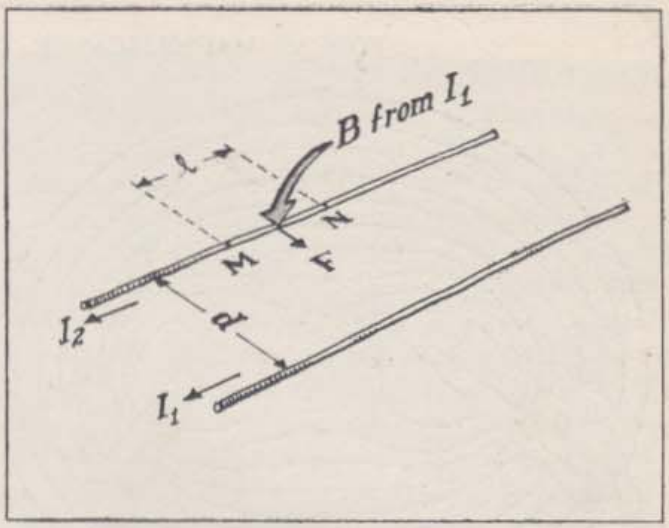
Isto nos dá o valor da fôrça que atua sôbre MN.

Para determinar o sentido desta fôrça aplica-se a regra explicada na Seção 30-5. Coloque o polegar de sua mão direita no sentido da corrente I_2, de modo que êle aponte para a esquerda na Fig. 30-27. Em seguida, oriente sua mão de forma que os outros dedos fiquem para baixo, no sentido do campo B, indicado pela seta sombreada. O sentido da fôrça é aquele em que você daria um tapa em alguém com a palma de sua mão, isto é, o sentido de I_2 para I_1. Concluimos, portanto, que duas correntes de mesmo sentido se atraem e que se o sentido de uma delas fôr invertido elas passarão a se repelir.

Mostramos, na Fig. 30-27, o campo magnético produzido por I_1, e que atua sôbre I_2. Há também, um campo magnético produzido por I_2, e que atua sôbre I_1. Se fizermos uma análise semelhante à anterior, ou se confiarmos na simetria — obteremos resultados idênticos: correntes de mesmo sentido se atraem, e de sentidos opostos se repelem. Em qualquer caso, o valor da fôrça é $F = KI_1\ I_2\ l/d$.

(Veja no quadro da página seguinte um outro modo de considerar as fôrças magnéticas).

A fôrça entre duas correntes é fàcilmente medida, assim como as intensidades das correntes e as distâncias que figuram no segundo membro da equação anterior. Uma experiência dêste tipo nos dá uma medida direta da constante K. O resultado concorda com o valor $K = 2 \times 10^{-7}\ \dfrac{\text{newtons}}{(\text{ampère})^2}$ que obtivemos na Seção 30-5. Na verdade, esta experiência e a equação $F = KI_1\ I_2\ l/d$, nos fornecem uma pista sôbre o histórico das unidades elétricas. Há muito tempo, o ampère foi escolhido para que a constante K assumisse o valor simples e redondo 2×10^{-7}. A partir desta definição do ampère, as medidas feitas por Millikan mostraram que um ampère correspondia ao transporte de $6{,}25 \times 10^{18}$ cargas elementares por segundo. Finalmente, o volt foi definido como a diferença de potencial (ou FEM) que fornece um watt (um joule por segundo) com uma corrente de um ampère. A definição que demos para o volt no Capítulo 29, foi escolhida de modo a concordar com estas definições.



30-27 — Dois fios condutores paralelos. O segmento MN fica sujeito a uma fôrça $\vec{F}$ pelo fato de estar no campo magnético produzido pelo outro fio (a seta sombreada indica êste campo).

Que acontece com o valor numérico da constante K na equação $F = KI_1\ I_2\ l/d$, se medirmos as correntes em nossas unidades básicas de cargas elementares por segundo, ao invés de fazê-lo em ampères? Como queremos continuar medindo a fôrça em newtons, e como em qualquer corrente, 1 carga elm/s vale sòmente $1{,}6 \times 10^{-19}$ ampères, a constante K fica multiplicada por

$$\left(1{,}6 \times 10^{-19}\ \frac{\text{ampère}}{\text{carga elem/s}}\right)^2.$$

Em outras palavras, K é dado por

$$\left(2 \times 10^{-7}\frac{\text{newtons}}{\text{ampère}^2}\right)\left(1{,}6 \times 10^{-19}\frac{\text{ampère}}{\text{carga elem/s}}\right)^2$$

ou

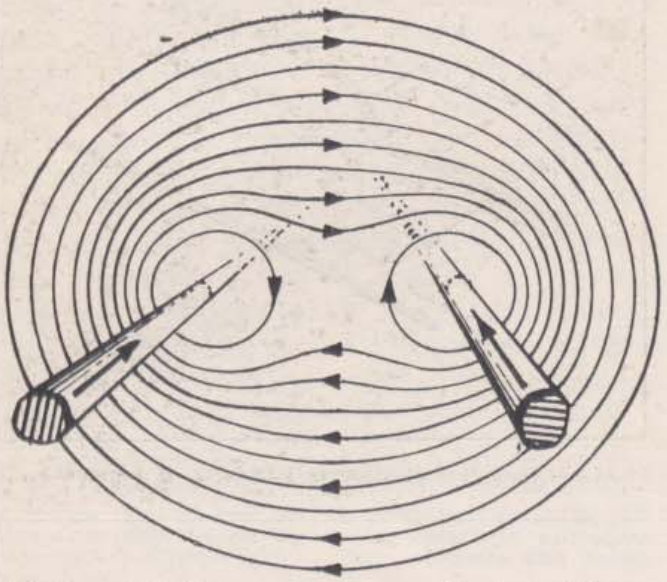
$$K = 5{,}12 \times 10^{-45}\ \frac{\text{newtons}}{(\text{carga elem/s})^2}$$

Nestas unidades, o campo de um condutor retilíneo é dado por

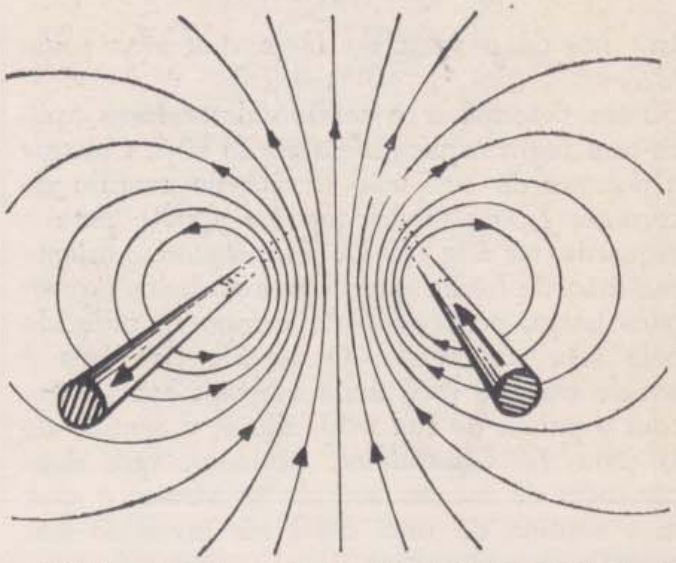
$$B_{\text{cond. ret.}} = \left(5{,}12 \times 10^{-45}\ \frac{\text{newtons}}{(\text{carga elem/s})^2}\right)\frac{I'}{d}.$$

Medindo em cargas elem/s a corrente I' que percorre o fio, e d em metros, obtem-se o campo B em $\dfrac{\text{newtons}}{(\text{cargas elem/s})\ (\text{metro})}$.

FÔRÇAS MAGNÉTICAS E O CAMPO MAGNÉTICO TOTAL



30-28 — (a) Campo magnético resultante de dois condutores retilíneos paralelos. As correntes têm mesmo sentido. Os condutores se atraem.



30-28 — (b) As correntes têm sentidos opostos; os condutores se repelem.

Pode-se determinar o campo magnético total ao redor de dois condutores, isto é, o campo que atuaria sôbre uma outra corrente ou sôbre uma agulha imantada situada nas proximidades, somando vetorialmente os campos correspondentes às correntes I_1 e I_2. Esse campo está esquematizado na Fig. 30-28. Observe que os condutores se repelem quando as linhas de fôrça são mais densas na região compreendida entre êles do que na região externa a êles, e que se atraem, quando as linhas são mais densas fóra do que entre êles. As linhas de B atuam como se fossem alças de borracha, que resistem ao serem distendidas ou comprimidas. Imaginando dêste modo as linhas do campo magnético total, podemos ter uma idéia sôbre as fôrças e os movimentos de correntes em campos magnéticos, sem necessidade de fazer cálculos detalhados.

Esta unidade é útil quando tratamos da ação de fôrças magnéticas sôbre cargas elementares móveis. A fôrça, em newtons, que atua sôbre um segmento de condutor de comprimento l, em metros, percorrido por uma corrente de I cargas elem/s é dada por

$$F = I\, l\, B_{\perp}$$

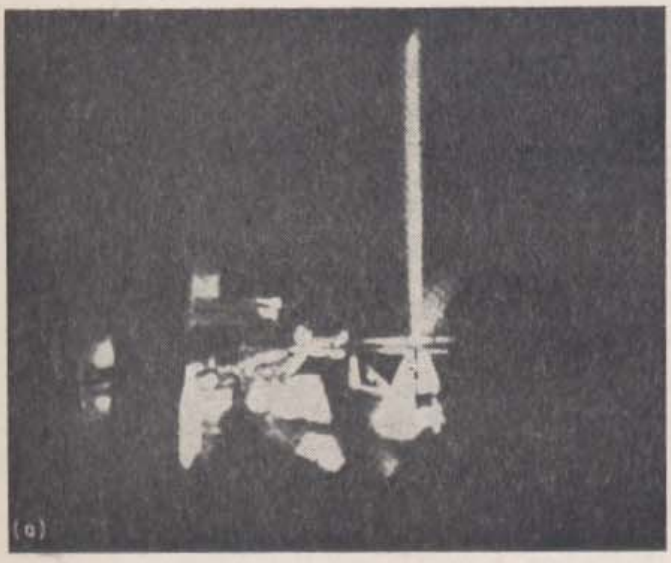
onde B é medido em $\dfrac{\text{newtons}}{(\text{carga elem/s})\ (\text{metro})}$

Por outro lado, esta não é uma unidade comum, porque um campo B de valor igual a uma destas unidades é maior, em muitas ordens de grandeza, do que qualquer campo que podemos obter. Um campo B de 1 $\dfrac{\text{newton}}{\text{ampère} \times \text{m}}$ é habitualmente considerado de grande intensidade e, no entanto, vale sòmente

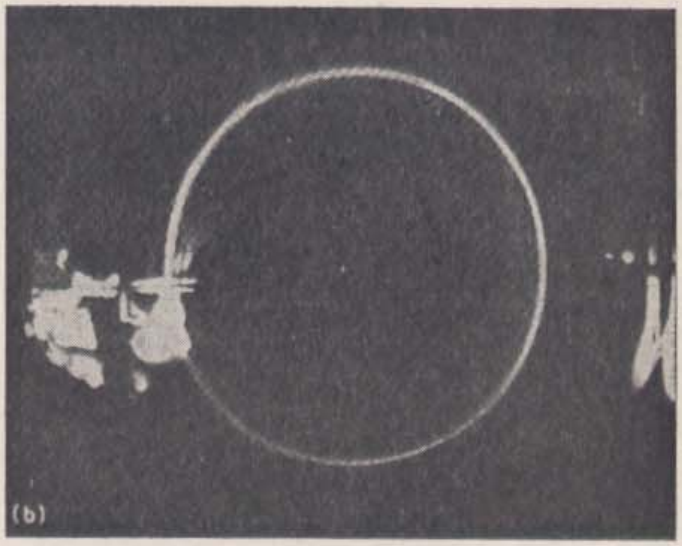
$$1{,}6 \times 10^{-19}\ \frac{\text{newtons}}{(\text{carga elem/s})\ (\text{metro})}$$

30 — 8. Fôrças que Agem sôbre Partículas Carregadas Movendo-se em um Campo Magnético.

Um condutor que transporta corrente sofre a ação de uma fôrça quando colocado em um campo magnético. Como a corrente elétrica é constituida por partículas eletrizadas em movimento, é natural imaginarmos que o campo magnético atua diretamente sôbre as partículas carregadas, isto é, sôbre os íons



30-29 — Experiência para mostrar a deflexão sofrida por partículas carregadas em movimento em um campo magnético.
(a) Eléctrons acelerados pelo "canhão" deslocam-se verticalmente para cima deixando um rastro de gás luminescente. Não há campo magnético.



(b) Quando há um campo magnético a trajetória dos eléctrons se encurva seguindo um círculo (usamos um par de bobinas e não um ímã para obter um campo uniforme na região que podemos observar). Note que o feixe a princípio diverge mas depois afina novamente. Pode você explicar por que?

ou eléctrons cujo movimento produz a corrente. A fôrça exercida sôbre o condutor, como um todo, é simplesmente a resultante das fôrças que atuam sôbre as partículas.

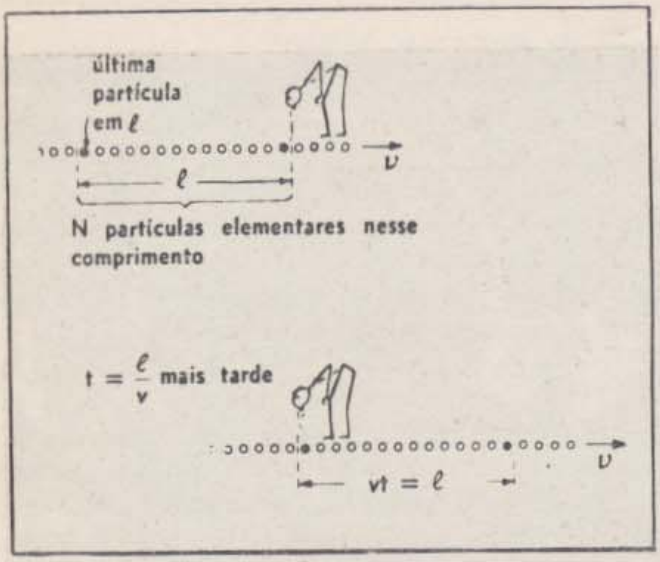
Podemos verificar isto lançando um feixe de eléctrons provenientes de um "canhão" de eléctrons através de vapor de mercúrio ou de hidrogênio a baixa pressão. Os eléctrons que emergem da fenda, tornam luminescente o gás. Desta forma, a trajetória do feixe é perfeitamente visível em um quarto escuro (Fig. 30-29). Aproximamos, então, do tubo um ímã orientado de forma que seu campo magnético seja transversal ao tubo. O feixe é desviado numa direção perpendicular ao plano determinado pelo movimento das partículas e pelo campo magnético. Se invertemos o ímã, o feixe é desviado em sentido oposto.

Suponhamos, por exemplo, que os eléctrons saem da fenda verticalmente e para cima. Como são partículas carregadas negativamente, êste feixe corresponde a uma corrente dirigida verticalmente *para baixo*. Em seguida, dispomos o ímã de forma que seu campo, indicado por uma agulha imantada, seja perpendicular ao feixe. Então, de acôrdo com a regra da mão direita, a fôrça que atua sôbre as partículas móveis deve desviá-las para a direita. De fato, observamos que o feixe é desviado para a direita.

Calcularemos, agora, a fôrça que atua sôbre uma única partícula carregada, movendo-se com dada velocidade, em um campo magnético conhecido. Para tal, consideraremos uma corrente de cargas elementares uniformemente distribuidas e movendo-se tôdas com a mesma velocidade v (Fig. 30-30). A partir de $F = I\,l\,B_\perp$, obtemos a fôrça F_1 que atua sôbre uma dessas cargas elementares. Se há N dessas cargas no comprimento l, temos:

$$F_1 = \frac{I\,l\,B_\perp}{N}.$$

Portanto, para obter o valor da fôrça F_1 em função da velocidade v das cargas, devemos calcular a intensidade da corrente em função do número N de cargas existentes no comprimento l. Para ver como I é expresso em função de N, l, e v, imaginamos um observador, situado no extremo do comprimento l, contando cargas elementares à medida que elas passam. Como cada carga se move com a velocidade v, uma fileira de cargas de comprimento l leva o tempo $t = \frac{l}{v}$ para passar pelo observador. No início dêsse intervalo de tempo a carga mais próxima está exatamente passando pelo observador. No fim do intervalo a última carga, situada no outro extremo de l, passa por êle. Portanto, no inter-



30-30 — Um observador imaginário observa um feixe de cargas elementares que passam por êle com velocidade v. Êle conta N partículas num segmento l do feixe. Essas partículas levam o tempo $t = \frac{l}{v}$ para passar por êle. Portanto o feixe é equivalente a uma corrente $\frac{N}{t} = \frac{N}{l/v} = \frac{Nv}{l}$.

valo de tempo $t = l/v$, passam pelo observador tôdas as cargas N contidas no comprimento l.

Ora, o número de cargas elementares que passam por segundo é $\frac{N}{t}$, e êste é o valor da corrente I. *Substituindo o tempo por* $\frac{l}{v}$, obtem-se:

$$I = \frac{N}{t} = \frac{N}{l/v} = \frac{Nv}{l}.$$

E, substituindo $I = \frac{Nv}{l}$ na expressão que obtivemos para F_1, tem-se

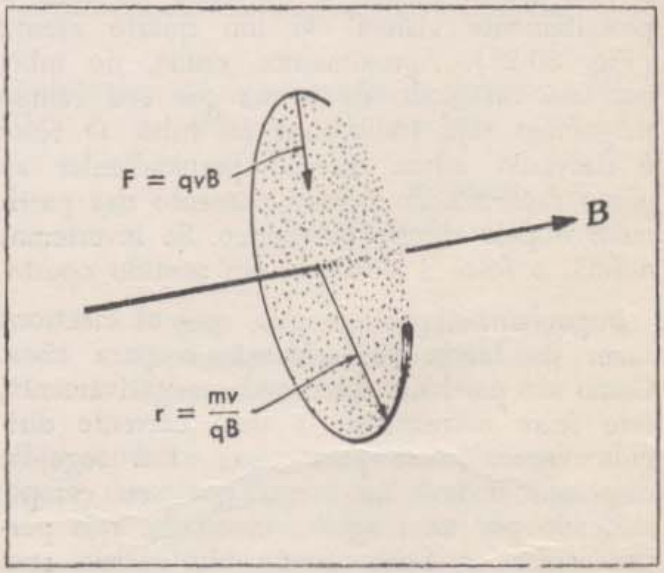
$$F_1 = \frac{IlB\perp}{N} = \frac{Nv}{l} \times \frac{lB\perp}{N} = vB\perp$$

Como seria de esperar, a expressão da fôrça que atua sôbre uma carga elementar depende sòmente de sua velocidade e do valor da componente perpendicular do campo magnético.

Se uma partícula, que se move com velocidade v, transporta q cargas elementares, o valor da fôrça que sôbre ela atua fica multiplicado pelo fator q. Em outras palavras, a fôrça que atua sôbre uma partícula que transporta q cargas elementares e que se move com velocidade v em um campo magnético é dada

$$F = qvB\perp.$$

Lançando partículas carregadas através de um campo magnético, e observando seu desvio pela fôrça magnética, pode-se mostrar experimentalmente que é correta esta expressão para a fôrça magnética que atua sôbre uma carga em movimento. Como a fôrça magnética é sempre perpendicular à velocidade, ela não pode realizar trabalho sôbre partículas carregadas, lançadas transversalmente ao campo. Estas, então, se movem com velocidade constante. Conseqüentemente, qvB tem sempre o mesmo valor. Em outras palavras, enquanto o campo é uniforme, a fôrça magnética é uma fôrça deflectora de módulo constante. As partículas devem se movimentar segundo uma circuferência (veja Fig. 30-29), cujo raio pode ser calculado igualando a fôrça magnética deflectora a $\frac{mv^2}{r}$, isto é, à fôrça centrípeta necessária para que uma partícula de massa m animada da velocidade v, se mova ao longo do arco de um círculo de raio r (Fig. 30-31). De $\frac{mv^2}{r} = qvB\perp$, obtem-se $r = \frac{mv}{qB\perp}$. Podemos, portanto, comprovar a expressão que obtivemos para a fôrça magnética deflectôra lançando partículas de carga e



30-31 — Quando uma partícula carregada penetra em um campo magnético, sofre a ação de uma fôrça $F = qvB$ perpendicular a sua trajetória. Se o campo é uniforme, a trajetória é um círculo de raio $r = mv / qB$.

quantidade de movimento conhecidas em um campo magnético determinado, e medindo o raio da trajetória circular que elas descrevem.

Já dispomos dêsses dados para os prótons, com os quais podemos, pois, fazer esta verificação. Na Seção 29-2, foi determinada a massa de um próton, que vale, com muita precisão, $1{,}66 \times 10^{-27}$ kg. Aprendemos, também que, quando os prótons são acelerados por uma diferença de potencial de 90 volts, a partir do repouso, êles emergem com a velocidade de $1{,}31 \times 10^{5}$ m/s. Desta forma, pode-se produzir prótons de quantidade de movimento conhecida

$$mv = 1{,}66 \times 10^{-27}\ \text{kg} \times 1{,}31 \times 10^{5}\ \text{m/s} = 2{,}18 \times 10^{-22}\ \frac{\text{kg} \times \text{m}}{\text{s}}.$$

Lançamos, então, êsses prótons em um campo magnético, perpendicularmente às linhas de fôrça do campo. Poderíamos usar, por exemplo, um campo de intensidade

$1{,}00 \times 10^{-2}\ \dfrac{\text{newtons}}{\text{A} \times \text{m}}$ que, em unidades de carga elementar, vale

$$1{,}60 \times 10^{-21}\ \frac{\text{newtons}}{(\text{carga elm./s})\ (\text{metro})}$$

Nesse campo, a fôrça magnética deflectora faria os prótons se movimentarem ao longo de uma circunferência de raio

$$r = \frac{mv}{qB\perp} = \frac{2{,}18 \times 10^{-22}}{1 \times 1{,}60 \times 10^{-21}} = 0{,}136\ \text{m}.$$

Este é o raio esperado e é o que efetivamente se obtém quando se lançam prótons de 90 eléctron-volts de energia nesse campo magnético. As experiências, portanto, comprovam que a fôrça magnética deflectôra é realmente dada por $qvB\perp$, em concordância com o raciocínio que fizemos a partir da ação de fôrças magnéticas sôbre correntes.

30 — 9. Utilização de Campos Magnéticos para Medir Massas de partículas Carregadas.

Na Seção 29-12, para medir as massas de eléctrons e prótons, aceleramos as partículas por meio de uma diferença de potencial conhecida, até uma dada energia cinética $\frac{1}{2}mv^2$. Determinamos, então a velocidade v dessas partículas realizando experiências de tempo de vôo.

Dispomos de outro método, mais antigo, para realizar essas medidas de massa. Ao invés de medir a velocidade v das partículas, podemos determinar sua quantidade de movimento mv, observando a deflexão que experimentam em um campo magnético conhecido. Conhecendo a energia cinética e a quantidade de movimento, podemos fàcilmente calcular a massa das partículas. Foi êste o primeiro método que permitiu determinações precisas de massas de íons. Êle é particularmente valioso no caso dos eléctrons porque a alta velocidade dessas partículas torna difícil a determinação do tempo de vôo.

A medida da quantidade de movimento pelo desvio de um feixe de partículas em um campo magnético é bàsicamente a mesma medida descrita no fim da seção anterior. Lá, usamos o desvio de prótons para comprovar experimentalmente a expressão $F = qvB\perp$ para a fôrça magnética. Usaremos aqui a fôrça magnética conhecida para determinar massas desconhecidas.

Para usar êste método na medida de massas iônicas, aceleramos os íons de massa desconhecida através de uma diferença de potencial conhecida, V (Fig. 30-32). Isto nos dá sua energia cinética por carga elementar: $\frac{1}{2}mv^2 = qV$. Fazemos, então, com que os íons penetrem em um campo magnético de intensidade conhecida, perpendicularmente às linhas de fôrça do campo e medimos o raio da trajetória circular descrita. Como a fôrça centrípeta $\frac{mv^2}{r}$ é igual à fôrça magnética deflectora qvB, isto é, $\frac{mv^2}{r} = qvB$, obtem-se $mv = qBr$. Conseqüentemente, medindo o raio da trajetória, pode-se determinar a quantidade de movimento da partícula.

Consideremos um exemplo específico. Aceleramos íons de sódio, com uma única carga, por meio de uma diferença de potencial elétrico de 90 volts. Todo íon com uma única carga elementar e acelerado por uma diferença de potencial de 90 volts, adquire a ener-

gia cinética de $1{,}44 \times 10^{-17}$ joules. Com esta energia cinética, os íons de sódio penetram em um campo magnético uniforme de intensidade

$$1{,}00 \times 10^{-20} \frac{\text{newtons}}{(\text{carga elem./s})\ (\text{metro})}$$

perpendicular à direção do movimento. Medimos, então, o raio do arco descrito no campo magnético, verificando que êle vale 0,105 m. Como os íons têm uma só carga,

$$qBr = \underset{\text{(carga elem.)}}{1} \times 100 \times 10^{-20} \times 0{,}105 = \underset{\text{(carga elem./s)} \times \text{m}}{\left(\frac{\text{newtons}}{}\right)} \underset{\text{(metros)}}{}$$

$$= 1{,}05 \times 10^{-21} \text{ newtons} \times \text{s}.$$

Esta é a quantidade de movimento dos íons.

Conhecendo-se a energia cinética $\frac{1}{2} mv^2$ e a quantidade de movimento mv, pode-se obter m e v. É fácil calcular a velocidade:

$$v = \frac{2\ (\frac{1}{2} mv^2)}{mv} = \frac{2\ (1{,}44 \times 10^{-17} \text{ joules})}{1{,}05 \times 10^{-21} \text{ newton} \times \text{segundo}}$$

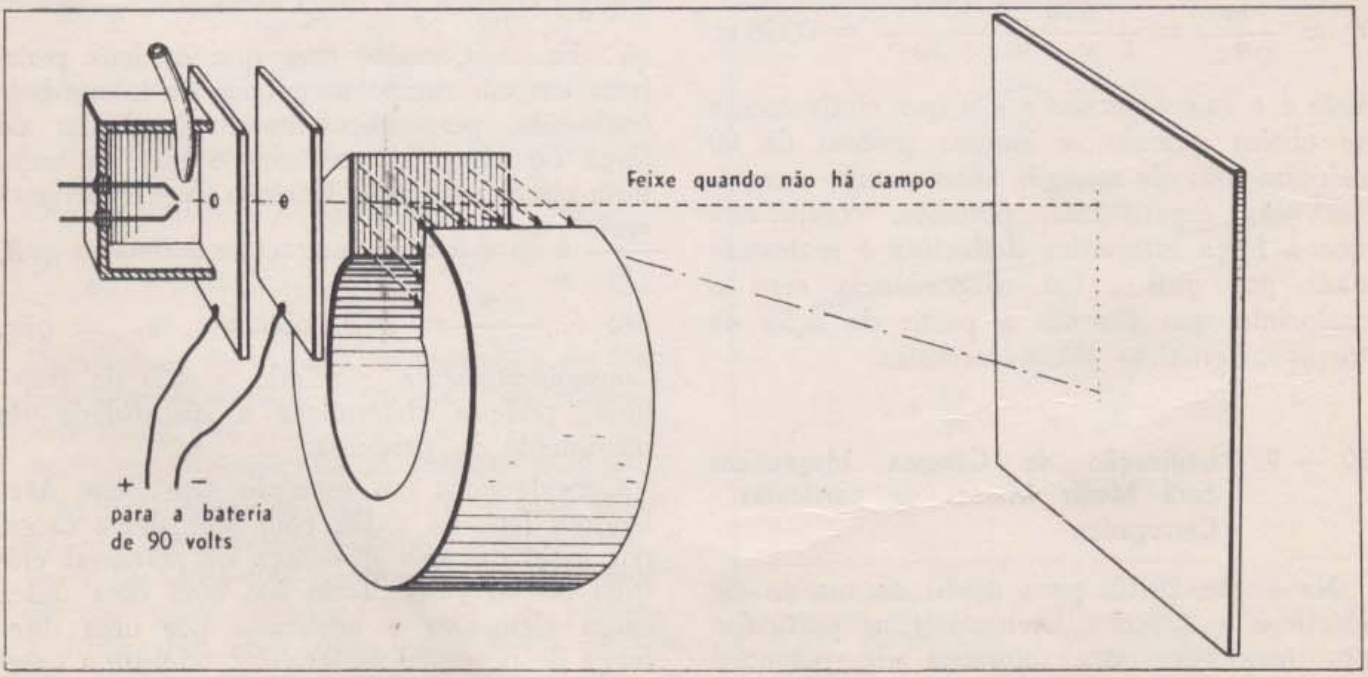
Isto dá $2{,}74 \times 10^4$ m/s. Finalmente, dividindo a quantidade de movimento por esta velocidade, obtem-se a massa dos íons:

$$m = \frac{mv}{v} = \frac{1{,}05 \times 10^{-21}}{2{,}74 \times 10^4} = 3{,}84 \times 10^{-26} \text{ kg}.$$

Esta é a massa de um *íon* de sódio, com aproximação de um por cento. A massa de um *átomo* de sódio, obtida acrescentando-se à anterior a massa de um eléctron, deve ser pràticamente idêntica. Portanto, êste valor pode ser comparado com os valores obtidos para a massa do sódio em outras experiências. O valor aceito atualmente para a massa do átomo de sódio é $3{,}82 \times 10^{-26}$ kg.

O aparêlho esquematizado na Fig. 30-32 é conhecido como espectrômetro de massa, e a medida de massas realizada em tal aparêlho se denomina espectrometria de massa. O espectrômetro de massa esquematizado é muito rudimentar. Os que se destinam a medidas de alta precisão contêm habitualmente dispositivos auxiliares para "focalizar" as partículas e para assegurar que sòmente penetrem no campo magnético as partículas de velocidades compreendidas dentro de um intervalo muito reduzido. Com um bom espectrômetro, as massas de íons podem ser determinadas com muitos algarismos significativos.

Desde que foi introduzido por J. J. Thomson, há cêrca de 40 anos, o espectrômetro de massa constituiu um poderoso instrumento de pesquisa atômica. Uma de suas principais aplicações é a determinação das massas dos isótopos dos diferentes elementos. Com efeito, embora se tivesse desde os primeiros anos



30-32 — Tipo simples de espectrômetro de massa. Os íons são acelerados pelo campo elétrico entre as placas e adquirem determinada energia cinética. No campo magnético, sua trajetória se encurva em arco de círculo. Depois atingem um anteparo ou uma placa fotográfica. A partir da deflexão, podemos calcular o raio do círculo.

dêste século alguma evidência sôbre a existência de isótopos entre os elementos radioativos pesados, foram as medidas realizadas por Thomson, para demonstrar a existência dos isótopos do neônio, que confirmaram a idéia e deram início ao acêrvo de dados sistemáticos sôbre os isótopos. Atualmente, tantas são as informações acumuladas, que, para apresentá-las, seria necessária uma tabela enorme. A Tabela 1 constitui sòmente uma pequena amostra das massas conhecidas de isótopos.

TABELA 1

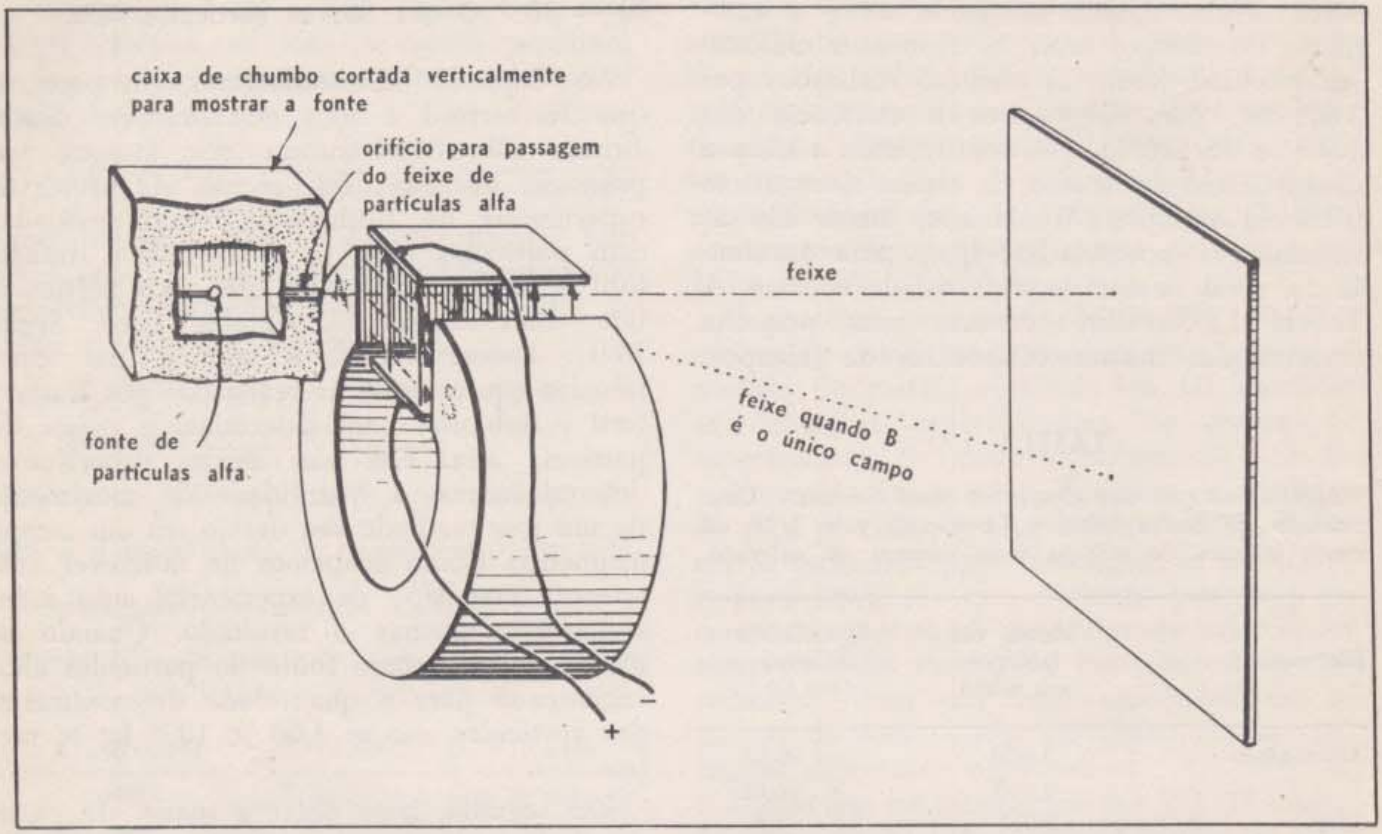
Alguns isótopos dos elementos mais comuns. Uma unidade de massa atômica (1 u.m.a) vale 1/16 da massa atômica do isótopo mais comum do oxigênio.

Elemento	Massa dos Isótopos em u.m.a	Abundância Relativa (em %)
Hidrogênio	1,008	99,98
	2,015	0,02
Lítio	6,017	7,5
	7,018	92,5
Carbono	12,004	98,9
	13,008	1,1
	14,008	instável
Nitrogênio	14,008	99,6
	15,005	0,4
Oxigênio	16,000 (padrão)	99,76
	17,004	0,04
	18,005	0,20
Neônio	19.999	90,8
	21,000	0,26
	21,998	8,9
Magnésio	23,993	78,8
	24,994	10,1
	25,991	11,1
Cloro	34,980	75,53
	36,978	24,47
Ferro	53,957	5,9
	55,953	91,6
	56,954	2,2
	57,952	0,3
Prata	106,939	51,4
	108,939	48,6
Chumbo	204,036	1,3
	206,038	26
	207,040	21
	208,041	52

30 — 10. O que São as Partículas Alfa.

No Capítulo 32 estudaremos, em parte, o que Rutherford e seus colaboradores descobriram sôbre a estrutura dos átomos, nas primeiras décadas dêste século. As principais experiências de Rutherford foram realizadas com partículas alfa. Já vimos como Rutherford e Geiger verificaram que essas partículas têm duas cargas elementares (veja Seção 28-9). Descreveremos, a seguir, duas experiências equivalentes às realizadas por Rutherford e Robinson para determinar a massa da partícula alfa. Em uma dessas experiências determinaremos a quantidade de movimento de um íon, medindo seu desvio em um campo magnético. Como acabamos de descrever exatamente êsse tipo de experiência, aqui mencionaremos apenas o resultado. Quando se utiliza polônio como fonte de partículas alfa, encontra-se para a quantidade de movimento das aprtículas, $mv = 1{,}06 \times 10^{-19}$ kg $\times$ metros / s.

Em seguida, para obter a massa da partícula alfa, devemos medir sua velocidade. Poderíamos fazer essa medida, freiando até o repouso as partículas alfa por meio de uma tensão de retardamento, e determinando, assim, sua energia cinética. Isto requereria uma diferença de potencial de aproximadamente um milhão de volts. Podemos, entretanto, obter a velocidade de um modo mais direto, aplicando um campo elétrico no percurso das partículas alfa, simultâneamente com a aplicação de um campo magnético. O campo elétrico deve ser tal que a fôrça elétrica sôbre as partículas alfa se oponha exatamente à fôrça magnética. Neste caso, é nula a ação da fôrça resultante sôbre as partículas em movimento, e elas continuam em linha reta, seguindo a mesma trajetória que tomariam na ausência dos dois campos (Fig. 30-33). A fôrça elétrica que atua sôbre as partículas é qE, e a fôrça magnética vale qBv; quando essas fôrças se equilibram, $qBv = qE$. A velocidade das partículas é dada, portanto, por $v = \frac{E}{B}$ e, como são conhecidos os valores dos dois campos, podemos calcular a velocidade. O valor obtido para as partículas alfa do polônio é $v = 1{,}6 \times 10^7$ m/s. Conseqüentemente, a massa é



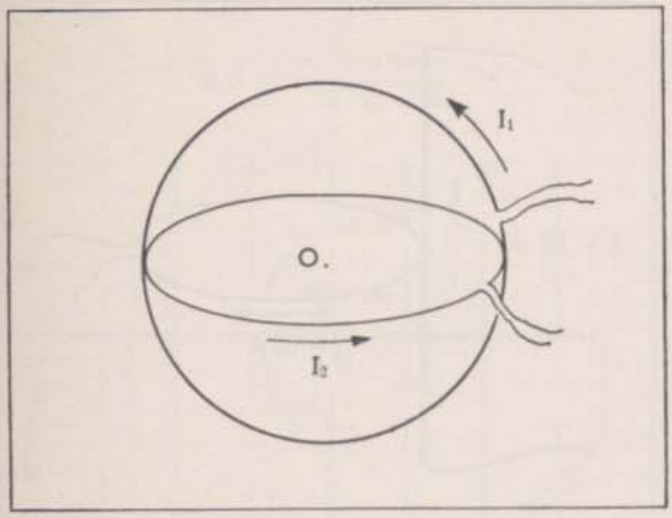
30-33 — Medindo a velocidade de partículas alfa: Por meio de um par de placas metálicas paralelas horizontais, podemos aplicar uma fôrça elétrica igual e oposta à fôrça magnética. As partículas não sofrem deflexão e sua velocidade é $v = \frac{E}{B}$. Êste desenho é esquemático; em uma experiência real, devemos modificar as dimensões para obter campos elétricos e magnéticos uniformes e conhecidos. Todo o aparêlho está numa câmara de vácuo para evitar espalhamento e perda de energia pelo choque das partículas alfa com as moléculas de ar.

$$\frac{mv}{v} = \frac{1{,}06 \times 10^{-19}}{1{,}6 \times 10^{7}} = 6{,}6 \times 10^{-27} \text{ kg}$$

Dentro do êrro experimental, esta massa é pràticamente igual à massa de um átomo de hélio. É, portanto, natural concluir que as partículas alfa são íons de hélio duplamente carregados. Esta conclusão pode ser comprovada diretamente, colocando uma fonte intensa de partículas alfa em um tubo de vidro no qual se faz o vácuo. Uma experiência dêste tipo foi feita por Rutherford e Royds em 1908. Após esperar um tempo suficientemente longo, encontraram uma quantidade detectável de hélio. Agora, tal como Rutherford, estamos em condições de usar as partículas alfa como sondas para explorar a estrutura dos átomos.

PARA CASA, CLASSE E LABORATÓRIO

1. Você recebe uma agulha imantada e uma espira de fio condutor de 2π cm de raio, e pode regular a corrente à vontade, bem como colocar a espira onde quiser. Com êsse material, você deve determinar a orientação e o módulo de um campo magnético desconhecido em determinado ponto de uma sala.
   a) Como determinaria você a orientação do campo a ser medido?
   b) Como disporia a espira condutora, de forma que seu campo magnético cancelasse o campo desconhecido?
   c) Se você precisa de uma corrente de 6,0 A em sua espira para contrabalançar o campo magnético desconhecido, qual é o valor dêsse campo?
2. Duas espiras condutoras circulares cada uma de 2π cm de raio, são colocadas



30-34 — Para o problema 2.

com os centros coincidindo e formando entre si um ângulo reto (Fig. 30-34)

a) Se $I_1 = 3{,}0$ A e $I_2 = 4{,}0$ A, quais são o módulo e a orientação do campo magnético no centro 0?

b) Como varia o campo se fazemos $I_1 = 4{,}0$ A e $I_2 = 3{,}0$ A?

3. Um campo magnético uniforme B é perpendicular à componente horizontal do campo magnético terrestre $\vec{B}_t$ e aponta para leste.

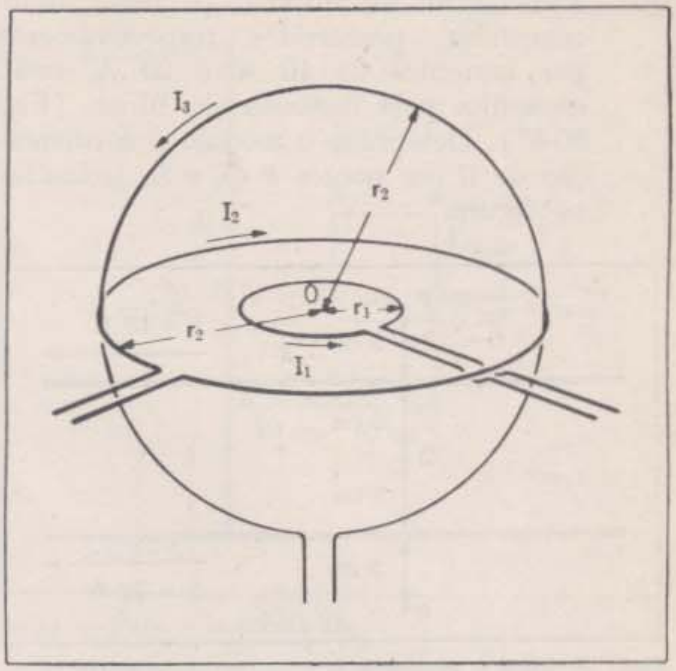
a) Sabendo que $B / B_t = \sqrt{3}$, ache a direção em que ficará uma agulha imantada colocada nessa região.

Nota: a agulha imantada pode girar em um plano horizontal.

b) Se a agulha imantada aponta para nordeste, qual é a direção e qual o módulo de B?

4. Três espiras condutoras circulares de raio r_1 e r_2 são dispostas como indica a Fig. 30-35. As duas espiras percorridas por I_1 e I_2 estão no mesmo plano horizontal, e a terceira espira, com corrente I_3, é perpendicular às outras duas. Os raios r_1 e r_2 valem 5,0 cm e 15 cm respectivamente.

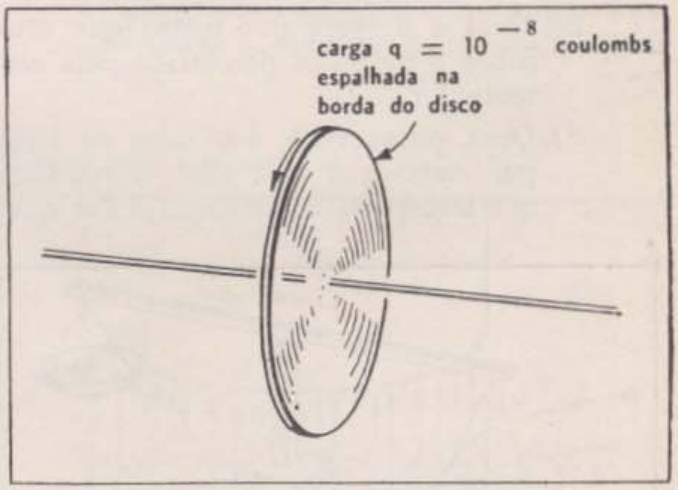
a) Se $I_3 = 20$ A e $I_2 = 10$ A, qual deve ser o valor de I_1 e qual a sua orientação, para que o campo magnético em O tenha direção vertical e aponte para fóra da página?



30-35 — Para o problema 4.

b) Que pode você dizer sôbre êsse valor de B?

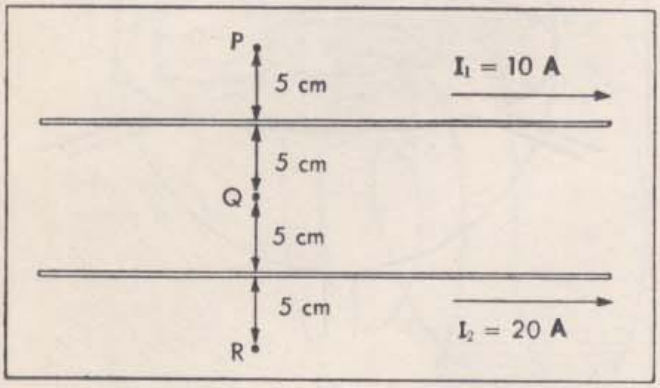
5. No problema 4, de quanto deve ser inclinada a espira pequena e que corrente deve percorrê-la para que o campo magnético resultante seja nulo no centro?



30-36 — Para o problema 6.

6. Um anel de 2π cm de raio, uniformemente carregado gira ao redor de um eixo que passa por seu centro, como indica a Fig. 30-36. Se a carga total do anel é $q = 1{,}0 \times 10^{-8}$ coulomb e o anel dá 100 revoluções por segundo, quanto vale o campo magnético no centro?

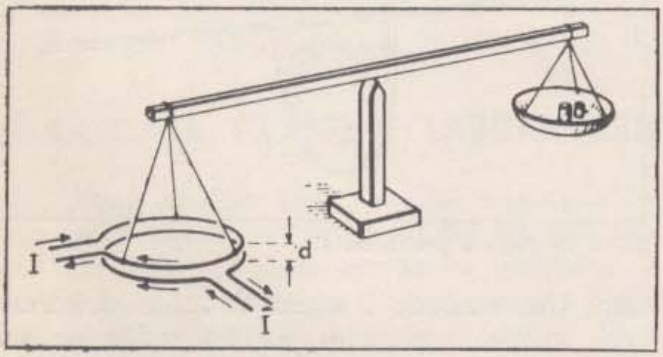
7. Dois condutores retilíneos paralelos, muito compridos, percorridos respectivamente por correntes de 10 A e 20 A, estão separados pela distância de 10 cm (Fig. 30-37). Determine o módulo e a orientação de B nos pontos P Q, e R, indicados na figura.



30-37 — Para o problema 7.

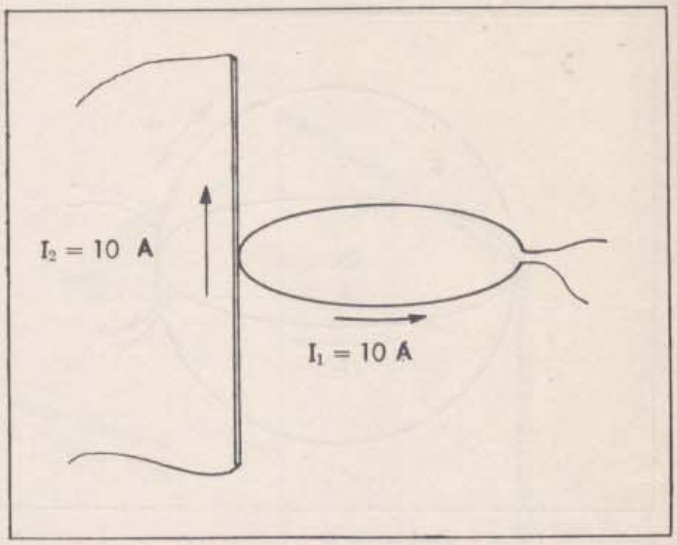
8. Suponha que o sentido de I_2 na Fig. 30-37 tenha sido invertido. Determine B (módulo e orientação) nos pontos P, Q e R.

9. Considere a Fig. 30-37.
   a) Determine o campo magnético produzido por I_1 em um ponto do condutor percorrido pela corrente I_2.
   b) Qual é a fôrça por metro que atua sôbre o condutor percorrido pela corrente I_2?
   c) Qual, pensa você, é o valor da fôrça por metro que atua sôbre o condutor que transporta a corrente I_1? Por que?



30-38 — Para o problema 10.

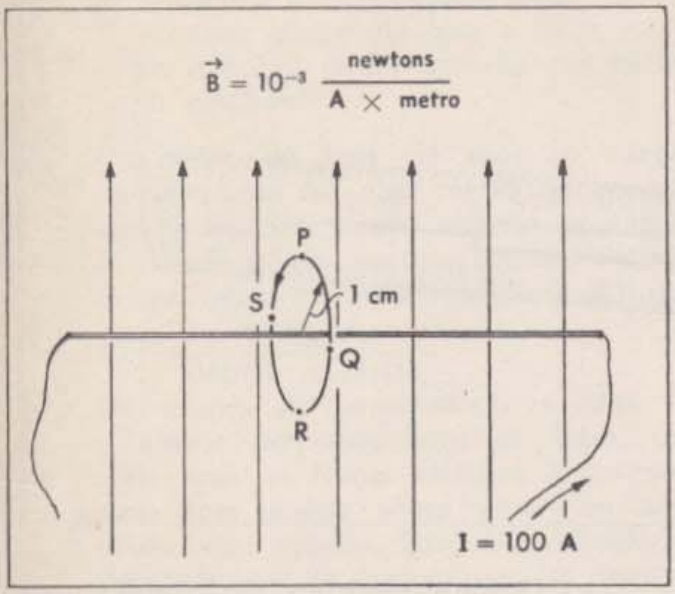
10. As duas espiras circulares paralelas representadas na Fig. 30-38 têm raio $R = 20$ cm, e estão separadas pela distância $d = 0{,}5$ cm. A espira inferior é fixa, e a superior está suspensa a um dos extremos de uma balança de braços iguais. Como d é muito menor que R, o campo magnético produzido por uma espira no local em que está a outra é pràticamente o mesmo que seria obtido se as duas espiras fossem condutores retilíneos compridos.
    a) Se a corrente em cada espira é de 20 A, qual é o valor da fôrça de atração entre as duas?
    b) Que massa m deve ser acrescentada ao prato da direita para manter as espiras separadas pela distância de 0,5 cm quando passam as correntes?
    c) Como pode você utilizar êste dispositivo para medir uma corrente conhecida?



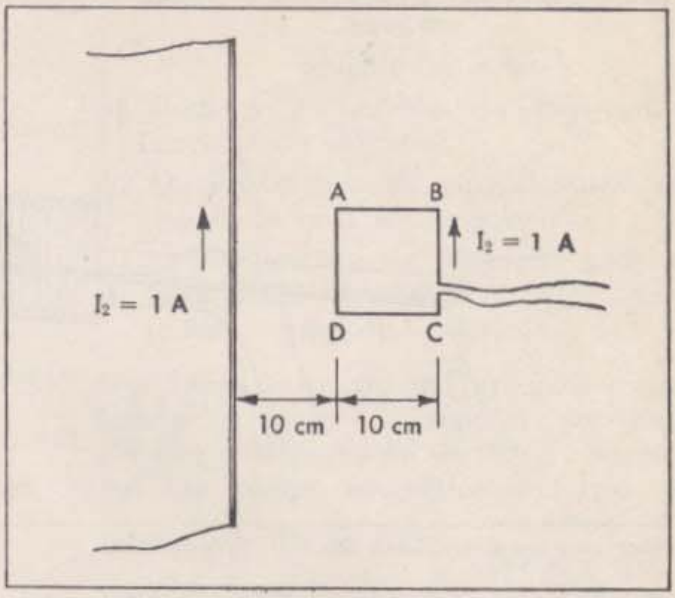
30-39 — Para o problema 11.

11. Faz-se passar uma corrente de 10 A por uma espira circular (Fig. 30-39). Um condutor retilíneo comprido, percorrido também por uma corrente de 10 A é paralelo ao eixo da espira e passa por um ponto da circuferência. Qual será o sentido indicado por uma agulha imantada colocada no centro da espira?

12. Um condutor retilíneo comprido, pelo qual passa uma corrente $I = 100$ A, é perpendicular a um campo magnético uniforme de intensidade $B = 1{,}0 \times 10^{-3}$ $\frac{\text{newtons}}{\text{ampere} \times \text{metro}}$ (Fig. 30-40). Qual é



30-40 — Para o problema 12.



30-41 — Para o problema 13.

a intensidade e qual a orientação do campo resultante B nos pontos P, Q, R, e S, situados sôbre um círculo de 1 cm de raio, ao redor do condutor?

13. Uma espira quadrada de 10 cm de lado, e um condutor retilíneo comprido estão separados pela distância de 10 cm e são percorridos por correntes de 1,0 A (Fig. 30-41).

a) Compare a fôrça que atua sôbre AB e a que age sôbre CD.

b) Calcule a fôrça resultante sôbre a espira.

14. Reveste-se uma alça de borracha com material condutor. Mediante ligações elétricas faz-se com que a alça seja percorrida por uma corrente (Fig. 30-42). O que acontece quando ela é colocada no campo magnético B indicado na figura? é é

15. O campo magnético no interior de um solenóide comprido é uniforme e paralelo ao eixo do mesmo.

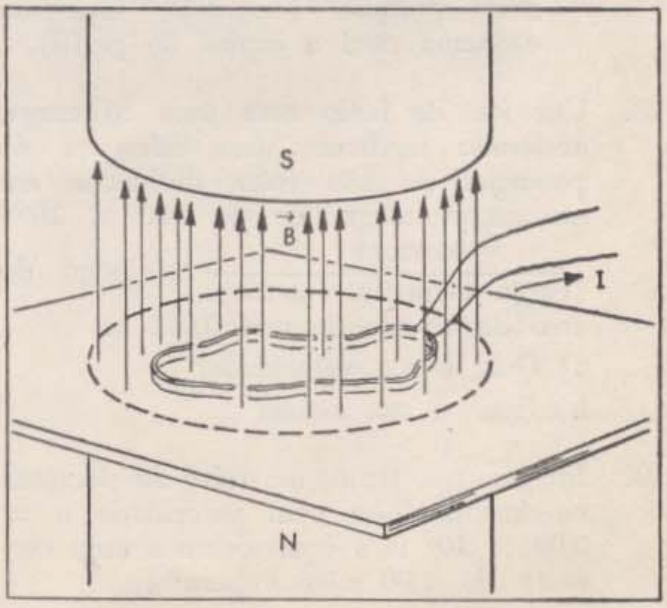
a) Qual é a fôrça que atua sôbre um condutor percorrido por uma corrente colocada no interior do solenóide e paralelo ao seu eixo?

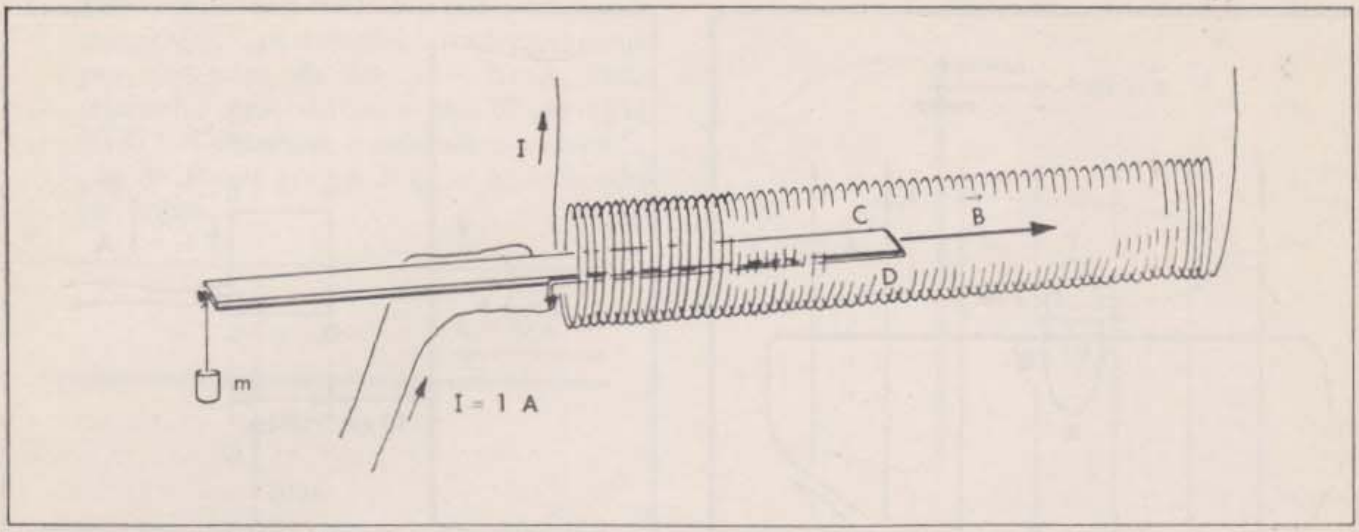
b) Que fôrça atua sôbre o condutor indicado na Fig. 30-43, sabendo que êle é percorrido por uma corrente de 1,0 A, que o campo B no solenóide vale $1{,}0 \times 10^{-2} \frac{\text{ampère} \times \text{metro}}{\text{newtons}}$ e que o comprimento CD vale 2 cm?

c) Que massa m deveria ser colocada no outro extremo da balança de modo a mantê-la em equilíbrio?

d) Descreva como poderia utilizar êste arranjo à maneira de um amperímetro.

30-42 — Para o problema 14.





30-43 — Para o problema 15.

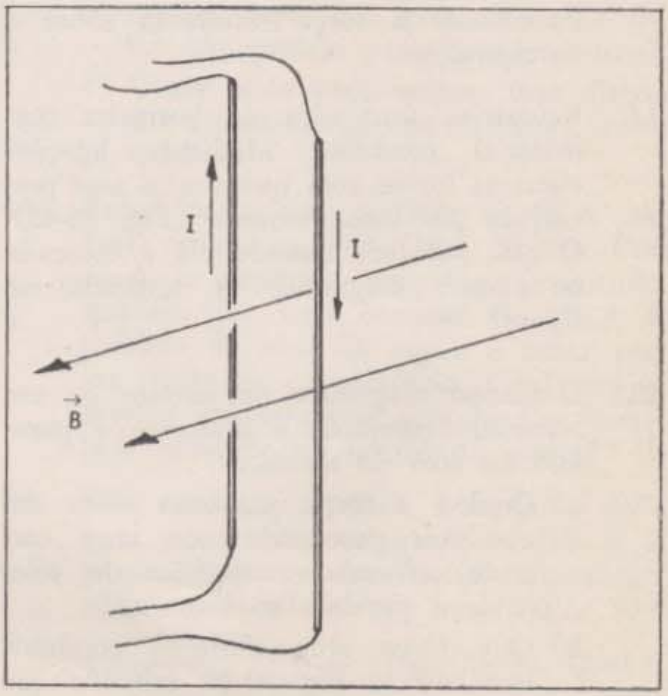
16. Dois condutores paralelos compridos são perpendiculares a um campo magnético uniforme $B = 2 \times 10^{-7} \frac{\text{newtons}}{\text{ampère} \times \text{metro}}$ (Fig. 30-44). São percorridos (em sentidos opostos) por correntes de 1 A. Para que distância d é nulo o valor da fôrça resultante sôbre cada um dos condutores?

17. a) Demonstre que uma espira condutora quadrada percorrida por corrente tende sempre a se colocar em um campo magnético, de forma que o plano da espira seja perpendicular ao campo.
    b) Que ação exercem as fôrças magnéticas sôbre a espira quando ela está nesta posição? (Sugestão: faça um esquema com a espira de perfil).

18. Um íon de hélio com uma só carga, acelerado mediante uma diferença de potencial de 180 volts, desloca-se em um campo magnético de $2{,}00 \times 10^{-20} \frac{\text{newtons}}{(\text{carga elem./s})\ (\text{metro})}$ ao longo do arco de círculo de raio 0,031 m.
    a) Qual é sua velocidade?
    b) Qual é sua massa?

19. Imagine que temos um feixe de eléctrons movimentando-se com velocidade $v = 3{,}00 \times 10^{6}$ m/s equivalente a uma corrente de 1,00 microampère (μA).
    a) Quantos eléctrons por segundo passam por um determinado ponto?
    b) Quantos eléctrons há em 1,00 m do feixe?
    c) Que campo magnético o feixe produz a 1,00 m de distância?
    d) Qual é a fôrça total exercida sôbre todos os eléctrons existentes em 1,00 m do feixe, se êle atravessa um campo de 0,10 $\frac{\text{newtons}}{\text{ampère} \times \text{metro}}$?

30-44 — Para o problema 16.



e) Qual é a fôrça exercida sôbre um só eléctron admitindo que a fôrça total se distribui uniformemente por todos os eléctrons?

20. Um feixe de íons de uma só carga movimenta-se em uma região do espaço onde existe um campo elétrico uniforme $E = 1{,}0 \times 10^3$ newtons/coulomb e um campo magnético uniforme $B = 2{,}0 \times 10^{-2} \frac{\text{newtons}}{\text{ampère} \times \text{metro}}$.
Os campos são perpendiculares entre si e ambos perpendiculares ao feixe, de sorte que as fôrças elétricas e magnéticas que atuam sôbre cada íon são diretamente opostas. Qual é a velocidade dos íons que se movem *sem se desviar* através dêsses campos cruzados?

21. Faz-se passar os íons não desviados do Problema 20 por uma fenda e, a seguir, por uma região onde há um campo magnético uniforme $B = 0{,}09 \frac{\text{newtons}}{\text{ampère} \times \text{metro}}$ perpendicular ao feixe. Se êsses íons são uma mistura de íons de neônio, de massas 20 e 22 unidades de massa atômica, qual será o afastamento entre êles ao incidir numa chapa fotográfica, após terem percorrido um semi-círculo?

22. Acelera-se um eléctron que parte do repouso, por meio de uma diferença de potencial de 2 000 V. Êle entra, então, em uma região onde há um campo magnético uniforme perpendicular a seu movimento. O campo magnético vale $1{,}00 \times 10^{-3} \frac{\text{newtons}}{\text{ampère} \times \text{metro}}$.
a) Qual é o período do movimento circular do eléctron?
b) Qual é o raio da circunferência ao longo da qual êle se move?
c) Se a diferença de potencial aceleradora fôsse de 8 000 V, que valor teriam o período e o raio?

23. Um feixe de partículas carregadas, aceleradas a partir do repouso por uma diferença de potencial de 320 V, penetra em um campo magnético uniforme de intensidade $6{,}0 \times 10^{-4} \frac{\text{newtons}}{\text{ampère} \times \text{metro}}$ perpendicular à direção inicial de seu movimento. Verifica-se que o raio do círculo segundo o qual o feixe se move vale 10,0 cm.
a) Quanto vale a relação entre a massa e a carga das partículas?
b) Na sua opinião, que partículas são essas?

LEITURA COMPLEMENTAR

BITTER, FRANCIS, *Magnets*. Doubleday, 1959. Uma publicação da Série de Estudos de Ciência.

PAKE, GEORGE E., "*Magnetic* Resonance". *Scientific American*, Agôsto, 1958.

TAYLOR, LLOYD, *Physics, the Pioneer Sicience*. Dover, 1959 (Capítulos 39, 42 e 43).

THOMSON, J. J. *Moments of Discovery*. Editado por G. Schwartz e P. Bishop. Basic Books, 1958 (pgs. 913 e seguintes.

INDUÇÃO E ONDAS ELETROMAGNÉTICAS

CAPITULO 31

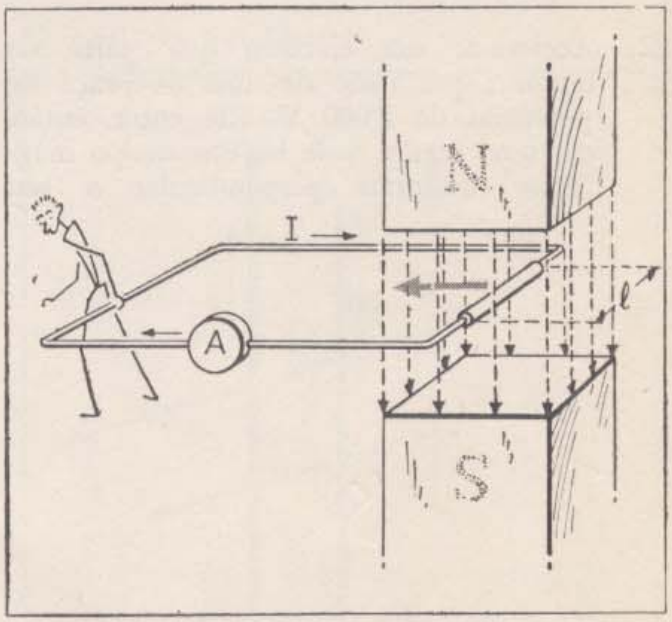
Revendo os capítulos anteriores, você constatará que tratamos, até aqui, de campos elétricos produzidos por cargas em repouso e de campos magnéticos produzidos por correntes constantes. Tais campos são invariáveis com o tempo. Devemos ainda voltar às experiências para saber o que acontece quando os campos elétricos e magnéticos variam com o tempo.

31 — 1. Correntes e FEM Induzidas.

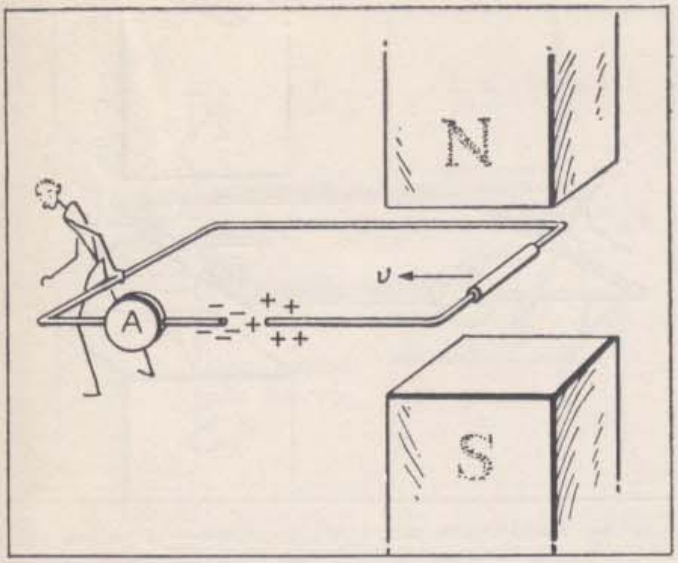
Que acontece quando os circuitos elétricos se movem em campos magnéticos? Tais movimentos dão lugar a relações variáveis entre os circuitos e os campos. Para compreender o efeito dessas variações, tomaremos como base os conhecimentos já adquiridos acêrca dos movimentos das cargas em campos magnéticos. Posteriormente, veremos como essas modificações se relacionam com as variações dos próprios campos.

Já vimos que há campos magnéticos ao redor das cargas móveis e que qualquer carga que se move em um campo magnético sofre a ação de uma fôrça perpendicular a seu movimento. Suponhamos que, em vez de se estabelecer uma corrente em um condutor situado num campo magnético (o que ocasionaria a ação de uma fôrça), aplicamos uma fôrça a um condutor deslocando-o através de um campo magnético; conseguiríamos uma corrente?

Tomemos um grande ímã e uma espira de arame com um medidor de corrente *A*, *porém sem bateria*. Disponhamo-los como mostra a Fig. 31-1, de tal modo que uma parte da espira esteja no campo magnético e, então, deslocamos tôda a espira de arame para um lado. Enquanto deslocamos a espira de tal modo que o comprimento *l* movimenta-se a uma velocidade constante através do campo magnético, o medidor *A* indica uma corrente na espira no sentido indicado. Quando a espira se detém, a corrente cessa; se a espira se move no sentido oposto, a corrente se estabelece em sentido contrário ao longo do circuito. Não é difícil compreender o que sucede. O condutor metálico está cheio de eléctrons que possuem



31-1 — Quando deslocamos uma espira metálica de maneira que uma parte dela passe dentro de um campo magnético, aparece nela uma corrente elétrica. Como o condutor *l* move-se lateralmente, os eléctrons cruzam o campo magnético e são deslocados ao longo do condutor pelas fôrças magnéticas.



31-2 — Se existe um corte na espira, as cargas se acumulam nos bordos do mesmo.

liberdade de movimento ao longo do mesmo. Ao deslocarmos o condutor l lateralmente, movemos esses eléctrons através do campo magnético B — a seta da Fig. 31-1, indica o sentido do movimento. Cada uma dessas cargas elétricas elementares, ao deslocar-se no campo, experimenta uma fôrça perpendicular a seu movimento e ao campo, fôrça que, portanto, impulsiona cada eléctron ao longo do condutor. Assim, ao deslocarmos o circuito através do campo, as fôrças magnéticas provocam o movimento do enxame de eléctrons ao longo do condutor, do mesmo modo que o faria uma bateria. Se o circuito está fechado, uma corrente se estabelece nêle. (°) Este é o princípio fundamental dos geradores elétricos. Foi descoberto por Faraday quando procurava um "efeito inverso" entre ímãs e correntes. Êle sabia que as correntes produzem campos magnéticos e perguntava se os campos magnéticos criariam por sua vez correntes. Assim, colocou uma espira metálica em um campo magnético e comprovou que, só quando a mesma se desloca, é que aparece uma corrente induzida resultante da fôrça magnética que atua sôbre os eléctrons móveis.

(°) Naturalmente, as partículas positivas dos átomos do metal deslocam-se também através do campo magnético mas, como carecem de liberdade de movimento, as fôrças que atuam sôbre elas não produzem corrente alguma. Se *tivessem* liberdade de movimento, mover-se-iam em sentido oposto aos eléctrons e contribuiriam também para os efeitos que estamos discutindo.

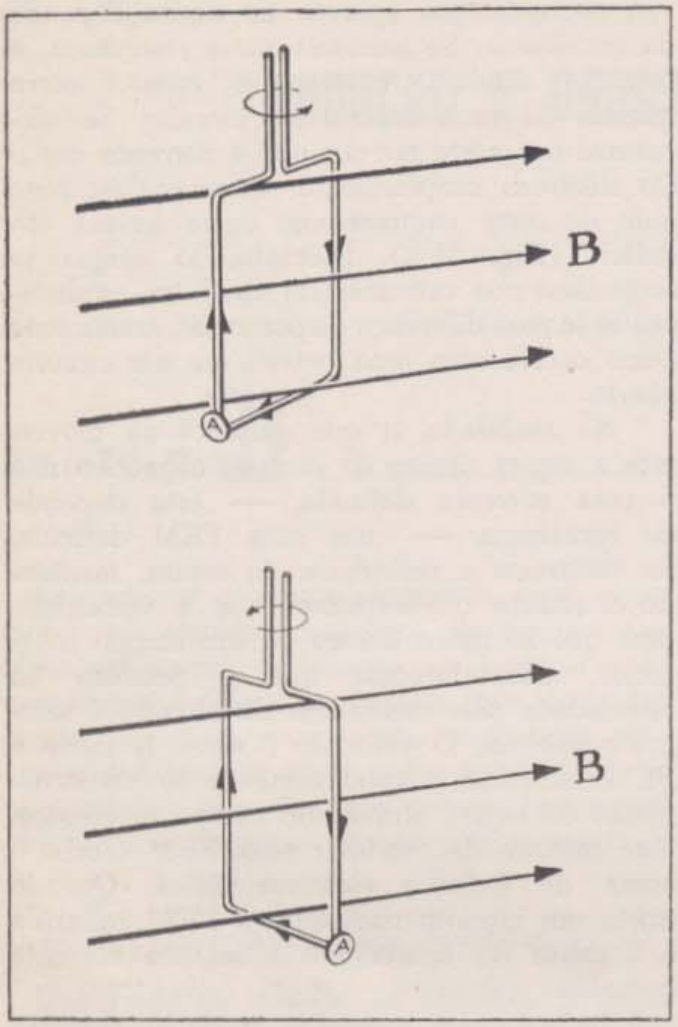
A corrente que aparece na espira depende da resistência. Se aumentamos a resistência, a corrente diminui exatamente como ocorre quando há uma bateria no circuito. Se efetuamos um corte no circiuto a corrente cessa. Os eléctrons simplesmente, se acumulam num lado do corte enquanto no outro haverá um deficit (Fig. 31-2). Portanto, as cargas se acumulam nos extremos do condutor estabelecendo-se uma diferença de potencial, exatamente como ocorre com uma bateria em um circuito aberto.

Na realidade, o que geramos ao movermos a espira dentro do campo magnético não é uma corrente definida — esta depende da resistência — mas uma FEM definida. Se variarmos a resistência da espira, mantendo constante o comprimento e a velocidade com que se move dentro de um campo magnético, encontraremos que o produto da intensidade pela resistência do circuito é sempre o mesmo. O valor de I vêzes R mede a FEM induzida, a qual depende só do movimento da espira através do campo magnético. Êste método de produzir uma FEM recebe o nome de indução eletromagnética. Quando existe um circuito completo, a FEM induzida é a causa do aparecimento de uma corrente induzida.

A indução eletromagnética é de importância básica na geração prática da potência elétrica. Se fizermos girar uma espira metálica com velocidade de rotação constante em um campo uniforme (Fig. 31-3), obteremos uma corrente induzida que muda periòdicamente de sentido. Uma espira girando em um campo uniforme constitue um gerador simples de corrente alternada. Outros geradores são, quase sempre, versões mais complexas do mesmo dispositivo.

31 — 2. Sentido e Grandeza da FEM Induzida.

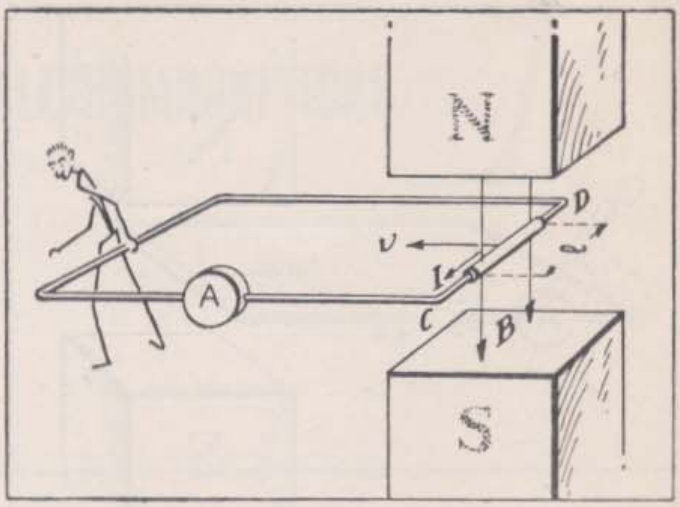
Estude o diagrama da Fig. 31-4 e aplique cuidadosamente, a "regra da mão direita" para achar o sentido em que se estabelece a corrente induzida. O campo magnético B está dirigido verticalmente para baixo, do polo Norte para o polo Sul do ímã. Suponha que desloquemos para a esquerda o condutor l (isto é, a parte da espira que está na região onde existe o campo B). Então, tôdas as cargas elementares movem-se da direita para a



31-3 — Quando uma espira metálica gira em um campo magnético, a corrente induzida percorre a espira ora num sentido, ora no outro.

esquerda nêsse campo dirigido para baixo. Uma carga elementar positiva movendo-se desta forma ficaria sujeita a uma fôrça magnética perpendicular ao diagrama e dirigida para você, e uma carga elementar negativa seria impulsionada no sentido oposto ao longo de *CD*. Num caso ou no outro, o resultado é um fluxo de cargas móveis que geram uma corrente positiva ao longo do fio, perpendicularmente ao papel e para fora. Isto é exatamente o que a experiência confirma.

Qual é a intensidade dessa fôrça que atua sôbre um eléctron? Tôda partícula movendo-se através de um campo magnético com velocidade v, sofre a ação de uma fôrça qvB. Como, no caso, a carga de cada eléctron é uma carga elementar, a fôrça que o impulsiona é $F_1 = vB$. Enquanto o eléctron permanece no comprimento l do condutor — o comprimento que

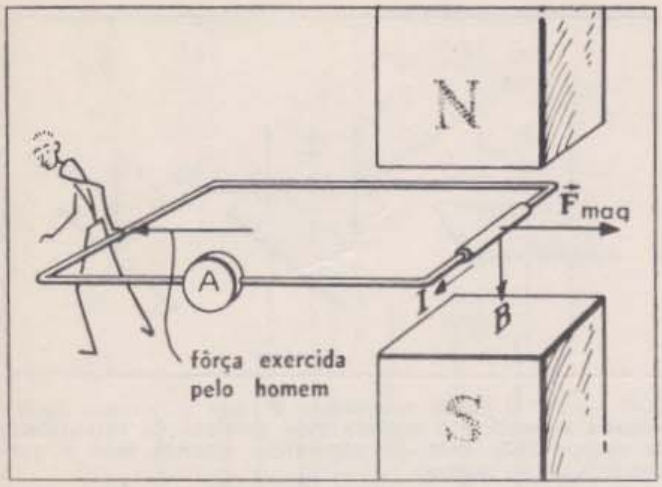


31-4 — Sentido da corrente induzida.

fica dentro do campo magnético — êle experimenta essa fôrça. Agora podemos determinar a FEM induzida no condutor móvel. Se um eléctron percorre a distância l de um lado a outro do campo magnético, a energia transferida a êle é dada pelo trabalho $F_1\ l = vBl$. Na realidade, esta é a quantidade de energia transmitida pela fôrça magnética a *qualquer* carga elementar que percorra o comprimento l do condutor quando êste se desloca dentro do campo magnético. A energia por carga elementar proporcionada por uma bateria é o que temos designado por $\mathcal{E}$, a FEM da bateria. A enegia por carga elementar, vBl, proporcionada por indução eletromagnética, é a FEM induzida entre os extremos do condutor l que se desloca em um campo magnético. Do ponto de vista do resto do circuito, os pontos C e D do condutor atuam comos os terminais de uma bateria. Realmente, poderíamos afastar o ímã e substituir o segmento l do condutor por uma bateria com FEM igual a vBl, sem que se afetasse em absoluto a corrente no resto do circuito.

31 — 3. De Onde Vem a Energia?

Há uma grande diferença entre a FEM fornecida por uma bateria e a FEM que acabamos de encontrar. A energia cedida a uma carga elementar que passa através de uma bateria é suprida pela energia química armazenda, enquanto que a energia fornecida por uma carga elementar que percorre um condutor de comprimento l, que se desloca em um



31-5 — Quando deslocamos uma espira metálica em um campo magnético, a fôrça magnética que atua sôbre a corrente induzida é oposta à fôrça aplicada. Portanto, temos que realizar trabalho para deslocar a espira, isto é, transferimos energia ao circuito.

campo magnético, vem através da fôrça magnética. Essa energia é, em última análise fornecida por nós ao deslocarmos o condutor de comprimento l através do campo magnético.

Para comprovar esta afirmação, suponhamos que a FEM induzida, $\mathcal{E} = vBl$, produza uma corrente I no circuito. Quando essa corrente percorre o comprimento l do condutor no campo magnético, origina-se uma fôrça magnética que atua sôbre a corrente perpendicularmente ao campo e à corrente (Fig. 31-5) Tendo em conta os sentidos do campo e da corrente, você pode ver que essa fôrça opõe-se ao deslocamento do condutor no campo. A intensidade da fôrça *é* IlB. Para mantermos o condutor em movimento com velocidade constante, temos de exercer uma fôrça contrária exatamente da mesma intensidade. Conseqüentemente, realizamos um trabalho sôbre o circuito fornecendo-lhe a seguinte potência:

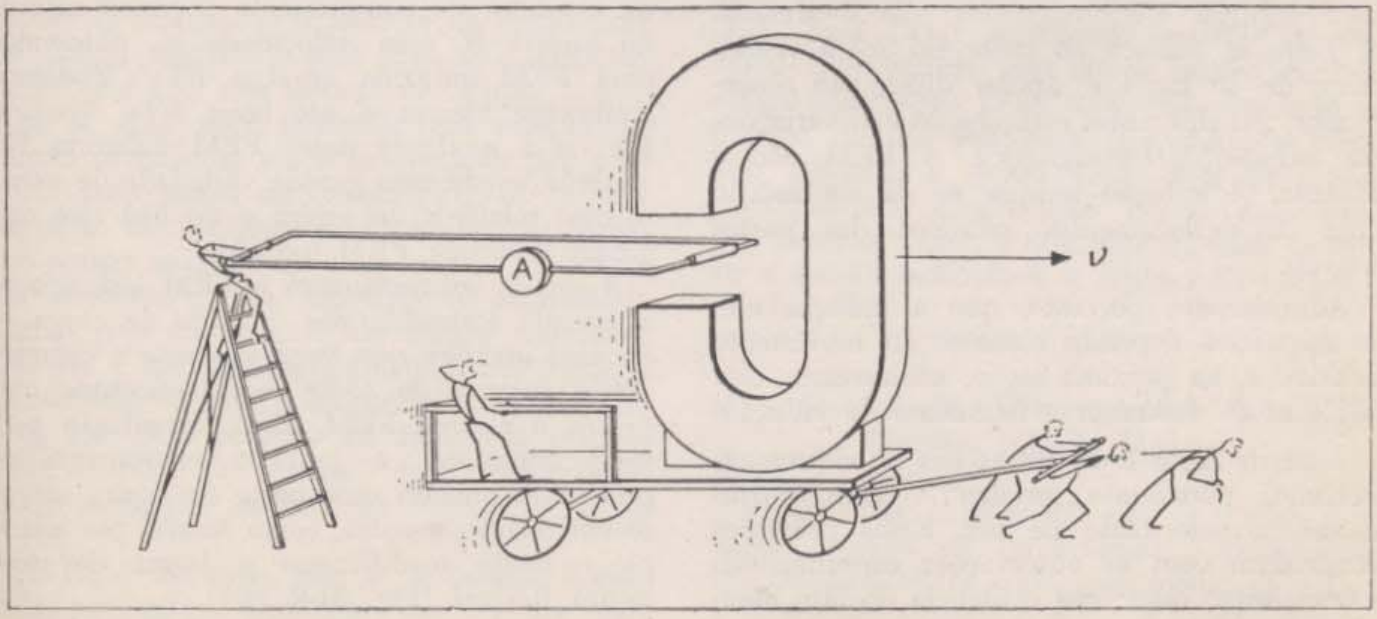
$$F \times \frac{\text{distância}}{\text{tempo}} = IlBv$$

Como vBl é $\mathcal{E}$, a FEM induzida, e I é a corrente no circuito, a quantidade de energia que estamos fornecendo por segundo vale $I\mathcal{E}$. Esta é exatamente a rapidez com a qual a FEM induzida cede energia à corrente. Em lugar da bateria, somos *nós* que fornecemos a potência na quantidade correta.

31 — 4. Movimento Relativo.

Suponha que, em lugar de deslocarmos uma espira dentro de um campo magnético com velocidade v, desloquemos um campo magnético através da mesma espira. Colocamos o ímã sôbre um veículo que se move com velocidade v para a direita e mantemos a espira em repouso em relação ao solo (Fig. 31-6). Do ponto de vista de um observador no solo o ímã e seu campo estão se deslocando para a direita, enquanto a espira está imóvel. En-

31-6 — Estamos parados em relação ao solo, observando o ímã deslocar-se para a direita. Para nós, a espira está em repouso. O observador que está no veículo vê o ímã em repouso e a espira movendo-se para a esquerda. Ambos os observadores lêm a mesma corrente no amperímetro. Aparentemente o que importa é o movimento relativo.



