Resumo de
Física Experimental I

Prof. Dr. Lucas Barboza Sarno da Silva

Medidas de grandezas físicas

- Valor numérico e sua incerteza, unidades apropriadas

Exemplos:

- *Velocidade* $\longrightarrow$ $(10,02 \pm 0,04)$ m/s
- *Tempo* $\longrightarrow$ $(2,003 \pm 0,001)$ μs
- *Temperatura* $\longrightarrow$ $(273,3 \pm 0,7)$ K
- *Comprimento* $\longrightarrow$ (1022 ± 10) mm
- *Volume* $\longrightarrow$ $(43,04 \pm 0,05)$ cm^3

Medidas diretas e indiretas

Nas **medidas diretas**, o valor numérico atribuído à grandeza física é lido diretamente da escala do instrumento.

Exemplos: - *Comprimento medido com uma régua*
- *Tempo medido com um cronômetro*
- *Corrente elétrica medida com um amperímetro*

Nas **medidas indiretas**, a grandeza resulta de um cálculo realizado com valores de grandezas medidas diretamente.

Exemplo: - *O volume de um objeto pode ser medido indiretamente, a partir das medidas diretas de suas dimensões com uma régua.*

Erros de medida

Valor verdadeiro: quando esse valor já é conhecido antes de fazer o experimento. Por exemplo, quando se mede um padrão para aferir o funcionamento de um equipamento.

Valor medido: é resultado de uma medida.

Quanto mais próximo o valor medido está do valor verdadeiro, maior é a exatidão da medida. Como todo experimento possui uma incerteza intrínseca, chamada de <u>erro</u>, nunca saberemos dizer se o valor medido é exatamente verdadeiro.

Para saber avaliar de que ordem é o erro, devemos notar que existem três fontes fundamentais de erro:

Erros grosseiros: são cometidos por imperícia do operador, tais como erros na leitura ou de cálculos, desconhecimento do método experimental ou do uso dos instrumentos.

Erros sistemáticos: são cometidos de forma idêntica durante o experimento, tipicamente por uma limitação do método de medida ou uma falha do instrumento.

Exemplo: - *Medida de valores de comprimento sem perceber que a régua utilizada não começa desde o zero.*

Erros aleatórios ou estatísticos: são causados pelas mudanças aleatórias não controladas nas condições do processo de medida, incluindo o operador, os instrumentos, o ambiente do experimento e o próprio sistema físico.

Esses são os erros mais importantes de analisar. Esses erros são inevitáveis, mas pela sua natureza aleatória é possível definir estratégias experimentais para minimiza-las e para estimar o quanto influenciam na confiabilidade do resultado numérica.

Medida direta de uma grandeza

A medida direta da grandeza, com seu erro estimado pode ser feita de duas formas:

- Medindo-se apenas uma vez a grandeza x

- Medindo-se várias vezes a mesma grandeza x, mantendo as mesmas condições físicas

No primeiro caso, a estimativa do erro na medida Δx é feita a partir do equipamento utilizado e o resultado será dado por:

$$(x \pm \Delta x)\ unidade\ de\ medida$$

Precisão dos instrumentos

- **Analógicos calibrados:** metade da menor divisão
- **Analógicos não calibrados:** menor divisão
- **Digitais:** última casa decimal mostrada.

Dados com dispersão aleatórias

Considerando que tenha sido feita uma série de N medidas para a grandeza x. Descontados os erros grosseiros e sistemáticos, os valores medidos x_1, x_2, ... , x_n não são geralmente iguais entre si.

O valor mais provável da grandeza que se está medindo pode ser obtido pelo cálculo do valor médio:

Valor médio ou média aritmética:

$$\overline{x} = \frac{\sum_{i=1}^{N} x_i}{N}$$

Desvio padrão ou desvio médio quadrático

É simplesmente a média aritmética dos desvios de cada dado experimental com relação ao valor médio.

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{N}\left(x_i - \bar{x}\right)^2}{N-1}}$$

Com isso, o resultado do experimento com sua incerteza, é expresso como:

$$(\bar{x} \pm \sigma)\ unidade\ de\ medida$$

Forma correta de expressar o resultado de uma medida

- Não existem resultados experimentais sem incerteza.

