

## 2. Conversores CA-CC comutada pela rede

Os conversores CA-CC, também conhecidos como retificadores são largamente empregados em aplicações: - residenciais (TVs, eletrodomésticos, carregadores de bateria de celulares, equipamentos de áudio, alarmes, etc).

- industriais (fontes p/ motores CC, fontes p/ inversores, fontes p/ eletrólise e galvanoplastia, etc)

- comerciais: (fontes p/ PCs, fontes p/ reatores eletrônicos p/ lâmpadas fluorescentes, fontes p/ aparelhos de FAX e PABX, fontes p/ elevadores, carregadores de baterias p/ sistemas No-break e sistemas de alarme, etc)

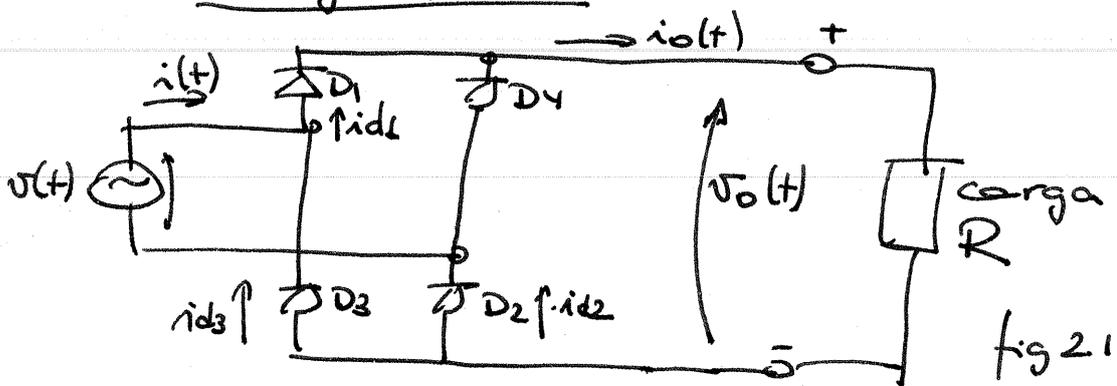
- transportes: (retificadores p/ alimentação de trens, metrô, trolebus; carregadores de bateria p/ veículos elétricos, etc)

- sistemas de potência: (sistema de transmissão em CC; sistemas auxiliares de emergência em subestações, etc).

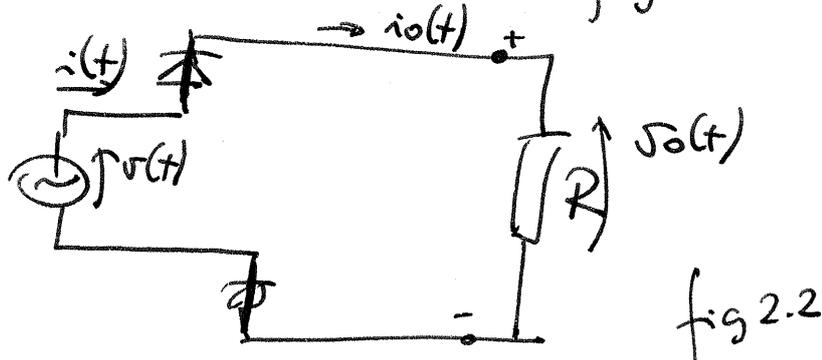
Neste capítulo serão tratados os conversores comutados pela rede. Os elementos de chaveamento são diodos e tiristores, que param de conduzir ao se aplicar tensão reversa sobre eles. Neste capítulo, a rede CA é responsável pela reversão da polaridade, e conseqüentemente pela comutação da chave (diodo, ou tiristor)

## 2.1. Retificação Monofásica não controlada.

### 2.1.1. Carga Resistiva



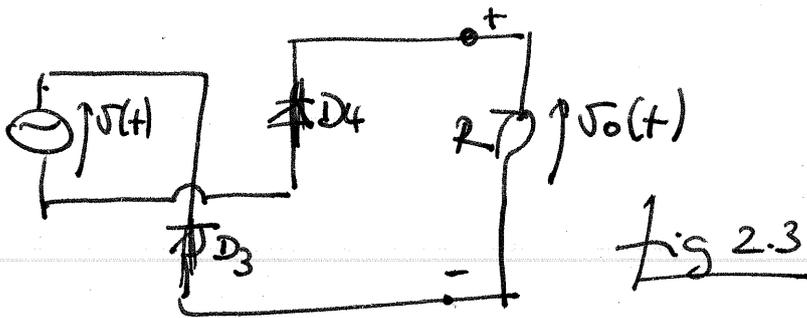
Quando  $v(t) > 0$  os diodos  $D_1$  e  $D_2$  ficam polarizados diretamente, enquanto  $D_3$  e  $D_4$  ficam bloqueados (de polarização reversa). Nesta condição o circuito se resume ao mostrado na fig 2.2.



Nesta condição:

$$\begin{cases} v(t) = v_0(t) \\ i_D(t) = i(t) \end{cases}$$

Se  $v(t) < 0$   $D_3$  e  $D_4$  ficam polarizados diretamente, passando a conduzir, enquanto  $D_1$  e  $D_2$  passam ao estado de bloqueio. Por isso o circuito da figura 2.3.