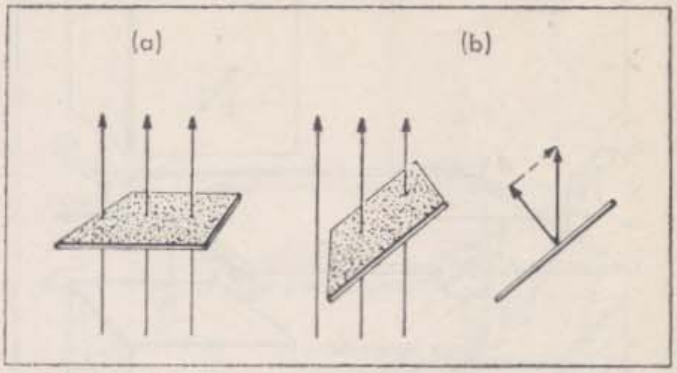
tretanto, para um observador montado no veículo que transporta o ímã, êste permanece em repouso e é a espira que se desloca para a esquerda. Do ponto de vista dêste observador, a experiência é exatamente a mesma que realizamos no princípio. Portanto, êle espera encontrar a mesma FEM induzida. Quando a medimos, de fato encontramos o mesma valor Aparentemente, é a velocidade relativa da espira e do ímã que determina a FEM.

Em nosso estudo de dinâmica, vimos que as leis de Newton são válidas em qualquer sistema de referência não acelerado em relação às estrêlas fixas. Conseqüentemente, todo comportamento dinâmico deve seguir os mesmos padrões em qualquer sistema não acelerado e, naturalmente, esperamos que a indução eletromagnética apresente a mesma forma em qualquer dêsses sistemas. No caso do sistema espira-ímã, esperamos que êle possa mover-se com qualquer velocidade constante em relação às estrêlas fixas, sem que varie a FEM induzida. Se não fôsse assim, poderíamos usar as diferenças na FEM para identificar os diferentes sistemas de referência. embora não o possamos fazer por métodos mecânicos.

Diàriamente motores e geradores funcionam em trens e aviões que se deslocam ràpidamente. Embora os resultados não sejam, em geral, medidos com grande precisão, êles *não* revelam modificações mensuráveis nos efeitos observados. O equipamento pode se deslocar em qualquer direção, rápida ou lentamente, e a indução eletromagnética não é afetada. A Terra se desloca ao redor do Sol à velocidade de 30 km/s e, apesar disso, não observamos, nas diferentes estações do ano variações na indução eletromagnética. A FEM não é afetada. A indução sempre se dá de acôrdo com os deslocamentos relativos das partes móveis.

Admitiremos, portanto, que a indução eletromagnética depende sòmente do movimento relativo e, na próxima seção, utilizaremos esta hipótese ao descrever o fenômeno de indução.

A partir desta e de outras leis do eletromagnetismo, poderemos predizer, entre outras coisas, a velocidade de luz. Essas previsões concordam com as observações experimentais e constituem mais uma evidência do fato mencionado de que os efeitos eletromagnéticos induzidos dependem sòmente dos movimentos relativos. E' possível, portanto, considerar os movimentos da espira e do ímã em qualquer sistema de referência não acelerado que nos convenha e predizer corretamente os resultados.

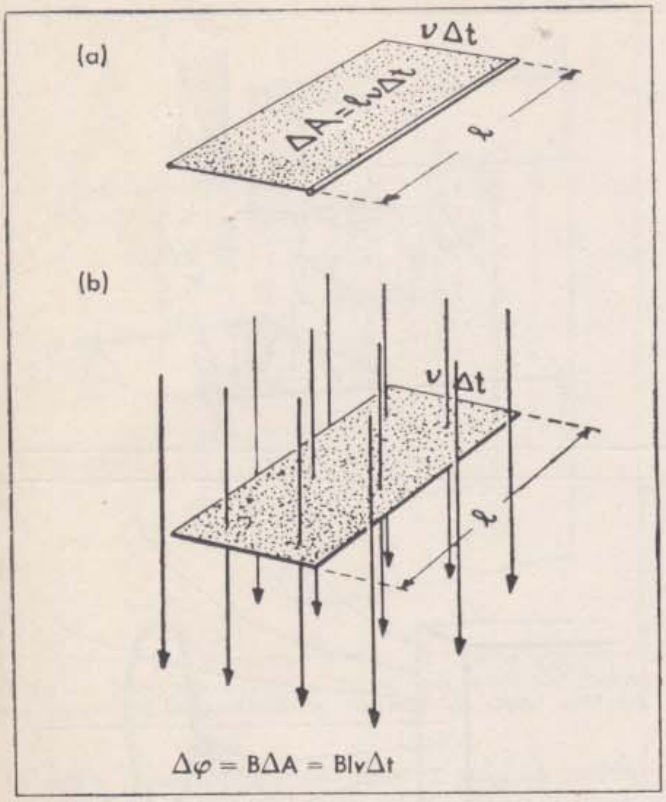


31-7 — a) O fluxo magnético Φ que atravessa determinada superfície é medido pelo produto da intensidade do campo pela área da superfície, quando esta é perpendicular ao campo.
b) Se não é perpendicular, temos que multiplicar a área pela componente normal do campo B.

31 — 5. O Fluxo Magnético e a Lei da Indução.

Podemos gerar a mesma FEM de muitas maneiras. Por exemplo, consideremos outro movimento realizado com a mesma espira e o mesmo ímã. Em lugar de deslocar a espira para a esquerda, como na Fig. 31-4, desloquemo-la normalmente ao papel, para fora do mesmo. Se, nêste movimento, um segmento de condutor de comprimento l' passar através do campo B' com velocidade v', obteremos uma FEM induzida igual a $B'l'v'$. Podemos fàcilmente ajustar v' até fazer $B'l'v'$ igual a Blv ou a qualquer outra FEM induzida. Na verdade, existe uma grande variedade de movimentos relativos da espira e do ímã que originam a mesma FEM induzida.

A seguir, expressaremos a FEM induzida — a energia fornecida por unidade de carga — de uma maneira que torna evidente a característica comum de todos os movimentos que geram a mesma FEM. Essa formulação permite considerar a indução eletromagnética produzida quando uma parte da espira move-se em relação a outra, como ocorre, por exemplo, quando modificamos a forma de uma espira flexível [Fig. 31-9 (b)].



31-8 — Quando um condutor e um campo magnético se deslocam um em relação ao outro com velocidade v, o condutor varre, uma área $l v \Delta t$ durante o intervalo de tempo Δt. A variação de fluxo magnético, $\Delta\varphi$, é $B l v \Delta t$.

Se voltarmos aos parágrafos anteriores, veremos que a tensão induzida depende da quantidade de campo magnético introduzido ou retirado da espira durante um intervalo de tempo determinado. Medimos a quantidade de campo magnético que atravessa uma dada superfície calculando o produto da intensidade do campo magnético pela área da superfície, desde que esta seja normal ao campo.

Se a área está inclinada em relação ao campo magnético, ela é artavessada por uma quantidade menor de campo (Fig. 31-7). Por exemplo, se a superfície é paralela às linhas do campo magnético, estas não a travessam em absoluto. Uma superfície é atravessada apenas pela componente do campo magnético que lhe é normal. Portanto, podemos medir a quantidade de campo magnético que atravessa uma área pelo produto da área pela componente normal do campo. A isto chamamos *fluxo magnético* através da superfície: $\varphi = B_{\perp} A$.

A FEM induzida, isto é, a energia fornecida por carga elementar que circula pela espira, pode expressar-se sempre como a velocidade de variação do fluxo magnético através da espira (observe a Fig. 31-5). Ao puxar o condutor ou o ímã, de modo que um se mova em relação ao outro com velocidade v, a área varrida pelo comprimento l do condutor durante o intervalo de tempo Δt é $l v \Delta t$, por que $v\Delta t$ é o espaço percorrido lateralmente pelo condutor em relação ao ímã, durante o intervalo de tempo Δt (Fig. 31-8). Se a intensidade do campo magnético normal a esta área é B, o fluxo magnético retirado da espira é $B l v \Delta t$. Esta é a variação $\Delta\varphi$ de fluxo.

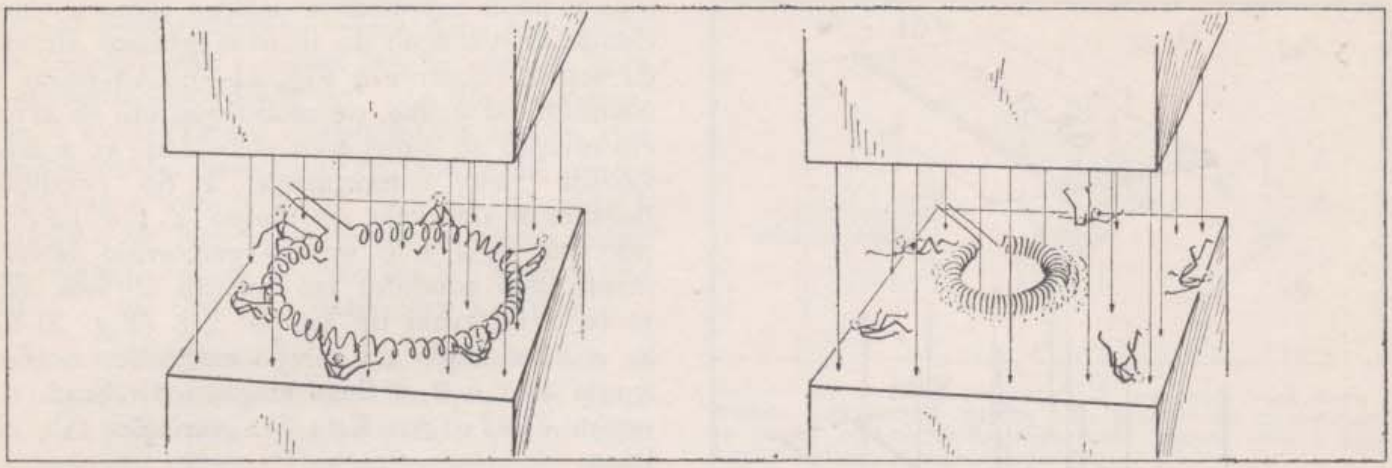
A velocidade de variação do fluxo φ é, portanto, $\dfrac{\Delta\varphi}{\Delta t} = B l v$.

Porém esta é, precisamente, a expressão da energia fornecida por carga elementar que já obtivemos ao considerar a fôrça magnética que atuava sôbre as cargas individuais. A tensão induzida $\mathcal{E}$ é, portanto, $\dfrac{\Delta\varphi}{\Delta t}$. Essa maneira de calcular a energia fornecida por carga elementar considerando-a como a rapidez de variação do fluxo, é a forma mais geral que Faraday deu à lei de indução. Ela se aplica indiferentemente quer seja o circuito ou o ímã que se desloca.

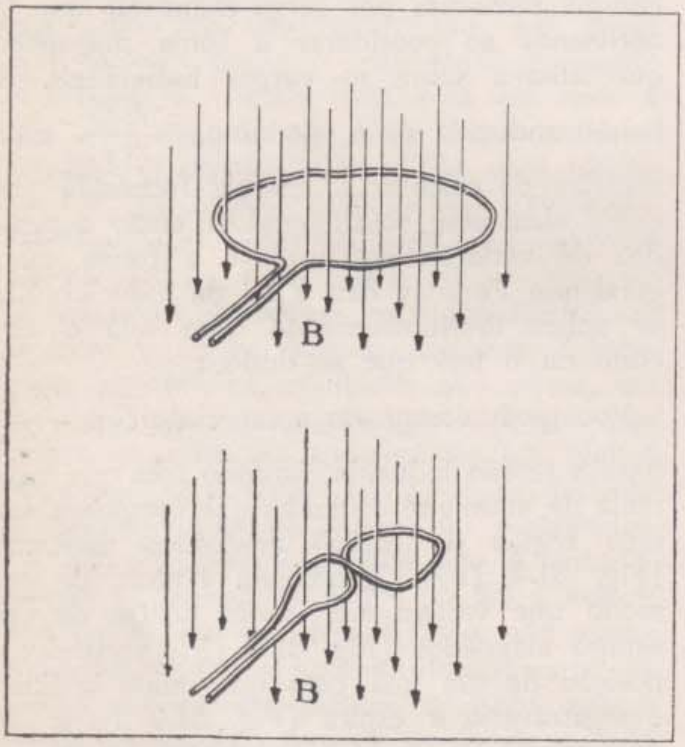
Você pode comprovar a expressão $\mathcal{E} = \dfrac{\Delta\varphi}{\Delta t}$ para a tensão induzida, fazendo com que uma mola de arame se distenda e se comprima em uma região de campo magnético uniforme [Fig. 31-9 (a)]; retorcendo espiras de tal modo que variem suas áreas dentro de um campo magnético [Fig. 31-9 (b]; variando a posição de um ímã para que mude o fluxo que atravessa a espira [Fig. 31-9 (c)]; ou por qualquer combinação dessas manobras. Em todos os casos, o que importa para produzir a tensão induzida é a rapidez da variação do fluxo.

31 — 6. Indução Eletromagnética Quando os Circuitos Não Se Movem.

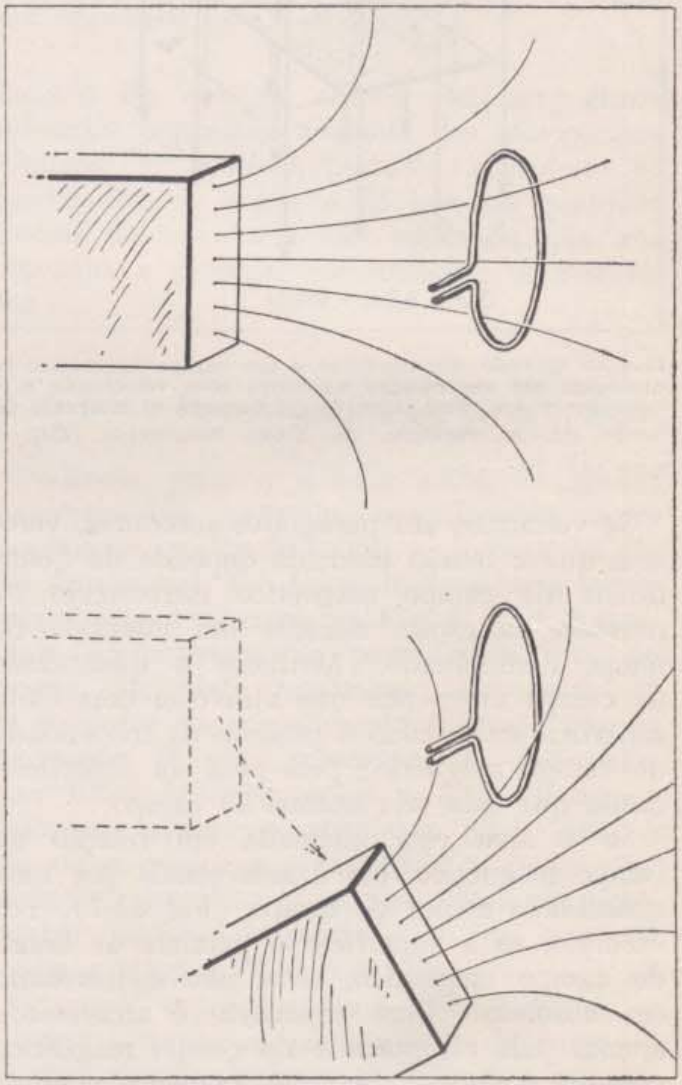
Mover um circuito ou um ímã não é a única maneira de fazer variar o fluxo através de uma espira condutora. Podemos deixar a espira em repouso e variar o campo magné-



31-9 — a) A FEM induzida depende sòmente da velocidade de variação do fluxo, $\frac{\Delta\varphi}{\Delta t}$, não importando como esta variação é produzida. Aqui, permite-se que uma mola distendida se contraia de maneira a encerrar uma área menor.



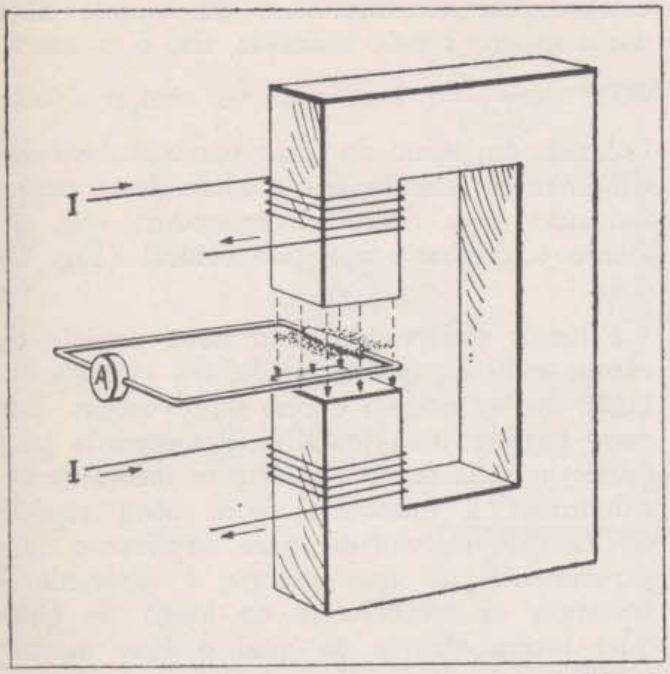
b) Quando retorcemos uma espira, fazemos variar a área que ela encerra.



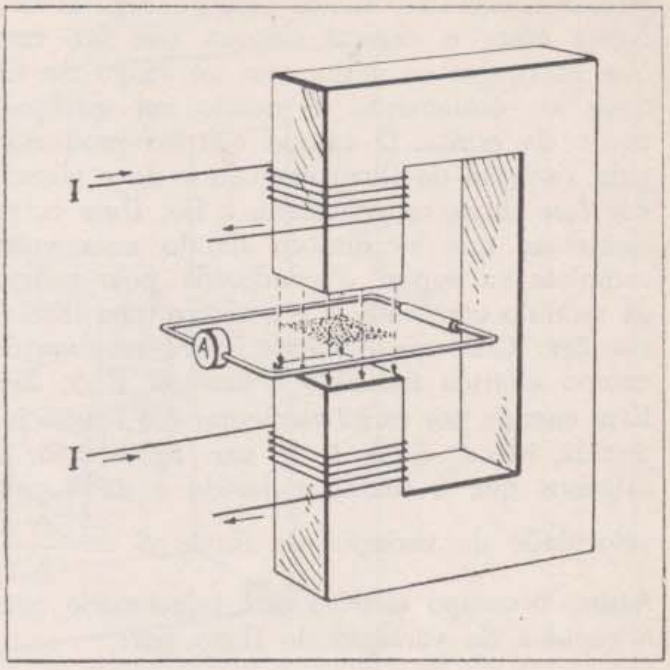
c) Quando modificamos a direção do campo magnético, modificamos o fluxo que atravessa a mesma área.

tico através dela, fazendo variar as correntes que o produzem. Em outras palavras, podemos utilizar um eletro-ímã como na Fig. 31-10. Então, fazendo variar a corrente no eletro-ímã, a uma razão determinada, podemos fazer com que o campo magnético através da espira varie da maneira que desejarmos. Se as experiências com um eletro-ímã derem a mesma FEM para a mesma velocidade de variação de fluxo que obtínhamos ao movermos a espira, a idéia das variações de fluxo como agentes responsáveis pelos efeitos sôbre a espira, tornar-se-á muito mais convincente.

As experiências com eletro-ímãs mostram que, de fato, temos exatamente, a mesma



31-10 — Podemos variar o fluxo magnético utilizando um eletro-ímã e variando a corrente em suas bobinas.



31-11 — Uma FEM é induzida numa espira mesmo quando tôda a região de fluxo variável está situada no interior da mesma.

indução eletromagnética para a mesma variação de fluxo, quer esta variação seja causada por um movimento evidente do ímã ou da espira ou por um aumento ou diminuição de corrente. Correntes ou ímãs podem ser usados para produzir fluxo através de uma espira e esta pode ter qualquer forma ou tamanho. Determinada variação do fluxo magnético produz o mesmo efeito, independentemente do mecanismo através do qual esse fluxo é modificado. As variações do fluxo são, portanto. um fator indispensável para a existência da indução eletromagnética.

31 — 7. Campos Elétricos Em Tôrno de Fluxos Magnéticos Variáveis.

Uma espira pode circundar um fluxo magnético de tal modo que o campo magnético só tenha valor apreciável próximo do seu centro (Fig. 31-11). O campo magnético, nesta situação, nunca chega a cruzar o fio. Contudo, uma dada taxa de variação do fluxo magnético resulta na mesma indução eletromagnética. Como ocorre isto?

Para explicar o fato, examinemos o mecanismo elétrico que desloca as cargas em qualquer espira quando a mesma está em repouso. Nêste caso, as fôrças magnéticas não podem ser responsáveis, pois elas atuam numa direção normal à do movimento dos eléctrons e não podem fornecer energia. Assim sendo, os eléctrons são impulsionados ao longo do circuito por alguma espécie de fôrça elétrica.

Que espécie de fôrça elétrica causa o deslocamento dos eléctrons? Note que essa fôrça produzirá êsse deslocamento mesmo que as cargas, inicialmente, estejam em repouso. Observe também que ela lhes cederá energia. Aparentemente essa fôrça provém de um campo elétrico atuando sôbre as cargas. Quando há uma bateria no circuito, o campo elétrico provém das cargas impelidas para os terminais da bateria e distribuidas ao longo dos fios. Quando o mecanismo de deslocamento é eletro-magnético, há, também um campo elétrico, um campo E, responsável pelo deslocamento dos eléctrons. Aceitemos isto por um momento. Podemos então perguntar: Qual a intensidade do campo elétrico proveniente de uma variação do fluxo magnético através de um circuito?

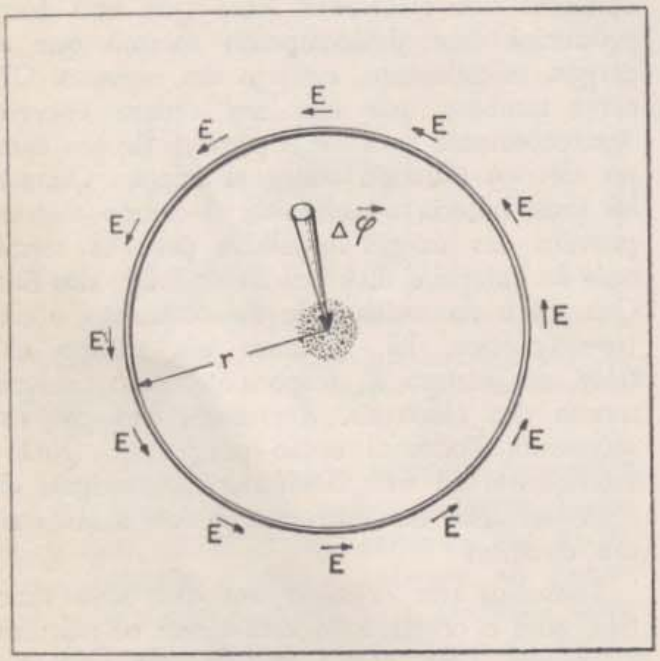
Tomemos um exemplo em que haja simetria, com o objetivo de simplificar os cálculos. Considere uma espira circular de raio r e suponha que o fluxo magnético através dêsse círculo esteja sendo alterado devido a uma variação do campo magnético através de um

círculo concêntrico muito menor (Fig. 31-12). Nêsse caso, o campo elétrico que faz com que as cargas se desloquem ao longo do fio deve ser exatamente o mesmo em qualquer ponto da espira. O campo elétrico produzido pela variação do fluxo magnético deve circundar êsse fluxo, tangenciando o fio. Uma carga elementar que se desloca dando uma volta completa na espira é conduzida pelo campo de módulo constante E e percorre uma distância $2\pi r$. Conseqüentemente, deve receber do campo elétrico induzido a energia $E \times 2\pi r$. Essa energia por carga elementar é a tensão induzida, isto é, $\mathcal{E} = E \times 2\pi r$. Entretanto, já sabemos que a tensão induzida é dada pela velocidade de variação do fluxo: $\mathcal{E} = \frac{\Delta \varphi}{\Delta t}$. Assim, o campo elétrico está relacionado com a rapidez de variação do fluxo por:

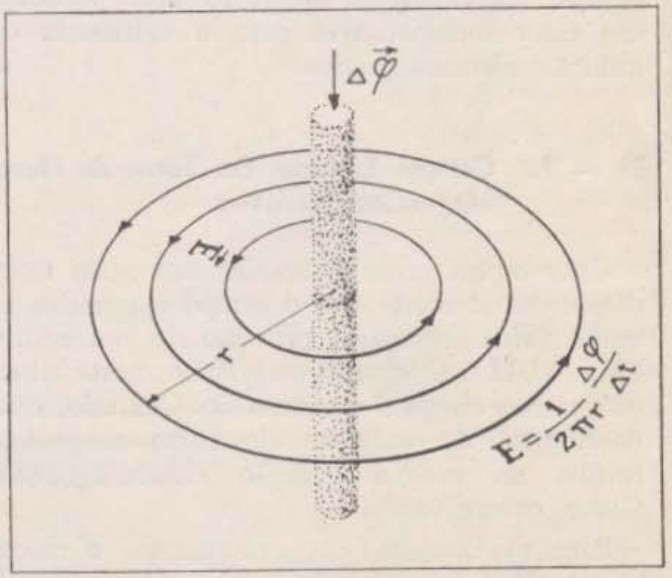
$$E\, 2\pi r = \frac{\Delta \varphi}{\Delta t}$$

Observe que êsse campo elétrico tem módulo constante ao longo de qualquer circunferência de raio r. Se tivermos uma espira de maior raio, o campo elétrico ao longo dessa espira deve ser menor, porque o produto do campo pela circunferência do círculo deve dar a mesma tensão induzida, isto é, o mesmo valor de $\frac{\Delta \varphi}{\Delta t}$. Em suma, o campo elétrico induzido em tôrno do fluxo variável deve distribuir-se em círculos e o módulo dêsse campo induzido deve decrescer à medida que aumenta a distância à região central (Fig. 31-13).

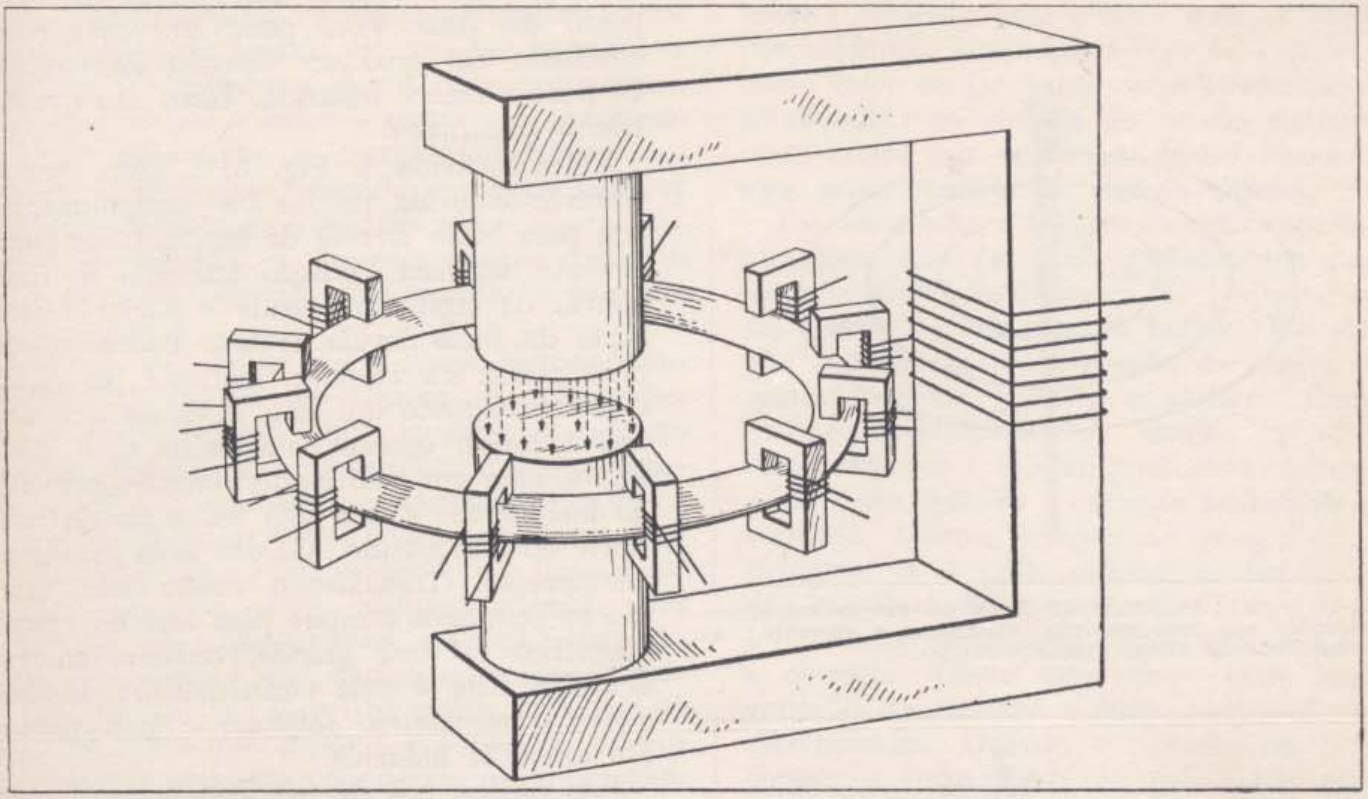
Estamos observando uma nova espécie de campo elétrico, que se fecha em círculos em lugar de ter origem e fim sôbre cargas. Isto pode parecer uma tentativa desesperada para preservar uma teoria òbviamente inconsistente. Admitimos a existência desta nova espécie de campo ùnicamente para explicar o fato experimental de que energia é fornecida e correntes se estabelecem ao longo de qualquer espira através da qual o fluxo magnético esteja variando. Haverá algo de real nesta nova espécie de campo elétrico — algo que possamos comprovar independentemente? A resposta é "sim". O campo elétrico, realmente, existe, pois podemos colocar partículas carregadas na região que circunda um fluxo magnético variável e, observando suas trajetórias, podemos nos certificar de que sôbre elas atua exatamente a fôrça elétrica devida àquele campo. Há, por sinal, um moderno acelerador que comunica grandes velocidades a partículas carregadas utilizando precisamente esta fôrça



31-12 — Quando varia o fluxo que atravessa a área sombreada, o módulo do campo E, que circunda essa área deve ser o mesmo em qualquer ponto do fio. Portanto, uma carga elementar deve receber a energia $E\, 2\pi r$ ao dar uma volta na espira.



31-13 — O campo elétrico induzido em tôrno de um fluxo magnético variável distribui-se sôbre circunferências concêntricas. Seu módulo varia em proporção inversa com a distância.



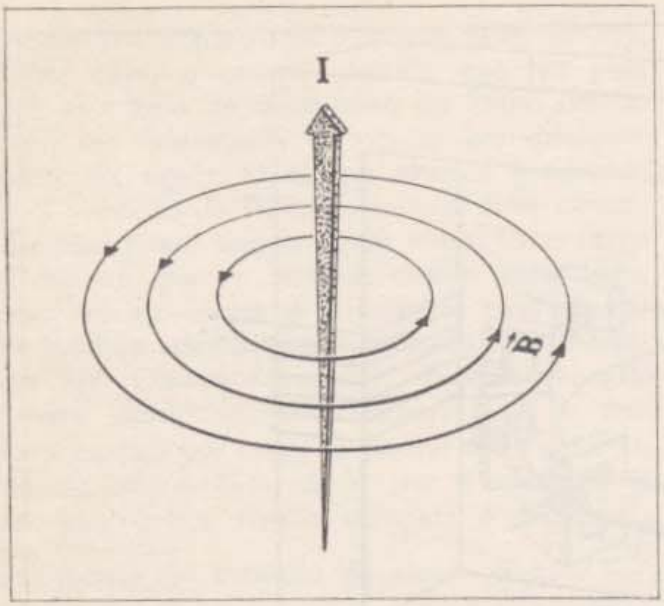
31-14 — Representação esquemática de um bétatron. O fluxo variável, no centro, produz um campo elétrico que acelera os eléctrons. Êstes são forçados a se deslocar em círculos por meio dos ímãs exteriores. Podemos predizer corretamente a trajetória a partir das ações dos campos defletores e do campo elétrico induzido responsável pela aceleração ao longo dessas trajetórias.

elétrica. Num bétatron, os eléctrons são forçados a se deslocar, dentro de um tubo de alto vácuo em tôrno de um fluxo magnético variável (Fig. 31-14). Suas velocidades aumentam exatamente de acôrdo com as previsões que podemos fazer com base na ação do campo elétrico circular produzido pela indução eletro-magnética.

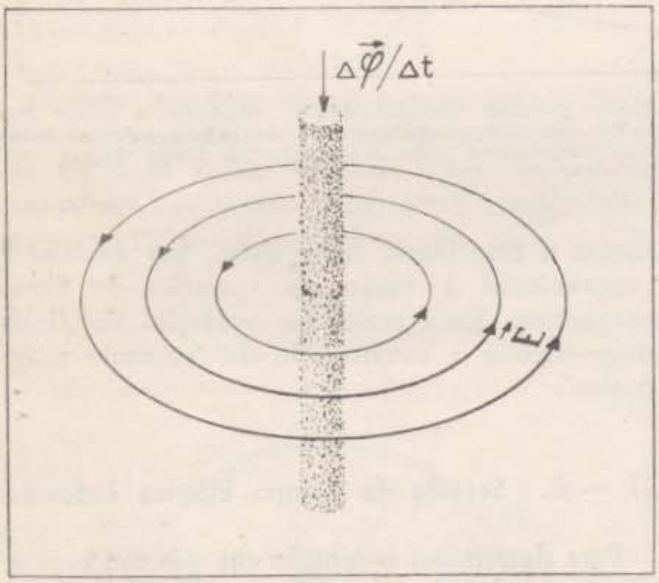
O campo elétrico que circunda um campo magnético variável (mas está a uma bôa distância dêle) pode parecer ainda estranho. Talvez êle se torne mais plausível se considerarmos por um momento o campo magnético em tôrno de uma corrente elétrica (Fig. 31-15). Êsse campo magnético envolve a corrente elétrica e varia inversamente com a distância. Seu módulo é proporcional à velocidade com que as cargas elétricas passam. De modo semelhante, um fluxo magnético atua como uma espécie de "corrente magnética" em tôrno da qual produz-se um campo elétrico. Da mesma maneira que o campo magnético em tôrno de uma corrente de partículas móveis carregadas, o campo E em tôrno de um fluxo magnético variável decresce à medida que aumenta a distância a êsse fluxo. Além disso, seu módulo é proporcional à razão de variação do fluxo magnético. Esta razão de variação do fluxo magnético é a intensidade da "corrente magnética".

31 — 8. Sentido do Campo Elétrico Induzido.

Para determinar o sentido em que um campo elétrico induzido circunda um fluxo variável $\triangle \varphi$, voltemos à experiência da seção 31-1. Já conhecemos o sentido da tensão e da corrente induzida quando retiramos uma espira de um campo magnético como na Fig. 31-16 (a). A corrente se estabelece como está indicado na figura e o campo E induzido deve seguir o mesmo caminho para produzi-la. Retirando a espira do campo magnético estamos diminuindo o fluxo magnético φ que a atravessa de cima para baixo. Portanto, a variação $\triangle \varphi$ de fluxo está dirigida para cima [Fig. 31-16 (b)]. Se olharmos a espira de cima para baixo, a corrente induzida gerada por esta variação do fluxo percorre o condu-



31-15 — a) As linhas de fôrça do campo magnético produzido por uma corrente circundam a corrente; a intensidade do campo varia com $1/r$.

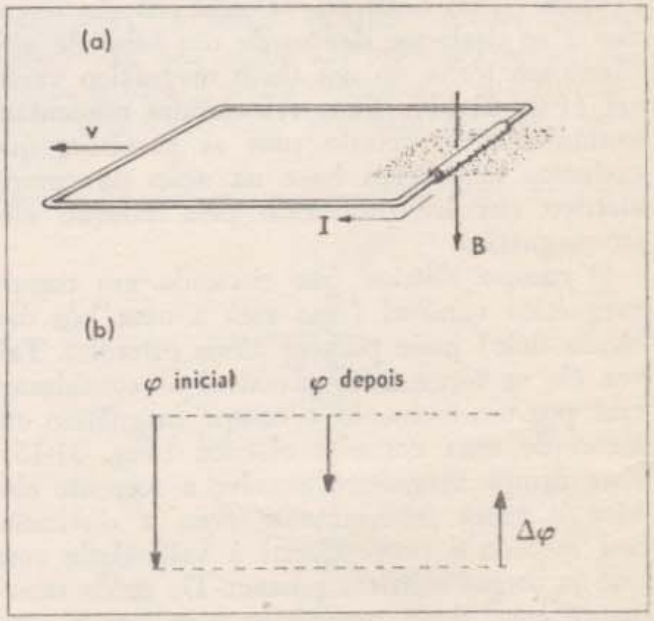


b) Anàlogamente, o campo elétrico em tôrno de um fluxo magnético variável circunda o fluxo e decresce com $\frac{1}{r}$. O campo elétrico estende-se até regiões afastadas do fluxo variável.

tor no sentido do movimento dos ponteiros do relógio, o mesmo acontecendo com o campo elétrico induzido. A mesma coisa acontece se o ímã fôr substituido por um eletro-ímã e nós diminuirmos o campo dirigido para baixo. Na realidade, sempre que a variação do fluxo está dirigida para nós, o campo E induzido tem o sentido horário; e sempre que a variação do fluxo tem sentido oposto, o campo induzido tem o sentido anti-horário, do nosso ponto de vista. Você pode comprovar esta conclusão em qualquer exemplo de variação de fluxo e campo induzido. Tôdas as experiências a confirmam.

Vejamos ainda a Fig. 31-1. Note que a corrente induzida produz um campo magnético para baixo através da espira. Conseqüentemente, há uma variação induzida de fluxo através da espira que tende a anular a alteração do fluxo devida ao ímã. Podemos também pensar na corrente induzida na espira como produzindo um ímã, e vemos que êste ímã induzido aponta para baixo, através da espira, com seu polo Norte perto do polo Sul do ímã grande e seu polo Sul perto do polo Norte do ímã grande. Os dois ímãs atraem-se mùtuamente. Trabalhando contra esta atração ao puxarmos a espira para fora do campo magnético do ímã grande, cedemos energia à espira. Esta é uma outra maneira de descrever o mecanismo responsável pela produção da FEM induzida.

Esta análise nos dá um método geral para determinar o sentido dos efeitos eletromagnéticos induzidos. Sempre que aproximamos entre si um ímã e uma espira condutora, o



31-16 — a) Quando retiramos uma espira condutora de um campo magnético, o campo elétrico induzido produz uma corrente no sentido indicado.
b) Estamos reduzindo o fluxo dirigido para baixo; portanto, a variação $\Delta\varphi$ é dirigida para cima, apontando para nós. Quando olhamos para êsse $\Delta\varphi$ dirigido para nós, o campo E tem o sentido do movimento dos ponteiros do relógio.

campo E induzido na espira dá origem a uma corrente num sentido tal que faz o ímã e a espira se repelirem. Você deve, por conseguinte ,forçar o ímã e a espira a se aproximarem, fornecendo a energia necessária para manter a corrente induzida. Por outro lado, se separarmos um do outro, um ímã e uma espira, êles se atrairão e devemos efetuar trabalho contra esta atração para manter a corrente induzida.

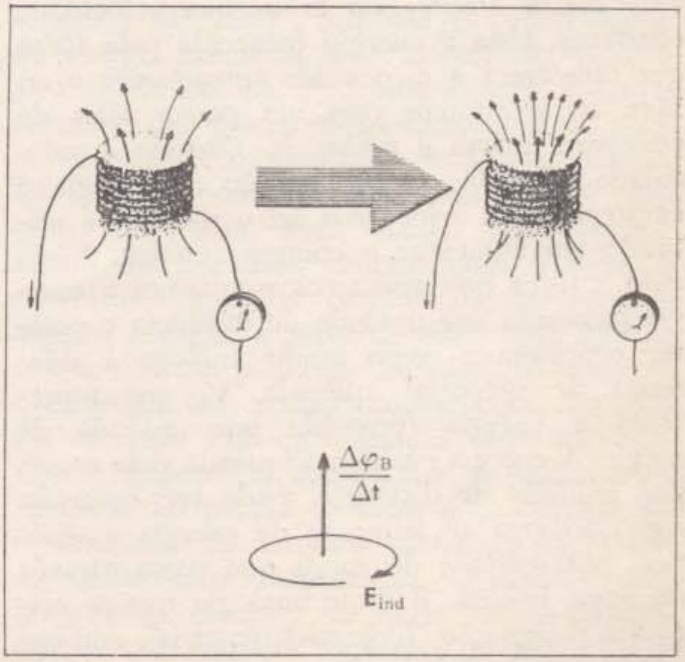
Acabamos de ver que o campo elétrico induzido tem sempre um sentido tal que produz um fluxo induzido que se opõe à variação total do fluxo. Esta observação é muitas vezes chamada lei de Lenz, em homenagem ao físico russo Lenz. Essa lei está relacionada com o fluxo de energia. Se a FEM induzida ou o fluxo induzido tivessem outro sentido, teríamos uma situação absurda, na qual um ímã, movendo-se em direção a uma espira, seria *atraído* pela corrente que êle induz na espira. Esta atração apressaria a aproximação, produzindo maiores correntes; isso seria equivalente a um aumento de energia no movimento e no campo magnético da corrente induzida. Tôda essa energia viria do nada. Portanto, a Lei de Lenz é, na realidade, uma expressão da conservação da energia: ela nos diz que os campos elétricos induzidos são produzidos por fontes conhecidas de energia e que, absolutamente, não retiram energia do nada.

31 — 9. Auto-Indução e Osciladores Elétricos.

Uma diferença de potencial V aplicada entre os extremos de um condutor resulta num campo elétrico que acelera os eléctrons do condutor. Por meio do campo elétrico, a energia V é fornecida por carga elementar que se desloca de um extremo ao outro do fio. Como os eléctrons movem-se em trajetórias fechadas, esta energia é dissipada como calor, e, ao mesmo tempo, o movimento origina uma corrente elétrica $I = V/R$ onde R é a resistência do fio.

Podemos reescrever a última equação como $V = RI$. Agora, à esquerda, temos a energia fornecida por carga elementar e, à direita, temos a energia por carga elementar que se transforma em calor. A expressão RI sempre dá o calor dissipado por carga elementar. Se os eléctrons movem-se mais ràpidamente, a corrente I aumenta, bem como a energia cinética dos eléctrons. Assim, mais energia é dissipada como calor no fio. Cada carga elementar está recebendo mais energia do campo elétrico e, como colide com os átomos do fio, transforma essa maior energia em energia térmica.

Por outro lado, a energia fornecida por carga elementar não deve, obrigatòriamente, provir de uma fonte de diferença de pontecial aplicada entre os extremos da bobina. Por exemplo, suponha que V provenha de cargas concentradas sôbre grandes condutores. Com a mesma concentração de cargas, o mesmo campo elétrico é sempre produzido na bobina. Além disso, quando a corrente na bobina está variando, aparece sempre um campo elétrico induzido. A corrente variável na bobina produz um fluxo magnético variável através dela e êste induz um campo elétrico que atua sôbre a corrente. Como êste campo pode induzir variações na corrente, o efeito total é chamado auto-indução. Quando a corrente na bobina cresce, o fluxo crescente induz um campo elétrico no sentido oposto ao da corrente (Fig. 31-17). Este campo induzido deve ser subtraído do campo elétrico devido às cargas que estão nos extremos do fio, para obter-se o campo que está produzindo a corrente e que está realmente fornecendo a energia que se transforma em calor. Da mesma maneira que o campo elétrico produzido pelas cargas que

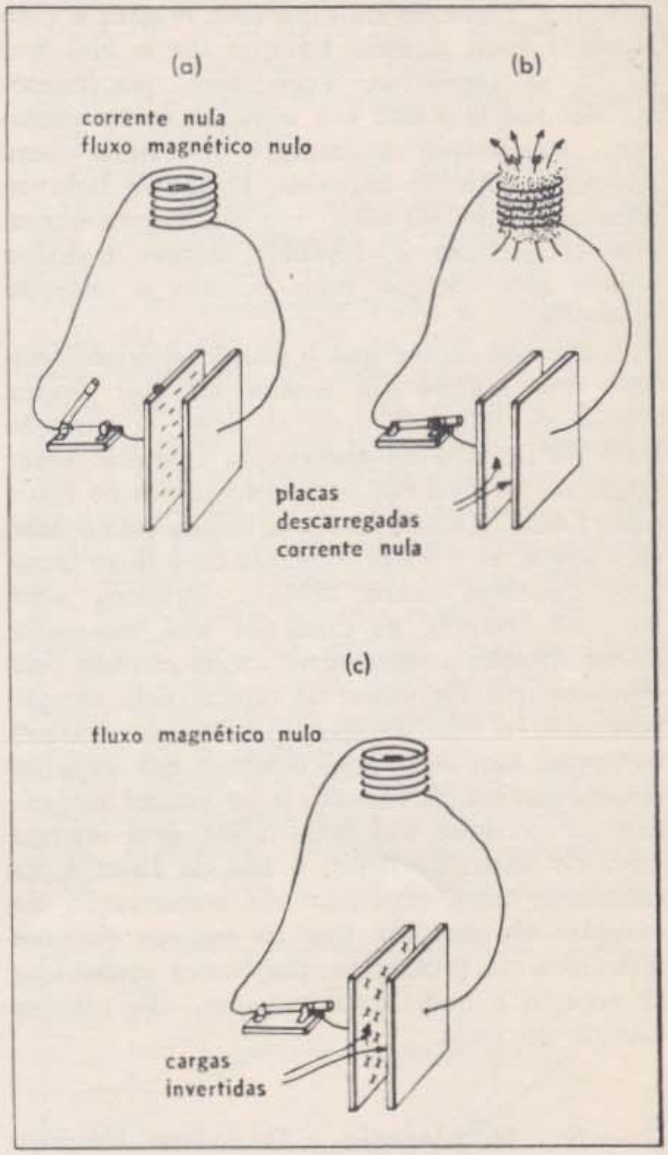


31-17 — Enquanto a corrente aumenta, o fluxo também aumenta. Conseqüentemente, induz um campo elétrico que se opõe ao da bateria.

estão nos terminais do fio, multiplicado pelo comprimento do fio, nos dá a diferença de potencial aplicada, assim também o campo elétrico induzido multiplicado pelo comprimento do fio nos dá a FEM induzida. A diferença de potencial efetiva que se deve levar em conta para a determinação da energia transformada em calor por carga elementar é a diferença entre a tensão aplicada entre os treminais do fio e a FEM induzida. Conseqüentemente, o calor dissipado por carga elementar é dado por: $V - \mathcal{E}$, onde $\mathcal{E}$ é a tensão induzida devida à variação do fluxo. Como, sempre, a energia térmica dissipada por carga elementar é dada por IR. Conseqüentemente: $V - \mathcal{E} = IR$.

Quando a corrente é constante, $\mathcal{E} = 0$ e a última equação torna-se: $V = IR$. Tôda a energia, por carga elementar, fornecida pela diferença de pontencial V, aplicada aos extremos do condutor, é dissipada como calor. Mas, quando a corrente está variando, vemos que sòmente uma parcela da energia V por carga elementar transforma-se em calor; o restante é empregado para fazer variar a corrente e, portanto, produzir os campos magnéticos. A quantidade de energia empregada para formar os campos magnéticos é medida por $\mathcal{E}$, isto é, pela razão de variação do fluxo.

Uma analogia grosseira pode nos ajudar a compreender êsse fato. Quando deslocamos uma massa através do ar a uma velocidade constante, tôda a energia fornecida pela fôrça que exercemos é dispendida em aquecer o ar. Mas, se arrastamos com um pouco mais de esfôrço, a massa é acelerada. Quando a velocidade aumenta, só uma fração da energia é empregada em aquecer o ar; o restante é utilizado em aumentar a energia cinética. Nêste caso a fôrça que aplicamos representa a energia fornecida por unidade de distância e pode ser considerada como sendo análoga à diferença de potencial aplicada, V, que representa a energia fornecida por unidade de carga. A energia cinética adquirida pela massa por unidade de distância, pode ser encarada como análoga ao aumento da energia magnética, por unidade de carga que passa através de nossa bobina. É desta analogia que se origina a designação "fôrça eletro-motriz", embora trate-se na realidade de energia por unidade de carga.



31-18 — a) Começamos por carregar um par de placas metálicas paralelas, mantendo a chave aberta.
b) Depois que a chave é fechada, a diferença de potencial entre as placas produz uma corrente através da bobina e as placas se descarregam. Quando a corrente atinge seu valor máximo, a energia potencial das cargas foi totalmente transformada em energia magnética.
c) Quando o fluxo magnético começa a decrescer, um campo elétrico induzido continua a manter a corrente no mesmo sentido. Cargas de sinais opostos acumulam-se sôbre as placas.

Na analogia, quando não há nenhum atrito viscoso atuando sôbre a massa, a energia fornecida pela fôrça externa é transformada diretamente em energia cinética da massa. Da mesma maneira, quando a resistência de nosso circuito, é extremamente baixa, a diferença de potencial aplicada fornece energia, exclusivamente, ao campo magnético associado à corrente da bobina. Na analogia, se a fôrça externa deixa de atuar, quando a massa já

está em movimento, esta continua a mover-se De fato, para anular a energia cinética, devemos exercer uma fôrça contrária ao movimento. De modo análogo, em nosso circuito, se a diferença de potencial aplicada é anulada, as cargas continuam a mover-se, e deve haver uma FEM no sentido oposto que remove a energia magnética do campo à medida que a corrente decresce.

No sistema mecânico, usando uma mola para exercer fôrça sôbre a massa, podemos fazer com que esta oscile. Em primeiro lugar, a mola exerce uma fôrça num sentido, acelerando a massa e aumentando sua energia cinética. Depois que a mola ultrapassa sua posição de equilíbrio, ela exerce uma fôrça no sentido oposto, retirando a energia cinética do movimento da massa e armazenando-a sob forma de energia potencial elástica. A massa impulsionada pela mola oscilará. Podemos fazer um oscilador elétrico de modo análogo. Além da bobina, na qual podemos armazenar a energia magnética — a energia que atua da mesma maneira que a energia cinética da massa — devemos introduzir uma energia potencial elétrica, que se comporte de maneira análoga a uma mola.

Podemos obter o equivalente elétrico de uma mola, conectando a bobina a duas placas condutoras paralelas, como na Fig. 31-18. Carregamos as placas com a chave aberta. Fechamos, então, a chave. A energia potencial elétrica das cargas concentradas sôbre as placas, dará origem a uma corrente através da bobina. À medida que as placas se descarregam, a energia potencial elétrica decresce, e a energia magnética da corrente que percorre as espiras aumenta. Quando as placas estiverem completamente descarregadas e a energia potencial elétrica tiver desaparecido, a corrente e a energia magnética estarão no seu valor máximo. Depois disto, a energia magnética da bobina será devolvida ao circuito, através do campo elétrico induzido. Este campo, como você pode fàcilmente verificar, produz uma corrente de mesmo sentido que a inicial. Conseqüentemente, cargas são deslocadas para as placas nos terminais do circuito e surge entre elas uma diferença de potencial elétrico oposta à que havia inicialmente. Tôda a energia magnética da bobina será devolvida e transformada em energia potencial elétrica quando as placas estiverem completamente carregadas com cargas opostas às iniciais.

O processo não para quando as placas estão completamente carregadas. O campo magnético continua a variar, passando por zero e crescendo no sentido oposto. A corrente se inverte. A energia potencial elétrica é devolvida ao circuito e a energia magnética cresce de novo. O processo repete-se. Fizemos, assim, um "pêndulo elétrico", que "oscila" como um objeto prêso a uma mola.

Há sempre alguma resistência nos fios do nosso circuito. Alguma energia é, sempre, dissipada sob forma de calor enquanto a corrente percorre a bobina num sentido e no outro. Cada vez que as cargas são levadas às placas, o máximo de carga é, sensìvelmente menor. Cada vez que a corrente percorre a bobina, seu valor máximo diminue de uma pequena parcela. Gradualmente tôda a energia é transformada de potencial elétrica e magnética, em calor. Isto, sem dúvida, é exatamente o que ocorre com um oscilador mecânico. Enquanto a massa se move para um lado e para o outro, através do ar, sua energia potencial e cinética transforma-se gradualmente no movimento desordenado das moléculas do gás.

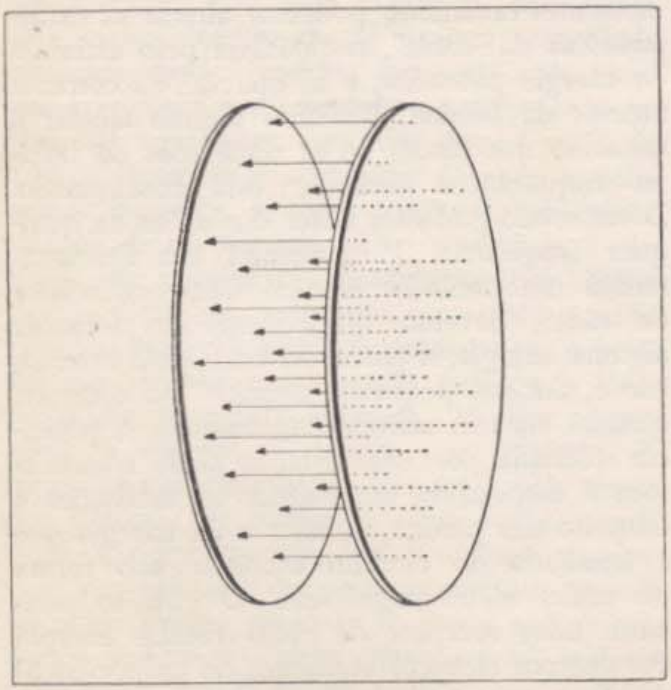
Osciladores elétricos dêsse tipo constituem o elemento básico dos rádio- transmissores e receptores. Escolhendo placas e bobinas de diferentes tamanhos, podemos alterar as características da "mola", responsável pelo acúmulo de energia potencial, e a "inércia" da corrente através da bobina. Podemos mesmo ajustar o tamanho das placas ou as dimensões da bobina enquanto o oscilador está funcionando. Dêste modo podemos obter oscilações de qualquer freqüência. Para manter em funcionamento um oscilador elétrico num transmissor de rádio, devemos periòdicamente, fornecer alguma energia, a partir de uma fonte externa, isto é, dar um pequeno "impulso" na corrente, quando ela tem sentido conveniente. A potência utilizada por uma estação rádio transmissora é dispendida em manter as oscilações a despeito das perdas de calor e da energia que é irradiada do circuito oscilante sob forma de ondas eletro-magnéticas. O circuito oscilante num receptor de rádio recebe energia dos campos elétricos oscilantes do próprio sinal de rádio que se desloca pelo espaço. O rádio receptor não precisa de nenhuma outra fonte

de energia; por isto você pode construir rádios sem bateria.

31 — 10. Campos Magnéticos Produzidos por Variações de Fluxo Elétrico.

Um fluxo magnético variável dá origem, em tôrno de si, a um campo elétrico induzido. O campo E é muito parecido com o campo B em tôrno de uma corrente. Que acontece em tôrno de uma região onde existe um campo E variável, isto é, o que sucede em tôrno de um fluxo elétrico variável? Haverá um campo magnético ao seu redor, como existe um em volta de uma corrente formada por cargas elétricas móveis?

Podemos tirar isto a limpo diretamente, por meio de uma experiência. Suponha que carregamos duas placas condutoras paralelas de tal modo que elas tenham cargas iguais e de sinais opostos. Entre elas há um campo elétrico pràticamente uniforme (Fig. 31-19). Agora imagine que, por um instante, aproximamos das placas uma fonte poderosa de raios X. O ar, no espaço entre elas, ioniza-se e os íons começam a mover-se, transportando cargas elétricas de uma placa para a outra até que elas estejam descarregadas. Enquanto isto acontece, há uma corrente elétrica percorrendo o espaço entre a placa positiva e a negativa.

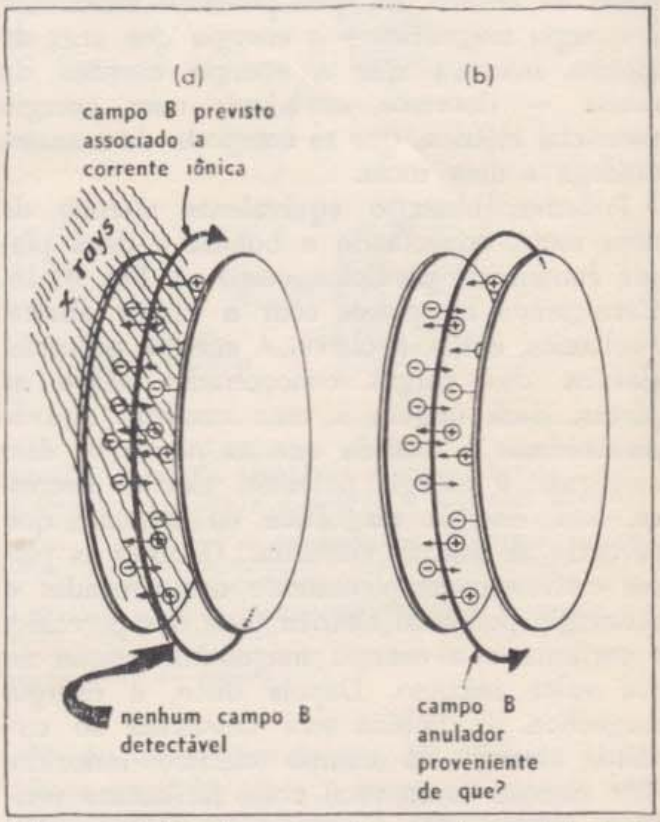


31-19 — Há um campo elétrico aproximadamente uniforme entre duas placas metálicas carregadas.

Esta corrente, como sabemos, deve produzir um campo magnético, cujas linhas circundam a corrente, como está indicado na Fig. 31-20.

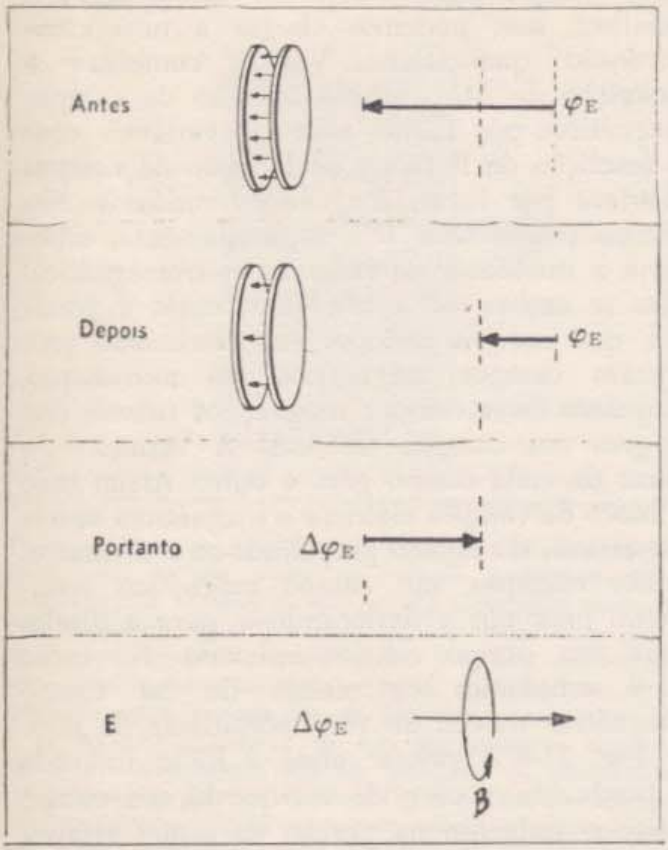
Se, contudo, procuramos medir êste campo magnético colocando um detector a pequena distância das placas, na região onde está a seta grande na Fig. 31-20, não observamos nada, por mais sensível que seja o nosso detector.

Como sabemos que a corrente deve produzir um campo magnético, somos levados a concluir que êste campo é completamente anulado por um igual e oposto proveniente de outra fonte. O único fato importante que ocorre durante a descarga do capacitor, além do fluxo de cargas, *é uma variação no campo elétrico entre as placas.* Assim, o campo magnético adicional, o campo que cancela o campo magnético da corrente, deve ser devido a essa variação do fluxo elétrico.



31-20 — a) Quando o ar entre as placas é ionizado, estabelece-se uma corrente, e esperamos encontrar um campo magnético circundando o espaço entre as placas. Um detector de campo magnético, entretanto não indica nada. (Um detector de campo B, poderia ser uma pequena bobina de muitas espiras ligada a um amperímetro ou a um amplificador. Êsse dispositivo revelaria variações de campo, o que seria igualmente útil para nós).

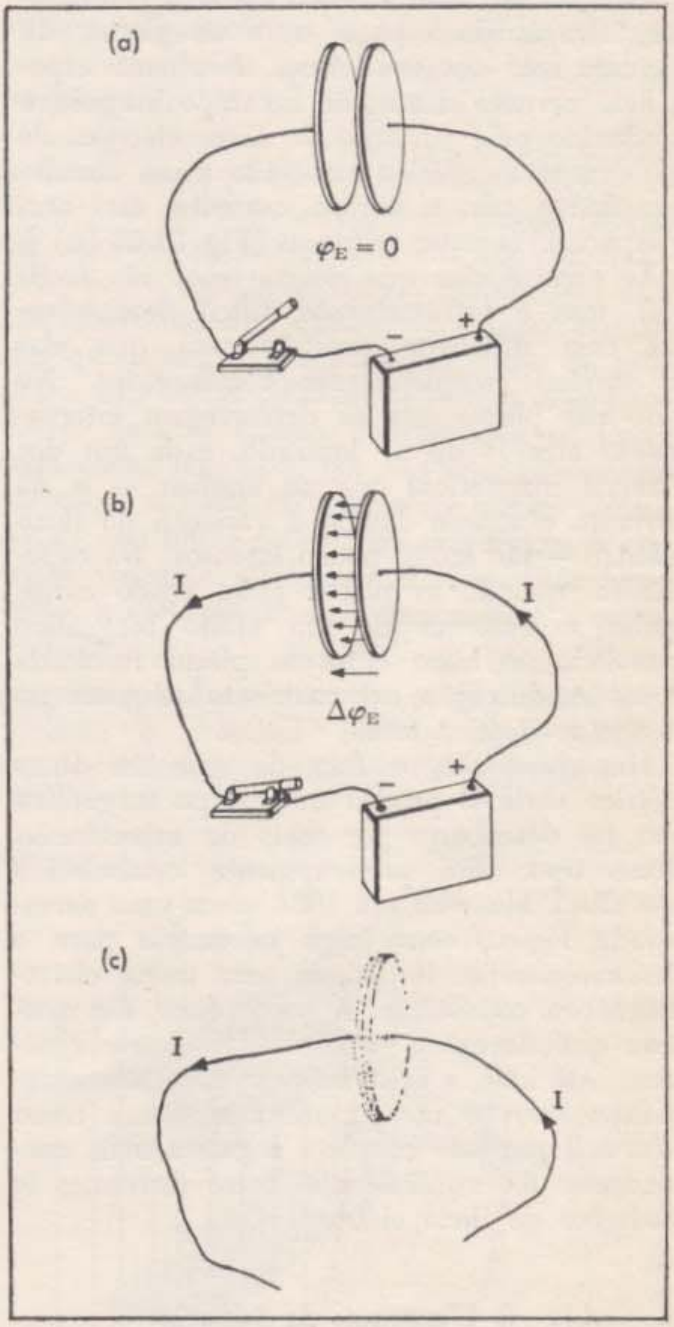
b) Conseqüentemente deve haver um campo magnético neutralizador no sentido oposto. Êste campo provém da variação do fluxo elétrico entre as placas.



31-21 — Quando há uma variação de fluxo elétrico, um campo magnético é induzido e sua intensidade é proporcional à rapidez de variação do fluxo. O sentido do campo magnético é idêntico ao que teríamos se houvesse uma corrente com o mesmo sentido da variação do fluxo.

Nossa suposição de que campos elétricos variáveis produzem campos magnéticos é correta. Além disso, vimos que uma diminuição do fluxo elétrico, tal como a que ocorre no espaço entre as placas durante a descarga, é magnèticamente equivalente a uma corrente que se estabeleça da placa negativa para a positiva. A corrente equivalente que produziria êsse campo magnético, teria o sentido da *variação* do fluxo elétrico (Fig. 31-21). A intensidade do campo magnético deve depender da *rapidez de variação* do fluxo elétrico. Se a corrente de ionização é pequena, o fluxo elétrico varia lentamente; se a corrente de ionização é intensa, o fluxo elétrico varia ràpidamente. Uma variação lenta do fluxo elétrico produz um campo magnético pouco intenso que anula o campo de uma corrente de ionização fraca. Uma rápida variação do fluxo elétrico produz um campo magnético intenso que anula o campo de uma forte corrente de ionização. Conseqüentemente, o campo magnético proveniente de uma variação de fluxo elétrico é proporcional à rapidez de variação do fluxo elétrico.

Suponha, agora, que ligamos as placas condutoras a uma bateria intercalando uma chave (Fig. 31-22). Quando fechamos a chave, estabelece-se uma corrente do terminal positivo da bateria para uma placa e da outra placa para o terminal negativo da bateria até que



31-22 a) — As placas condutoras estão ligadas a uma bateria através de uma chave.

b) Quando fechamos a chave, estabelece-se uma corrente que carrega as placas e aumenta o fluxo entre elas. O campo magnético induzido indica que a variação de fluxo é equivalente a uma continuação da corrente no espaço entre as placas.

c) Se enchêssemos o espaço entre as placas com um condutor, obteríamos o mesmo efeito magnético.

as plcas estejm completamente carregadas. Ao mesmo tempo o fluxo elétrico no espaço entre as placas *cresce* de zero ao valor final. Esta variação do fluxo elétrico produz o mesmo campo magnético que seria produzido por uma corrente que passasse da placa positiva para a negativa, isto é, por uma corrente que tivesse o mesmo sentido que a corrente real nos condutores. Podemos, portanto encarar a variação do fluxo elétrico como a continuação, através do espaço entre as placas, da corrente real dos condutores. Nenhuma experiência permite distinguir o campo magnético produzido pela variação de fluxo elétrico, de um campo magnético associado a um circuito semelhante com a mesma corrente, mas sem o espaço livre entre as placas [Fig. 31-22 (c)].

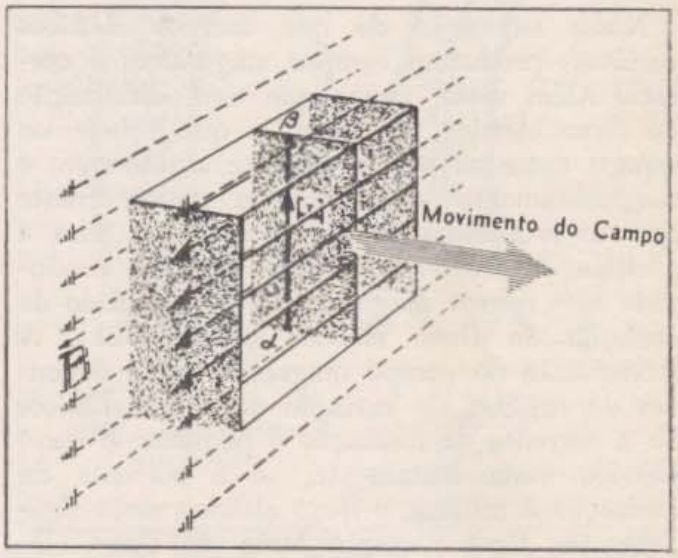
As experiências que descrevemos são factíveis, mas é extremamente difícil desenvolvelas com suficiente precisão para que elas se tornem completamente convincentes. No caso das placas que se descarregam internamente através do ar ionizado, cada um dos campos magnéticos que se anulam — o da corrente e aquele devido à variação do fluxo elétrico — são muito pouco intensos. Na experiência, quando as placas estão sendo carregadas, a ausência de um efeito magnético associado ao hiato entre as placas resultaria numa modificação extremamente pequena no campo magnético total.

Històricamente, o fato de que um fluxo elétrico variável produz um campo magnético não foi descoberto por meio de experiências dêsse tipo. Foi primeiramente estabelecido por Clerk Maxwell, em 1864, como uma necessidade lógica, como algo necessário para o desenvolvimento formal de uma teoria eletromagnética consistente. A partir disto, êle mostrou que deveriam existir ondas eletromagnéticas. Até hoje, a existência de ondas eltromagnéticas que se comportam exatamente como Maxwell predisse constitui a prova mais convincente da equivalência entre correntes e variações de fluxo elétrico.

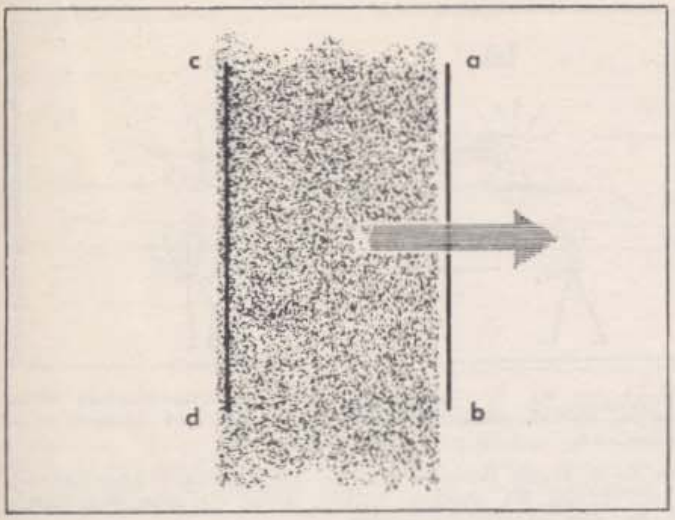
31 — 11. O Mecanismo da Radiação Eletromagnética.

Veremos agora de que maneira a produção de campo magnético por variação de fluxo elétrico está relacionada com a existência de ondas eletromagnéticas. Não desceremos a detalhes, mas podemos chegar a uma compreensão qualitativa. Vamos combinar a descrição de Maxwell da indução de campos magnéticos por fluxos elétricos variáveis com a descrição de Faraday da indução de campos elétricos por fluxos magnéticos variáveis. Nenhuma dessas duas leis, separadamente, explicaria a existência de radiação eletromagnética. Mas se ambas são verdadeiras, então é possível, que campos elétricos em movimento produzam campos magnéticos em movimento, enquanto êstes campos magnéticos móveis dão origem aos campos elétricos. A variação do fluxo de cada campo gera o outro. Assim todo o bloco de campos elétricos e magnéticos move-se através do espaço propelindo-se a si mesmo.

Por exemplo, um campo magnético apontando para nós e deslocando-se para a direita gera um campo elétrico induzido. Na seção 31-4 estudamos os efeitos de tal campo magnético móvel. Se você considerar de novo a Fig. 31-6 e pensar onde a FEM induzida é produzida, você pode ver que há um campo elétrico induzido na porção da espira através, da qual o campo magnético está passando. Da mesma maneira há um campo elétrico induzido no bloco de campo magnético móvel apresentado na Fig. 31-23. Como o campo



31-23 — Uma porção de um grande bloco de campo magnético que aponta em nossa direção. O campo magnético desloca-se para a direita, atravessando o segmento $\alpha\beta$. Esta variação de fluxo gera um campo elétrico dirigido para cima, ao longo de $\alpha\beta$. Como o segmento $\alpha\beta$ poderia estar em qualquer lugar dentro do bloco, êste fica repleto de um campo elétrico que se move juntamente com êle.

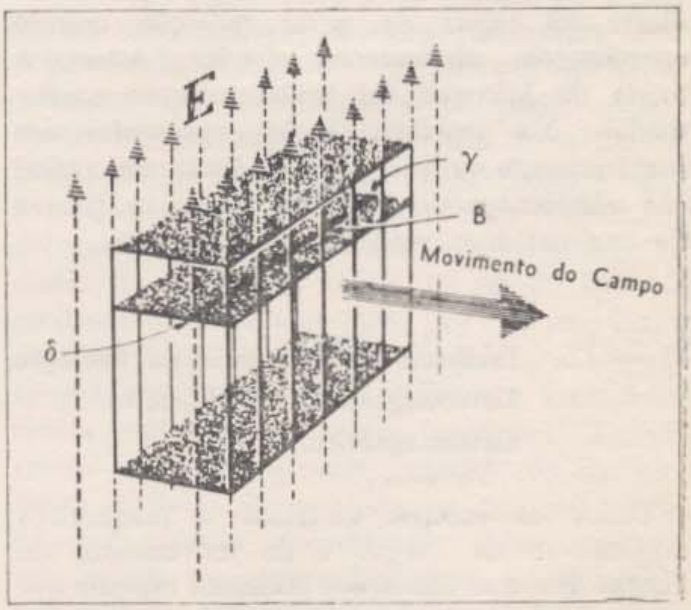


31-24 — Imagine que a área sombreada é uma seção transversal de um bloco de campo magnético. Êste campo aponta em sua direção e todo o conjunto move-se para a direita. Qual o campo elétrico induzido no segmento *ab*, quando o bloco passa por êsse segmento? Note que, quando o bloco começa a cobrir *ab* e a descobrir *cd*, a parcela de que decresce o campo em *cd* é exatamente a mesma de que êle aumenta em *ab*. Durante o movimento, não há alteração na quantidade total de campo elétrico dentro do bloco. Não há aumento nem diminuição. Pode você demonstrar o mesmo para um campo *B* induzido por um bloco de campo elétrico móvel?

magnético está se movendo para a direita, o campo elétrico gerado de acôrdo com o mecanismo de indução de Faraday aponta para cima na região onde o campo magnético móvel está presente. Você pode se certificar disto, pensando na tensão induzida em um condutor estendido entre α e β, na figura. O caminho vertical α β pode ser considerado em qualquer ponto da região do campo magnético móvel. Conseqüentemente, vemos que todo o bloco de campo magnético móvel ficará completamente preenchido por um campo elétrico vertical, gerado pelo mecanismo de indução de Faraday (Fig. 31-24).

Como o bloco está inteiramente ocupado por um campo elétrico, quando êle se move para a direita, o campo elétrico move-se com êle. Mas, o deslocamento do campo elétrico dará origem a um campo magnético, segundo o mecanismo de indução de Maxwell. A lei de indução de Maxwell é semelhante à lei de Faraday. Ela relaciona campos elétricos móveis com campos magnéticos induzidos, da mesma maneira que a lei de Faraday relaciona campos magnéticos móveis com campos elétricos induzidos. A menos de constantes numéricas, a única diferença é que os campos induzidos devidos a uma dada variação de fluxo têm sentidos opostos, (compare os sentidos das variações de fluxo e dos campos induzidos nas Figs. 31-19 e 31-21). Conseqüentemente, quando o fluxo elétrico constitui um bloco em movimento, êle gera um campo magnético ao longo de qualquer percurso através do qual esteja se deslocando, ao longo de γ δ, na Fig. 31-25, por exemplo. O campo elétrico vertical que se move para a direita gera, portanto, um campo magnético horizontal em tôda a região do campo móvel. Se observarmos os sentidos dos campos, veremos que o campo horizontal gerado tem exatamente o mesmo sentido do campo magnético que apontava para nós no início do processo. Em outras palavras, o campo magnético móvel gera o campo elétrico que se move para novas regiões e, por sua vez, êste campo elétrico é a fonte do campo magnético móvel. Assim, um bloco de campos magnéticos e elétricos cruzados, desloca-se a si mesmo; nesse bloco, a variação de cada campo gera o outro.

Com o objetivo de obter um bloco eletromagnético móvel, devemos iniciar convenientemente o processo. Produzir simplesmente campos elétricos e magnéticos cruzados esta-



31-25 — O campo elétrico móvel produz um campo magnético ao longo de qualquer segmento que êle atravesse enquanto se desloca.

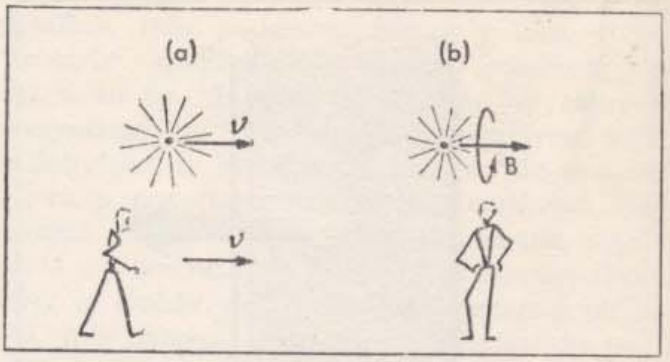
cionários não adianta. Os campos só serão capazes de se gerar um ao outro se se deslocarem com a velocidade correta. Na próxima seção teremos uma visão do problema de dar a partida num dêstes blocos. A velocidade com a qual êle deve se mover pode ser calculada a partir dos fatôres numéricos das leis de indução de Faraday e Maxwell. No quadro da pag. 150 está feito êsse cálculo. O resultado é 3×10^8 m/s e concorda com o cálculo feito, pela primeira vez, por Maxwell. Tôda radiação eletromagnética deve propagar-se com esta velocidade.

Podemos agora compreender porque a existência da radiação eletromagnética e a medida de sua velocidade são testes tão decisivos da geração de campos magnéticos por fluxos elétricos variáveis. Se a variação de campos elétricos não produzisse campos magnéticos, não haveria radiação eletromagnética. Se êles gerassem campos magnéticos segundo outra relação quantitativa, a velocidade de propagação da radiação eletromagnética seria diferente.

Quando Maxwell concluiu que radiação eletromagnética existia e deveria se mover a 3×10^8 m/s, a velocidade da luz era, há muito, conhecida. Por êsse motivo êle suspeitou que a luz fôsse radiação eletromagnética. Contudo, naquela época, não havia evidência direta do carater elétrico da luz. Foi sòmente depois da morte de Maxwell que Heinrich Hertz foi capaz de gerar radiação usando aparelhagem òbviamente elétrica. Assim, a teoria de Maxwell foi brilhantemente confirmada. Na próxima seção apresentaremos sumàriamente provas da existência da radiação eletromagnética, dando ênfase às provas de sua natureza elétrica.

31 — 12. Evidência da Existência da Radiação Eletromagnética. O Espectro Eletromagnético.

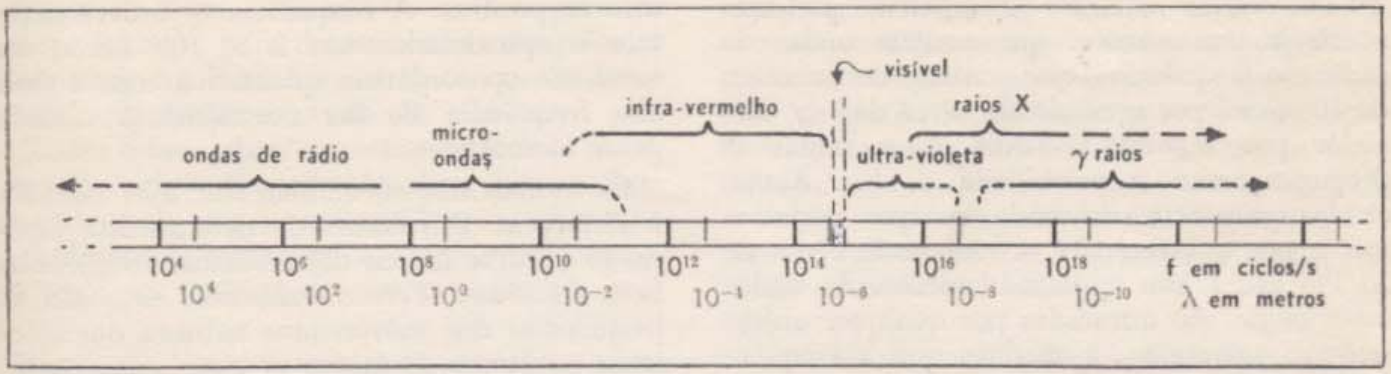
Todos os campos elétricos e magnéticos originam-se de cargas e de movimentos de cargas. Em que condições podemos esperar que êsses campos se propaguem a partir das partículas elétricas em que se originam? Uma carga elétrica em repouso tem sòmente um campo coulombiano em volta de si, um campo que decai ràpidamente (com o inverso do quadrado da distância) e que não se propaga a partir da carga. Uma carga em movimento, com velocidade constante na realidade não difere de uma carga em repouso (Fig. 31-26). Se nos movemos lado a lado com ela, para nós ela está em repouso, e o campo em volta dela é um campo coulombiano. Se nos movemos mais lentamente do que ela ou mais ràpidamente, observamos um campo magnético por causa das variações de fluxo elétrico através de uma região qualquer. Mas êste campo magnético está localizado na mesma região do campo coulombiano. Assim os campos elétrico e magnético acompanham a carga que tem velocidade constante. Êles não se propagam a partir dela.



31-26 — a) Se nos deslocarmos acompanhando uma carga móvel, observaremos apenas o seu campo coulombiano.

b) Se a carga desloca-se mais ràpidamente do que nós, observamos, na mesma região, além do campo coulombiano, um campo magnético.

Por outro lado, se acelerarmos uma carga, ela não estará em repouso para nenhum sistema de referência *dinâmico* no qual as leis de Newton e do eletromagnetismo sejam válidas. Quando aceleramos uma carga, temos a possibilidade de separar dela alguns campos elétricos e magnéticos que terão, por isso, um novo tipo de relação com a carga. Talvez seja possível que um campo eletromagnético se propague como radiação. Além disso, quando aceleramos uma carga, efetuamos trabalho. Nêsse momento, temos nossa única chance de disparar um pulso de campos elétricos e magnéticos cruzados. Para observarmos radiação eletromagnética, devemos, portanto, procurar radiação proveniente de cargas aceleradas.



31-27 — O espectro eletromagnético é um conjunto contínuo de radiações, que vão desde raios gama até ondas de rádio. Os nomes que identificam os vários trechos do espectro são históricos; êles constituem apenas uma classificação conveniente de acôrdo com a fonte de radiação. A natureza física da radiação é a mesma em todo o espectro. Em todos os trechos, a radiação tem a mesma velocidade e a mesma natureza eletromagnética; a única diferença de uma parte do espectro para outra está na freqüência e no comprimento de onda. As diferentes regiões se superpõem, mas as designações históricas mesmo assim nos fornecem indicações a respeito das fontes comuns: ondas de rádio e microondas, produzidas por eléctrons que se movem em condutores; radiação infravermelha, produzida por objetos aquecidos; luz visível, produzida por objetos muito quentes; radiação ultravioleta, produzida por arcos e descargas em gases; raios-X, produzidos por eléctrons que se chocam com um alvo; raios gama, produzidos por núcleos de átomos radioativos.

Verifiquemos experimentalmente o que sucede quando aceleramos cargas. Uma estação rádio-transmissora desloca cargas ao longo da antena, primeiro num sentido e depois no outro. Elas não se movem com velocidade constante, mas vão e vêm, aceleradas, primeiro num sentido e depois no outro. As ondas de rádio emitidas pela antena viajam a 3×10^8 m/s. Evidentemente elas têm origem nos movimentos acelerados das cargas ao longo da antena. Quando freiamos violentamente eléctrons de alta velocidade na placa de um tubo de raios-X, nós lhes conferimos uma grande aceleração negativa para levá-los ao repouso Raios-X são irradiados na região onde as cargas são aceleradas. Medindo-se a velocidade de propagação dos raios-X, constatamos que ela é,também, de 3×10^8 m/s.