- Se há dispersão nos valores das medidas repetidas x_i, calcule o valor médio $\bar{x}$ e o desvio padrão σ.

$$(\bar{x} \pm \sigma)\ unidade\ de\ medida$$

- Caso só tenha uma medida ou se não há dispersão, a precisão do instrumento Δ é a incerteza

$$(x \pm \Delta x)\ unidade\ de\ medida$$

- Quando o valor calculado para σ é menor que a precisão do instrumento Δ, a incerteza é o próprio Δ.

Organização de dados experimentais

Em engenharia, ciências exatas em geral, os resultados de testes, análises ou experimentos fornecem conjuntos de resultados numéricos que precisam ser organizados para facilitar sua interpretação, processamento e divulgação.
As formais mais usuais de organização e apresentação dos dados são através de:

- Tabelas
- Gráficos

TABELAS

É uma representação em linhas e colunas para apresentar os dados numéricos de um determinado experimento, teste, análise, entre outros.

- Cada grandeza deve ser identificada no cabeçalho de sua respectiva coluna, juntamente com sua unidade.
- Se a incerteza dos valores for a mesma para todos os elementos, seu valor pode aparecer também no cabeçalho. Caso contrário, cada entrada da tabela deve ter sua incerteza indicada.
- Número de identificação, para ser utilizado no texto e referenciá-la.
- Legenda acima, explicando brevemente o conteúdo.
- Fonte abaixo, referenciando o autor.

Exemplo:

Tabela 1 – Variação DL do comprimento de uma barra de alumínio com a temperatura.

Temperatura (ºC) **± 0,2 ºC**	**Dilatação Linear (10^{-4} m)** **± 0,1 . 10^{-4} m**
26,3	0,0
35,7	0,5
46,2	1,1
56,1	1,6
65,8	1,9
73,2	2,4

Fonte: Instituto de Física de São Carlos, 2013.

GRÁFICOS

É uma representação ilustrativa que permite ao leitor uma interpretação mais rápida dos dados.

- O gráfico deve estar numerado e ter uma legenda explicativa, sucinta.
- Os eixos do gráfico devem conter legendas que indiquem claramente a grandeza, as unidades e, se houver, o fator exponencial dos dados representados.
- As escalas de cada eixo devem ser escolhidas para visualizar claramente o comportamento externo dos dados. Dependendo da situação, não é obrigatório que a escala abranja a origem (0;0) das coordenadas dos eixos.
- A numeração das escalas deve ser equilibrada, correspondendo a números redondos. Nunca se colocam os valores dos dados experimentais sobre os eixos.

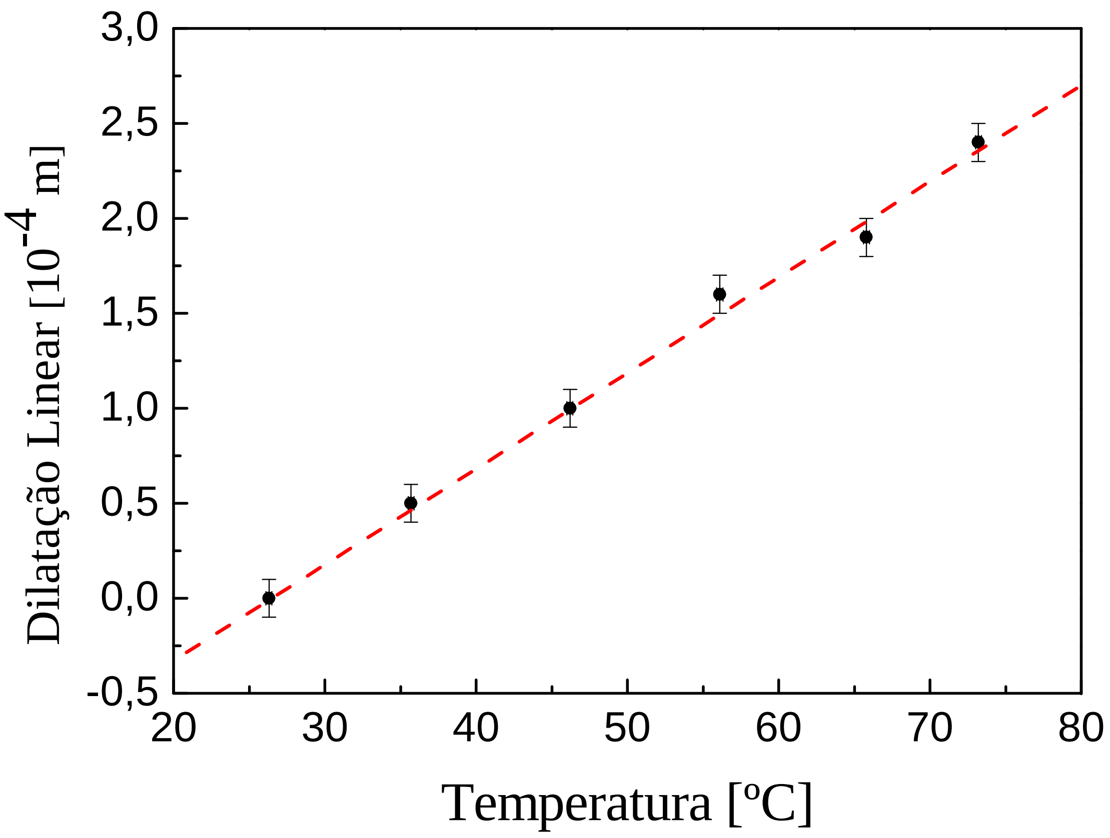
- O tamanho dos símbolos deve ser suficientemente claro para identificar o dado experimental. Quando a incerteza Δ do dado é maior que o tamanho do símbolo sobre o gráfico, é conveniente traçar as barras de incerteza de comprimento $\pm\Delta$.

