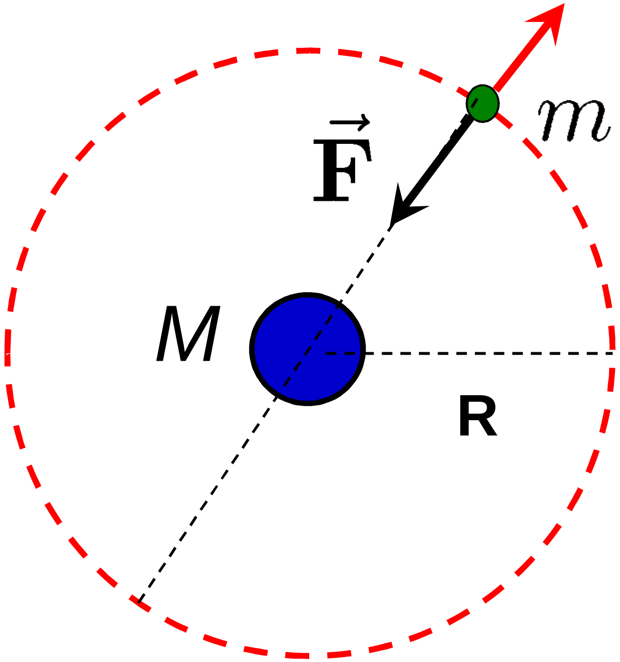
Gravitação para orbitas circulares



$$\vec{\mathbf{F}} = -\frac{GMm}{R^2}\hat{\mathbf{u}}_r$$

Força Gravitacional é *centrípeta*

2a Lei de Newton: aceleração *centrípeta.*

$$\vec{\mathbf{F}} = m\vec{\mathbf{a}} \Rightarrow \vec{\mathbf{a}} = \frac{\vec{\mathbf{F}}}{m}$$

$$|\vec{\mathbf{a}}| = \frac{GM}{R^2}$$

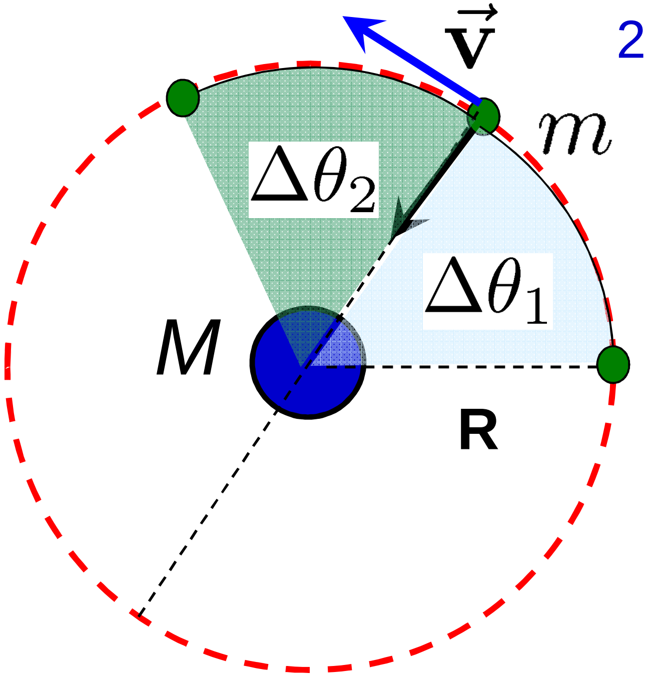
$$M \gg m$$

Corpo de massa *m* em órbita circular de raio R em torno do corpo de massa *M*(*).

Se R é constante, a aceleração é constante em módulo.

(*) Na verdade, isto é uma aproximação válida para $M \gg m$. Na verdade, os corpos orbitam em torno do *centro-de-massa* do sistema de dois corpos.

Gravitação para orbitas circulares



$$\boxed{M \gg m}$$

Corpo de massa *m* em órbita circular de raio R em torno do corpo de massa *M*(*).