Em um síncrotron — uma máquina para fornecer eléctrons de alta velocidade — eléctrons de enormes energias são impelidos ao longo de grandes órbitas por meio de campos magnéticos deflectores. Observando a órbita, vemos luz irradiando-se dela. Efetivamente, a energia até a qual podemos levar os eléctrons é pràticamente limitada pela energia que êles irradiam como luz, à medida que são acelerados pelas fôrças magnéticas deflectoras. Fornecemos energia por meio de um potente oscilador elétrico, tão ràpidamente quanto podemos, mas, quando os eléctrons atingem determinada velocidade, a energia é irradiada tão ràpidamente quanto podemos fornecê la A luz visível é, portanto, uma radiação eletromagnnética, produzida por partículas elétricas aceleradas. A coincidência entre a velocidade da luz e a velocidade da radiação eletromagnética calculada por Maxwell não é acidental. Tôdas as radiações que citamos deslocam-se a 3×10^8 m/s; tôdas elas são de orígem elétrica; tôdas são radiações eletromagnéticas (Fig. 31-27).

O fato de que tôdas essas radiações têm a mesma velocidade e a mesma origem (em cargas aceleradas) não é a única evidência de sua natureza eletromagnética. Há uma outra evidência, que relaciona todo o espectro de radiação, dos raios-X às ondas de rádio. Se fazemos oscilar partículas carregadas com determinada frequência, os campos elétricos radiantes que conseguimos a partir delas, devem ter essa mesma frequência de oscilação. Tôda estação rádio-transmissora obriga cargas a oscilar, na sua antena, com uma frequência definida. Ela deve imprimir esta frequência às ondas de rádio que emite. O campo elétrico oscilante nessas ondas deve por sua vez, fazer oscilar cargas na antena receptora, à mesma freqüência. Produzem-se realmente essas correntes oscilantes na antena receptora? Detectamos os sinais de rádio sintonizando um circuito oscilante no receptor, e ouvimos certa estação quando sintonizamos nosso receptor exatamente na mesma freqüência emitida pelo transmissor. A freqüência de oscilação é transportada do transmissor até nós pela radiação eletromagnética.

Com vários circuitos e antenas, podemos construir transmissores que emitem ondas de rádio de freqüências que variam desde cêrca de 10^4 ciclos por sgeundo até cêrca de 3×10^{11} ciclos por segundo.* Tôdas essas ondas se propagam com a velocidade da luz. Assim, os comprimentos de onda — que podemos medir por interferência — vão desde cêrca de 30 km até 1 mm aproximadamente. As ondas mais longas são difratadas por qualquer objeto normal; entretanto, à medida que a freqüência aumenta, elas se comportam de modo cada vez mais semelhante ao da luz, propagando-se em linha reta, refletindo-se e refratando-se.

Mesmo na freqüência de rádio mais elevada que podemos produzir, o comprimento de onda da radiação eletromagnética é muitas vêzes maior do que o comprimento de onda da luz visível. Entre as ondas de rádio e a luz visível, encontramos as radiações térmicas. Estas radiações são emitidas por moléculas que se chocam, em gazes ou sólidos aquecidos. Estas colisões fazem com que as cargas existentes nas moléculas vibrem, emitindo radiação eletromagnética de freqüência mais elevada do que podemos produzir com circuitos elétricos.

A temperaturas mais elevadas, como nos arcos e descargas elétricas, por exemplo, os átomos excitados emitem luz infravermelha, visível e até mesmo luz ultra-violeta. A porção visível do espectro corresponde a freqüências entre 4×10^{14} e 8×10^{14} hertz. Aqui, já ultrapassamos de muito a região em que podemos medir diretamente a freqüência; entretanto é possível identificar a freqüência da luz de uma única côr espectral medindo seu comprimento de onda. Utilizando espectroscópios em que se fez o vácuo, podemos determinar a freqüência da radiação ultra-violeta emitida pelos átomos. Essas freqüências são da ordem de alguns vêzes 10^{15} hertz. Serão estas as freqüências que esperamos para os movimento dos eléctrons nos átomos excitados? Podemos fazer uma estimativa considerando um eléctron que gira em tôrno de um átomo de 1 Å de raio. Admitiremos que o eléctron é mantido em órbita pela fôrça coulombiana exercida por uma única carga elementar positiva. A frequência que determinamos é aproximadamente 2×10^{15} hertz, em excelente concordância qualitativa com a mais alta freqüência de luz normalmente emitida pelos átomos.

Os átomos não só emitem luz, mas também a absorvem. Um átomo de determinada espécie só absorve luz de determinadas freqüências bem definidas. Presumìvelmente, estas são as freqüências dos movimentos naturais dos eléctrons no átomo. O átomo só está "sintonizado" para essas freqüências e só responde a campos elétricos que oscilem com essas freqüências. Não podemos "sintonizar" um átomo como sintonizamos um circuito oscilante construido por nós mesmos. Mas, escolhendo a espécie conveniente de átomo, podemos obter um movimento eletrônico que corresponda a uma região de freqüências na qual desejamos absorver luz.

Com freqüências mais elevadas, penetramos na região dos raios-X. Aquí podemos fazer uma estimativa preliminar das frequências esperadas calculando o tempo durante o qual os eléctrons de alta velocidade, em um tubo de raios-X, são desacelerados, ao colidirem com o alvo de metal pesado, no tubo. Esperamos que as freqüências dos raios-X emitidos sejam iguais, aproximadamente, ao inverso dêsse tempo. Se a freqüência dos raios X não fôr muito elevada, seu comprimento de onda será igual, aproximadamente, ao tamanho de um átomo. Podemos, então, utilizar as "redes de difração" naturais existentes nos cristais, formadas pelos átomos regularmente espaçados, para obter uma medida do comprimento de onda. Além disso, medidas indiretas, que você será capaz de compreender a partir das considerações desenvolvidas no Capítulo 33, concordam com as freqüências determinadas utilizando-se as redes cristalinas. Essas medidas indiretas podem ser estendidas até freqüências mais elevadas, e demonstram que as freqüências dos raios-X concordam com as estimativas baseadas no tempo de freiagem das cargas aceleradas.

Finalmente, com freqüências extraordinàriamente elevadas, chegamos aos raios gama. Êles são emitidos, espontâneamente, em alguns processos de desintegração radioativa. Como a luz, deslocam-se em linha reta, a 3×10^8 m/s e não podem ser desviados por campos

(*) Daqui por diante, chamaremos "hertz" à freqüência de 1 ciclo por segundo.

elétricos ou magnéticos. O mesmo procedimento adotado para determinar as freqüências mais altas dos raios-X mostra-nos que há raios gama com freqüências de 10^{21} hertz.

Tôdas essas radiações eletromagnéticas transportam energia. Quando são absorvidas, o objeto que as absorve se aquece. Isto significa que a radiação eletromagnética, como esperávamos, só pode ser emitida em um processo no qual haja fornecimento de energia. Como admitimos no comêço, campos elétricos e magnéticos radiantes surgem quando uma fôrça acelera uma carga. A evidência de que radiações eletromagnéticas originam-se em cargas aceleradas, é, agora, decididamente convincente. A radiação eletromagnética existe, propaga-se com a velocidade da luz e é produzida por cargas aceleradas.

CONSIDERAÇÕES SÔBRE A TEORIA ELETROMAGNÉTICA E A RADIAÇÃO ELETROMAGNÉTICA

1. Equivalência quantitativa entre fluxo elétrico variável e corrente elétrica.

Quando um par de placas paralelas é carregado por meio de uma corrente, a razão de variação do fluxo elétrico entre as placas atua, magnèticamente, como uma continuação daquela corrente. A corrente, isto é, certo número de cargas elementares que passam por segundo, informa-nos quão ràpidamente varia a carga sôbre as placas. Como a carga que está nas placas determina o fluxo elétrico entre elas, a razão de variação do fluxo elétrico é proporcional à rapidez de modificação dessa carga, e, portanto, proporcional à corrente. Isto é: como $\varphi_E \propto Q$,

$$\frac{\Delta \varphi_E}{\Delta t} \propto \frac{\Delta Q}{\Delta t} = I.$$

Podemos conhecer a relação constante entre a corrente e a taxa de variação do fluxo, determinando a constante de proporcionalidade entre a carga nas placas e o fluxo entre elas. Êsse fator de proporcionalidade entre o fluxo e a carga é independente das dimensões das placas, pois, se concentrarmos a carga em metade da área, o campo elétrico será duas vêzes mais intenso e o fluxo permanecerá o mesmo. Portanto, para determinar a constante de proporcionalidade, precisamos de uma única medida.

Tomemos placas com uma área de 1 m², com $Q = 4{,}85 \times 10^{12}$ cargas elementares positivas sôbre uma e $4{,}85 \times 10^{12}$ cargas elementares negativas na outra. Obtemos experimentalmente o valor do campo elétrico entre as placas:

$$1{,}4 \times 10^{-14} \frac{\text{newtons}}{\text{carga elementar}}$$

Como o campo entre as placas é uniforme, o fluxo elétrico entre elas é dado pelo produto do campo pela área das placas. Ou seja:

$$\varphi_E = 1{,}4 \times 10^{-14} \frac{\text{newtons} \times \text{metro}^2}{\text{carga elem.}}$$

Dividindo φ_E por Q, obtemos:

$$\frac{\varphi_E}{Q} = 2{,}9 \times 10^{-27} \frac{\text{newton} \times \text{metro}^2}{(\text{carga elem})^2}.$$

Esta relação entre fluxo e carga é geral.

Podemos comprová-la utilizando, simplesmente, a Lei de Coulomb e alguma aritmética. Aqui, nos satisfaremos desenvolvendo o cálculo para um caso especial, e descobriremos o significado da constante de proporcionalidade na equação acima. Consideremos um pequeno objeto com carga Q e imaginemos que o envolvemos com uma esfera de raio r. O fluxo do campo elétrico através desta esfera é independente do raio da esfera. A intensidade do campo elétrico que a atravessa radialmente é:

$$E = k \frac{Q}{r^2}$$

A área da esfera é $4\ \pi\ r^2$. Conseqüentemente, o fluxo emergente total (campo multiplicado por área) é:

$$\varphi_E = E\ 4\ \pi\ r^2 = 4\ \pi\ k\ Q$$

E, portanto,

$$\frac{\varphi_E}{Q} = 4\ \pi\ k$$

Quando substituimos k por seu valor, $2{,}3 \times 10^{-28} \frac{\text{newton} \times \text{metro}^2}{(\text{carga elem.})^2}$, achamos, para a constante de proporcionalidade $4\pi k$, o valor $2{,}9 \times 10^{-27} \frac{\text{newton} \times \text{metro}^2}{(\text{carga elem.})^2}$ idêntico ao determinado experimentalmente no caso de placas paralelas carregadas. De fato, a forma e o tamanho do corpo considerado e a distribuição das cargas sôbre êle não fazem diferença. O fluxo a partir de um corpo carregado é sempre dado por esta relação. A existência de outras cargas na vizinhança pode distorcer o campo E, modificando sua direção, mas o fluxo permanece invariável.

A partir da relação geral entre fluxo e carga, concluimos que a taxa de variação do fluxo entre as placas é dada por:

$$\frac{\Delta \varphi_E}{\Delta t} = 4\pi k \frac{\Delta Q}{\Delta t}.$$

Finalmente, como a taxa de variação da carga contitui a corrente, concluimos que a rapidez de variação do fluxo elétrico $\frac{\Delta \varphi_E}{\Delta t}$ é equivalente, em matéria de efeitos magnéticos, a uma corrente de intensidade

$$I_{eq.} = \frac{1}{4\pi k} \cdot \frac{\Delta \varphi_E}{\Delta t}.$$

2. A circuitação do campo magnético em tôrno de um fluxo elétrico variável.

No Capítulo 30, estudamos os efeitos magnéticos de uma corrente. Em tôrno de uma corrente I, o campo magnético, a uma distância d vale:

$$B = \left(5{,}12 \times 10^{-45} \frac{\text{newtons}}{(\text{carga elem/s})^2} \right) \frac{I}{d}.$$

Portanto, o campo B, a uma distância d em tôrno de um fluxo variável, vale:

$$B = \frac{5{,}12 \times 10^{-45}}{d} \cdot \frac{1}{4\pi k} \cdot \frac{\Delta \varphi}{\Delta t}.$$

$\left(\text{lembre-se que } 5{,}12 \times 10^{-45} \text{ tem as dimensões de } \frac{\text{newton}}{(\text{cargas elem/s})^2} \right)$ Substituindo k por seu valor: $2{,}3 \times 10^{-28} \frac{\text{newton} \times \text{metro}^2}{(\text{carga elem.})^2}$ teremos:

$$B = \frac{1}{9 \times 10^{16}\ \text{m}^2/\text{s}^2} \cdot \frac{\Delta \varphi_E / \Delta t}{2\pi d}.$$

Nesta expressão, conservamos o fator 2π no denominador, de modo a escrever nosso resultado da mesma forma que a lei de indução de Faraday para campos elétricos induzidos em tôrno de fluxos magnéticos variáveis. De acôrdo com as conclusões da seção 31-7, essa lei é:

$$E = \frac{\Delta \varphi_E / \Delta t}{2\pi d}$$

Na realidade, como você pode comprovar. os dois resultados dizem exatamente a mesma coisa — inclusive com a mesma constante — se usarmos as unidades práticas ou unidades baseadas na carga elementar. O fator constante $\frac{1}{9 \times 10^{16}\ \text{m}^2/\text{s}^2}$ depende apenas das unidades em que medimos tempo e distância. Observe que, nos dois sistemas de unidades, a unidade de E é m/s multiplicado pela unidade de B:

$$\frac{\text{newton}}{\text{coulomb}} = \frac{\text{m}}{\text{s}} \times \frac{\text{newtons}}{\text{ampère} \times \text{metro}}; \text{ e}$$

$$\frac{\text{newton}}{\text{carga elem.}} = \frac{\text{m}}{\text{s}} \times \frac{\text{newton}}{(\text{carga elem/s})\ \text{metro}}.$$

Como resultado das experiências descritas no comêço dêste capítulo, já sabemos que a lei de indução de Faraday dá realmente a circuitação do campo E em tôrno de um fluxo magnético variável. Se a região é pequena e apresenta simetria circular, o o campo E distribui-se em círculos, mas se é extensa e de forma irregular, as linhas de fôrça de E podem ter forma irregular e o valor de E pode variar de ponto para ponto ao longo de cada uma dessas linhas. Entretanto, teremos a mesma circuitação de E, isto é, a mesma tensão induzida ao longo de qualquer caminho fechado, dentro do qual o fluxo magnético esteja variando. Nesse caso, a circuitação pode ser obtida

pelo seguinte processo: dividimos, mentalmente, o caminho em pequenos trechos tais que, para cada um deles, o campo elétrico possa ser considerado aproximadamente constante, e multiplicamos o comprimento de cada trecho pelo valor correspondente do campo elétrico; finalmente, somamos todos êsses produtos.

Do mesmo modo, a lei de indução de Maxwell determina a circuitação do campo B ao redor de um fluxo elétrico variável. Nesse caso também, se a região de fluxo variável é circular, o campo distribui-se em círculos, mas se essa região tem forma irregular, as linhas de fôrça do campo B induzido têm forma irregular e B varia de ponto para ponto ao longo de cada linha de fôrça. Para obter a circuitação magnética usamos o mesmo processo adotado para a determinação da circuitação elétrica. De um modo geral, podemos escrever as duas leis de indução como:

$$(\text{circuitação de } B) = \frac{1}{9 \times 10^{16}\ \text{m}^2/\text{s}^2} \frac{\Delta \varphi_E}{\Delta t}$$

$$(\text{circuitação de } E) = \frac{\Delta \varphi_B}{\Delta t}$$

Lembre que, se a variação do fluxo magnético aponta para você, a circuitação de E tem sentido horário, mas quando a variação do fluxo elétrico aponta para você, como se fôsse uma corrente dirigida para você, a circuitação de B tem sentido anti-horário.

3. A velocidade da radiação eletromagnética.

A partir das leis de indução, podemos, agora, mostrar que a radiação eletromagnética desloca-se a 3×10^8 m/s. Consideremos um bloco de campos elétricos e magnéticos cruzados, movendo-se por si mesmo, a uma velocidade c. Usando as leis de indução, determinaremos o valor de c.

Suponha que o bloco contenha o campo magnético B representado na Fig. 31-23. Seja l o comprimento do caminho $\alpha\ \beta$ e determinemos, a partir da lei de indução de Faraday, a intensidade do campo E produzido pelo fluxo magnético variável. Temos:

$$l\,E = l\,c\,B$$

No primeiro membro temos a circuitação de E e, no segundo, a rapidez com que o fluxo magnético percorre o caminho escolhido. Conseqüentemente:

$$E = c\,B$$

O campo elétrico gerado desta maneira é vertical, como indica a figura.

Do mesmo modo, utilizando o percurso $\gamma\ \delta$ da Fig. 31-25, determinamos a intensidade do campo B regenerado por fôrça da lei de indução de Maxwell:

$$B' = \frac{c\,E}{9 \times 10^{16}\ \text{m}^2/\text{s}^2}$$

O raciocínio é, em tudo, semelhante ao anterior. O fator $\dfrac{1}{9 \times 10^{16}\ \text{m}^2/\text{s}^2}$ provém da lei de indução de Maxwell. Além disso, B' tem o mesmo sentido que o campo B original.

Agora expressemos B' em função do campo B substituindo E por $c\,B$ na última equação:

$$B' = \frac{c\,(c\,B)}{9 \times 10^{16}\ \text{m}^2/\text{s}^2}$$

Para que o bloco de campos elétricos e magnéticos se auto-mantenha enquanto se desloca, é necessário que o campo B' regenerado seja igual ao campo B inicial. Se B' fôsse menor, os campos desapareceriam ràpidamente; tôda a energia eletromagnética da radiação desapareceria misteriosamente. Por outro lado, se B' fôsse maior do que B, a quantidade total de campos aumentaria; a radiação eletromagnética estaria recebendo energia sem que existisse uma fonte. O bloco de radiação eletromagnética se auto-mantém quando o

campo regenerado, B', é igual ao campo inicial B. Fazendo $B = B'$ na última equação, vemos que a velocidade de propagação dos campos deve ser de 3×10^8 m/s.

Em suma, os campos que constituem o bloco devem ser perpendiculares entre si e à direção de propagação. A relação entre os módulos de E e B deve ser dada por

$$E = (3 \times 10^8 \text{ m/s})\ B.$$

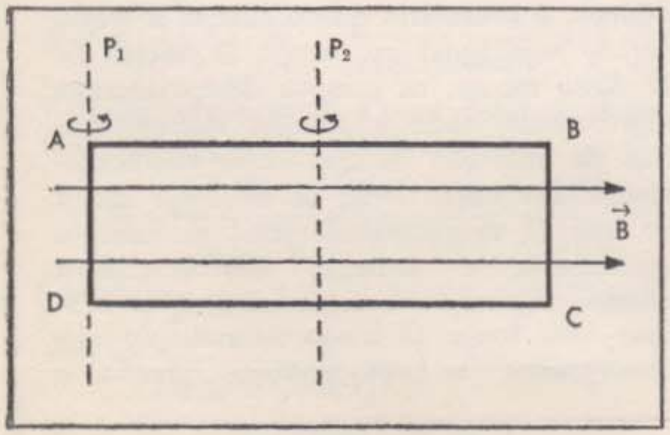
e a radiação se propaga com a velocidade da luz.

PARA CASA, CLASSE E LABORATÓRIO

1. A Fig. 30-26 é o diagrama de um motor elétrico.
   a) Explique como você poderia utilizar o mesmo dispositivo de campo magnético e espira para fazer um gerador que produzisse uma corrente sempre num mesmo sentido num circuito externo.
   b) Como deve estar orientada a espira, no campo magnético, no instante em que o comutador inverte as conexões entre os terminais da espira e os terminais do circuito externo?

2. A espira retangular da Fig. 31-28 está num campo magnético uniforme.
   a) Em que sentido (horário ou anti-horário) se estabelece a corrente induzida, quando a espira está no plano do papel e BC está se movendo para trás do papel, em tôrno do eixo P_1? E em tôrno do eixo P_2?
   b) Para uma dada velocidade de rotação como estão relacionadas as correntes produzidas quando a espira gira em tôrno de P_1 e de P_2?

31-28 — Para o problema 2.



   c) Para dada velocidade de rotação como depende da área da espira a tensão induzida?
   d) Se o campo magnético tem uma intensidade de 15 newtons/ampère × metro, $AB = 10$ cm e $BC = 4$ cm, qual é a máxima tensão induzida quando a espira gira em tôrno de P_1 a 19,1 rotações por segundo $\left(\frac{120}{2\pi} \text{ r.p.s.}\right)$?

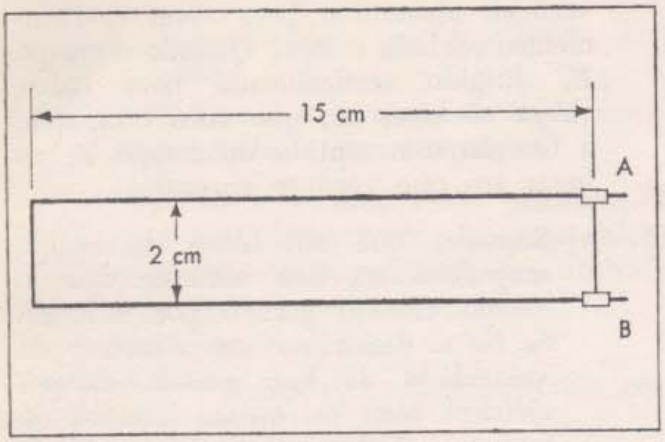
3. Desenhe um gráfico da tensão induzida na espira da Fig. 31-28, em função do ângulo de rotação, admitindo que ela gira com velocidade constante.

4. Qual seria o resultado obtido se a espira da Fig. 31-28 permanecesse em repouso e o campo magnético girasse?

5. No Problema 2, item (d), qual a maior fôrça que deve ser aplicada ao lado BC, para manter a espira girando em tôrno de P_1, de tal modo que a maior tensão induzida seja 1/2 volt, tendo a espira uma resistência de 1 ohm?

6. No Problema 5:
   a) Com que velocidade move-se o lado BC?
   b) Qual a potência que fornecemos, no instante em que a tensão induzida é máxima? (Determine-a a partir de $F \times v$).
   c) Qual a potência dissipada sob forma de calor nêsse instante? Determine-a a partir de $I'\mathcal{E}$ e compare com sua resposta ao ítem (b).

7. Uma espira em forma de U (Fig. 31-29) está ligada a um condutor AB móvel.



31-29 — Para o problema 7.

Êste conjunto está em um campo magnético uniforme, perpendicular à página do livro e dirigido para trás dela.

a) Se o campo magnético é de 40 newtons/ampère × metro, qual é a tensão induzida quando *AB* está na posição indicada e movendo-se a 20 cm/s? Faça o cálculo, primeiro considerando a variação do fluxo e, depois, a partir da fôrça magnética que atua sôbre as cargas elementares no fio.

b) Qual é a tensão induzida quando *AB* está a 5 cm do extremo esquerdo, movendo-se a 20 cm/s? E a 10 cm/s?

c) A que razão se fornece energia à espira, quando *AB* move-se a 20 cm/s e a corrente induzida é de 2,0 A?

d) Se a corrente induzida é de 2,0 A, qual a fôrça necessária para deslocar *AB* a 20 cm/s?

8. No circuito do Problema 7, todos os fios e os contactos têm resistência muito baixa, exceto o condutor à esquerda. Portanto, à medida que *AB* se move, a resistência do circuito não varia apreciàvelmente.

a) Qual é a razão entre as correntes induzidas quando uma variação $\triangle\varphi$ de fluxo é produzida em 1 segundo, e em 2 segundos?

b) Qual a relação entre o número total de cargas móveis que passam por uma seção qualquer do circuito no primeiro caso e no segundo caso do ítem (a)?

c) Se, em um circuito dêsse tipo, você duplica a variação total do fluxo, o que acontece com a carga total que passa através de uma seção qualquer do circuito?

9. Em um bétatron, eléctrons são acelerados, adquirindo altas energias, por meio de um fluxo magnético variável. Os eléctrons movem-se em círculo no interior de um tubo de alto vácuo, com forma toroidal e, suas velocidades aumentam quando o fluxo através do espaço central do tubo aumenta. Existe um outro campo magnético através do tubo, perpendicular a seu plano, para manter os eléctrons movendo-se em círculo.

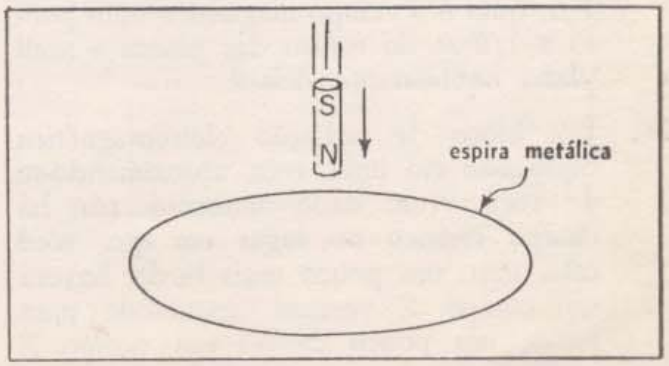
Um eléctron desloca-se em uma circunferência de 50 cm de raio, a 98 por cento da velocidade da luz, no tubo de um bétatron. Se o fluxo no espaço central cresce com a rapidez de $24 \frac{\text{newton} \times \text{metro}}{\text{ampère} \times \text{segundo}}$, durante $\frac{1}{240}$ de segundo, que quantidade de energia em eletron-volts) será transferida ao eléctron?

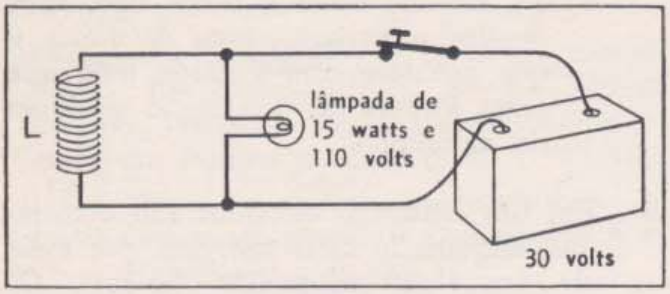
Nota: Admita que a velocidade permanece constante e aproximadamente igual à velocidade da luz.

10. Um ímã em forma de barra cai atravessando uma espira, como indica a Fig. 31-30.

a) Descreva as variações de sentido e intensidade da corrente induzida na espira à medida que o ímã a atravessa.

31-30 — Para o problema 10.





31-31 — Para o problema 12.

b) Desprezando a resistência do ar, será constante a aceleração do ímã durante a queda?

11. a) Induzirá o campo magnético terrestre correntes num satélite artificial com superfície metálica, em órbita no pla no do equador? e dos polos?

b) Em caso afirmativo, como afetariam essas correntes o movimento do satélite?

12. a) Na Fig. 31-31, L é um grande eletro-ímã. Quando se fecha a chave, a lâmpada acende fracamente. Quando a chave é aberta sùbitamente, a lâmpada brilha intensamente por um momento. Como pode você explicar isto?

b) Explique por que, no instante em que você abre um circuito no qual existe uma grande bobina, produz-se uma faísca na chave e por que você pode levar um choque se tocar os dois terminais da chave (isto pode acontecer até mesmo com uma pequena campainha elétrica).

13. Carregamos duas placas circulares paralelas de 1/2 m de diâmetro, como as da Fig. 31-22, através de longos fios retilíneos. Quando a corrente, nos fios é de 1 A, qual é o campo magnético num ponto a 1/2 m do centro das placas e num plano equidistante delas?

14. Um bloco de radiação eletromagnética desloca-se em linha reta, aproximando-se de você. Num dado momento, não há campo elétrico no lugar em que você está, mas, um pouco mais tarde, haverá um campo E vertical, apontando para baixo, um pouco depois um campo E vertical, apontando para cima e, finalmente, nenhum campo. Quando o campo E, dirigido verticalmente para baixo, chega ao lugar em que você está, qual a direção e o sentido do campo B, no lugar em que você se encontra?

15. a) Suponha que um bloco de campo magnético move-se sòmente com o campo elétrico gerado por indução. Se êle se deslocasse com a metade da velocidade da luz, geraria campos elétricos *mais* ou *menos* intensos do que se se deslocasse com a velocidade da luz?

b) Êsse campo elétrico móvel se regeneraria *mais* ou *menos* do que o campo magnético original?

c) Se a energia nos campos elétricos e magnéticos deve ser conservada, pode o bloco eletromagnético mover-se com uma velocidade que não seja a da luz?

d) Que aconteceria com a energia, no bloco eletromagnético, se êste se deslocasse mais ràpidamente do que a luz?

16. Que evidência existe de que o som não é uma radiação eletromagnética?

17. Sem dúvida, você já deve ter observado os ruídos de estática ouvidos no rádio quando há relâmpagos, mesmo que êstes ocorram a grandes distâncias.

a) Por que isso acontece?

b) Se o trovão é ouvido 15 segundos depois do ruído da estática, quanto tempo levou a luz do relâmpago para chegar até você?

Nota: A velocidade do som é aproximadamente 330 m/s.

18. Quando eléctrons que se movem a 3×10^7 m/s atingem o alvo de um tubo de raios-X, são desacelerados e chegam ao repouso enquanto percorrem uma distância equivalente a 1 diâmetro atômico — cêrca de 10^{-10} m.

a) Qual o tempo de freiagem?

b) Se tomamos o inverso dêsse tempo para avaliar a freqüência da radiação eletromagnética produzida por essa

desaceleração, que freqüência obtemos?

c) Qual o comprimento de onda correspondente a essa freqüência?

19. Qual seria a ordem de grandeza da mais baixa freqüência de ondas eletromagnéticas que poderiam ser utilizadas para detectar a presença de:

a) O planêta Vênus?

b) Um avião com 40 metros de comprimento?

c) Um pássaro com 10 cm de comprimento?

d) Átomos de um gás nobre?

e) Um núcleo atômico?

Com que fontes de radiação eletromagnética você seria capaz de produzir radiações com êsses comprimentos de onda?

20. Algumas estações rádio-transmissoras utilizam mais de uma antena, com o objetivo de enviar sinais mais fortes em certas direções e mais fracos em direções onde não há audiência.

Em duas antenas verticais há correntes alternadas de freqüência igual ao 10^6 hertz. As antenas estão à distância de 300 metros uma da outra, ao longo de uma linha norte sul.

Em que direções, no plano horizontal, será a intensidade da radiação: (1) máxima; (2) mínima, quando:

a) As correntes nas duas antenas estão em fase (sobem e descem ao mesmo tempo)?

b) Têm uma diferença de fase de 1/2 período (quando uma sobe a outra desce)?

LEITURA COMPLEMENTAR

FARADAY, MICHAEL, — *Moments of Discovery.* — Editado por G. Schwartz e P. Bishop Basic Books, 1958 (pag. 856).

FINK, DONALD G. e LUTYENS, DAVID M, — *The Physics of Television Doubleday,* 1959: Publicação da Série de Estudos de Ciência.

HERTZ, HEINRICH, — *Moments of Discovery* — Citado acima (pag. 901).

ROENTGEN, WILHELM, — *Moments of Discovery* — Citado acima (pag.867).

TAYLOR, LLOYD, — *Physics, The Pioneer Science* — Dover, 1959 (cap. 45).

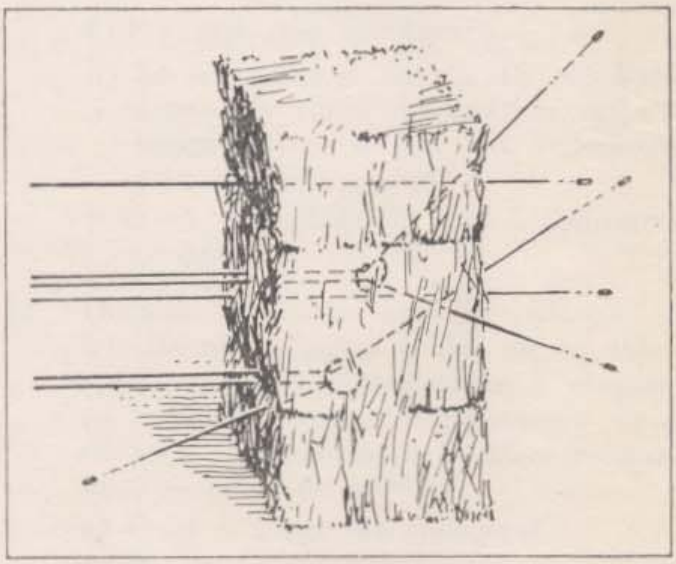
EXPLORANDO O ÁTOMO

CAPITULO 32

Já sabemos muitas coisas a respeito dos átomos, como, por exemplo, suas massas e os compostos químicos que êles formam. Sabemos que os átomos contêm eléctrons, que são partículas muito mais leves do que qualquer átomo. Podemos arrancar eléctrons, deixando íons positivos que têm quase a mesma massa atômica que o átomo completo e, algumas vêzes, podemos acrescentar um eléctron a um átomo neutro, produzindo um íon negativo. Mas, que aspecto tem um átomo? Qual a sua estrutura? Sôbre estas questões dissemos muito pouca coisa até agora.

As primeiras informações sôbre a estrutura dos átomos foram obtidas, quase tôdas, submetendo lâminas de matéria muito delgadas ao bombardeio de partículas carregadas. Você compreenderá fàcilmente o emprêgo de partículas carregadas de alta energia para investigar a estrutura interna dos átomos, considerando a seguinte analogia:

Admita que, por alguma razão, suspeitamos que, num fardo de palha, estão escondidos valiosos objetos de contrabando, talvez um grande bloco de platina, ou mesmo várias peças de platina distribuídas em seu interior. Se a platina está dentro do fardo, podemos pensar que êste possui certa estrutura interna: pedaços de platina em determinados pontos e apenas palha em outros pontos. Tratando-se de platina dentro de um fardo de palha, liquidaríamos ràpidamente a questão abrindo o fardo e procurando entre os fragmentos. No entanto, não é tão fácil assim abrir um átomo para ver o que há em seu interior, mas estamos interessados em saber onde estão localizadas as partículas que formam o átomo. Por êsse motivo, em nosso modêlo de experiências atômicas, tentaremos encontrar a platina sem desfazer o fardo. Para isso, tomamos um rifle e começamos a disparar uma série de balas contra o fardo (Fig. 32-1). Quando um projétil atravessa a palha, em linha reta, podemos concluir que não encontrou nenhum obstáculo maciço em seu caminho. Como êste é o comportamento da maior parte dos projéteis, chegamos à conclusão de que a maior parte do fardo é constituida de palha apenas. Do nosso ponto de vista, já que estamos procurando platina, o fardo está em sua maior parte, vazio. Mas se, de fato, há platina de contrabando escondida dentro do fardo, um ou outro projétil



32-1 — Explorando o interior de um fardo de palha por meio de projéteis. As trajetórias dos projéteis nos informam onde os pedaços de matéria dura estão localizados e, às vêzes, até mesmo sua forma.

acabará por atingí-la, ricocheteando e saindo com um certo ângulo em relação à trajetória original. Pela trajetória dêsses projéteis, podemos localizar a posição dos pedaços de platina que causaram o desvio.

Se quisermos, poderemos avançar muito mais. Se dirigirmos um grande número de projéteis para a vizinhança do pedaço de platina, poderemos dizer algo a respeito da forma da peça, analisando os ângulos de ricochete dos projéteis. Se se tratar de uma peça plana colocada transversalmente, tôdas as balas ricochetearão com um mesmo ângulo. Se o pedaço de platina tiver a forma de esfera, as balas ricochetearão com a mesma freqüência em tôdas as direções em tôrno da direção de incidência.

Se crivarmos de balas todo o fardo e observarmos todos os ricochetes, poderemos obter muitas informações a respeito da posição e da forma das peças de platina dentro do fardo.

Naturalmente, um átomo está muito longe de ser um fardo de palha com pedaços de platina em seu interior. Quando disparamos partículas carregadas contra um átomo não esperamos obter exatamente o mesmo tipo de informação que no exemplo anterior. No entanto, bombardeando átomos com partículas carregadas e estudando as direções em que elas ricocheteiam, pode-se ficar sabendo muita coisa a respeito do que existe no interior dos átomos.

Sob muitos aspectos, os átomos apresentam uma regularidade muito maior do que fragmentos de platina em fardos de palha. As leis da composição química, os espectro característicos (idênticos para todos os átomos da mesma espécie) e, como veremos, a evidência adquirida pelo bombardeamento dos átomos com partículas carregadas para investigar sua estrutura — tudo indica que a diversidade dos átomos reduz-se a cêrca de uma centena de estruturas padrões e, de certo modo, êsses padrões são bastante simples. Por esta razão, com relativamente poucas experiências, podemos obter uma boa informação sôbre a estrutura atômica.

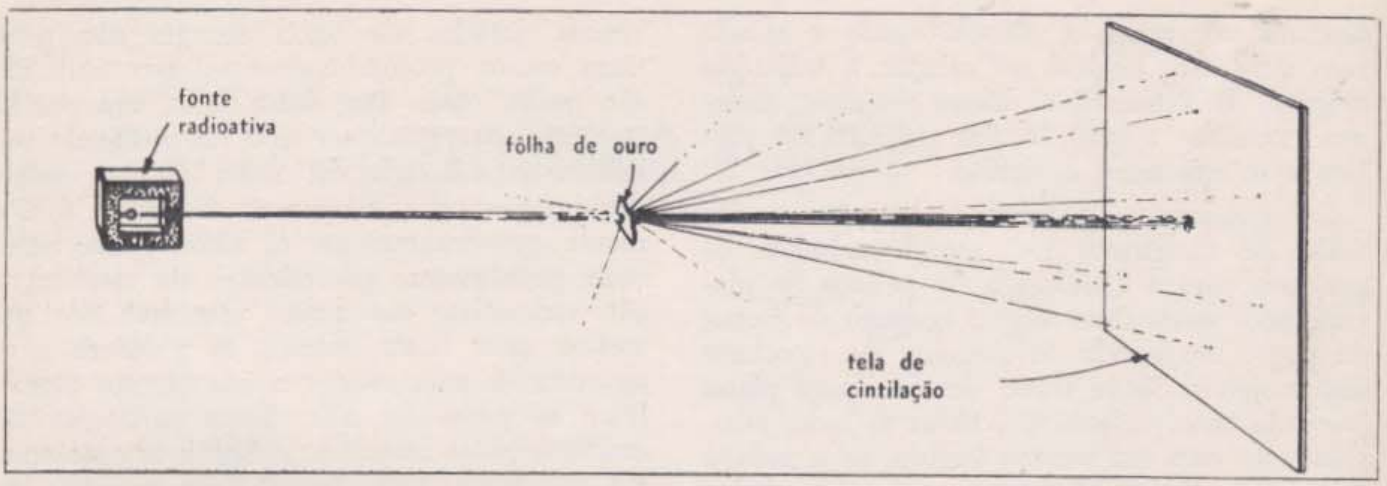
Para conseguir informação acêrca do interior do átomo, nossos projéteis devem penetrar nêle. Conseqüentemente, outros átomos ou moléculas que atingem apenas a superfície atômica não são projéteis adquados. As partículas dotadas de baixa energia não penetram muito profundamente e, por isso, não são muito úteis. Por outro lado, um projétil que atravesse qualquer tipo de obstáculo sem desviar-se não nos diz coisa alguma acêrca dos lugares por que passou. Os raios X altamente penetrantes, ou os raios gama ainda mais penetrantes, procedentes da desintegração radioativa, são pouco eficazes. Nos primeiros anos dêste século, os projéteis mais apropriados para sondar o interior dos átomos eram as partículas alfa. Essas partículas são emitidas pelos materiais radioativos com energia suficientemente elevada para penetrar em um átomo; embora muitas vêzes o atravessem sofrendo pequena mudança de direção, algumas vêzes são violentamente desviadas. Nesses casos, admitimos que houve um choque com algo relativamente compacto.

32 — 1. A Deflexão de Partículas Alfa e o Modêlo Atômico de Rutherford.

A Fig. 32-2 mostra o dispositivo usado para investigar átomos de ouro com partículas alfa de grande velocidade. As partículas alfa são emitidas na desintegração radioativa de um fragmnto de polônio. Êste é o nosso "canhão". Como vimos na Secção 30-10, esta substância emite partículas alfa, que são íons de hélio com duas cragas, a uma velocidade de $1{,}6 \times 10^7$ m/s. Algumas partículas passam através de um orifício, de maneira que sabemos também sua direção. Estas partículas chocam-se então com uma fôlha de ouro muito delgada.

Do outro lado da lâmina de ouro existe um detector de partículas alfa, que pode ser uma tela de cintilação como a usada no Capítulo 7, ou um conjunto de computadores modernos que darão um sinal indicando a a trajetória das partículas alfa depois de atravessarem a lâmina.

A fôlha de ouro que constitui o alvo é um grande amontoado de átomos de ouro. Uma lâmina de ouro apropriada para essa experiência é tão delgada que cada metro quadrado pesa sòmente 2×10^{-3} kg (É êsse tipo de fôlha de ouro que se usa para fazer as letras douradas nas encadernações). Se você olhar para uma dessas fôlhas contra a luz, verá que ela é atravessada por luz verde. A partir da densidade do ouro, podemos cal-



32-2 — Experiência para explorar o interior de átomos por meio de "projéteis" constituídos por partículas alfa.

cular o número de átomos de ouro que uma partícula alfa encontra no seu caminho ao atravessar a lâmina. Um metro cúbico de ouro pesa aproximadamente 2×10^4 kg, ou seja umas 20 toneladas. Portanto, a espessura da lâmina é de aproximadamente, $\frac{2 \times 10^{-3} \text{ kg/m}^2}{2 \times 10^4 \text{ kg/m}^3} = 1 \times 10^{-7}$ metros. Além disso, sabemos que a massa de um átomo de ouro é de aproximadamente $3{,}3 \times 10^{-25}$ kg (197 unidades de massa atômica por átomo de ouro, vêzes $1{,}66 \times 10^{-27}$ kg por unidade de massa atômica). Dêste modo ficamos sabendo que cada átomo, se estiver empilhado estreitamente com seus vizinhos, tem um volme de

$$\frac{3{,}3 \times 10^{-25} \text{ kg/átomo}}{2 \times 10^{4} \text{ kg/m}^3} = 1{,}65 \times 10^{-29} \text{ m}^3$$

Se imaginarmos que os átomos têm uma estrutura cúbica, a aresta de cada um dos cubos terá aproximadamente $2{,}5 \times 10^{-10}$ metros. Assim, a espessura da lâmina de ouro medida pelo número dessas células atômicas é

$$\frac{1 \times 10^{-7} \text{ metros}}{2{,}5 \times 10^{-10} \text{ metros}}.$$

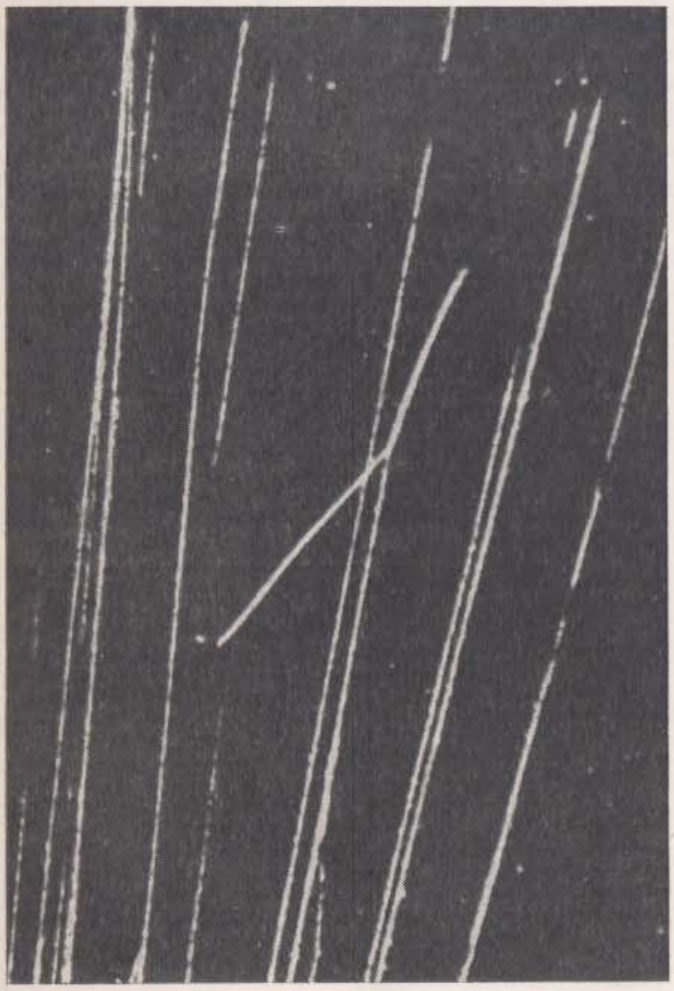
A fôlha de ouro tem cêrca de 400 átomos de ouro de espessura.

Em nossa analogia, cada átomo de ouro é representado por um fardo de palha com o contrabando escondido em seu interior. Como sabemos que todos os átomos de ouro se comportam da mesma maneira e que todos têm o mesmo pêso, vamos representá-los por fardos de palha com a mesma estrutura interna. A lâmina de ouro pode ser representada, então, por uma parede de fardos idênticos com 400 fardos de espessura.

A primeira coisa que aprendemos com esta experiência é que a maior parte das partículas alfa atravessa a lâmina sem variação apreciável na direção do movimento. Em outras palavras: em geral, uma partícula alfa atravessa em linha reta uns 400 átomos; isso nos leva a concluir que o átomo em sua maior parte não contém objetos maciços que desviariam as partículas alfa (lembre-se que, crivando de balas o fardo, concluímos que a maior parte do seu interior está cheia de palha). Entretanto, verificamos que o átomo tem dentro de si alguma coisa análoga à palha, pois as partículas alfa perdem gradualmente sua energia ao passar através do ouro. Com espessuras comuns de ouro, as partículas alfa não atravessariam a lâmina. Como podemos deduzir fàcilmente de outras experiências, a energia das partículas alfa é consumida na ionização dos átomos de ouro. Uma partícula alfa que se desloca entre os átomos perde energia arrancando eléctrons, da mesma maneira que um projétil, ao atravessar muitos fardos de palha.

No entanto, pelo fato de conhecermos a massa dos átomos, sabemos que algo compacto deve estar localizado em algum lugar no interior dos mesmos. É difícil acreditar que essa massa seja formada por eléctrons. Seriam necessários muitos milhares de eléctrons para constituir um único átomo, mas, sempre que arrebentamos um átomo, obtemos poucos eléctrons. Um átomo de ouro possui massa aproximadamente 50 vêzes maior do que a de uma partícula alfa; se esta colide frontalmente com o átomo, deve voltar exatamente segundo

a mesma direção. Consideremos de novo o feixe de partículas alfa que passa através da lâmina de ouro. Observando cuidadosamente em tôdas as direções, verificamos que, aproximadamente, só 1 em cada 10 000 partículas alfa incidentes se desvia realmente de seu curso inicial sob um ângulo superior a 10 graus. Uma, entre um número astronômico delas, é desviada de seu curso sob um ângulo de 90 graus ou mais. O mesmo tipo de fenômeno ocorre quando as partículas alfa passam através do gás em uma câmara de neblina. Assim, se observarmos milhares de fotografias obtidas em uma dessas câmaras, acabamos por encontrar algumas poucas em que uma partícula alfa claramente ricocheteou de um átomo. A Fig. 32-3 é uma dessas fotografias.



32-3 — Fotografia obtida em uma câmara de neblina, mostrando os traços de partículas alfa que atravessam gás nitrogênio. As partículas alfa estão se movendo para cima a partir de uma fonte situada em baixo à esquerda. Note a partícula que colidiu com um átomo do nitrogênio, perto do centro da fotografia. A deflexão foi de cêrca de 142° e o átomo de nitrogênio recuou. (De P.M.S. Blackett e D.S. Lee, nos anais da Royal Society, 134 A, 658, 1931).

As partículas alfa desviadas violentamente na lâmina de ouro devem ter sofrido apenas uma colisão com alguma parte de um átomo da fôlha. Podemos ter certeza de que apenas uma colisão foi importante, porque a maior parte das partículas alfa passa diretamente sem se desviar. Conseqüentemente, chegamos à conclusão de que é muito diminuta a possibilidade de uma colisão dêste tipo, e que a probabilidade de mais de um choque na trajetória de uma partícula é absolutamente desprezível.

Uma partícula alfa que sofreu tão grande deflexão esteve sob a ação de fôrças intensas. Em alguma parte dentro do átomo, portanto, existe pelo menos um centro maciço e as partículas alfa que nele incidem interagem fortemente com êle.

Para explicar essas observações qualquer modêlo atômico deve ter duas características: 1.°) Como quase tôdas as partículas alfa passam sem se desviar através do átomo, a maior parte do átomo não deve conter nada além daquilo que consideramos análogo à palha. 2.°) Como algumas partículas alfa ocasionalmente retrocedem, deve haver, em alguma parte dentro do átomo, pelo menos uma porção de massa com a qual as partículas interagem fortemente. Além disso, gostaríamos de associar a "palha atômica" aos eléctrons que são arrancados quando as partículas alfa passam pelos átomos ionizando-os. Desta forma somos tentados a associar a maior parte da massa do átomo com a carga positiva que deve estar presente a fim de que o átomo, em conjunto, seja neutro.

Em 1911, Rutherford idealizou um modêlo atômico, que incorporava tôdas essas características e, além do mais, lançava mão apenas da fôrça coulombiana para explicar a interação das partículas alfa com o núcleo atômico maciço e positivo. Seu modêlo descrevia o átomo como um sistema solar em miniatura, com um *núcleo* no centro e certo número de eléctrons em tôrno. O núcleo é positivamente carregado e contém quase tôda a massa atômica. Os eléctrons, muito mais leves, carregados negativamente, giram em tôrno do núcleo, mantidos pela atração coulombiana, tal como os planêtas giram em tôrno do Sol mantidos pela atração gravitacional. Fora do átomo, êsses eléctrons negativos anulam o efeito da carga positiva do

núcleo, de modo que o átomo, em conjunto, é neutro. Isto significa que o núcleo contém um número de cargas elementares positivas igual ao número de eléctrons.

Já concluimos que o átomo de hidrogênio é composto por um próton e um eléctron (Seção 29-2). Assim, segundo o modêlo de Rutherford, no átomo de hidrogênio (Fig. 32-4), o próton constitui o núcleo e há um eléctron movendo-se em uma órbita em tôrno dêle.

Da mesma maneira, o átomo de hélio é formado por uma partícula alfa e dois eléctrons. No hélio, a partícula alfa constitui o núcleo e os dois eléctrons planetários estão em órbita em tôrno dêle.

Segundo o modêlo de Rutherford, em qualquer átomo as dimensões do núcleo e dos eléctrons são muito pequenas comparadas com o tamanho global do átomo. Assim, a maior parte do volume atômico é, na realidade, espaço vazio. Nêsse espaço próximo ao núcleo, o campo elétrico é essencialmente o da carga nuclear, isto é, um campo coulombiano cuja intensidade varia na razão inversa do quadrado da distância ao núcleo. Os eléctrons planetários encontram-se nas regiões externas do átomo e, nessas regiões, essas cargas negativas também contribuem para o campo elétrico. Fora do átomo, essas cargas negativas neutralizam o efeito da carga positiva do núcleo e o campo elétrico desaparece.

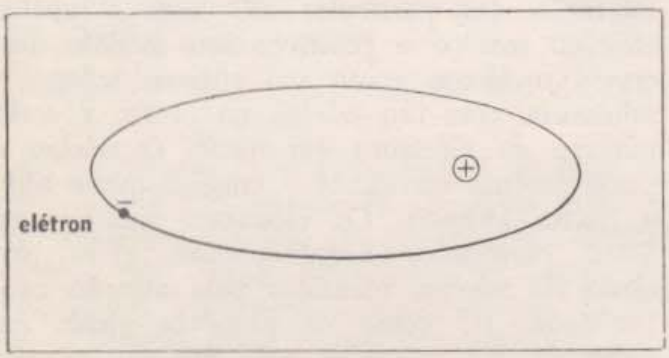
Nêsse modêlo, uma partícula alfa lançada contra um átomo e passando a certa distância do centro, não sofre uma deflexão apreciável. Apenas desloca os eléctrons para um lado. No entanto, quando se lança um feixe de partículas alfa contra uma fôlha de ouro, algumas passam tão perto de centros de átomos que sofrem a ação de intenso campo elétrico do núcleo e são desviadas de um grande ângulo.

Como vemos, o modêlo de Rutherford concorda, pelo menos qualitativamente, com os fatos experimentais; êle explica por que a maior parte das partículas alfa atravessa os átomos sem desviar-se e por que algumas são violentamente desviadas. Entretanto, antes de depositar maior confiança nesse modêlo, devemos submetê-lo a uma prova quantitativa. Isto foi realizado por Rutherford e seus discípulos com grande perícia.

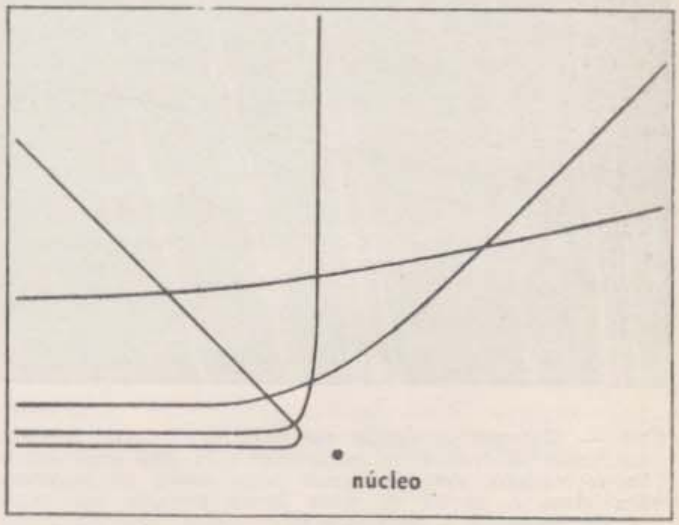
32 — 2. As Trajetórias das Partículas Alfa no Campo Elétrico de um Núcleo.

No modêlo de Rutherford, uma partícula alfa próxima a um núcleo experimenta uma fôrça de repulsão inversamente proporcional ao quadrado da distância. Para testar êsse modêlo, devemos calcular a forma das trajetórias que uma partícula alfa descreveria em tal campo de fôrças.

Na Fig. 32-5, vemos exemplos de trajetórias calculadas teòricamente. Não vamos reproduzir o laborioso cálculo dêsses trajetórias, embora não haja nele nada mais misterioso do que a lei de Coulomb, a lei de Newton do movimento e considerações geométricas deta-



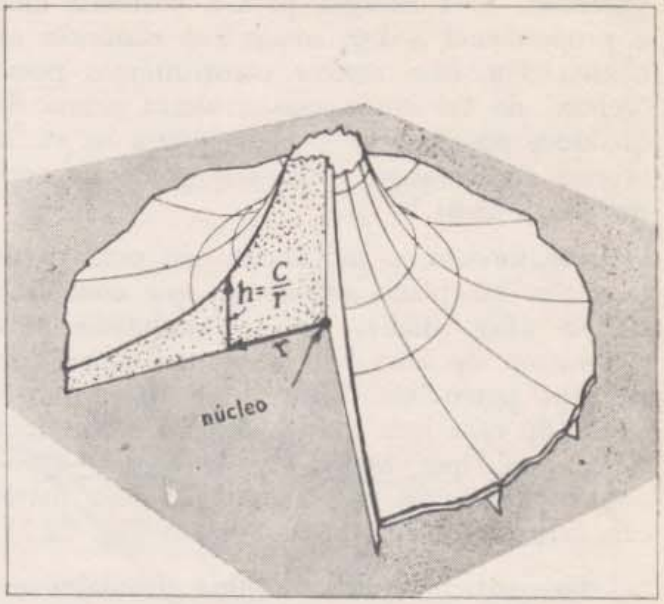
32-4 — O modêlo de Rutherford do átomo de hidrogênio. Nessa escala, o eléctron e o núcleo deveriam ser representados tão pequenos que não poderíamos vê-los, apesar da ampliação ser de 10^9 vêzes.



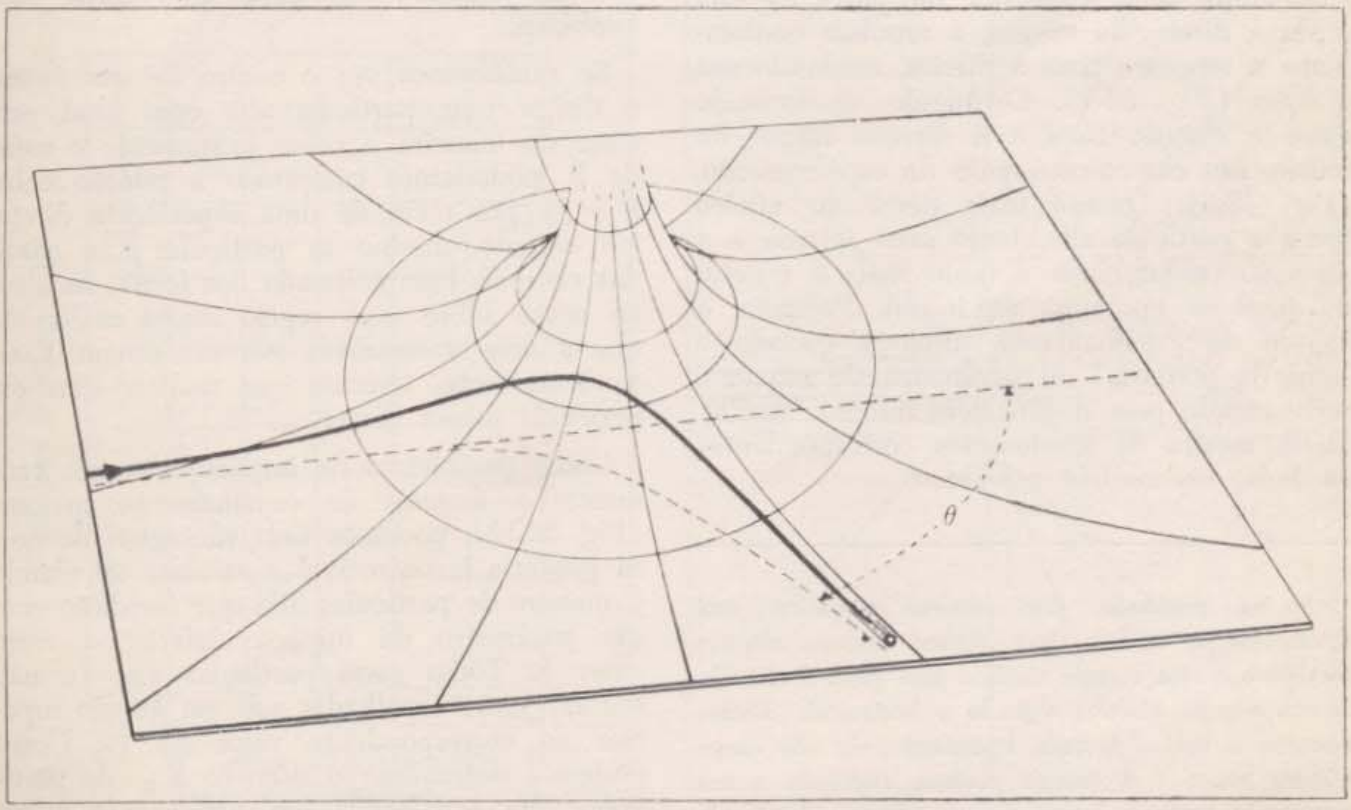
32-5 — Trajetórias de partículas alfa que se aproximam de um núcleo, calculadas teòricamente. O cálculo foi feito usando-se a fôrça de repulsão inversamente proporcional ao quadrado da distância.

lhadas. As curvas são hipérboles com o foco no núcleo (essas órbitas hiperbólicas estão relacionadas com as órbitas elíticas dos planêtas no campo gravitacional, no qual as fôrças são também inversamente proporcionais aos quadrados das distâncias. Para maiores detalhes, sôbre essa relação, veja o quadro da pág. 164.

Você pode se convencer de que as curvas calculadas são corretas, mediante um modêlo mecânico que reproduza as características essenciais do espalhamento de partículas alfa em um campo coulombiano. Você pode mesmo construir tal modêlo e fazer experiências com êle. No modêlo mecânico, a partícula alfa é representada por uma bola de aço que se move com pequeno atrito sôbre uma "colina" de superfície bem lisa, cuja base é uma mesa horizontal (Fig. 32-6). A energia potencial gravitacional da bola, na elevação, corresponde à energia potencial elétrica da partícula alfa perto do núcleo. Assim, êste modêlo representa um plano que passa pelo centro do átomo; a terceira dimensão, a altura do modêlo, não representa espaço, mas energia



32-6 — Modêlo mecânico para ilustrar as trajetórias de partículas alfa perto de um núcleo. As partículas alfa têm uma energia potencial proporcional a $1/r$, sendo r a distância ao núcleo. A colina é construída de maneira que a altura (acima do plano) de qualquer de seus pontos é proporcional a $1/r$, sendo r a distância ao centro, medida sôbre o plano. Portanto, uma bola que esteja sôbre a colina terá energia potencial gravitacional proporcional a $1/r$. Por êsse motivo, seu movimento se assemelha ao movimento de uma carga que se mova sôbre o plano no campo elétrico de um núcleo.



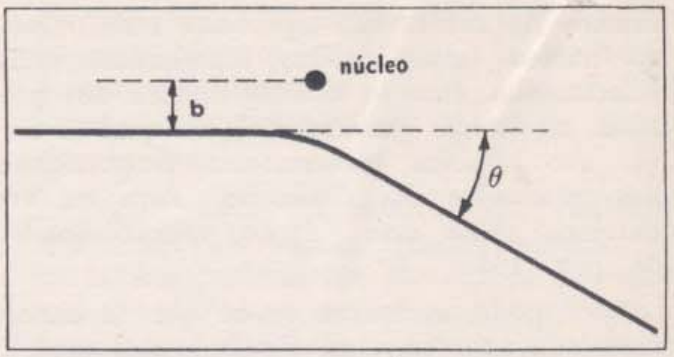
32-7 — A linha cheia indica uma trajetória possível de uma bola que role sôbre a "colina" do modêlo. A linha tracejada retilínea sôbre o plano indica a direção de incidência da bola. A projeção, sôbre o plano, da trajetória da bola reproduz a trajetória de uma partícula alfa sôbre êsse plano. Tal trajetória é a linha tracejada sôbre o plano.

potencial. Esta energia, para a partícula alfa, é proporcional a $1/r$, sendo r a distância ao núcleo. Por êsse motivo construiremos nossa "colina" de tal modo que a altura acima de qualquer ponto sôbre o plano esteja na razão inversa da distância r daquele ponto ao centro (Fig. 32-6).°

Nêste modêlo, o movimento de uma partícula alfa no plano sombreado que contém o núcleo (Fig. 32-6), está representado pelo movimento de uma bola sôbre a "colina" de energias potenciais. Visto de cima, o movimento de uma bola que se desloca sôbre uma colina real que tenha aquela forma, aproxima-se muito do movimento de uma partícula alfa, perto do núcelo (veja a Fig. 32-7).

Uma partícula alfa dirigida frontalmente para o núcleo volta seguindo exatamente a mesma linha. Da mesma maneira, no modêlo mecânico, se lançamos a bola exatamente em direção ao centro da colina, ela subirá sem desviar-se até alcançar uma altura em que sua energia potencial seja igual a sua energia cinética inicial. Nesta altura ela inverte o movimento e volta ao ponto de partida. Entretanto, se a trajetória da partícula alfa passa à direita do núcleo, a repulsão coulombiana a empurra para a direita, mudando sua direção (Fig. 32-7). O ângulo Θ formado entre a direção final e a direção inicial do movimento chama-se ângulo de espalhamento. (Fig. 32-8). Quanto mais perto do núcleo passa a partícula alfa, tanto mais intensa é a repulsão coulombiana e tanto mais a trajetória final se aproxima da inicial. Portanto, o ângulo de espalhamento aumenta quando o "êrro de pontaria" ou parâmetro de impacto, representado pela distância b, diminui. A Fig. 32-10, mostra os movimentos correspondentes da bola, no modêlo mecânico.

(°) Na realidade, êsse modêlo mecânico está errado porque a bola terá alguma energia cinética para cima e essa energia cinética para cima é retirada de sua energia cinética segundo a horizontal. Entretanto, se a bola é lançada lentamente, ela não chega a subir muito e a energia cinética associada a seu movimento vertical é apenas uma pequena fração da energia. Escolhendo a velocidade correta, o modêlo pode se tornar tão exato quanto se deseje.



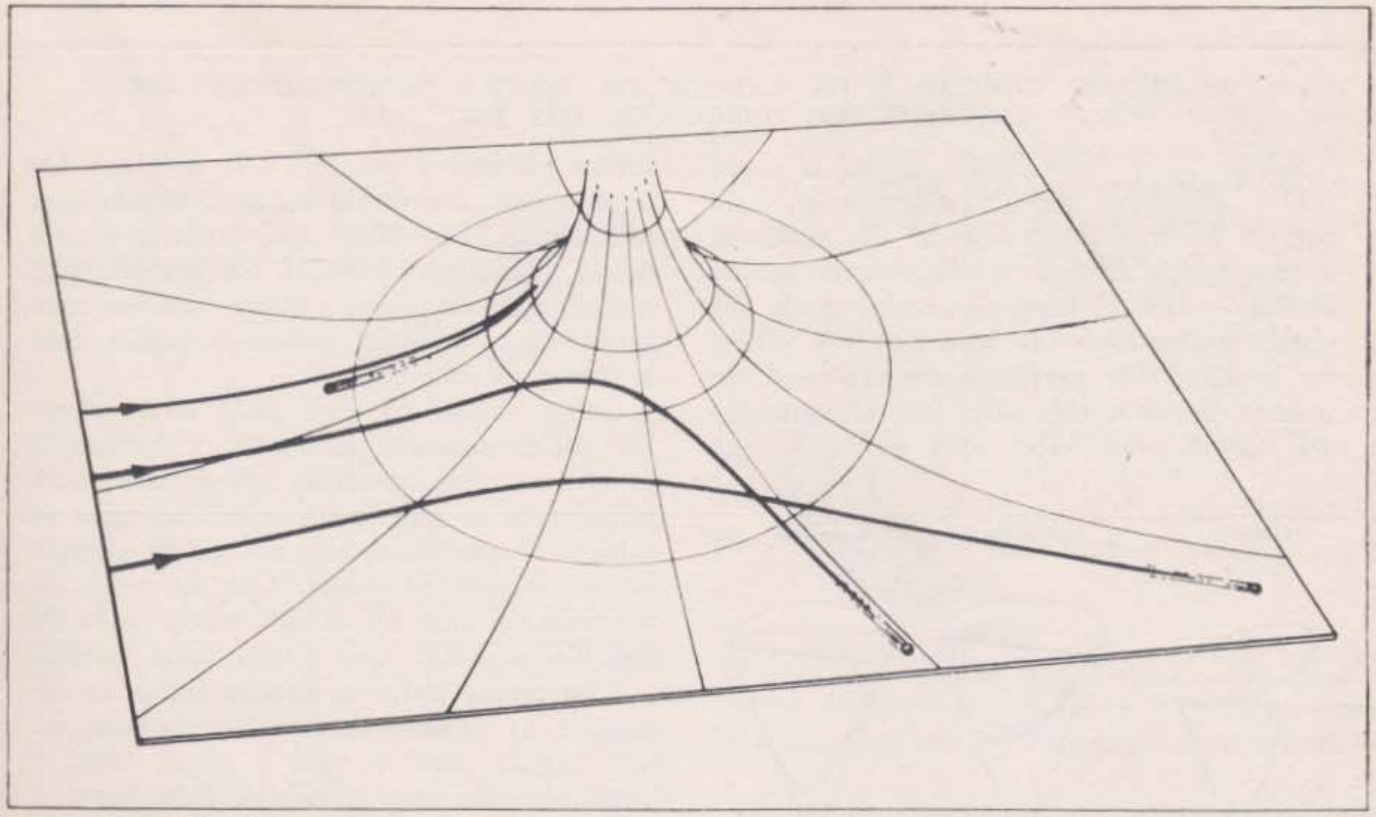
32-8 — O "êrro de pontaria" ou parâmetro de impacto, b, é a distância a que a partícula passaria do núcleo se não fôsse desviada. O ângulo de espalhamento Θ é o ângulo entre a direção inicial e a direção depois da deflexão.

32 — 3. Distribuição Angular do Espalhamento.

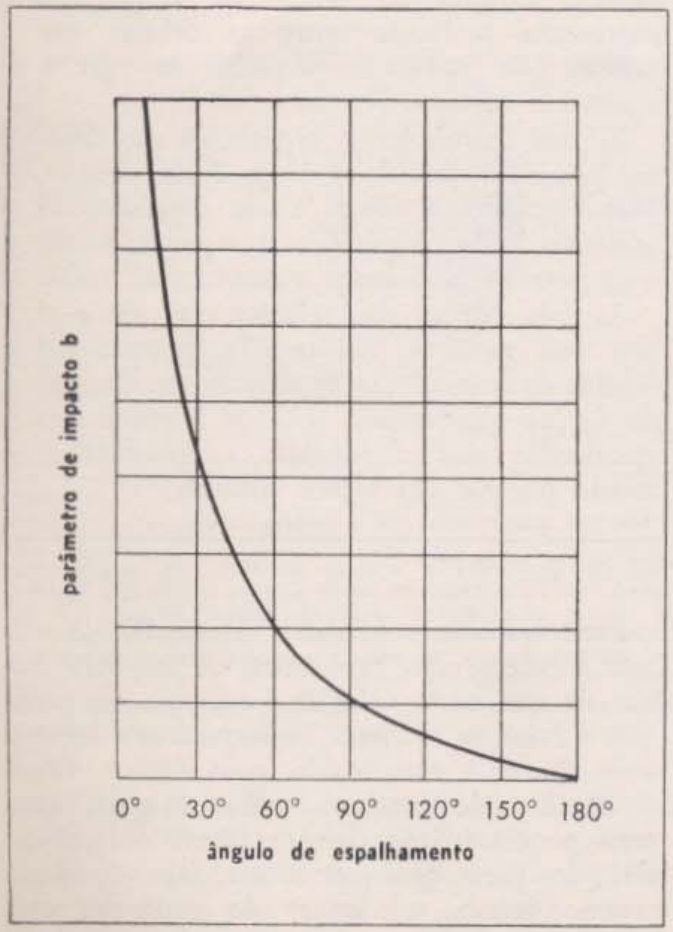
Para partículas de mesma energia, determinado parâmetro de impacto dá lugar a um ângulo de espalhamento bem determinado sob a influência da fôrça coulombiana do núcleo. Calculando as trajetórias para vários parâmetros de impacto (existem métodos mais elegantes) obtém-se o gráfio da Fig. 32-11, onde se representou b em função do ângulo de espalhamento Θ, para uma fôrça coulombiana.

Se pudéssemos ver o centro de um átomo e dirigir uma partícula alfa com total precisão de maneira a saber exatamente o valor de b, poderíamos comprovar a relação entre b e Θ por meio de uma experiência direta. No entanto, mesmo as partículas alfa contidas no mais bem colimado dos feixes, incidem ao acaso sôbre uma região muito maior do que a área apresentada por um átomo. Conseqüentemente, teremos que realizar uma experiência menos direta.

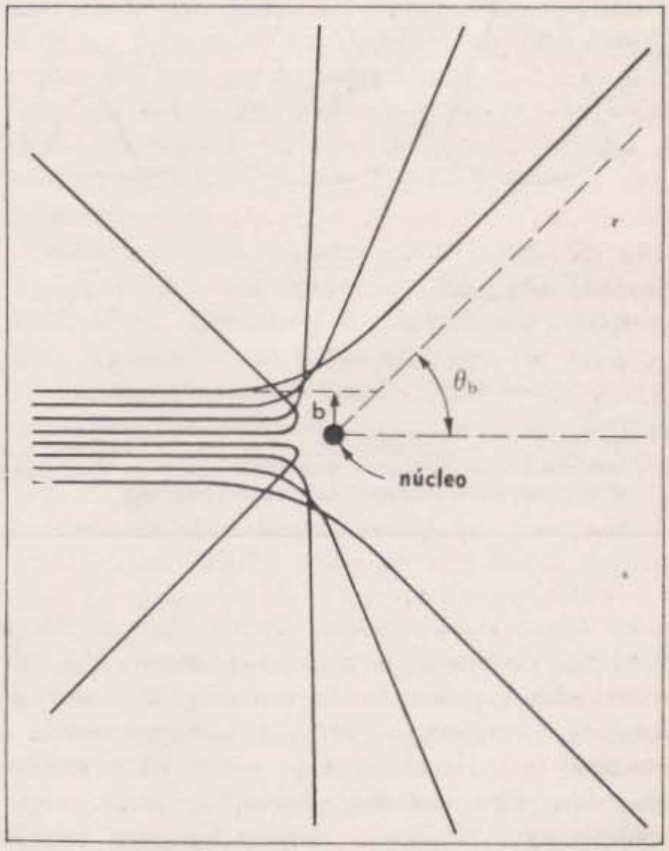
Como parâmetros de impacto menores conduzem a ângulos de espalhamento maiores (Fig. 32-12), podemos tirar vantagem de nossa pontaria incontrolável e escassa, calculando o número de partículas alfa que incidirão com um parâmetro de impacto inferior a certo valor b. Tôdas essas partículas alfa (e não outras) serão espalhadas sob um ângulo superior ao correspondente valor de Θ. Como podemos determinar o número N_Θ de partículas alfa espalhadas sob um ângulo maior do que Θ, podemos determinar experimentalmente se o espalhamento foi produzido por



32-10 — Trajetórias de uma pequena esfera no modêlo mecânico. A esfera é lançada sempre com a mesma energia, mas com diferentes parâmetros de impacto. Observe que, quanto menor êsse parâmetro, maior é o ângulo de espalhamento.



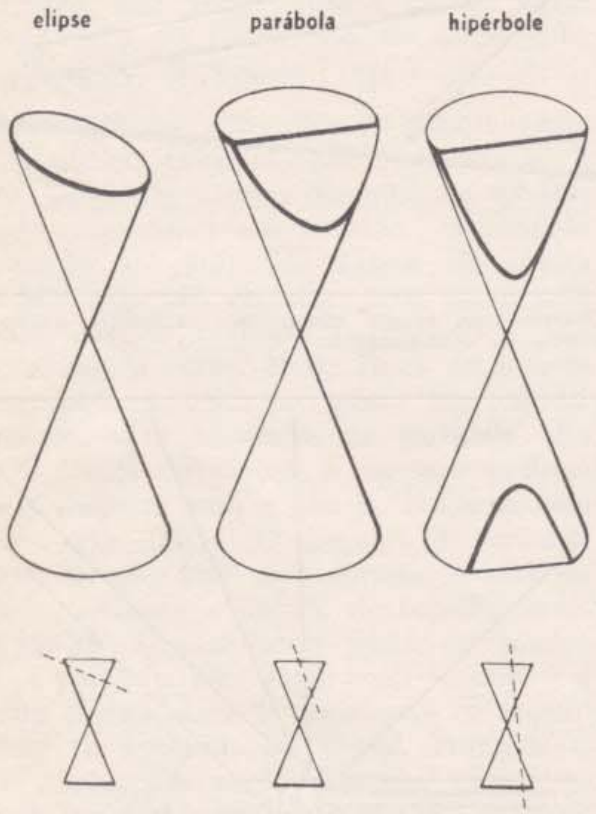
32-11 — Gráfico da relação entre b e Θ para uma fôrça de repulsão coulombiana.



32-12 — À medida que b, o parâmetro de impacto, decresce, o ângulo de espalhamento Θ aumenta. Portanto, tôdas as partículas com parâmetro de impacto menor do que certo valor b serão espalhadas em ângulos maiores do que Θ. Pode-se ver a mesma relação nas Figs. 32-10 e 32-11.

AS SEÇÕES CÔNICAS E OS CAMPOS DE FÔRÇAS PROPORCIONAIS AOS INVERSOS DOS QUADRADOS DAS DISTÂNCIAS

Sempre que determinada massa se move sob a influência de uma fôrça que varia com o inverso do quadrado da distância a um centro fixo, a órbita é uma secção cônica — isto é, uma curva que pode ser obtida cortando-se um cone por um plano. Se o plano fôr perpendicular ao eixo do cone, a curva obtida será uma circunferência. Como você sabe, essa curva é uma órbita planetária possível. Se o plano fôr ligeiramente inclinado, a curva obtida será uma elipse (Fig. 32-9), que também é uma órbita planetária possível. Se acentuarmos a inclinação do plano, a elipse torna-se mais excêntrica e a órbita parece-se, então, com a órbita de um cometa.



32-9 — As seções cônicas. A elipse, a parábola e a hipérbole são formadas por interseções de um plano com um cone segundo diferentes ângulos.

Como vemos na Fig. 32-9, se o plano fôr suficientemente inclinado, a interseção se tornará uma hiperbóle, isto é, uma curva semelhante às que foram calculadas para as órbitas de partículas alfa no campo elétrico de um núcleo. O mesmo tipo de curva dá a órbita de uma massa que passa perto do Sol tão depressa que nunca mais voltará.

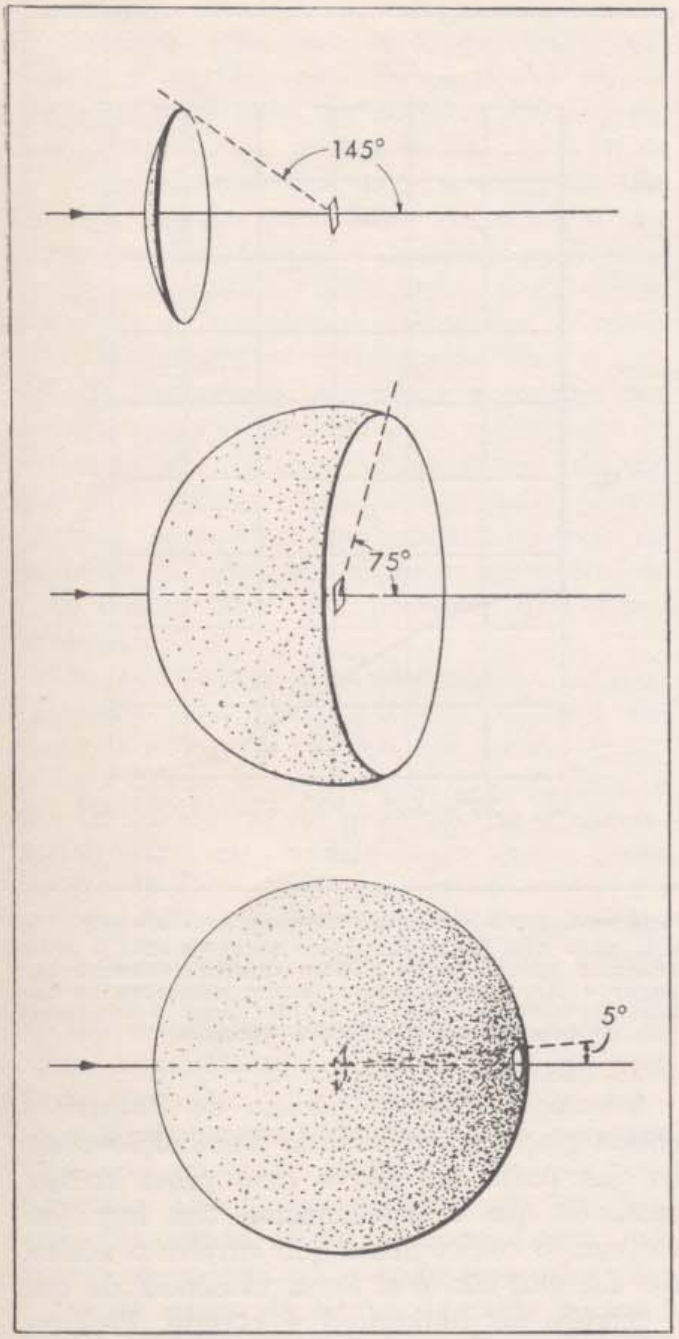
Exatamente entre as órbitas fechadas elíticas e as órbitas abertas hiperbólicas, há um ângulo para o qual o plano corta o cone segundo uma parábola. Esta curva é a órbita de uma partícula que tem energia apenas suficiente para chegar a uma distaância infinita do centro de fôrça. Ela representa o limite entre as órbitas das massas que voltam e daquelas em que a viagem é apenas de ida.

Elipses, parábolas e hipérboles são órbitas possíveis quando a fôrça é de atração. Mas, quando a fôrça é de repulsão, só podemos obter hipérboles porque a massa é empurrada para longe e nunca mais volta.

As três curvas são relacionadas entre si por dois motivos: fisicamente, porque são órbitas de massas que se movem em campos de fôrças que variam com os inversos dos quadrados das distâncias; e geomètricamente porque são seções cônicas.

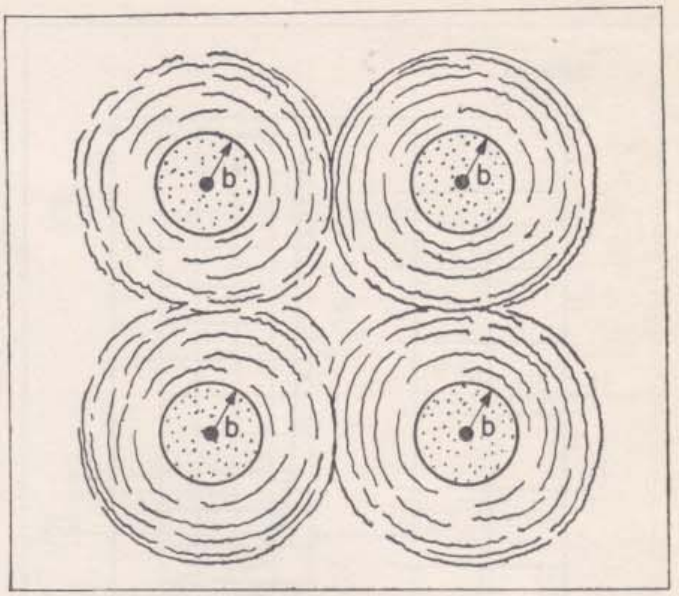
uma fôrça coulombiana. Outro tipo de fôrça poderia produzir o mesmo número N_Θ de partículas espalhadas de um ângulo maior do que Θ, mas, como veremos, não produziria a mesma relação entre N_Θ e Θ para muitos ângulos. Em detalhe, portanto, nossa experiência consistiria em medir N_Θ em função de Θ (Fig. 32-13) e comparar os resultados experimentais com aqules previstos pela lei de Coulomb.

Para calcular o número de partículas alfa que incidem com parâmetro de impacto menor do que certo valor b, levaremos em conta que o feixe se dispersa uniformemente sôbre a área do alvo constituido pelo átomo. Como o número de partículas alfa dirigidas para uma pequena área de um átomo é igual ao dirigido para qualquer outra área igual do mesmo átomo, o número de partículas com parâmetro de impacto menor do que b, é



32-13 — Como as partículas são espalhadas em tôdas as direções, podemos considerar que suas trajetórias interceptam em diversos pontos a superfície de uma esfera. Quando contamos tôdas as partículas espalhadas de um ângulo maior do que determinado valor Θ, estamos contando as partículas que atravessam determinado segmento daquela esfera. A figura mostra os segmentos para $\Theta = 145°$, $\Theta = 75°$ e $\Theta = 5°$. N_Θ é o número de partículas espalhadas dentro do segmento que corresponde a Θ.

proporcional à área de um círculo de raio b (Fig. 32-14). Esta área é $\pi\, b^2$ Conseqüentemente, o número de partículas alfa espalhadas de um ângulo maior do que $\ominus$ é proporcional a b^2.