Tem-se:

$$\begin{cases} v_0(t) = -v(t) \\ i_D(t) = -i(t) \end{cases}$$

As formas de onda de  $v(t)$ ,  $i(t)$ ,  $v_0(t)$ ,  $i_0(t)$  e  $i_{D1}$  e  $i_{D3}$  — apresentadas na fig 2.4

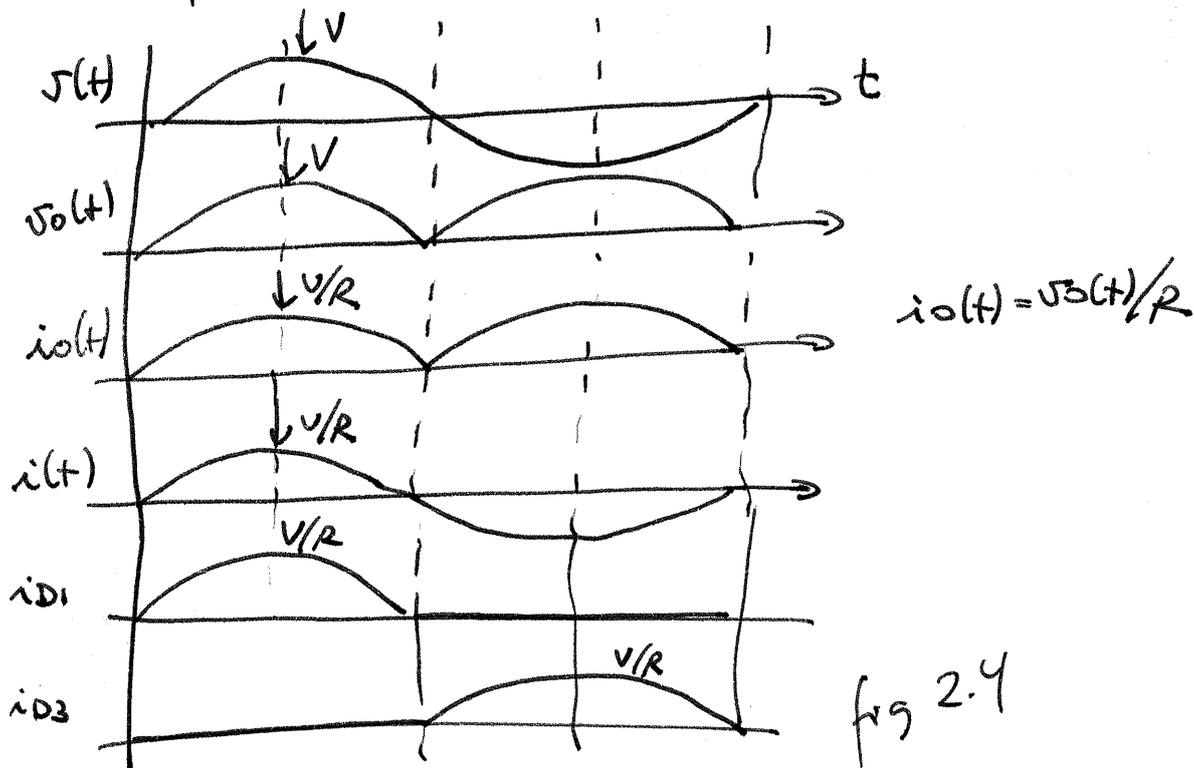


fig 2.4

P/ o projeto do retificador e da rede/traf que o alimenta necessitam-se os valores de:

- valor eficaz de  $v(t)$  e  $i(t)$  ( $V_{ef}, I_{ef}$ )
- valor média de  $i_o(t)$  e  $i_o(t)$  ( $I_o, I_o$ )
- potência ativa fornecida à carga ( $P_{cc}$ ) e consumida pelo retificador ( $P_{ca}$ )
- potência aparente consumida de retificador ( $S$ )
- fator de potência na entrada do retificador  $FP = P/S$
- valores médio e eficaz da corrente em cada diodo. ( $I_{Dm}, I_{Def}$ )

Para o retificador da figura 2.2 obtém-se: (faça como exercício!!!)

- $V_{ef} = V/\sqrt{2}$
- $I_{ef} = \frac{V}{R} \frac{1}{\sqrt{2}}$
- $V_o = \frac{2}{\pi} V = \frac{2}{\pi} \sqrt{2} V_{ef} \approx \boxed{0,9 V_{ef} = V_o}$
- $I_o = \frac{V_o}{R} = \frac{0,9 V_{ef}}{R}$
- $P_{cc} = P_{ca}$  (p/d do d2s (perdas)) =  $\frac{V_{ef}^2}{R}$
- $S = V_{ef} \cdot I_{ef} = \frac{V_{ef}^2}{R}$
- $FP = 1$
- $I_{Dm} = \frac{I_o}{2} = 0,45 \frac{V_{ef}}{R}$
- $I_{Def} = \frac{I_o}{\sqrt{2}} = 0,63 \frac{V_{ef}}{R}$

## 2.2. Retificação e filtro capacitivo.

O circuito anterior apresenta excessiva ondulação na tensão CC,  $v(t)$ . Sabe-se que a inclusão de um capacitor em paralelo com a saída resolve este problema.