- A grandeza representada no eixo horizontal usualmente é escolhida como aquela que é melhor controlada durante o experimento; o aparelho experimental permite variá-la independentemente e tem menor incerteza relativa que a outra grandeza.

- Se o gráfico evidencia uma relação linear entre as grandezas físicas representadas, é possível traçar a reta que mais perfeitamente represente essa relação.

Exemplo:

Figura 1 – Variação DL do comprimento de uma barra de alumínio em função da temperatura.



Fonte: Instituto de Física de São Carlos, 2013.

Relações lineares entre dados experimentais

Muitas vezes, a relação encontrada experimentalmente entre duas grandezas físicas é linear, ou podem ser linearizadas. A curva pode ser expressa pela seguinte equação:

$$y = ax + b$$

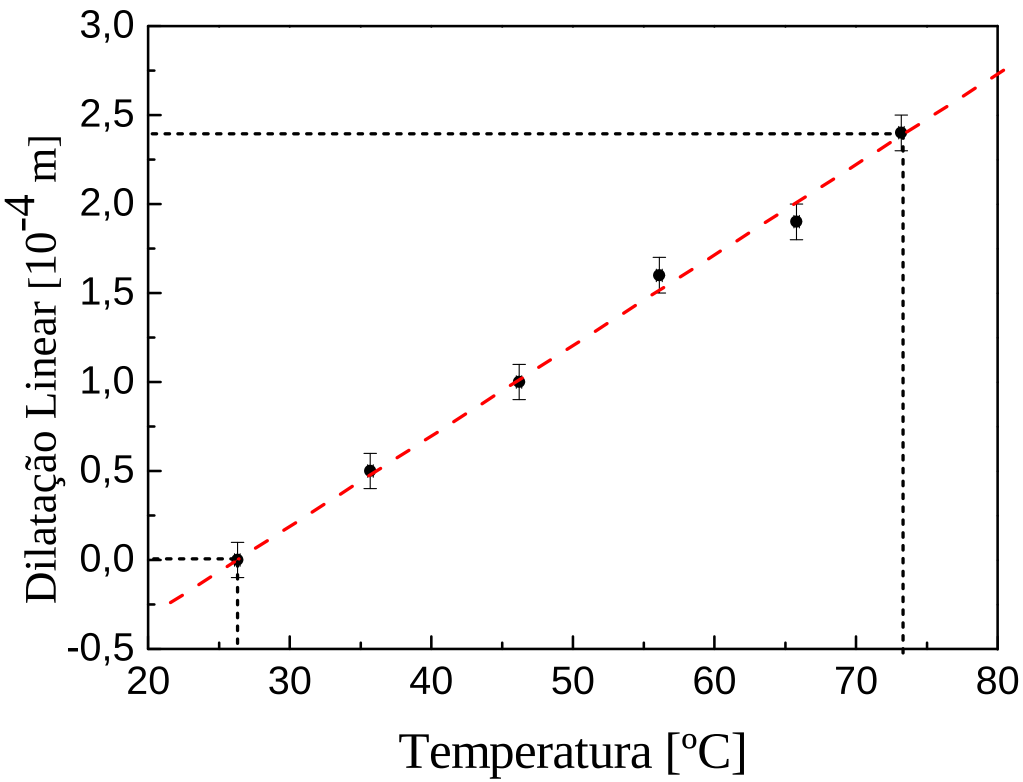
Desta forma, deve-se determinar a melhor reta que representa os dados experimentais e calcular os valores de a (coeficiente angular ou inclinação) e b (coeficiente linear ou ordenada da origem).