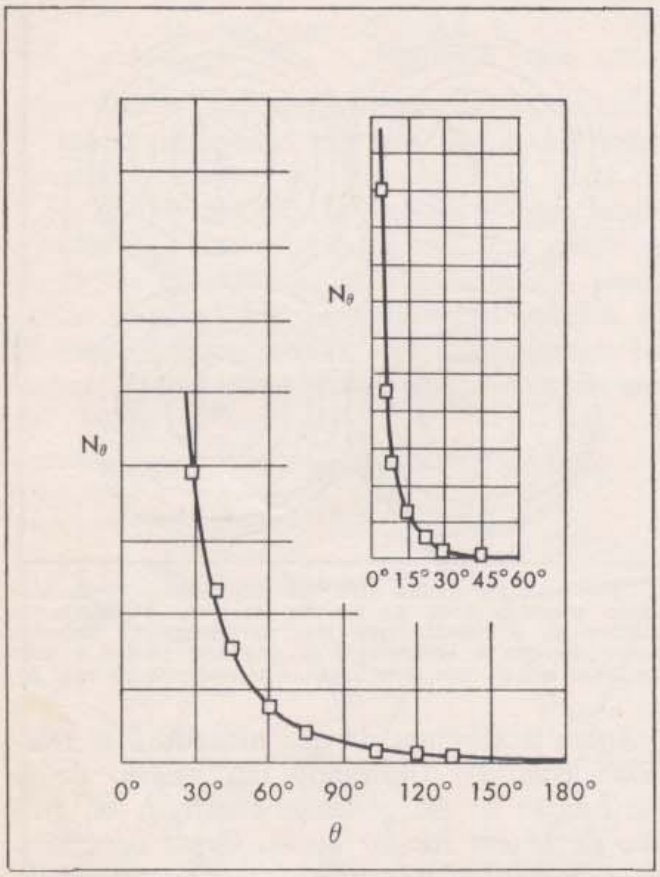


32-14 — As partículas alfa são distribuídas uniformemente sôbre a área de muitos átomos. Portanto, o número de partículas que têm parâmetro de impacto menor do que b em relação a qualquer núcleo é proporcional a $\pi\, b^2$, isto é, à área de um círculo de raio b.

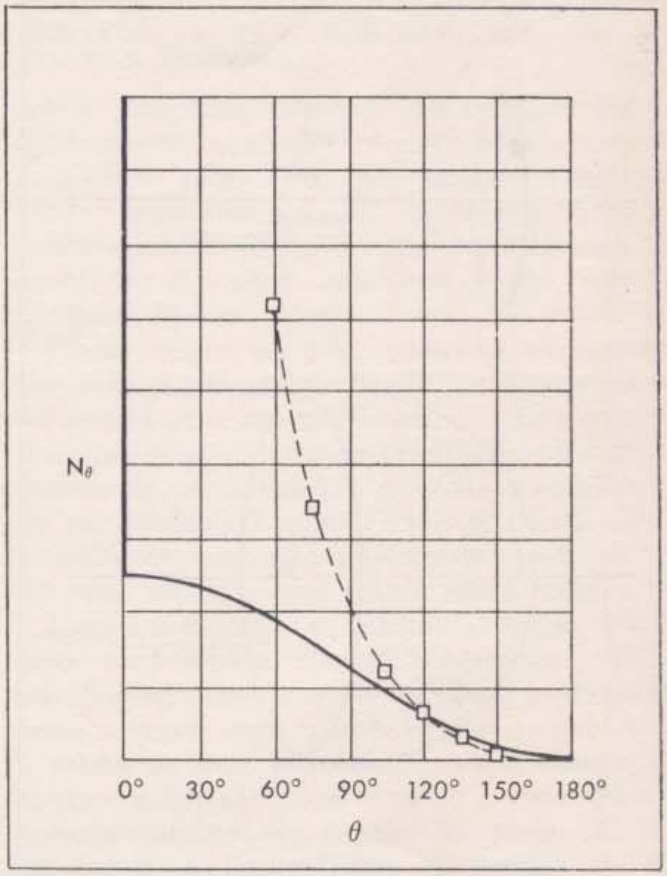
Agora já sabemos de que maneira b se relaciona com $\ominus$. Utilizando um gráfico de b em função de $\ominus$, podemos construir um gráfico de b^2 em função de $\ominus$. Como o número N_Θ de partículas espalhadas sob um ângulo maior do que $\ominus$ é proporcional a b^2, os gráficos de b^2 vs. $\ominus$ e de N_Θ vs. $\ominus$ são idênticos (a menos de um fator para ajustar a escala vertical). A Fig. 32-15 reproduz êste último gráfico.

Estamos agora em condições de realizar uma comprovação experimental do modêlo de Rutherford. Contando o número de partículas alfa espalhadas em tôdas as direções, podemos verificar experimentalmente se o número N_Θ de partículas alfa espalhadas sob um ângulo maior do que $\ominus$ está de acôrdo com o gráfico. Experiências detalhadas sôbre a distribuição angular foram realizadas por Geiger e Marsden (1913) com os resultados indicados na Fig. 32-15. Dentro da precisão das medidas, os pontos experimentais caem sôbre a curva calculada teòricamente a partir da lei de Coulomb.

Chegamos, assim, à conclusão de que o espalhamento das partículas alfa é o resultado de uma fôrça coulombiana; no entanto para maior certeza, convém analisar a forma que tomaria o gráfico de N_Θ em função de $\ominus$ para uma fôrça de outro tipo. É fácil calcular as trajetórias e determinar a relação entre o



32-15 — Gráfico de N_Θ (número de partículas espalhadas de um ângulo maior do que Θ) em função de Θ. A curva contínua indica o que esperamos obter com uma fôrça coulombiana. Os pequenos quadrados representam os dados obtidos por Geiger e Marsden. O detalhe ao alto, à esquerda, mostra, em outra escala, a curva para pequenos ângulos.



32-16 — A curva contínua representa a relação entre N_Θ e Θ para uma fôrça que cresce abruptamente. A linha tracejada liga os pontos obtidos experimentalmente por Geiger e Marsden. As curvas foram ajustadas de maneira a coincidir para $\Theta = 120°$, mas é impossível fazê-las coincidir em tôda a sua extensão.

parâmetro de impacto e o ângulo de espalhamento para uma fôrça que seja nula a grandes distâncias do centro do átomo, e cresça bruscamente quando a partícula alfa se aproxima do centro. Por esta razão resolvemos construir o gráfico de N_Θ em função de Θ para êsse tipo de fôrça abrupta. Esta é a curva indicada na Fig. 32-16 e, como se pode ver, é tão claramente distinta da que resulta de uma fôrça coulombiana, que não há forma de ajustá-la aos resultados experimentais de Geiger-Marsden.

De um modo geral, podemos supor que qualquer tipo de fôrça atua sôbre as partículas alfa e calculamos o correspondente gráfico de N_Θ em função de Θ. Para cada fôrça, obtém-se um gráfico. Nas experiências de Geiger-Marsden a forma do gráfico é a que corresponde à fôrça de Coulomb; esta é, portanto, a fôrça que atua sôbre as partículas alfa.

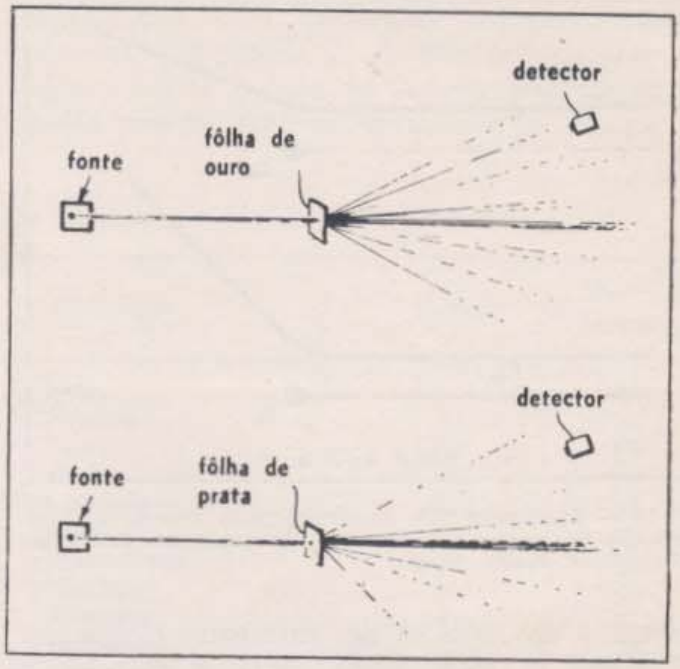
A comprovação do modêlo de Rutherford obtida graças às medidas da distribuição angular das partículas alfa é uma prova convincente de que o espalhamento tem lugar em um campo coulombiano que envolve o núcleo. No entanto, não é a única evidência de que o modêlo de Rutherford é correto. Podemos também aproveitar a relação existente entre o espalhamento e a energia das partículas alfa. Pode-se variar esta energia fazendo com que o feixe de partículas alfa atravesse certo número de lâminas delgadas. O número de partículas alfa não varia sensìvelmente, porém sua energia fica reduzida e é susceptível de medida. Então, repetimos a experiência com o mesmo número de partículas alfa, mas com energia diferente. O modêlo de Rutherford prediz que o número de desvios sob ângulo grande é inversamente proporcional ao quadrado da energia. Para fôrças de outro tipo, a dependência entre o número de desvios

sob ângulo grande e a energia é diferente. Por exemplo, para uma fôrça de crescimento brusco, o espalhamento de partículas alfa é o mesmo para tôdas as energias. Conseqüentemente, podemos distinguir os vários tipos de fôrça baseando-nos nas variações da distribuição angular para diferentes energias das partículas alfa. Geiger e Marsden realizaram também experiências para testar desta forma o modêlo de Rutherford. Outra vez os resultados experimentais concordaram com o modêlo de Rutherford. Ao variar a energia por um fator 10, verificaram que o número de partículas alfa compreendidas dentro de um intervalo angular determinado (de ângulo grandes) aumentava na razão inversa do quadrado da energia. A fôrça causadora do espalhamento deve ser, portanto, uma fôrça coulombiana.

Êste resultado é verdadeiramente notável. Utilizando partículas alfa como projéteis, exploramos o campo elétrico que existe *dentro* de cada átomo e verificamos que obedece a uma lei do inverso do quadrado da distância. Isto significa, em primeiro lugar, que a carga positiva do átomo está concentrada realmente em um volume muito menor do que o do átomo completo. Em segundo lugar, mostra que a lei de Coulomb, que havia sido comprovada experimentalmente para distâncias da ordem de centímetros, é válida, também, com grande exatidão, para distâncias muito inferiores às dimensões atômicas. Como veremos na proxima seção, as partículas alfa que correspondem aos maiores ângulos de espalhamento penetram muito profundamente nos átomos. Só se desviam quando chegam a distâncias da ordem de 10^{-14}m da carga nuclear, ou seja, aproximadamente a um décimo milionésimo das dimensões do átomo. O domínio das fôrças coulombianas fica, assim, ampliado por um fator 10^4 no sentido do muito pequeno.

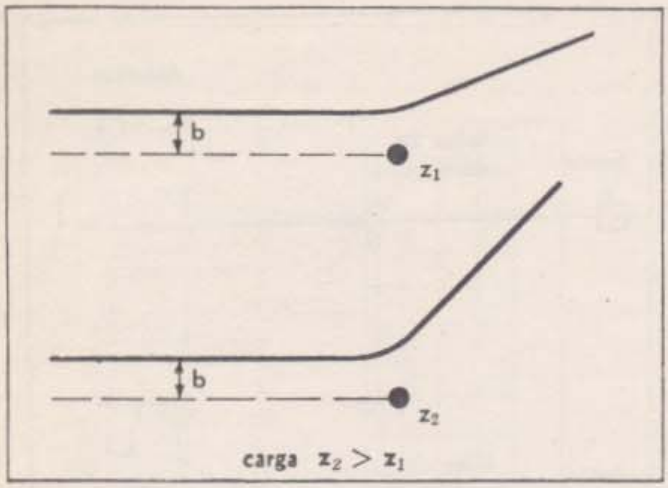
32 — 4. Outras Conseqüências do Espalhamento.

Há outras informações que podem ser obtidas por meio das experiências de espalhamento. Suponhamos que mantemos fixos o detector e a fonte de partículas alfa, e que variamos a natureza da lâmina que constitui o alvo (Fig 32-17), usando sucessivamente diferentes elementos (ouro, prata, platina, etc.), com a condição de que em tôdas as lâminas exista o mesmo número de átomos na trajetória do feixe, ou seja, o mesmo número de átomos por centímetro quadrado da superfície da folha. Nestas condições, apesar de o número de centros de espalhamento (número de núcleos) ser o mesmo para tôdas as folhas, o número de partículas espalhadas durante determinado intervalo de tempo difere muito de material para material.



32-17 — Se usamos fôlhas de diferentes metais, mas tôdas elas com o mesmo número de átomos por cm² de sua superfície, observamos diferentes espalhamentos. Usando-se o mesmo feixe durante intervalos de tempo iguais, o número de partículas alfa espalhadas dentro de qualquer ângulo pela fôlha de ouro é 2,8 vêzes maior do que o número espalhado por uma fôlha de prata.

Podemos fàcilmente compreender êste resultado se supusermos que os núcleos dos diferentes elementos possuem cargas elétricas diferentes. Quanto maior fôr a carga nuclear, maior será a fôrça que desvia as partículas de sua direção original. Portanto, se as partículas alfa são atiradas com a mesma velocidade e com o mesmo parâmetro de impacto, esperamos que, quanto maior a carga do núcleo, maiores serão os desvios (Fig. 32-18). Cálculos detalhados (lei de Newton, lei de Coulomb e considerações geométricas) demonstram que o número de partículas alfa espalhadas dentro de um determinado intervalo de ângulos é proporcional ao quadrado da carga nuclear. Por conseguinte, êsse tipo de experiência permite comparar as cargas



32-18 — Partículas alfa de determinada energia e determinado parâmetro de impacto são mais desviadas por núcleos de maior carga.

elétricas dos núcleos dos diferentes elementos. Podemos ir mais longe ainda e calcular a carga dos diferentes núcleos tomando como unidade a carga elementar.

Por outros processos demonstra-se que o núcleo de cobre possui 29 cargas elementares positivas, o núcleo de prata, 47 e o núcleo de platina, 78. A partir do espalhamento de partículas alfa, Chadwick encontrou quase os mesmos resultados. Suas medidas experimentais foram 29,3; 46,3 e 77,4 $\pm$ 1 $\frac{1}{2}$ %. Isto significa que as cargas nucleares podiam estar compreendidas entre 29 e 30; 46 e 47; e 76 e 79 cargas elementares, respectivamente — exemplo magistral de informação atômica obtida com aparelhagem simples.

Por experiências de outro tipo, sabemos que os núcleos de hidrogênio e hélio possuem uma e duas cargas elementares, respectivamente (Capítulos 29 e 30). Experiências de espalhamento com gases hidrogênio e hélio (em uma câmara de neblina, por exemplo) confirmam êste resultado.

O número de cargas elementares do núcleo é denominado *número atômico* do elemento e foi utilizado pelos químicos na ordenação do sistema periódico. Naturalmente, constitui uma característica de grande significado físico. Como dissemos, pode-se determinar êsse número por outros métodos além do espalhamento de partículas alfa, obtendo-se sempre o mesmo resultado, o que dá um novo significado ao número de ordem na tabela dos elementos. A Tabela 1 apresenta os números atômicos de todos os elementos conhecidos. Como os átomos são neutros, o número atômico representa tanto o número de cargas elementares positivas do núcleo quanto o número de eléctrons que rodeiam o núcleo.

Não esgotamos ainda tudo o que podemos descobrir através de experiências de espalhamento. Já dissemos várias vêzes que o raio do núcleo deve ser muito inferior ao raio atômico mas, quanto mede exatamente êsse raio? Verificamos experimentalmente que, nas lâminas de ouro, o espalhamento de partículas alfa procedentes de uma fonte radioativa corresponde às previsões feitas com base na lei de Coulomb. Isto significa que as partículas alfa nunca chegam a tocar um núcleo de ouro, pois, se o fizessem, entrariam em jôgo fôrças diferentes das fôrças repulsivas de Coulomb e o espalhamento resultante seria certamente diferente do calculado de acôrdo com a lei do inverso do quadrado da distância. Portanto, o raio do núcleo de ouro deve ser menor do que a distância de máxima aproximação das partículas alfa em relação ao centro do núcleo.

As partículas alfa de uma dada energia, aproximam-se mais do núcleo quando são dirigidas exatamente para o centro do núcleo (nesse caso, elas se movem em linha reta até que sua energia potencial seja igual à energia cinética inicial e, então voltam, percorrendo a mesma trajetória em sentido inverso (veja seção 32-2). Seja r_o a distância de máxima aproximação. Como o núcleo de ouro possue 79 cargas elementares e a partícula alfa 2, a energia potencial à distância r_o é

$$U = k \frac{79 \times 2}{r_o} = \frac{3{,}6 \times 10^{-26}}{r_o} \text{ joules}$$

pois $k = 2{,}3 \times 10^{-28} \frac{\text{newton} \times \text{m}^2}{(\text{carga elem.})^2}$

sendo r_o medido em metros.

Por outro lado, as partículas alfa de uma fonte de polônio possuem a velocidade de $1{,}6 \times 10^7$ m/s e massa de $6{,}62 \times 10^{-27}$ kg (Veja Capítulo 30). Portanto, sua energia cinética vale: $\frac{1}{2} mv^2 = 8{,}47 \times 10^{-13}$ joules. Igualando a energia potencial final com a energia cinética inicial, obtemos:

$$r_o = 4{,}3 \times 10^{-14} \text{ m.}$$

Portanto, podemos assegurar que o raio do núcleo de ouro é menor do que $4{,}3 \times 10^{-14}$ m. Resultados semelhantes são obtidos para os núcleos dos outros elementos. Portanto, as experiências com partículas alfa confirmam também a hipótese de Rutherford de que o núcleo é uma porção de matéria relativamente muito pesada, mas extremamente pequena.

TABELA 1 — Os Elementos

Elemento	Símbolo	N.º Atômico	Elemento	Símbolo	N.º Atômico
Hidrogênio	H	1	Iôdo	I	53
Hélio	He	2	Xenônio	Xe	54
Lítio	Li	3	Césio	Cs	55
Berílio	Be	4	Bário	Ba	56
Boro	B	5	Lantânio	La	57
Carbono	C	6	Cério	Ce	58
Nitrogênio	N	7	Praseodímio	Pr	59
Oxigênio	O	8	Neodímio	Nd	60
Flúor	F	9	Prometio	Pm	61
Neônio	Ne	10	Samário	Sm	62
Sódio	Na	11	Európio	Eu	63
Magnésio	Mg	12	Gadolínio	Gd	64
Alumínio	Al	13	Térbio	Tb	65
Silício	Si	14	Disprósio	Dy	66
Fósforo	P	15	Hólmio	Ho	67
Enxôfre	S	16	Érbio	Er	68
Cloro	Cl	17	Túlio	Tm	69
Argônio	Ar	18	Itérbio	Yb	70
Potássio	K	19	Lutécio	Lu	71
Cálcio	Ca	20	Háfnio	Hf	72
Escândio	Sc	21	Tântalo	Ta	73
Titânio	Ti	22	Tungstênio	W	74
Vanádio	V	23	Rênio	Re	75
Cromo	Cr	24	Ósmio	Os	76
Manganês	Mn	25	Irídio	Ir	77
Ferro	Fe	26	Platina	Pt	78
Cobalto	Co	27	Ouro	Au	79
Níquel	Ni	28	Mercúrio	Hg	80
Cobre	Cu	29	Tálio	Tl	81
Zinco	Zn	30	Chumbo	Pb	82
Gálio	Ga	31	Bismuto	Bi	83
Germânio	Ge	32	Polônio	Po	84
Arsênio	As	33	Astato	At	85
Selênio	Se	34	Radônio	Rn	86
Bromo	Br	35	Frâncio	Fr	87
Criptônio	Kr	36	Radio	Ra	88
Rubídio	Rb	37	Actínio	Ac	89
Estrôncio	Sr	38	Tório	Th	90
Ítrio	Y	39	Protactínio	Pa	91
Zircônio	Zr	40	Urânio	U	92
Nióbio	Nb	41	* * * * * * * * * * * * * * * *		
Molibdênio	Mo	42	Netúnio	Np	93
Tecnécio	Tc	43	Plutônio	Pu	94
Rutênio	Ru	44	Amerício	Am	95
Ródio	Rh	45	Cúrio	Cm	96
Paládio	Pd	46	Berquélio	Bk	97
Prata	Ag	47	Califórnio	Cf	98
Cádmio	Cd	48	Einstênio	E	99
Índio	In	49	Férmio	Fm	100
Estanho	Sn	50	Mendelévio	Mv	101
Antimônio	Sb	51	Nobélio	No	102
Telúrio	Te	52	Laurêncio	Lr	103

32 — 5. Dificuldades.

Olhando retrospectivamente para o que aprendemos nêste capítulo, encontraremos boas razões para estarmos contentes com os novos conceitos adquiridos.

O modêlo de Rutherford, que descreve o átomo como formado por um diminuto e maciço núcleo carregado positivamente, rodeado por certo número de eléctrons, parece correto em essência. Além do mais, aprendemos a medir a carga do núcleo e a estimar pelo menos o limite superior de seu "raio". Conhecendo a carga do núcleo, sabemos também o número de eléctrons que completam o átomo.

Entretanto, à medida que nos aprofundamos no estudo do átomo, começam a surgir dúvidas. Suponhamos, por exemplo, que num esforço para determinar o tamanho dos núcleos, nós os bombardeamos com partículas alfa cada vez mais rápidas. A distância de máxima aproximação decresce e, quando atinge valores inferiores ao raio nuclear, devem aparecer desvios das leis simples do espalhamento. Como as partículas que passam mais perto do núcleo são as que experimentam maiores desvios, a distribuição teórica deveria começar a apresentar discrepâncias primeiramente para ângulos grandes. No entanto, as experiências nem sempre dão êsse resultado. Aparecem discrepâncias em relação à lei teórica do espalhamento para partículas alfa de energias suficientemente altas mas, quando isto acontece, em geral são afetados tanto os ângulos pequenos quanto os grandes.

Uma dificuldade mais séria surge no modêlo de Rutherford quando consideramos o comportamento dos eléctrons. Segundo êste modêlo, os eléctrons se movem ao redor do núcleo como os planêtas ao redor do Sol; embora atraidos pela fôrça coulombiana, não caem imediatamente sôbre o núcleo graças ao seu contínuo movimento de revolução. Êste movimento é acelarado, e, portanto, deveria ser acompanhado pela emissão de ondas eletromagnéticas; mas as ondas eletromagnéticas retirariam energia do átomo. Portanto, assim como um satélite artificial perde energia na atmosfera, os eléctrons deveriam descrever uma espiral até cair sôbre o núcleo. Imaginando que os eléctrons se movem como planêtas, a única coisa que fizemos foi dilatar o tempo que levam para precipitar-se sôbre o núcleo. Um eléctron que partisse do repouso no exterior de um átomo, levaria aproximadamente, 10^{-17}s para cair sôbre o núcleo; deslocando-se em espiral e emitindo energia em forma de radiação, deveria levar aproximadamente 2×10^{-11} para alcançar o núcleo. Êste tempo, demasiadamente curto, é incompatível com a estabilidade que os átomos em geral apresentam. Conseqüentemente, o modêlo de Rutherford não é compatível com o conhecimento que possuimos sôbre o processo de radiação eletromagnética.

Por outro lado, os átomos emitem luz e a energia luminosa deve proceder do movimento acelerado das cargas. Portanto, nossa imagem do átomo fica obscurecida por êsses fatos contraditórios. A emissão de luz é compatível com o modêlo de Rutherford, porém, ao mesmo tempo, destroi êste modêlo, pois os átomos deveriam reduzir-se às dimensões nucleares muito antes de podermos perceber a luz por eles emitida. Um átomo normal deveria ter os eléctrons enterrados no núcleo sôbre o qual se teriam precipitado, em total desacordo com a evidência do espalhamento das partículas alfa e com o tamanho do átomo determinado por meio de colisões gasosas e do seu arranjo em sólidos e líquidos.

Quanto mais nos aprofundamos nestas questões, maiores são as dificuldades. Consideremos, para maior simplicidade, o átomo de hidrogênio formado por um próton e um eléctron. A freqüência da luz emitida pelo átomo deve estar relacionada com o número de revoluções efetuadas por segundo pelos eléctrons ao redor do núcleo. Mas, o período de revolução depende do diâmetro da órbita, como no caso dos planêtas no sistema solar (Capítulo 22). Os eléctrons que giram em órbitas menores devem ter período mais curto e, portanto, deveriam emitir luz de maior frequência que os eléctrons que giram em órbitas maiores.

Quando um eléctron emite luz, sua energia deve diminuir. Portanto, o diâmetro de sua órbita deve diminuir e a frequência da onda emitida deve aumentar. Uma fonte luminosa contém um número gigantesco de átomos, muitos dos quais estão emitindo luz simultâneamente. Alguns deles se encontram em

uma determinada etapa do processo de emissão luminosa e outros, em outra etapa. Portanto, a fonte deveria emitir luz de tôdas as freqüências, pràticamente. Assim, o hidrogênio tornado luminescente por uma descarga elétrica deveria emitir um espectro contínuo de luz. Em contraste com esta previsão, a análise espectral da luz emitida pelo hidrogênio indica a presença de um número determinado de "linhas" bem definidas, isto é, um número determinado de comprimenots de onda ou de freqüências bem separadas (Capítulo 7).

Estas e outras dificuldades não podem ser resolvidas com uma simples revisão do modêlo atômico. A compreensão dos átomos nos obriga a uma modificação revolucionária de todos os conceitos físicos básicos. A nova Física, surgida desta revolução constitui a matéria dos próximos capítulos. Nessa nova Física, o átomo de Rutherford é mantido. O diminuto e pesado núcleo carregado subsiste, assim como os eléctrons dispersos no volume atômico muito maior. O que muda é a própria base da dinâmica. A mecânica de Newton é substituida por uma mecânica mais sutil - a mecânica quântica, que inclui a de Newton como um caso especial, como uma aproximação suficientemente boa para os movimentos macroscópios, porém totalmente inadequada para o mundo atômico.

PARA CASA, CLASSE E LABORATÓRIO

1. Suponha que você possui uma coleção de muitas bolinhas de aço que podem ser atiradas sucessivamente contra diferentes alvos. Você não pode ver diretamente os alvos, mas pode observar as trajetórias antes e depois das colisões. Em cada um dos casos abaixo, diga o que fica sabendo a respeito dos alvos analisando o comportamento das bolinhas e sabendo que tôdas elas são atiradas na mesma direção.
   a) Tôdas as bolinhas saltam do alvo com ângulo de reflexão igual ao de incidência.
   b) Tôdas as bolinhas saltam do alvo sem que haja uma relação definida entre os ângulos de incidência e de reflexão.
   c) Pràticamente tôdas as bolinhas atravessam o alvo, mas algumas perdem-se nele.
   d) Tôdas as bolinhas perdem-se no alvo
   e) As trajetórias de tôdas as bolinhas se cruzam em um mesmo ponto depois da reflexão.

2. Considere uma parede formada por fardos cúbicos de palha, cada um dêles tendo 2 m de aresta e contendo em seu interior uma esfera de platina de raio *r*. A espessura da parede é formada por 4 fardos. Enviam-se projéteis de metralhadora contra a parede, de tal forma que êles se espalham uniformemente sôbre a área de vários fardos. Um projétil que não encontre uma esfera de platina passa sem desviar-se; um que atinja um "núcleo" de platina recocheteia e não é detectado pelo "contador" situado no outro lado da parede. Os "núcleos" de platina não estão exatamente uns atrás dos outros ao longo da espessura da parede, de maneira que não se escondem uns aos outros da chuva de projéteis.
   a) Um contador situado do outro lado da parede mostra que 314 projéteis entre 10 000 não atravessam a parede em linha reta. Faça uma estimativa do raio do núcleo.
   b) Se aquêle número fôsse 4 vêzes maior (1256 em 10 000) qual seria sua estimativa para o raio do núcleo?
      Suponha que as esferas de platina foram substituidas por outras de aço, tão duras e maciças quanto as primeiras, e que os projéteis são, agora, peças de aço fortemente imantadas. Nesse caso, uma fôrça de atração faz-se sentir na região que circunda cada "núcleo".
   c) Você espera que essa modificação aumente ou diminua o número de projéteis que não passam em linha reta?

d) Êsse novo efeito será mais notado com projéteis de alta ou de baixa velocidade?

3. Numa experiência de espalhamento em que se usou fôlha de ouro, 4 partículas alfa em 10 000 são desviadas de um ângulo de mais de 5°.
   a) Quantas partículas seriam desviadas de mais de 5° se duplicássemos a espessura da folha?
   b) E se fizéssemos a folha 1 000 vêzes mais espessa?

4. a) Para construir a curva de b em função de Θ para uma fôrça abrupta, desenhe um círculo bastante grande que represente uma seção de uma esfera rígida, e meça os ângulos de espalhamento para vários parâmetros de impacto (admita que o ângulo de reflexão seja igual ao de incidência; por que?).
   b) A partir de sua curva de b em função de Θ, construa o gráfico de N em função de Θ e compare com o gráfico da Fig. 32-16.
   c) Explique por que essa relação é independente da energia das partículas incidentes.

5. A partir do gráfico da Fig. 32-15, determine a relação entre o número de partículas desviadas de um ângulo maior do que 15° e o número de partículas desviadas de um ângulo maior do que 22,5°.

6. Suponha que desejemos explorar o interior dos átomos com ondas de luz.
   a) Qual é o comprimento de onda dos raios-X?
   b) De que tamanho deveria ser um núcleo para refletí-los?

7. Foram realizadas três experiências com o mesmo feixe de partículas alfa e os mesmos contadores, nas mesmas posições, mas com diferentes folhas servindo de alvo. Foram usados cinco contadores e os ângulos de espalhamento obtidos estão anotados na tabela abaixo. Nas três experiências a contagem foi realizada durante o mesmo intervalo de tempo. Nas três folhas, o feixe encontra o mesmo número de átomos por centímetro quadrado. Na tabela abaixo, cada ângulo representa, na realidade, uma vizinhança; assim, por exemplo, a contagem para 30° inclui as partículas desviadas entre 29° e 31°.

Ângulo de Espalhamento	Número de Partículas		
	Alvo n.° 1	Alvo n.° 2	Alvo n.° 3
30°	2 790	35 920	102 810
60°	346	4 451	12 760
90°	100	1 288	3 685
120°	39	496	1 423
150°	14	187	532

   a) Faça o gráfico do número de partículas desviadas em função do ângulo de espalhamento, para cada alvo (use os mesmos eixos para os três gráficos).
   b) O alvo n° 1 era de alumínio. De que eram os outros?

8. a) Explique por que a fôrça gravitacional entre uma partícula alfa e um núcleo de ouro tem pouco efeito no fenômeno de espalhamento.
   b) Calcule a relação entre a fôrça elétrica e a gravitacional com que interagem uma partícula alfa e um núcleo de ouro quando a distância entre êles é de 10^{-14} m. Faça o mesmo cálculo para a distância de 10^{-13} m.

9. Uma partícula alfa com energia cinética de 10^{-12} joules é desviada por um núcleo de ouro.
   a) Qual é a menor distância de aproximação possível?
   b) Qual deve ser o parâmetro de impacto para que a partícula alfa se aproxime tanto?
   c) Até onde se aproximaria um próton de mesma energia? E um nêutron?

10. Numa experiência de espalhamento, um feixe de prótons atinge um alvo de ouro

Em outra experiência, usa-se um feixe de dêuterons (massa atômica = 2, número atômico = 1). Nos dois feixes, a energia cinética das partículas é a mesma. Compare as distâncias de maior aproximação nos dois casos.

11. Que variação de velocidade sofre: a) um átomo de nitrogênio, b) um átomo de hélio — quando atingidos frontalmente por uma partícula alfa cuja velocidade seja $1{,}6 \times 10^7$ m/s? Admita que os átomos estão em repouso quando são atingidos. Veja seção 24-8.

12. a) Que fração de sua energia perde uma partícula alfa numa colisão frontal com um eléctron? (A massa da partícula alfa é aproximadamente 7 200 vêzes maior do que a do eléctron).
    b) Quantas dessas colisões devem ocorrer, aproximadamente, para que a partícula alfa perca 1% de sua energia?

13. Um estudante deseja construir um modêlo aproximado, em escala, da distribuição dos núcleos em uma mono-camada de ouro e resolve usar bolinhas de gude com diâmetro de 1,5 cm para representar os núcleos. A que distância umas das outras deve êle colocar as bolinhas? Observação: O raio do núcleo de ouro é da ordem de 7×10^{-15} m.

14. Uma partícula alfa cuja velocidade é de 10^7 m/s é desviada de um ângulo de 60° por um núcleo de ouro em repouso. Admita que tão pouca energia cinética é transferida para o núcleo de ouro que a velocidade da partícula alfa é a mesma antes e depois do espalhamento.
    a) Que quantidade de movimento é transferido para o atómo de ouro?
    b) Qual a velocidade adquirida pelo núcleo de ouro?
    c) E qual a energia cinética?
    d) É boa sua hipótese inicial? Explique.

15. a) Se a distância de maior aproximação da partícula alfa no problema 14 fôr de 10^{-13} m, qual a sua velocidade nesse ponto?
    b) Qual a componente de sua velocidade em direção ao núcleo, naquele ponto?

LEITURA COMPLEMENTAR

ANDRADE, E. N. DA C., — *An approach to Modern Physics. Doubleday* 1956 (Capítulo 8).

BORN, MAX, — *The Restless Universe.* — Dover, 1951.

FERMI, LAURA, — *Atoms in the Family* — University of Chicago, Press — 1954.

HECHT, SELIG, — *Explaining the Aton* — Vikings, 1954.

HUGHES, DONALD, J., — *The Neutron Story* — Doubleday, 1959 — Um livro da Série de Estudos de Ciência.

OLDENBERG, OTTO, — *Introduction to Atomic Physics.* McGraw-Hill, 1954 (veja a seção sôbre Rutherford).

PEIERLS, R. E. — *The Laws of Nature* — Scribner, 1956 (Capítulo 4).

ROMER, ALFRED — *The Restless Atoms* — Doubleday, 1960 — Um livro da Série de Estudos de Ciência.

WHITTAKER, Sir EDMUND — *History of the Theories of Aether and Eletricity* — Nelson, 1953 Capítulo 1).

FÓTONS E ONDAS ASSOCIADAS À MATÉRIA

CAPITULO 33

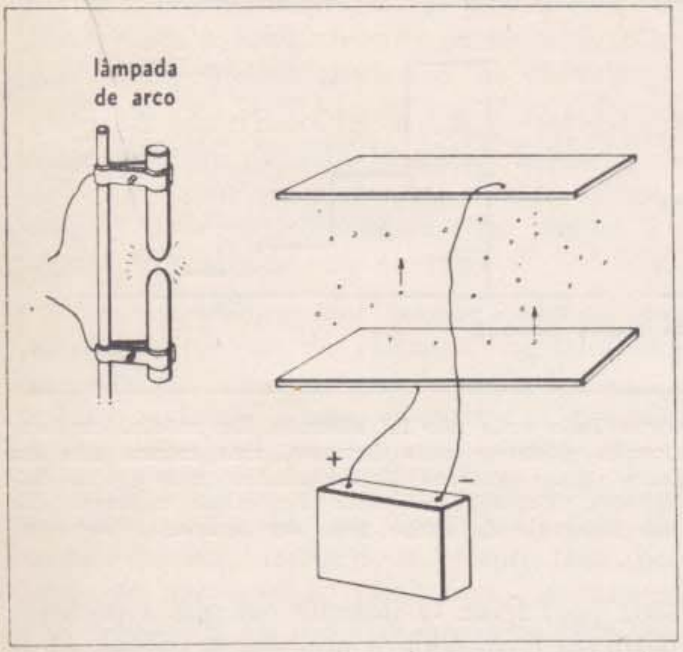
Com o modêlo de Rutherford, a Física clássica avançou até onde podia no conhecimento do átomo. As dificuldades descritas no final do capítulo anterior deixaram claro que sòmente novas idéias fundamentais acêrca dos princípios físicos podiam nos levar mais adiante. Todavia, as dificuldades suscitadas pelo modêlo de Rutherford não eram de modo algum as únicas nem constituiram a primeira indicação de que transformações fundamentais eram necessárias em Física. No fim do século passado, os êxitos da teoria ondulatória clássica da luz foram abalados por dificuldades semelhantes àquelas encontradas pelo modêlo de Rutherford no que diz respeito às leis da dinâmica. Com uma série de novas descobertas, como o efeito foto-elétrico, os Raio-X e a radioatividade, a nova Física começou. Muito embora essa nova Física tenha realizado uma transformação revolucionária na dinâmica, os primeiros indícios que conduziram a essa mudança estavam relacionados com a radiação liminosa e sua interação com a matéria.

Vamos estudar agora as evidências experimentais que exigiram uma revisão da teoria ondulatória da luz. Em seguida, veremos como as idéias que surgiram dêsses estudos conduziram finalmente a uma extensão da dinâmica newtoniana. Então, você poderá ver como são de fato revolucionários os fundamentos da nova Física; verá também que a nova Física foi construida sôbre a Física do passado e conservou com grande êxito as conquistas anteriores dessa ciência.

33 — 1. O Caráter Corpuscular da Luz.

A teoria ondulatória da luz conseguiu êxitos extraordinários na descrição de tôdas as formas de radiação eletromagnética, desde as ondas de rádio medidas em quilômetros, até às ondas de luz, que nos permitem ver, ao microscópio, a menor das células. Daremos, agora, uma descrição de várias experiências, algumas exatamente como foram realizadas, outras apenas ilustrativas do que poderia ser feito, nas quais se submete o modêlo ondulatório a um novo tipo de teste. Êsse teste consiste em analisar o efeito da luz sôbre a estrutura atômica da matéria. Na experiência de Millikan, discutida com um objetivo completamente diferente na Seção 28-5, os Raios-X, que nada mais são do que luz de alta freqüência, libertavam eléctrons de pequenas porções de matéria. Muitas tentativas foram feitas com uma experiência semelhante, uma variação da experiência de Milikan, na qual Raios-X ou radiação ultra-violeta, produzida por uma lâmpada de arco, incide sôbre pequenos pedaços de matéria que se movem entre duas placas carregadas (Fig. 33-1). Perguntamos o que prediz a teoria ondulatória da luz a respeito da emissão de eléctrons dessas pequenas porções de matéria e comparamos o predito com o que realmente acontece.

Quando a luz — que é uma radiação eletromagnética — incide sôbre uma porção de matéria, o campo elétrico da onda de luz empurra os eléctrons nos átomos. Se um eléc-



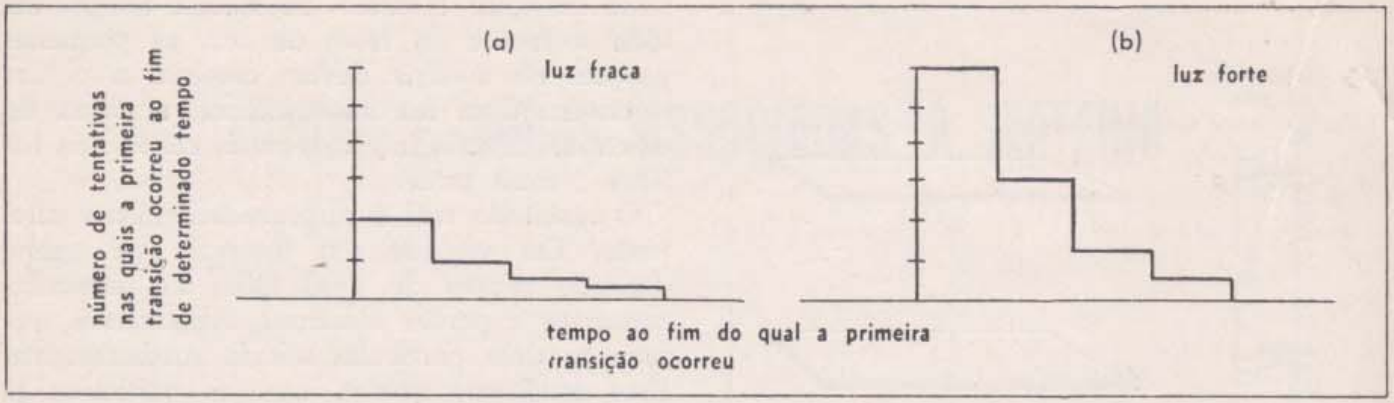
33-1 — A luz proveniente da lâmpada de arco ilumina um grande número de gotículas ou pequenas partículas de metal carregadas e que flutuam entre placas paralelas carregadas — são equivalentes a uma enorme quantidade de "gôtas de óleo de Milikan". Quando a luz atinge as partículas, elas podem perder eléctrons. Cada vez que uma partícula perde um eléctron, ela começa a subir em direção à placa negativa, pois sua carga positiva tornou-se maior do que era necessário para contrabalançar seu pêso. Em tôda a região iluminada, aqui e ali, sùbitamente uma partícula começa a subir.

tron é arrancado de um átomo, êste fato deve ser um efeito do campo elétrico que tirou o eléctron do seu movimento regular dentro do átomo (talvez você esteja querendo saber por que o campo *magnético* não é importante na emissão de eléctrons).

O campo elétrico varia ràpidamente com o tempo mas, num dado instante, êle tem a mesma intensidade em todos os pontos da frente de onda eletromagnética. Quando tal onda atinge um átomo, ela começa a sacudir os eléctrons. Como esta onda é uniforme numa grande região do espaço, ela atua da mesma forma e quase simultâneamente sôbre os eléctrons de tôdas as pequenas porções de matéria que estão em todo o espaço compreendido entre as placas. Se a luz é fraca, a onda de luz levará um tempo considerável para arrancar os eléctrons do átomo. Como há muitos eléctrons em átomos semelhantes impulsionados ao mesmo tempo e da mesma forma pelo campo elétrico da onda de luz, é de se esperar que muitos eléctrons sejam emitidos quase simultâneamente. Portanto, utilizando luz fraca, deve decorrer certo tempo durante o qual nada acontece e, então, ao mesmo tempo, em tôda a frente do feixe de luz, as pequenas porções de matéria devem começar a perder eléctrons. Com luz mais intensa, a perda de eléctrons deveria iniciar-se mais cêdo; com luz fraca , mais tarde.

O resultado real é surpreendentemente diferente. Em vez de um intervalo de tempo definido depois do qual tôdas as partículas começam a perder eléctrons, constatamos que uma ou duas partículas saltam imediatamente. Êste fenômeno mostra que as partículas já perderam eléctrons e, então, se movem como as gôtas de Millikan sob a influência do campo elétrico entre as placas. As primeiras partículas que se deslocam podem ser encontradas em qualquer parte do feixe de luz. Depois dessas, outras saltarão — uma aquí, outra alí — sem nenhuma ordem particular. Depois de certo tempo, quase tôdas as pequenas porções de matéria terão perdido eléctrons, mas de maneira desordenada. Algumas terão perdido vários eléctrons, outras não terão perdido nenhum.

Se usarmos luz mais fraca, o período de demora pode não ser maior. Se a luz é mais intensa, essa demora pode não ser menor. Ainda que as partículas materiais sejam tão semelhantes quanto possível, elas se comportam diferentemente umas das outras (Fig. 33-2). Sòmente o comportamento médio parece ser o que esperamos. Em têrmos de média, as partículas perdem eléctrons uniformemente em tôda a região onde incide um feixe uniforme de luz. Em média, quando o feixe é intenso, são arrancados mais eléctrons por segundo do que quando o feixe é fraco; porém isto se refere apenas ao valor médio para muitas partículas e muitas experiências. Em qualquer caso partícular, o tempo de espera até que a primeira partícula salta parece ser uma questão de sorte. De vez em quando mesmo com luz extremamente fraca, pode ocorrer imediatamente a perda de um eléctron; por outro lado, usando-se luz muito intensa, pode ser necessário esperar um tempo bastante longo para que o primeiro eléctron seja emitido. A natureza dêste resultado parece desmentir nossa hipótese bem fundamentada de uma frente de onda que oscila suavemente e em fase, deslocando os eléctrons em tôdas as pequenas porções de matéria pelo efeito comulativo do campo elétrico variável.

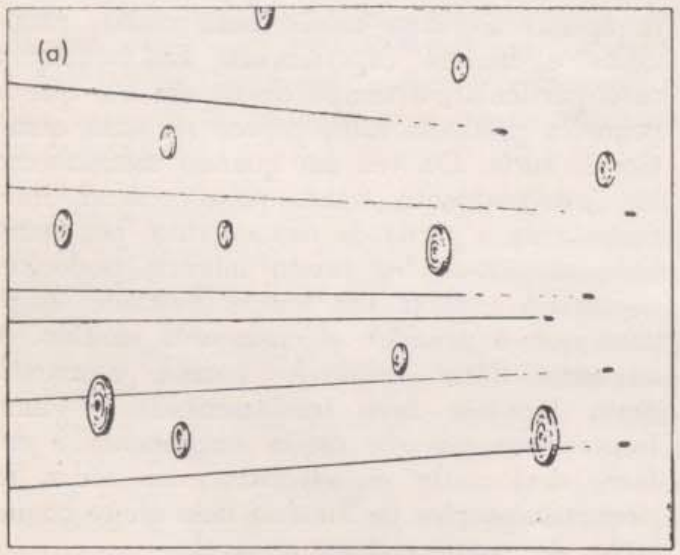


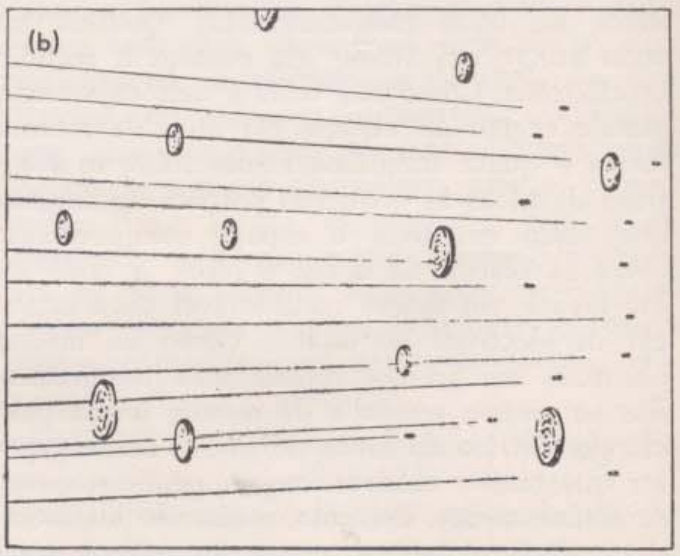
33-2 — No dispositivo da Fig. 33-1, acendemos a luz sùbitamente e aguardamos que a primeira partícula comece a subir. Medimos o intervalo de tempo que decorre até que isso aconteça. O gráfico mostra o resultado de várias dessas medidas. Em (a) a experiência foi realizada com luz fraca; em (b) com luz muito forte. Tudo mais não foi alterado. Em média, luz forte arranca eléctrons mais depressa, mas mesmo com luz fraca alguns eléctrons são arrancados quase que imediatamente. Experiências mais avançadas mostram que êsse intervalo de tempo pode ser inferior a 10^{-8}s.

As previsões do nosso modêlo de ondas eltromagnéticas não se ajustam aos fatos, mas conhecemos outro modêlo simples, há muito deixado de lado que, talvez, convenha reexaminar. Suponhamos que, ao invés de uma frente de onda plana, o raio de luz seja constituido por um conjunto de pequenas partículas em movimento rápido, como uma chuva de projéteis ou um jato de areia. (Fig. 33-3).

Em tal feixe de luz, a colisão de um grânulo de luz com uma diminuta partícula material será questão de sorte. As colisões se darão ora aqui ora alí e em tôda a região atravessada pelo feixe. O instante em que a primeira partícula é atingida é também ocasional. Mesmo que o feixe de luz seja fraco, com poucos corpúsculos atravessando uma dada área por segundo, pode acontecer que um grânulo de luz atinja uma partícula logo que o feixe é produzido. Por outro lado, com um feixe intenso, pode acontecer que a densa chuva de grânulos leve algum tempo até produzir uma colisão. Sòmente em média será certo que, com luz intensa, a primeira colisão se produza ao fim de pouco tempo e que as colisões seguintes venham em rápida seqüência. Esta imagem

33-3 — Analogia entre projéteis lançados ao acaso contra um conjunto de alvos e um feixe de luz arrancando eléctrons. (a) Os projéteis provêm de um pequeno número de rifles; o "feixe" é fraco; em geral é preciso esperar bastante tempo para observar um choque; ocasionalmente teremos a sorte de observar imediatamente uma colisão. (b) Com muitos rifles, o "feixe" é intenso; as colisões tornam-se freqüentes e, em média, espera-se menos tempo para o primeiro choque; mas acontece também, muitas vêzes, que êle demora tanto ou mais do que demorou, algumas vêzes, com o feixe fraco. Qual será o próximo alvo atingido é, naturalmente, uma questão de acaso.





dá uma descrição precisa e convincente da forma como a luz provoca a emissão de eléctrons das pequenas partículas de matéria.

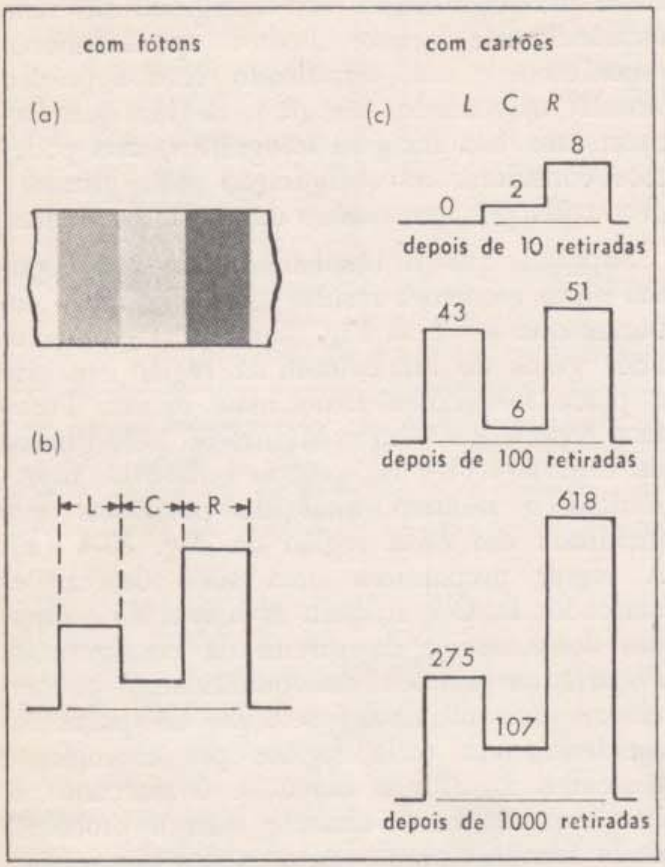
Segundo êste modêlo, a luz é corpuscular e seus grânulos chamam-se *fótons*. Êsses fótons são os projéteis ou partículas de luz; quando atingem uma partícula de matéria podem dar lugar à emissão de um eléctron.

Nossa experiência em que se detecta diretamente a ejecção de eléctrons de partículas materiais por meio de um feixe de luz não é o único meio de mostrar o caráter corpuscular da luz. Uma chapa fotográfica é recoberta por uma camada de pequenos cristais, cada um dos quais pode ser modificado pelo impacto da luz, tornando-se escuro em presença de uma solução reveladora. A imagem não é formada de maneira contínua, mas pelo acúmulo casual de grânulos enegrecidos. Êste processo é demasiadamente complicado para que possamos interpretar a luz baseados apenas nêle — os grãos da chapa fotográfica diferem em sua constituição atômica, por exemplo — mas êle reforça as conclusões que tiramos da experiência direta de ejecção de eléctrons. Com outros dispositivos em que se dá emissão de eléctrons, como a célula foto-elétrica ou o tubo de imagens da câmara de televisão, pode-se observar a imagem sendo formada pela luz ponto por ponto. Com luz muito fraca, os impactos sucessivos são tão espaçados que nossos olhos podem fàcilmente seguilos. A imagem qualquer que ela seja, é formada lentamente pelo acúmulo de colisões casuais, muitas onde incide muita luz, poucas onde a iluminação é fraca. Sòmente depois que muitas partículas de luz incidiram sôbre uma pequena área — num feixe intenso, ràpidamente, num feixe fraco depois de um tempo suficiente — é que o acúmulo se torna tão denso que se perdem todos os traços de sua estrutura granular.

33 — 2. A Regularidade do Acaso.

É fácil convencê-lo de que a acumulação de acontecimentos casuais, alguns mais prováveis do que outros, dará origem, finalmente, a uma configuração regular. O melhor é realizar uma experiência que mostre de que maneira um significado vai emergindo de uma seqüência de acontecimentos aparentemente esporádicos e sem significado. Não é prático simular os miríades de grãos de luz que formam uma boa imagem fotográfica, mas podemos considerar a configuração mais grosseira produzida por um número menor de partículas.

Suponha que o bombardeamento de alguma placa receptora resulte na configuração em barras que se vê na Fig. 33-4 (a). Certamente mais grãos de luz cairam na região em que a placa fotográfica ficou mais escura. Podemos representar essa configuração pelo gráfico da Fig. 33-4 (b), no qual as ordenadas representam o número total de partículas que incidiram em cada região da Fig. 33-4 (a). A seguir preparamos uma série de cartões marcados L, C e R, para as barras da esquerda, do centro e da direita da configuração. Preparamos cartões em quantidades proporcionais aos números previstos de partículas incidentes em cada região; por exemplo, 3 marcados L, 1 marcado C, e 6 marcados R. Isso exprime razoàvelmente bem a probabilidade admitida para cada uma das três regiões. Agora, embaralhe os cartões e retire um ao acaso. Anote qual foi o cartão, recoloque-o junto aos outros, torne a embaralhar e tire de novo ao acaso. Faça isso muitas vezes. De cada vez, verifique qual a letra marcada no cartão e, num gráfico semelhante ao da Fig. 33-4 (b), aumente a altura da coluna correspondente. A princípio, a configuração não se define claramente, exceto em casos raros, devido a um acaso extraordinário. Pouco a pouco, a configuração vai emergindo e, se você tiver paciência suficiente para retirar cartões alguns milhares de vezes, a configuração, embora resultante de acontecimentos casuais, apresentará finalmente, é quase certo, uma configuração tão regular quanto a de um gráfico construido deliberadamente. Os resultados de uma experiência dêsse tipo estão registrados na Fig. 33-4 (c) e, se você mesmo realizar a experiência, terá uma idéia melhor ainda de como tais configurações podem surgir. Certamente os grãos de luz não são cartões; na realidade, não estamos fazendo uma experiência com a luz, mas com as leis do acaso e da probabilidade. Mas muitas experiências mostraram que a formação de imagens pela luz segue em todos os detalhes quanti-



33-4 — Formação gradual do gráfico representativo de uma distribuição de acontecimentos que dependem do acaso. (a) Configuração em forma de barras claras e escuras representativa de algum tipo de interferência. (b) Gráfico correspondente à configuração indicada em (a) e que indica como a intensidade da luz varia com a posição. (c) Gráficos correspondentes a experiências nas quais o mesmo tipo de configuração surge de um processo de tirar cartões ao acaso, tendo-se antes ajustado corretamente a probabilidade de cada tipo de cartão sair. O gráfico obtido quando tiramos, ao acaso, *poucos* cartões não tem semelhança alguma com o resultado final, obtido tirando-se *um grande número* de cartões. Quanto maior o número de cartões tirados, mais o gráfico se aproxima da configuração esperada. As fontes de luz habituais produzem imagens formadas por 10^{12} ou mais fótons por segundo.

tativos exatamente as mesmas leis que os cartões embaralhados e tirados ao acaso.

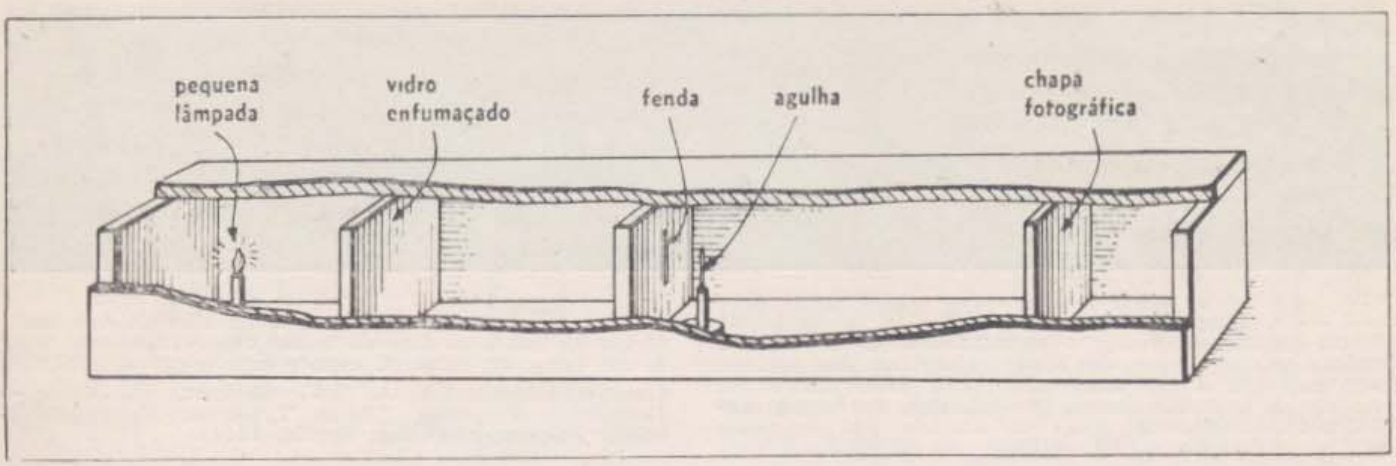
Com êsse modêlo, produzimos, a configuração regular final e, também, o processo flutuante e irregular de construção dessa configuração.

É exatamente por êsse motivo que as imagens finamente detalhadas captadas por uma câmara de televisão ou por uma câmara fotográfica só podem ser formadas se houver luz suficiente. O mínimo inviolável de luz é estabelecido pelo caráter granular da luz. Por mais sensíveis que sejam os receptores de luz,a imagem só pode ser produzida se houver grãos de luz em quantidade suficiente. É de se notar que os efeitos sôbre o ôlho humano do caráter intrìnsicamente granular da luz foram demonstrados usando-se a luz mais fraca que o ôlho humano pode ver. Nossos olhos têm aproximadamente a mesma sensibilidade que qualquer receptor de luz provido de lentes do mesmo tamanho, que tenha o mesmo tempo de reação e que trabalhe na mesma faixa de comprimentos de onda. Êles estão muito próximos do limite natural.

33 — 3. O Caráter Granular e o Fenômeno de Interferência.

Com luz extremamente fraca, observamos o o efeito de cada grão individualmente. Pequenos corpúsculos de luz chegam ao acaso, aqui e acolá, mais numerosos onde a luz é mais intensa, menos numerosos onde a luz é mais fraca. Êsse modêlo corpuscular da luz é muito diferente da idéia que fazemos habitualmente de ondas. Parece não ter relação alguma com interferência e difração. Será possível que as propriedades ondulatórias, demonstradas tão claramente em experiências de interferência, sejam válidas sòmente para luz forte, onde os muitos "grãos" de luz interagem produzindo resultados de caráter ondulatório? Ou, quem sabe, pode-se obter interferência também com luz fraca? Essa questão foi testada há 50 anos atrás por Geofrey Taylor, jóvem estudante da Universidade de Cambridge, que mais tarde, tornou-se "Sir Geoffrey", por sua dedicação à Física.

Numa caixa hermèticamente fechada, Taylor colocou uma pequena lâmpada que projetava a sombra de uma agulha sôbre uma chapa fotográfica (Fig. 33-5). Escolheu as dimensões de forma que as bandas de difração em tôrno da sombra fossem perfeitamente visíveis. A seguir reduziu a intensidade da luz. Foram necessárias exposições cada vez mais longas para obter boas fotografias. Finalmente, fez uma exposição que durou dois meses (conta a história que êle passou êsse tempo velejando). Mesmo nessa chapa as bandas de difração ficaram perfeitamente visíveis, embora êle pudesse provar que, para luz tão fraca, nunca havia dentro da caixa mais do que um corpúsculo de luz de cada vez. Portanto, a interferência ocorre mesmo para



33-5 — Experiência de G.I. Taylor, por meio da qual ficou provado que a figura de interferência é formada corretamente mesmo que apenas 1 fóton de cada vez esteja presente no aparêlho. Para projetar a sombra de uma agulha, êle usou luz que atravessava uma fenda e obteve, nos bordos da sombra, nítidas franjas de interferência, mesmo quando a luz provinha de uma fonte tão fraca e atravessava tantos objetos absorventes que foi necessária uma exposição de três meses.

partículas de luz isoladas, para cada fóton individualamente.°

A experiência de Taylor não é a única que leva a essa conclusão. Há muitas outras. Atualmente, uma célula foto-elétrica ligada a um amplificador pode tornar audível a chegada de cada fóton. É interessante ouvir os "cliques" que assinalam a chegada dos fótons que produzem uma figura de interferência de duas fendas. Enquanto você presta atenção e ouve, a figura é formada pelos fótons que chegam um a um. Tôdas as experiências de interferência funcionam dessa maneira: os fótons chegam um de cada vez. Portanto, somos forçados por uma evidência experimental direta a acreditar que o comportamento ondulatório aplica-se a cada fóton individualmente.

O que pode significar "comportamento odulatório de um único fóton"? Teremos ainda muita coisa a dizer a respeito dêsse assunto que não é absolutamente simples. Por enquanto diremos apenas que a onda eletromagnética fixa de alguma maneira a probabilidade do aparecimento de um fóton. Nas regiões em que o campo, na onda, é intenso, teremos maior probabilidade de encontrar fótons; onde o campo é fraco, a probabilidade de encontrar fótons é menor. Onde o campo se anula, não há fótons. Quando a onda interage com a emulsão fotográfica ou com a célula foto-elétrica, o que acontece não é que cada fóton individualmente se espalha pela figura de interferência, mas sim, que cada fóton atinge o anteparo num lugar bem determinado. Mas a probabilidade de que chegue um fóton é maior nas zonas em que a figura de interferência é mais intensa. A probabilidade de chegada numa região em que a intensidade é a metade da primeira é também a metade da primeira probabilidade, e assim por diante. As probabilidades de chegada para cada fóton têm exatamente a mesma configuração das intensidades na figura de interferência (as raias claras e escuras). Assim, depois que muitos fótons chegaram, a figura de interferência fica formada pelo efeito cumulativo de todos êles.

(°) Taylor sabia que só havia um fóton de cada vez dentro da caixa (e, freqüentemente, nenhum) porque, a partir da energia de um fóton e da intensidade da luz, êle podia calcular o número de fótons em qualquer trecho de comprimento conhecido do feixe de luz. Êle chegou à conclusão de que a distância média entre os fótons era maior do que o comprimento da caixa. Assim sendo, havia muitos momentos em que não havia fóton algum dentro da caixa. Você poderá realizar êsse tipo de cálculo depois de estudar a próxima seção.

33 — 4. O Efeito Foto-Elétrico.

Onde e quando chega um fóton é uma questão de probabilidade. Por outro lado, um fóton comporta-se *de cada vez de maneira perfeitamente individualizada*, como uma partícula com energia e quantidade de movimento perfeitamente definidas; não se trata de um comportamento *em média*.

33-6 — A câmara de neblina mostra a absorção de fótons de um em um, e o enfraquecimento do feixe à medida que os fótons vão sendo removidos. Êles entram pela esquerda e vão sendo absorvidos pelos átomos de argônio do gás. Arrancam foto-eléctrons em cujas trajetórias acumulam-se gotas de neblina que aparecem em branco na fotografia. Note a semelhança das trajetórias de todos os foto-eléctrons. Na realidade a "luz" é um feixe de raios X com comprimento de onda de aproximadamente 0,2 Å. (W. Gentner, H. Maier — Leibnitz e W. Bothe, "Atlas Typischer Nebelkammerbilder", Springer Verlag, Berlin, 1940).

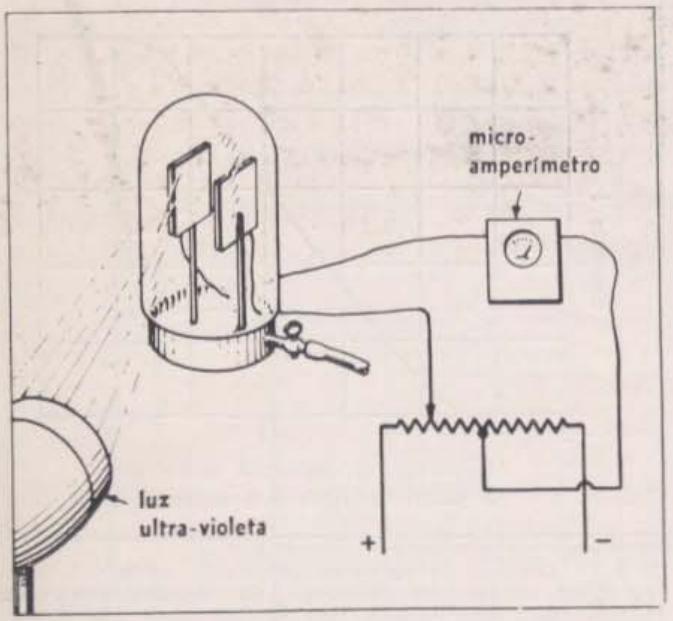
Verifica-se isso diretamente observando-se a ejecção de um eléctron provocada por um fóton, não de um pedaço macroscópico de matéria, mas de um único átomo. Na Fig. 33-6, um feixe de fótons vindo da esquerda atinge o gás contido numa câmara de neblina. Os fótons arrancam eléctrons, aqui e acolá, de alguns átomos do gás. Os pequenos acúmulos de gotas de água formam-se nos lugares em que eléctrons foram arrancados. Depois de certo tempo, o feixe de fótons fica sensìvelmente enfraquecido, pois, para cada eléctron arrancado, um fóton é removido do feixe. Pode-se verificar isso observando-se os fótons penetrarem no gás numa extensão suficiente para que pràticamente todo o feixe seja absorvido. A energia do feixe de luz passa para o gás e a maior parte dela aparece como energia cinética dos eléctrons arrancados.

Todos os eléctrons produzem rastros de aproximadamente o mesmo comprimento, qualquer que tenha sido o lugar em que foram arrancados. Portanto, todos os eléctrons devem ter recebido aproximadamente a mesma energia. Dêsse ponto de vista, todos os acontecimentos foram iguais; em particular, todos os fótons que produziram êsses acontecimentos são iguais. Um feixe mais fraco significa menor número de fótons, não fótons de menor energia. Quando estudamos o equilíbrio de energia mais detalhadamente, chegamos à conclusão de que a energia é conservada em cada acontecimento particular, e confirmamos a idéia de que um feixe mais fraco apenas significa menos fótons.

Essa experiência com câmara de neblina não pode ser realizada usando-se fótons de luz visível. Na experiência em que se obteve a fotografia da Fig. 33-6, foram usados raios-X de comprimento de onda da ordem de alguns décimos de angstrom. Com êsse comprimento de onda, pode-se observar cada processo individualmente. Com raio X de menor comprimento de onda, os foto-eléctrons são arrancados mais violentamente e observa-se com mais facilidade ainda que os vários acontecimentos são todos iguais.

Usando-se luz ultra-violeta, pode-se fazer um estudo mais detalhado, embora menos direto, do processo de ejecção de eléctrons pela luz. Êsse processo é chamado efeito foto-elétrico. Êle pode ocorrer numa superfície metálica, num líquido ou em átomos isolados de um gás.

Para estudar o efeito foto-elétrico, podemos usar a célula foto-elétrica, um dispositivo simples, embora não seja fácil construí-lo. Trata-se de uma ampola de vidro, na qual se faz um vácuo de primeira classe, com duas placas de cobre realmente limpas montadas em seu interior (Fig. 33-7), e dois fios condutores que permitem fazer ligações elétricas com as placas. Aplica-se uma diferença de potencial de vários volts entre as placas e faz-se incidir luz sôbre a superfície interna de uma delas. Se iluminarmos a placa positiva, nenhuma corrente mensurável atravessará o vácuo. Se, em vez disso, iluminarmos a placa negativa, passará uma corrente. Evidentemente, eléctrons estão passando através do vácuo. Se interrompemos o fluxo luminoso, a corrente cessa. Se restabelecemos o feixe de luz, a corrente recomeça a passar imediatamente — medidas diretas mostram que o atraso na emissão foto-elétrica é certamente menor do que 10^{-8} s. A corrente não é intensa,



33-7 — A célula foto-elétrica. Dois eletrodos de cobre são montados dentro de um tubo de vidro em que foi feito um ótimo vácuo, e são ligados ao exterior por meio de condutores. O circuito permite o ajuste da diferença de potencial entre as placas. O cursor é ligado à placa não iluminada e está disposto de tal maneira que permite tornar essa placa positiva ou negativa em relação à iluminada.

mas é fàcilmente mensurável; uma placa de cobre de alguns centímetros quadrados exposta simplesmente à luz solar fornece uma corrente foto-elétrica de alguns micro-ampères. A corrente cresce e decresce proporcionalmente à intensidade da luz dentro de um amplo domínio de variação. As células foto-elétricas têm várias aplicações práticas, desde mecanismos para abrir portas até a produção do som no cinema sonoro.

Além disso confirmam o que sabíamos. Quando a luz incide sôbre a superfície de uma substância, eléctrons são libertados. O número de eléctrons libertados é proporcional ao número de fótons. Tudo isso é coerente, mas temos uma surpresa quando mudamos o comprimento de onda da luz usada. A célula com eletrodos de cobre não fornece corrente alguma com luz vermelha ou verde, por mais intenso que seja o feixe; só luz ultra-violeta ou de comprimento de onda menor ainda é que produz corrente.

Talvez isso só aconteça com o cobre. Tentemos com uma outra substância. Continuemos a experiência usando uma célula em que as placas são revestidas de potássio. Com essa célula, a luz visível azul produz corrente, mas luz vermelha não. Existe um limite, ou um "limiar", como se costuma dizer, na luz verde (para o cobre, o limiar está entre a luz visível e a ultra-violeta). Se o comprimento de onda da luz é ligeiramente maior do que o valor limiar, não se produz corrente, mesmo que a luz inunde a superfície da placa, ao passo que, se o comprimento de onda é ligeiramente inferior ao limiar, produz-se corrente por mais fraco que seja o feixe.

Tôdas as substâncias têm um limiar foto-elétrico que depende da natureza da substância. Mas há um ponto em comum: para ondas longas, o efeito foto-elétrico não se produz e, para ondas curtas — isto é, para luz de freqüência suficientemente alta — produz-se o efeito. Nenhum modêlo ondulatório consegue explicar êsses resultados que, no entanto, são perfeitamente coerentes com a idéia de fótons. Um determinado eléctron é arrancado por um fóton particular. A intensidade do feixe determina o número de fótons. Portanto a corrente é proporcional à intensidade da luz. Mas o caráter da colisão de cada fóton sua habilidade de arrancar um eléctron, não depende absolutamente de quantos outros estão presentes. É uma propriedade de cada fóton individualmente e, de alguma maneira, depende do comprimento de onda da luz. Luz de pequeno comprimento de onda parece mais eficiente do que de grande comprimento de onda. Qualquer superfície libertará eléctrons quando atingida por fótons de luz suficientemente azul. Algumas poucas substâncias libertam eléctrons com fótons de luz vermelha e de qualquer outra luz de menor comprimento de onda.

Algumas combinações engenhosas, notadamente do metal alcalino césio dissolvido com oxigênio sôbre uma superfície de prata, têm limiar no infravermelho; mas metais como a platina não respondem a qualquer luz que passe através de vidro; sòmente se utilizarmos luz do extremo ultra-violeta é que obteremos corrente.

33 — 5. Interpretação de Einstein do Efeito Foto-Elétrico.

Já vimos alguma coisa do mecanismo do efeito foto-elétrico. Sabemos que êle envolve alguma particularidade da superfície foto-elétrica. Sabemos também que êle requer, de

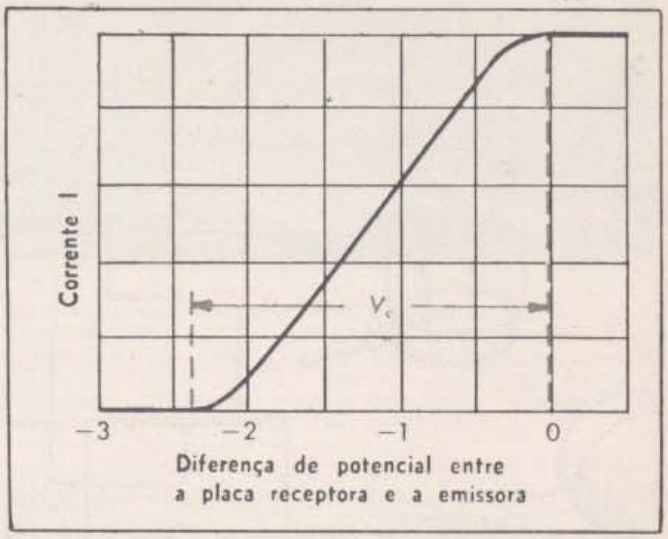
preferência, luz de alta freqüência. Isso sugere que os fótons se caracterizam de alguma maneira pela frequência. É razoável admitir que os fótons da luz veremelha sejam diferentes dos fótons da luz azul. Os fótons devem ser portadores da informação que se manifesta como comprimento de onda quando ondas de luz interferem. Para descobrir de que maneira a freqüência está contida nos fótons, precisamos fazer alguma coisa nova. Precisamos saber com que violência os foto-eléctrons são ejectados.

No dispositivo indicado na Fig. 33-7, podemos ajustar o potencial aplicado. Obtemos corrente máxima, para determinada superfície e determinada intensidade de iluminação, fazendo a placa receptora ligeiramente positiva em relação à emissora. Depois disso, mesmo que elevemos o potencial, a corrente não aumenta; evidentemente já estamos recolhendo todos os foto-eléctrons emitidos (Fig. 33-8). Podemos, a seguir, inverter o potencial, fazendo positiva a placa emissora. Nesse caso, os eléctrons são atraidos de volta para a placa emissora quando tentam se afastar dela; entretanto a foto-corrente não se anula. Ao que parece, a luz comunica a alguns foto-eléctrons energia suficiente para que superem o potencial retardador. Finalmente, se vamos aumentando o potencial retardador, a corrente cessa quando aquêle potencial atinge determinado valor. Mesmo luz mais forte (se o comprimento de onda permanece o mesmo) não restaura a foto-corrente. Nenhum dos foto-eléctrons tem energia suficiente para ir de uma placa à outra contra êsse potencial retardador. Nós o chamamos "potencial de corte" (Fig. 33-8).

O potencial de corte V_c constitui um meio de estudarmos a energia comunicada a cada eléctron no ato da emissão. Medido em joules/carga elem., e multiplicado pela carga elementar do eléctron, êle nos dá a energia que deve ser retirada dos eléctrons mais rápidos para impedir que êles atravessem o espaço entre as placas. Êle nos dá, portanto, a energia cinética máxima com a qual os foto-eléctrons são emitidos:

$$E_{el.} = (1 \text{ carga elementar}) \times V_c$$

Usando, então, o potencial de corte, podemos medir a energia cinética máxima dos foto-eléctrons quando se usam feixes de luz

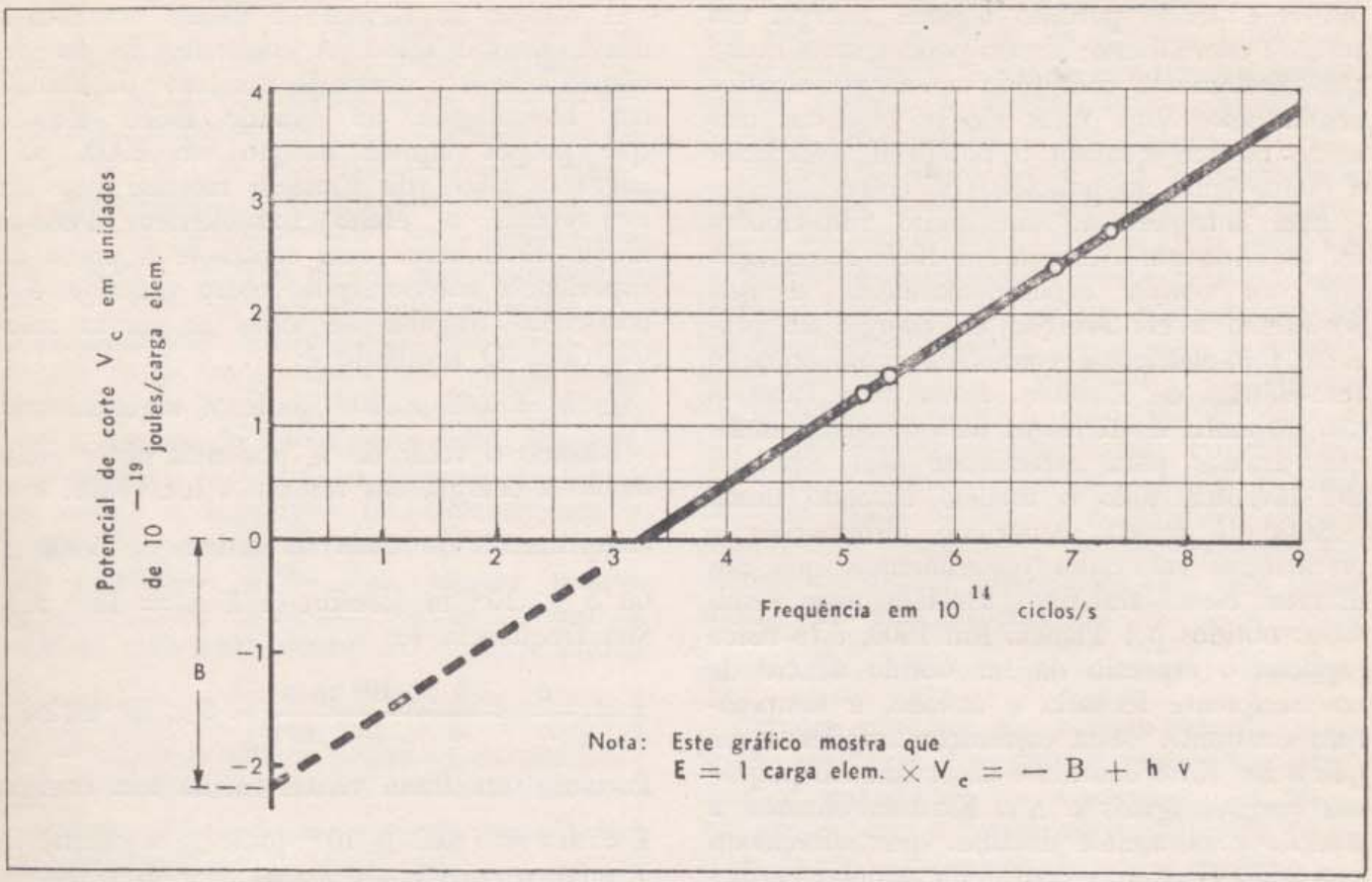


33-8 — Gráfico da corrente produzida pelos foto-eléctrons em função da diferença de potencial entre as placas, para determinado tipo de luz. Note que a corrente cessa sòmente quando a placa receptora já está a um potencial negativo em relação à placa emissora. Êsse valor é chamado potencial de corte (V_c).

de diferentes côres. Quando atingimos o potencial de corte usando luz de determinado comprimento de onda, verificamos que é sempre possível restaurar alguma foto-corrente usando luz de menor comprimento de onda. Essa observação nos mostra que, quanto menor o comprimento de onda da luz, mais energia os fótons podem dar aos eléctrons. Podemos determinar exatamente essa energia medindo os potenciais de corte para comprimentos de onda cada vez mais curtos.

Se transpuzermos para um gráfico os resultados de uma série de experiências com luz de diferentes côres, constataremos a existência de uma relação simples e fundamental, como se vê na Fig. 33-9. Essa figura mostra a dependência entre o potencial de corte e a freqüência (em vez do comprimento de onda) da luz.(*) Para qualquer substância, a curva do potencial de corte em função da freqüência é uma linha reta, com um coeficiente angular que chamaremos h. O coeficiente h é o mesmo

(*) Em Física moderna, a freqüência é quase sempre representada pela letra grega ν (leia-se *nu*) em vez da letra *f*. Daqui por diante, usaremos essa notação padronizada. Assim, quando você estudar Física moderna em outros livros, já estará familiarizado com certos símbolos. Por exemplo, a relação entre a velocidade da luz, sua freqüência e seu comprimento de onda será escrita: $c = \lambda \nu$, com o mesmo significado da expressão $c = \lambda f$, que você viu na Parte II.



33-9 — Resultados de experiências realizadas com o aparêlho da Fig. 33-7, usando-se várias fontes de luz e filtros de várias côres. O potencial de corte está indicado em função da freqüência da luz usada.

para todos os materiais; apenas o parâmetro B é que varia de material para material. Conseqüentemente, os gráficos para tôdas as substâncias podem ser descritos pela relação geral:

$$E_{el} = (1 \text{ carga elem.}) \times V_c = -B + h\,\nu$$

onde h tem sempre o mesmo valor, B é constante para cada substância e ν é a freqüência da luz e tem um valor determinado para cada côr do espectro.

A experiência mostra claramente a distinção entre o papel da luz e o da superfície foto-elétrica. A superfície é representada apenas pelo termo $-B$, que é a ordenada do ponto de intersecção da curva com o eixo dos potenciais (Fig. 33-9). Êsse termo é independente da luz, pois podemos mudar à vontade a freqüência sem alterar o valor de B. Portanto êle só contém informação a respeito da superfície. Por outro lado, a luz é descrita pelo termo $h\nu$, que tem sempre o mesmo valor para luz de mesma freqüencia. Como o coeficiente angular h é o mesmo para tôdas as substâncias, êste termo não tem nada a ver com a natureza da superfície foto-elétrica; êle nos diz de que maneira o fóton contém a informação a respeito da freqüência da luz. Cada fóton é capaz de dar energia aos eléctrons em proporção direta com a freqüência, isto é, E_{el} aumenta na medida em que ν aumenta.

Dentro do modêlo de fótons, podemos interpretar completamente a equação anterior. Cada fóton carrega (ou, talvez, cada fóton *seja*) a energia $h\nu$. Quando o fóton atinge a superfície, êle desaparece e a energia $h\nu$ é transferida. Uma parte dessa energia é necessária para arrancar da superfície o foto-eléctron. Temos aí o valor limiar B. Fótons que tenham menos energia do que êsse valor não podem arrancar eléctrons. Se um fóton tem mais energia do que o valor limiar, êsse excesso aparece como energia cinética do eléctron emitido. Nem todos os eléctrons provêm diretamente da superfície do metal. Alguns são enviados mais para dentro do metal e nunca chegam a sair; outros saem por trajetórias

indiretas, tendo perdido alguma energia em colisões com átomos; alguns poucos saem quase que diretamente com tôda a energia cinética doada pelo fóton; êstes são os eléctrons que ainda passam quando o potencial retardador é quase igual ao potencial de corte.

Esta intrepretação do efeito foto-elétrico foi sugerida por Einstein em 1905. A equação por nós obtida experimentalmente e que representa a conservação da energia no processo foto-elétrico, é conhecida como equação foto-elétrica de Einstein. Entretanto, Einstein não dispunha de todos os dados experimentais que usamos para estabelecer essa equação. Êle inventou todo o modêlo baseado numa quantidade muito menor de informações e predisse os resultados experimentais que nós usamos. Nesse trabalho, Einstein usou resultados obtidos por Planck. Em 1900, êste físico explicou o espectro da luz obtido dentro de um recipiente fechado e isolado, a temperatura constante.* Sua explicação implicava em que a luz fôsse emitida e absorvida em pequenas porções iguais a $h\nu$. Einstein chamou a atenção para muitos detalhes que reforçavam essa idéia. Passou a considerar aquelas pequenas porções iguais a $h\nu$ como partículas de luz — os fótons. Usou-os para fundar a foto-química e previu os resultados de experiências foto-elétricas posteriores.