As formas de onda relevantes são mostradas abaixo na fig 2.5

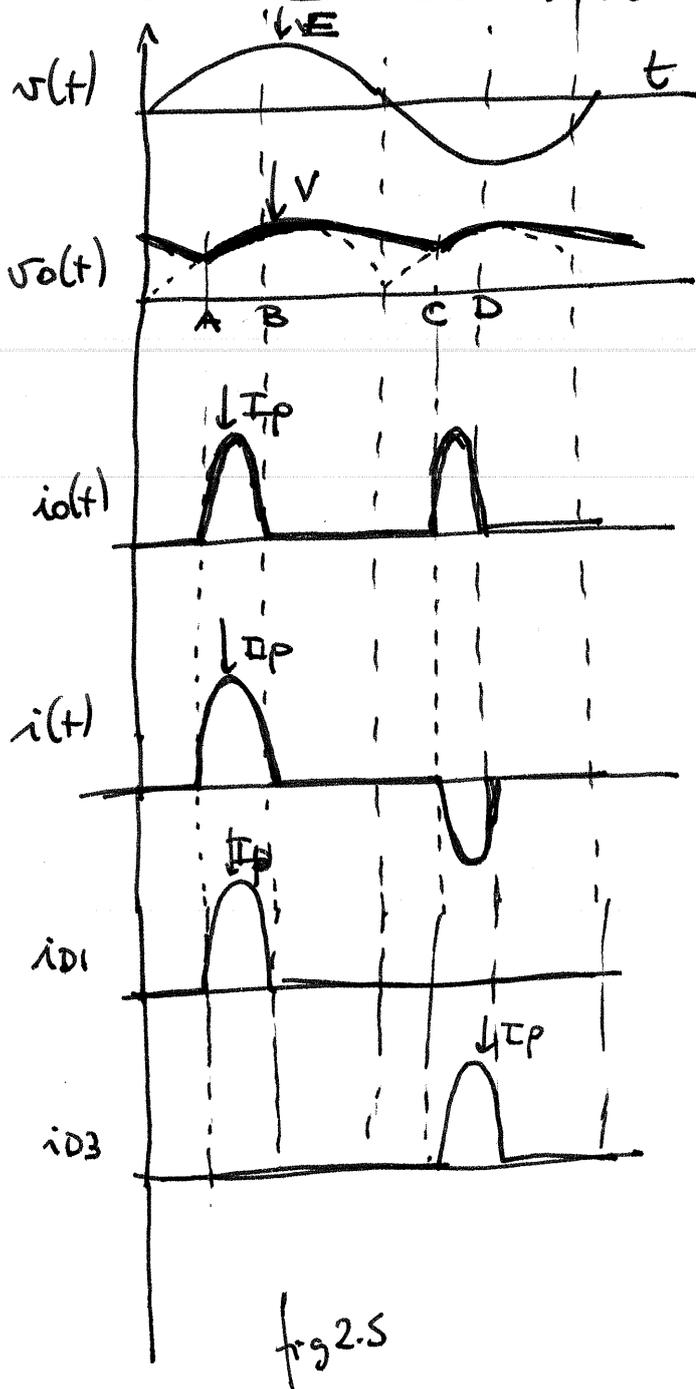


fig 2.5

No intervalo AB a tensão  $v(t)$  na rede torna-se maior que  $v_0(t)$  polarizando diretamente  $D_1$  e  $D_2$ .

A corrente  $i_0(t)$  carrega o capacitor até o valor de pico da tensão da rede  $V$ .

A partir do ponto B a tensão no capacitor decai mais lentamente que a tensão na rede.