- Traçado gráfico da reta
- Método analítico dos mínimos quadrados

Método Gráfico

Consiste, simplesmente, em representar os dados experimentais (x,y) em um gráfico e traçar, manualmente, a reta que passe mais perto da maioria deles.

Figura 1 – Variação DL do comprimento de uma barra de alumínio em função da temperatura.

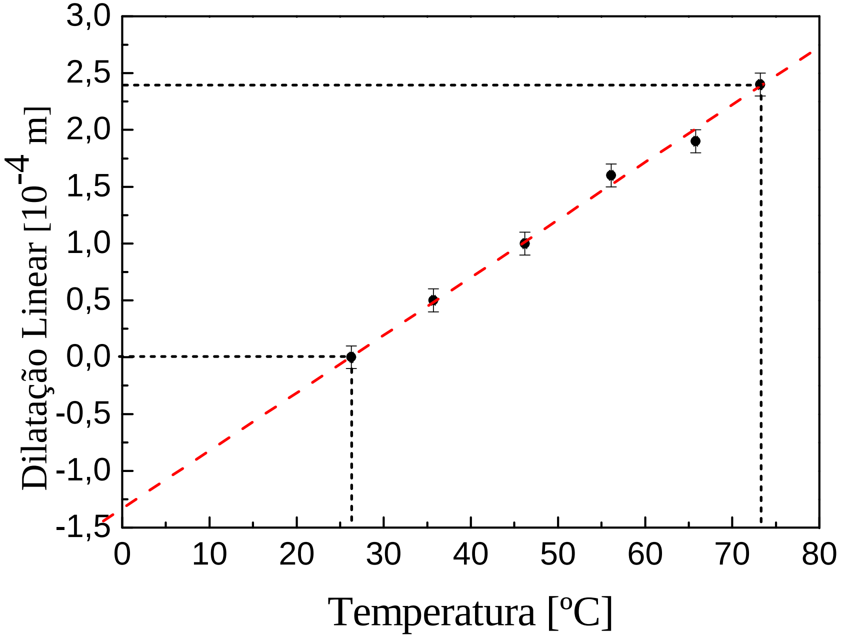


Fonte: Instituto de Física de São Carlos, 2013.

$$y = ax + b$$

Coeficiente angular: $a = \frac{Y_2 - Y_1}{X_2 - X_1}$

Coeficiente linear: $b = \frac{Y_1 X_2 - Y_2 X_1}{X_2 - X_1}$



$$a = \frac{Y_2 - Y_1}{X_2 - X_1} = \frac{2{,}4\ - 0{,}0}{73{,}2\ - 26{,}3} = 0{,}05$$

$$b = \frac{Y_1 X_2 - Y_2 X_1}{X_2 - X_1} = \frac{0{,}0.\ 73{,}2\ - 2{,}4\,.\,26{,}3}{73{,}2\ - 26{,}3} = -1{,}34$$

$$y = 0{,}05x - 1{,}34$$

Método de mínimos quadrados

Este é um método analítico para encontrar a melhor reta que represente o conjunto de N pares de dados experimentais (xi, yi) com i = 1, 2, ..., N, independente de critérios do observador.