33 — 6. O Mecanismo do Fóton. Quantidade de Movimento do Fóton.

O efeito foto-elétrico foi explicado pela idéia de fóton. Em qualquer feixe de luz de de freqüência ν, cada fóton leva a energia

$$E = h\nu$$

Esta é a famosa relação de Einstein e Planck. Um feixe de luz é mais ou menos intenso de acôrdo com o número de fótons que transporta por unidade de tempo; mas a energia por fóton, o "quantum" de energia, é sempre o mesmo para determinada freqüência ou comprimento de onda da luz.

A relação de Einstein e Planck constitui a chave para o fóton. A constante de proporcionalidade h é chamada constante de Planck, em homenagem ao grande físico alemão que propôs aquela relação em 1900, poucos anos antes de Einstein mostrar que ela esclareceria o efeito foto-elétrico. Pode-se medir diretamente essa constante a partir da experiência anterior, pois, como vimos, h é o coeficiente angular de tôdas as curvas foto-elétricas. O resultado é:

$$h = 6{,}62 \times 10^{-34} \text{ joule} \times \text{segundo}$$

Usando o valor de h, podemos obter fàcilmente a energia dos fótons. A luz visível tem comprimento de onda da ordem de 5 000 Å ou 5×10^{-7} m (lembre-se 1 Å $= 10^{-10}$ m). Sua freqüência é:

$$\nu = \frac{c}{\lambda} = \frac{3 \times 10^{8} \text{ m/s}}{5 \times 10^{-7} \text{ m}} \approx 6 \times 10^{14} \text{ ciclos/s}$$

Portanto, um fóton visível médio tem energia

$$E = h\nu = (6{,}62 \times 10^{-34} \text{ joule} \times \text{segundo}) \times (6 \times 10^{14} \text{ ciclos/s}) = 4 \times 10^{-19} \text{ joules.}$$

Calculando essa energia em joules, aparece uma enorme potência negativa de dez, o que mostra quão pequena é a energia de um fóton em comparação com as energias dos sistemas mecânicos comuns. Êsse é um caso em que se percebe claramente a conveniência de usarmos uma unidade de energia da mesma ordem de grandeza das energias do eléctron — o eléctron-volt do Capítulo 29. Como 1 eV vale $1{,}6 \times 10^{-19}$ joules, a energia do nosso fóton de luz visível é aproximadamente 2,5 eV. A relação entre o comprimento de onda da luz e a energia do fóton está calculada no quadro abaixo. As energias dos fótons de luz visível vão desde aproximadamente 2 eV (para o vermelho) até uma pouco acima de 3 eV (para o azul).

Essas energias de alguns eléctron-volts por fóton representam provàvelmente o limite inferior das energias que podem produzir modificações químicas importantes — como veremos no próximo capítulo — porque são suficientes para alterar o estado dos eléctrons dentro dos átomos e mesmo para arrancá-los. Portanto, para essas energias, mas não para energias inferiores a essas, os produtos foto-

(*) Um recipiente fechado e isolado provido apenas de um pequeno orifício é, em geral, chamado "corpo negro" porque absorve de maneira quase total a radiação que penetra pelo orifício. Outras teorias a respeito da distribuição de energia radiante num corpo negro entravam em choque violentamente com os fatos experimentais.

gráficos, as superfícies foto-elétricas e a própria retina do ôlho são sensíveis. As diferenças entre as faixas "visíveis" para êsses receptores são excitantes mas, na realidade, muito pequenas. Não se conhece nenhuma superfície foto-sensível que responda a luz infravermelha de comprimento de onda apenas dez vezes maior do que a luz que constitui o limite de sensibilidade do ôlho humano.

Conhecendo-se a energia de um fóton e a energia total transportada por unidade de tempo em um feixe de radiação, pode-se calcular o número de fótons nesse feixe. A seguir, é interessante comparar o número de fótons que atinge a superfície foto-elétrica com o número de eléctrons arrancados. Mesmo para uma superfície muito boa, apenas poucos fótons arrancam eléctrons. Alguns enviam os eléctrons mais para dentro do metal e outros têm sua energia usada de alguma outra maneira. Naturalmente, fótons que tenham menos energia do que a energia limiar não podem arrancar eléctrons de forma alguma.

Quando um fóton colide com matéria, além de transferir energia, transfere também quantidade de movimento. Do ponto de vista do fóton, devemos pensar na pressão da luz exatamente como pensamos na pressão de um gás na teoria cinética. A pressão aparentemente contínua é o resultado de miríades de pequenas colisões que transferem, uma a uma, quantidade de movimento à superfície. Portanto, medindo a pressão exercida por luz de uma única freqüência e dividindo a correspondente quantidade de movimento pelo número de fótons, constatamos que cada fóton transporta uma quantidade de movimento igual a $\frac{h\nu}{c}$, na direção do seu movimento.

Embora a teoria eletro-magnética de Maxwell não incluisse os fótons, ela é compatível com a quantidade de movimento do fóton. De acôrdo com a teoria eletromagnética, qualquer energia E deslocando-se em determinada direção, deve transportar uma quntidade de movimento $\frac{E}{c}$ na mesma direção. Fótons com energia $h\nu$ e quantidade de movimento $\frac{h\nu}{c}$ "obedecem" a essa relação. Portanto, um grande número de fótons pode produzir os mesmos efeitos que uma onda de luz supostamente contínua.

Podemos verificar a quantidade de movimento do fóton diretamente quando um único fóton colide com um eléctron. Para esta experiência, precisamos observar o movimento de um eléctron, e podemos fazê-lo na câmara de neblina. Os eléctrons são fornecidos pelos átomos do gás ou por uma lâmina extremamente fina de matéria colocada na câmara. Êles não vêm em forma livre e o fóton deve arrancá-lo do átomo. Portanto, a energia do fóton deve ser alta em comparação com a energia que liga o eléctron ao resto do átomo.

Mesmo fótons com energia suficiente para arrancar um eléctron do átomo podem não fornecer exatamente o tipo de colisão que desejamos estudar. A menos que usemos um fóton de raios X — realmente um fóton de muita energia — observaremos o efeito foto-elétrico comum, em que a energia do fóton é divi-

A RELAÇÃO ENTRE A ENERGIA DO FÓTON E O COMPRIMENTO DE ONDA DA LUZ

A relação entre a energia do fóton e o comprimento de onda da luz correspondente pode ser deduzida da seguinte maneira:

$$\lambda = \frac{c}{\nu} = \frac{hc}{h\nu} = \frac{hc}{E_{\text{fóton}}}$$

$hc = (6{,}62 \times 10^{-34}\ \text{joule} \times \text{s}) \times (3 \times 10^{8}\ \text{m/s}) = 1{,}99 \times 10^{-25}\ \text{joule} \times \text{m}$

Além disso, há 10^{10} Å/m e $6{,}25 \times 10^{18}$ eV/joule. Portanto,

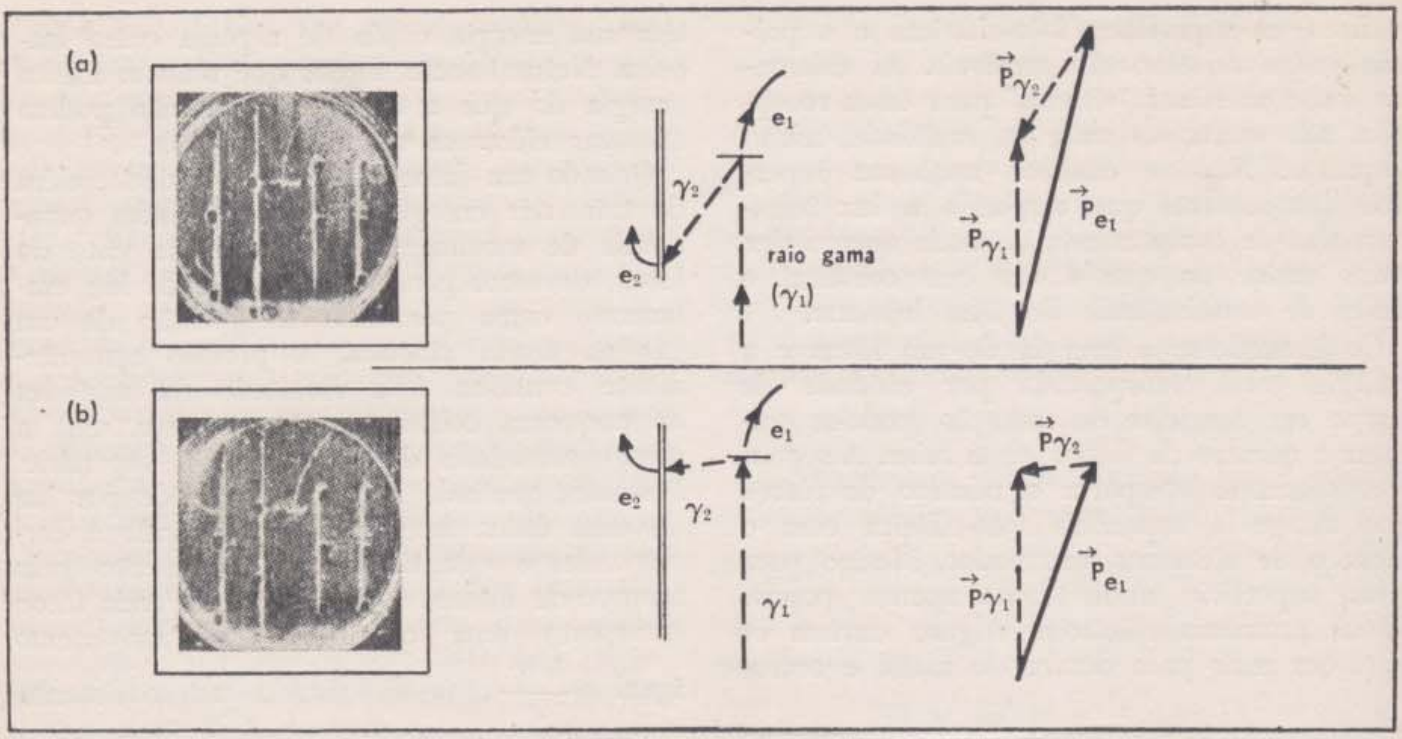
$hc = (1{,}99 \times 10^{-25}\ \text{joule} \times \text{m}) \times (10^{10}\ \text{Å/m}) \times (6{,}25 \times 10^{18}\ \text{eV/joule}, = 1{,}24 \times \times 10^{4}\ \text{eV} \times \text{Å}.$

Isto significa que

$$\lambda\ (\text{em Å}) = \frac{1{,}24 \times 10^{4}}{E}$$

onde E é a energia do fóton em eléctron-volts. Rigorosamente, a enregia, em eléctron-volts. Rigorosamente, a energia, em eléctron-onda λ, medido em angstroms, é dada por:

$$\lambda E = 12{,}397\ \text{eV} \times \text{Å}$$



33-10 — O efeito Compton. A esquerda: fotografias de câmaras de neblina. Centro: esquemas das trajetórias de eléctrons e de fótons de raios gama. À direita: diagramas vetoriais indicando as variações de quantidade de movimento. Em (a) e (b), o raio gama com energia de aproximadamente 2 MeV penetra na câmara pela parte inferior da fotografia, atinge uma fôlha de mica e produz ocasionalmente o efeito Compton arrancando um eléctron cuja trajetória, em geral, é para a frente. O fóton re-emitido, tendo perdido energia e quantidade de movimento, sai em outra direção e arranca um foto-eléctron das tiras de chumbo colocadas na câmara de neblina. Isto revela sua trajetória. Mede-se a curvatura da trajetória do eléctron produzida por um campo magnético conhecido; isso permite verificar a conservação da energia e da quantidade de movimento. (Fotografias de: Crane, Gaerttner e Turin, "Estudo do Efeito Compton com a câmara de neblina", Physical Review, vol. 50, 1936).

dida entre a energia cinética residual do electron e a energia necessária para arrancá-lo do átomo, a quantidade B, que representa o foto-limiar. No efeito foto-elétrico, a quantidade de movimento também vai em parte para o átomo, e a conservação da quantidade de movimento não envolve apenas o eléctron e o fóton. Mas se usarmos fótons de muito mais energia, produzidos por raios X de alta voltagem ou por raios gama nucleares, a energia de ligação do eléctron com o átomo torna-se comparativamente pequena. Nesse caso, o eléctron é arrancado e leva consigo pràticamente tôda a energia e tôda a quantidade de movimento perdida pelo fóton. Êste novo processo é chamado efeito Compton, em homenagem ao físico americano A.H. Compton.

No efeito Compton, o fóton não é absorvido. Êle aparece depois da colisão, movendo-se numa nova direção, com energia e quantidade de movimento reduzidos. O eléctron sai em outra direção levando consigo alguma energia e alguma quantidade de movimento. Em cada colisão dêsse tipo, a energia inicial do fóton fica repartida, depois da colisão, entre o fóton e o eléctron. A quantidade de movimento também é conservada. A quantidade de movimento inicial do fóton fica repartida, depois da colisão, entre o fóton e o eléctron. A Fig. 33-10 mostra duas fotografias de eléctrons que receberam quantidade de movimento quando sofreram o impacto de um fóton. Vemos diretamente que o fóton trouxe quantidade de movimento. Podemos verificar a conservação da quantidade de movimento somando os vetores, como está esquematizado na Fig. 33-10. Podemos repetir essa verificação para cada colisão dêsse tipo, usando sempre como quantidade de movimento do fóton a expressão: $p = \dfrac{h\nu}{c}$. Como resultado, temos uma prova convincente de que

$$p = \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda}$$

é a quantidade de movimento do fóton.

As relações

$$p = m v \text{ e } E_c = \frac{m v^2}{2} = \frac{pv}{2},$$

que aprendemos para partículas de pequenas velocidades, *não se aplicam aqui*. Em vez disso, $p = \frac{h \nu}{c}$ e $E = h\nu$ dão: $E = pc$. Isto *não é* alguma coisa peculiar a um fóton; trata-se de uma verificação da teoria da relatividade, que modifica as leis mecânicas nos casos de movimentos com velocidades próximas da da luz. Ora, o fóton move-se com a velocidade da luz; seu comportamento mecânico não deve ser descrito pelas equações de Newton para o movimento, mas pelas equações ligeiramente modificadas de Einstein. A relatividade está fora do escôpo dêste livro; faremos uma pausa apenas para assinalar que, no domínio atômico, as leis da mecânica relativista foram amplamente verificadas. Naturalmente, elas devem concordar com as leis de Newton sempre que forem aplicadas a objetos que se movem lentamente em comparação com a velocidade da luz. E, de fato, elas concordam.

33 — 7. Fótons e Ondas Eletro-Magnéticas.

Que relação tem com tudo isso o modêlo ondulatório? Pode parecer que nenhuma, mas não podemos esquecer tôda a evidência experimental discutida na Parte II a respeito das ondas de luz, nem a evidência de que existem ondas eletromagnéticas de vários tipos, como vimos na Seção 31-12.

De alguma maneira, os fótons e as ondas eletromagnéticas têm que se adaptar mùtuamente e já vimos que isso é possível para fenômenos que envolvem grande número de fótons, nos quais importa apenas o efeito médio. Na Seção 33-3, vimos que as figuras de interferência — um efeito tìpicamente ondulatório — são formadas por fótons que atingem, de um em um, diferentes pontos do anteparo. Vamos considerar de nôvo a relação entre ondas e fótons.

Em primeiro lugar precisamos verificar se os fótons são compatíveis com tudo o que sabemos a respeito das ondas eltromagnéticas na região de comprimentos de onda que vão desde milímetros até quilômetros. Produzimos e detectamos essas ondas usando válvulas e antenas percorridas por correntes alternadas e não usando átomos ou eléctrons isolados, e temos provas mais do que suficientes de que o modêlo ondulatório concorda com os fatos da transmissão radiofônica.

Nessa faixa, as freqüências são pequenas em comparação com os valores atômicos. Freqüências de alguns quilociclos representam o limite inferior das freqüências usadas em radiotécnica, enquanto que a freqüência de um milhão de megaciclos está além das técnicas mais avançadas de radar e micro-ondas e quase atinge a faixa do infra-vermelho. Entretanto, mesmo essas freqüências de rádio extremamente altas dão para os fótons uma energia realmente muito pequena, por causa do pequeno valor de h.

Para 1 megaciclo, por exemplo, os fótons da onda de rádio têm a energia

$$h\nu = (6{,}62 \times 10^{-34} \text{ joules} \times \text{segundo}) \times (10^6 \text{ ciclos/segundo}) = 6{,}62 \times 10^{-28} \text{ joules.}$$

Como há $6{,}25 \times 10^{18}$ eV/joule, temos:

$$h\nu = 4 \times 10^{-9} \text{ ev.}$$

O fato da energia de um fóton ser tão pequena significa que um sinal de rádio só pode ser detectado se contiver um número muito grande de fótons. Para um bom rádio-receptor o limite inferior é da ordem de 10^{10} fótons/segundo. Com um número tão grande de fótons, o que detectamos é o comportamento médio. O resultado é a transferência aparentemente contínua de energia da onda para a matéria, como esperamos na teoria ondulatória. O fato de lidarmos habitualmente com grandes números de fótons é responsável por não percebermos, em geral, o caráter granular, a menos que tentemos com muito afinco detectá-lo.

Poderíamos mesmo suspeitar de que não haja fótons na luz de grande comprimento de onda. Mas, atualmente, temos provas experimentais da absorção e emissão de fótons de "rádio-freqüência" por parte de átomos e moléculas (veja Seção 34-3). Sabemos, portanto, que ambas as descrições, a de fótons e a de ondas, têm razão de ser.

Considerando freqüências mais altas, passamos para a faixa da luz visível. Em qual-

quer feixe de luz que pareça brilhante aos nossos olhos, o número de fótons é grande. A luz solar, por exemplo, representa uma chuva de 10^{17} fótons por centímetro quadrado por segundo. Num tal "dilúvio", a chegada de cada fóton individualmente não é notada fàcilmente. No extremo oposto, nossos olhos, uma vez adaptados ao escuro, podem perceber a fraca luminosidade produzida por uma centena de fótons atingindo a área da pupila em cada segundo. Portanto, para a luz, são possíveis os dois tipos de observação: o de fótons e o de ondas.

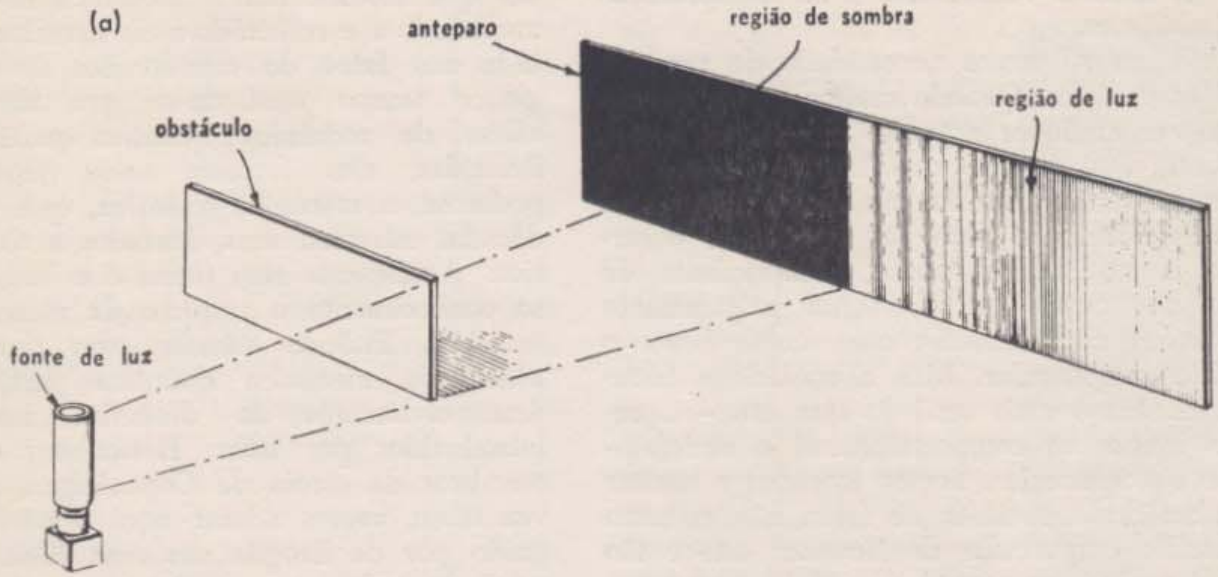
A chapa fotográfica e a célula foto-elétrica como o ôlho, são capazes de responder ao fluxo contínuo de feixes intensos ou moderados, como também à chegada casual e irregular de uns poucos fótons por segundo. Foi por êsse motivo que a idéia de fótons foi primeiramente concebida e considerada satisfatória em relação à luz visível e não em relação às ondas de rádio.

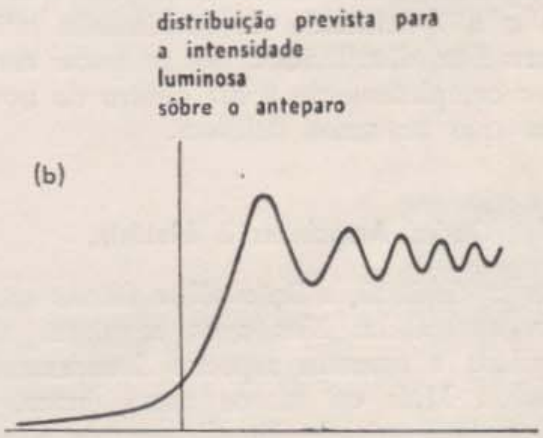
À medida que a freqüência da luz aumenta a energia e a quantidade de movimento dos fótons também aumentam e o modêlo de fótons vai se tornando dominante. A energia dos fótons na região dos raios X é suficientemente grande para que possamos, com facilidade detectá-los individualmente. A chegada de um único fóton de raio gama — associado a uma freqüência ainda mais elevada e a um comprimento de onda ainda menor — é um acontecimento energèticamente detectável Êle tem muitas probabilidades de ser assinalado por vários tipos de "contadores". Êsses fótons, que têm energias da ordem de 10^{14} eV, foram encontrados na alta atmosfera; são produzidos por partículas cósmicas reagindo com átomos do ar. Cada um dêsses fótons arranca dezenas de milhões de eléctrons.

Por outro lado, quando a freqüência se eleva e o comprimento de onda diminui, os efeitos de caráter ondulatório tornam-se menos óbvios. Por exemplo, fica mais difícil demonstrar a interferência e a difração. O comprimento de onda dos raios X é comparável com as dimensões atômicas. Por isso é difícil fazer fendas suficientemente estreitas para obter máximos de interferência de largura detectável usando raios-X. Embora a interferência de raios-X seja amplamente usada, o dispositivo essencial para a difração raramente é feito pelo homem. Em vez disso, usamos as redes constituidas pelos átomos nos cristais. Em relação aos raios gama, nem mesmo os cristais funcionam como obstáculos para difração; só podemos usar para êsse fim o núcleo de um único átomo, mas, nesse caso, o processo torna-se muito indireto.

Não temos escolha: qualquer tipo de radiação eletromagnética deve ser compreendida de dois pontos de vista. Se queremos ter uma visão de conjunto do fenômeno no espaço ou no tempo, podemos usar a teoria das ondas eletromagnéticas descrita no Capítulo 31. Podemos projetar antenas, lentes e grades — todos êsses dispositivos funcionam como prevê a teoria ondulatória. Mas temos que admitir que não somos capazes de dizer exatamente onde e quando a energia será transferida ao detector, nem a quantidade de movimento ao anteparo ou ao eléctron. A teoria ondulatória nos dá apenas a probabilidade de encontrar a fóton, isto é, a probabilidade de que um fóton entregue sua energia e sua quantidade de movimento a determinado objeto dentro de determinado intervalo de tempo. Nesse domínio estamos sujeitos às leis do acaso. Não se pode localizar o fóton por meio de nenhuma previsão de caráter ondulatório. Numa experiência de interferência, determinado fóton pode ocorrer em qualquer linha brilhante e não podemos saber através de que fenda êle passou. Mas, qualquer que seja o lugar e qualquer que seja o instante da interação entre o fóton e a matéria, podemos ter certeza de que a energia e a quantidade de movimento são precisamente conservadas.

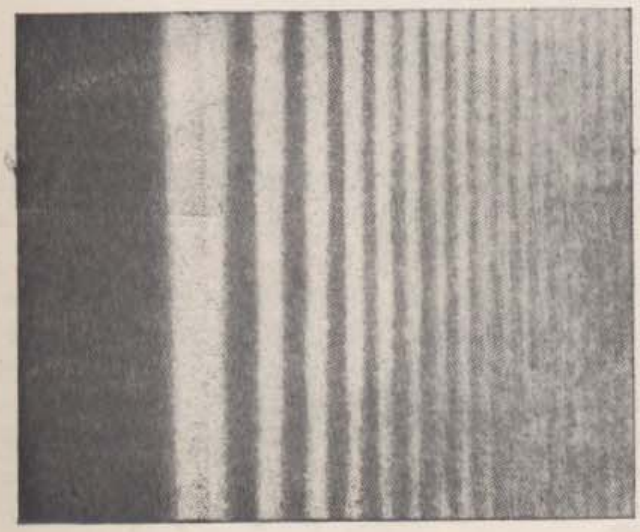
Na mecânica antiga e na física clássica, pensávamos que poderíamos saber qual a energia e qual a quantidade de movimento de uma partícula e, ao mesmo tempo, dizer onde e quando ela interagiria. Isso era uma ingenuidade e o estudo do fóton foi a dura escola que tornou os físicos mais sofisticados a respeito das leis da natureza. Pelo menos para fótons, quando conhecemos a energia e a quantidade de movimento, não podemos fazer mais do que determinar probabilidades quanto ao tempo e ao lugar de chegada. Essas probabilidades decorrem das propriedades da onda associada à luz. Portanto, só podemos usar uma parte das idéias que antigamente estavam ligadas às partículas e aos seus movimentos; ao mesmo tempo, para



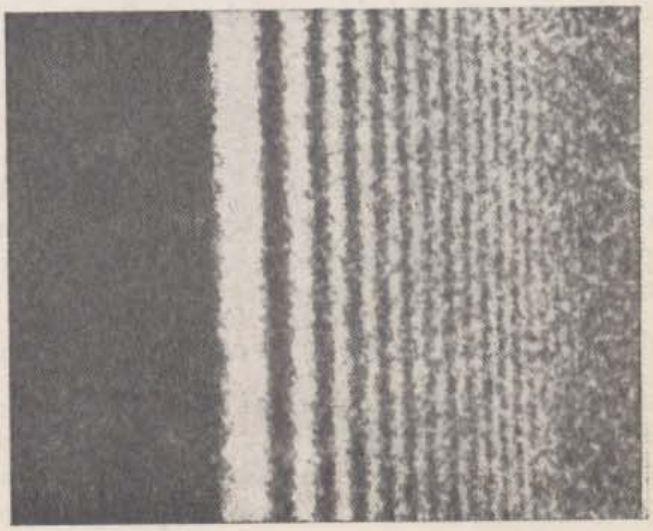


33-11 — Difração de eléctrons comparada com as linhas produzidas por luz visível na sombra de uma aresta. (a) Esquema do dispositivo usado com luz visível. Uma aresta retilínea feita com cuidado produz bom efeito. As linhas são bastante próximas umas das outras e devem ser observadas sôbre um anteparo situado a 1 m do obstáculo. (b) Gráfico da distribuição prevista para a intensidade luminosa sôbre o anteparo. (c) Figura de interferência produzida por luz. (De: Valasek, "Introduction to Theoretical and Experimental Optics", John Wiley and Sons, New York, 1949). (d) Figura de interferência produzida por eléctrons. Para êstes, o que faz o papel da aresta é um pequeno cristal cúbico de MgO, muito menor do que 1 μ. A figura de interferência foi fotografada com o auxílio de um microscópio eletrônico. (De: H. Raether, "Elektroninterferenzen", Handbuch der Physik, Volume XXXII, Springer Verlag, Berlin, 1957).

(c)



(d)



completar a descrição do que realmente acontece, temos que introduzir novas idéias tiradas do modêlo ondulatório e da interpretação probabilística.

Às vêzes só temos necessidade de um dos antigos modelos. Quando muitos fótons tomam parte em qualquer processo detectável, o que interessa é o modêlo ondulatório apenas. No outro extremo, quando um único fóton tem energia suficiente para ser fàcilmente observado e, ao mesmo tempo, comprimento de onda tão curto que se torna pràticamente impossível obter interferência, então basta o modêlo corspuscular. Mas a verdadeira natureza da luz é mais sutil do que isto — apresenta ambos os comportamentos, o ondulatório e o corpuscular. Somos forçados a aceitar essa realidade. A idéia de fóton não restaura o modêlo corpuscular de Newton; êste é tão pouco verdadeiro quanto o modêlo puramente eletromagnético, com suas ondas em que a energia e a quantidade de movimento estão continuamente distribuidas. Só se pode compreender completamente a luz dentro do novo esquema que tentamos delinear.

33 — 8. Ondas Associadas à Matéria.

Por volta de 1923, a lição sôbre fótons estava bem aprendida. Nos anos seguintes ela foi ampliada e assumiu aspectos inteiramente inesperados. Mais ou menos nessa época, o físico francês Louis de Broglie propôs a seguinte pergunta: já que a luz, que parecia ter o caráter contínuo de uma onda, tem também características corpusculares, quem sabe as partículas de matéria são, por sua vez, associadas a propriedades ondulatórias?

Tal proposta não passava de pura especulação, mas de Broglie foi capaz de tirar dela algumas conclusões. Em particular, foi capaz de determinar o comprimento da sua onda hipotética. Partículas com quantidade de movimento p deveriam ter o mesmo comprimento de onda de fótons que tivessem essa mesma quantidade de movimento; isto é, λ deveria valer $\frac{h}{p}$. Durante os anos seguintes, a questão levantada por de Broglie foi solucionada por uma grande variedade de experiências. A resposta é: — sim, há ondas associadas às partículas materiais em movimento.

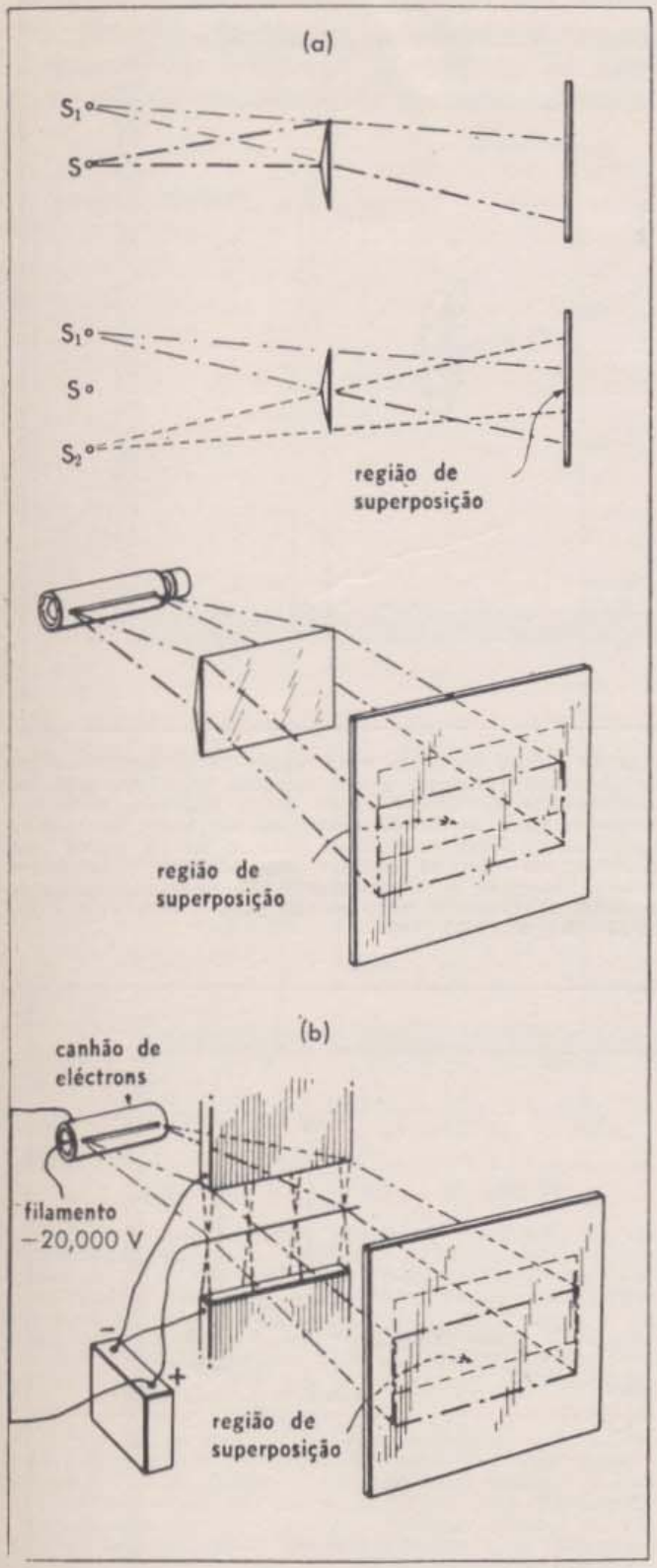
A idéia de ondas associadas à matéria surgiu ao mesmo tempo que outras idéias teóricas que modificaram a mecânica newtoniana, ampliando-a e refinando-a de maneira a adaptá-la aos fatos do mundo dos átomos. Em pouco tempo verificou-se que tôdas essas idéias da mecânica quantica partindo dos Reunidas, elas formam nossa teoria mais poderosa, a mecânica quântica, que, em uma década, estendeu seus domínios a tôda a Física. Atualmente essa teoria é a base do nosso conhecimento a respeito da matéria e da radiação. Pode-se estudar com proveito as idéias da mecânica quântica partindo dos desenvolvimentos da dinâmica newtoniana introduzidos por Bohr, Heisenberg e outros membros da escola de Copenhagen, mas, em vez disso, vamos adotar aqui o caminho seguido por de Broglie nas suas idéias a respeito de ondas.

A evidência mais direta a respeito de ondas associadas à matéria é a observação de que feixes de partículas sofrem difração. Os eléctrons produzem belas figuras de difração e interferência (Figs. 33-11 e 33-12). Como essas partículas são fàcilmente controláveis, é fácil obter feixes em que todos os electrons têm a mesma quantidade de movimento. Êsses feixes produzem figuras semelhantes às obtidas com feixes de luz ou de qualquer outro tipo de onda de um único comprimento de onda. Além disso, alterando a quantidade de movimento, podemos modificar o comprimento de onda aparente e chegamos à conclusão de que o comprimento de onda é inversamente proporcional à quantidade de movimento. A relação obtida é:

$$\lambda = \frac{h}{p}$$

onde h é a constante de Planck. Exatamente como de Broglie havia predito, temos a mesma relação que vale para a quantidade de movimento do fóton e o comprimento da onda a êle associada.

A relação de de Broglie vale para qualquer tipo de partícula. Numa das primeiras investigações feitas a êsse respeito, foram usados átomos de hélio. A Fig. 33-13 (c) mostra a bela distribuição de intensidades obtida quando um feixe dêsses átomos é refletido pela rede molecular construida pela própria natu-



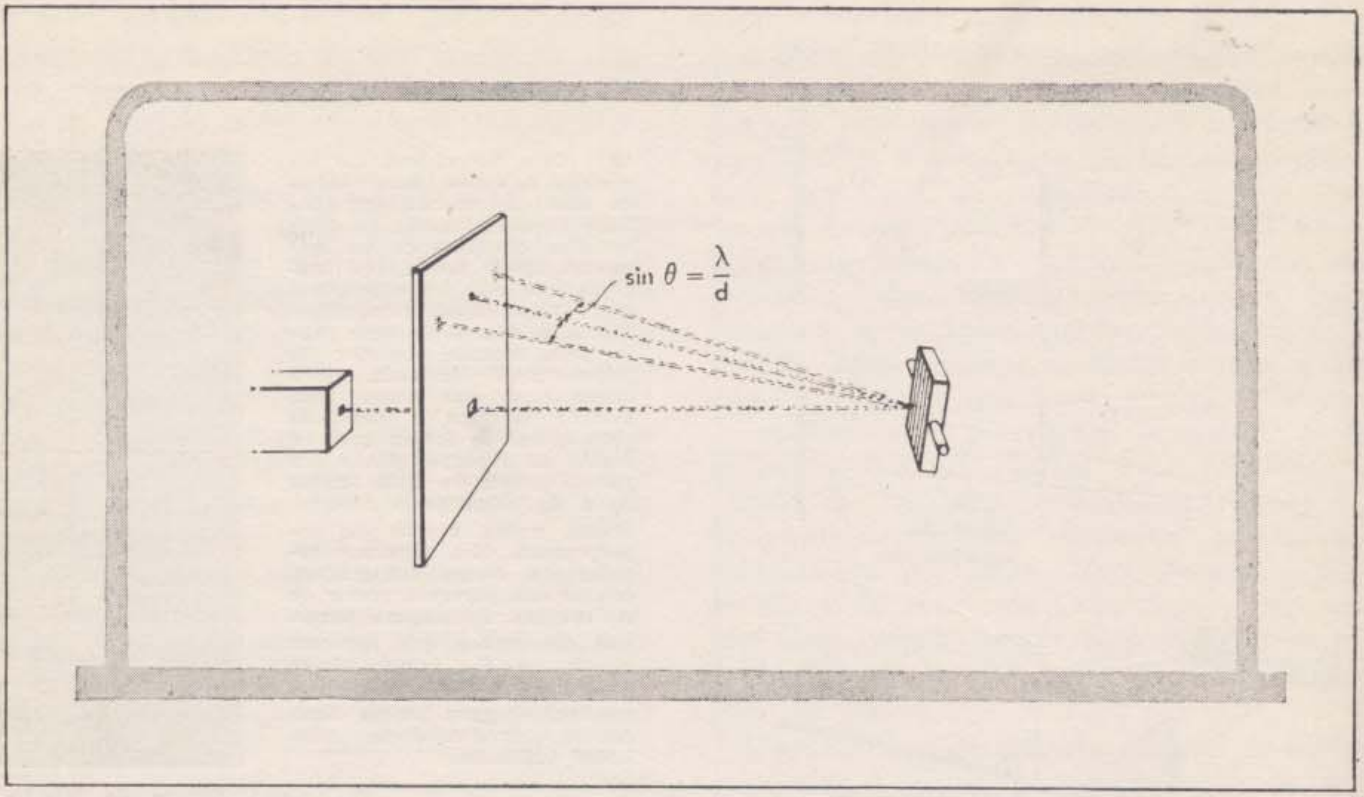
33-12 — Duas experiências semelhantes para mostrar a interferência de ondas. Em ambas, a luz atravessa um bi-prisma, dispositivo que recebe ondas provenientes de uma única fenda e produz o efeito de ondas provenientes de duas fendas. A semelhança das figuras produzidas pela luz e por eléctrons é notável. O desvio da trajetória dos eléctrons dar-se-ia da mesma maneira se os eléctrons se comportassem simplesmente como partículas carregadas; mas o interessante é que, na região em que os feixes de eléctrons se superpõem, aparecem linhas brilhantes e escuras semelhantes às produzidas por ondas de luz, embora em escala muito reduzida.

(a) Com luz visível, um bi-prisma de vidro (duas cunhas de vidro apontando em sentidos opostos) desvia as duas metades do feixe de luz que passou pela fenda, de maneira que elas se superpõem sôbre uma chapa fotográfica bem afastada. A luz que passa pela metade superior do bi-prisma é desviada para baixo e a que passa pela metade inferior é desviada para cima, de forma que, na região de superposição, a luz parece provir de duas fendas S_1 e S_2. Observa-se interferência nessa região de superposição. Em algumas regiões da chapa fotográfica, cristas que parecem provir de S_1 chegam ao mesmo tempo que depressões que parecem provir de S_2, produzindo-se uma linha escura. Em outras regiões, chegam juntas duas cristas, produzindo-se uma linha brilhante.

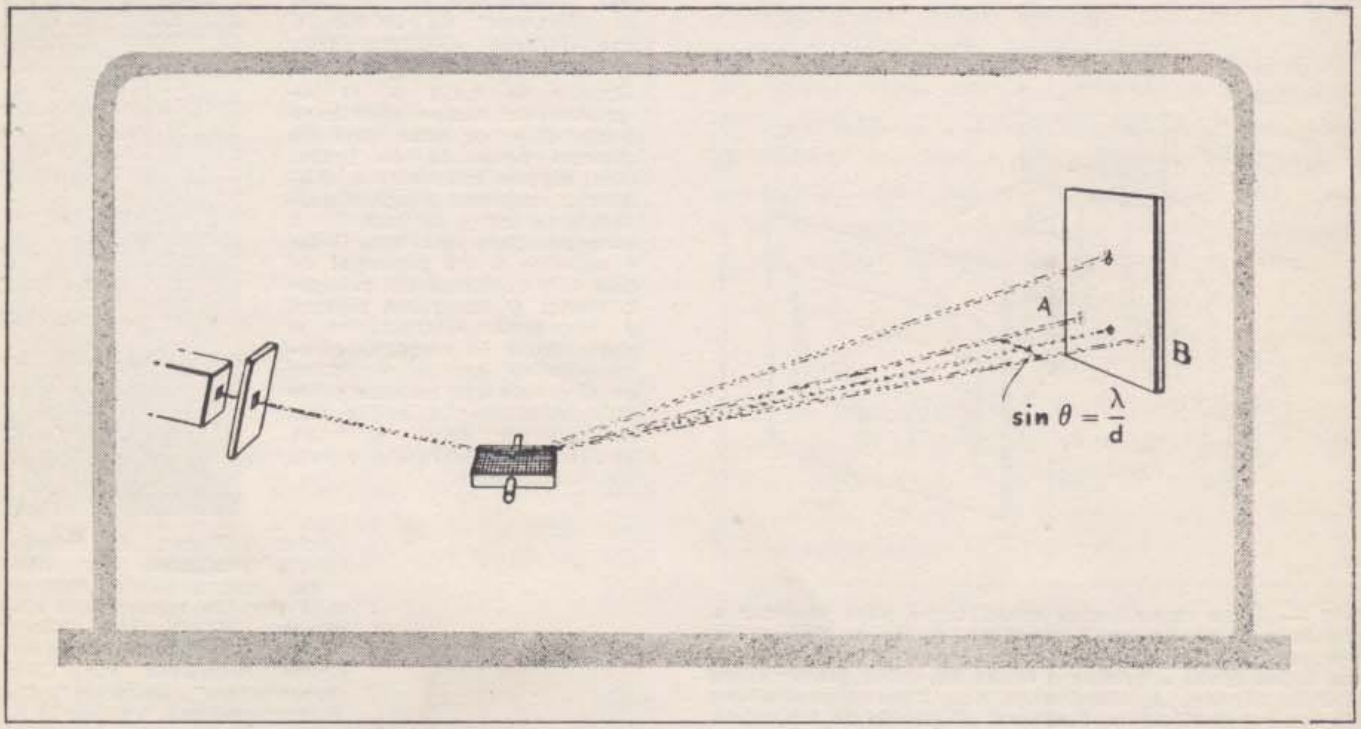
(Acima) Figura de interferência produzida por luz (Valasek, op. cit.).

(b) A fonte é um "canhão de eléctrons" de 20 000 V que fornece eléctrons com comprimento de onda de de Broglie de 0,086 Å. O bi-prisma de campo elétrico é constituído por uma fibra de quartzo revestida de prata, com alguns microns de diâmetro, suspensa longitudinalmente ao longo de uma fenda num anteparo metálico. O fio é mantido a um potencial de uns 6 V positivos em relação à fenda. O diagrama mostra o bi-prisma eletrostático e suas linhas de fôrça. O campo elétrico desvia os feixes de eléctrons que passam pelos dois lados do fio e que vão se superpor sôbre a chapa fotográfica, parecendo provir de duas fontes.

(Acima) Figura de interferência produzida por eléctrons, enormemente aumentada por um microscópio eletrônico. (De: H. Düker, "Lichtstarke Interferenzen mit einem Bi-prisma für Elektronenwellen", Zeitschrift für Naturforschung, Volume 10 A, 1955).

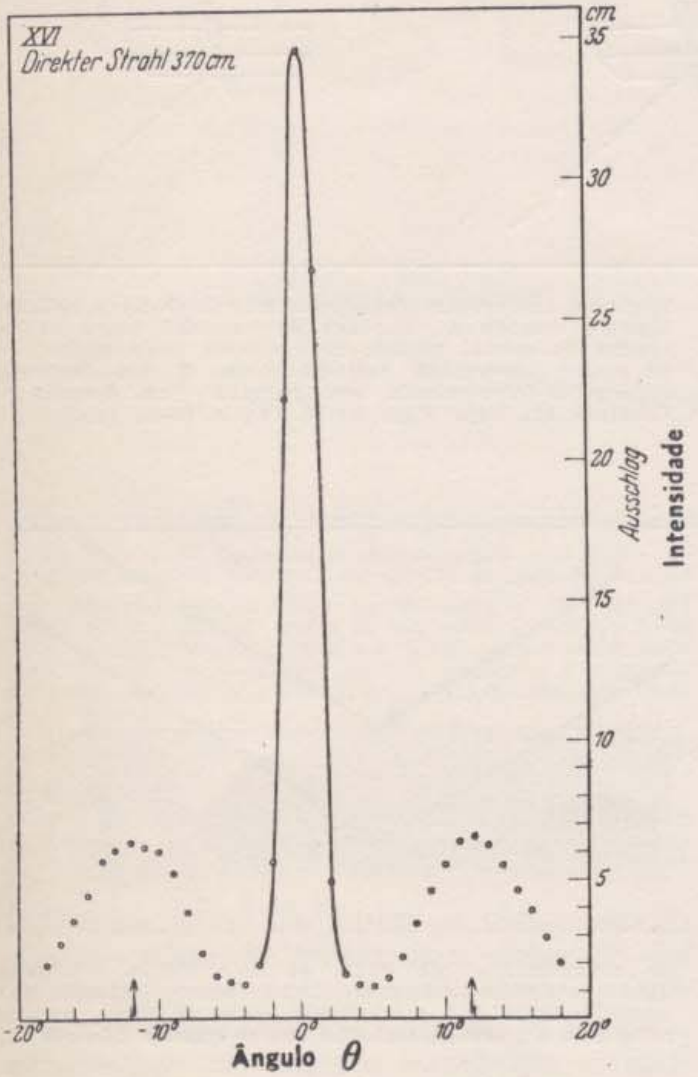


33-13 (a) — Idéia geral de uma experiência com feixe atômico, para observar a interferência das ondas associadas ao hélio e refletidas em um espectroscópio de rede. Um feixe de átomos de hélio é dirigido para a superfície de um cristal que atua como uma rede de difração por causa do espaçamento regular de suas moléculas. A fonte de átomos de hélio é uma caixa ligeiramente aquecida alimentada com uma quantidade muito pequena de gás. O cristal funciona como uma rede de linhas verticais e as ondas refletidas produzem interferência construtiva em direções que dependem do comprimento de onda. Usado dessa maneira, o cristal funciona, para as ondas associadas ao hélio, da mesma maneira que uma rede ótica para a luz. A partir das direções em que se produz interferência construtiva, pode-se calcular o comprimento da onda associada à matéria, exatamente como se faz para a luz. Veja Figs. 33-13 (b) e 33-13 (c).



33-13 (b) — Para esta experiência, todo o dispositivo deve estar dentro de um recipiente altamente evacuado e constantemente bombeado. O feixe de hélio atinge o cristal em ângulo razante, para aumentar o efeito de reflexão. O feixe desviado para cima provém da interferência construtiva de primeira ordem das ondas espalhadas pelas fileiras de átomos perpendiculares àquelas que produzem os feixes desviados para A e B. A intensidade é medida ao longo da linha AB.

reza na superfície de um cristal de fluoreto de lítio. As partículas do feixe usado não tinham tôdas a mesma quantidade de movimento, pois provinham de um recipiente aquecido que continha gás hélio. Mesmo assim, os máximos de interferência são nítidos e localizam-se em tôrno do comprimento de onda previsto de acôrdo com a energia térmica e a correspondente quantidade de movimento dos átomos.



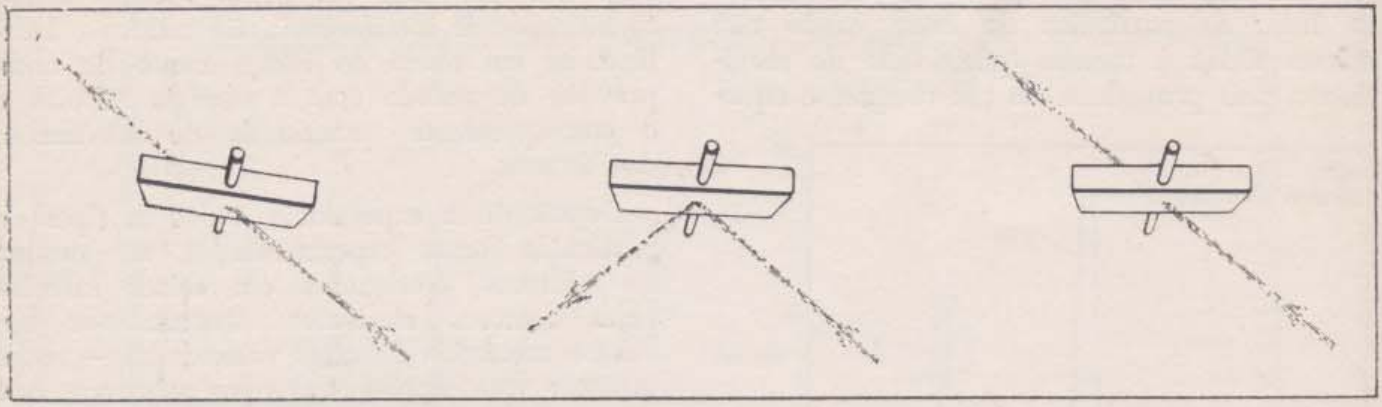
Beugung von He an Li F, 295° K

33-13 (c) — O gráfico mostra o resultado de uma experiência realizada com um feixe de hélio dirigido para a superfície recentemente cortada de um cristal de fluoreto de lítio. A existência da interferência mostra a natureza ondulatória e o ângulo mede o comprimento de onda.* (De. Beugung von Molekularstrahlen", I. Estermann and O. Stern, Zeitschrift für Physik, Vol. 61, 1930, pg. 107, Springer Verlag, Berlin).

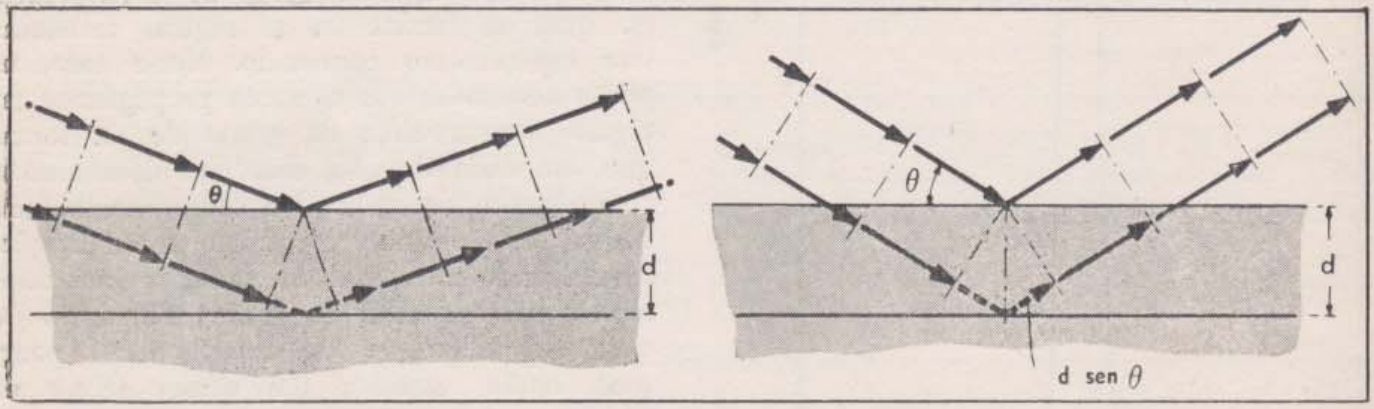
* O feixe de átomos de hélio provém de uma amostra de gás quase à temperatura ambiente; nem todos os átomos têm a mesma velocidade, mas tendem a agrupar-se em tôrno de um valor central que determina a direção em que se observa o máximo central no feixe difratado. A partir do espaçamento das fileiras de átomos no cristal (2,85 Å) e do ângulo (aproximadamente 11,8°), calcula-se o comprimento de onda de de Broglie, obtendo-se aproximadamente 0,57 Å. Calculando-se o comprimento de onda a partir da expressão $\lambda = \frac{h}{m\,v}$ para átomos de hélio com velocidades correspondentes à temperatura ambiente, obtem-se também 0,57 Å.

Depois dessa experiência, todos os tipos de partículas foram experimentados, até mesmo os nêutrons produzidos em feixes intensos pelos reatores nucleares. Utilizando-se um seletor mecânico de altas velocidades — rodas girantes que detêm todos os nêutrons que passam por um canal, menos aqueles que têm uma velocidade pré-escolhida, — podemos produzir feixes de quantidade de movimento pràticamente uniforme. Outra possibilidade, que freqüentemente constitui o método mais prático, é enviar um feixe de nêutrons de encontro a uma rede de interferência na qual as fendas ou as regiões refletoras têm espaçamento conhecido. Nesse caso, as ondas associadas aos nêutrons propagam-se na região situada além da grade de tal forma que, em cada direção, elas têm determinado comprimento de onda — o comprimento para o qual seria obtido um máximo nessa direção. Investigando cada feixe de nêutrons (nas diferentes direções além da grade) por meio de uma segunda rede de interferência, podemos, então, escolher um dêsses feixes de nêutrons, para realizar novas experiências de difração e interferência. Os resultados são tão bons que atualmente usamos as figuras de interferência de nêutrons para investigar a posição dos átomos nas redes cristalinas. Os átomos de hidrogênio, por exemplo, cujo espaçamento regular não é revelado claramente por interferência de raios X, desempenham um papel muito mais importante como elementos da rede de difração quando observados por meio de nêutrons. Esta é apenas uma das utilidades que podem ter essas partículas por causa de suas características ondulatórias e de sua maneira peculiar de interagir com outras partículas de matéria. A Fig. 33-14 mostra o máximo de interferência de um feixe de nêutrons.

Os nêutrons conseguem percorrer grandes distâncias no ar, mas as experiências com átomos e eléctrons devem ser feitas no vácuo, pois as moléculas de ar espalhariam e difun-



33-14 (a) — Experiência de interferência para mostrar as propriedades ondulatórias dos nêutrons. Dirige-se o feixe de nêutrons para um cristal que pode girar em tôrno de um eixo. Para muitos ângulos de incidência, o feixe atravessa o cristal, mas há um ângulo para o qual aparece sùbitamente um feixe refletido. Continuando a girar o cristal, deixa de haver reflexão e os nêutrons atravessam de nôvo o cristal. O feixe refletido aparece quando a diferença de caminho entre as camadas do cristal produz interferência construtiva para as ondas associadas aos nêutrons. É um fenômeno análogo à interferência em película fina descrita no Capítulo 19. Veja Figs. 33-14 (b) e 33-14 (c).

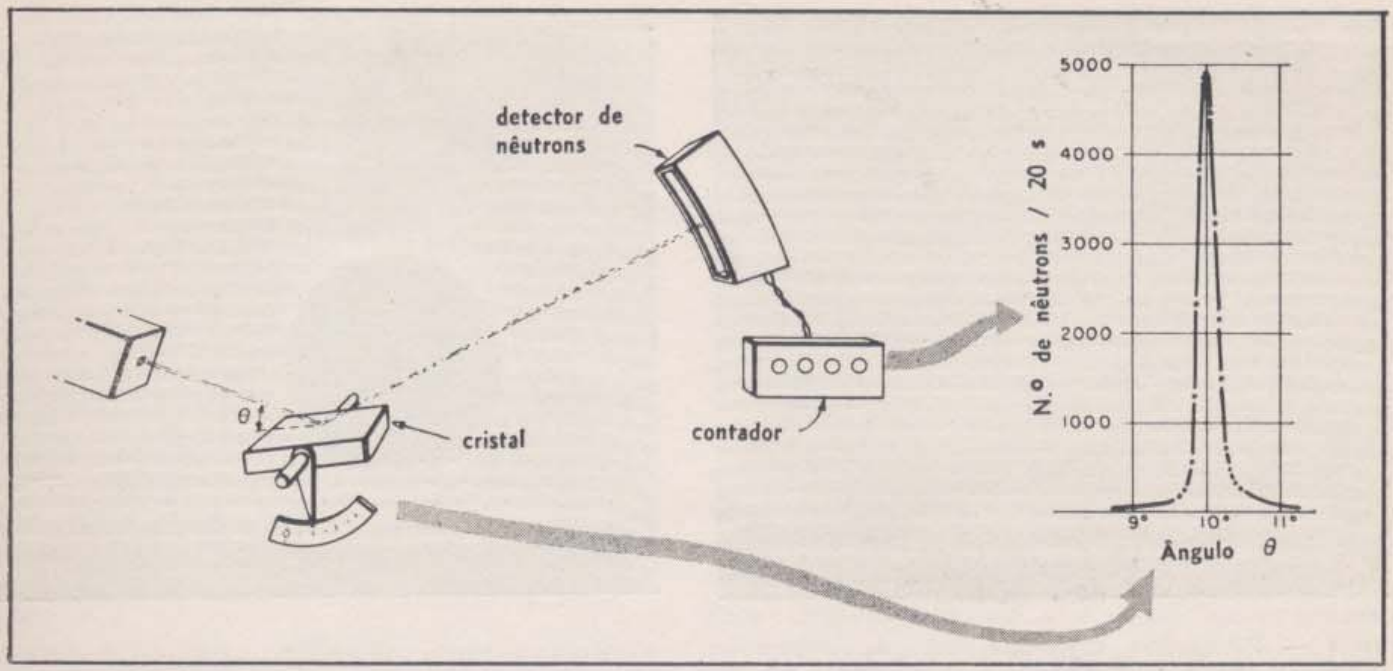


33-14 (b) — A linha grossa tracejada representa a distância suplementar percorrida pela onda associada a um nêutron que se reflete na segunda camada do cristal. Se essa distância fôr igual a um número inteiro de comprimentos de onda, os dois feixes interferem dando reflexão máxima. Como essa distância vale $2d\,\mathrm{sen}\,\theta$, onde d é a distância entre as duas camadas refletoras, a primeira reflexão ocorre quando $2d\,\mathrm{sen}\,\theta = \lambda$.

diriam o feixe tornando impossível qualquer medida precisa. Por outro lado, quando usamos cristais como redes de difração, as partículas penetram muito pouco na matéria sólida, perdendo logo sua energia. Apenas as partículas que perdem muito pouca energia ao atravessar o alvo é que contribuem para uma figura nítida de difração. Quando usamos feixes de átomos, a maior parte dos átomos que são refletidos pela superfície do cristal foram, na realidade, perturbados internamente pelas colisões dentro do cristal, ou cederam diferentes frações de sua energia cinética ao cristal; por êsse motivo não revelam claramente o comportamento ondulatório. Na onda difratada, devemos encontrar apenas os átomos que se comportam através de todo o processo como massas simples, sem estrutura, cujas condições internas não tenham sido modificadas. Tôdas as partículas difratadas em determinada direção têm a mesma velocidade; isto foi verificado diretamente. Qualquer partícula em movimento, desde que se comporte como um todo e não sofra modificações internas ou em sua energia cinética, difrata-se como se tivesse um único comprimento de onda dado pela relação de de Broglie:

$$\lambda = \frac{h}{p}$$

Êsse comprimento de onda aplica-se ao movimento do centro de massa de tôda a "partícula".



33-14 (c) — O dispositivo experimental. Um feixe de nêutrons selecionados, com velocidade de 4,04 x 10^4 m/s (ou comprimento de onda de de Broglie de 0,98 Å) incide sôbre o cristal, vindo da esquerda. Quando o feixe se reflete, o detector envia um sinal ao contador para cada nêutron capturado. O gráfico mostra o número de nêutrons em função do ângulo Θ determinado pelo feixe incidente e pela superfície do cristal. Há reflexão quando Θ = 10,01°. Para o cristal usado na experiência, d = 2,815 Å. Calcule o comprimento de onda. Corresponde o resultado obtido ao valor previsto para o comprimento de onda de de Broglie? (Experiência por Prof. Clifford G. Shull).

33 — 9. Em que Circunstâncias é Importante a Natureza Ondulatória da Matéria?

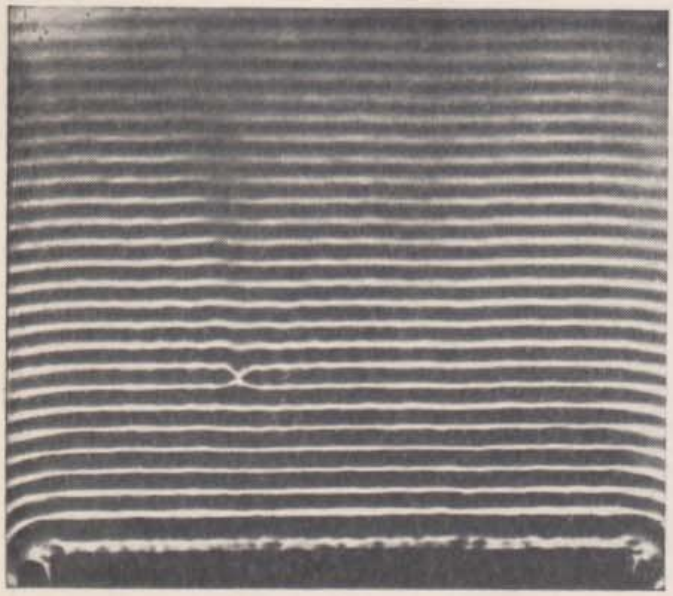
Observe como são curtas as ondas associadas à matéria. Se tomarmos a massa de um micróbio, aproximadamente 10^{-15} kg e uma velocidade apropriada a uma lesma, digamos, 10 cm por dia, teremos o seguinte comprimento de onda de de Broglie:

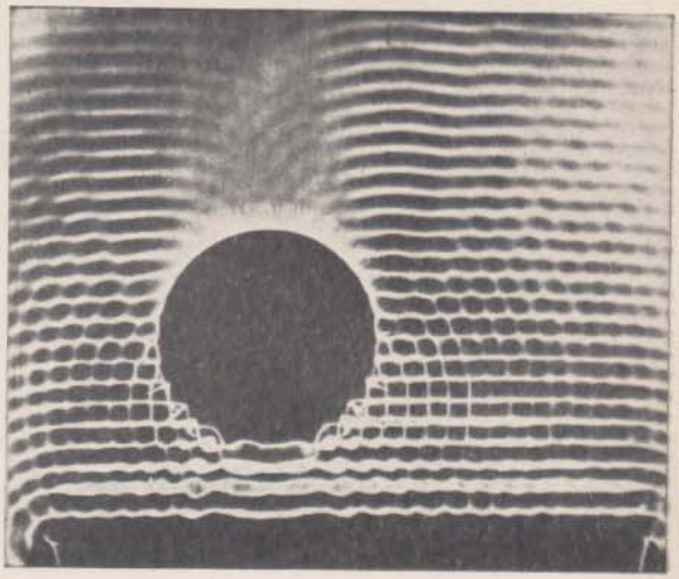
$$\lambda = \frac{6{,}62 \times 10^{-34} \text{ joules} \times \text{segundo}}{(10^{-15}\text{kg})\ (10^{-6}\text{ m/s})} =$$

$$= 6 \times 10^{-13} \text{ m} = 6 \times 10^{-3} \text{ Å}$$

A partícula envolvida em tal tipo de movimento constitui um sistema mecânico tão pequeno quanto se pode esperar fora do domínio da Física Atômica. Ela tem um comprimento de onda comparável ao de um fóton de vários milhões de eléctron-volts. Tal fóton é um raio gama nuclear, e seu comprimento de onda é um milionésimo do comprimento de onda da luz visível. Mesmo para luz visível, as propriedades ondulatórias são, em geral, pouco importantes. Para saber que caminho será percorrido pela luz, basta, quase sempre, o estudo habitual baseado nos raios de luz. Os raios gama nucleares aproximam-se mais ainda de meros raios. É pràticamente impossível constatar suas propriedades ondulatórias através de difração e interferência. Anàlogamente, o micróbio em movimento apresenta apenas suas propriedades normais de partícula. Não podemos detectar sua natureza ondulatória. Seu comportamento físico é perfeitamente descrito pela mecânica Newtoniana. Um objeto do tamanho de uma bola de futebol, por exemplo, tem massa 10^{14} vezes maior, aproximadamente. Não há a menor esperança de observar suas propriedades ondulatórias e podemos compreender, então, porque tais propriedades demoraram tanto a ser descobertas.

Para observar efeitos que revelem a natureza ondulatória da matéria, precisamos ter ondas de de Broglie muito mais longas. De que maneira podemos aumentar o comprimento dessas ondas? Podemos tentar diminuir a velocidade, mas isso não é conveniente. A própria agitação térmica impõe um limite nesse sentido. O único fator que resta para ser modificado é a massa; podemos realmente





33-15 — Fotografias de ondas indo de encontro a obstáculos, numa cuba de ondas. À esquerda, um pequeno objeto está localizado no ponto em que as ondas parecem se reunir. Note que essa pequena barreira quase não perturba as ondas. À direita, um grande obstáculo; as ondas são fortemente refletidas e há uma região bem definida de "sombra".

usar massas menores. As menores massas de que dispomos são as partículas de que a matéria é composta: moléculas, átomos, eléctrons e as partículas que constituem o núcleo. Como vimos, seus comprimentos de onda são suficientemente longos para que possamos observar as figuras de difração por elas produzidas. Como o eléctron tem a reduzidíssima massa de 10^{-30} kg, a uma velocidade razoável êle terá um comprimento de onda comparável às dimensões de um átomo. Como vimos na Seção 29-2, um eléctron com 90 eV de energia cinética move-se com a velocidade de $5{,}6 \times 10^6$ m/s. Portanto, sua quantidade de movimento vale:

$$(0{,}91 \times 10^{-30}\text{kg}) \times (5{,}6 \times 10^6\ \text{m/s}) = 5{,}0 \times 10^{-24}\ \text{kg} \times \text{m/s}$$

Conseqüentemente, seu comprimento de onda é aproximadamente $1{,}3 \times 10^{-10}$ m, que é da mesma ordem de grandeza das dimensões atômicas. Um eléctron razoàvelmente lento, com 1 eV de energia cinética tem velocidade aproximadamente dez vezes menor do que a velocidade mencionada acima e seu comprimento de onda é da ordem de 10 diâmetros atômicos. Para êsses eléctrons, os átomos constituem obstáculos suficientemente pequenos e difratam as ondas associadas aos eléctrons (Fig. 33-15). Êsses exemplos mostram que é essencial levar em consideração o comportamento ondulatório quando eléctrons de pequena energia cinética passam perto de átomos. Nesses casos, nossa experiência comum com a mecânica corpuscular de Newton não constitui um guia adequado.

A situação é a mesma para prótons e nêutrons em relação ao tamanho do núcleo atômico. O comprimento de onda de uma dessas partículas com energia cinética de 100 eV é da ordem de 3×10^{-12} m. Trata-se de um comprimento de onda grande em comparação com o tamanho de um núcleo, que é de 10^{-14}m ou menos ainda. Conseqüentemente um desses nêutrons, ao aproximar-se de um núcleo, sofre difração. Nêutrons de dez milhões de eléctron-volts têm comprimento de onda de 10^{-14}m, comparável ao tamanho do núcleo. Êsses apenas penetram no núcleo. Um nêutron, para permanecer dentro do núcleo, com pràticamente nenhuma probabilidade de ser encontrado fora, deve ter um comprimento de onda dessa ordem de grandeza, ou ainda menor. Conseqüentemente podemos prever que os nêutrons e prótons nos núcleos tenham energias de aproximadamente dez milhões de eléctron-volts ou mais. Mesmo para energias tão grandes, sua natureza ondulatória é importante, quando se considera seu movimento no interior do núcleo.

As partículas alfa emitidas pelos núcleos têm energia e comprimentos de onda dessa ordem de grandeza. Quando as usamos em experiências de espalhamento, há um efeito ondulatório que explica por que a distribuição das partículas alfa espalhadas pode ser modificada quando a energia é suficiente para que elas se aproximem de certos núcleos. As ondas associadas às partículas alfa podem sofrer difração em tôrno do núcleo de maneira que, para muitos ângulos, o espalhamento difere do espalhamento de Coulomb, embora fôsse de esperar, de acôrdo com a mecânica Newtoniana, que só o espalhamento para trás fôsse modificado. Êsse efeito afasta uma das dificuldades aparentes que mencionamos na Seção 32-5 ao discutir o modêlo planetário do átomo.

Mais uma vez verificamos que o mundo atômico não pode ser completamente descrito pelos modelos simples da velha Física. As partículas, desde que penetrem no átomo, não podem mais ser consideradas como pequenos projéteis; nessas condições elas obedecem às leis que regem o comportamento das ondas. Estas determinam a localização provável das partículas e o movimento de propagação das ondas determina o movimento provável das partículas. É mais provável encontrar partículas nos locais em que a amplitude da onda é grande. Não podemos saber nada além de probabilidades. Não podemos predizer exatamente em que posição os eléctrons estarão dentro dos átomos. No interior do átomo, temos que usar uma nova versão da mecânica que combina algumas partes da mecânica corpuscular de Newton com os efeitos da natureza ondulatória da matéria.

33 — 10. Luz e Matéria.

O círculo se fechou. Ficou provado que as ondas de luz determinam a probabilidade de aparecimento dos fótons, com suas propriedades corpusculares; por outro lado, as partículas de matéria são governadas por uma grandeza de características ondulatórias. A constante de Planck controla as grandezas envolvidas nos dois casos. Não podemos acompanhar a trajetória de uma partícula que passa através das fendas de uma rede de difração, da mesma maneira que não podemos acompanhar um fóton. As ondas associadas se difratam e, a partir dessas ondas, podemos calcular a localização provável de uma partícula e o número provável de chegadas. Mas, da mesma maneira que no caso dos fótons, em cada colisão, as partículas transferem energia e quantidade de movimento, na forma prevista pela mecânica Newtoniana. A natureza ondulatória não afeta êsse fato. Portanto, sempre que o comprimento de onda é pequeno em comparação com as dimensões das fendas ou dos obstáculos, e em comparação com as dimensões dos átomos ou dos instrumentos de medida, obtemos resultados idênticos aos previstos pela mecânica comum. Na realidade é por êsse motivo que podemos usar os instrumentos comuns de medida e é por êsse motivo também que êsses instrumentos só nos revelam as grandezas envolvidas na mecânica Newtoniana.

Para objetos de tamanho comum, ou para objetos como os planêtas, a mecânica de Newton não apresenta nenhum êrro importante, mas, se desejarmos muita precisão, ou se fizermos perguntas na escala atômica, a Física clásssica (como é conhecida a Física anterior a 1900) é deficiente. Ela continua sendo o fundamento da Física porque os instrumentos com que efetuamos as medidas são entendidos em termos clássicos, mas ela é impotente para explicar o átomo. Isto só pode ser feito pela teroia quântica, com suas ordens de grandeza determinadas pela constante de Planck e seu quadro mais sutil do mundo atômico. O fóton, governado no espaço e no tempo por sua onda eletromagnética de probabilidade, a partícula material, com sua onda associada — ambas com o comprimento de onda de de Broglie — são as chaves com as quais nos propomos a penetrar no interior do átomo.

Em tudo o que dissemos até agora, é nítida a analogia entre o comportamento da luz e o da matéria. A luz comporta-se de ambas as maneiras — como onda e como partícula (os fótons). A matéria comporta-se como onda e como partícula. Mas a semelhança tem suas limitações. Há uma diferença nítida entre um fóton e uma partícula de matéria. Os fótons não se conservam em número — são fàcilmente criados e destruidos. Quando acendemos a luz, em um aposento, criamos um enxame de fótons que se precipitam para as paredes; alguns são

refletidos mas, no fim, todos morrem, dando sua energia aos átomos com que se chocam. A energia é conservada porque o calor ou modificações químicas revelarão o conteúdo de energia dos fótons, mas o número de "partículas" não é conservado. Êsse comportamento é nìtidamente diferente do comportamento de eléctrons e átomos. Essas partículas não podem ser criadas ou destruidas (pelo menos por nenhum método usual). Elas são permanentes e, nesse sentido, os fótons diferem completamente de pequenos grãos ou projéteis de matéria.

Na Física de hoje em dia, consideramos a relação onda-partícula como fundamental para todos os objetos com que lidamos na escala atômica. A principal diferença entre luz e matéria consiste na permanência das partículas, em contraste com a facilidade com que os fótons são criados ou absorvidos.

33 — 11. O que é que "Ondula"?

Na cuba de ondas, é evidente que as "ondas" são ondas de água. Esta se move, a forma de sua superfície muda e sua configuração geral resulta, afinal, do comportamento ordenado de pequenas massas de água. Mas, na onda eletromagnética, não há material algum em movimento, cuja forma ou densidade esteja se modificando. O mais vazio dos vácuos transmite luz e ondas de rádio tão bem quanto — aliás, melhor do que — uma região preenchida com qualquer material conhecido. As ondas são configurações de campos elétricos e magnéticos no espaço. No século passado, esteve em moda pensar que o espaço estava cheio de uma substância estranha, o "éter" ou "luminóforo", e que as ondas de luz eram constituidas por movimentos dessa curiosa substância. Pouco a pouco os físicos se deram conta de que ganhavam muito pouco dizendo que o espaço estava cheio com o "éter". Atualmente, consideramos como uma propriedade do próprio espaço o fato de que uma perturbação eletromagnética pode se propagar através dêle. O espaço vazio é absolutamente destituido de átomos e de qualquer coisa material, mas isso não significa que devemos considerá-lo destituido de propriedades. Uma de suas propriedades é que, através dêle, a energia pode avançar em forma de ondas eletromagnéticas.

O mesmo ponto de vista vale para as ondas de de Broglie. Elas não são constituidas por modificações da forma ou do movimento dos eléctrons cujas probabilidades de localização elas descrevem. São simplesmente configurações de probabilidades que se comportam anàlogamente às ondas que observamos na cuba de ondas. Não há nenhuma razão para se pensar que há alguma substância "ondulando". Já vimos que as propriedades fundamentais do mundo em que vivemos assemelham-se a alguns modelos simples que podemos construir no laboratório, mas não precisamos levar essa analogia a extremos: as ondas eletromagnéticas e as ondas associadas à matéria, pelo que sabemos até agora, não são ondas de nenhuma substância. O extraordinário é que elas se assemelhem tanto às ondas que podemos observar na cuba de ondas; não vem ao caso insistir em que tôdas as características observadas na cuba de ondas sejam também encontradas no átomo ou no fóton.

Os físicos do início dêste século, que viveram os primeiros anos do desenvolvimento da Física moderna, consideravam aquela época como mágica e terrível. Os fatos pareciam cheios de paradoxos: as coisas eram ao mesmo tempo ondas e partículas, ondas de nada e partículas sem trajetórias definidas no espaço. A dificuldade de combinar essas idéias para formar um novo quadro consistente foi muitas vezes considerada como prova de que seria impossível compreender a natureza. Mas constatamos que os velhos modelos, baseados em nossa experiência com porções de matéria mais ou menos na nossa escala, não eram convenientes para o mundo na escala do átomo. O nôvo quadro é muito melhor. O extraordinário é que podemos usar uma grande parte de nossa experiência diária como um guia para a compreensão do átomo. A teoria quântica — a combinação de ondas e partículas — foi o maior dos triunfos. Ela abriu novo domínio para uma Física capaz de encarar de frente os fatos, uma Física que não se deixa amedrontar ou confundir por fatos novos. No próximo capítulo veremos como a teoria quântica revelou o interior dos átomos.

PARA CASA, CLASSE E LABORATÓRIO

1. Seguindo as instruções da Seção 33-2, faça a experiência com os cartões marcados L, C e R e faça um gráfico como o da Fig. 33-4 (c). (Você pode usar quaisquer cartões diferenciáveis).

2. °Faça uma tabela mostrando as diversas maneiras como os números podem sair quando jogamos um par de dados (admita que você está usando um dado verde e um vermelho); a tabela poderia começar assim:

Dado verde	Dado vermelho	Total
1	1	2
1	2	3
2	1	3

   a) De quantas maneiras diferentes êles podem cair?
   b) De quantas maneiras diferentes pode-se obter o total 7?
   c) E o total 2?
   d) Jogue algumas vezes um par de dados. Anote o número de vezes em que você jogou, o número de vezes em que obteve o total 7 e o total 2 — considerando sempre a soma dos pontos marcados nas faces que caem para cima. Observe a distribuição obtida.
   e) Usando suas anotações, calcule a fração:

$$\frac{\text{N.º de jogadas em que obteve 7}}{\text{N.º total de jogadas}}$$

   e a fração correspondente para o total 2. Calcule os valores que você *esperava* obter para essas frações baseado em suas respostas aos ítens (a), (b) e (c). Compare os valores obtidos experimentalmente com essas previsões.

3. °Os dados comuns têm seis faces marcadas com diferentes números de pontos, indo de 1 a 6. Veja quantas vezes você deve jogar um dêsses dados para ter certeza de que tôdas as faces caem para cima com a mesma freqüência (não espere uma resposta simples).

4. Veja a Fig. 33-6. Divida a fotografia em quatro seções iguais ao longo do feixe de fótons, e conte quantos foto-eléctrons há em cada seção. Faça uma previsão grosseira do número que você esperaria obter em uma seção mais à direita.

5. Vamos descrever uma experiência para verificar se a luz se comporta como um feixe de pequenos projéteis ou como ondas contínuas. Para isso, coloca-se a vários metros de uma pequena lâmpada elétrica, uma célula foto-elétrica constituida por um tubo de vidro dentro do qual se fez vácuo e que contém uma superfície foto-sensível e um coletor. Qualquer eléctron emitido é arrastado até o coletor por um campo elétrico. Há um amplificador que revela cada eléctron coletado. Suponha que a luz incidente sôbre a célula foto-elétrica foi reduzida a um feixe extremamente fraco, introduzindo-se no percurso da luz várias películas fotográficas enegrecidas (um filme exposto e revelado transmite apenas um centésimo da luz que sôbre êle incide; calcule a fração transmitida por três dêsses filmes colocados um a seguir do outro). A experiência dura uma hora e contam-se os eléctrons coletados. Verifica-se que, usando-se luz tão fraca, apenas 1 800 eléctrons são coletados. Então o feixe de eléctrons recebido durante 1 hora fornece energia suficiente para arrancar 1 800 eléctrons.

   a) Quanto tempo leva o feixe para fornecer a energia suficiente para arrancar 1 eléctron da superfície foto-sensível?

   Agora suponha que se começou a experiência na mais completa escuridão (se o coletor assinalar algum eléctron, trata-se de algum efeito indesejável no aparelho, que deverá ser subtraido em tôdas as medidas realizadas). Acende-se repentinamente a luz fraca e anota-se

quanto tempo decore até que um eléctron seja emitido.

b) Se a luz fôsse constituida de ondas contínuas, quanto tempo deveria decorrer até que o primeiro eléctron fôsse emitido? (Quando essa experiência é repetida muitas vezes, algumas vezes o primeiro eléctron é emitido mais ou menos no instante previsto, mas algumas vezes muito depois e outras vezes muito antes — quase imediatamente).

6. Copie em linhas gerais a Fig. 33-9, em qualquer escala, e desenhe, na mesma escala, outro gráfico, para outra superfície foto-elétrica — por exemplo, um metal que necessite de duas ou três vêzes mais energia para que um eléctron seja removido.

7. A luz vermelha tem comprimento de onda de aproximadamente 6 500 Å.

a) Calcule sua freqüência.

b) Calcule, em joules, a energia de um fóton de luz vermelha.

c) Calcule essa mesma energia em eléctron-volts.

d) Procure no Capítulo 19 quais são, aproximadamente, o maior e o menor comprimentos de onda visíveis e calcule as energias dos fótons correspondentes.

8. Uma superfície é iluminada por luz de 5 000 Å. Calcule a voltagem necessária para interromper o fluxo de foto-eléctrons emitidos por essa superfície, sabendo que a energia de ligação dos eléctrons é de 2,0 eV.

9. Uma estação de rádio de freqüência modulada irradia com comprimento de onda de 3 m. Calcule:

a) A energia de um fóton dessa radiação.

b) O número de fótons emitidos por segundo se a potência irradiada fôr de 10 kw.

c) Grosseiramente, o número de fótons que atingem um receptor durante uma vibração da letra "S" no sistema sonoro, se o receptor está a 100 km da estação. Faça as seguintes hipóteses:

(i) A radiação espalha-se uniformemente em tôdas as direções a partir da fonte, de maneira que o fluxo de energia obedece à lei do inverso do quadrado da distância — isto não é verdade para as antenas comuns.

(ii) A antena receptora coleta radiação numa área de 1 m^2 perpendicular à direção de propagação das ondas.

(iii) O som da letra "S" envolve vibrações do ar com freqüência aproximada de 4 000 ciclos por segundo.

d) Perceberá você a chegada de cada fóton ao receber a letra "S"?

10. a) Consulte a Parte III dêste livro para calcular a energia cinética média do movimento do centro de massa das moléculas contidas em 1 mol de um gás mono-atômico à temperatura ambiente, e o aumento de energia quando sua temperatura sobe de 1° C.

b) Suponha que sôbre essas moléculas incidem fótons de ondas de rádio de 3 m de comprimento. Quantos fótons são necessários para elevar de 1° C a temperatura do gás?

11. a) Que quantidade de energia é transportada por um fóton "médio" de luz visível com comprimento de onda de aproximadamente 5 000 Å? E que quantidade de movimento?

b) Calcule o número de fótons de luz visível emitidos por segundo por uma lâmpada de 100 w que emite 1% de sua potência na região visível.

c) Qual é a *pressão* exercida pelos fótons emitidos por essa lâmpada, quando atingem frontalmente um corpo negro situado a 2 m de distância?

12. Usando-se a densidade de um cristal e o número de Avogadro, calcula-se que as camadas de átomos em um cristal estão separadas umas das outras pela distância de uns 3 Å, ou seja 3×10^{-10} m. Verifica-se que raios X produzidos por tubos comerciais de raios X difratam-se acentuadamente (até 10°, por exemplo) quando incidem sôbre êsses cristais. Calcule grosseiramente a energia dos fótons dêsses raios X.

13. Em determinado tubo de raios X, os eléctrons atingem o alvo depois de terem sido acelerados por uma diferença de potencial de 20 000 volts. Quando são decelerados, no alvo, até pararem, alguns dêles emitem fótons de raios X.

a) Por que há um mínimo definido de comprimento de onda para os fótons observados com êsse tubo? (Êsse limite é conhecido como limite de Duane-Hunt).

b) Calcule êsse comprimento de onda mínimo.