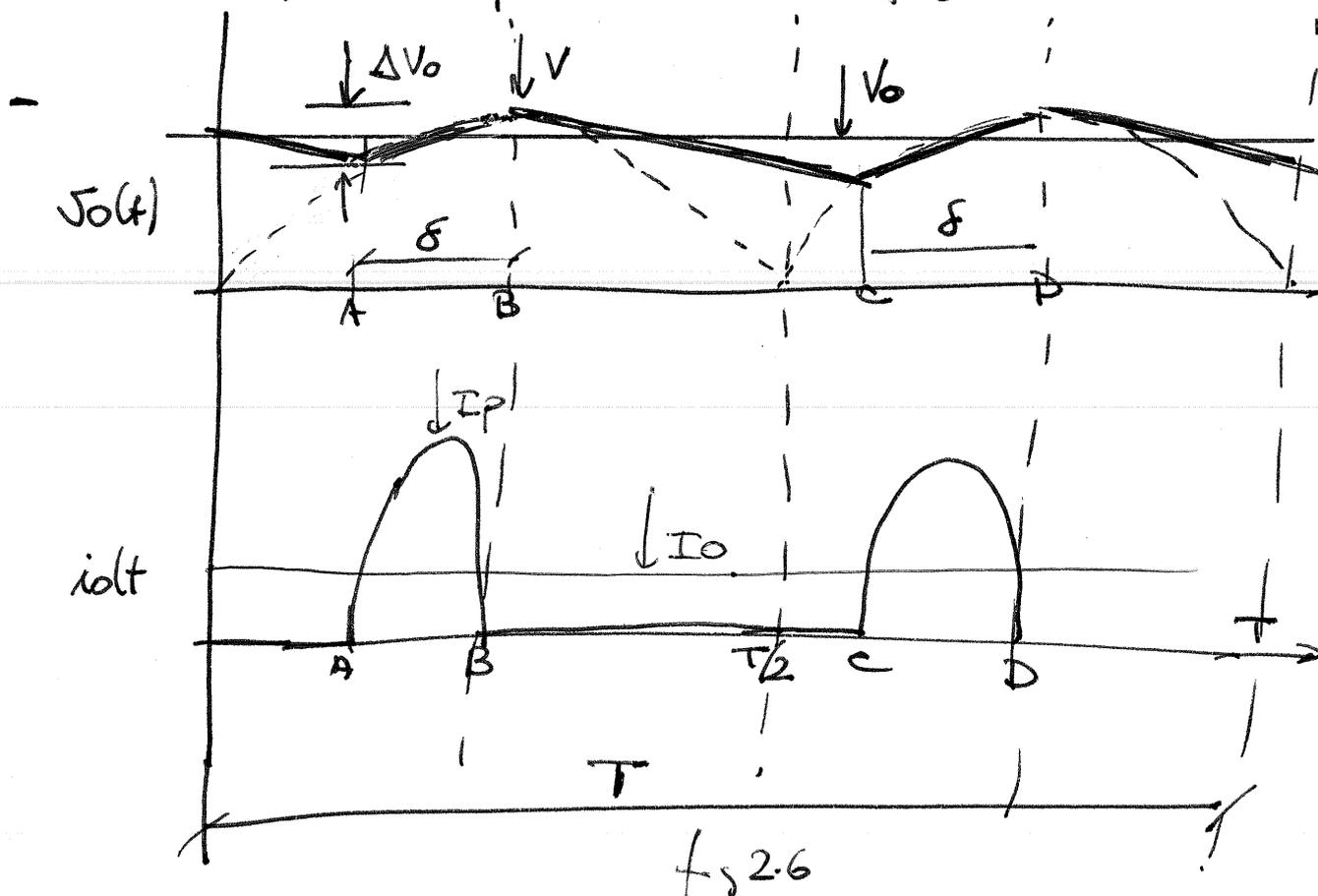
Como  $v_0(t) > v(t)$  os diodos  $D_1$  e  $D_2$  ficam reversamente polarizados, impondo  $i(t) = i_0(t) = 0$ . (fig 2.5)

Esta condição se mantém no trecho B-C.

Deve-se notar que, com os diodos bloqueados, a carga é alimentada pelo capacitor.

A partir do ponto C, o módulo da tensão na rede torna-se maior que o da tensão de saída  $v_o(t)$ , iniciando a condução de  $D_3$  e  $D_4$ , que carregará o capacitor no intervalo C-D, até o valor  $V$ .

Assim como no caso anterior, passa-se agora as contas das grandezas de interesse, a partir da fig 2.6



- Valor médio de  $v_o(t)$ .

Aproximando-se  $v_o(t)$  por uma onda triangular obtem-se:

$$V_o = \frac{1}{T} \int_0^T v_o(t) dt \cong V - \frac{\Delta V_o}{2} - \text{Resquedo no doco.}$$

- cálculo de ondulações de tensão  $\Delta V_o$

- Considere-se que no intervalo B-C o capacitor alimenta uma carga c/ corrente constante de valor  $I_o$ .

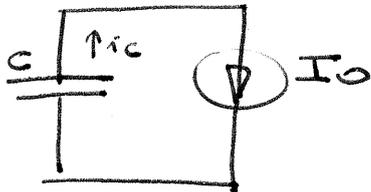


fig 2.7

Como  $i_c = C \frac{dv_o}{dt} \approx C \frac{\Delta V_o}{\Delta t}$

$$\Delta V_o = \frac{I_o}{C} \Delta t = \frac{I_o (T/2 - \delta)}{C}$$

\* considerações sobre considerar  $I_o = I_o = C \Delta V_o / \Delta t$

- cálculo do valor de pico de  $i(t)$  e  $i_o(t)$  ( $I_p$ )

A figura 2.6 mostra  $i_o(t)$  e seu valor médio  $I_o$ , dada pela equação:

$$I_o = \frac{1}{T} \int_0^T i_o(t) dt$$

A forma de onda de  $i_o(t)$  tem fórmula muito complicada. Sugere-se aproximá-la por pulsos senoidais com largura  $\delta$  e amplitude  $I_p$ , p/ que seja possível o cálculo de  $I_o$ .

$$I_o \approx \frac{4\delta I_p}{T\pi}$$

\* Deduzir a fórmula!

Obtem-se

$$I_p = I_0 \frac{\pi}{4} \frac{1}{\delta}$$

Com a mesma consideração feita acima, calculamos o valor eficaz da corrente de linha obtendo-se:

$$I_{ef} = \sqrt{\frac{1}{T} \int i^2(t) dt} \approx \frac{I_0}{\sqrt{2}} \sqrt{\frac{\pi}{4}}$$

\* Deduzir!!