O método de mínimos quadrados, ou regressão linear, considera a soma dos quadrados das distâncias:

$$S = \sum_{i=1}^{N} (y_{Ci} - y_i)^2$$

Em que y_{Ci} é o valor calculado para o dado i-ésimo com a equação da melhor reta $y_{Ci} = ax + b$. O processo de minimização de S, como função dos parâmetros da reta fornece as seguintes expressões:

Coeficiente angular: $a = \frac{\sum(x_i - \bar{x})y_i}{\sum(x_i - \bar{x})^2}$

Coeficiente linear: $b = \bar{y} - a\bar{x}$

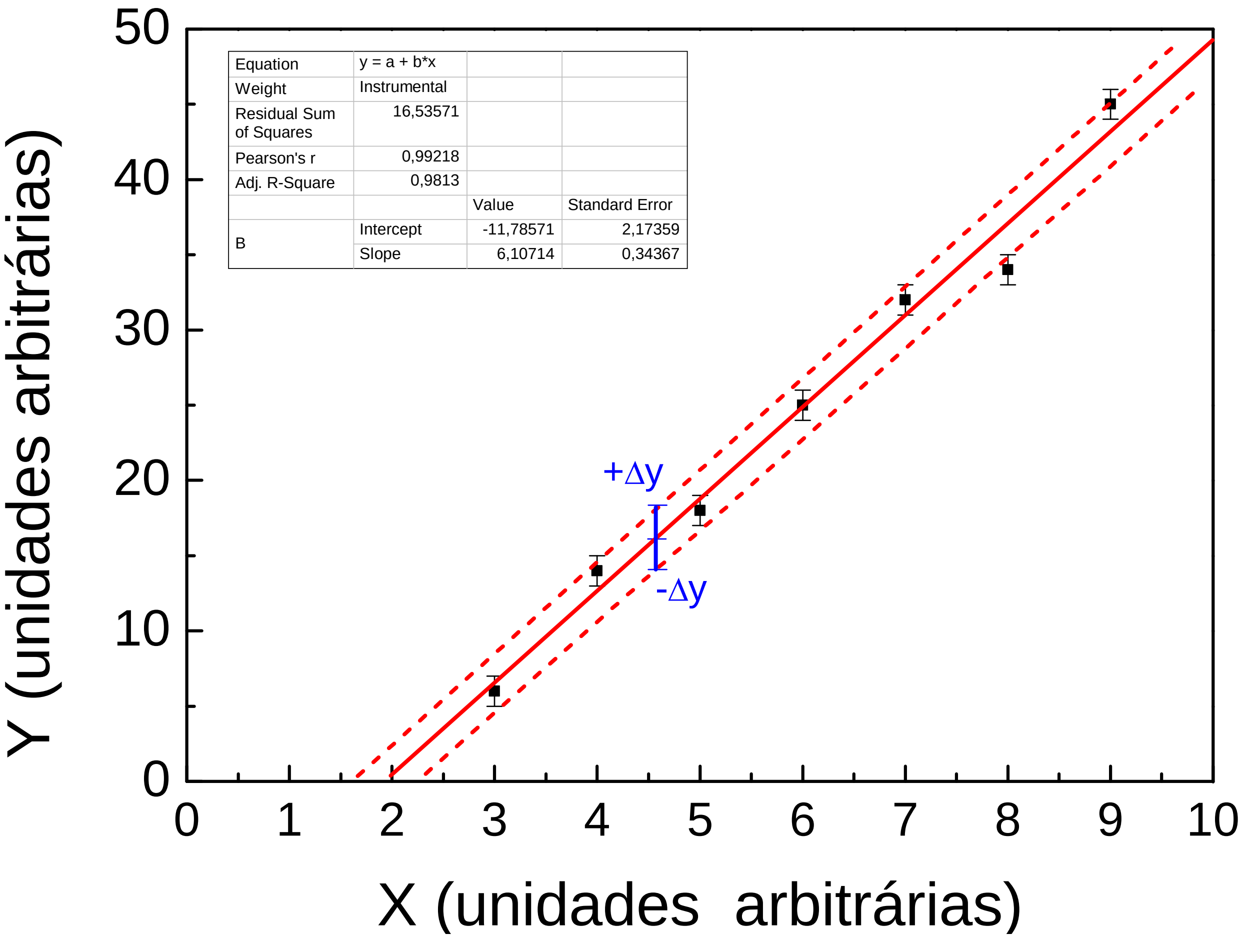
O método também fornece a incerteza destes parâmetros, Δa e Δb, que estão diretamente ligadas à dispersão média Δy dos dados experimentais em relação à reta.