14. Na experiência de 3 meses descrita na Seção 33-3, G.I.Taylor calculou a energia da luz que atingia a placa fotográfica e obteve 5×10^{-13} joules/segundo. Obteve êsse resultado comparando o enegrecimento médio da placa com o enegrecimento produzido em 10 segundos por uma vela situada a 1,80 m de distância, sem nenhuma placa de vidro esfumaçado interposta. A partir dessa estimativa, calcule a distância média entre os fótons da seguinte maneira:

a) Admita que o comprimento de onda da luz útil era de 5 000 Å. Que energia era transportada por cada fóton?

b) A partir do tempo médio, calcule a distância média entre dois fótons consecutivos no feixe de luz.

c) A partir do fluxo dado de energia, calcule o intervalo de tempo médio entre a chegada de dois fótons consecutivos.

d) Se alguém lhe perguntasse: "Quantos fótons estão dentro da caixa em qualquer instante escolhido?" você teria que responder: "Na maior parte do tempo, nenhum; mas insistindo várias vezes, acabariamos por "ver" um fóton dentro da caixa, pelo menos uma vez em muitas tentativas". Quantas tentativas? Admita que a caixa tenha 1,2 m de comprimento.

e) Baseando-se nas mesmas hipóteses, quantas tentativas você deveria fazer para "ver" dois fótons dentro da caixa ao mesmo tempo? (desejamos apenas uma ordem de grandeza).

15. Um feixe de radiação incide sôbre a superfície completamente absorvente de um pequeno objeto de massa igual a 10^{-3} kg livre de mover-se no espaço (por exemplo, luz solar sôbre um pequeno meteoro próximo ao Sol). O feixe dá energia ao objeto à razão de 3 000 w. Calcule a quantidade de movimento que atinge o objeto em 10 segundos (se desejar, admita que o feixe de radiação é uma chuva de fótons).

a) Admitindo que a quantidade de movimento e a energia são conservadas, calcule a energia cinética adquirida pelo objeto em 10 segundos, a partir do repouso.

b) Que fração da energia total recebida pelo objeto transforma-se em ener-energia cinética do objeto?

c) O que acontece ao resto da energia recebida pelo objeto?

16. Um fóton de comprimento de onda igual a 1 Å atinge um eléctron em repouso e sai, depois da colisão, em ângulo reto com sua direção inicial.

a) Faça um diagrama vetorial das quantidades de movimento antes e depois da colisão.

Nota: Para uma colisão dêsse tipo. a perda porcentual de energia é pequena: v' é pràticamente igual a v, de maneira que, ao desenhar o diagrama vetorial para as quantidades de movimento, você pode con-

siderar que o módulo da quantidade de movimento do fóton é o mesmo antes e depois da colisão e, assim, determinar a direção em que o eléctron sai. Uma vez determinada essa direção, use a conservação da quantidade de movimento e da energia para responder aos ítens seguintes

b) Calcule a quantidade de movimento do fóton depois da colisão.

c) A energia cinética do eléctron depois da colisão.

d) A energia do fóton depois da colisão.

e) É v′ muito diferente de v?

17. Um feixe de eléctrons de 100 V incide sôbre duas fendas paralelas separadas pela distância de 10 Å aproximadamente e vai atingir um anteparo a 3 m de distância, formando franjas de interferência.

[Parece pràticamente impossível fazer êsse par de fendas em qualquer lâmina real de matéria formada por átomos cujos diâmetros medem 1 Å ou mais; e ainda mais impossível medir a distância entre elas, pois a luz tem comprimento de onda de milhares de angstroms. Entretanto, o equivalente a êsse par de fendas pode ser feito — foi feito e usado: é o bi-prisma da Fig. 33-12 (b).]

a) Calcule a distância entre duas linhas brilhantes consecutivas.

b) As linhas brilhantes aparecem como marcas brilhantes num anteparo fluorescente suficientemente sensível para cintilar quando bombardeado por eléctrons de 100 V, ou como marcas escuras numa chapa fotográfica, ou como indicações fornecidas pelo ponteiro de algum medidor ligado ao coletor de eléctrons. Qual é a diferença essencial entre os eléctrons responsáveis pelo aparecimento das linhas brilhantes e os que atingem o anteparo numa linha escura — são êles maiores? têm maior massa? são de melhor qualidade? têm maior carga?

18. Eléctrons que passam por uma dupla fenda (fantástico, mas possível, como foi discutido no problema anterior) formam uma figura de interferência sôbre um anteparo distante. O que acontece com o espaçamento das linhas na figura de interferência, se a voltagem usada para dar energia cinética aos eléctrons passa de 50 V para 5 000 V?

19. É difícil medir com partículas alfa o tamanho dos núcleos atômicos, porque seria preciso detectar pequenos desvios do espalhamento de Coulomb. Em geral usam-se nêutrons.

a) Calcule os comprimentos de onda de de Broglie de nêutrons com energia de 10^4, 10^6 e 10^8 eV.

b) Compare êsses comprimentos de onda com o diâmetro de um núcleo de ouro (15×10^{-15} m).

c) Examine a Fig. 33-15 para ver como as ondas se comportam quando encontram um obstáculo. Suponha que dirigimos um feixe de nêutrons para um pequeno alvo de ouro. Para quais dos nêutrons mencionados no ítem (a) espera você:

(i) que a maior parte dos nêutrons passe pelos núcleos sem serem afetados, alguns sejam absorvidos e alguns saltem como bolas de acôrdo com a mecânica newtoniana;

(ii) que a maior parte dos nêutrons passe pelos núcleos aparentemente sem serem afetados e os demais saiam do alvo distribuidos igualmente em tôdas as direções, independentemente da forma do núcleo.

d) Com nêutrons de que energia preferiria você medir o tamanho do núcleo?

20. a) Qual o comprimento de onda de raios X cujos fótons têm energia de 40 000 eV?

b) Que energia devem ter eléctrons para que seu comprimento de onda de de Broglie seja igual ao compri-

mento de onda de raios X de 40 000 ev? (resposta em eV).

c) E bolas de futebol?

d) Qual o comprimento de onda de uma bola de futebol que se move com velocidade de 10 m/s?

21. O modêlo ondulatório da matéria descreve como um próton e um eléctron se unem para formar um átomo de hidrogênio. Já sabemos que o diâmetro de um átomo de hidrogênio é da ordem de 10^{-10} m.

a) Qual o comprimento da onda de de Broglie associada ao átomo, admitindo que 1 comprimento de onda circunde exatamente o átomo?

b) Quanto vale a energia cinética do eléctron se êle tem êsse comprimento de onda?

c) Calcule a energia potencial do eléctron. (Ela é negativa porque tomamos o zero de energia quando o próton e o eléctron estão a uma distância infinita).

d) Calcule a energia cinética de um eléctron que gire em tôrno do núcleo a essa distância, e compare o resultado com sua resposta ao ítem (b).

e) De acôrdo com seus cálculos em (b), (c) e (d), qual a energia necessária para ionizar um átomo de hidrogênio? (O resultado experimental é 13,6 eV).

LEITURA COMPLEMENTAR

De Broglie, Louis, *Matter and Light*. Norton, 1939.

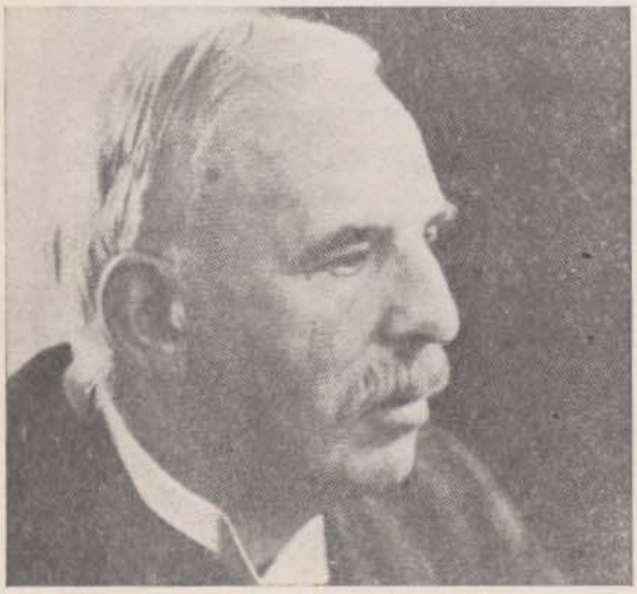
Gamow, George, "The Principle of Uncertainty" — *Scientific American*, janeiro, 1958.

Rossi, Bruno, Where Do Cosmic Rays Come From?" — *Sientific American*, setembro, 1953.

Schrödinger, Erwin, What is Matter" — *Scientific American*, Setembro, 1953.

James Clerk Maxwell

J. J. Thomson



Ernest Rutherford

Michael Faraday

Michael Faraday (1791-1867) foi um dos grandes pioneiros da eletricidade. Entre suas descobertas estão a indução eletromagnética e as leis da eletrólise. Deu grande ênfase às idéias de campo elétrico e magnético.

James Clerk Maxwell (1831-1879) desenvolveu a teoria eletromagnética com base no trabalho de Faraday. Introduziu a idéia de que um fluxo elétrico variável produz um campo magnético equivalente ao produzido por uma corrente elétrica. Sua teoria mostra que as ondas eletromagnéticas deveriam comportar-se como a luz.

J. J. Thomson (1856-1940) fêz novas contribuições à teoria eletromagnética: por exemplo, introduziu a idéia de associar uma quantidade de movimento às ondas eletromagnéticas. Estabeleceu a existência do eléctron e mostrou que êle deveria ser uma partícula dotada de carga elétrica negativa e com massa muito pequena em comparação com o mais leve dos átomos. Mostrou que os eléctrons são partículas fundamentais constituintes de todos os átomos.

As experiências realizadas por *Ernest Rutherford* (1871-1937) e seus alunos mostraram a natureza das partículas alfa. Êle usou, então, essas partículas para explorar a natureza dos átomos, estabelecendo o modêlo nuclear.

Niels Bohr (1885-) aplicou as idéias de fótons e estados de energia para a compreensão da estrutura dos átomos. Êle e seus alunos têm estado no centro do desenvolvimento das idéias quânticas modernas.

(Fotografias de Faraday, Maxwell e Thomson, cortesia do Serviço Britânico de Informações. Fotografia de Rutherford da British Scientists of the Twentieth Century, 1952, Routledge & Kegan Paul Limited. Fotografia de Bohr, cortesia do Ministério das Relações Exteriores da Dinamarca).

Niels Bohr

SISTEMAS QUÂNTICOS E A ESTRUTURA DOS ÁTOMOS

CAPITULO 34

Com o Capítulo 33 começamos a Física do século XX. Ficou evidente que o modêlo adotado então para o Universo, com ondas para a luz e corpúsculos para a matéria, era demasiado simplista. A natureza é mais complexa do que aqueles primeiros modêlos: os fótons, de um lado, e as ondas de de Broglie, do outro, mostram essa sutileza. A mecânica clássica mostrou-se inadequada. A energia e a quantidade de movimento são conservadas em todos os fenômenos individualmente, porém o modêlo ondulatório é necessário para explicar a forma de alguns dêles. Por exemplo, cada eléctron que incide sôbre um detector transfere certa quantidade de energia e de quantidade de movimento; porém, para saber onde os eléctrons incidem com mais freqüência, necessitamos do modêlo ondulatório. Com o conceito de probabilidade, encontramos uma forma de combinar o comportamento ondulatório e o corpuscular. Assim o Capítulo 33 findou em um discreto tom de vitória.

O Captíulo 32, no entanto, findou de modo enigmático. Experiências de dispersão com partículas alfa mostraram ser o átomo uma estrutura frouxa, mais ou menos como essa grande máquina de Newton, o sistema solar. Em tal sistema, os eléctrons giram ao redor do núcleo como minúsculos planêtas. Isso parecia estabelecido, porém conduzia a uma contradição. Se os eléctrons giram em suas órbitas, devem dissipar sua energia em forma de radiação (Secção 32-5). Ao contrário da Terra, um eléctron não deveria permanecer indefinidamente na mesma órbita. A perda de energia em forma de radiação eletromagnética corresponderia ao mesmo efeito mecânico da perda de energia de um satélite por atrito com a atmosfera; esta faz com que a órbita vá ficando menor. Em outras palavras, como cargas aceleradas emitem radiação, um átomo, segundo o modêlo planetário de Rutrerford, não seria estável, e o Universo não seria estável como é. Essa impossibilidade colocou em evidência uma limitação fundamental da Física clássica. A combinação da mecânica de Newton e do eletromagnetismo clássico não pode explicar os átomos como êles são.

Além dessa dificuldade básica — perda de energia radiante — os físicos tinham um outro motivo para temer que as leis da mecânica de Newton não poderiam explicar o átomo segundo o modêlo de Rutherford. O sistema solar e o átomo poderiam ambos ser sistemas planetários, porém, ao se mudar a escala do "muido grande" para o "muito pequeno", poderia ocorrer uma diferença qualitativa.

Podemos imaginar um agente capaz de introduzir em nosso sistema solar uma modificação de qualquer vulto — pequena, media, ou grande — mas que não chegasse a destruir o sistema solar. Por exemplo, uma estrêla que se aproximasse de nosso sistema. Quando êsse agente perturbador se afastasse, o sistema continuaria estável porém com as modificações introduzidas. Podemos ainda imaginar sistemas solares diferentes do nosso: de outros tamanhos, com qualquer número de planêtas e de diversas massas. Todos

serão igualmente estáveis. Uma coleção de sistemas solares semelhantes que pudéssemos encontrar em tôrno de outras estrêlas seria como outras coisas que podemos encontrar na natureza, por exemplo, um conjunto de rosas ou de gotas de chuva, haveria entre êles uma grande semelhança, mas, sendo os sóis e as órbitas planetárias de diferentes tamanhos, não haveria dois perfeitamente iguais.

Os átomos não são assim. Sua propriedade mais importante é a uniformidade. Todos os átomos de hidrogênio têm o mesmo comportamento, todos os átomos de hélio são iguais, e assim por diante. Átomos de uma mesma espécie são mais iguais entre si do que os grãos de ervilha de um determinado tipo. Esta igualdade persiste ainda que dois átomos tenham diferentes histórias, isto é, tenham passado por diferentes reações, ionizações, etc. Todos êles permanecem sempre iguais, apresentando as mesmas linhas espectrais e reagindo quìmicamente com as mesmas quantidades de energia. (*) O átomo pode ser considerado como um sistema planetário, mas um sistema planetário que aparece em miríades de cópias idênticas.

A identidade dos átomos e a estabilidade de seus movimentos internos não têm sentido nas leis da mecânica de Newton. Essa repetição de qualidades exige uma explicação nova, uma mudança fundamental na teoria. Aqui ocorre algo muito interessante. As idéias que foram introduzidas para explicar os fótons e as ondas associadas à matéria, fornecem também a explicação para a igualdade e estabilidade dos átomos. Para explicar o comportamento ondulatório da matéria precisamos modificar a mecânica de Newton, isto é, transformá-la em mecânica quântica. Encontraremos então uma explicação para o que já vimos, bem como para a estrutura da matéria. A combinação dos conceitos de partículas e ondas abarca tudo o que sabemos acêrca da natureza.

(*) Embora todos os átomos de um elemento tenham essencialmente a mesma estrutura, êles podem absorver energia, como veremos, e podem passar para um "estado excitado". Entretanto, ao contrário de um sistema solar que conservaria qualquer modificação que lhe fôsse imposta, um átomo volta para seu estado inicial assim que é abandonado a si mesmo.

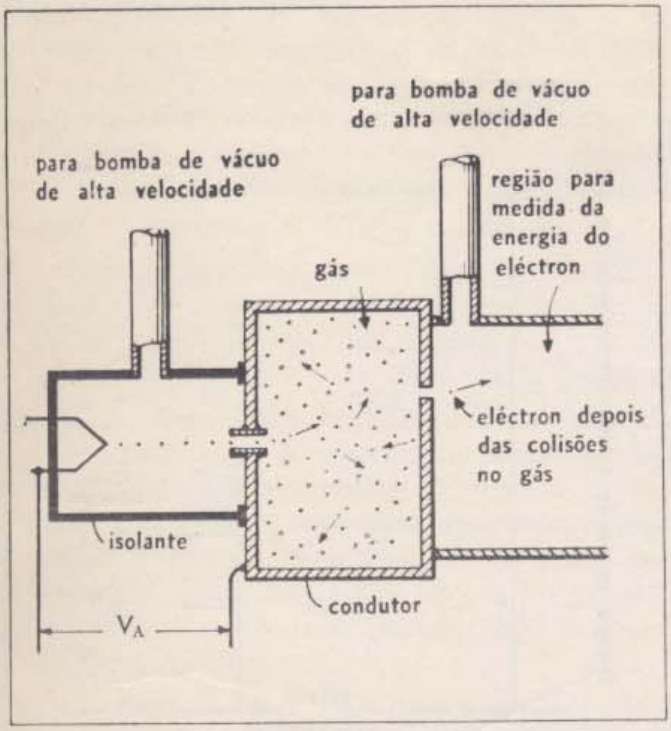
34 — 1. As Experiências de Franck e Hertz. Níveis de Energia do Átomo.

Para um sistema planetário, segundo a mecânica de Newton, são possíveis todos os movimentos, isto é, todos os níveis de energia (diferentes órbitas). Para um átomo, no entanto, supomos, pelo já exposto, que só alguns níveis são possíveis. Isto é sugerido pela igualdade e estabilidade dos átomos.

Se sòmente certas formas de movimento são possíveis, podemos supor que um sistema atômico só pode assumir os níveis de energia que correspondem àqueles movimentos. Então devem existir "degraus" entre os diversos valores possíveis da energia; nêsse caso, a energia interna de um átomo só poderá ser alterada por certas e bem definidas quantidades de energia transferidas de fora.

Existirão realmente tais "degraus" entre os níveis possíveis de energia que o átomo pode admitir? Verifiquemos. Esta verificação pode ser feita tentando-se mudar a energia dos átomos pelo bombardeio com eléctrons. Poderá um átomo que recebe o impacto de um eléctron receber certa quantidade de energia e conservá-la como aumento de sua energia interna? Caso afirmativo, poderá o átomo reter qualquer quantidade de energia, ou isso só será possível para quantidades bem definidas? Tal experiência foi feita na Alemanha em 1914. James Franck e Gustav Hertz fizeram experiências com bombardeio por eléctrons pelo que ganharam mais tarde o prêmio Nobel. Essa experiência — e outras similares derivadas dela — são a chave para os problemas da estrutura e estabilidade dos átomos. Descreveremos aqui uma experiência algo diferente da original feita por Franck e Hertz mas que nos proporcionará resultados muito semelhantes. Preferimos esta experiência por ser de interpretação mais fácil. Sua realização é, no entanto, mais difícil.

Como Franck e Hertz, usaremos eléctrons para bombardear átomos. Conseguiremos isso usando um "canhão" de eléctrons como os descritos nos Capítulos 27 e 28. Êsse "canhão" dá energia cinética aos eléctrons que são liberados pelo filamento. Se a voltagem aceleradora fôr V_A, os eléctrons sairão do canhão com energia cinética dada pelo produto de 1 carga eletrônica por V_A volts, isto é, V_A eléctron-volts.



34-1 — Esquema da experiência para medir as variações de energia dos eléctrons quando êstes colidem com átomos de um gás. Os eléctrons passam através de uma amostra de gás (vapor de mercúrio) na câmara intermediária e saem do "canhão" com energia que depende da voltagem aplicada. A energia remanescente depois das colisões é medida na câmara da direita. Note que a abertura na parede da direita não está alinhada com o feixe inicial de eléctrons. Isto tem por finalidade apanhar sòmente os eléctrons que foram desviados por colisões.

Quando os eléctrons saem do "canhão", penetram, por um pequeno orifício num recipiente que contém um gás. O "canhão" deve operar em alto vácuo. Para isso, uma bomba funciona constantemente a fim de retirar o gás que penetra através do furo (Fig. 34-1). O recipiente com gás tem as paredes feitas de material condutor. Por isso, estará todo êle a um mesmo potencial e o campo no seu interior será nulo. Portanto, qualquer modificação na energia dos eléctrons só pode ser produzida pela interação com os átomos do gás.

Agora investiguemos o que ocorre com os eléctrons quando colidem com os átomos. Para isso, deixemos que alguns eléctrons saiam por outro furo, não alinhado com o primeiro, passando assim a um segundo reservatório em que se fêz vácuo. Aí medimos a energia dos eléctrons que passaram através do gás. Essa medida pode ser feita por diversos processos. Por exemplo, podemos usar um espectrógrafo magnético de massa como o descrito no Capítulo 30; como conhecemos a massa do eléctron, a curvatura de sua trajetória em um campo magnético nos permite calcular sua energia. Podemos também determinar a energia do eléctron fazendo-o penetrar em um campo que o retarde e medindo o potencial necessário para que os eléctrons não consigam atingir o coletor. Poderíamos ainda determinar o tempo de percurso do eléctron na câmara. Dessa forma ficaríamos conhecendo sua velocidade e, portanto, sua energia cinética. Os detalhes dessas medidas são bastante difíceis e complicados. Ao fim da experiência, no entanto, teremos a informação que desejamos. Saberemos com que energia saem os eléctrons depois de interagir com os átomos do gás.

De que nos servem essas informações? Vejamos um exemplo específico. O que acontece quando temos no recipiente vapor de mercúrio? Enquanto o potencial que acelera os eléctrons não passa de alguns volts, os eléctrons saem do outro lado do recipiente com a mesma energia com que foram atirados para dentro dêle. As colisões com as moléculas do gás são elásticas para eléctrons de baixa energia (em tais colisões, os átomos, cujas massas são muito grandes em comparação com a massa do eléctron, absorvem uma quantidade de energia que podemos negligenciar). Quando o potencial que acelera os eléctrons ultrapassa 5 volts, as coisas se modificam. Agora os eléctrons levam uma energia de 5 eléctron-volts ou mais. Dá-se, então, um fato muito interessante: os eléctrons, ao sair, não têm mais a mesma energia com que foram lançados pelo "canhão"; ao contrário, saem pràticamente sem energia cinética.

Agora, aumentemos o potencial. Isto aumenta a energia cinética com que os eléctrons entram na câmara de gás. Verificamos que a energia com que os eléctrons emergem no detector também é maior. Se elevamos o potencial V_A de 5 para 6 V, a energia cinética medida no detector aumenta desde uma pequena fração de volt até um pouco mais de 1 volt. Isto equivale a dizer que os eléctrons perdem 5 eV. de energia cinética. Medidas cuidadosas têm mostrado que, nessas condições, os eléctrons em suas colisões com os átomos perdem 4,9 eV. Essa energia só é cedida quando os eléctrons que colidem atingem 4,9 eV. Ainda que se faça com que

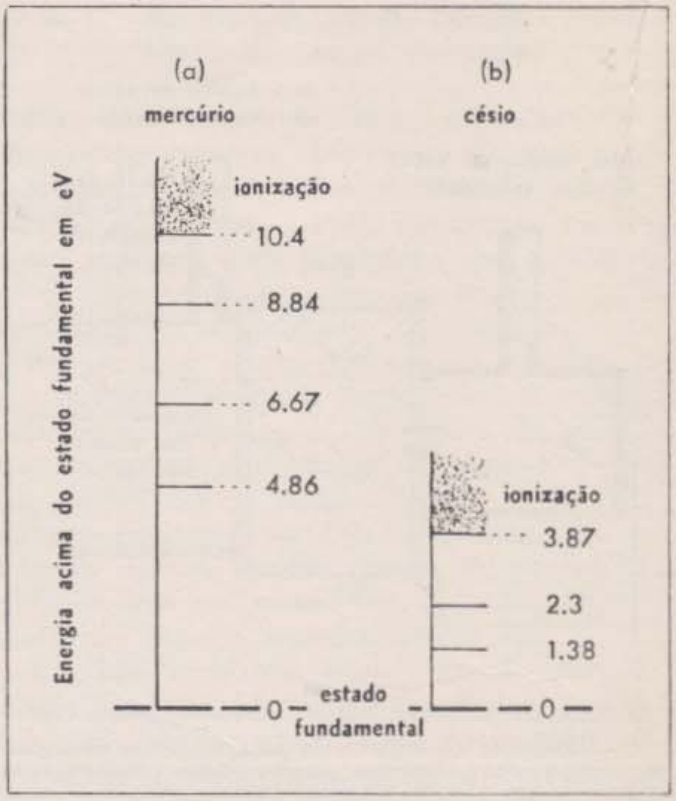
os eléctrons incidam com energia um pouco maior do que essa, a perda de energia permanecerá a mesma, isto é, 4,9 eV. O átomo de mercúrio não aceita nenhuma energia menor que 4,9 eléctron-volts. E ainda que se lhe ofereça pouco mais, êle só aceitará aquela quantidade, precisamente.

Esta não é, no entanto, a única quantidade de energia que o átomo pode admitir. Quando a energia dos eléctrons incidentes atinge 6,7 eV ou mais, os eléctrons podem perder 4,9 ou 6,7 eV. Aumentando-se ainda mais a energia de bombardeamento, acharemos outros valores para os quais podem ocorrer maiores perdas de energia por parte dos eléctrons e acima dos quais várias quantidades de energia podem ser roubadas dos eléctrons. Esta é a propriedade fundamental que Franck e Hertz procuravam: a energia interna dos átomos pode mudar, mas sòmente por saltos bem definidos.

A menor quantidade de energia que o átomo pode aceitar chama-se primeira energia de exictação. Para o mercúrio, é de 4,9 eV; para o hélio, 19,8 eV (é a mais alta.) O átomo cuja primeira energia de excitação tem menor valor é o césio, com 1,4 eV. Outros átomos aceitam outras quantidades de energia e essas quantidades são características de cada espécie de átomo.

A experiência que descrevemos é apenas ideal; os resultados aqui apresentados foram colhidos em várias experiências semelhantes. Tôdas elas, no entanto, concordam. Assim, a experiência de Franck e Hertz e suas variantes posteriores mostraram que os átomos só aceitam energia em determinadas parcelas. A energia interna do átomo não pode variar de modo contínuo. Ela só varia por degráus. As quantidades de energia que o átomo pode admitir são chamadas "níveis de energia". Êstes geralmente são representados como no diagrama ao lado, na Fig. 34-2.

É no estado fundamental que os átomos geralmente são encontrados. Nessas condições o átomo ainda não recebeu nenhuma energia. Acima dêle, estão os vários estados excitados separados por "degráus". Êsses estados são atingidos quando a energia cinética dos eléctrons incidentes é suficiente. Finalmente quando o átomo é atingido por um eléctron com



34-2 — a) Alguns dos níveis de energia do átomo de mercúrio. Neste diagrama o estado fundamental é tomado como o zero de energia. Indicamos também algumas quantidades de energia que o átomo aceita. b) Diagrama análogo para o átomo de césio.

energia suficiente, êle "arrebenta". Um eléctron é então emitido pelo átomo e êste se torna um íon positivo. Como a energia do eléctron emitido pode assumir qualquer valor, o átomo poderá aceitar qualquer energia superior à energia de ionização. Para o mercúrio, como indicamos na Fig. 34-2, a energia de ionização é de 10,4 eV.

Os átomos de muitos elementos foram estudados por êsse método de bombardeio por eléctrons. Essas experiências mostram que cada átomo possui seus níveis de energia e sua energia de ionização, que identificam os átomos tanto quanto as reações químicas ou as linhas espectrais.

34 — 2. Analisando o Espectro do Átomo: Excitação e Emissão.

Outro processo completamente diferente confirma a existência dos níveis de energia. Podemos observar a luz emitida por um gás bombardeado por elétrons. Para pequenas energias de bombardeamento, o gás pràticamente

não emite luz. Porém, ao atingirmos o primeiro nível de energia, a luz aparece repentinamente. Examinando essa luz com o espectroscópio, vemos uma linha bem definida. Isto indica que a luz emitida tem um comprimento de onda bem definido e, portanto, fótons de uma só energia.

Com o mercúrio, por exemplo, quando a energia de colisão dos eléctrons atinge 4,9 eV, o espectroscópio nos mostra luz ultravioleta. O comprimento de onda desta luz é de 2537 Å. Esta linha bem definida é uma das que caracterizam o espectro do mercúrio, mas dificilmente ela aparece só. Um tubo de descarga com gás de mercúrio apresenta sempre muitas linhas de comprimentos de onda bem definidos. Essas linhas são típicas do espectro do mercúrio. Não são porém, todo o espectro do mercúrio.

As experiências que descrevemos acima mostram que conseguimos fornecer uma quantidade de energia igual a 4,9 eV a alguns dos átomos do gás de mercúrio. Só aparece luz quando fornecemos essa quantidade de energia. Aparentemente, a energia fornecida pelos eléctrons é emitida em forma de fótons, depois do que os átomos voltam ao estado fundamental (lembre que o estado fundamental é o estado de mais baixa energia, o estado em que o átomo de mercúrio é normalmente encontrado antes de ter recebido a energia de 4,9 eV cedida pelos eléctrons incidentes). Se tôda a energia absorvida pelo átomo é emitida de uma só vez, os fótons devem ter energia de 4,9 eV. O comprimento de onda da luz correspondente deverá ser°

$$\lambda = \frac{12\,400 \text{ eV} \times \text{Å}}{E} = \frac{12\,400 \text{ eV} \times \text{Å}}{4{,}9 \text{ eV}} =$$

$$= 2530 \text{ Å}$$

Se o átomo de mercúrio pudesse emitir seu excesso de energia em mais do que um fóton, deveríamos, então, poder observar luz de maior comprimento de onda. A experiência com o espectroscópio mostra, portanto, que os átomos não só recebem como também emitem sòmente quantidades bem definidas de energia. Depois disto voltam os átomos ao estado fundamental. Tanto na absorção como na emissão, a energia interna dos átomos varia descontinuamente entre dois estados de energia que diferem, neste caso, por 4,9 eV (Fig. 34-3). Esta é uma magnífica confirmação da idéia de que os átomos só podem sofrer variações bem definidas de energia interna.

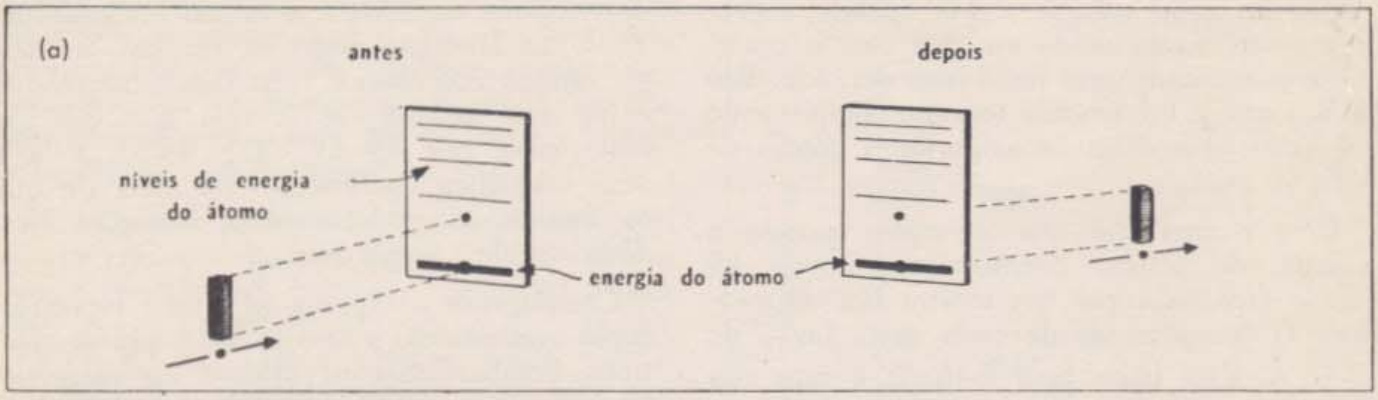
Continuemos a experiência com o espectroscópio aumentando a energia com que os eléctrons bombardeiam os átomos de mercúrio. Observemos a luz que êstes emitem à medida que tal energia cresce. Novas linhas típicas do espectro de mercúrio vão aparecendo. Essas linhas vão aparecendo em grupos, à medida que a energia cinética dos eléctrons vai aumentando e atingindo sucessivamente as quantidades de energia necessárias para levar o átomo a estados mais altos de energia. Dessa forma podemos analisar o espectro do mercúrio e verificar como êle aparece.

Antes do impacto do eléctron, o átomo está no seu estado de mais baixa energia interna, isto é, no estado fundamental. Quando o eléctron que colide com o átomo tem energia cinética menor do que a diferença entre a energia do estado fundamental e a do primeiro estado excitado, nada ocorre. Se o eléctron traz mais energia, pode transferir alguma para o átomo. Se a energia do eléctron é apenas suficiente para que o átomo atinja o primeiro estado excitado, então apenas essa energia será absorvida. O átomo emitirá então essa energia na forma de um fóton que contribuirá para a formação da linha de 2537 Å. Muitos átomos estarão então emitindo fótons. Todos êles, no entanto, com a mesma energia que corresponde à transição do primeiro estado excitado para o estado fundamental. Quando os eléctrons possuem maior energia, os átomos podem ser levados a estados mais altos de energia. Cada átomo, ao voltar para o estado fundamental, poderá, então, emitir um fóton de maior energia ou, possìvelmente, vários fótons de energias correspondentes às diferenças de níveis energéticos que podem ocorrer no átomo.

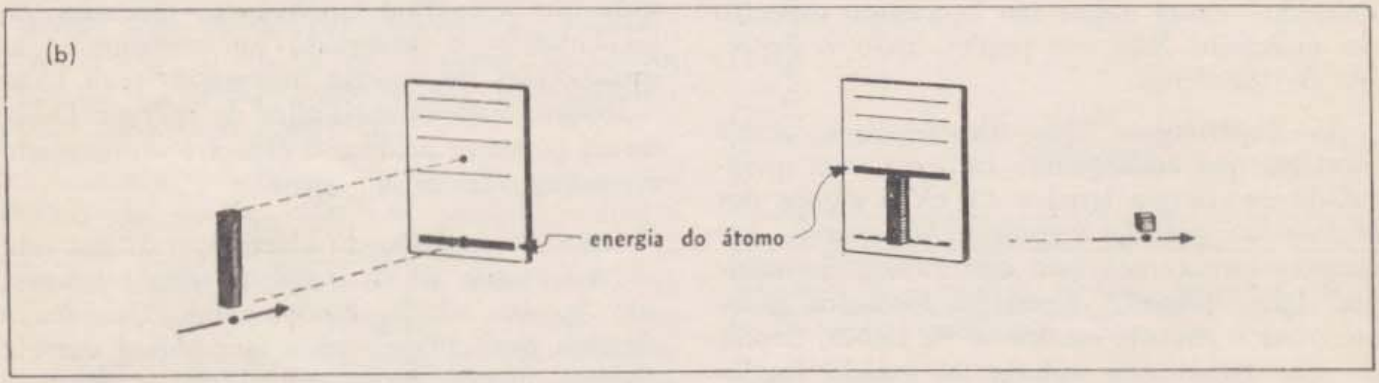
Na emissão de fótons — como em todos os processos que conhecemos — a energia se conserva. A energia do fóton emitido, $h\nu$, é

(°) A dedução desta expressão está no quadro da Seção 33-6.

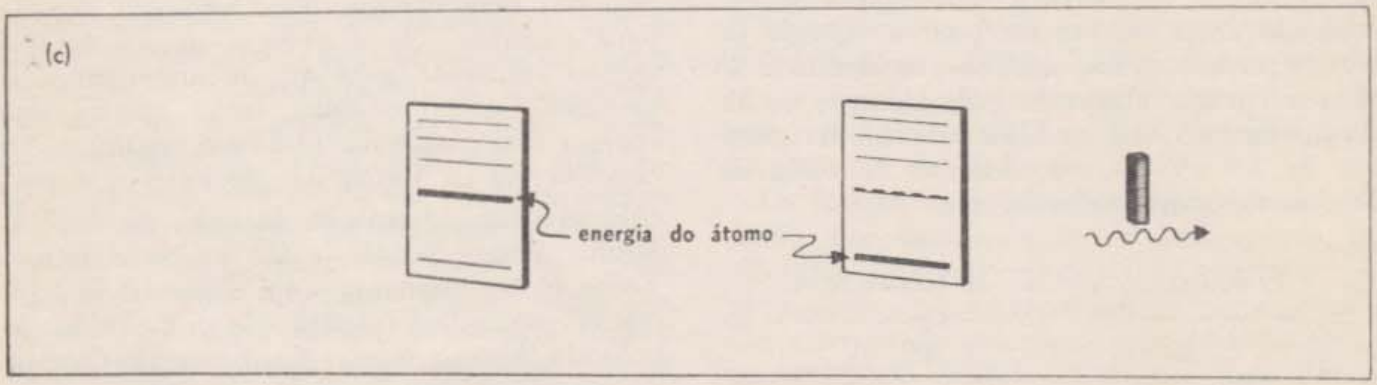
34-3 — As variações de energia quando um átomo é bombardeado por eléctrons.



a) Colisão elástica entre um eléctron e um átomo. A seta indica a trajetória do eléctron incidente. A coluna que se vê acima do eléctron representa sua energia cinética. O átomo e seus níveis de energia estão representados pelo "alvo" retangular. Neste caso o eléctron não tem energia suficiente para levar o átomo ao nível seguinte de energia. Por isso, é desviado elàsticamente, conservando tôda a sua energia cinética.



b) Aqui o eléctron possui mais energia. O átomo absorve sòmente a energia suficiente para atingir o seu segundo nível e o eléctron sai com a sobra de energia. A colisão é inelástica.



c) O átomo está no segundo nível de energia, um estado excitado. Voltando ao estado fundamental, emite um fóton com energia igual à diferença entre os dois níveis.

igual à diferença entre a energia interna inicial e a energia interna final do átomo:

$$E_{\text{fóton}} = h\,\nu = E_{\text{inicial}} - E_{\text{final}}$$

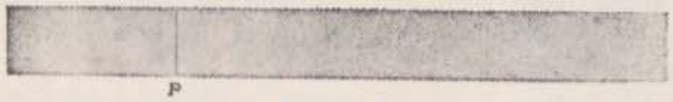
Cada uma das linhas do espectro corresponde à radiação emitida por muitos átomos. Todos, no entanto, sofrendo as mesmas transições entre dois níveis de energia. Cada um dos átomos o faz independentemente dos outros. A Fig. 34-4 mostra a análise do espectro do mercúrio e sua relação com os níveis de energia dos átomos daquele elemento. As linhas verticais naquele diagrama mostram as energias dos fótons que podem ser emitidos.

Análise do Espectro do Mercúrio

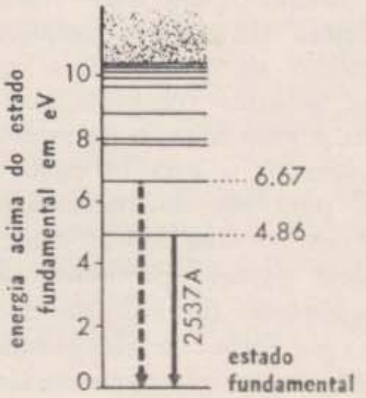
34-4 — As fotografias mostram as linhas espectrais que aparecem quando vapor de mercúrio é bombardeado com eléctrons. Em cada caso os eléctrons incidentes têm uma energia definida que está escrita ao lado da fotografia. (Photos de: John A. Eldridge, "The Spectrum of Mercury below Ionization", Physical Review, vol. 23, séries 2, 1924).

(a)

7.0 ev

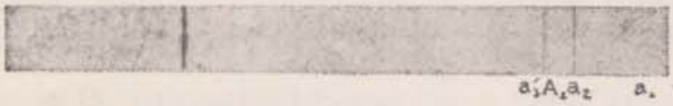


a) Com eléctrons de qualquer energia acima de 4,9 eV, é emitida uma forte linha na região do ultravioleta, de comprimento de onda igual a 2 537 Å. Essa linha corresponde, como está indicado à direita, a uma variação de energia do primeiro estado excitado para o estado fundamental. Quando a energia é de 7 eV, há também uma variação de energia de 6,67 eV para o estado fundamental, dando uma linha de comprimento de onda igual a 1 849 Å. Êsse comprimento de onda é muito curto para afetar a chapa fotográfica. Aqui essa transição é assinalada pela seta pontilhada. Nas figuras seguintes esta seta foi omitida.

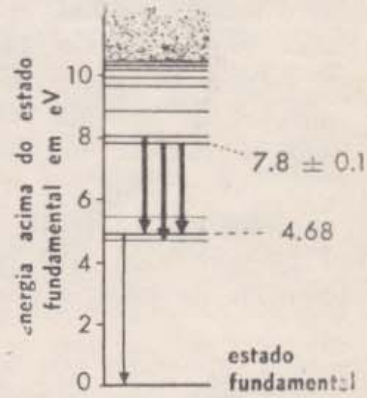


(b)

8.4 ev

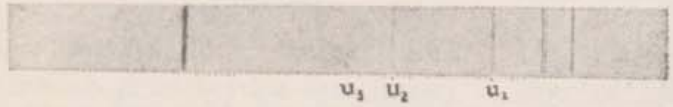


b) Com 8,4 eV, três novas linhas de maior comprimento de onda aparecem na região fotografada. Os fótons a elas correspondentes têm energia dada pelas transições de níveis em tôrno de 7,8 eV para níveis em tôrno de 4,9 eV.



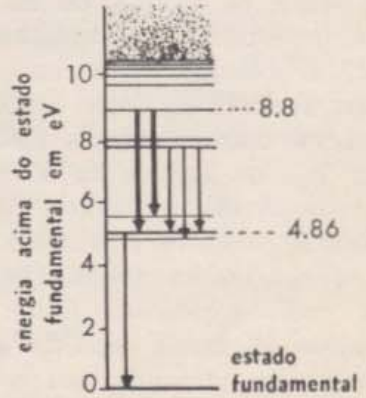
(c)

8.9 ev



c) Quando a energia do bombardeio atinge 8,9 eV, aparecem mais duas linhas de comprimentos de onda intermediários. Os fótons têm energias dadas pelas transições de níveis em tôrno de 8,8 eV para níveis em tôrno de 4,9 eV.

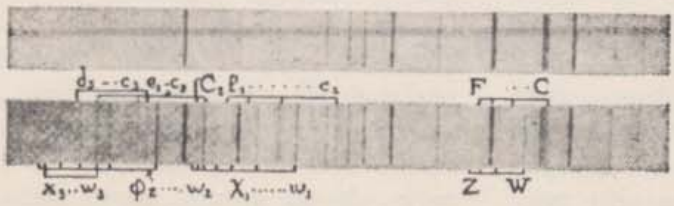
d) Se a voltagem aceleradora dos eléctrons é aumentada ainda mais, novas linhas vão aparecendo. Aos 10,4 eV, o átomo é ionizado e o espectro se apresenta completo. Nesse caso, as indicações acima e abaixo da fotografia ajudam a distinguir os vários grupos de linhas.



(d)

8.9 ev

10.4 ev



Para cada fóton emitido, algum átomo sofreu transição para nível inferior de energia. E o fóton carrega consigo a energia perdida pelo átomo.

Observe que as linhas de maior comprimento de onda correspondem a transições entre dois níveis que estão ambos acima do estado fundamental. As diferenças de energia são menores para essas transições e, por isso, os fótons têm menor frequência e maior comprimento de onda. Para que se produzam êsses grandes comprimentos de onda, entretanto, alguns átomos de mercúrio devem, antes, ser levados a estados mais altos de energia. Mas, para isso, são necessários mais de 5 eV. Tal fato explica aquilo que, à primeira vista, poderia parecer estranho: as linhas de maior comprimento de onda do mercúrio são produzidas por fótons de energia menor do que 5 eV; entretanto, os eléctrons incidentes que as produzem devem ter mais energia do que os que produzem a linha de 2537 Å. A razão é clara: as linhas espectrais são produzidas quando átomos sofrem transições entre estados bem determinados de energia interna; e nenhum dos estados iniciais necessários para essas transições de grande comprimento de onda pode ser atingido (a partir do estado fundamental do mercúrio) sem que tenha havido transferências de energia bem superiores a 5 eV.

Até aqui supusemos que os átomos de mercúrio estão normalmente no nível mais baixo de energia, ou estado fundamental. Isto é verdade à temperatura ambiente. Entretanto, à medida que a temperatura aumenta, as colisões entre os átomos de mercúrio se tornam mais violentas. A temperaturas suficientemente altas, as colisões entre os átomos podem se tornar inelásticas, como as colisões dos eléctrons com com os átomos. Essas colisões podem levar um ou ambos os átomos a um estado excitado. Assim à medida que a temperatura aumenta, maior é o número de átomos levados a estados excitados. Quando muitos átomos estão excitados, todo o gás se torna luminoso. A luz é emitida à medida que os átomos vão voltando aos níveis mais baixos de energia. Essas transições são feitas sempre entre níveis bem definidos, porém podem ser de um ou mais degráus. Quando a transição se faz de uma só vez de um nível alto para um nível baixo, o fóton emitido é de alta freqüência.

Altas temperaturas, colisões com eléctrons e outros meios para obter emissão de luz são, todos êles, processos para levar os átomos a estados excitados. Os átomos, então, emitem fótons cujas energias correspondem às diferenças de níveis de energia dos átomos. Esses fótons produzem o espectro do átomo. Determinada espécie de átomo só pode emitir linhas que tenham as freqüências características:

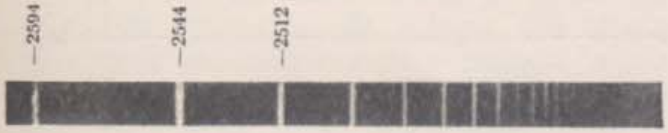
$$\nu = \frac{E_{\text{inicial}} - E_{\text{final}}}{h}$$

determinadas pelas diferenças de energia entre seus diferentes níveis.

Naturalmente as diferentes formas de introduzir energia no gás podem resultar em diferentes proporções de átomos excitados nos diversos estados. Como veremos na próxima seção, os fótons correspondentes à luz de um único comprimento de onda só podem excitar os átomos até um único nível de energia, e sòmente alguns outros níveis podem ser atingidos à medida que os átomos vão voltando ao estado fundamental. O feixe de eléctrons cuidadosamente ajustado de maneira a só conter eléctrons de 5 eV pode levar os átomos sòmente até o primeiro estado excitado do mercúrio. As altas temperaturas agem de modo diferente. As colisões desordenadas dos átomos aumentam a energia interna de alguns dêles até altos níveis, mas continua a haver maior número de átomos nos níveis mais baixos. Dessa forma, a intensidade das linhas, pode variar, mas a freqüência de cada linha de um mesmo átomo é sempre a mesma.

34 — 3. Espectros de Absorção.

Os espectros de emissão constituidos pelas linhas brilhantes que observamos quando átomos excitados emitem luz, não são os únicos capazes de revelar os estados de energia interna dos átomos. Podemos conseguir informações análogas fazendo luz branca atravessar um gás e analisando-a depois por meio de um espectroscópio. A luz branca é uma mistura de tôdas as freqüências; ela contém fótons de tôdas as energias. A maior parte dêsses fótons passa através do gás e



34-5 — Região dos pequenos comprimentos de onda no espectro de absorção do sódio. Como esta é a reprodução de um negativo, os comprimentos de onda absorvidos aparecem como linhas claras sôbre um fundo escuro contínuo. (Foto: H. Kuhn, "Über Spectren von Unecht Gebundenem Molekülen (Polarisationsmolekülen) K_2, Na_2, Cs_2 und Verbreiterung von Absorptionslinien" Zeitschrift für Physik, vol. 76, 1932).

aparece no espectro registrado numa chapa fotográfica. Êles não são absorvidos porque suas energias não podem ser absorvidas pelos átomos do gás para efetuar transições entre seus níveis de energia. Porém, alguns fótons são absorvidos. A ausência dêtes é posta em evidência pelas linhas escuras ou "falhas" no espectro da luz que atravessou o gás. Cada fóton ausente foi absorvido por um átomo, produzindo transição de um nível de energia para outro. Portanto, essas "falhas" no espectro nos informam acêrca dos estados de energia interna dos átomos (Fig. 34-5).

No fenômeno de absorção aplica-se a mesma interpretação e a mesma regra de conservação da energia que no fenômeno de emissão; apenas a ordem do processo é diferente (Fig. 34-6). Neste caso o nível inicial de energia do átomo é o mais baixo e o final é o mais alto, porque o átomo deve ter, no fim do processo, uma quantidade de energia igual à energia inicial mais a energia do fóton absorvido:

$$E_{\text{final}} = E_{\text{inicial}} + E_{\text{fóton}} = E_{\text{inicial}} + h\nu$$

Assim, podemos compreender por que o vapor de mercúrio à temperatura ambiente é transparente para a luz visível. Nenhum fóton da luz visível tem energia suficiente para levar um átomo de mercúrio do estado fundamental até o primeiro estado excitado. O fóton capaz disso vem com a luz ultravioleta de comprimento de onda igual a 2537 Å. Como é de se esperar, essa luz é fortemente absorvida. A mesma explicação cabe para os outros gases incolores: oxigênio, nitrogênio, hélio e os demais. Êles só podem absorver radiações da região ultravioleta. Nessa região encontramos muitas linhas de absorção.

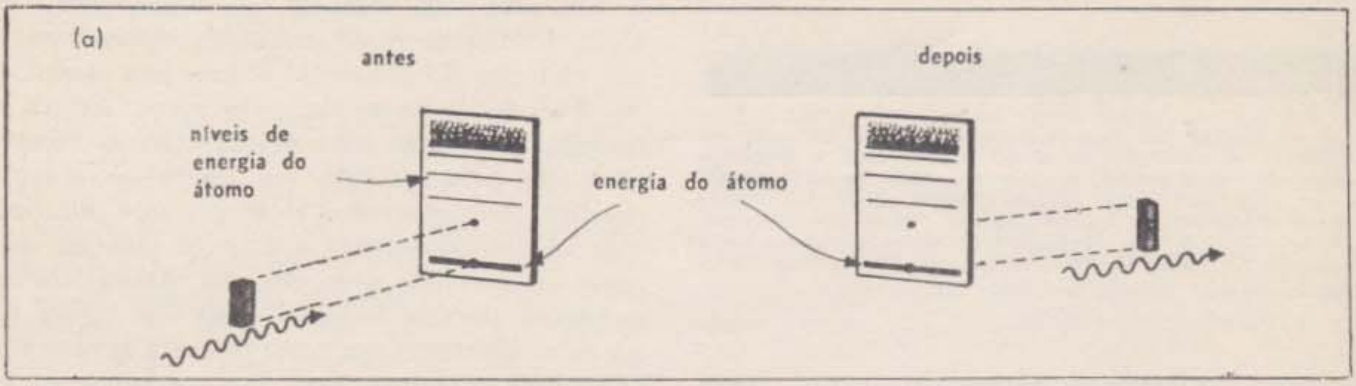
Quando a freqüência da luz é suficientemente alta, no extremo do ultravioleta, ou além, um fóton pode arrancar completamente um eléctron do átomo. O átomo fica ionizado. Se a energia fornecida pelo fóton supera a energia necessária para a ionização, o excesso é levado pelo eléctron em forma de energia cinética. Isto constitui o efeito foto elétrico. Não há limitação para a energia cinética que pode ser recebida pelo eléctron. Assim não há restrições para a freqüência da luz capaz de arrancar eléctrons contanto que ela supere um certo limite mínimo. Êsse limite mínimo observado no efeito foto elétrico é chamado freqüência limiar e é a menor freqüência necessária para arrancar um eléctron do átomo. O que a observação dos espectros mostra nesse assunto concorda perfeitamente com o que se verifica pela observação dos fóto-eléctrons.

Qualquer luz, assim como qualquer radiação eletromagnética pode excitar átomos ou ser emitida por êles nas transições de um nível de energia para outro. Consideremos um exemplo completamente fora do âmbito da luz visível. Estamos habituados a pensar nas ondas de rádio interagindo com antenas e não com átomos. Entretanto, o estudo dos espectros atômicos obtidos com ondas de rádio e micro-ondas constitui um método moderno e poderoso para os físicos e químicos. Como as ondas de rádio são longas, seus fótons têm pequena energia e, por isso, se originam em níveis de energia que estão muito próximos uns dos outros. Todos os metais alcalinos, como o lítio, o potássio, o rubídio e o césio têm pares de níveis de energia muito próximos. Os fótons que resultam de transições entre êsses níveis próximos têm baixas freqüência. Estão, portanto, na região do espectro que corresponde às rádio-freqüências. No caso particular do césio, o nível fundamental é na realidade constituido por um par de níveis de energia separados por apenas $4{,}14 \times 10^{-5}$ eV. A radiação que resulta da transição entre êsses dois níveis tem freqüência:

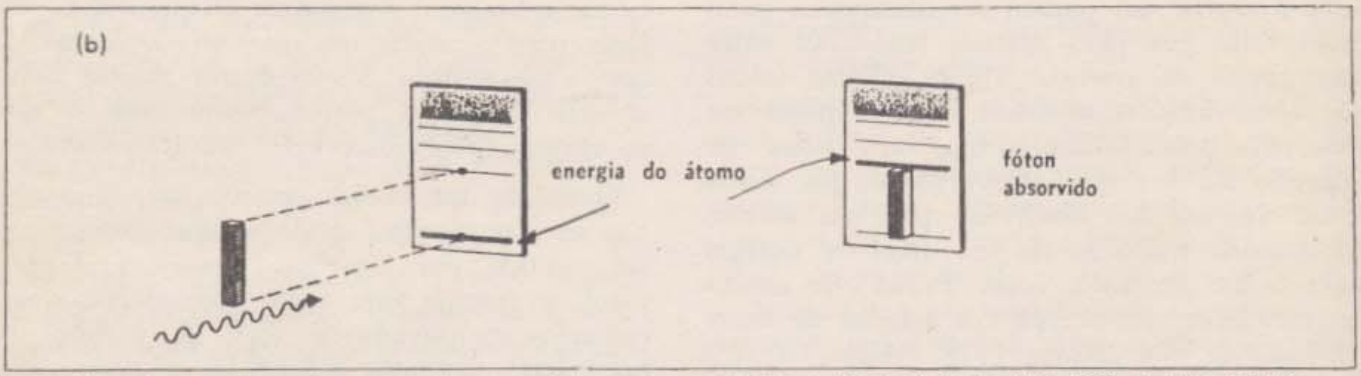
$$\nu = 9{,}19263177 \times 10^{9} \text{ ciclos/s}$$

Essa freqüência é atualmente usada como padrão de freqüência e tempo. Já podem ser obtidos comercialmente relógios que funcionam diretamente com ela.

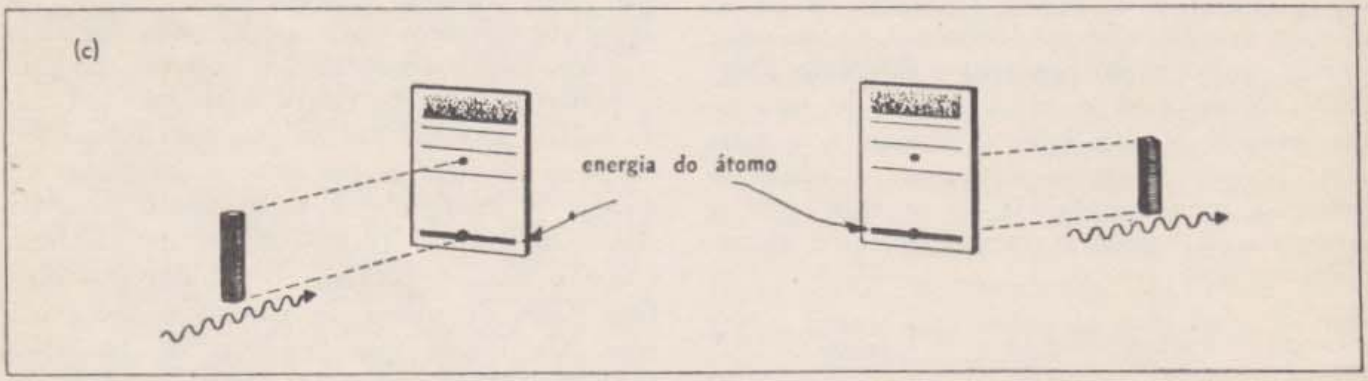
34-6 — Variações de energia quando um átomo é bombarbeado por fótons de várias energias. A coluna representada acima do fóton representa sua energia.



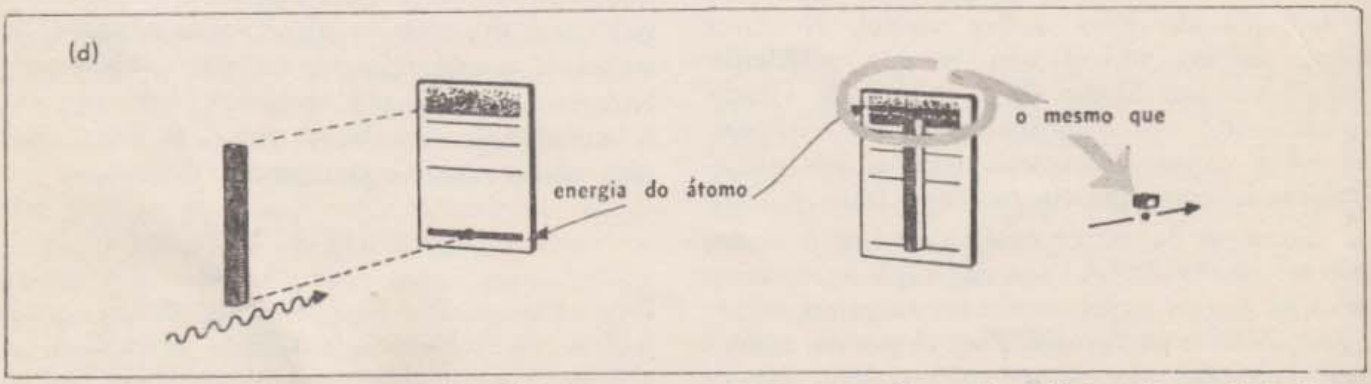
a) O átomo está no estado fundamental e o fóton tem energia insuficiente para levar o átomo ao primeiro estado excitado. O fóton simplesmente passa adiante ou se desvia por choque elástico.



b) O fóton tem exatamente a energia necessária para levar o átomo ao seu primeiro estado excitado. O átomo absorve o fóton ficando com tôda a sua energia.



c) O fóton tem mais energia do que a suficiente para levar o átomo ao primeiro estado excitado, mas não ao segundo. Êsse fóton também é desviado elàsticamente pois, se, o fóton fôsse absorvido, o átomo não poderia conservar energia e ficar num nível possível de energia. A única alternativa é a re-emissão do fóton.



d) Neste caso, o fóton tem energia suficiente para ionizar o átomo que passa a níveis positivos de energia. Em outras palavras, o átomo é "arrebentado" e o eléctron sai levando, sob forma de energia cinética, a energia que excede à necessária para ionizar o átomo. (Note que um átomo já excitado pode ser ionizado por um fóton de menor energia. Êsse mesmo fóton seria desviado elàsticamente se o mesmo átomo estivesse no estado fundamental).

O espectro tornou-se a melhor chave para o estudo dos níveis de energia dos átomos, mas, para se chegar a êsse método, e para se estabelecer através dêle, os níveis de energia, foi preciso muita habilidade. Uma vez conhecidos os comprimentos de onda, no espectro, êles devem ser convertidos em freqüências que, examinadas em conjunto, permitem conhecer os níveis de energia. Cada linha espectral dá a diferença entre dois níveis de energia e alguns poucos níveis de energia podem dar um conjunto bastante complexo de linhas espectrais. Como se vê, o trabalho não é fácil. O estudo do espectro de absorção pode ajudar muito, assim como a excitação produzida por fótons ou por outros processos especiais de excitação. Interpretando todos êsses indícios, o espectroscopista apresenta os seus resultados na forma de um diagrama dos níveis de energia do átomo em estudo. Como resultado de seu trabalho, muitos níveis internos de energia foram precisamente determinados para quase tôdas as espécies de átomos.

34 — 4. Os Níveis de Energia do Hidrogênio.

Os níveis de energia do hidrogênio atômico e algumas das linhas espectrais que lhes correspondem estão indicados na Fig. 34-7 que é o fruto do trabalho de uma ou duas gerações de espectroscopistas. Nessa figura, vemos os níveis do mais simples dos átomos.

O que é realmente extraordinário é que êsses vários níveis de energia que dão origem a linhas espectrais ainda mais numerosas podem ser representados por uma fórmula muito simples:

$$E_n = E_I - \frac{E_I}{n^2}$$

onde E_I é a energia de ionização (13,6 eV) e n é um número positivo inteiro. Quando $n = 1$, a fórmula dá $E_1 = 0$. Êsse zero representa o estado fundamental. Quando $n = 2$, temos

$$E_2 = 13{,}6 \text{ eV} - \frac{13{,}6 \text{ eV}}{(2)^2} = 10{,}2 \text{ eV}$$

que é a energia do primeiro estado exitado. Para outros valores de n, obtemos outros níveis de energia observados. Inúmeros níveis têm sido identificados nas posições previstas. A fórmula funciona maravilhosamente bem concordando com os resultados experimentais dentro da precisão de 1 parte em dez mil, ou melhor ainda.

Em todos êsses níveis de energia, o eléctron e o próton permanecem ligados. Êles não podem se afastar infinitamente um do outro. Para grandes valores de n, entretanto, os níveis de energia se aproximam do nível de ionização. Quando n tende a infinito, alcançamos a energia justamente necessária para que o eléctron escape do próton.

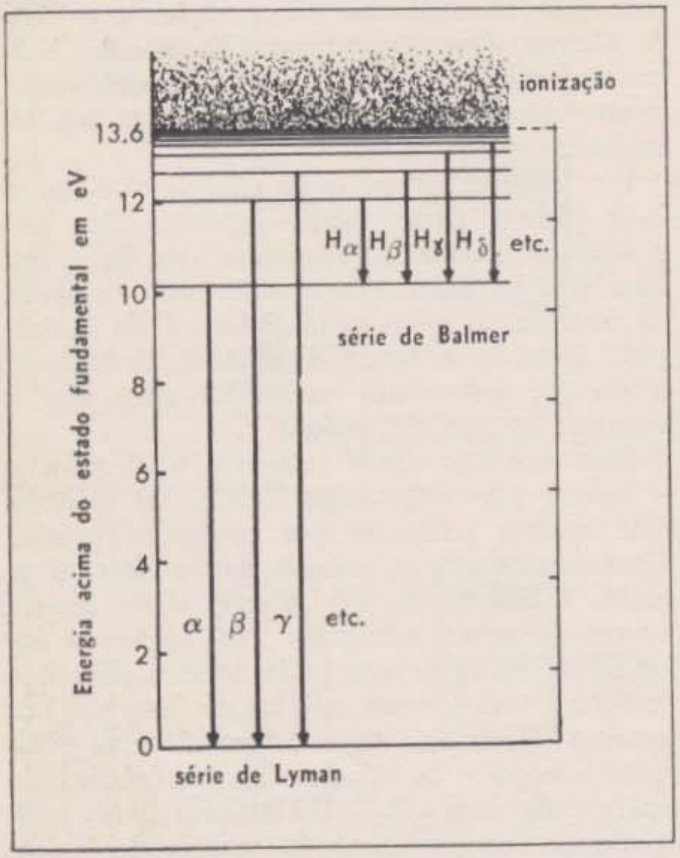
Para energias ainda maiores, o eléctron e o próton não estão mais ligados. O eléctron está apenas passando por perto do próton. Com essas energias, mesmo que o eléctron se afaste infinitamente do próton, ainda haverá energia cinética sobrando. No esquema dos níveis de energia, você pode notar a diferença essencial entre êsses níveis de energia nos quais o eléctron se move livremente com qualquer energia e os estados ligados (abaixo da energia de ionização). Há estados livres para qualquer energia acima da energia de ionização, enquanto que existem degráus bem definidos para os estados ligados.

No Capítulo 32, vimos que o átomo se assemelha a um sistema planetário. Em particular, segundo o modêlo de Rutherford, o átomo de hidrogênio consiste de um próton, como Sol, e um único eléctron planetário. A fôrça de Coulomb que atua entre êles varia com o inverso do quadrado da distância, exatamente como no caso Sol-Terra ou Terra-satélite. Na Seção 25-5, estudamos satélites ligados à Terra e satélites que escapavam. Achamos natural atribuir o valor zero à energia quando o Sol e o planêta, a Terra e o satélite, ou o próton e o eléctron estão em repouso e infinitamente afastados. Essa energia marca o limite entre os estados ligados e os estados livres. Para o átomo, trata-se da energia de ionização.

Quando deslocamos o zero de energia para a energia de ionização, a fórmula para os níveis de energia do hidrogênio torna-se ainda mais simples:

$$E_n = \frac{-13{,}6 \text{ eV}}{n^2}$$

$E_1 = -13{,}6$ eV nos mostra diretamente que o estado fundamental está 13,6 eV abaixo do



34-7 — a) Diagrama dos níveis de energia do átomo mais simples, o de hidrogênio. As setas mostram variações de energia para dois grupos de linhas espectrais característicos do hidrogênio. Os saltos assinalados com $H\alpha$, $H\beta$, etc. são chamados "série de Balmer". Estão indicados também os saltos da série Lyman na região ultravioleta. Êste diagrama está consideràvelmente simplificado porque a escala não permite assinalar transições entre níveis muito próximos.

b) Fotografia das primeiras doze linhas da série de Balmer produzidas pelo hidrogênio luminescente.

c) Fotografia da série de Balmer desde $n = 6$ até $n = 20$ ou mais. A posição das linhas concorda com os valores preditos com erros inferiores a uma parte em 10 000 (Fotos: G. Herzberg, "Über die Spektren des Wasserstoffs", Annalen der Physik, vol. 84, 1927).

nível de ionização. O átomo é mantido ligado por 13,6 eV.

$E_2 = \dfrac{-\ 13{,}6\ \text{eV}}{2^2} = -\ 3{,}4\ \text{eV}$ mostra que o primeiro estado excitado está apenas 3,4 eV abaixo do nível de ionização; e assim por diante. Do lado direito da Fig. 34-7 acrescentamos uma escala de energia com o zero no nível de ionização. Você pode fazer uma comparação entre os resultados obtidos pela fórmula e os níveis de energia medidos naquela escala.

Originalmente a fórmula simples para os níveis de energia foi obtida a partir da medida direta das linhas espectrais. Os espectroscopistas Balmer e Rydberg a desenvolveram quando tentavam descobrir se havia alguma ordem nos resultados obtidos na análise espectral. O que atualmente chamamos "níveis de energia", era designado como "valores dos têrmos" naquela análise puramente espectroscópica. Em 1913, Niels Bohr mostrou a relação entre o modêlo planetário do átomo e a fórmula $E_n = \dfrac{-13{,}6\ \text{eV}}{n^2}$ e chegou a deduzir o valor 13,6 a partir das constantes fundamentais da natureza: a constante de Coulomb k, a constante de Planck h e a massa m do eléctron. Podemos considerar o sucesso de Bohr como o marco inicial da atual teoria da estrutura da matéria. °

(°) Bohr justificou sua dedução apelando para um princípio geral conhecido atualmente como o seu PRINCÍPIO DE CORRESPONDÊNCIA. Suponha que temos uma teoria satisfatória — uma teoria que abrange os fatos de certa área do conhecimento. À medida que se adquirem novos conhecimentos, a teoria pode apresentar dificuldades; ela pode falhar na explicação de novos fatos. É preciso, então, elaborar uma nova teoria para substituir a antiga. Mas a nova teoria só terá êxito se concordar com a antiga nos pontos em que esta concordava com os fatos. Em outras palavras, a nova teoria deve fazer as mesmas previsões, na mesma forma que a teoria antiga, nos pontos em que esta era adequada. Assim a estrutura e o conteúdo da teoria antiga pode servir para por à prova a nova teoria e, mais ainda, pode indicar em que direção esta deverá ser desenvolvida.

A primeira vez que Bohr usou o seu PRINCÍPIO DE CORRESPONDÊNCIA foi para justificar a dedução da constante para os níveis de energia do hidrogênio. Êle imaginou o átomo excitado quase até à ionização de maneira que o eléctron mover-se-ia numa órbita enorme ao redor do próton. O raio desta

Apesar das semelhanças, a descrição de um átomo de hidrogênio deve ser diferente da descrição de um planêta movendo-se em tôrno do Sol. Aquela descrição deve dar conta da estabilidade do estado fundamental, da existência de estados excitados especiais e da absoluta identidade entre todos os átomos de hidrogênio do Universo. Sòmente em alguns estados de energia um átomo pode permanecer por tempo indeterminado. Se o átomo está em qualquer nível de energia acima do estado fundamental, êle não permanecerá aí indefinidamente. Mais cedo ou mais tarde êle emitirá radiação; perderá certa quantidade de energia, mas não o suficiente para que o eléctron se junte ao próton, e sim o suficiente para que o átomo atinja o estado fundamental. Nas próximas seções, veremos como as propriedades das ondas de de Broglie, que descrevem o eléctron movendo-se em tôrno do próton, permitem calcular os valôres dos estados de energia interna do átomo de hidrogênio.

34 — 5. A Origem dos Níveis de Energia.

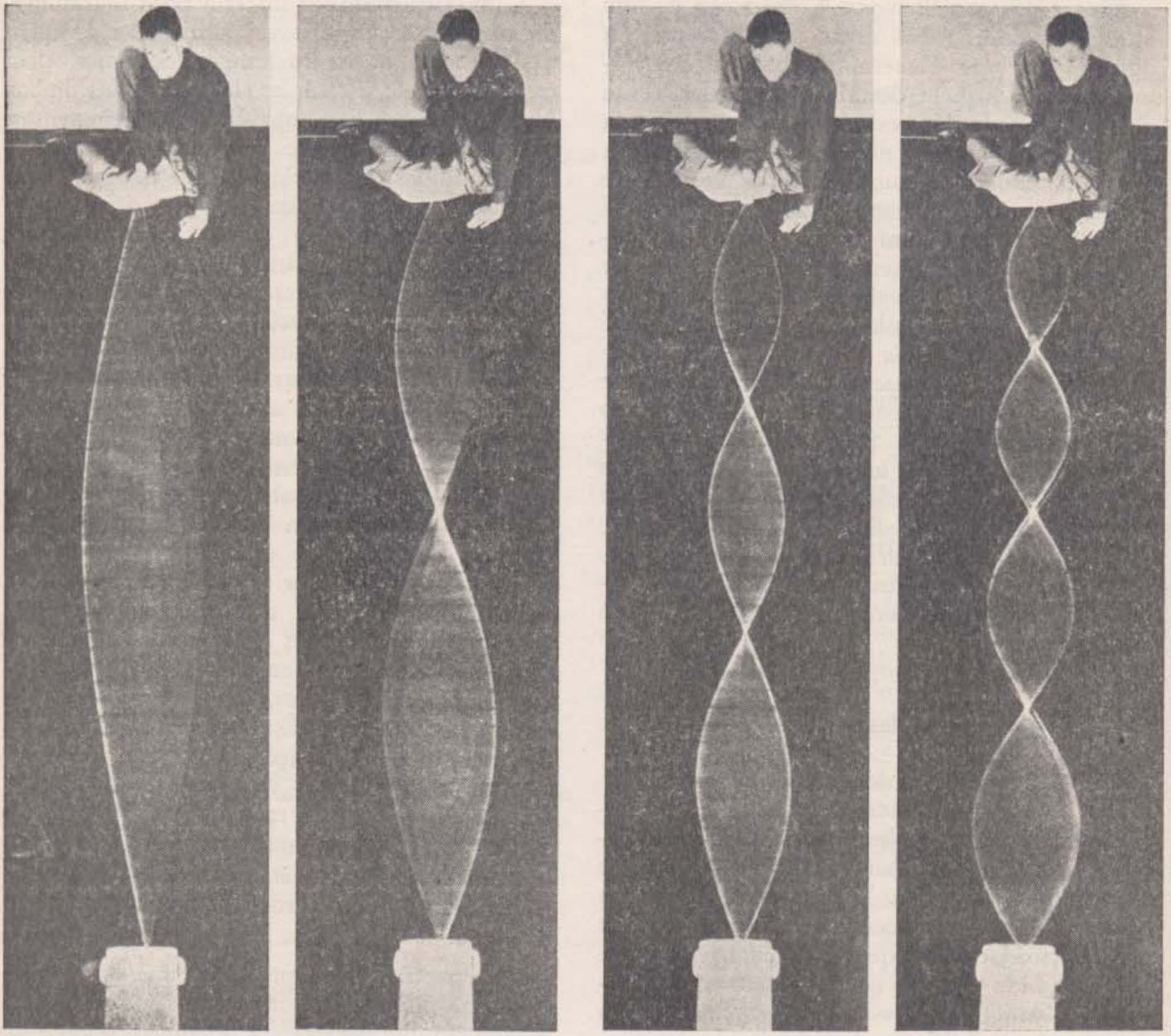
Como podemos entender a existência de níveis definidos de energia interna, e as relações numéricas simples entre êles? Esperamos conseguir isto usando as idéias expostas no capítulo anterior. Lá aprendemos algo acêrca das ondas associadas à matéria, ondas cuja intensidade em qualquer ponto indica a probabilidade de ali encontrarmos uma partícula. Como pode essa idéia explicar níveis de energia separados e bem definidos?

A onda associada à matéria para determinado nível de energia deve permanecer idêntica a si mesma por muito tempo. Sabemos, pela experiência de Frank e Hertz e pelas linhas bem definidas dos espectros dos elementos, que existem níveis de energia separarados e bem definidos para cada átomo. Isso não seria possível se a onda associada à matéria para determinado nível de energia não permanecesse constante por um longo tempo. Deve haver uma onda diferente para cada nível de energia porque os níveis de energia são diferentes. Devemos procurar, portanto, várias formas de ondas distintas e estáveis. As únicas ondas que satisfazem a essa condição são as ondas estacionárias como as que vemos em cordas vibrantes ou em tubos de água. Elas não caminham; ao contrário, ficam no mesmo lugar e mantêm a sua forma. As deformações crescem, decrescem e se anulam, porém sem se deslocar. Veja, por exemplo, na Fig. 34-8, a segunda fotografia a partir da esquerda. Nas duas extremidades e no meio, existem *nodos* (pontos sempre em repouso). Entre os nodos aparecem *ventres*, isto é regiões de deslocamento máximo. Essas regiões ficam sempre nas mesmas posições ao longo do tubo mas, à medida que transcorre o tempo, a deformação passa de máxima a zero e novamente a máxima no outro sentido. Em todos os pontos, a deformação oscila da mesma forma; nada, porém, parece caminhar ao longo do tubo.

Você mesmo pode produzir uma onda estacionária. Prenda a um suporte firme uma mangueira de borracha e sacuda-a segurando a outra extermidade. Procure acertar uma freqüência para a qual a mangueira oscile de forma que a onda não caminhe ao longo do tubo. Êste efeito pode ser conseguido de tal modo que se produzam um, dois, três, quatro, etc., ventres (Fig. 34-8). Pare agora de agitar a mangueira e observe o movimento. A amplitude do movimento diminui em virtude do atrito. O movimento, porém, continua com a mesma forma. A onda estacionária persiste. Esta é a espécie de onda que vamos imaginar para um estado estável de um átomo

Note que essas ondas estacionárias são naturalmente determinadas. Com as extremidades fixas, sòmente as freqüências que produzem um número inteiro de ventres podem

órbita seria da ordem de grandeza de 1 metro ($n = 10\,000$ aproximadamente). Uma órbita como essa é do tamanho de uma antena de rádio ou de um síncroton e sabemos que, nesses casos, a freqüência irradiada é a freqüência do movimento (para cima e para baixo, na antena, ou no percurso circular no síncroton). Portanto, a freqüência dos fótons emitidos por um átomo de hidrogênio nas transições quânticas entre níveis de energia próximos do nível de ionização deve ser a mesma freqüência do movimento orbital. Igualando essas duas freqüência, obtemos a relação entre k, h e m, constantes que devem aparecer na expressão para êsses níveis de energia e para todos os níveis de energia do átomo de hidrogênio. Dessa forma, Bohr obteve seu resultado confiando no princípio geral de reunir a teoria nova e a antiga. Neste livro, entretanto, faremos a dedução na Seção 34-6 partindo de outras considerações.



34-8 — Ondas estacionárias. À medida que se movimenta o tubo com freqüência crescente, vão-se formando ventres em maior número. Note, no entanto, que sòmente certas freqüências bem definidas produzem formas estáveis.

produzir ondas estacionárias. Se tentarmos agitar a corda ou mangueira com qualquer outra freqüência, verificaremos que desmanchamos o movimento do tubo, em vez de reforçá-lo. Assim, a menos que você use a freqüência certa, seus esforços produzirão pouco efeito. Você não conseguirá uma onda estacionária. O grupo de ondas estacionárias com número inteiro de ventres é o único possível.

Embora as ondas estacionárias não se propaguem, podemos considerá-las como dois trens de ondas iguais e que caminham em sentidos opostos. Desenhe dois trens de ondas, movaos de maneira que se superponham e some os deslocamentos em cada ponto: você terá como resultante uma onda estacionária. Você verá também que os ventres das ondas estacionárias têm comprimento de $1/2\ \lambda$, sendo λ o comprimento de onda comum aos dois trens de ondas. Fizemos algo semelhante a isso na Seção 16-3.

Se você tiver dificuldade para compreender que ondas estacionárias são formadas por dois trens de ondas independentes e iguais, mo-

vendo-se em direções opostas, você deve experimentar com ondas reais. Peça a duas pessoas que segurem os extremos de uma corda e enviem, cada uma, digamos, doze pulsos ao longo da corda. Observe o que acontece quando os dois trens de ondas se cruzam.

Dêsse ponto de vista, as ondas estacionárias entre dois suportes são iguais às ondas já observadas em frente à parede refletora da cuba de ondas. Naquela experiência podíamos produzir ondas de qualquer freqüência. As ondas refletidas combinavam-se com as ondas incidentes produzindo ondas estacionárias. Entretanto, para uma dada posição do gerador de ondas em relação à parede refletora, era preciso achar a freqüência certa. Se não, tínhamos que imprimir ao gerador um movimento de grande amplitude para conseguir algum efeito.

Como você pode ver na Fig. 34-8, podemos produzir ondas estacionárias num tubo de borracha fixando uma das extremidades e sacudindo levemente a outra com a freqüência "certa". A reflexão no suporte fornece o trem de ondas oposto que, combinado com o primeiro, dá origem à onda estacionária. Depois que se estabelece a onda estacionária, podemos imaginar que duas "paredes" refletoras são sùbitamente colocadas em dois nodos. Como colocamos as paredes em nodos ou pontos sem movimento, teremos entre elas um trecho de ondas estacionárias. Nesse trecho, qualquer que êle seja, veríamos a onda estacionária como uma configuração oscilante e não como uma onda que se propagasse.

Agora, então, você pode compreender que a onda estacionária no tubo de borracha entre suportes rígidos pode ser gerada somando-se dois trens de ondas: a onda incidente e a onda refletida. Para que se forme uma onda estacionária, os suportes devem estar separados por uma distância igual a meio comprimento de onda, dois meios comprimentos de onda, três meios comprimentos de onda, etc. Usaremos agora as ondas estacionárias na discussão dos modelos atômicos.

Já sabemos que existem ondas associadas à matéria. Quando estão confinadas numa região limitada do espaço, como nos átomos, devem tomar a forma de ondas estacionárias. Veremos como podem explicar a existência dos níveis de energia observados nos átomos. Para fazer uma idéia geral do problema, começaremos com um exemplo mais simples de que qualquer átomo. Consideremos uma partícula indo e vindo regularmente entre duas paredes refletoras e vejamos qual a forma de onda estacionária que lhe corresponde. Quando a partícula se move com velocidade constante em uma direção, ela tem quantidade de movimento constante. Existe, então, um comprimento de onda de de Broglie associado ao seu movimento. Quando a partícula bate na parede e volta, a quantidade de movimento tem o mesmo módulo de maneira que uma onda de de Broglie com o mesmo comprimento de onda está associada ao movimento de volta. Consideramos, então, que existem duas ondas de matéria simultâneamente na região compreendida entre as duas paredes. O comprimento de onda é determinado pelo módulo da quantidade de movimento. Se o comprimento de onda fôr apropriado, os dois trens de ondas associados produzirão uma onda estacionária entre as paredes.

Aí é que a natureza ondulatória da matéria tem uma importância essencial. Entre duas paredes fixas, sòmente certo número de ondas estacionárias pode existir. Isto quer dizer que sòmente certos movimentos da partícula, com as correspondentes quantidades de movimento, são possíveis. A onda estacionária mais simples apresenta-se como a da primeira fotografia na Fig. 34-8. Alí, o comprimento de onda é o dôbro da distância entre as paredes: $\lambda = 2\,d$. Êste é o comprimento de onda de um dos movimentos possíveis para a partícula (outras configurações, com vários ventres, darão menores comprimentos de onda e maiores quantidades de movimento; então, a onda com um ventre correspondente ao movimento mais lento da partícula). Podemos calcular a energia da partícula nesse movimento pela relação:

$$\mathrm{E} = \frac{1}{2}\, m\, v^2 = \frac{\frac{1}{2}\,(m\,v)^2}{m} = \frac{p^2}{2m}$$

Usando a relação de de Broglie, $p = \dfrac{h}{\lambda}$ obtemos:

$$\mathrm{E} = \frac{h^2}{2m\,\lambda^2}$$

E como $\lambda = 2d$, obtemos um valor bem determinado:

$$\mathrm{E} = \frac{h^2}{8\,md^2}$$

para a energia cinética da partícula indo e vindo dentro de uma "caixa" de comprimento d. Esta é a energia mais baixa para a qual a onda estacionária de de Broglie pode manter-se. Para energias mais baixas, o comprimento de onda será demasiado grande e não haverá onda estacionária para a partícula de massa m. Embora na mecânica de Newton a partícula pudesse se mover com menos energia, em nossa mecânica ondulatória não existe um estado de movimento com energia mais baixa. Êste estado de mais baixa energia é o estado fundamental.

Agora, voltando ao átomo de hidrogênio, verificamos que estamos seguindo um caminho promissor. Pelas mesmas razões, o átomo de hidrogênio deve ter um estado fundamental, embora a mecânica de Newton admita níveis indefinidamente mais baixos. Assim uma explicação para a estabilidade do átomo parece estar à vista. Além disso há muitas ondas de matéria com energias mais altas que podem produzir ondas estacionárias na caixa: ondas com 1, 2, 3, ... n ventres. Essas ondas estacionárias, com seus níveis de energia definidos, oferecem um modêlo para os estados excitados do átomo.

34 — 6. A Teoria Ondulatória Aplicada aos Níveis de Energia do Átomo de Hidrogênio.

Apliquemos a idéia de onda estacionária ao átomo de hidrogênio. O átomo não é uma caixa de paredes rígidas entre as quais a partícula possa ir e vir, mas a fôrça de Coulomb entre o núcleo e o eléctron impede êste último de fugir. Esta fôrça faz com que o eléctron gire numa pequena região do espaço ao redor do núcleo. O átomo de hidrogênio nos apresenta, portanto, o problema de uma onda estacionária em três dimensões. Esta onda estará num espaço em que a fôrça de Coulomb varia e não terá a simplicidade da onda existente entre duas paredes rígidas. Êsse problema é semelhante ao de encontrar as ondas estacionárias em um copo de água. (Você pode observar belas formas simétricas na superfície do líquido fazendo o copo vibrar. Veja também a Fig. 34-9). A teoria matemática das ondas é perfeitamente capaz de descrever as ondas estacionárias na superfície de um líquido e, portanto, também as ondas no átomo de hidrogênio. Como não podemos fazer, aqui, uma demonstração lógica perfeita, vamos tentar, pelo menos, tornar o resultado plausível.

Inicialmente consideremos um eléctron movendo-se em órbita circular a uma distância r do centro do átomo. A fôrça centrípeta necessária para manter o eléctron na sua órbita circular será a atração eletrostática $k \frac{q_1 q_2}{r^2}$. Conseqüentemente, $\frac{m v^2}{r} = k \frac{q_1 q_2}{r^2}$ ou $m v^2 = k \frac{q_1 q_2}{r}$. Esta expressão relaciona a velocidade v com o raio.