A corrente média em cada diodo é

$$I_{Dm} = I_0/2$$

A corrente eficaz em cada diodo é:

$$I_{Df} = \frac{I_{ef}}{\sqrt{2}} = I_0 \sqrt{\frac{\pi}{28}} \frac{\pi}{4}$$

\* Obtemos outra relação entre  $\Delta V_0 = \delta$

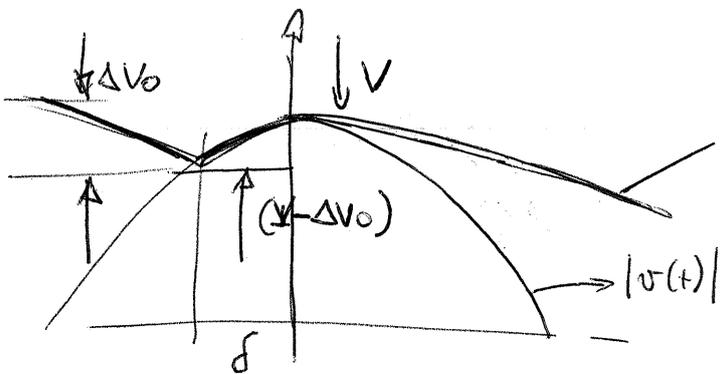


fig 27.

Escrevendo  $v(t)$  como uma função cossenoidal pode-se escrever:

$$V - V \cos(\omega \delta) = \Delta V_0$$

$$\therefore \cos(\omega \delta) = \frac{V - \Delta V_0}{V}$$

$$\delta = \left[ \arccos \left( \frac{V - \Delta V_0}{V} \right) \right] \frac{1}{\omega} \text{ (rad)} \quad \textcircled{P}$$

## 2. Conversores CA-CC comutados pela rede

### 2.1 Retificador Monofásico não Controlado

#### 2.1.3 Filtro Indutivo

##### 2.1.3.1 Adicionando um indutor ao retificador com filtro C (filtro LC)

No item anterior vimos que o filtro capacitivo fornece uma tensão de saída  $v_0(t)$ , no lado CC, com baixa ondulação. A corrente na rede  $i(t)$ , entretanto, apresenta-se extremamente deformada com elevados valores de pico e eficaz, resultando em fatores de potencia muito baixos, da ordem de 0.5 a 0.6. Como resultado exige-se que os cabos, diodos, disjuntores, transformadores e fusíveis sejam superdimensionados. Conforme estudado no item anterior define-se fator de potencia por (eq.2.1.3-a):

$$FP = \frac{P}{V_{ef} I_{ef}} \quad (2.1.3-a)$$

Assim, se desejamos alimentar uma carga com potencia ativa  $P$  em rede com tensão  $V_{ef}$ , a corrente na rede será dada pela equação 2.1.3-b.

$$I_{ef} = \frac{P}{V_{ef} FP} \quad (2.1.3-b)$$

Nota-se que operar com fator de potencia da ordem de 0.5 implica em dobrar o valor da corrente na rede, aumentando desnecessariamente o custo da instalação elétrica e do retificador. Isto faz com que a utilização do retificador com filtro capacitivo se torna-se proibitiva para potencias acima de 1kW. Exige-se assim algum procedimento que minimize os picos de corrente e seu valor eficaz. Uma das soluções adotadas consiste na inclusão de um indutor no lado CC, entre o retificador e o capacitor de filtro, como mostrado na figura 2.1.3-a.

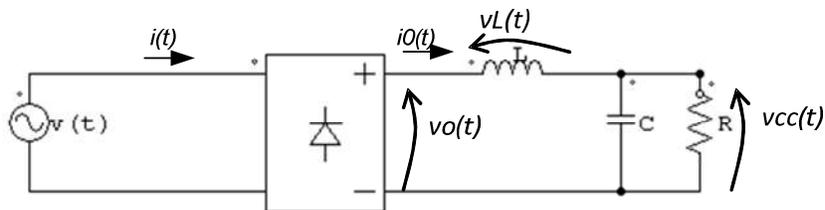


Figura 2.1.3-a retificador monofásico com filtro LC

Como a corrente e a tensão em um indutor obedecem a equação 2.1.3-c, a derivada da corrente  $i_0(t)$  tem instantaneamente o valor  $v_L / L$ , e  $v_L(t) = v_0 - v_{cc}$ , nota-se que o aumento de L reduz a inclinação da corrente tanto no sentido ascendente como no descendente. Conseguem-se menores valores de pico na corrente  $i_0(t)$  e maior tempo

de condução. A figura 2.1.3-b mostra o que acontece com a corrente  $i_0(t)$  ao se aumentar o valor de L. A partir de  $L = 1mH$ , a corrente é sempre maior que zero. Diz que o retificador opera no regime de continuidade de corrente, ou seja,  $i_0(t)$  não fica nula.