Dispersão média do ajuste: $$\Delta y = \sqrt{\frac{\sum(ax_i+b-y_i)^2}{(N-2)}}$$

Incerteza do coeficiente angular: $$\Delta a = \frac{\Delta y}{\sqrt{\sum(x_i-\bar{x})^2}}$$

Incerteza do coeficiente linear: $$\Delta b = \sqrt{\frac{\sum {x_i}^2}{N\sum(x_i-\bar{x})^2}}\,\Delta y$$

Figura 2 – Exemplo de duas grandezas físicas x e y medidas experimentalmente. Linha contínua: melhor reta determinada pelo método de mínimos quadrados. Linhas tracejadas: banda de incerteza média do ajuste ±Δy.



Fonte: Autoria própria.

Coeficiente de Correlação Linear

- Existe uma correlação entre duas variáveis quando uma delas está, de alguma forma, relacionada com a outra.

- Quando há uma relação de linearidade entre as duas variáveis pode-se utilizar o coeficiente de correlação linear para determinar a correlação linear entre ambas.

$$r = \frac{\sum(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum(x_i - \bar{x})^2 \sum(y_i - \bar{y})^2}}$$

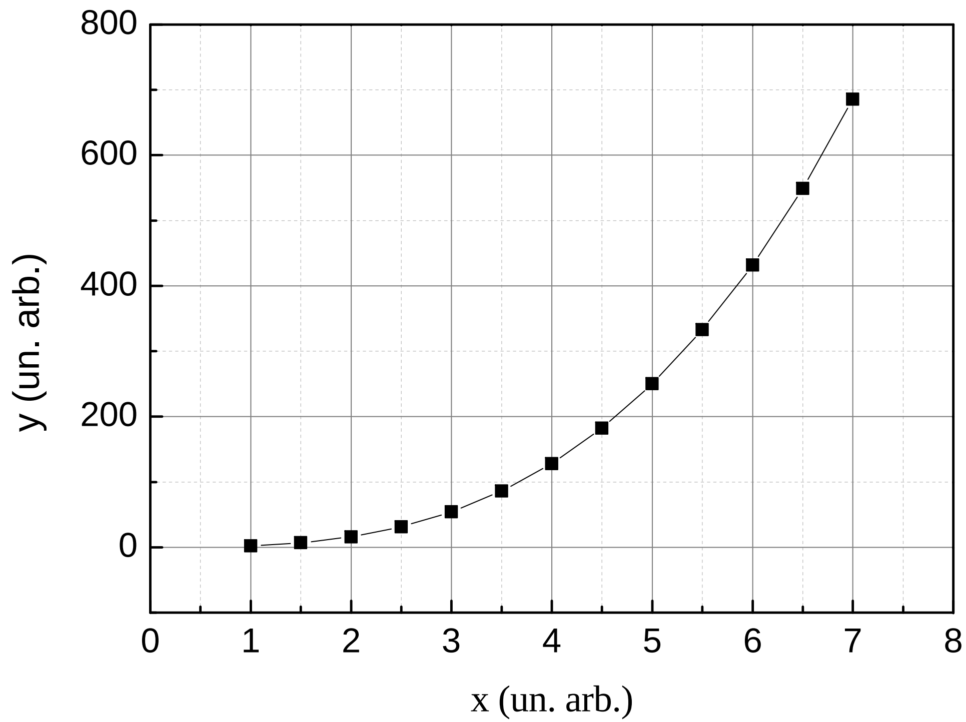
$$-1 \leq r \leq 1$$

- Quanto mais próximo de -1: maior é a correlação negativa.
- Quanto mais próximo de 1: maior é a correlação positiva.
- Quanto mais próximo de 0: menor é a correlação linear.

Gráfico não-linear

x (un. arb.)	y (un. arb.)
1,0	2,00
1,5	6,75
2,0	16,00
2,5	31,25
3,0	54,00
3,5	85,75
4,0	128,00
4,5	182,25
5,0	250,00
5,5	332,75
6,0	432,00
6,5	549,25
7,0	686,00

Figura 1 - Relação não linear desconhecida entre duas variáveis y e x.