2a Lei de Kepler: "Áreas iguais em tempos iguais"

$$\boxed{\Delta\theta_1 = \Delta\theta_2 \Leftrightarrow \Delta t_1 = \Delta t_2}$$

Logo, o movimento é *circular uniforme* pois:

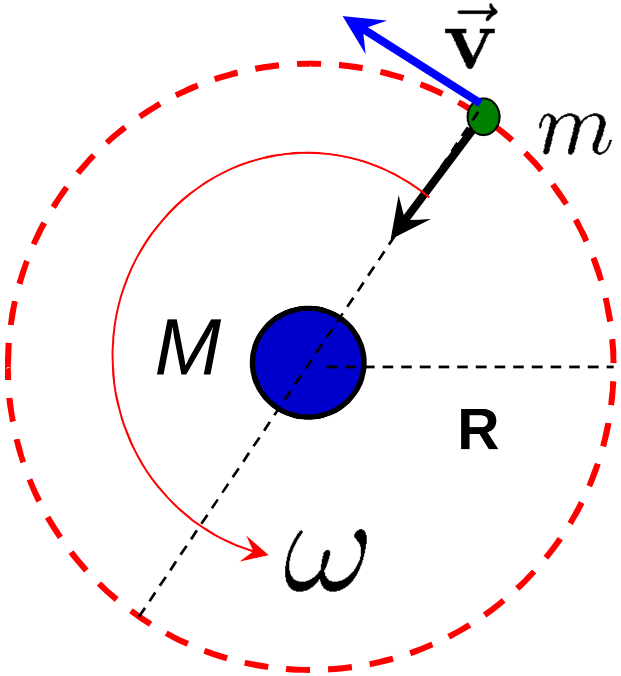
$$\frac{\Delta\theta_1}{\Delta t_1} = \frac{\Delta\theta_2}{\Delta t_2} = \omega = \frac{2\pi}{T} = \mathrm{const.}$$

Para um MCU:

$$|\vec{\mathbf{v}}| = \omega.R$$

$$|\vec{\mathbf{a}}_c| = \omega^2.R = |\vec{\mathbf{v}}|^2/R$$

Gravitação para orbitas circulares



$$\boxed{M \gg m}$$

Corpo de massa *m* em órbita circular de raio R em torno do corpo de massa *M*(*).

Para um MCU: $$\boxed{|\vec{\mathbf{a}}_c| = \omega^2.R = \frac{(2\pi)^2 R}{T^2}}$$

Por outro lado, temos: $$\boxed{|\vec{\mathbf{a}}| = \frac{GM}{R^2}}$$

Logo:

$$\frac{GM}{R^2} = \omega^2.R \Rightarrow \omega^2.R^3 = GM$$

Ou seja:

$$\boxed{\frac{R^3}{T^2} = \frac{GM}{(2\pi)^2} = \text{const.}}$$

3a Lei de Kepler!!!

Leis de Kepler na visão de Newton

1a Lei de Kepler: *A órbita descrita pelos planetas ao redor do Sol é uma elipse, com o Sol ocupando um dos focos.*

2a Lei de Kepler: *O raio vetor que liga um planeta ao Sol descreve áreas iguais em tempos iguais.*

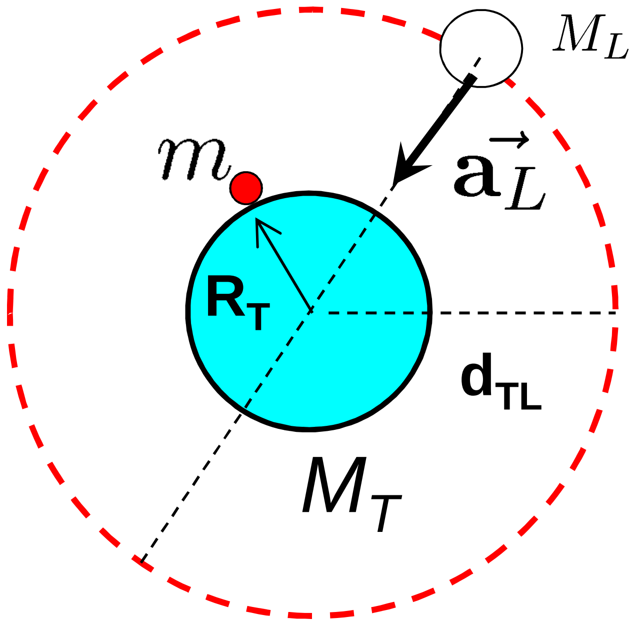
3a Lei de Kepler: *Os quadrados dos períodos de revolução de dois planetas quaisquer estão entre si como os cubos das suas distâncias médias ao Sol.*