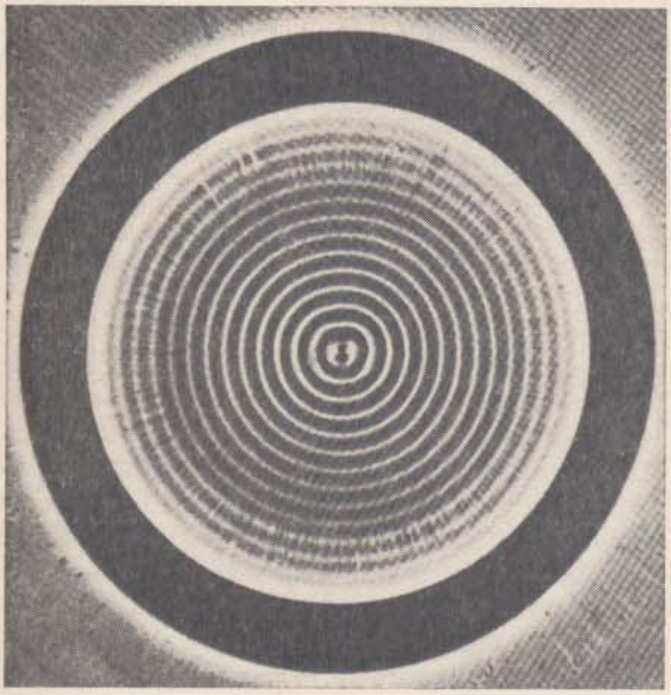
Como o eléctron se move a uma distância constante do núcleo, êle terá velocidade constante em módulo e sua quantidade de movimento também terá módulo constante. Em tal órbita, portanto, a onda associada ao movimento do eléctron terá um comprimento de onda bem definido:

$$\lambda = \frac{h}{mv}$$

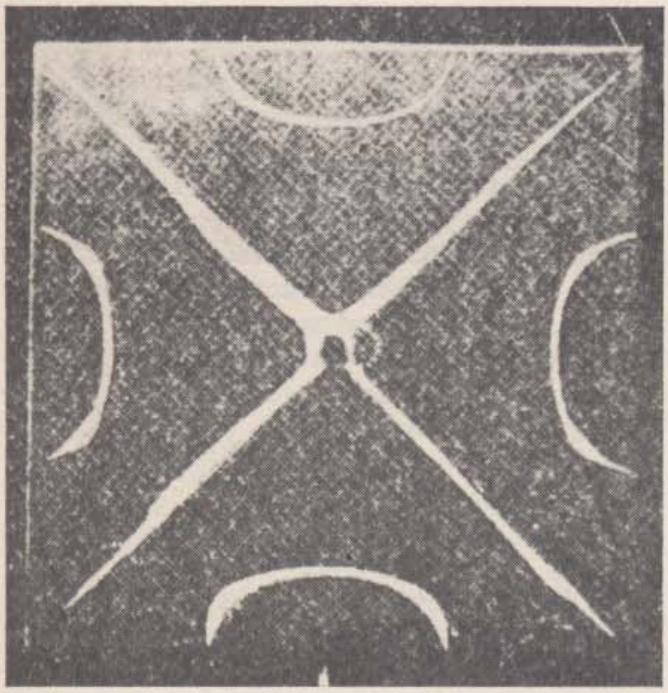
Naturalmente tal onda não pode mover-se ao longo de uma órbita clássica, pois qualquer onda, assim como as ondas no copo de água, estendem-se para os lados, além de percorrer certo caminho. Entretanto, podemos ter dela uma idéia aproximada imaginando-a como uma onda limitada a um estreito canal de raio r. Nesse canal, a onda estacionária só pode persistir se houver um número inteiro de comprimentos de onda ao longo da "órbita". Para formar a onda estacionária, deve haver ondas caminhando em sentidos opostos de tal maneira que máximos caiam sôbre máximos e mínimos sôbre mínimos. (Fig. 34-10). Se não houver um número inteiro de comprimentos de onda ao longo da órbita, um máximo poderá sobrepôr-se a um mínimo e não se formará uma onda estacionária. Portanto, há sòmente certas órbitas ou canais nos quais podem existir ondas estacionárias. Para canais circulares, devemos ter:

$$n \lambda = 2 \pi r.$$

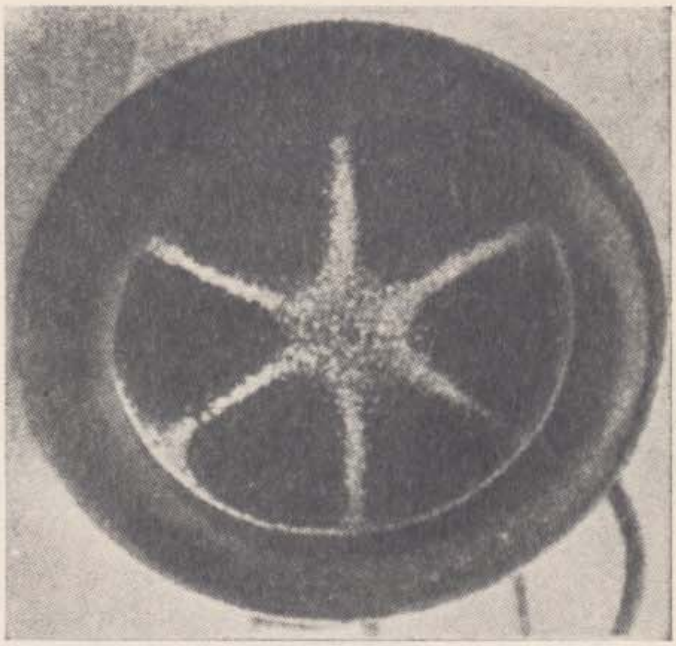
Como o comprimento da onda de Broglie é determinado pela quantidade de movimento,



34-9 — a) Fotografia de longa exposição de ondas estacionárias produzidas numa cuba de ondas na região interna a um anel circular. Tôda a cuba foi posta a vibrar, mas as ondas não estacionárias fora do anel, não aparecem na fotografia.



b) Forma de onda estacionária em uma placa de metal prêsa pelo centro. Essas ondas (também chamadas figuras de Chladni) são formadas por areia fina espalhada sôbre a placa quando esta é posta a vibrar. A areia se acumula nas linhas nodais.



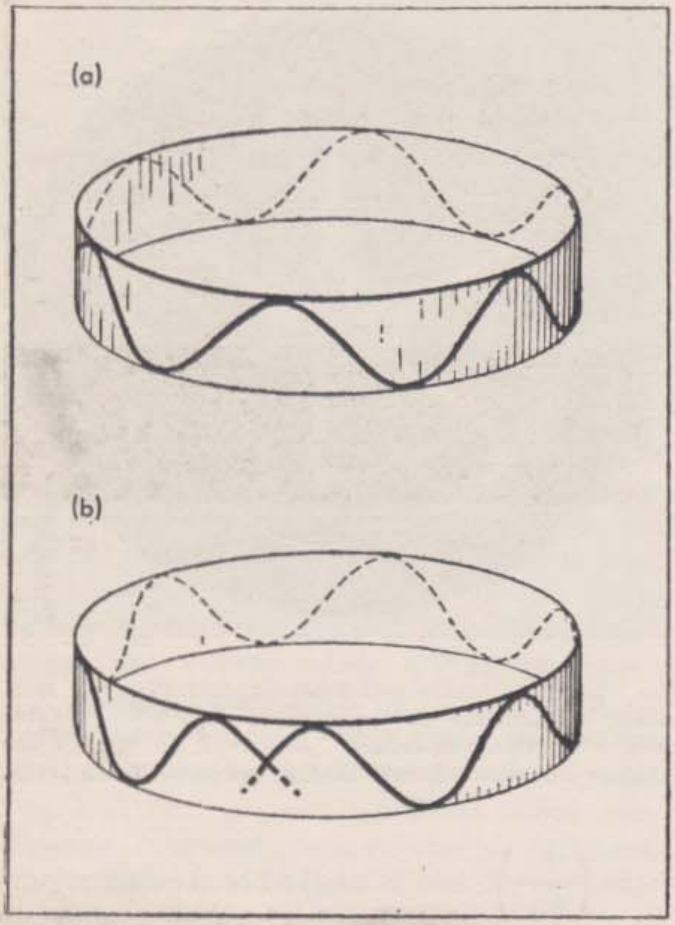
c) Figura de ondas estacionárias, formada por areia sôbre o diafragma de um receptor de telefone. (Fotos *b* e *c* de F.A. Saunders, "A Survey of Physics for College Students", Henry Holt & Co., New York, 1930).

$\lambda = \left(\frac{h}{mv}\right)$, essa condição nos dá uma segunda relação entre o raio r da órbita e a velocidade do eléctron: $\frac{nh}{mv} = 2\,\pi\,r$.

Temos então duas condições: uma para a onda estacionária no "canal" e outra que nos diz como os canais se adaptam à caixa determinada pela fôrça de Coulomb. A partir dessas duas condições, podemos achar as velocidades e os correspondentes raios para os quais podem existir ondas estacionárias. Isto está feito no quadro adiante. Uma vez que conhecemos a velocidade e o raio, podemos saber também a energia cinética $1/2\ mv^2$ e a energia potencial eletrostática $-\ k\ \frac{q_1\ q_2}{r}$. Isto nos dá as energias das ondas estacionárias. O resultado (obtido no quadro da página ao lado) é:

$$E = -\ \frac{1}{2}\ m\ \left(\frac{2\ \pi\ k\ q_1\ q_2}{nh}\right)^2$$

Comparemos agora, essas energias da onda estacionária com os estados de energia observados no hidrogênio. Para isso, vamos substi-



34-10 — a) Diagrama de uma onda de água em um canal estreito e circular produzindo uma onda estacionária. A onda movendo-se ao longo do canal, volta ao ponto de partida de tal forma que máximos se superpõem a máximos e mínimos a mínimos. Isto acontece quando o comprimento do canal é igual a um número inteiro de comprimentos de onda.

b) O comprimento do canal não é igual a um número inteiro de comprimentos de onda. Nêsse caso, quando a onda volta ao ponto inicial, os máximos e os mínimos não coincidem. As ondas tendem a se destruir mùtuamente e não se produz uma configuração estável.

tuir por seus valores a constante de Planck, a constante de Coulomb e a massa do eléctron:

$h = 6{,}62 \times 10^{-34}$ joule $\times$ segundo

$k = 2{,}3 \times 10^{-28}$ newton (metro)^2/(carga elem.).^{2}

$m = 0{,}911 \times 10^{-30}$ kg

Então, lembrando que as cargas do eléctron e do próton são as unidades elementares de carga, temos:

$$E = -\frac{1}{2} \times \frac{0{,}911 \times 10^{-30}\,(2\pi \times 2{,}3 \times 10^{-28} \times 1 \times 1)^2}{(6{,}62 \times 10^{-34})^2} \times \frac{1}{n^2}$$

$$E = -\frac{2{,}17 \times 10^{-18}}{n^2} \text{ joules, onde } n = 1, 2, 3 \ldots$$

Como 1 joule $= 6{,}25 \times 10^{18}$ eV, obtemos

$$E_n = \frac{-13{,}6}{n^2} \text{ eV,}$$

para a energia das ondas estacionárias no hidrogênio. Esta é exatamente a expressão para os níveis de energia do átomo de hidrogênio como vimos na Seção 34-4. Lá, essa expressão tinha sido apresentada como o resultado do trabalho dos espectroscopistas. Ela representava os estados de energia do átomo de hidrogênio que levam às linhas espectrais observadas quando o átomo emite ou absorve luz. Ela também coincide com o valor da energia necessária para ionizar o átomo de hidrogênio: 13,6 eV são exatamente a energia necessária para levar um átomo de hidrogênio do estado fundamental, no qual $n = 1$, até o estado de energia zero, no qual o átomo está ionizado. O resultado obtido a partir da idéia de ondas estacionárias concorda, portanto, completamente com os dados experimentais.

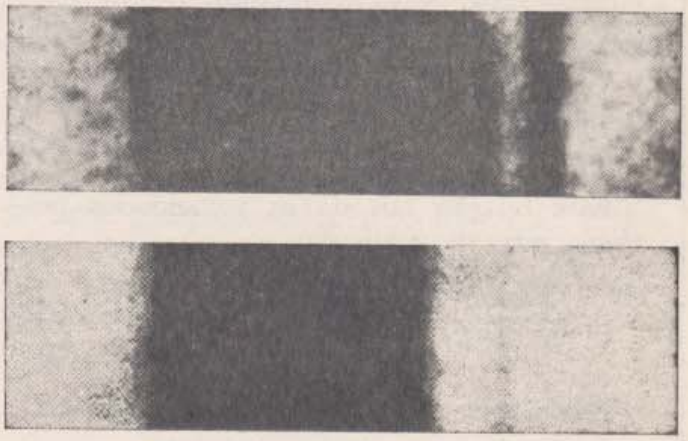
Podemos ainda verificar nosso resultado teórico por outros meios. Segundo o que vimos acêrca das ondas estacionárias, as energias devem ser proporcionais ao quadrado do número de cargas elementares do núcleo. Portanto, qualquer estrutura atômica com um eléctron deve produzir um espectro como o do hidrogênio, mas com as energias aumentadas na proporção do quadrado da carga do núcleo. Por exemplo, o átomo de hélio pode perder um dos seus dois eléctrons. O íon de hélio, então, consiste de um eléctron girando ao redor de um núcleo com duas cargas elementares positivas. Êste íon de hélio aparece quando um átomo de hélio foi excitado além do seu nível de ionização. Seu espectro foi observado na atmosfera das estrêlas azuis quentes e, no laboratório, quando se produzem descargas intensas numa atmosfera de hélio. A Fig. 34-11 mostra algumas dessas linhas espectrais. Elas são representadas exatamente pela fórmula para os níveis de energia do hidrogênio multiplicada por um fator

4 que representa o quadrado da carga do núcleo. O espectro observado para o lítio duplamente ionizado também está em perfeito acôrdo com a fórmula da mecânica ondulatória. Aqui, porém, a carga do núcleo é 3 em vez de 2. Em conseqüência, as energias são tôdas nove vêzes maiores do que as observadas para o hidrogênio.

Na realidade, o hidrogênio existe em três formas diferentes. Além do hidrogênio comum, existem dois isótopos pesados raros. Os espectros dêsses isótopos são quase iguais aos do hidrogênio, porém com pequenas diferenças. Para entendê-las, consideremos mais atentamente os níveis de energia do hidrogênio. Em nossos cálculos, supusemos o núcleo em repouso. Isto, no entanto, não é inteiramente verdade. As duas massas, núcleo e eléctron, giram ao redor do seu centro de massa comum, como no caso Sol-Terra. Êsse centro de massa quase coincide com o núcleo, porque êle é muito mais pesado do que o eléctron. Mas, a pequena distância entre o centro de massa e o núcleo implica em que os níveis de energia dependam um pouco também da massa do núcleo. A extensão dêsse efeito foi calculada por Bohr, no seu trabalho original, segundo um método inteiramente diferente do que usamos aqui. Para um núcleo de massa M (em vez de massa infinita), todos os valores da energia devem ser multiplicados pelo fator $\dfrac{1}{\left(1+\dfrac{m}{M}\right)}$.

Como o próton tem massa aproximadamente 2 000 vêzes maior do que a do eléctron, cada freqüência do espectro do hidrogênio comum deve ser menor do que a que previmos por uma parte em 2 000. (De fato, só depois de feita esta correção é que as previsões e os resultados práticos concordam a menos de uma parte em 10 000). Para os outros isótopos obtemos agora, resultados um pouco diferentes. Por exemplo a massa do núcleo do deutério — o dêuteron — é cêrca do dôbro da do próton. Conseqüêntemente, as freqüências do deutério são menores do que as de um átomo com núcleo infinitamente pesado por apenas 1 parte em 4 000. As freqüências no espectro do deutério devem ser, portanto, pouco maiores do que as do hidrogênio comum. A espectroscopia é um instrumento tão refinado que permite a verificação dessas pequenas diferenças. Na realidade ela contribuiu para o descobrimento do deutério (Fig. 34-12).

34-11 — Espectro do hélio ionizado uma vez, com os comprimentos de onda assinalados em angstroms. Estas linhas correspondem à série de Lyman do hidrogênio (veja Fig. 34-7) modificadas para o caso em que a carga nuclear é de duas unidades. Note que essas linhas estão na região mais avançada do ultravioleta. (Foto de P.G. Kruger, "Arc and Spark Spectrum of He", Physical Review, vol. 36, Série 2, julho-dezembro, 1930).



34-12 — Fotografia mostrando os detalhes de duas linhas espectrais do hidrogênio. Um pouco à direita das linhas bem nítidas do hidrogênio comum, são vistas as linhas tênues do deutério (um ou dois angstroms a menos no comprimento de onda). Essa experiência mostrou pela primeira vez a existência daquele isótopo pesado do hidrogênio. As linhas do deutério são fracas em virtude da baixa concentração de átomos de deutério no hidrigênio natural (cêrca de 1 para 6 500). Para estas fotografias, a concentração do deutério foi um pouco aumentada pela evaporação de hidrogênio líquido. Com técnicas modernas é possível separar os isótopos e produzir deutério relativamente puro. Isto torna mais fácil a verificação do comprimento de onda daquela linha. (Foto de H.C. Urey, F.G. Brickwedde, e G.M. Murphy, "A Hydrogen Isotope of Mass 2 and its Concentration", Physical Review, vol. 40, série 2, abril-junho, 1932).

CÁLCULO DAS ENERGIAS DAS ONDAS ESTACIONÁRIAS

Duas condições relacionam a velocidade com o raio da órbita percorrida em tôrno do núcleo, por uma partícula carregada. Como a atração Coulombiana tem que fornecer a fôrça necessária para manter a partícula em órbita, temos:

$$\frac{m\,v^2}{r} = k\,\frac{q_1\,q_2}{r^2} \quad \text{ou}$$

$$m\,v^2 = k\,\frac{q_1\,q_2}{r} \qquad (1)$$

Para ondas associadas à matéria capazes de formar configurações estacionárias,

$$n\,\lambda = 2\,\pi\,r \quad \text{e} \quad \lambda = \frac{h}{m\,v}$$

de maneira que

$$\frac{n\,h}{m\,v} = 2\,\pi\,r \qquad (2)$$

Multiplicando membro a membro as equações (1) e (2), obtemos:

$$(m\,v^2)\left(\frac{n\,h}{m\,v}\right) = \left(\frac{k\,q_1\,q_2}{r}\right)(2\,\pi\,r)$$

$$n\,h\,v = 2\,\pi\,k\,q_1\,q_2$$

Esta relação nos dá as velocidades possíveis para a partícula:

$$v = \frac{2\,\pi\,k\,q_1\,q_2}{n\,h} \text{ onde } n = 1, 2, 3, \ldots \qquad (3)$$

Levando a expressão (3) à equação (2), obtemos os raios correspondentes:

$$r = \frac{n\,h}{2\,\pi\,m\,v} = \frac{n^2\,h^2}{(2\,\pi)^2\,m\,k\,q_1\,q_2} \qquad (4)$$

onde $n = 1, 2, 3, \ldots$

A energia interna total é

E = energia cinética + energia potencial

$$E = \frac{1}{2}\,m\,v^2 + \left(-\,k\,\frac{q_1\,q_2}{r}\right)$$

Introduzindo os valores possíveis de v, obtidos em (3), na expressão $\frac{1}{2}\,m\,v^2$ e os correspondentes valores de r, obtidos em (4), na expressão $-\,\frac{k\,q_1\,q_2}{r}$, obtemos para as energias internas totais:

$$E = -\,\frac{1}{2}\,m\left(\frac{2\,\pi\,k\,q_1\,q_2}{n\,h}\right)^2. \qquad (5)$$

Finalmente, introduzindo em (3), (4) e (5) os valôres numéricos das constantes:

$$k = 2{,}3 \times 10^{-27}\ \frac{\text{newton (metro)}^2}{(\text{carga elem.})^2}$$

$$h = 6{,}62 \times 10^{-34}\ \text{joule} \times \text{segundo}$$

$$m = 0{,}911 \times 10^{-30}\ \text{kg}$$

obtemos:

$$v = 2{,}18 \times 10^{6}\ \frac{q_1\,q_2}{n}\ \text{m/s}$$

$$r = 0{,}53 \times 10^{-10}\ \frac{n^2}{q_1\,q_2}\ \text{m}$$

$$E = -\,\frac{2{,}17 \times 10^{-18}\,(q_1\,q_2)^2}{n^2}\ \text{joules}$$

Note que as unidades de carga elétrica foram incluidas nas constantes. Assim sendo, q_1 e q_2 são números puros que indicam os números de cargas elementares do núcleo e dos eléctros que giram em tôrno. O número quântico n, indicador do estado em que se encontra o átomo, mede a complexidade de configuração da onda estacionária.

34 — 7. Conclusão.

De certo modo, a história que estávamos contando está completa. As ondas, que encontramos pela primeira vez na Parte II, foram associadas com a energia e a quantidade de movimento encontradas na Parte III. Entretanto, essa associação só foi revelada na Parte IV, onde o exame do átomo nos obrigou a refinar a mecânica de Newton introduzindo a teoria quântica. No mundo do átomo e do fóton o aspecto ondulatório e o aspecto corpuscular são, ambos, essenciais para nossa compreensão.

Na Seção anterior, encontramos os estados de energia do hidrogênio usando um modêlo

de onda estacionária que fornece algumas das configurações possíveis. Há outras configurações de ondas estacionárias que não correspondem a canais circulares, mas a teoria ondulatória completa mostra que essas outras configurações dão os mesmos níveis de energia que já calculamos. Nosso êxito nesse ponto é importante por duas razões principais. A primeira é a concordância do valor 13,6 eV, calculado teòricamente, com o valor obtido experimentalmente. A segunda, ainda mais forte, é a que nos mostra ser realmente o modêlo de onda estacionária essencial na descrição do átomo. Descrevendo com êxito o átomo de hidrogênio pela combinação dos conceitos de onda e partícula, não esgotamos o assunto. Pelo contrário, estamos apenas no começo da nossa possibilidade de explicar os núcleos, os átomos, as moléculas — em outras palavras, a estrutura da matéria. Níveis de energia bem definidos ocorrem em todos êsses sistemas físicos e todos êles podem ser explicados em têrmos de ondas estacionárias. Nesse campo, surgem questões que não poderiam ser respondidas convenientemente dentro do esquema da dinâmica newtoniana. Outras questões não poderiam sequer ser formuladas sem a visão que adquirimos com a mecânica ondulatória.

Isto ainda não é tudo. O comportamento ondulatório difere do comportamento corpuscular (segundo a mecânica de Newton) não só porque leva a níveis distintos de energia (e a um estado fundamental irredutível) mas também em outros aspectos inesperados. Um exemplo pode dar idéia de como se pode descobrir um aspecto novo no comportamento de partículas quando se consideram as ondas a elas associadas. Muitas vêzes as ondas podem se espalhar por regiões em que, de acôrdo com a mecânica de Newton, as partículas nunca penetrariam. Para a luz, o modêlo corpuscular de Newton nos faria esperar ou reflexão ou transmissão na superfície de separação entre ar e vidro, mas nunca as duas coisas ao mesmo tempo. As ondas, entretanto, se dividem: são parcialmente refletidas e parcialmente transmitidas e os fótons são encontrados, com alguma probabilidade, em ambas as partes. Da mesma forma, as ondas associadas à matéria podem sofrer reflexões parciais e transmissões parciais em situações nas quais, de acôrdo com a mecânica de Newton, só poderia haver um dêsses fenômenos. Da mesma maneira, as ondas de matéria permitem uma interpretação da emissão radioativa como passagem de partículas através de uma região em que, segundo a mecânica de Newton, uma partícula não penetraria. Um mecanismo semelhante explica também algumas reações químicas.

Chegamos, assim, ao limiar de muitos novos conhecimentos. A partir de 1925, ano em que foi formalmente estabelecida, a mecânica ondulatória tem interpretado muitas partes da Física até então envoltas em mistério. Muitas coisas ainda restam por ser estudadas nesses novos campos, algumas já razoàvelmente bem compreendidas e outras que constituem objeto de grande trabalho no presente. Êste livro é simplesmente uma introdução. Tôda uma vida pode ser bem empregada no estudo do mundo físico.

PARA CASA, CLASSE E LABORATÓRIO

1. a) Que energia deveriam ter os eléctrons que você usaria para bombardear átomos de hidrogênio com a finalidade de excitá-los até o primeiro nível de energia indicado na Fig. 34-7? Êsse nível está 10,2 eléctron-volts acima do nível fundamental.

   b) Se você fizer incidir eléctrons com energia cinética de 12,1 eV (justamente o suficiente para atingir o segundo estado excitado), que energias podem êles perder em colisões inelásticas com o átomo de hidrogênio?

2. Suponha que você vai bombardear vapor constituído por átomos de césio usando elétrons de 4,00 eV. Use a Fig. 34-2 para predizer algumas coisas que podem ocorrer.

3. Se você aquecer gás hélio a uma temperatura bastante alta, a energia cinética média dos átomos será suficiente para que, em colisões inelásticas entre dois dêles, um dos átomos seja levado ao primeiro estado excitado, 19,8 eV acima do estado fundamental. Calcule essa temperatura obtendo os dados necessários na Parte III.

4. a) Que energia devem ter os eléctrons numa experiência de Frank e Hertz afim de que se possa "ver" a linha α da série de Lyman? (Veja Fig. 34-7).

   b) E para "ver" a linha Hα?

   c) Que outras linhas você pode esperar "ver" se você "vê" a linha Hα?

5. a) Que comprimento de onde deve ter a luz para que átomos de hidrogênio inicialmente no estado fundamental emitam a linha $H_2\,\alpha$? (Fig. 34-7)?

   b) Qual o maior comprimento de onda que pode ser absorvido por átomos de hidrogênio em transições a partir do estado fundamental? (Fig. 34-7)?

   c) Compare êste comprimento de onda com o da linha $H_2\,\alpha$. (Você precisa de apenas um algarismo significativo).

6. * A Fig. 34-9 mostra uma onda estacionária produzida em uma cuba circular, com suas linhas nodais circulares. Pode-se também produzir ondas estacionárias com um gerador reto na direção de um raio. Haverá, então, linhas nodais radiais, e a forma da onda assim obtida se assemelha mais à da onda associada aos eléctrons, vista na Seção 34-6. Faça a experiência.

7. Suponha que a partícula entre duas paredes fixas (Seção 34-5) esteja carregagada e pode, portanto, emitir radiação. Qual é a freqüência de sua radiação quando ela passa do primeiro estado excitado para o estado fundamental? Dê a resposta em função de h, m e d.

8. Um glóbulo sanguíneo tem diâmetro de cêrca de 10^{-5} m. Suponha que átomos de hidrogênio possam ser excitados até um estado em que as ondas estacionárias circulares o façam do tamanho de um daqueles glóbulos. Qual o valor aproximado de n para êsse estado?

9. Os átomos de hidrogênio excitados são "maiores" do que os átomos no estado fundamental. Suas ondas estacionárias se estendem impedindo que os átomos se aproximem muito. Suponha que você tem um gás constituido por átomos de hidrogênio à pressão atmosférica (isto é possível, embora, geralmente o hidrogênio nessas condições, forme moléculas diatômicas: H_2). Suponha ainda que êsses átomos sejam excitados até que suas ondas estacionárias apenas se toquem.

   a) Faça uma estimativa do valor de n para que isso ocorra. (Use a seguinte estimativa para a distância das moléculas: um *mol* de qualquer gás tem 6×10^{23} moléculas e, à pressão atmosférica e temperatura ambiente, ocupa cêrca de $2{,}4 \times 10^{-2}$ m^3. Se imaginarmos êsses átomos situados nos centros de pequenos cubos arrumados lado a lado, chegamos à conclusão de que êsses cubos devem ter aproximadamente ..... 30×10^{-10} m de aresta. Isto é obtido dividindo-se o volume pelo número de átomos e extraindo a raiz cúbica. Assim, podemos considerar 30 Å ou 30×10^{-10} m como a distância média entre uma molécula e suas vizinhas mais próximas em qualquer gás, à pressão atmósferica e temperatura ambiente).

   b) Se temos uma amostra de hidrogênio não excitado em uma garrafa fechada, e o excitamos até êsse estado, qual será a variação de sua densidade? (Êste problema trata de *átomos* de hidrogênio excitado. Na realidade, *moléculas* de hidrogênio excitado têm comportamento muito semelhante: o eléctron, em sua "órbita" grande, no estado excitado, fica sujeito aproximadamente ao mesmo campo elétrico.

10. a) Avalie aproximadamente a energia cinética de um nêutron em um núcleo de raio $R = 6 \times 10^{-15}$ m (êste é um núcleo grande). Imagine que o núcleo é uma caixa de lado R.

    b) Se o núcleo fôr menor, será menor a energia cinética?

11. a) Calcule os dois primeiros comprimentos de onda que você espera encontrar para a série de Lyman do hidrogênio.

    b) Compare êsses valôres com o espectro do hélio ionizado pela perda de um eléctron (Fig. 34-11). Explique porque sua comparação indica que a Fig. 34-11 representa a série de Lyman para o He ionizado.

LEITURA COMPLEMENTAR

BENADE, ARTHUR H., *Horns, Strings and Harmony*. Doubleday, 1960. Um livro da Série Estudos de Ciência.

DARROW, KARL K., "The Quantum Theory". *Scientific American*, Março, 1952.

DE BENEDETTI, SERGIO, "Mesonic Atoms". *Scientific American*, Outubro, 1956.

HOFFMAN, BANESH, *The Strange Story of the Quantum*. Harper, 1947.

LIFSHITZ, EUGENE M., "Superfluidity". *Scientific American*, junho, 1958

IV – 1. OBJETOS ELETRIZADOS

Durante o século XVIII, muita coisa foi descoberta a respeito do comportamento qualitativo das cargas elétricas. Substâncias comuns, como o vidro, foram atritadas com diferentes espécie de tecido para produzir cargas elétricas. Você mesmo pode descobrir o comportamento das cargas, atritando com lã e com algodão, tiras de plástico fàcilmente carregável.

Suspenda a um suporte, por meio de pequenos pedaços de fita gomada, uma tira de acetato de celulose e uma tira de vinilite, de forma que possam oscilar livremente, sem torsão. Atrite fortemente a tira de vinilite com um tecido de lã sêco, e a tira de acetato, com tecido de algodão sêco. Não toque as superfícies atritadas. Atrite, com lã, uma outra tira de vinilite e aproxime-a de cada uma das tiras suspensas. Que conclui você dos resultados?

Atrite agora, com algodão, uma outra tira de acetato, e aproxime-a das tiras suspensas. Que infere você?

Torne a carregar a tira suspensa de vinilite, atritando-a com a lã. Segure o pedaço de lã bem esticado perto do vinilite. Que acontece?

Descobriu você uma, duas ou três espécies de carga? Indique nomes para cada espécie de carga que descobriu, e utilize-os no resto da experiência.

Atrite, em suas roupas, um pente, uma régua de plástico, ou qualquer outra substância que se carregue fàcilmente, e observe sua ação nos dois pedaços suspensos de plástico. Que espécie de carga tem a substância?

Que conclusões gerais pode você tirar, relativamente à eletrização de corpos, em consequência de suas observações na presente experiência?

Qual seria o resultado de uma modificação dos nomes que você deu às cargas que observou?

Que acontece quando você mantém uma tira carregada perto de pedacinhos de papel ou barbante descarregados?

IV – 2. INDUÇÃO ELETROSTÁTICA

Você sabe, pela experiência diária, que as cargas elétricas não se movimentam fácilmente em substâncias como o vidro, a cerâmica e os plásticos. Estas são denominadas isolantes. Outras substâncias, em sua maioria metais, nas quais as cargas elétricas se movimentam fàcilmente, são chamadas condutores. Na presente experiência, você investigará as consequências do livre movimento de cargas num condutor.

Coloque dois bastões metálicos, extremidade contra extremidade, sôbre dois copos de vidro, de forma que se toquem, e aproxime de uma das extremidades de um dos bastões uma peça de plástico, carregada (Fig. 1). (Não aproxime demasiadamente o plástico para que não salte uma faísca entre êste e o bastão). Mantendo o plástico carregado próximo dos bastões, separe-os deslocando um dos copos, sem tocar os bastões. Remova o plástico e transfira parte de sua carga para um pedacinho de papel alumínio suspenso por um barbante. Traga um dos bastões metálicos e, depois, o outro para perto da folha. Como explica você os resultados?

Coloque novamente os bastões metálicos em contato um com o outro e aproxime-os do papel alumínio carregado. Como se comporta êste?

Aproxime novamente, o plástico carregado da extremidade de um dos bastões e toque, de leve, com seu dedo, a outra extremidade. Remova o plástico e use o papel alumínio carregado para verificar se há carga no bastão. É esta carga igual ou oposta à carga no plástico?

O pedaço de papel alumínio que você usou fornece uma indicação da presença e do sinal de uma carga, mas não é adequado para medir a quantiddae de carga. Para medir quantidades de carga, um eletroscópio é melhor que um pedaço de papel alumínio. Repita a última parte da experiência, valendo-se de um eletroscópio em vez dos dois bastões e do papel alumínio.

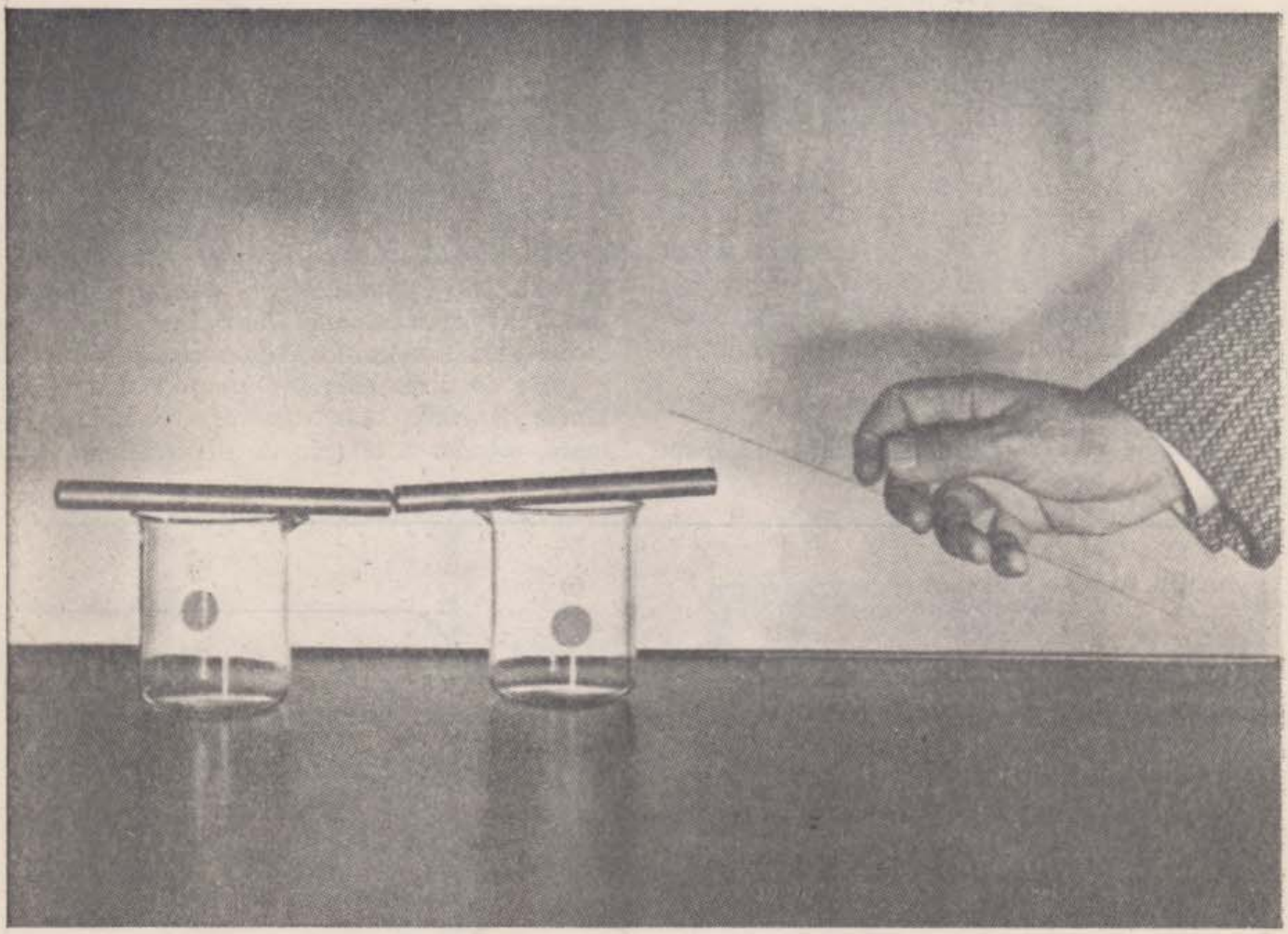


Figura 1

IV-3. A FÔRÇA ENTRE DUAS ESFERAS CARREGADAS

A fôrça entre corpos carregados elètricamente depende da distância entre êles e do valor de suas cargas. A natureza da dependência pode ser determinada quantitativamente por vários processos. Nesta experiência mediremos a fôrça que age sôbre um corpo carregado, equilibrando-a com uma fôrça conhecida — a fôrça da gravidade. Podemos suspender uma pequena esfera carregada por meio de um fio isolante, e aproximar dela outra esfera carregada. Considerando o desvio da esfera suspensa em relação à vertical, podemos medir a fôrça elétrica sôbre ela exercida, em função de seu pêso. Suspenda uma esfera condutora, A, muito leve, na extremidade de um "V" de fio de nylon muito fino, de forma que ela possa oscilar num único plano vertical (Fig. 2). Coloque uma fonte de luz de maneira a projetar a sombra da esfera numa escala milimetrada. Leia, na escala, a posição de um dos bordos da sombra da esfera suspensa. Carregue a esfera por indução, e aproxime dela outra esfera B, também carregada. Não segure diretamente a esfera B; espete nela um alfinete e espete o alfinete num pequeno bastão de parafina, que é um bom isolante, e mantenha o bastão em pé por meio de um prendedor de roupa, como indica a Fig. 2. Faça leituras das duas sombras na escala, para diversas posições, das esferas, à medida que você vai trazendo B para perto de A, ao longo de uma linha que está no plano de oscilação de A. Certifique-se de que usa o mesmo bordo de cada esfera, tôdas as vêzes em que lê sua posição (P_1 e P_2 na Fig. 2).

Pode acontecer que a carga das esferas se escoe lentamente através da superfície do fio

e do suporte isolante, introduzindo-se assim, um êrro na experiência. Como pode você testar essa perda? Em que momento faria você o teste? Enquanto faz as medidas ou no fim?

Quando a esfera suspensa está em equilíbrio, a fôrça resultante que nela atua é nula; isto é, o vetor soma da tensão T no fio e do pêso da esfera, mg é igual e oposto à fôrça elétrica F. Considerando a Fig. 3, pode-se ver que, para pequenos ângulos, a relação entre o módulo da fôrça elétrica e o módulo do pêso, $\frac{F}{mg}$, é igual a $\frac{d}{L}$, que representa a relação entre o deslocamento horizontal da esfera suspensa e o comprimento da suspensão. Portanto:

$$F = \frac{mg}{L} \times d = (\text{constante}) \times d.$$

Como não estamos interessados em considerar unidades especiais de fôrça, podemos medi-la em têrmos de d. Além disso, o deslocamento horizontal, d, da esfera é proporcional ao deslocamento horizontal D de sua sombra na escala. Anàlogamente, a distância r entre as duas esferas é proporcional à distância R entre suas sombras. Podemos, portanto, estudar a relação de dependência entre

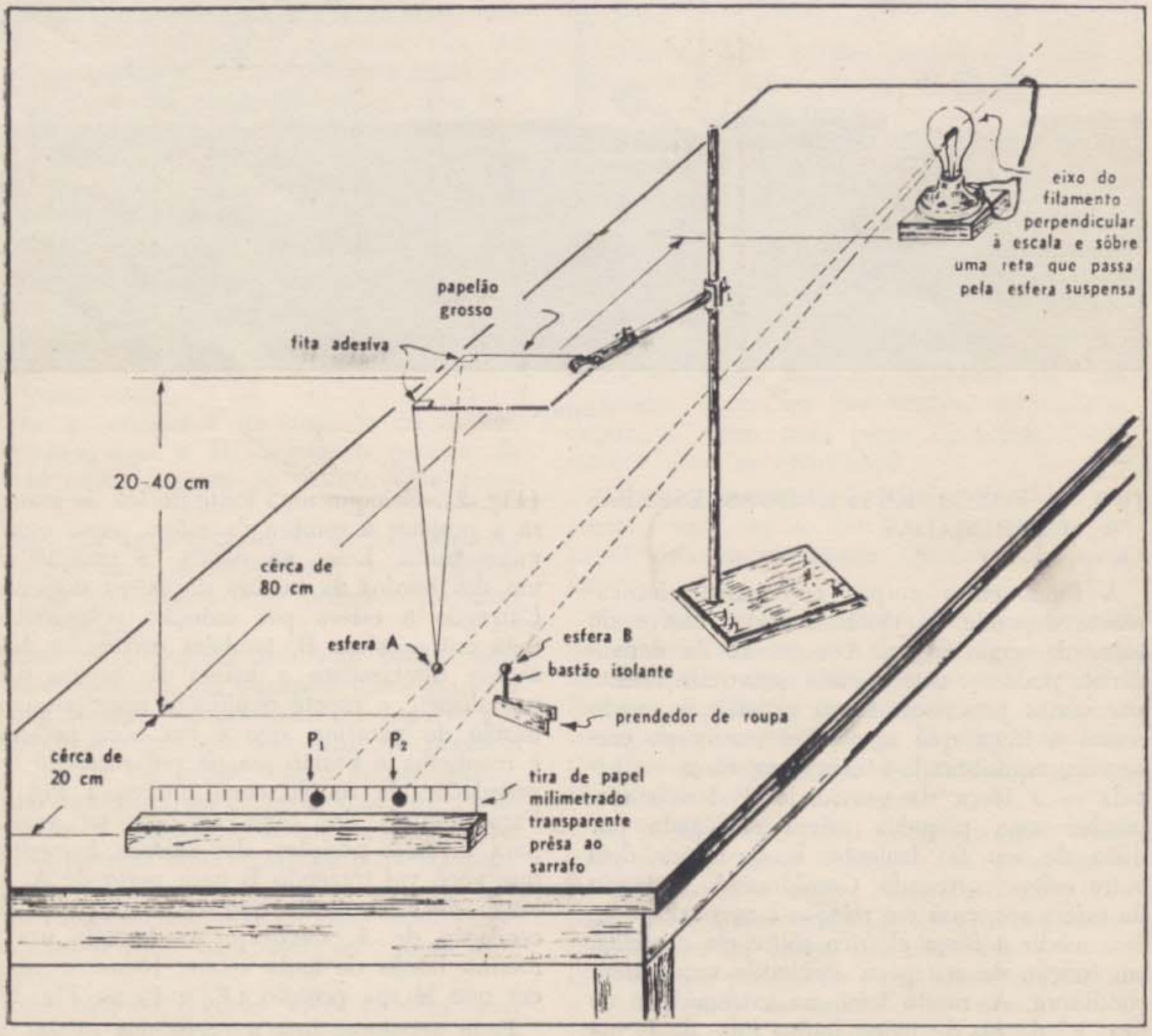


Figura 2

F e r, representando gràficamente D em função de R.

Faça um gráfico da fôrça em função da distância entre as duas esferas (observe que a distância entre as duas sombras é proporcional à distância entre as duas esferas). Como se relaciona a fôrça, quando a distância é r, com a fôrça, quando a distância vale $\frac{1}{2}\ r$, $\frac{2}{3}\ r$? Que tipo de dependência isto sugere? Faça um gráfico para testá-lo.

IV – 4. A SOMA DE FÔRÇAS ELÉTRICAS

Suponhamos que duas esferas carregadas, A e B, são aproximadas de uma terceira esfera carregada C. Como se relaciona a fôrça exercida sôbre C conjuntamente por A e B, com as fôrças devidas a A e B isoladamente?

Suspendendo a esfera C por um único fio, podemos determinar tanto a direção quanto o módulo da fôrça que sôbre ela atua, observando a direção e o módulo do desvio de C.

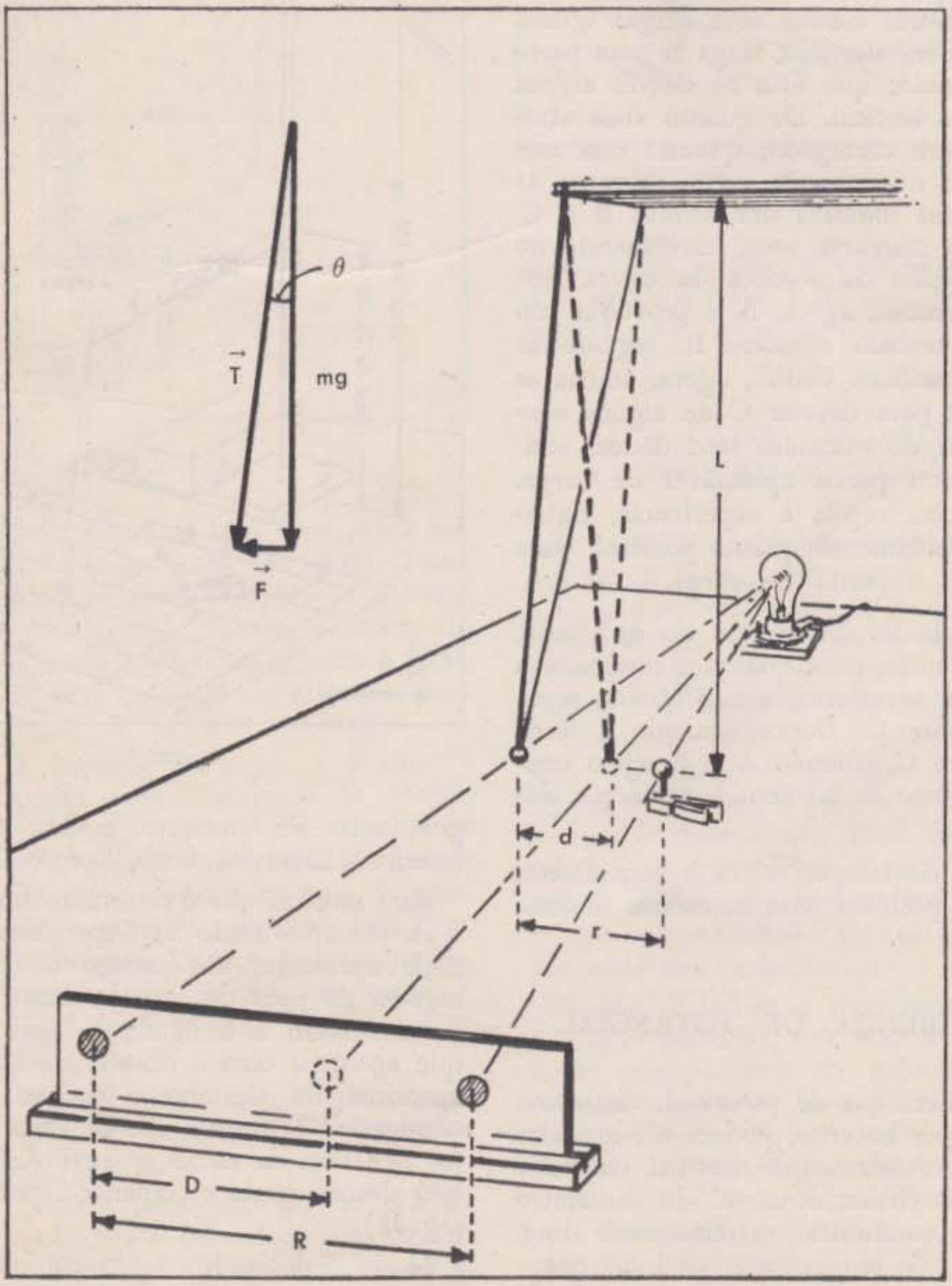


Figura 3

Iluminando as esferas por cima (Fig. 4), podemos determinar o desvio da esfera suspensa e as posições das outras duas esferas, localizando suas sombras no papel milimetrado preso na mesa. Podemos verificar, então, como se adicionam fôrças elétricas.

Os suportes das esferas móveis A e B (Fig. 4) são inclinados para facilitar a localização do centro de suas sombras. Assinale o centro da sombra da esfera suspensa quando ela pende verticalmente.

Carregue as três esferas com cargas iguais Mantendo A bem afastada, traga B para perto de C, de maneira que esta se desvie alguns centímetros da vertical. De quanto você afastaria uma esfera carregada, quando está medindo sòmente o efeito da outra? Marque as coordenadas das sombras das esferas B e C. (Por que não marcaria você, diretamente no papel, as posições da sombra da esfera suspensa C?). Remova, agora, B, e provoque um desvio de C usando a esfera R; registre as posições das sombras. Utilize, agora, ambas as esferas móveis para desviar C de alguns centímetros. Antes de examinar seus dados, verifique se ocorreu perda apreciável de carga. Se tal aconteceu, repita a experiência, trabalhando tão ràpidamente quanto possível, para tornar mínima a perda de carga.

Valendo-se da lei do inverso do quadrado, você pode calcular, para qualquer distância, a fôrça com que as esferas A e B atuam, separadamente, sôbre C. Depois, calcule a fôrça que atua sôbre C, quando A e B agem conjuntamente. Como se adicionam as fôrças elétricas?

Se dispuzer de tempo, repita a experiência, usando outras posições para as esferas móveis.

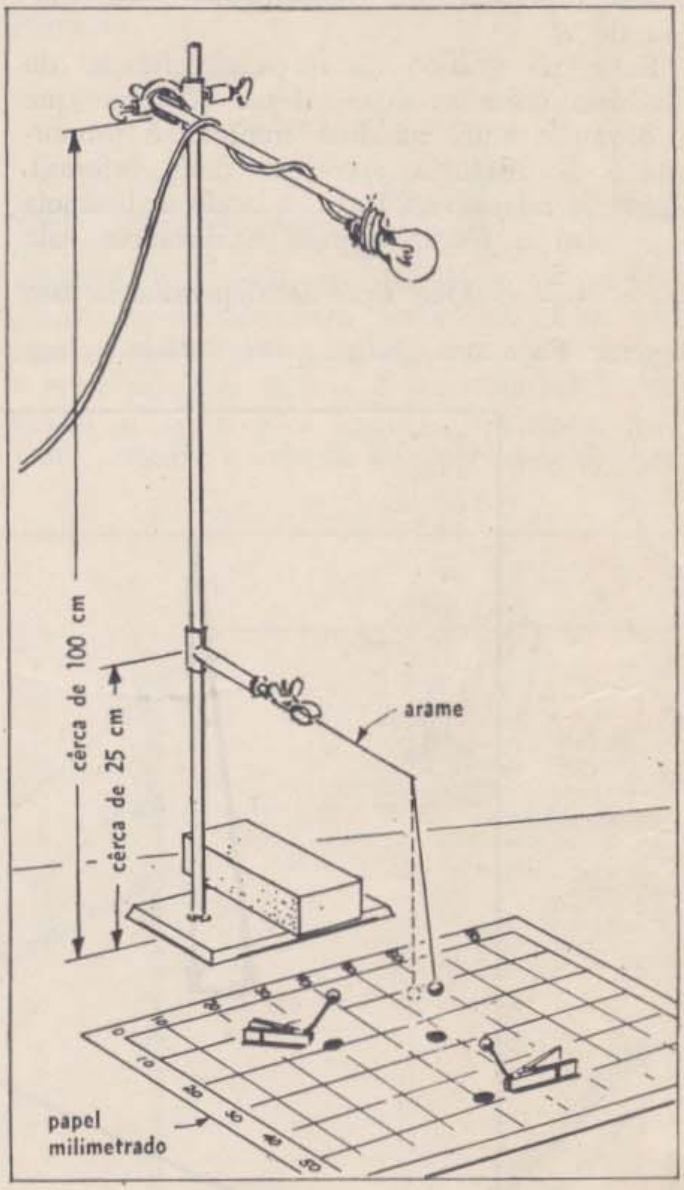


Figura 4

IV – 5. DIFERENÇA DE POTENCIAL

Pequenas diferenças de potencial, tais como as fornecidas por baterias, podem ser medidas por meio de um eletroscópio sensível, chamado "dosímetro". O elemento móvel do dosímetro é uma fibra condutora, extremamente fina, que é repelida de seu suporte condutor quando carregada. A posição da fibra, ampliada por lentes de aumento, é lida numa escala interior (Livro de texto, Secção 27-6).

Para mostrar que o dosímetro funciona como o eletroscópio usado na Experiência IV-2, você pode aproximar um pedaço de plástico carregado, da peça de chumbo que fica por fora do dosímetro e é ligada à fibra sensível. O que acontece com a fibra à medida que você aproxima do chumbo o pedaço de plástico carregado? (Observe que a fibra do dosímetro fica fora de escala, para a direita, quando está descarregada ou apenas ligeiramente carregada).

Ligue o dosímetro a um conjunto de baterias, como está indicado na Fig. 5 aumen-

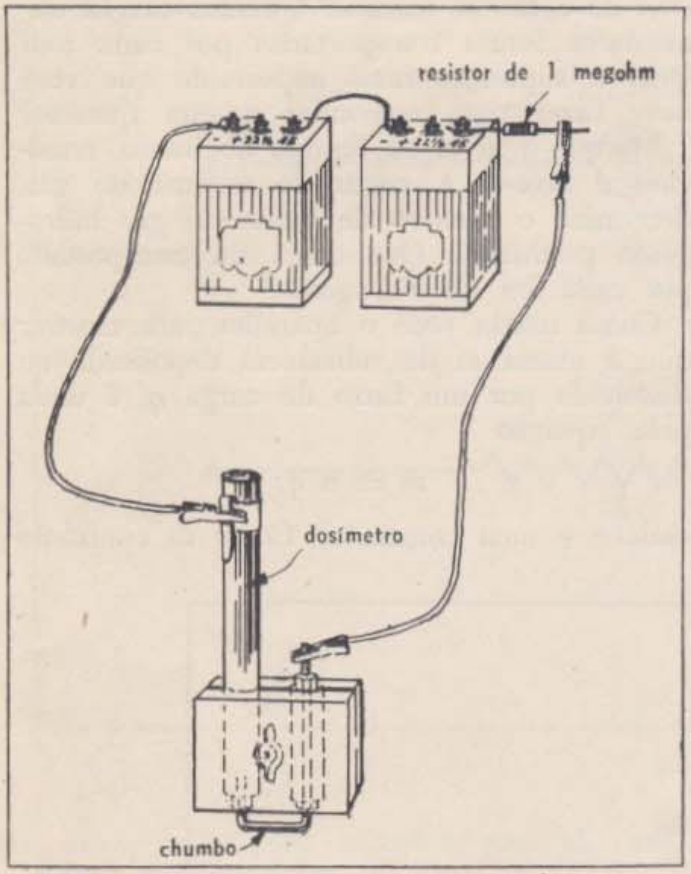


Figura 5

tando o número delas até que você possa ver a fibra perto do lado direito da escala. Tome cuidado: o choque de um conjunto de baterias de 45 volts é perigoso. Observe a leitura do dosímetro. Acrescentando mais baterias à série, você pode calibrar a escala do aparelho para medir diferenças de potecial em volts.

Usando as baterias, carregue o dosímetro até algum ponto perto do meio da escala. Remova, do terminal de chumbo, a conexão da bateria, e observe o que acontece quando você aproxima do chumbo uma tira de plástico carregado e quando aproxima sua mão, sem tocar o chumbo. Com a bateria ligada, aproxime novamente o plástico carregado e, depois sua mão, sem tocar o chumbo. Que conclui você?

Ligue o dosímetro a um par de chapas metálicas paralelas, separadas por isolantes, como indica a Fig. 6.

Ligue a bateria para carregar as chapas; desligue-as e observe a velocidade de descarga do dosímetro. Levante a chapa superior (sem tocá-la diretamente com as mãos) de forma

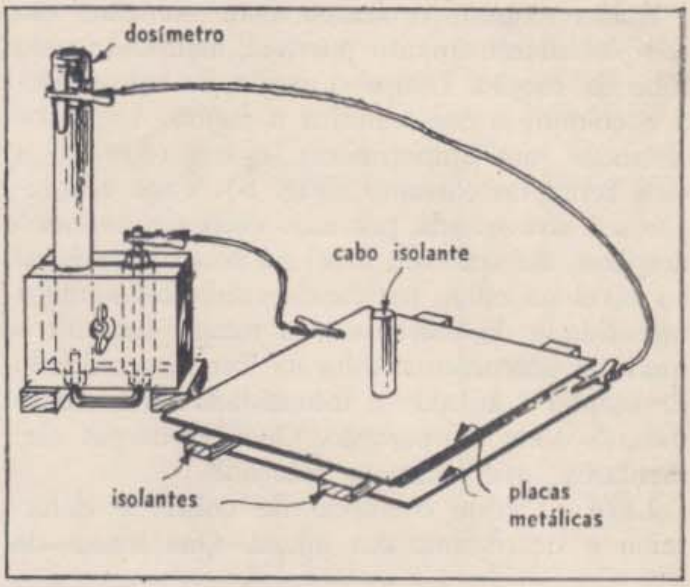


Figura 6

a aumentar o espaço entre as chapas. Repita êste procedimento com as chapas ligadas à bateria. Que conclui você?

IV – 6. A CARGA TRANSPORTADA POR ÍONS EM SOLUÇÃO

Quando dois eletrodos de cobre são colocados numa solução diluida de ácido sulfúrico, e ligados a uma fonte de corrente, formam-se bolhas de gás hidrogênio no eletrodo negativo (catodo), que sobem para a superfície. Se pesarmos o eletrodo positivo (anodo), antes e depois da passagem da corrente, verificaremos que êle perdeu massa, indicando que algum cobre passou para a solução. Devem-se formar evidentemente, íons de hidrogênio e cobre, para transportar as cargas elétricas através da solução. Na presente experiência, mediremos a quantidade de carga transportada por cada íon de hidrogênio e cobre.

A Fig. 7 indica a montagem do aparelho. Coloque, na cuba, um litro de água, medido numa proveta graduada. Adicione, lentamente, enquanto agita de leve a água, uma quantidade suficiente de ácido sulfúrico concentrado, de sorte a formar uma solução contendo aproximadamente 5 cm^3 de ácido concentrado para cada 100 cm^3 de água. Ambos, ácido sulfúrico concentrado e diluido, são muito corrosivos! Tome cuidado!

Encha, agora, o frasco com solução, tão completamente quanto possível, aspirando pelo tubo de sucção. Limpe o anodo de cobre,pese-o e coloque-o como indica a figura. Ligue os eletrodos, um amperímetro, e um reostato, a uma fonte de corrente (Fig. 8). Faça a solução ser atravessada por uma corrente de cinco ampères, até que seu nível no frasco seja igual ao nível na cuba, marcando cuidadosamente a intensidade da corrente e o tempo durante o qual ela percorreu a solução. Tenha o cuidado de manter constante a intensidade da corrente durante tôda a operação. Quantas cargas elementares atravessam a solução?

Lave e seque o anodo de cobre, e determine o decréscimo em massa. Que massa de íons de cobre se formou? Quantas cargas elementares foram transportadas por cada íon? Qual a suposição mais importante que você deve fazer para responder a esta questão?

Marque o nível do líquido no frasco, remova-o e lave-o. A partir do volume do gás, determine o número de moles de gás hidrogênio produzido. Que carga foi transportada por cada íon de hidrogênio?

Como usaria você o aparelho para mostrar que a massa m de substância depositada ou dissolvida por um fluxo de carga q, é dada pela equação

$$m = \alpha\, q$$

onde α é uma constante? Como se confronta

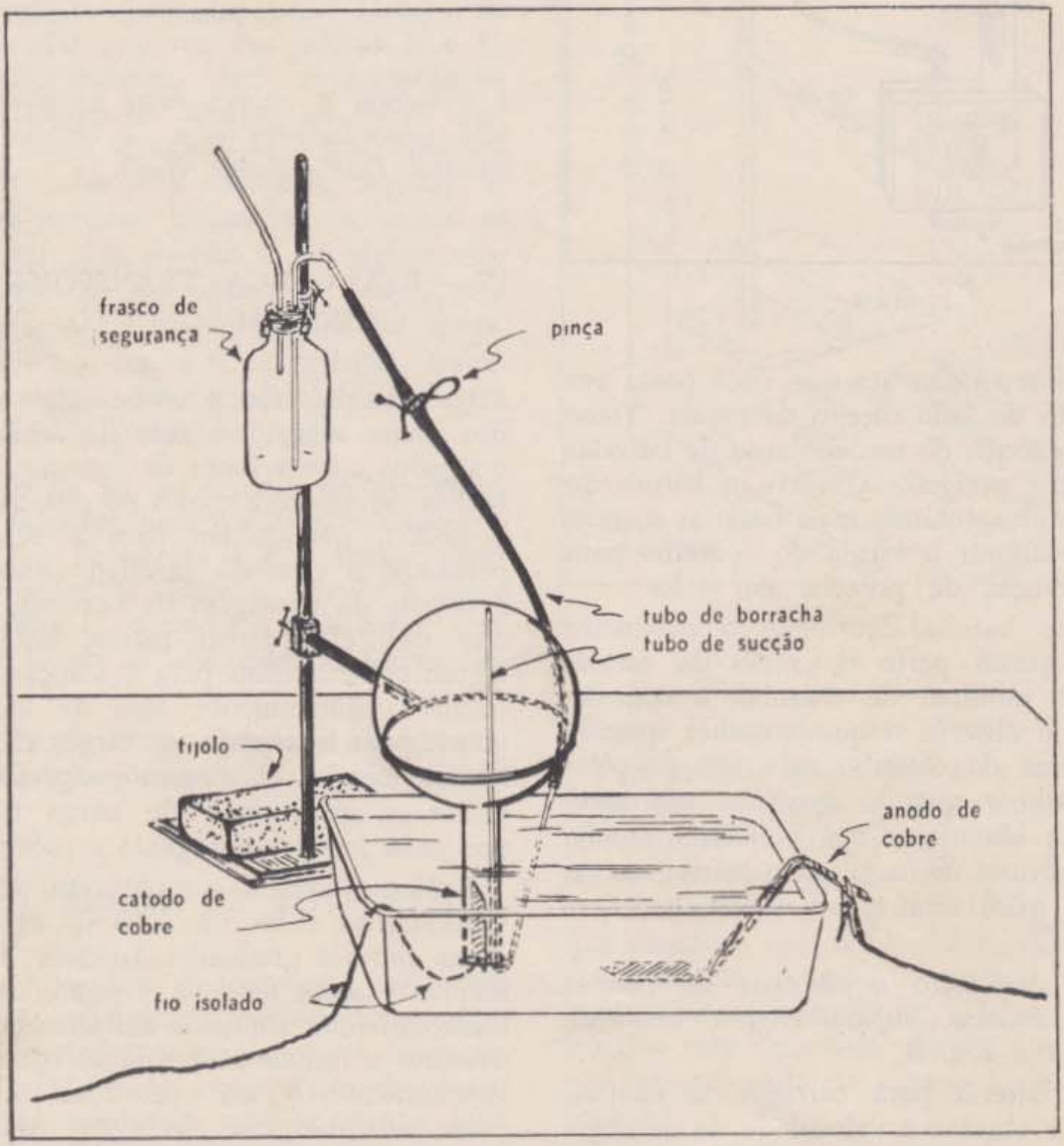


Figura 7 — Coloque no gargalo do frasco o catodo de cobre ligado a um fio isolado. Introduza também, o tubo de sucção, que deve ser suficientemente comprido para alcançar o fundo do frasco. Inverta o frasco, e mantenha-o, por meio de um anel, com a bôca próxima ao fundo da cuba.

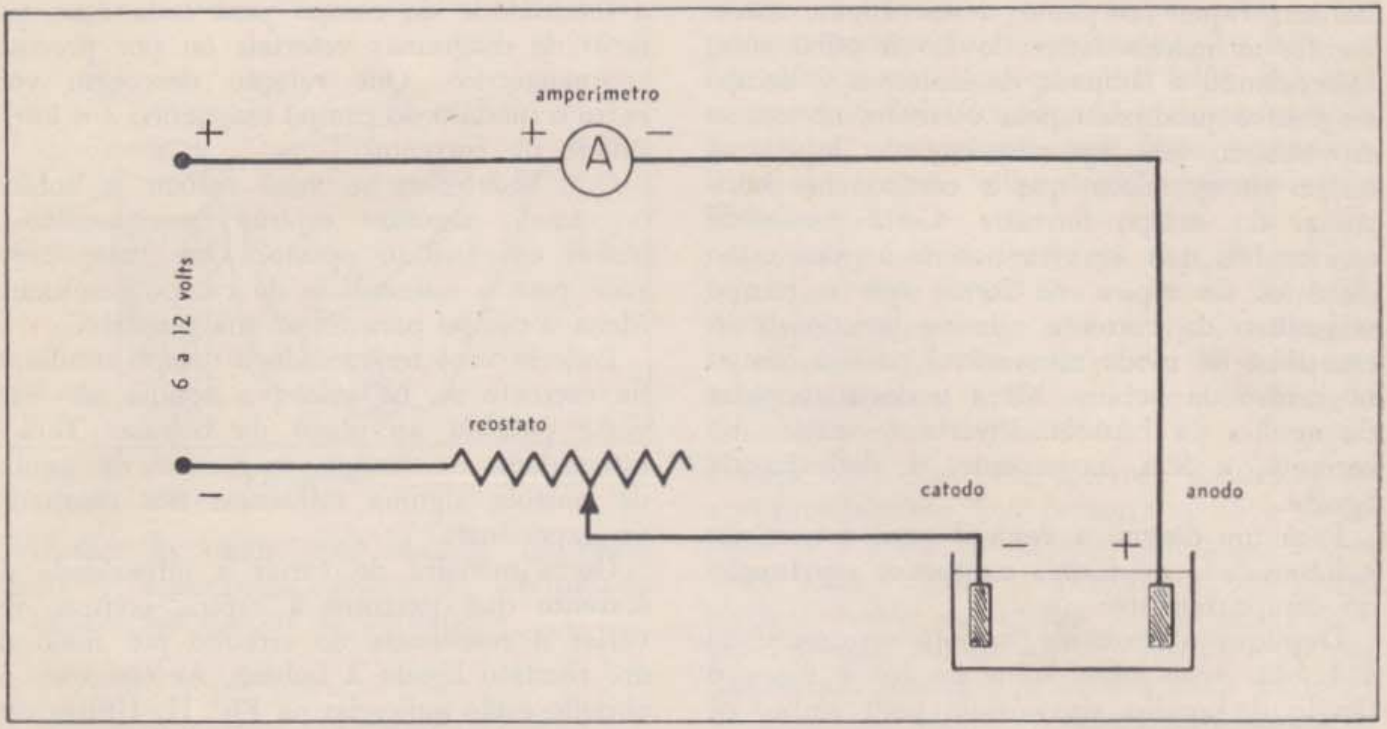


Figura 8

o valor de α para o cobre com seu valor para o hidrogênio?

Como poderia você demonstrar que, para cada substância, α é a massa do íon, dividida por um pequeno número inteiro? Qual é o segnificado dêste número?

Deposita-se no catodo, o cobre proveniente do anodo? Como afetaria isto seus resultados?

IV – 7. O CAMPO MAGNÉTICO DE UMA CORRENTE

Coloque uma bússola ao lado de um fio elétrico comprido e ligue, por um momento, as extremidades do fio aos terminais de uma pilha sêca. A agulha da bússola se desvia. A passagem da corrente produz, evidentemente, um campo magnético que desvia a agulha da bússola. Como podemos determinar a relação entre a orientação e o módulo de um campo magnético e a corrente que o produz? A orientação do campo é indicada pela bússola, porque a agulha toma a direção do campo; o módulo pode ser medido por comparação com o campo constante da Terra.

Verifique, inicialmente, da seguinte maneira, a orientação do campo magnético no centro de uma bobina: enrole o fio numa armação de sorte a formar uma bobina de diversas espiras, como indica a Fig. 9. Coloque a bús-bússola no centro da bobina, e observe a direção da agulha quando não passa corrente pela bobina. Ligue, então, a bobina a uma pilha sêca, intercalando uma lâmpada de lanterna, como indica a Fig. 10, e verifique a direção da agulha. A lâmpada faz com que a corrente seja pouco intensa.

Ligue a bobina diretamente aos terminais de uma pilha sêca e observe a direção da agulha (não deixe a pilha ligada durante um tempo superior ao necessário, porque um fluxo intenso de corrente através dos fios a inutiliza ràpidamente). Gire a bobina de um ângulo horizontal de aproximadamente 30°, e verifique, novamente, a direção do campo quando uma corrente intensa percorre a bobina. Que conclui você relativamente à direção do campo magnético no centro de uma bobina quando por ela passa corrente?

Inverta o sentido da corrente, e repita a experiência. Qual é o efeito dessa inversão sôbre o sentido do campo?

Usando, na armação, sòmente uma espira do fio comprido, alinhe o suporte em relação ao campo magnético da Terra, de forma que a agulha da bússola, colocada no centro da

bobina, fique no plano desta. Ligue, novamente, as extremidades do fio à pilha sêca, intercalando a lâmpada de lanterna. O campo magnético produzido pela corrente, no centro da bobina, terá aproximadamente a mesma ordem de grandeza que a componente horizontal do campo terrestre. Certifique-se de que os fios que ligam a bobina à pilha estão distantes da espira, de forma que o campo magnético da corrente que os percorre, não contribua de modo mensurável para o campo no centro da bobina. Meça o desvio angular da agulha da bússola. Inverta o sentido da corrente, e leia, novamente, a deflexão da agulha.

Faça um diagrama vetorial para determinar a intensidade do campo magnético em função do campo terrestre.

Duplique o fluxo de corrente acrescentando à bobina mais uma volta de fio e meça o desvio da agulha da bússola para ambos os sentidos da corrente. Prossiga aumentando a corrente, gradativamente, pela adição de espiras. Terminada a coleta de dados, determine a intensidade do campo para cada caso, por meio de diagramas vetoriais ou por processo trigonométrico. Que relação descobriu você entre o módulo do campo magnético e a intensidade da corrente?

Que acontecerá se você enrolar a bobina, orientando algumas espiras num sentido e outras em sentido oposto? Que valor prevê você para a intensidade do campo resultante? Meça o campo para testar sua previsão.

Poderia você ter medido o campo resultante da corrente se, no início, a agulha não estivesse paralela ao plano da bobina? Terá a intensidade do campo magnético da agulha da bússola alguma influência nos resultados da experiência?

Outra maneira de variar a intensidade da corrente que percorre a espira, consiste em variar a resistência do circuito por meio de um reostato ligado à bobina. As conexões do circuito estão indicadas na Fig. 11. Utilize êste método, se dispuzer de tempo. As intensidades do campo, determinadas a partir de diferentes leituras do amperímetro, condizem com as

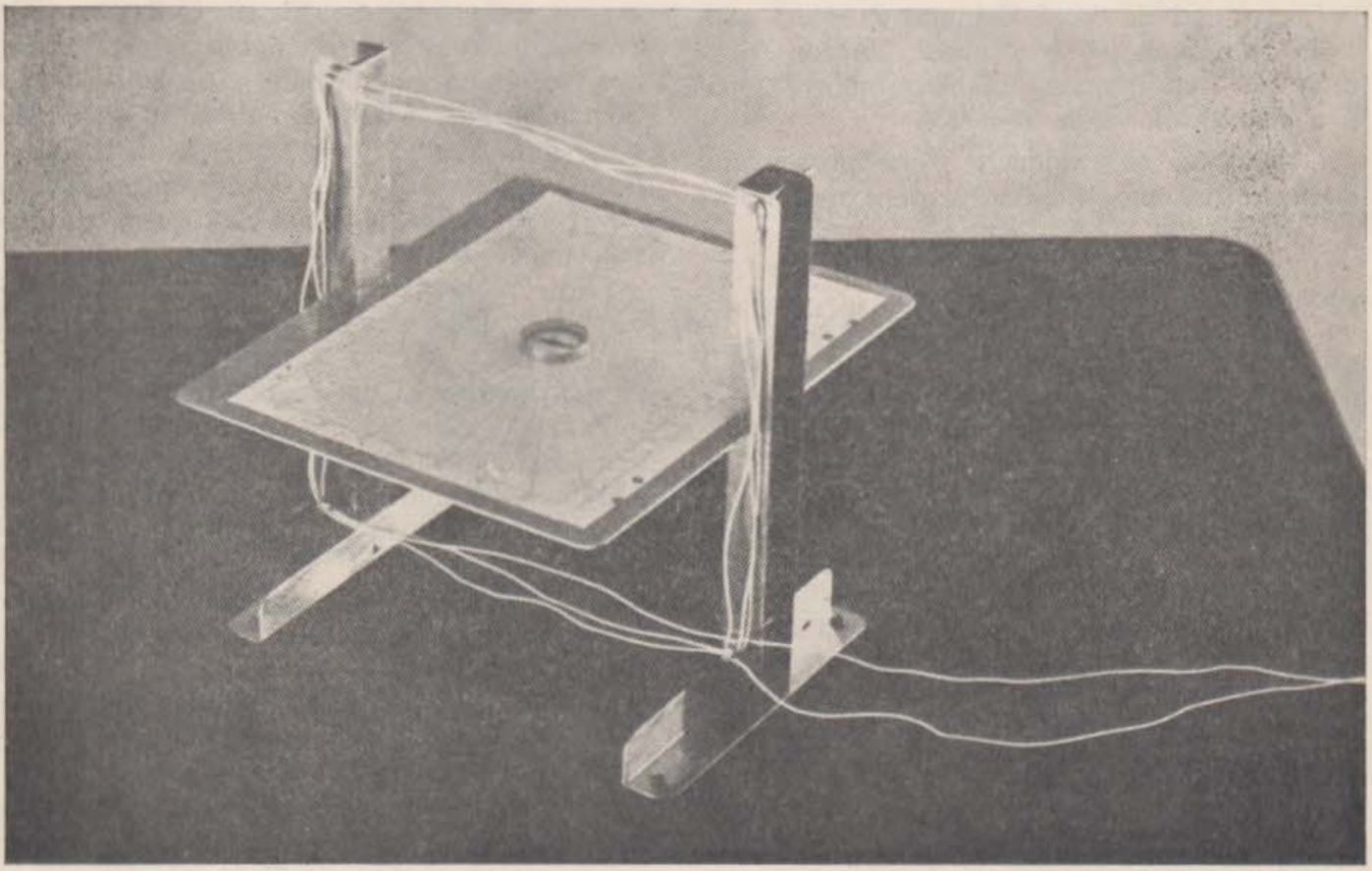


Figura 9

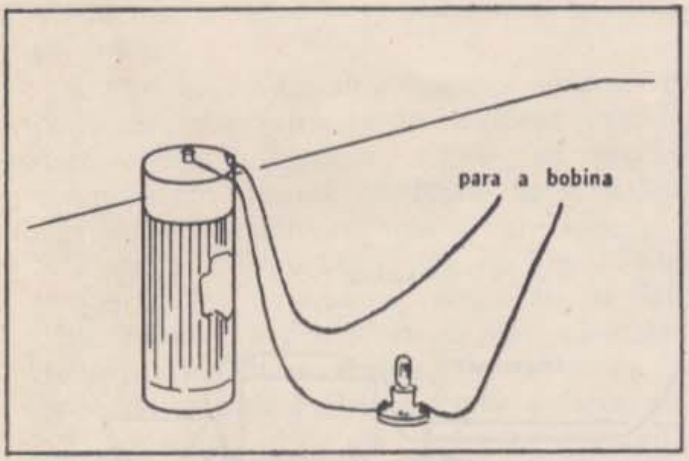


Figura 10

conclusões às quais você chegou, na parte inicial da experiência, acêrca da intensidade do campo em função da corrente?

IV – 8. O CAMPO MAGNÉTICO NAS PROXIMIDADES DE UM LONGO FIO RETILÍNEO

Na experiência anterior, usamos uma bússola para determinar o campo magnético no centro de uma espira. Usaremos, agora, o mesmo método para determinar o campo nas proximidades de um longo fio retilíneo. Verificaremos como a intensidade do campo depende da distância ao fio.

Coloque um fio condutor, longo, retilíneo como indica a Fig. 12 (êle deve ficar exatamente na vertical, preso à borda da mesa por um pedaço de fita gomada). Ao lado do fio, sôbre a mesa, coloque uma folha de papel milimetrado (ela ficará paralela à componente horizontal do campo magnético terrestre). Sôbre o papel milimetrado coloque uma bússola.

Certifique-se de que não há objetos de ferro num raio de 50 cm em tôrno da folha de papel milimetrado, sôbre a qual você deslocará a bússola. Tôdas as partes do fio devem estar no mínimo, a 50 cm do papel, exceção feita da porção vertical.

Faça com que uma corrente constante, de aproximadamente 5 A percorra o fio e determine o sentido do campo produzido à sua volta. Para verificar a intensidade do campo, meça o desvio da agulha da bússola. Faça-o para diversas distâncias, até cêrca de 20 cm, deslocando gradativamente a bússola ao longo de uma linha paralela à componente horizontal do campo terrestre. Você cometerá erros enormes se tentar medir o campo em pontos muito próximos do fio (para distâncias comparáveis ao comprimento da agulha da bússola, as diferentes partes da agulha ficam sujeitas a fôrças diferentes).

É melhor, portanto, iniciar as medidas, estando o centro da bússola a cêrca de 5 cm do fio.

Como varia a intensidade do campo devido à corrente, em função da distância ao fio? Como chega você a esta conclusão?

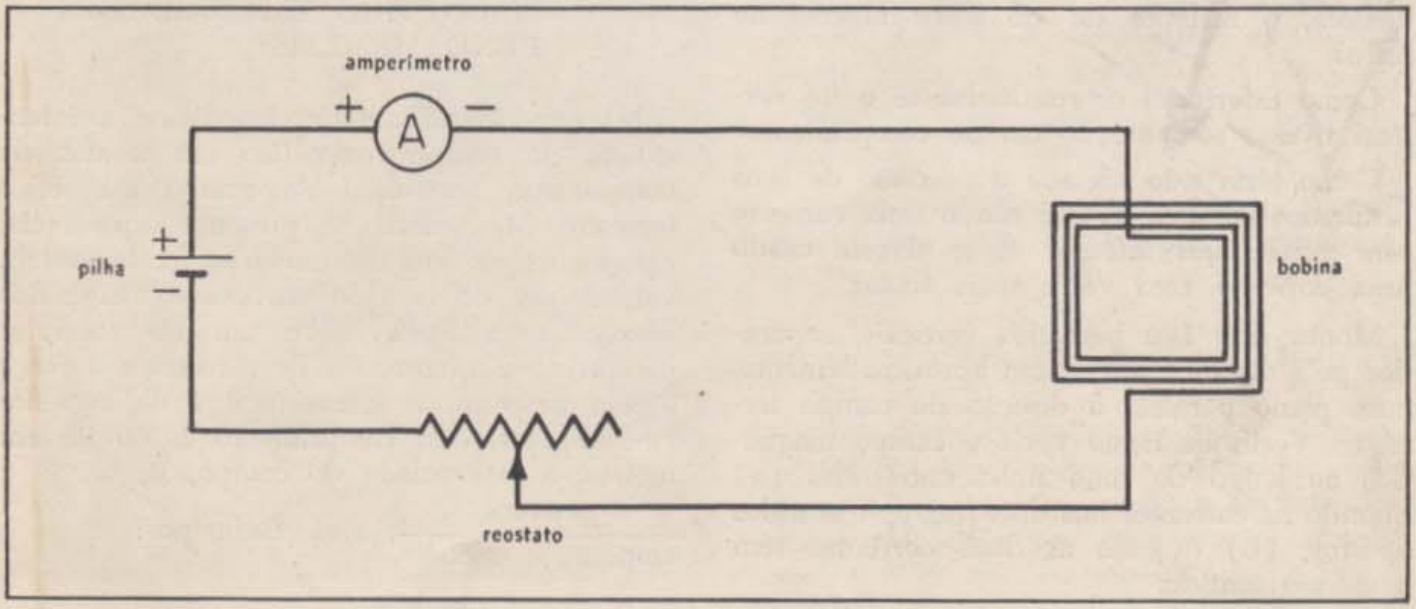


Figura 11

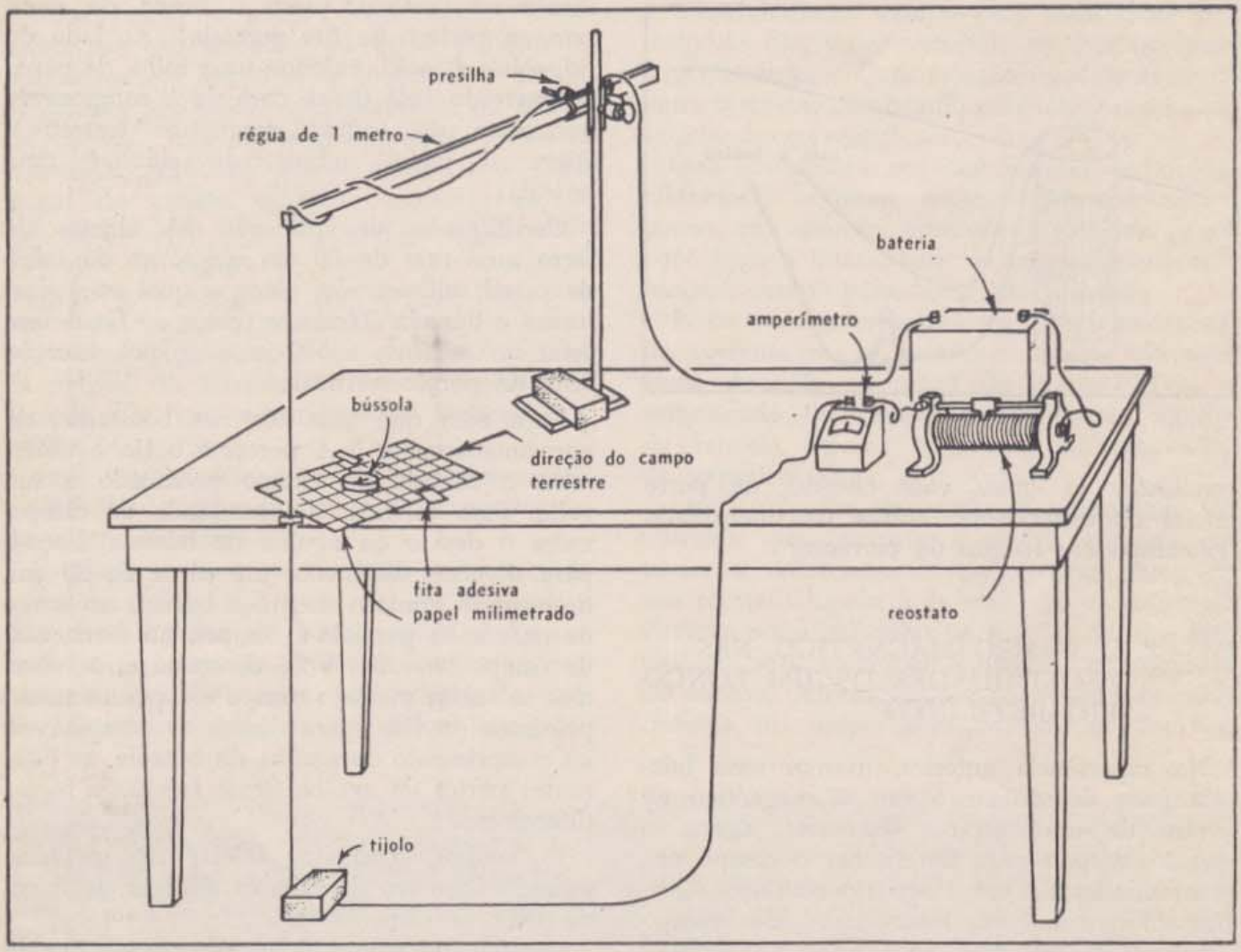


Figura 12

Por que foi necessário manter afastados da bússola, o restante do fio e os objetos de ferro?

Como difeririam os resultados se o fio vertical tivesse sòmente 20 cm de comprimento?

Como teria sido afetada a precisão de seus resultados se você tivesse usado uma corrente cem vêzes mais intensa? E se tivesse usado uma corrente cem vêzes mais fraca?