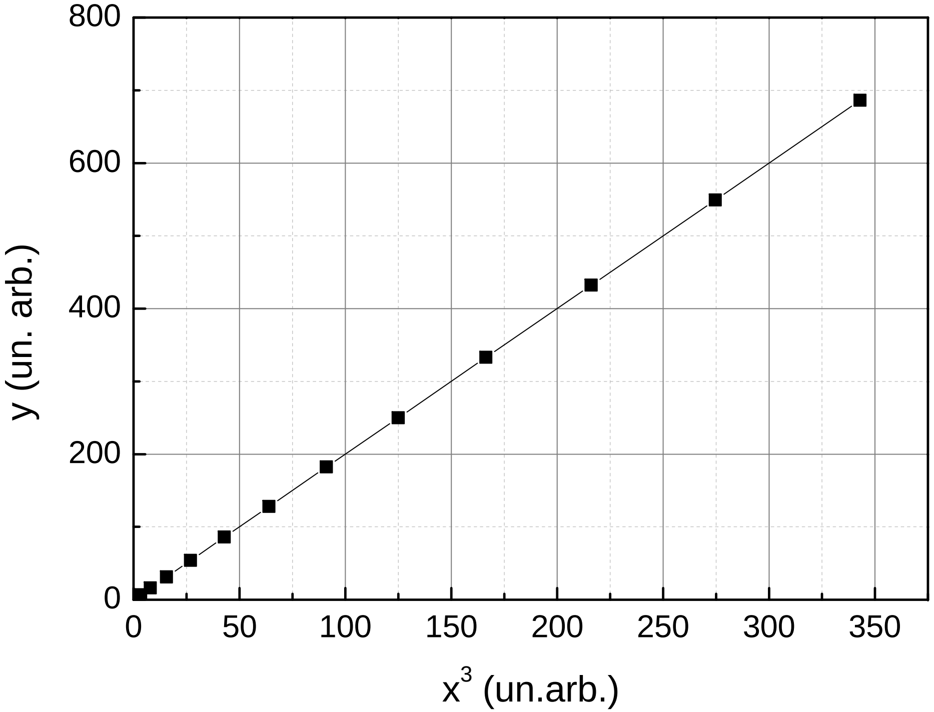


Fonte: Instituto de Física de São Carlos, 2013.

Linearização dos dados

x (un. arb.)	y (un. arb.)	$X = x^3$ (un. arb.)
1,0	2,00	1,00
1,5	6,75	3,38
2,0	16,00	8,00
2,5	31,25	15,62
3,0	54,00	27,00
3,5	85,75	42,88
4,0	128,00	64,00
4,5	182,25	91,12
5,0	250,00	125,00
5,5	332,75	166,38
6,0	432,00	216,00
6,5	549,25	274,62
7,0	686,00	343,00