Newton mostra que as três Leis decorrem naturalmente de uma <u>força atrativa que varia com o inverso do quadrado da distância</u>.

Acabamos de mostrar que a 2a e 3a Leis de Kepler decorrem naturalmente no caso de órbitas circulares (caso particular da 1a Lei de Kepler).

É possível mostrar (mais complicado) que o mesmo vale para <u>órbitas elípticas</u>.

A maçã e a Lua

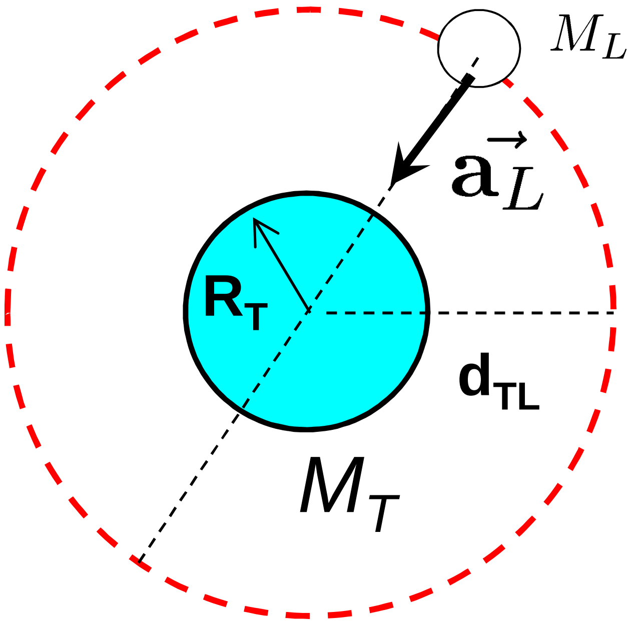


Na aula anterior, mostramos que a aceleração devido à força gravitacional de um objeto próximo à superfície da Terra (uma maçã, por exemplo) é g~9,8 m/s^2. Vamos fazer uma conta parecida para a Lua.

Lista: Mostre que a razão entre a aceleração centrípeta da Lua a_L e g é proporcional ao quadrado da razão entre o raio da Terra e a distância Terra-Lua:

$$\boxed{\frac{a_L}{g} = \left(\frac{R_T}{d_{TL}}\right)^2}$$

Tarefa 11: A maçã e a Lua



$$\frac{a_L}{g} = \left(\frac{R_T}{d_{TL}}\right)^2$$

Vimos no início do curso que o raio da Terra era conhecido desde o tempo de Eratóstenes. A razão R_T/d_{TL} havia sido calculada por Hiparco com base em observações de eclipse lunar (Q4 da P1): R_T/d_{TL}~1/60.

Tarefa 11: Usando o resultado anterior, a razão obtida por Hiparco, calcule:

1) A aceleração centrípeta da Lua.

2) Assumindo uma órbita circular e R_T=6400km, calcule o **período** do movimento da Lua em volta da Terra. (Dica: é um MCU com raio d_{TL}).

Compare com a duração do "mês sideral" (aprox 27.3 dias)

Esse cálculo foi feito por Newton e confirma a hipótese de que a queda da maçã e o movimento da Lua tem a mesma origem.

FIM DA PARTE 3 do curso

Semana que vem: P3