$$v_L(t) = L \frac{di_0(t)}{dt} \quad (2.1.3-c)$$

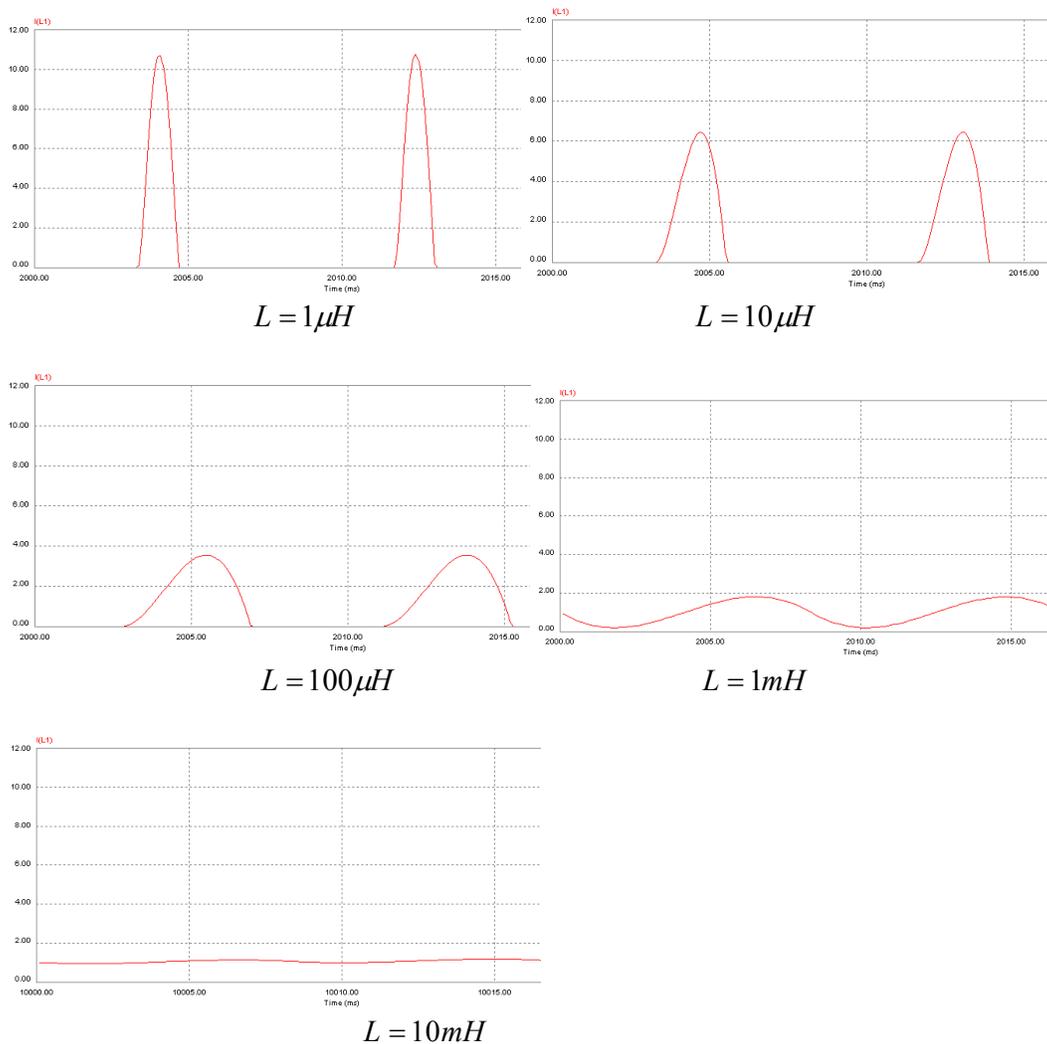


Figura 2.3.1-b comportamento da corrente  $i_0(t)$  ao se variar o valor da indutância L.

O circuito foi simulado com o arquivo retifLC-sch com valor de pico da tensão na rede =  $\sqrt{2}$ , C=100mF, carga CC simulada como fonte de corrente de 1A, print time=10.0s, total time =10.01666s, time step=1E-5s, print step=10. Notar que algumas resistências foram incluídas no circuito, para que seja possível atingir o regime permanente. Seus valores são extremamente baixos para que o circuito possa ser considerado com perdas quase nulas (menor que 1%).

Qdo a tensão na rede é positiva, tem-se os diodos D1 e D2 conduzindo resultando em  $i(t) = i_0(t)$ . No semiciclo negativo, conduzem D3 e D4 resultando em  $i(t) = -i_0(t)$ . A figura 2.3.1-c explicita os quatro diodos da ponte retificadora da fig. 2.3.1-a.

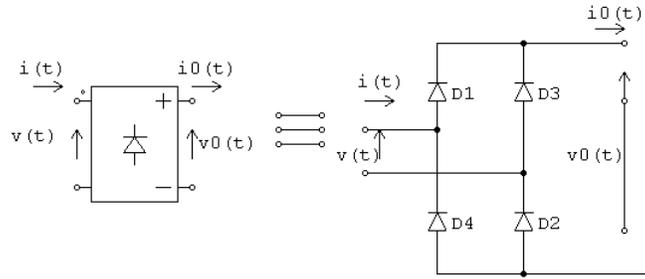


Figura 2.1.3-c ponte retificadora monofásica

A figura 2.1.3-d mostra a corrente na rede  $i(t)$ , juntamente com a tensão na rede  $v(t)$ , para os mesmos valores de L utilizados na figura 2.1.3-b. Obtém menores valores de pico, o que resulta em menores valores eficazes, menor conteúdo harmônico e maior valor do fator de potencia.