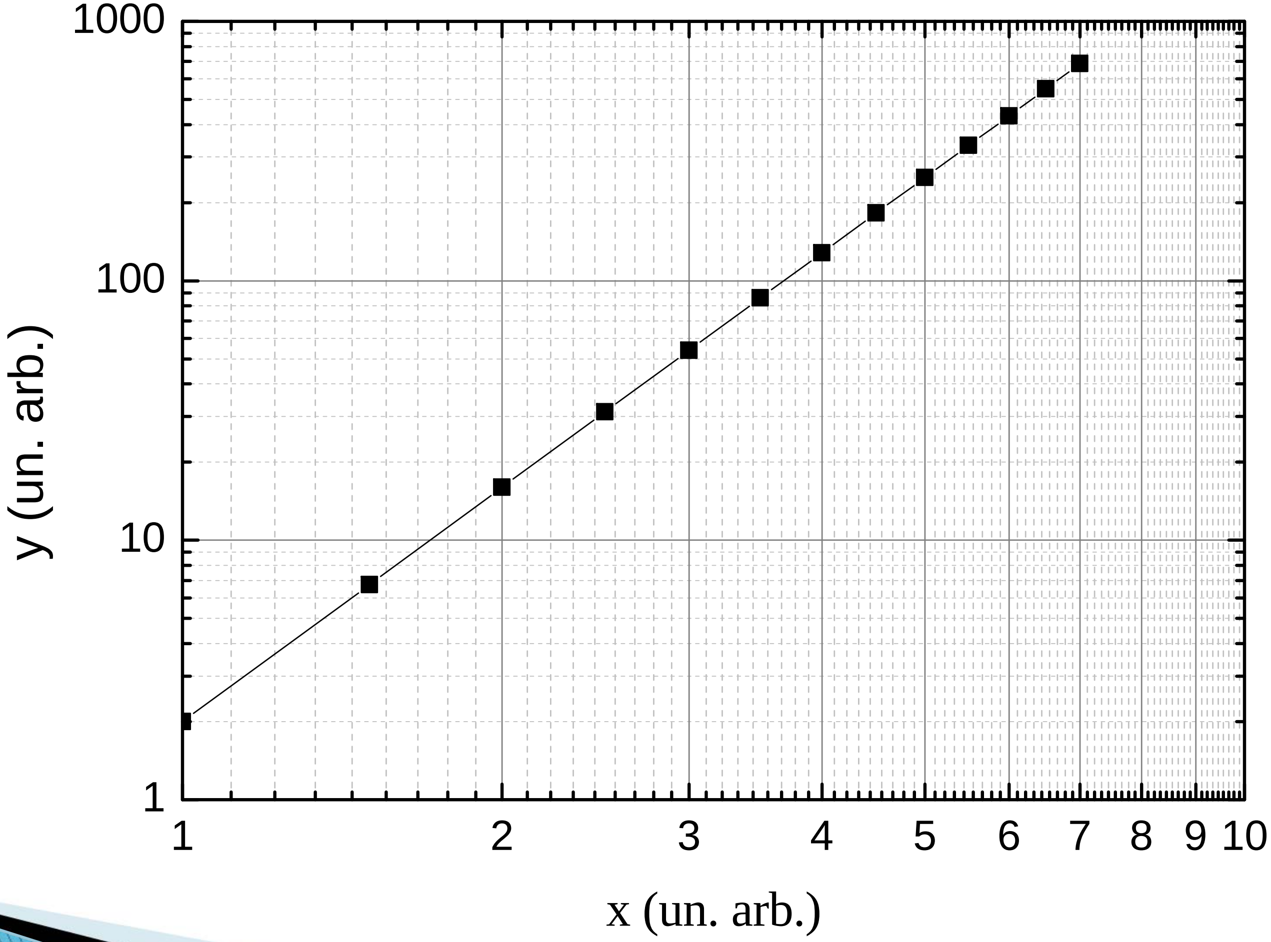
Figura 1 – Gráfico de y em função de x^3, demonstrando a existência de uma relação cúbica $y = ax^3$.



Fonte: Instituto de Física de São Carlos, 2013.

Escalas logarítmicas

Um método alternativo de linearização consiste em manter os dados *y* e *x* originais da tabela e transformar as escalas do gráfico de maneira logarítmica.



Linearização da função potencial

Uma aplicação muito importante das escalas logarítmicas é na linearização de dados.

Exemplo:

$$y = ax^n$$

Aplicando logaritmos a ambos os lados da igualdade, temos

$$log(y) = log(a) + n\ log(x)$$

Portanto, um gráfico dessas grandezas, em escalas logarítmicas, resultará em uma reta de inclinação n.

$$n = \frac{log(y_2) - log(y_1)}{log(x_2) - log(x_1)}$$

Linearização da função exponencial

Outro exemplo de linearização importante é o caso de uma relação exponencial

$$y = ab^{cx}$$

sendo a, b e c constantes. Aplicando logaritmo em ambos os lados dessa equação

$$log(y) = log(a) + c\ log(b)x$$

Essa equação mostra que existe uma relação linear entre $log(y)$ e x. Portanto, um gráfico *mono-log*, com o eixo vertical em escala logarítmica e o eixo horizontal em escala linear, mostrará uma reta. A inclinação da reta é o coeficiente $B = c\ log(b)$, que pode ser calculado como

$$B = \frac{log(y_2) - log(y_1)}{x_2 - x_1}$$

REFERÊNCIAS

Universidade de São Paulo, Instituto de Física de São Paulo. "Laboratório de Física I: livro de práticas", Compilado por José F. Schneider. São Carlos, 2013.

VUOLO, J. H. "Fundamentos da teoria de erros", 2ª Edição da revista e ampliada. Editora Edgard Blücher Ltda.1996.