Monte dois fios paralelos verticais, separados pela distância de 20 cm aproximadamente, num plano paralelo à direção do campo terrestre. Verifique como varia o campo magnético ao longo de uma linha entre êles (a) quando as correntes nos dois fios têm sentidos opostos; (b) quando as duas correntes têm o mesmo sentido.

Como explica os resultados obtidos?

IV – 9. MEDIDA DE UM CAMPO MAGNÉTICO EM UNIDADES FUNDAMENTAIS

Na experiência anterior, medimos a intensidade do campo magnético em têrmos da componente horizontal do campo magnético terrestre. Mediremos, na presente experiência, campos magnéticos em unidades fundamentais, valendo-nos do fato de um campo magnético exercer uma fôrça sôbre um fio condutor percorrido por corrente. Se medirmos a fôrça F em newtons, a intensidade I da corrente em ampères, e o comprimento L do fio em metros, a intensidade do campo, B, em $\frac{\text{newtons}}{\text{ampère} \times \text{metro}}$, será dada por:

$$B = \frac{F}{IL}$$

desde que o fio seja perpendicular à direção do campo.

A Fig. 13 mostra uma balança sensível que podemos usar para medir a fôrça exercida, num campo magnético, sôbre um pequeno comprimento de fio condutor. Se a balança está disposta de forma que a extremidade do condutor em forma de U (A, na Fig. 13) seja perpendicular ao campo, enquanto os lados mais longos são paralelos a êle, sòmente a extremidade estará sujeita a uma fôrça por parte do campo. Podemos medir a fôrça exercida na extremidade da espira equilibrando-a com um pêso conhecido, suspenso no outro extremo da balança.

Determinemos, nesta experiência, a intensidade do campo magnético no centro de uma bobina grande (um solenoide) de fio condutor. Ligue a espira, a bobina, os reostatos e os amperímetros a uma fonte de corrente, como indica a Fig. 14. Certifique-se de que as duas pontas da espira e as superfícies dos parafusos-suporte estão limpas e brilhantes, de modo a permitir bom contacto elétrico.

Sem corrente percorrendo o aparelho, introduza no interior da bobina o lado da balança em que está colado o condutor em forma de U (Fig. 15). Nivele a balança regulando a posição da porca do parafuso. Estabeleça,

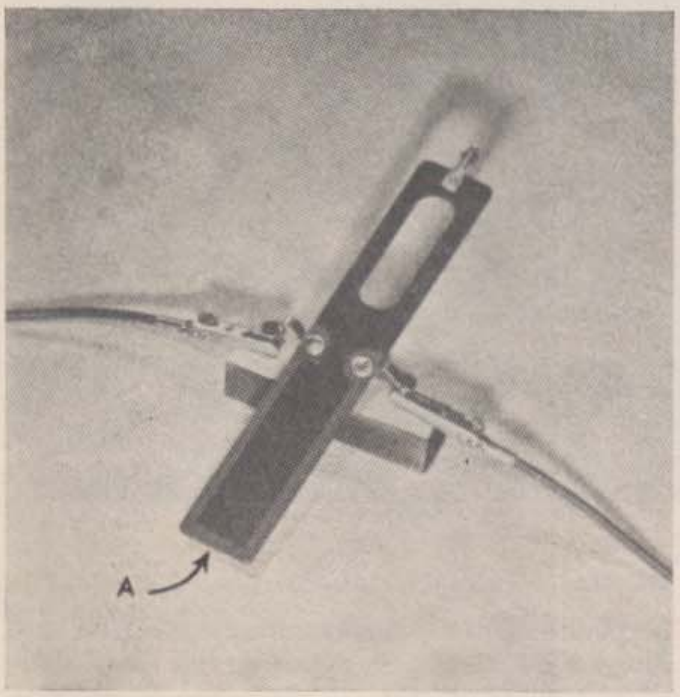


Figura 13

então, com corrente de cêrca de 4 A, um campo magnético no centro da bobina. Você pode medir êste campo fazendo passar pelo condutor da balança uma corrente de aproximadamente 1 A, e determinando a fôrça necessária para equilibrá-la. Equilibre grosseiramente a balança com um pequeno pedaço de fio e nivele-a então exatamente regulando a corrente que percorre o condutor em forma de U (se esta corrente variar pronunciamente quando a balança está oscilando, os contactos estão desgastados ou mal feitos).

Determine o pêso do fio necessário para equilibrar outros valores da corrente que percorre o condutor da balança (esta corrente não deve ultrapassar 5 A porque os contactos ficariam inutilizados). Qual é a intensidade do campo no centro da bobina, em $\frac{\text{newtons}}{\text{ampère} \times \text{metro}}$? Qual é a intensidade do campo em $\frac{\text{newtons} \times \text{segundo}}{\text{carga elem.} \times \text{metro}}$? (1 ampère $= 6{,}25 \times 10^{18}$ cargas elementares/segundo).

Meça o campo produzido no interior da bobina por outros valores da corrente (5A é a intensidade máxima que a bobina pode suportar, sem superaquecimento).

Suas medidas indicam que o campo no interior da bobina é proporcional à intensidade da corrente que a percorre?

Poderia você usar êste aparelho para medir o campo perto de um pequeno imã permanente? Pode você usá-lo para medir diretamente o campo da Terra?

Por que o condutor colado na balança não deve ser de ferro?

Observação: Reserve seus dados. Você terá necessidade dêles na próxima experiência.

IV – 10. A MASSA DO ELÉCTRON

Um eléctron, inicialmente em repouso, é acelerado num campo elétrico e adquire uma energia cinética igual ao produto de sua carga pela diferença de potencial através da qual êle se move: $\frac{mv^2}{2} = qV$ Se o eléc-

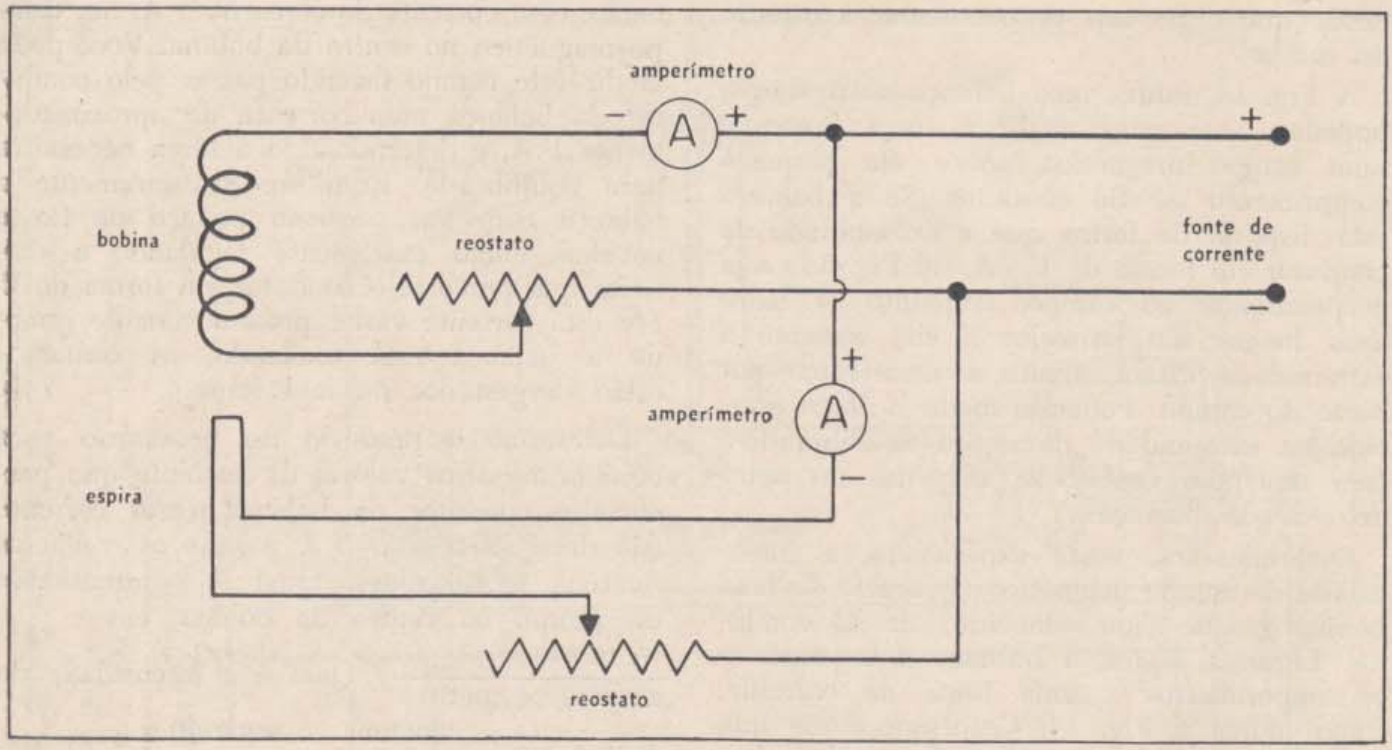


Figura 14

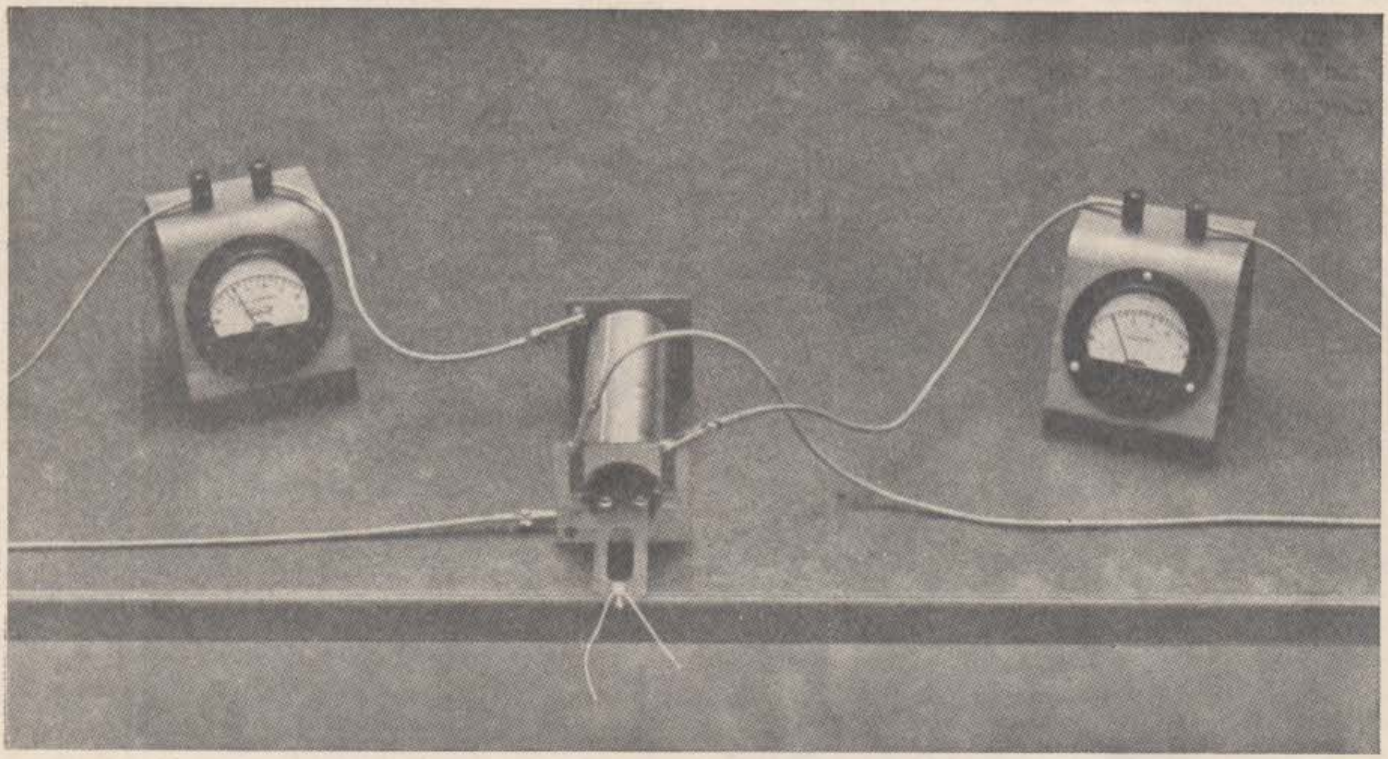


Figura 15

tron com velocidade v penetra então, em um campo magnético uniforme, perpendicular à direção de seu movimento, o campo exerce sôbre êle uma fôrça centrípeta; esta fôrça é perpendicular ao movimento do eléctron e à direção do campo e depende da intensidade do campo magnético B, da carga do eléctron e de sua velocidade: $F = qvB$. O eléctron

seguirá uma trajetória circular de raio R dado por

$$F = \frac{mv^2}{R}$$

Igualando as duas expressões para a fôrça magnética, $F = q\,v\,B$ e $F = \frac{mv^2}{R}$, obtemos:

$$v = \frac{q\,R\,B}{m}$$

ou

$$v^2 = \frac{q^2R^2B^2}{m^2}$$

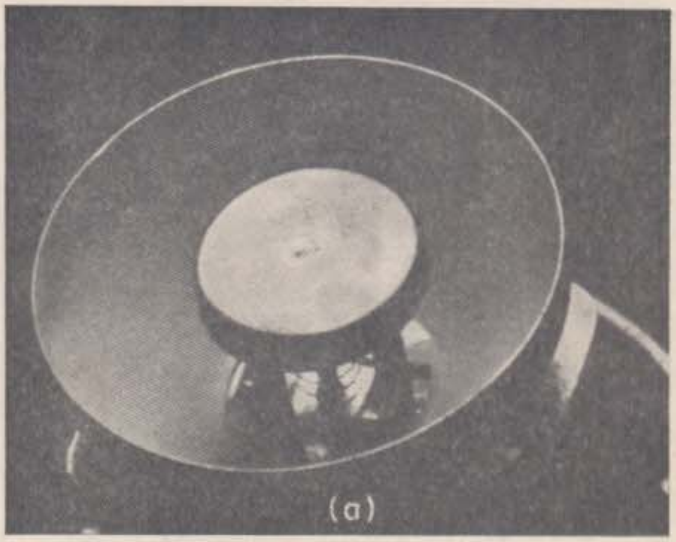
Substituindo esta expressão para v^2 na equação $\frac{mv^2}{2} = qV$, obtemos:

$$m = \frac{qR^2B^2}{2V}$$

Ao invés de usar uma válvula como a descrita no texto, para acelerar e desviar eléctrons, usaremos uma válvula comercial comum, empregada para sintonizar rádios. A Fig. 16 mostra o interior dessa válvula. Os eléctrons emitidos pelo catodo são acelerados pela diferença de potencial existente entre o catodo e o anodo. Movimentam-se radialmente para fora num feixe em forma de leque, alcançando aproximadamente seu máximo de velocidade quando emergem de sob o disco metálico preto que cobre o centro da válvula. Sua velocidade é pràticamente constante ao longo do trajeto restante até o anodo.

Êste é revestido de um material fluorescente que emite luz quando eléctrons o atingem. Como tem a forma cônica podemos ver o trajeto que os eléctrons seguem quando saem do catodo. Visto de cima, o anodo cônico intercepta o feixe de eléctrons diagonalmente, mostrando a posição dos eléctrons a diferentes distâncias do catodo. Dois eletrodos defletores são ligados ao catodo e, na ausência de campo magnético, repelem os eléctrons que dêles se aproximam vindos do catodo; atrás dêles forma-se uma sombra em forma de cunha (Fig. 17).

Quando a válvula está num campo magnético uniforme paralelo ao catodo, os eléctrons são desviados para uma trajetória quase



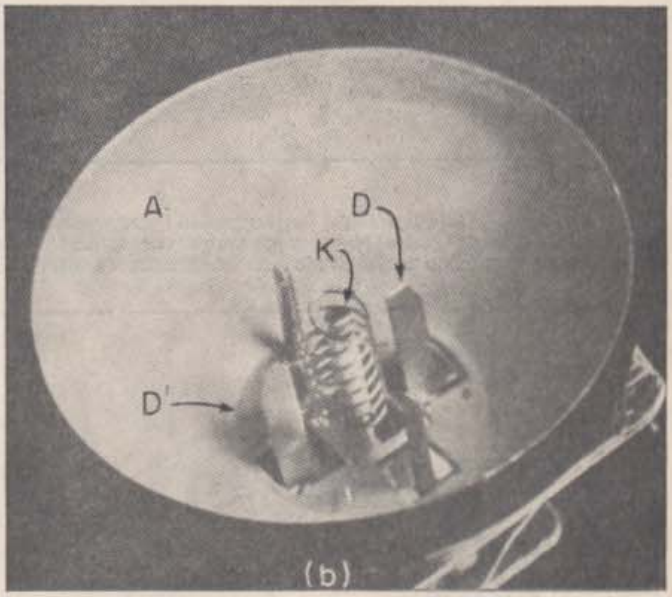
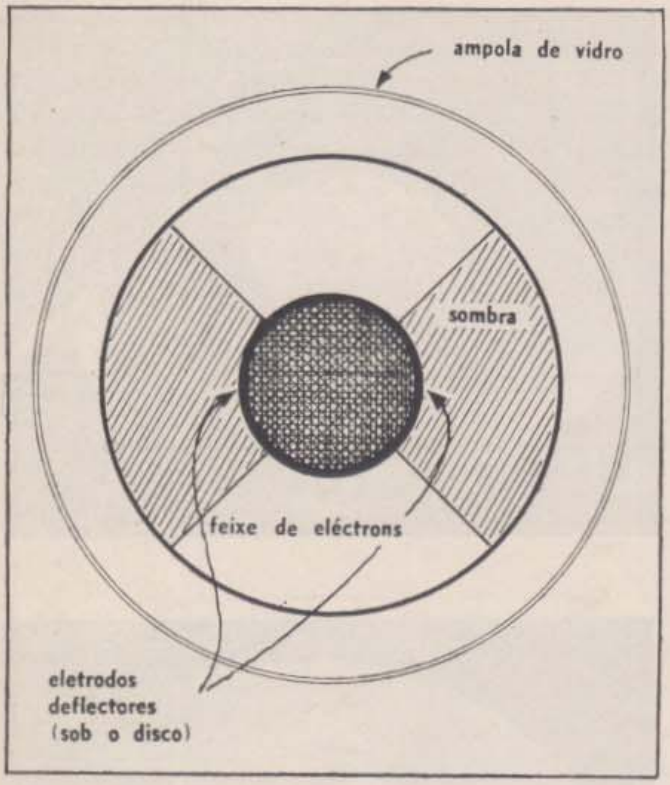


Figura 16 (a) — Válvula ou ôlho mágico com a ampôla de vidro removida.

Figura 16 (b) — O disco metálico central visto em (a) foi separado de seus suportes e removido, para mostrar as partes importantes da estrutura do tubo. K, é o catodo emissor de eléctrons. D e D' são os eletrodos defletores que formam a sombra e A é o anodo revestido com material fluorescente.

circular como está indicado pela curvatura do extremo da sombra (Fig. 18).

Você estabelecerá um campo magnético uniforme na válvula, inseriando-a no centro de uma bobina comprida. Ligue a bobina e a válvula como está indicado na Fig. 19. Aplique ao anodo um potencial entre 90 e 250 V. Varie a corrente que percorre a bobina, até que a curvatura do extremo da



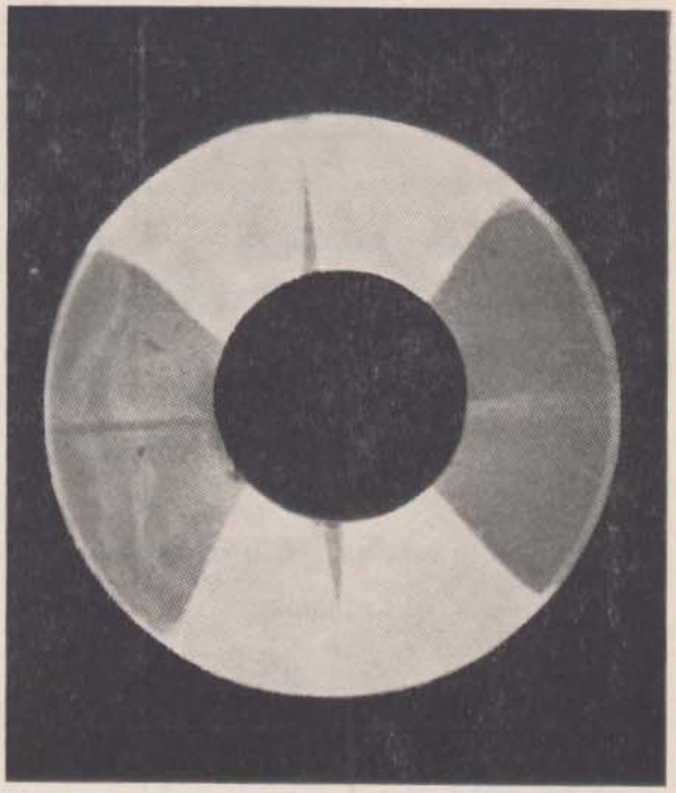
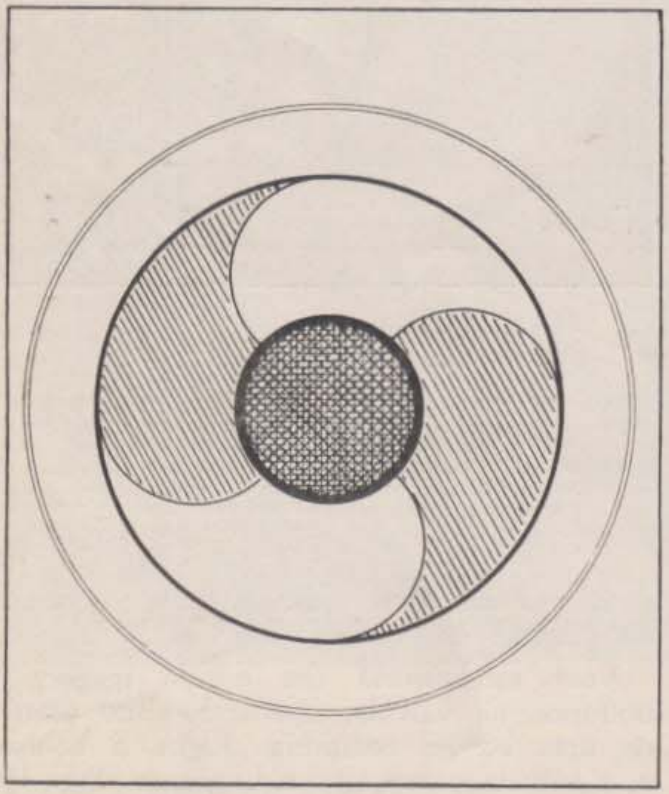


Figura 17 — O esquema (à esquerda) representa a sombra e o feixe radial que esperamos ver quando não há campo magnético na válvula. A fotografia (à direita) mostra a válvula em funcionamento, sem campo magnético aplicado; as duas sombras estreitas são causadas pelos fios que suportam o disco central.



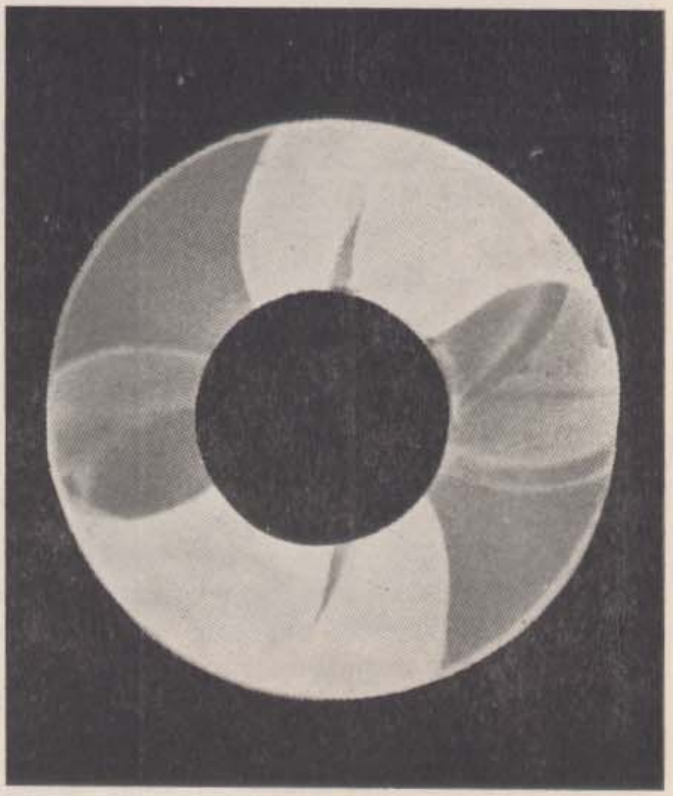


Figura 18 — À esquerda, está representada a forma que esperamos tenha o feixe, quando a válvula está sob a ação de um campo magnético. A fotografia (à direita) mostra o aspecto real do feixe desviado por um campo magnético.

sombra lhe pareça igual à de algum pequeno objeto redondo, cujo raio possa ser fàcilmente medido (por exemplo, uma moeda ou um lápis).

Faça medidas para diferentes potenciais do anodo ($1\,V = 1.6 \times 10^{-19}$ joule/ carga elem.) Use, também diferentes campos magnéticos (como conhece você o campo magnético?) Calcule a massa do eléctron.

Seria possível valer-se do campo magnético da Terra para desviar o feixe? Que tamanho de válvula precisaria você? Supondo que a Terra não tivesse campo magnético, seria prático determinar a massa de um eléctron, acelerando-o horizontalmente por meio de uma diferença de potencial conhecida, e, subseqüentemente, observando sua deflexão no campo gravitacional da Terra?

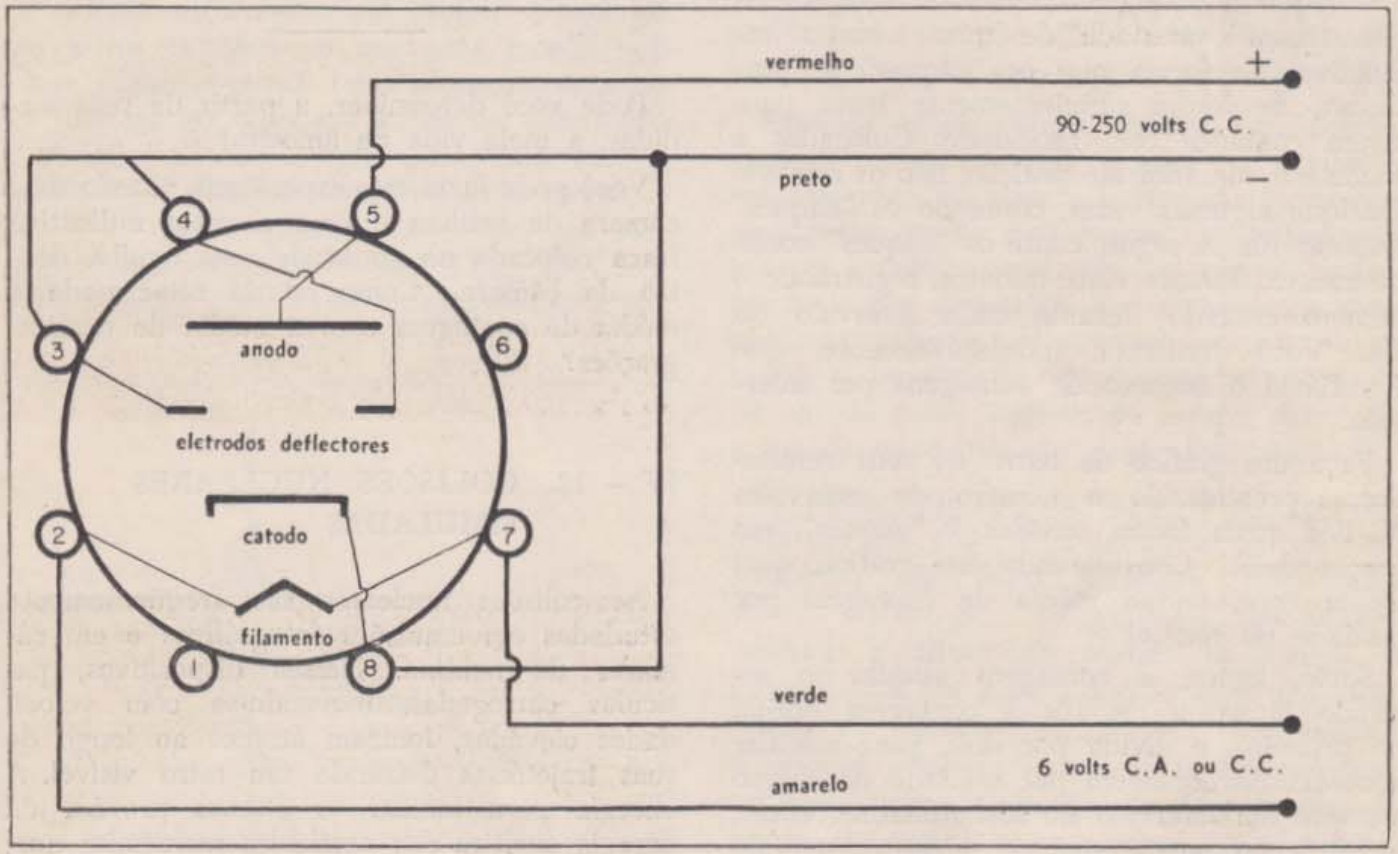


Figura 19 (a) — Conexões da válvula 6AF6 no circuito.

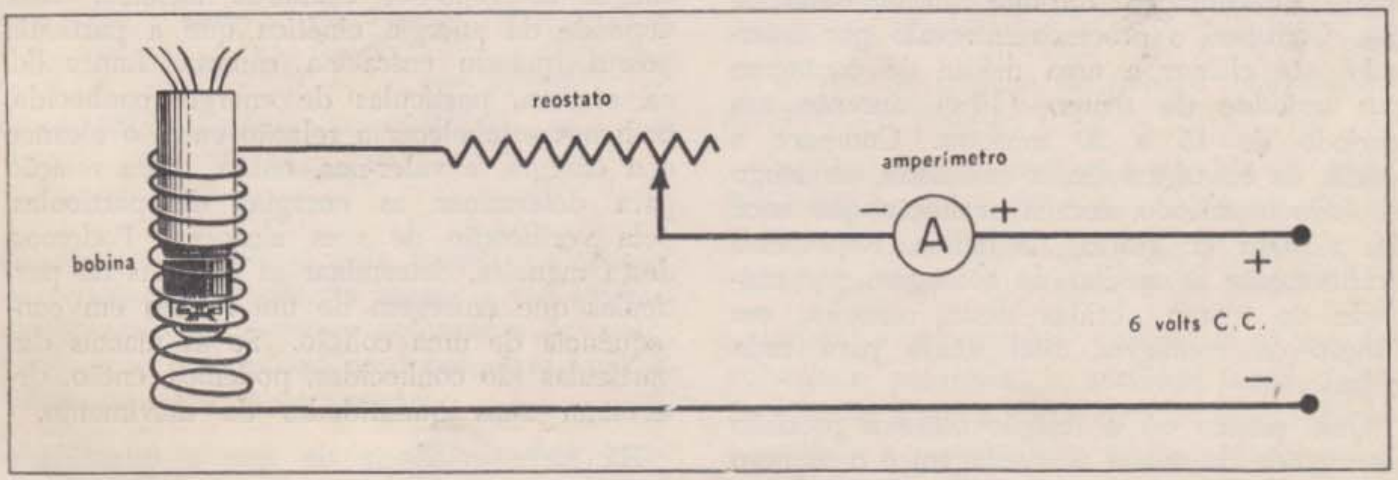


Figura 19 (b) — Circuito para a bobina.

IV – 11. O ACASO NA DESINTEGRAÇÃO RADIOATIVA

As substâncias radioativas emitem partículas que podem ser contadas por um contador Geiger. Cada "clique" do contador representa a desintegração de um único núcleo atômico. O que podemos descobrir em relação à velocidade com que uma amostra radioativa se desintegra?

Coloque a sonda do contador Geiger suficientemente afastada de uma amostra radioativa, de forma que os "cliques" se produzam de forma suficientemente lenta para serem contados com facilidade. Colocados a sonda e o contador em posição, não os remova. Pratique algumas vêzes, contando os "cliques" durante 10s. A seguir conte os "cliques" contìnuamente, durante vinte minutos, registrando o número contado durante cada intervalo de 10s. Você verificará, indubitàvelmente, que é variável o número de contagens por intervalo.

Faça um gráfico de barra de seus resultados, representando o número de intervalos N, nos quais foram ouvidos k "cliques", em função de k. Considerando êste gráfico, qual avalia você, seja a média de contagem por unidade de tempo?

Some, agora, a contagem obtida no segundo intervalo de 10s à contagem obtida no primeiro, e divida por dois, para calcular a média de contagem por unidade de tempo durante um intervalo de 20s. Adicione, então, a contagem encontrada no terceiro intervalo à soma das contagens nos dois primeiros intervalos, e divida por três para calcular a média de contagem durante um intervalo de 30s. Continue o processo intervalo por intervalo, até chegar a uma média de contagem por unidade de tempo (10 s) durante um período de 15 a 20 minutos. Compare a média de contagem assim calculada, ao longo de todo o período, com a avaliação que você fez a partir do gráfico de barra. Represente gràficamente as médias de contagem por unidade de tempo obtidas desta maneira, em função da contagem total usada para cada cálculo.

Qual parece ser a relação entre a precisão da medida da média de contagem e o número total de contagens usadas no cálculo? Que média de contagem esperaria você encontrar se contasse os "cliques" durante duas horas? Aumentaria sua precisão?

Como sòmente uma pequena fração das partículas emitidas pela amostra atingem o contador, a média de contagem que você obtém, é muito menor do que a média de desintegrações da amostra. Como calcularia você o número médio de átomos que se desintegram em cada segundo?

Pode você determinar, a partir de suas medidas, a meia vida da amostra?

Você pode fazer esta experiência usando uma câmara de neblina e uma amostra radioativa fraca colocada na ponta de uma agulha dentro da câmara. Como estaria relacionada a média de contagem com a média de desintegrações?

IV – 12. COLISÕES NUCLEARES SIMULADAS

As colisões nucleares são freqüentemente estudadas em emulsões fotográficas e em câmaras de neblina. Nesses dispositivos, patículas carregadas, movendo-se com velocidades elevadas, ionizam átomos ao longo de suas trajetórias deixando um ratro visível. A energia para ionizar os átomos provém da energia cinética das partículas carregadas que, portanto, perdem velocidade. A distância que uma partícula percorre na câmara antes de chegar ao repouso, chama-se alcance. Êste depende da energia cinética que a partícula possui quando entra na câmara. Lançando, na câmara, partículas de energia conhecida, podemos estabelecer a relação entre o alcance e a energia, e valer-nos, então, desta relação para determinar as energias de partículas, pela verificação de seus alcances. Podemos, desta maneira, determinar as energias de partículas que emergem de um núcleo em consequência de uma colisão. Se as massas das partículas são conhecidas, podemos, então, determinar suas quantidades de movimento.

Há forte evidência de que a quantidade de movimento é conservada nas colisões nu-

cleares. Quando observamos uma colisão na qual a quantidade de movimento não parece ser conservada, concluimos que, pelo menos uma partícula descarregada, que não deixou vestígio, levou consigo a quantidade de movimento que falta.

Você estudará, nesta experiência, uma situação análoga a uma colisão nuclear; as partículas serão moedas, e a emulsão ou câmara de neblina será uma folha de papel na qual as moedas escorregam até atingir o repouso, por atrito. A distância que uma moeda percorre sôbre o papel (seu alcance) depende de sua energia cinética. A fim de determinar a relação alcance-energia para uma moeda, podemos lançá-la ao longo de uma rampa, a partir de várias alturas, dando-lhe, em consequência, energias diferentes (Fig. 20). Medimos, então, para cada energia comunicada,

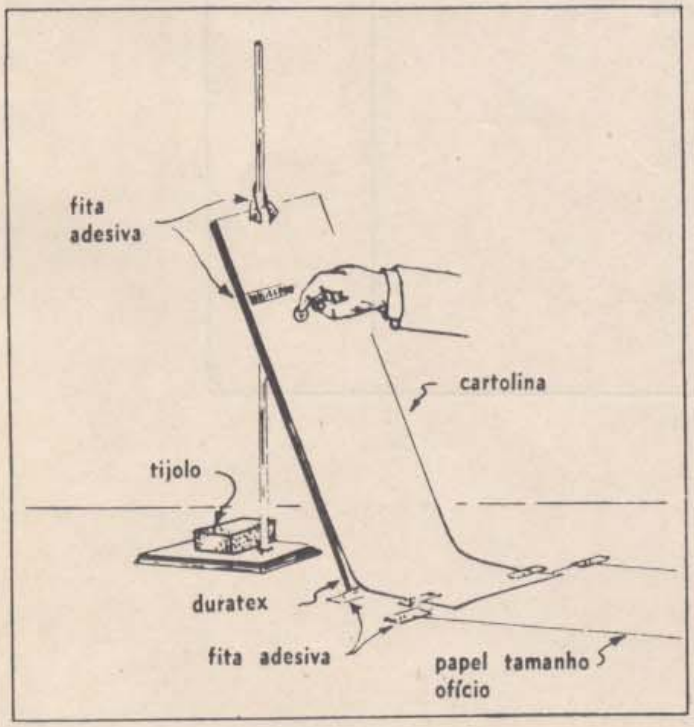


Figura 20

a distância percorrida pela moeda até chegar ao repouso. A partir da massa e da relação alcance-energia, podemos determinar a velocidade e a quantidade de movimento que a moeda adquire numa colisão.

Antes de simular uma colisão nuclear, precisamos determinar a relação alcance-energia para as moedas. Escolha três moedas que escorreguem fàcilmente pela rampa, e que tenham aproximadamente o mesmo alcance quando escorregam com a mesma face para baixo. Abandonando-as de diferentes alturas, determine as distâncias que elas percorrem no papel. Faça diversas corridas para cada altura, e anote o alcance médio em cada caso. Como se relaciona a energia cinética na parte inferior da rampa com a altura de partida? (pode-se desprezar o atrito na rampa íngreme). Um gráfico da energia cinética em função do alcance constitue a relação alcance-energia.

Estamos agora aptos a simular uma colisão nuclear colocando uma moeda (o núcleo a ser atingido) no papel, e fazendo escorregar uma outra moeda pela rampa, dando-lhe uma energia cinética conhecida (a rampa corresponde a um acelerador que comunica a uma partícula atômica determinada energia cinética). A moeda-alvo deve estar a cêrca de 10 cm da parte inferior da rampa para que a moeda incidente não salte sôbre ela.

A parte seguinte da experiência deve ser feita por um colega, enquanto os outros companheiros não estão presentes. Faça uma moeda escorregar, atingindo a moeda-alvo. Assinale a altura de partida na rampa, a posição final da moeda incidente e a posição inicial da moeda-alvo. Anote, secretamente, a posição final da moeda-alvo, determinando as coordenadas ao longo de dois bordos do papel. Os outros companheiros de laboratório determinarão, agora, a quantidade de movimento e a posição final do alvo que corresponde a uma partícula atômica descarregada e que não deixa vestígio. Veja a Fig. 21 para determinar a posição da moeda incidente no instante da colisão.

Que lei fundamental você admitiu na determinação da quantidade de movimento desconhecida? Que fração da energia cinética da moeda incidente é perdida nesta colisão?

Repita a experiência usando duas moedas colocadas próximas e servindo como alvo. Determine a quantidade de movimento desconhecida e a posição final de uma das moedas-alvo.

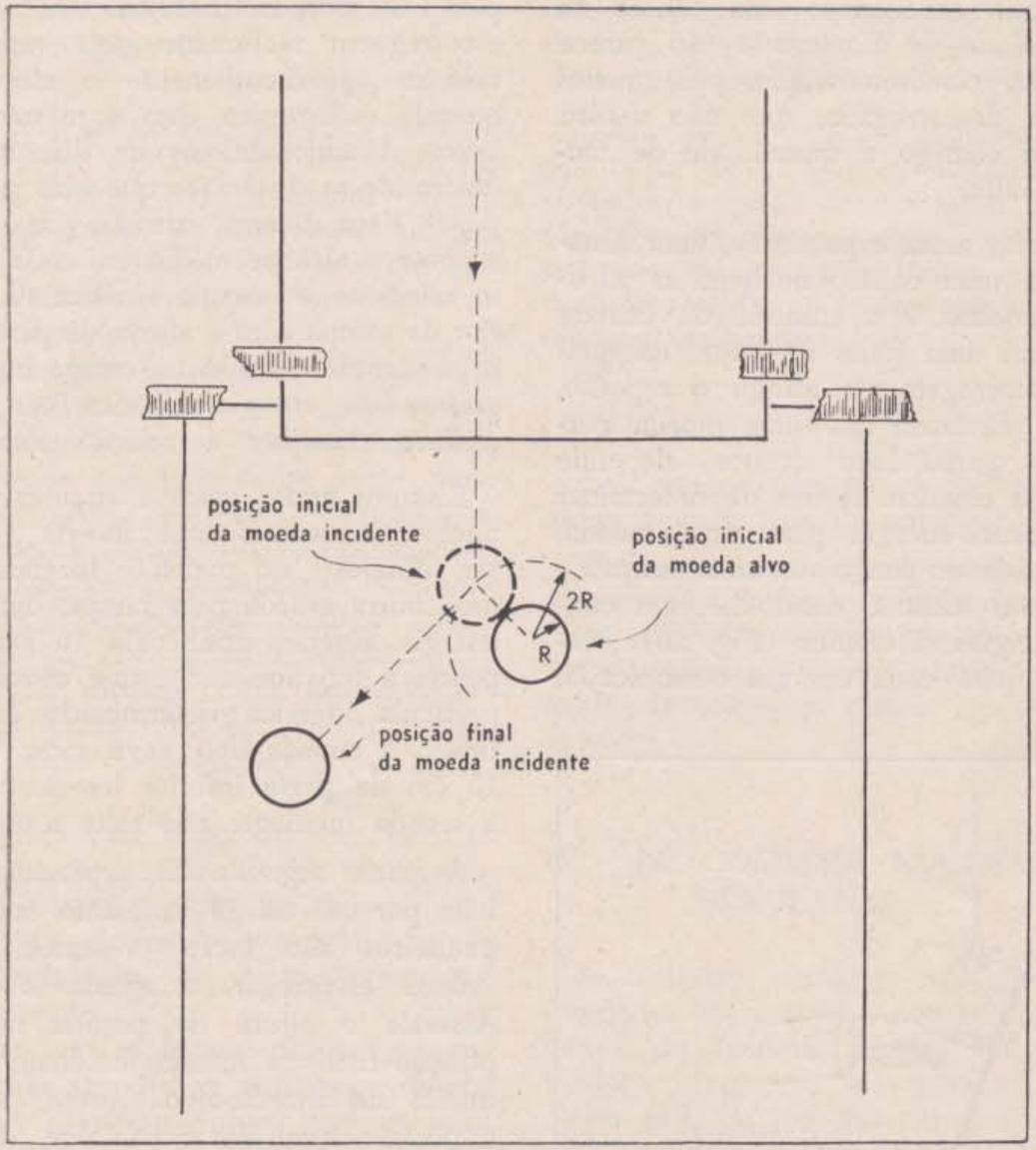

posição inicial
da moeda incidente
posição inicial
da moeda alvo
2R
R
posição final
da moeda incidente

Figura 21

APÊNDICE 1

Tábua de Funções Trigonométricas

sen (leia abaixo)

	0,0	*0,1*	*0,2*	*0,3*	*0,4*	*0,5*	*0,6*	*0,7*	*0,8*	*0,9*		
0°	0,0000	0,0017	0,0035	0,0052	0,0070	0,0087	0,0105	0,0122	0,0140	0,0157	0,0175	*89°*
1°	0,0175	0,0192	0,0209	0,0227	0,0244	0,0262	0,0279	0,0297	0,0314	0,0332	0,0349	*88°*
2°	0,0349	0,0366	0,0384	0,0401	0,0419	0,0436	0,0454	0,0471	0,0488	0,0506	0,0523	*87°*
3°	0,0523	0,0541	0,0558	0,0576	0,0593	0,0610	0,0628	0,0645	0,0663	0,0680	0,0698	*86°*
4°	0,0698	0,0715	0,0732	0,0750	0,0767	0,0785	0,0802	0,0819	0,0837	0,0854	0,0872	*85°*
5°	0,0872	0,0889	0,0906	0,0924	0,0941	0,0958	0,0976	0,0993	0,1011	0,1028	0,1045	*84°*
6°	0,1045	0,1063	0,1080	0,1097	0,1115	0,1132	0,1149	0,1167	0,1184	0,1201	0,1219	*83°*
7°	0,1219	0,1236	0,1253	0,1271	0,1288	0,1305	0,1323	0,1340	0,1357	0,1374	0,1392	*82°*
8°	0,1392	0,1409	0,1426	0,1444	0,1461	0,1478	0,1495	0,1513	0,1530	0,1547	0,1564	*81°*
9°	0,1564	0,1582	0,1599	0,1616	0,1633	0,1650	0,1668	0,1685	0,1702	0,1719	0,1736	*80°*
10°	0,1736	0,1754	0,1771	0,1788	0,1805	0,1822	0,1840	0,1857	0,1874	0,1891	0,1908	*79°*
11°	0,1908	0,1925	0,1942	0,1959	0,1977	0,1994	0,2011	0,2028	0,2045	0,2062	0,2079	*78°*
12°	0,2079	0,2096	0,2113	0,2130	0,2147	0,2164	0,2181	0,2198	0,2115	0,2233	0,2250	*77°*
13°	0,2250	0,2267	0,2284	0,2300	0,2317	0,2334	0,2351	0,2368	0,2385	0,2402	0,2419	*76°*
14°	0,2419	0,2436	0,2453	0,2470	0,2487	0,2504	0,2521	0,2538	0,2554	0,2571	0,2588	*75°*
15°	0,2588	0,2605	0,2622	0,2639	0,2656	0,2672	0,2689	0,2706	0,2723	0,2740	0,2756	*74°*
16°	0,2756	0,2773	0,2790	0,2807	0,2823	0,2840	0,2857	0,2874	0,2890	0,2907	0,2924	*73°*
17°	0,2924	0,2940	0,2957	0,2974	0,2990	0,3007	0,3024	0,3040	0,3057	0,3074	0,3090	*72°*
18°	0,3090	0,3107	0,3123	0,3140	0,3156	0,3173	0,3190	0,3206	0,3223	0,3239	0,3256	*71°*
19°	0,3256	0,3272	0,3289	0,3305	0,3322	0,3338	0,3355	0,3371	0,3387	0,3404	0,3420	*70°*
20°	0,3420	0,3437	0,3453	0,3469	0,3486	0,3502	0,3518	0,3535	0,3551	0,3567	0,3584	*69°*
21°	0,3584	0,3600	0,3616	0,3633	0,3649	0,3665	0,3681	0,3697	0,3714	0,3730	0,3746	*68°*
22°	0,3746	0,3762	0,3778	0,3795	0,3811	0,3827	0,3843	0,3859	0,3875	0,3891	0,3907	*67°*
23°	0,3907	0,3923	0,3939	0,3955	0,3971	0,3987	0,4003	0,4019	0,4035	0,4051	0,4067	*66°*
24°	0,4067	0,4083	0,4099	0,4115	0,4131	0,4147	0,4163	0,4179	0,4195	0,4210	0,4226	*65°*
25°	0,4226	0,4242	0,4258	0,4274	0,4289	0,4305	0,4321	0,4337	0,4352	0,4368	0,4384	*64°*
26°	0,4384	0,4399	0,4415	0,4431	0,4446	0,4462	0,4478	0,4493	0,4509	0,4524	0,4540	*63°*
27°	0,4540	0,4555	0,4571	0,4586	0,4602	0,4617	0,4633	0,4648	0,4664	0,4679	0,4695	*62°*
28°	0,4695	0,4710	0,4726	0,4741	0,4756	0,4772	0,4787	0,4802	0,4818	0,4833	0,4848	*61°*
29°	0,4848	0,4863	0,4879	0,4894	0,4909	0,4924	0,4939	0,4955	0,4970	0,4985	0,5000	*60°*
30°	0,5000	0,5015	0,5030	0,5045	0,5060	0,5075	0,5090	0,5105	0,5120	0,5135	0,5150	*59°*
31°	0,5150	0,5165	0,5180	0,5195	0,5210	0,5225	0,5240	0,5255	0,5270	0,5284	0,5299	*58°*
32°	0,5299	0,5314	0,5329	0,5344	0,5358	0,5373	0,5388	0,5402	0,5417	0,5432	0,5446	*57°*
33°	0,5446	0,5461	0,5476	0,5490	0,5505	0,5519	0,5534	0,5548	0,5563	0,5577	0,5592	*56°*
34°	0,5592	0,5606	0,5621	0,5635	0,5650	0,5664	0,5678	0,5693	0,5707	0,5721	0,5736	*55°*
35°	0,5736	0,5750	0,5764	0,5779	0,5793	0,5807	0,5821	0,5835	0,5850	0,5864	0,5878	*54°*
36°	0,5878	0,5892	0,5906	0,5920	0,5934	0,5948	0,5962	0,5976	0,5990	0,6004	0,6018	*53°*
37°	0,6018	0,6032	0,6046	0,6060	0,6074	0,6088	0,6101	0,6115	0,6129	0,6143	0,6157	*52°*
38°	0,6157	0,6170	0,6184	0,6198	0,6211	0,6225	0,6239	0,6252	0,6266	0,6280	0,6293	*51°*
39°	0,6293	0,6307	0,6320	0,6334	0,6347	0,6361	0,6374	0,6388	0,6401	0,6414	0,6428	*50°*
40°	0,6428	0,6441	0,6455	0,6468	0,6481	0,6494	0,6508	0,6521	0,6534	0,6547	0,6561	*49°*
41°	0,6561	0,6574	0,6587	0,6600	0,6613	0,6626	0,6639	0,6652	0,6665	0,6678	0,6691	*48°*
42°	0,6691	0,6704	0,6717	0,6730	0,6743	0,6756	0,6769	0,6782	0,6794	0,6807	0,6820	*47°*
43°	0,6820	0,6833	0,6845	0,6858	0,6871	0,6884	0,6896	0,6909	0,6921	0,6934	0,6947	*46°*
44°	0,6947	0,6959	0,6972	0,6984	0,6997	0,7009	0,7022	0,7034	0,7046	0,7059	0,7071	*45°*
		0,9	*0,8*	*0,7*	*0,6*	*0,5*	*0,4*	*0,3*	*0,2*	*0,1*	*0,0*	

cos (leia acima)

Tábua de Funções Trigonométricas

sen (leia abaixo)

	0,0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9		
45°	0,7071	0,7083	0,7096	0,7108	0,7120	0,7133	0,7145	0,7157	0,7169	0,7181	0,7193	44°
46°	0,7193	0,7206	0,7218	0,7230	0,7242	0,7254	0,7266	0,7278	0,7290	0,7302	0,7314	43°
47°	0,7314	0,7325	0,7337	0,7349	0,7361	0,7373	0,7385	0,7396	0,7408	0,7420	0,7431	42°
48°	0,7431	0,7443	0,7455	0,7466	0,7478	0,7490	0,7501	0,7513	0,7524	0,7536	0,7547	41°
49°	0,7547	0,7559	0,7570	0,7581	0,7593	0,7604	0,7615	0,7627	0,7638	0,7649	0,7660	40°
50°	0,7660	0,7672	0,7683	0,7694	0,7705	0,7716	0,7727	0,7738	0,7749	0,7760	0,7771	39°
51°	0,7771	0,7782	0,7793	0,7804	0,7815	0,7826	0,7837	0,7848	0,7859	0,7869	0,7880	38°
52°	0,7880	0,7891	0,7902	0,7912	0,7923	0,7934	0,7944	0,7955	0,7965	0,7976	0,7986	37°
53°	0,7986	0,7997	0,8007	0,8018	0,8028	0,8039	0,8049	0,8059	0,8070	0,8080	0,8090	36°
54°	0,8090	0,8100	0,8111	0,8121	0,8131	0,8141	0,8151	0,8161	0,8171	0,8181	0,8192	35°
55°	0,8192	0,8202	0,8211	0,8221	0,8231	0,8241	0,8251	0,8261	0,8271	0,8281	0,8290	34°
56°	0,8290	0,8300	0,8310	0,8320	0,8329	0,8339	0,8348	0,8358	0,8368	0,8377	0,8387	33°
57°	0,8387	0,8396	0,8406	0,8415	0,8425	0,8434	0,8443	0,8453	0,8462	0,8471	0,8480	32°
58°	0,8480	0,8490	0,8499	0,8508	0,8517	0,8526	0,8536	0,8545	0,8554	0,8563	0,8572	31°
59°	0,8572	0,8581	0,8590	0,8599	0,8607	0,8616	0,8625	0,8634	0,8643	0,8652	0,8660	30°
60°	0,8660	0,8669	0,8678	0,8686	0,8695	0,8704	0,8712	0,8721	0,8729	0,8738	0,8746	29°
61°	0,8746	0,8755	0,8763	0,8771	0,8780	0,8788	0,8796	0,8805	0,8813	0,8821	0,8829	28°
62°	0,8829	0,8838	0,8846	0,8854	0,8862	0,8870	0,8878	0,8886	0,8894	0,8902	0,8910	27°
63°	0,8910	0,8918	0,8926	0,8934	0,8942	0,8949	0,8957	0,8965	0,8973	0,8980	0,8988	26°
64°	0,8988	0,8996	0,9003	0,9011	0,9018	0,9026	0,9033	0,9041	0,9048	0,9056	0,9063	25°
65°	0,9063	0,9070	0,9078	0,9085	0,9092	0,9100	0,9107	0,9114	0,9121	0,9128	0,9135	24°
66°	0,9135	0,9143	0,9150	0,9157	0,9164	0,9171	0,9178	0,9184	0,9191	0,9198	0,9205	23°
67°	0,9205	0,9212	0,9219	0,9225	0,9232	0,9239	0,9245	0,9252	0,9259	0,9265	0,9272	22°
68°	0,9272	0,9278	0,9285	0,9291	0,9298	0,9304	0,9311	0,9317	0,9323	0,9330	0,9336	21°
69°	0,9336	0,9342	0,9348	0,9354	0,9361	0,9367	0,9373	0,9379	0,9385	0,9391	0,9397	20°
70°	0,9397	0,9403	0,9409	0,9415	0,9421	0,9426	0,9432	0,9438	0,9444	0,9449	0,9455	19°
71°	0,9455	0,9461	0,9466	0,9472	0,9478	0,9483	0,9489	0,9494	0,9500	0,9505	0,9511	18°
72°	0,9511	0,9516	0,9521	0,9527	0,9532	0,9537	0,9542	0,9548	0,9553	0,9558	0,9563	17°
73°	0,9563	0,9568	0,9573	0,9578	0,9583	0,9588	0,9593	0,9598	0,9603	0,9608	0,9613	16°
74°	0,9613	0,9617	0,9622	0,9627	0,9632	0,9636	0,9641	0,9646	0,9650	0,9655	0,9659	15°
75°	0,9659	0,9664	0,9668	0,9673	0,9677	0,9681	0,9686	0,9690	0,9694	0,9699	0,9703	14°
76°	0,9703	0,9707	0,9711	0,9715	0,9720	0,9724	0,9728	0,9732	0,9736	0,9740	0,9744	13°
77°	0,9744	0,9748	0,9751	0,9755	0,9759	0,9763	0,9767	0,9770	0,9774	0,9778	0,9781	12°
78°	0,9781	0,9785	0,9789	0,9792	0,9796	0,9799	0,9803	0,9806	0,9810	0,9813	0,9816	11°
79°	0,9816	0,9820	0,9823	0,9826	0,9829	0,9833	0,9836	0,9839	0,9842	0,9845	0,9848	10°
80°	0,9848	0,9851	0,9854	0,9857	0,9860	0,9863	0,9866	0,9869	0,9871	0,9874	0,9877	9°
81°	0,9877	0,9880	0,9882	0,9885	0,9888	0,9890	0,9893	0,9895	0,9898	0,9900	0,9903	8°
82°	0,9903	0,9905	0,9907	0,9910	0,9912	0,9914	0,9917	0,9919	0,9921	0,9923	0,9925	7°
83°	0,9925	0,9928	0,9930	0,9932	0,9934	0,9936	0,9938	0,9940	0,9942	0,9943	0,9945	6°
84°	0,9945	0,9947	0,9949	0,9951	0,9952	0,9954	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9962	5°
85°	0,9962	0,9963	0,9965	0,9966	0,9968	0,9969	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974	0,9976	4°
86°	0,9976	0,9977	0,9978	0,9979	0,9980	0,9981	0,9982	0,9983	0,9984	0,9985	0,9986	3°
87°	0,9986	0,9987	0,9988	0,9989	0,9990	0,9990	0,9991	0,9992	0,9993	0,9993	0,9994	2°
88°	0,9994	0,9995	0,9995	0,9996	0,9996	0,9997	0,9997	0,9997	0,9998	0,9998	0,9998	1°
89°	0,9998	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0°
		0,9	0,8	0,7	0,6	0,5	0,4	0,3	0,2	0,1	0,0	

cos (leia acima)

Tábua de Funções Trigonométricas

tan (leia abaixo)

	0,0	*0,1*	*0,2*	*0,3*	*0,4*	*0,5*	*0,6*	*0,7*	*0,8*	*0,9*		
0°	0,0000	0,0017	0,0035	0,0052	0,0070	0,0087	0,0105	0,0122	0,0140	0,0157	0,0175	*89°*
1°	0,0175	0,0192	0,0209	0,0227	0,0244	0,0262	0,0279	0,0297	0,0314	0,0332	0,0349	*88°*
2°	0,0349	0,0367	0,0384	0,0402	0,0419	0,0437	0,0454	0,0472	0,0489	0,0507	0,0524	*87°*
3°	0,0524	0,0542	0,0559	0,0577	0,0594	0,0612	0,0629	0,0647	0,0664	0,0682	0,0699	*86°*
4°	0,0699	0,0717	0,0734	0,0752	0,0769	0,0787	0,0805	0,0822	0,0840	0,0857	0,0875	*85°*
5°	0,0875	0,0892	0,0910	0,0928	0,0945	0,0963	0,0981	0,0998	0,1016	0,1033	0,1051	*84°*
6°	0,1051	0,1069	0,1086	0,1104	0,1122	0,1139	0,1157	0,1175	0,1192	0,1210	0,1228	*83°*
7°	0,1228	0,1246	0,1263	0,1281	0,1299	0,1317	0,1334	0,1352	0,1370	0,1388	0,1405	*82°*
8°	0,1405	0,1423	0,1441	0,1459	0,1477	0,1495	0,1512	0,1530	0,1548	0,1566	0,1584	*81°*
9°	0,1584	0,1602	0,1620	0,1638	0,1655	0,1673	0,1691	0,1709	0,1727	0,1745	0,1763	*80°*
10°	0,1763	0,1781	0,1799	0,1817	0,1835	0,1853	0,1871	0,1890	0,1908	0,1926	0,1944	*79°*
11°	0,1944	0,1962	0,1980	0,1998	0,2016	0,2035	0,2053	0,2071	0,2089	0,2107	0,2126	*78°*
12°	0,2126	0,2144	0,2162	0,2180	0,2199	0,2217	0,2235	0,2254	0,2272	0,2290	0,2309	*77°*
13°	0,2309	0,2327	0,2345	0,2364	0,2382	0,2401	0,2419	0,2438	0,2456	0,2475	0,2493	*76°*
14°	0,2493	0,2512	0,2530	0,2549	0,2568	0,2586	0,2605	0,2623	0,2642	0,2661	0,2679	*75°*
15°	0,2679	0,2698	0,2717	0,2736	0,2754	0,2773	0,2792	0,2811	0,2830	0,2849	0,2867	*74°*
16°	0,2867	0,2886	0,2905	0,2924	0,2943	0,2962	0,2981	0,3000	0,3019	0,3038	0,3057	*73°*
17°	0,3057	0,3076	0,3096	0,3115	0,3134	0,3153	0,3172	0,3191	0,3211	0,3230	0,3249	*72°*
18°	0,3249	0,3269	0,3288	0,3307	0,3327	0,3346	0,3365	0,3385	0,3404	0,3424	0,3443	*71°*
19°	0,3443	0,3463	0,3482	0,3502	0,3522	0,3541	0,3561	0,3581	0,3600	0,3620	0,3640	*70°*
20°	0,3640	0,3659	0,3679	0,3699	0,3719	0,3739	0,3759	0,3779	0,3799	0,3819	0,3839	*69°*
21°	0,3839	0,3859	0,3879	0,3899	0,3919	0,3939	0,3959	0,3979	0,4000	0,4020	0,4040	*68°*
22°	0,4040	0,4061	0,4081	0,4101	0,4122	0,4142	0,4163	0,4183	0,4204	0,4224	0,4245	*67°*
23°	0,4245	0,4265	0,4286	0,4307	0,4327	0,4348	0,4369	0,4390	0,4411	0,4431	0,4452	*66°*
24°	0,4452	0,4473	0,4494	0,4515	0,4536	0,4557	0,4578	0,4599	0,4621	0,4642	0,4663	*65°*
25°	0,4663	0,4684	0,4706	0,4727	0,4748	0,4770	0,4791	0,4813	0,4834	0,4856	0,4877	*64°*
26°	0,4877	0,4899	0,4921	0,4942	0,4964	0,4986	0,5008	0,5029	0,5051	0,5073	0,5095	*63°*
27°	0,5095	0,5117	0,5139	0,5161	0,5184	0,5206	0,5228	0,5250	0,5272	0,5295	0,5317	*62°*
28°	0,5317	0,5340	0,5362	0,5384	0,5407	0,5430	0,5452	0,5475	0,5498	0,5520	0,5543	*61°*
29°	0,5543	0,5566	0,5589	0,5612	0,5635	0,5658	0,5681	0,5704	0,5727	0,5750	0,5774	*60°*
30°	0,5774	0,5797	0,5820	0,5844	0,5867	0,5890	0,5914	0,5938	0,5961	0,5985	0,6009	*59°*
31°	0,6009	0,6032	0,6056	0,6080	0,6104	0,6128	0,6152	0,6176	0,6200	0,6224	0,6249	*58°*
32°	0,6249	0,6273	0,6297	0,6322	0,6346	0,6371	0,6395	0,6420	0,6445	0,6469	0,6494	*57°*
33°	0,6494	0,6519	0,6544	0,6569	0,6594	0,6619	0,6644	0,6669	0,6694	0,6720	0,6745	*56°*
34°	0,6745	0,6771	0,6796	0,6822	0,6847	0,6873	0,6899	0,6924	0,6950	0,6976	0,7002	*55°*
35°	0,7002	0,7028	0,7054	0,7080	0,7107	0,7133	0,7159	0,7186	0,7212	0,7239	0,7265	*54°*
36°	0,7265	0,7292	0,7319	0,7346	0,7373	0,7400	0,7427	0,7454	0,7481	0,7508	0,7536	*53°*
37°	0,7536	0,7563	0,7590	0,7618	0,7646	0,7673	0,7701	0,7729	0,7757	0,7785	0,7813	*52°*
38°	0,7813	0,7841	0,7869	0,7898	0,7926	0,7954	0,7983	0,8012	0,8040	0,8069	0,8098	*51°*
39°	0,8098	0,8127	0,8156	0,8185	0,8214	0,8243	0,8273	0,8302	0,8332	0,8361	0,8391	*50°*
40°	0,8391	0,8421	0,8451	0,8481	0,8511	0,8541	0,8571	0,8601	0,8632	0,8662	0,8693	*49°*
41°	0,8693	0,8724	0,8754	0,8785	0,8816	0,8847	0,8878	0,8910	0,8941	0,8972	0,9004	*48°*
42°	0,9004	0,9036	0,9067	0,9099	0,9131	0,9163	0,9195	0,9228	0,9260	0,9293	0,9325	*47°*
43°	0,9325	0,9358	0,9391	0,9424	0,9457	0,9490	0,9523	0,9556	0,9590	0,9623	0,9657	*46°*
44°	0,9657	0,9691	0,9725	0,9759	0,9793	0,9827	0,9861	0,9896	0,9930	0,9965	1,000	*45°*
		0,9	*0,8*	*0,7*	*0,6*	*0,5*	*0,4*	*0,3*	*0,2*	*0,1*	*0,0*	

cot (leia acima)

Tábua de Funções Trigonométricas

tan (leia abaixo)

	0,0	*0,1*	*0,2*	*0,3*	*0,4*	*0,5*	*0,6*	*0,7*	*0,8*	*0,9*		
45°	1,000	1,003	1,007	1,011	1,014	1,018	1,021	1,025	1,028	1,032	1,036	*44°*
46°	1,036	1,039	1,043	1,046	1,050	1,054	1,057	1,061	1,065	1,069	1,072	*43°*
47°	1,072	1,076	1,080	1,084	1,087	1,091	1,095	1,099	1,103	1,107	1,111	*42°*
48°	1,111	1,115	1,118	1,122	1,126	1,130	1,134	1,138	1,142	1,146	1,150	*41°*
49°	1,150	1,154	1,159	1,163	1,167	1,171	1,175	1,179	1,183	1,188	1,192	*40°*
50°	1,192	1,196	1,200	1,205	1,209	1,213	1,217	1,222	1,226	1,230	1,235	*39°*
51°	1,235	1,239	1,244	1,248	1,253	1,257	1,262	1,266	1,271	1,275	1,280	*38°*
52°	1,280	1,285	1,289	1,294	1,299	1,303	1,308	1,313	1,317	1,322	1,327	*37°*
53°	1,327	1,332	1,337	1,342	1,347	1,351	1,356	1,361	1,366	1,371	1,376	*36°*
54°	1,376	1,381	1,387	1,392	1,397	1,402	1,407	1,412	1,418	1,423	1,428	*35°*
55°	1,428	1,433	1,439	1,444	1,450	1,455	1,460	1,466	1,471	1,477	1,483	*34°*
56°	1,483	1,488	1,494	1,499	1,505	1,511	1,517	1,522	1,528	1,534	1,540	*33°*
57°	1,540	1,546	1,552	1,558	1,564	1,570	1,576	1,582	1,588	1,594	1,600	*32°*
58°	1,600	1,607	1,613	1,619	1,625	1,632	1,638	1,645	1,651	1,658	1,644	*31°*
59°	1,664	1,671	1,678	1,684	1,691	1,698	1,704	1,711	1,718	1,725	1,732	*30°*
60°	1,732	1,739	1,746	1,753	1,760	1,767	1,775	1,782	1,789	1,797	1,804	*29°*
61°	1,804	1,811	1,819	1,827	1,834	1,842	1,849	1,857	1,865	1,873	1,881	*28°*
62°	1,881	1,889	1,897	1,905	1,913	1,921	1,929	1,937	1,946	1,954	1,963	*27°*
63°	1,963	1,971	1,980	1,988	1,997	2,006	2,014	2,023	2,032	2,041	2,050	*26°*
64°	2,050	2,059	2,069	2,078	2,087	2,097	2,106	2,116	2,125	2,135	2,145	*25°*
65°	2,145	2,154	2,164	2,174	2,184	2,194	2,204	2,215	2,225	2,236	2,246	*24°*
66°	2,246	2,257	2,267	2,278	2,289	2,300	2,311	2,322	2,333	2,344	2,356	*23°*
67°	2,356	2,367	2,379	2,391	2,402	2,414	2,426	2,438	2,450	2,463	2,475	*22°*
68°	2,475	2,488	2,500	2,513	2,526	2,539	2,552	2,565	2,578	2,592	2,605	*21°*
69°	2,605	2,619	2,633	2,646	2,660	2,675	2,689	2,703	2,718	2,733	2,747	*20°*
70°	2,747	2,762	2,778	2,793	2,808	2,824	2,840	2,856	2,872	2,888	2,904	*19°*
71°	2,904	2,921	2,937	2,954	2,971	2,989	3,006	3,024	3,042	3,060	3,078	*18°*
72°	3,078	3,096	3,115	3,133	3,152	3,172	3,191	3,211	3,230	3,251	3,271	*17°*
73°	3,271	3,291	3,312	3,333	3,354	3,376	3,398	3,420	3,442	3,465	3,487	*16°*
74°	3,487	3,511	3,534	3,558	3,582	3,606	3,630	3,655	3,681	3,706	3,732	*15°*
75°	3,732	3,758	3,785	3,812	3,839	3,867	3,895	3,923	3,952	3,981	4,011	*14°*
76°	4,011	4,041	4,071	4,102	4,134	4,165	4,198	4,230	4,264	4,297	4,331	*13°*
77°	4,331	4,366	4,402	4,437	4,474	4,511	4,548	4,586	4,625	4,665	4,705	*12°*
78°	4,705	4,745	4,787	4,829	4,872	4,915	4,959	5,005	5,050	5,097	5,145	*11°*
79°	5,145	5,193	5,242	5,292	5,343	5,396	5,449	5,503	5,558	5,614	5,671	*10°*
80°	5,671	5,730	5,789	5,850	5,912	5,976	6,041	6,107	6,174	6,243	6,314	*9°*
81°	6,314	6,386	6,460	6,535	6,612	6,691	6,772	6,855	6,940	7,026	7,115	*8°*
82°	7,115	7,207	7,300	7,396	7,495	7,596	7,700	7,806	7,916	8,028	8,144	*7°*
83°	8,144	8,264	8,386	8,513	8,643	8,777	8,915	9,058	9,205	9,357	9,514	*6°*
84°	9,514	9,677	9,845	10,02	10,20	10,39	10,58	10,78	10,99	11,20	11,43	*5°*
85°	11,43	11,66	11,91	12,16	12,43	12,71	13,00	13,30	13,62	13,95	14,30	*4°*
86°	14,30	14,67	15,06	15,46	15,89	16,35	16,83	17,34	17,89	18,46	19,08	*3°*
87°	19,08	19,74	20,45	21,20	22,02	22,90	23,86	24,90	26,03	27,27	28,64	*2°*
88°	28,64	30,14	31,82	33,69	35,80	38,19	40,92	44,07	47,74	52,08	57,29	*1°*
89°	57,29	63,66	71,62	81,85	95,49	114,6	143,2	191,0	286,5	573,0	∞	*0°*
		0,9	*0,8*	*0,7*	*0,6*	*0,5*	*0,4*	*0,3*	*0,2*	*0,1*	*0,0*	

cot (leia acima)

APÊNDICE 2

CONSTANTES FÍSICAS

Número de Avogadro: $N_0 = 6{,}0247 \times 10^{23}$

Unidade de massa atômica: 1 u.m.a. $\doteq 1{,}660 \times 10^{-27}$ kg.

Ponto de gêlo: 273,15°K

Constante gravitacional: $G = 6{,}670 \times 10^{-11} \dfrac{\text{m}^3}{\text{kg}.\text{s}^2}$

Constante de Boltzmann: $k = 1{,}3804 \times 10^{-23} \dfrac{\text{joules}}{^\circ\text{K}}$

Equivalente mecânico do calor: 1 cal = 4,1855 joules

FEM: 1 volt $= 1{,}602 \times 10^{-19} \dfrac{\text{joules}}{\text{carga elem.}}$

Carga: 1 coulomb $= 6{,}2425 \times 10^{18}$ cargas elems.

Massa do electron: $m_e = 9{,}108 \times 10^{-31}$ kg

Constante de Planck: $h = 6{,}625 \times 10^{-34}$ joules $\times$ s

Velocidade da luz: $c = 2{,}99793 \times 10^{8}$ m/s

Razão da massa do proton para a massa do electron: $\dfrac{m_p}{m_e} = 1836$

Constante da lei de Coulomb: $k = 2{,}3063 \times 10^{-28} \dfrac{\text{newton}.\text{m}^2}{(\text{carga elem.})^2}$

$$= 8{,}9876 \times 10^{9} \frac{\text{newton}.\text{m}^2}{(\text{coulomb})^2}$$

Constante na equação $F = K\dfrac{I_1 I_2 l}{d}$: $K = 5{,}1322 \times 10^{-45} \dfrac{\text{newton}}{(\text{carga elem.}/\text{s})^2}$

$$= 2 \times 10^{-7} \frac{\text{newton}}{(\text{ampère})^2}$$

(valor exato, por definição)

APÊNDICE 3

O DESENVOLVIMENTO DÊSTE LIVRO

Êste livro e seus complementos: o material de laboratório, o Guia do Professor e os filmes são o resultado do trabalho coordenado de uma grande equipe. Qualquer relatório sumário do desenvolvimento dêsse trabalho será necessàriamente insatisfatório. Mesmo os objetivos e diretrizes fundamentais foram formulados por um grande número de pessoas em diversos centros, pois professôres de todo o país partilhavam do desejo de operar uma trasformação fundamental na apresentação da Física para principiantes.

O presente livro é o resultado de inumeráveis contribuições individuais, de cuidadosos ensaios em várias escolas e de um processo de revisão que durou três anos. É impossível assinalar detalhadamente as centenas de contribuições para a criação e formulação dêste curso. Entretanto, como responsável pela seleção apresentada a seguir, gostaria de esboçar alguns dos estágios dêsse trabalho. Acima de tudo, em nome do PSSC e no meu próprio, desejo agradecer aos meus numerosos colaboradores por sua parte na experiência difícil mas agradável do trabalho em comum para produzir um novo curso de Física.

Durante o outono de 1956 e o inverno de 1957, sob a liderança do Comitê Diretor do PSSC, físicos pesquisadores, professôres de Física e pessoas que acumulavam essas duas funções esboçaram e discutiram muitas das idéias que agora aparecem neste livro. A seguir, no verão de 1957, cêrca de 60 físicos, professôres, desenhistas de aparelhos, escritores, artistas e outros especialistas reuniram seus conhecimentos e experiências para produzir um modêlo pilôto do curso de Física do PSSC.

A Parte I, como as demais, beneficiou-se do trabalho e dos debates da equipe como um todo mas, em grande parte, surgiu especialmente das discussões iniciais de um grupo na Universidade de Cornell, destacando-se os Profs. K. I. Greisen, Philip Morrison e Hans A. Bethe. A primeira redação completa foi feita, durante o verão, pelo Prof. Morrison, com o auxílio de George L. Carr, atualmente na Escola Secundária de Milford Mill (Baltimore, Maryland) e John Marean, da Escola Secundária de Reno (Reno, Nevada). Com ligeiras modificações, essa primeira versão foi feita sob a orientação editorial de Judson Cross, da Academia Phillips Exeter, de Curtis Hinckley, da Escola de Campo de Woodstock, e minha, tendo servido de base para os primeiros ensaios em escolas.

Desde o início, o trabalho nas escolas constituiu grande parte do programa. Os professôres foram também autores. Os editôres mantiveram contacto com êles permanentemente, visitando seguidamente as escolas. Tôdas as partes dêste livro foram melhoradas por êsse processo de teste e revisão. Por exemplo, várias seções da Parte I foram revistas três vêzes. De maneira geral, as modificações introduzidas, uma vez testadas nas escolas, revelaram-se proveitosas. Ao mesmo tempo constatou-se que uma parte surpreendentemente grande do que havia sido concebido inicialmente permaneceu bàsicamente inalterado. Somos especialmente gratos pelo esfôrço dos professôres que experimentaram as versões iniciais e dispenderam muito tempo analisando os resultados dessa experiência. Até agora, beneficiamo-nos do trabalho de mais de 600 professôres e de inumeráveis estudantes. Suas impressões e sugestões foram coletadas e analisadas por uma equipe especial dirigida pelo Prof. Gilbert Finlay do Colégio de Educação da Universidade de Illinois, o qual aliás, contribuiu para o projeto de muitas outras maneiras.

Para as diversas revisões da Parte I, contribuiram o grupo da Universidade de Illinois e, ainda, Walter Michels de Bryn Mawr, Sherman Frankel, da Universidade de Pennsylvania, o Prof. Morrison e a Equipe do escritório central do PSSC. Para esta edição, nova revisão, baseada em novas experiências em escolas, foi efetuada por Malcolm K. Smith, por Thomas Dillon, da Escola Secundária de Con-

cord (Concord, Massachusetts), pelo Prof. Eric M. Rogers da Universidade de Princeton, por Nathaniel H. Frank do MIT e por mim.

A maior parte das discussões e os projetos iniciais do equipamento que conduziram à Parte II dêste livro foi realizada no Instituto de Tecnologia de Massachusetts. Aí, com a ajuda do Prof. Walter Michels e de Elbert P. Little, que depois foi assistente do Presidente do "Educational Services Incorporated", preparei um extenso esboço. A seguir, a primeira parte dêsse volume foi escrita pelo Prof. Michels e por Charles Smith da Escola Secundária de Radnor (Radnor, Pennsylvania) e a segunda metade pelos Profs. Uri Haber-Schaim e Arthur Kerman do MIT, juntamente com Richard Jones da Escola Idian Sdrings (Helena, Alabama) e Darrel Tomer, da Escola Secundária de Hanford (Hanford, Califórnia). A edição preliminar da Parte II foi editada por Judson Cross e por mim. Dessa época para cá, a Parte II, como tôdas as outras, passou por um processo contínuo de ensaios e revisões levadas a cabo principalmente pelos Profs. Haber-Shaim e Kerman, por Malcolm K. Smith e por mim.

O trabalho preliminar relativo à Parte III foi realizado por um grupo que trabalhava na Universidade de Illinois. A seguir, no MIT, no verão de 1957, os Profs. E. L. Goldwasser, Peter Axel, David Lazarus, Leon Cooper e Allen C. Odian, do grupo de Illinois, trabalharam com Thomas J. Dillon, Richard G. Marden da Escola Secundária Clássica de Worcester, e John H. Walters da Escola Browne e Nichols, completando a primeira redação. Mais tarde a Parte III foi em grande parte reescrita pela equipe do PSSC, levando-se em consideração sugestões de muitos físicos e professôres e aproveitando-se novas idéias para o equipamento de laboratório sugeridas pela própria equipe do PSSC em Cambridge. Nesse processo, os Profs. Bruno B. Rossi, Frank e eu (todos do MIT) trabalhamos em conjunto com o Prof. Eric M. Rogers e com Malcon K. Smith. Em relação à Parte III é mais difícil ainda do que em relação às outras dar uma idéia justa da variedade de esforços que se conjugaram para produzí-la.

A primeira metade da Parte IV, que trata de eletricidade e magnetismo, foi escrita inicialmente pelo Prof. Rossi, com a juda de Alexander Joseph, do Colégio da Comunidade de Bronx (Bronx, Nova York), por Thaddeus P. Sadowski, da Escola Secundária de North Quincy (Quincy, Massachusetts) e por Edwin Smith, da Escola Secundária de Withrow (Cincinnati, Ohio). Ainda a partir do verão de 1957, os Profs. Herman Feshbach e Roy Weinstein do MIT dedicaram-se à tarefa de transpor dos últimos anos do Colégio para o nível de principiantes o maior número possível de tópicos de física atômica moderna. Depois dêsse trabalho preliminar, os Profs. Morrison, Rossi e eu delineamos a maior parte da estrutura atual da Parte IV, tendo Rossi e Morrison efetuado a maior parte do trabalho de redação. Malcolm K. Smith, os Profs. Rogers, Frank e eu introduzimos sugestões de vários professôres e somos os responsáveis pela presente edição. Devemos agradecer especialmente ao Prof. James H. Smith da Universidade de Illinois que testou a Parte IV em forma preliminar e assinalou a vantagem de uma modificação radical na ordem de apresentação da matéria. Somos especialmente gratos também a Richard Brinckerhoff, da Academia Phillips Exeter, pelo comentário detalhado não só desta Parte, mas de todo o texto, e a David A. Page, da Universidade de Illinois, cujas observações em classe foram de grande valia sobretudo para o aprimoramento das primeiras partes. Aos seus nomes, deveriamos acrescentar muitos outros, se o espaço permitisse.

Numa resenha dêste tipo, é inevitável que muitas pessoas deixem de ser mencionadas, sôbretudo se seus nomes não estão ligados a alguma coisa bem determinada. Tais omissões são penosas: muitas vêzes um conselho sábio é tão valioso quanto a redação de uma parte do texto. Gostaria, portanto, de mencionar as contribuições gerais de muitos outros. O Prof. I. Bernard Cohen, da Universidade de Harvard, leu as sucessivas versões e forneceu informações de caráter histórico. Stephen White, que esteve envolvido principalmente com os filmes do PSSC, ajudou ocasionalmente em muitas outras tarefas desde o comêço do trabalho do Comitê. Paul Brandwein, da Harcourt, Brace & Companhia e da *Conservation Foundation,* contribuiu em diversas ocasiões com críticas detalhadas, encorajando e ajudando a todos. Por exemplo, juntamente com George H. Waltz Jr., êle ajudou a criar um

sistema eficiente de transformar os rascunhos dos autores em edições preliminares respeitáveis. Nesse processo, beneficiamo-nos da experiência editorial de Judy Meyer e Lee Wertheim. Judson Gross e Malcolm Smith atuaram como editores executivos dos volumes preliminares e, durante três anos, o seu trabalho e o meu foi aliviado e tornado eficiente pelos esforços de Benjamin T. Richards que supervisionou a produção de textos para as escolas. No ano passado, Richard T. Wareham, da D. C. Health and Company, juntou-se a nós e muito facilitou a transição para esta edição.

Neste livro, as ilustrações são essenciais. Foram criadas pelo trabalho conjunto de desenhistas, fotógrafos e físicos. Peter Robinson e Percy Lund trabalharam àrduamente para que suas ilustrações viessem ao encontro de nossas necessidades. James Strickland e Berenice Abbott trabalharam juntos para obter muitas das excelentes fotografias; outras foram feitas por Charles Smith, Ben Diver, Phokion Karas, Robin Hartshorne, Paul Larkin e (na Parte III) pelo Prof. Chalmers Sherwin e por Louis Koester da Universidade de Illinois. Material fotográfico especial foi fornecido pelo estúdio do "Educational Services Incorporated", onde foram realizados os filme relacionados com êste livro.

As edições preliminares e o trabalho dos professôres em classe foram essenciais no processo de desenvolvimento dêste curso e puderam ser utilizados graças ao trabalho de Gilbert Finlay e colaboradores que se mantiveram em contacto estreito com os professôres; além disso, muita informação foi obtida diretamente por meio de testes aplicados aos estudantes. Nesse setor, Walter Michels fêz outra de suas contribuições: com Federick L. Ferris Jr., do Serviço de Testes Educacionais, e um grupo de físicos e professôres da região de Filadelfia organizou um conjunto de testes padronizados que nos ensinou muita coisa. O Prof. Hulsizer, da Universidade de Illinois, organizou um Guia para o Professor com respostas aos testes, tendo também trabalhado com vários outros, em Illinois e no MIT, na revisão dos testes. O grupo de Illinois tomou a si a maior parte do trabalho de elaboração dos Guias para Professôres; nesse trabalho foi secundado pela equipe do PSSC em Cambridge, a qual, ajudada como sempre por muitas fontes, elaborou o Guia de Laboratório para o estudante e as partes de laboratório do Guia do Professor.

É impossível exprimir adequadamente minha gratidão a tôdas as pessoas cuja sabedoria constituiu para mim, permanentemente, o principal motivo de segurança. O problema — e o prazer — é que essas pessoas são muito numerosas. O Prof. J. R. Zacharias conseguiu controlar-se admiràvelmente tôdas as vêzes em que o livro ou o Guia de Laboratório não estavam ainda suficientemente definidos de forma a permitir-lhe realizar um filme correlato. Êle nos encorajou com sua confiança, apesar dos inevitáveis problemas que surgiram à medida que o trabalho se desenvolvia. Os Profs. Morrison, Rogers, Frank e Rossi estão entre os maiores criadores e selecionadores de material para êste curso. Todo o processo constituiu um ciclo contínuo e só posso terminar por onde comecei, expressando nossa dívida de reconhecimento a um número de pessoas muito maior do que seria possível mencionar em um espaço dez vêzes maior do que êste.

FRANCIS LEE FRIEDMAN