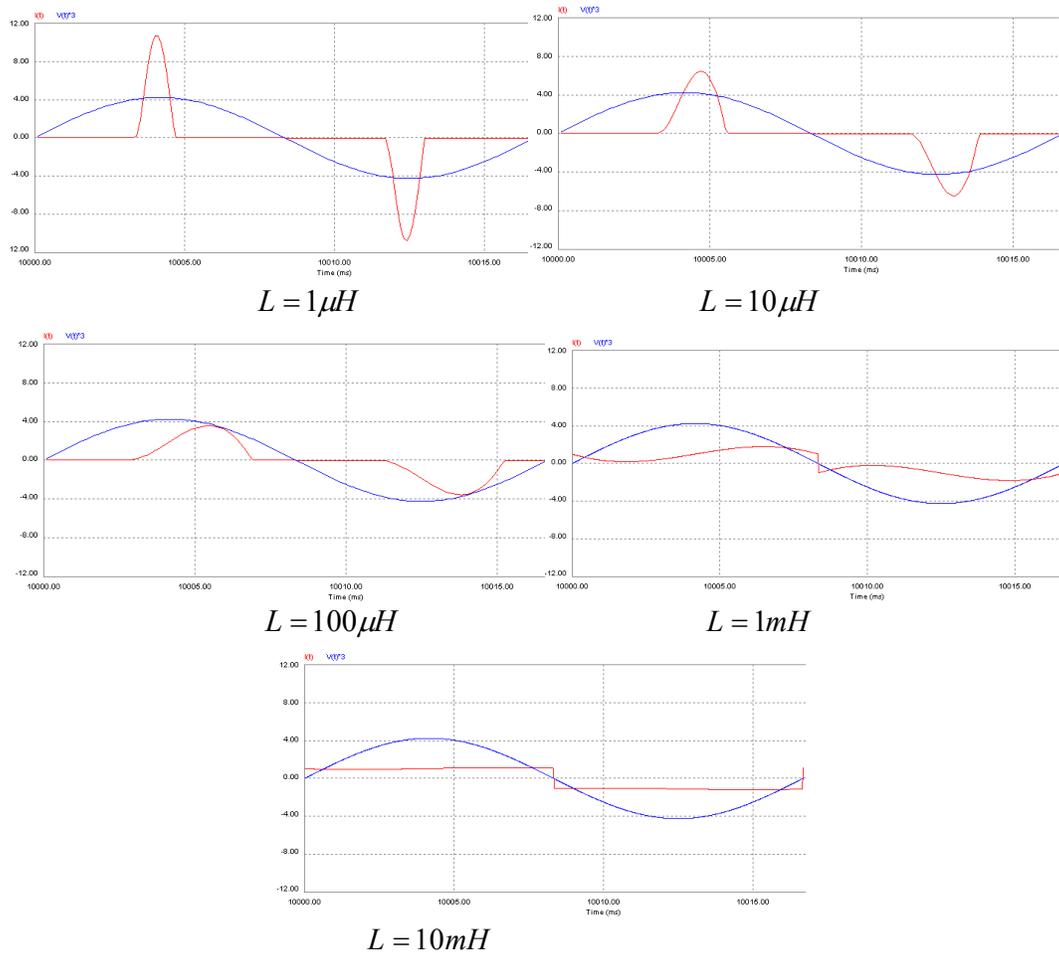


figura 2.1.3-d corrente na rede e tensão na rede  $v(t)$

A tabela 2.1.3-I mostra o valor eficaz da corrente na rede, a potencia ativa fornecida pela rede, o fator de potencia do retificador e a tensão média na carga.

Tabela 2.1.3-I Comportamento de  $I_{ef}$ ,  $P_{CA}$ , FP,  $V_{CC\_média}$  com a variação de L

L ( $\mu H$ )	1	10	100	1000	10000
$I_{ef}$ (A)	2,88	2,23	1,65	1,15	1,00
$P_{CA}$ (W)	1,41	1,37	1,24	0,902	0,900
$FP = \frac{P_{CA}}{V_{ef} I_{ef}}$	0,486	0,613	0,747	0,778	0,900
$V_{CC\_média}$ (V)	1,38	1,36	1,23	0,897	0,900

A corrente eficaz vai de 2,88A a 1,00A. Para elevado valor de L, a corrente  $i_0(t)$  se torna praticamente constante, resultando em  $i(t)$  quadrada com pico de 1A, que tem valor eficaz de 1A. Para a corrente quadrada, o fator de potencia será máximo com valor 0,9. É importante frisar que para L baixo, o excessivo conteúdo harmônico eleva o valor eficaz de  $i(t)$  reduzindo o valor de FP. Para valores intermediários nota-se que o valor de pico e o valor eficaz de  $i(t)$  ficam menores, mas o fator de potencia ainda é baixo pois nota-se claramente um atraso de  $i(t)$  com relação à tensão na rede.

Para baixos valores de L, tem-se um retificador com filtro capacitivo, que apresenta tensão de saída média com valor próximo da tensão de pico da tensão na rede  $v(t)$ . À medida que L aumenta a tensão média decresce até atingir o valor médio de uma senóide retificada, que vale  $\frac{2}{\pi} V_{pico} = \frac{2}{\pi} 1,41 = 0,900V$ .

**Início de Explicação apenas para quem quer uma explicação mais detalhada:**

*Este valor é atingido a partir do ponto do limite de descontinuidade da corrente  $i_0(t)$ . Um dos modos de explicar este fato (veremos outros) é levar em conta, que a tensão média no indutor, depois de atingido o regime permanente, é nula. (se não fosse, a corrente continuaria crescendo ou decrescendo, e portanto não teria finalizado o regime transitório!). A figura 2.3.1-e mostra a tensão na saída do retificador  $v_0(t)$  (à esquerda do indutor!), à medida que L aumenta. Enquanto  $i_0(t) = 0$ , tem-se  $v_0(t) = v_{CC}(t)$ . Quando os diodos conduzem ( $i_0(t) > 0$ ), tem-se  $v_0(t) = |v(t)|$ , resultando nas formas de onda de  $v_0(t)$  e  $v_{CC}(t)$  mostradas na figura 2.3.1-e. A corrente  $i_0(t)$  é mostrada juntamente para facilitar a compreensão da forma de onda*

$dev_0(t)$ . Fica claro que a forma de onda de  $v_0(t)$  tem seu valor médio decrescente com o valor de  $L$ . A partir do ponto que  $i_0(t) > 0$ ,  $v_0(t)$  assume a forma de uma senóide retificada, mantendo seu valor médio à medida que  $L$  aumenta.

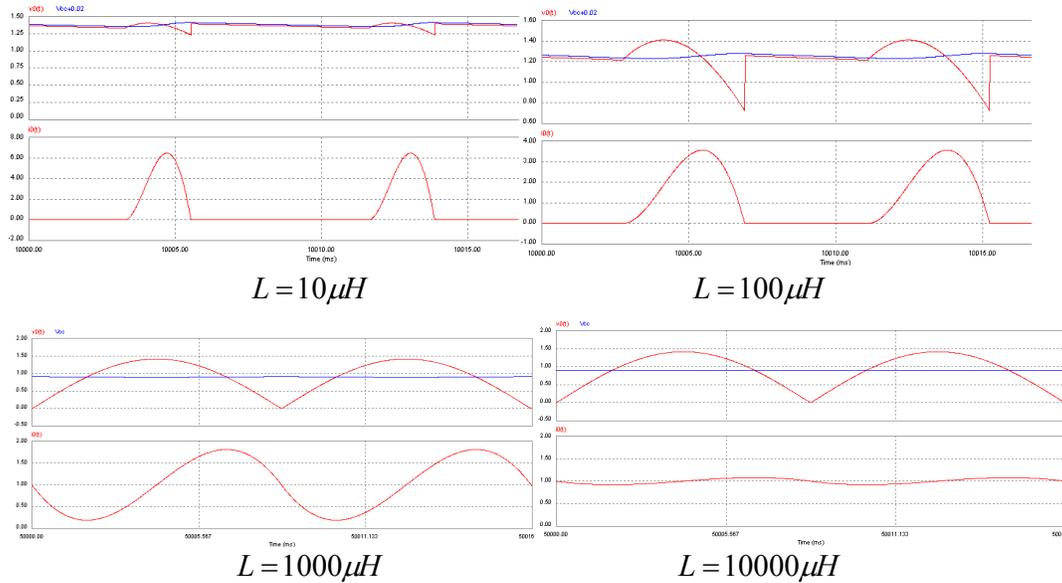


figura 2.3.1-e. Formas onda de  $v_0(t)$ ,  $v_{cc}(t)$ ,  $i_0(t)$

Sugere-se que o leitor verifique através do simulador, que a corrente de energização do retificador, ou seja, o transitório na corrente de rede, passa a apresentar picos bastante reduzidos ao se aumentar o valor de  $L$ , ao mesmo tempo que a duração do transitório aumenta. Por ser um circuito LC, tem-se transitórios com elevado sobressinal e longos tempos de amortecimento quando a carga for baixa (baixa corrente na carga, ou baixa impedância da carga)

### 2.3.1.2 Projeto do Filtro LC

Considerando-se que o retificador esteja operando no regime de continuidade de corrente ( $i_0(t) > 0$ ), sabe-se que a tensão  $v_0(t)$  será uma senóide retificada em onda completa (figura 2-3-1-e para  $L=1000 \mu H$  e  $L=10000 \mu H$ ). Decompondo  $v_0(t)$  na série de Fourier obtém-se:

$$v_0(t) = \frac{2V_p}{\pi} \left( 1 + \frac{2}{3} \cos(2\omega t + \pi) + \frac{2}{15} \cos(4\omega t + \pi) + \frac{2}{35} \cos(6\omega t + \pi) + \frac{2}{\pi 63} \cos(8\omega t + \pi) + \dots \right) =$$

$$v_0(t) = V_p \left( 0.6366 + 0.4244 \sin(2\omega t - \pi/2) + 0.08488 \sin(4\omega t - \pi/2) + 0.03638 \sin(6\omega t - \pi/2) + 0.02021 \sin(8\omega t - \pi/2) + \dots \right)$$

(2.1.3-d)

O lado CC do circuito da figura 2.1.3-a pode ser redesenhado, conforme mostrado na figura 2.3.1-f, onde a rede e os diodos foram substituídos por uma fonte de tensão  $v_0(t)$  (senóide retificada com espectro dado pela eq. 2.1.3-d). A fonte  $v_0(t)$  pode, a partir da série de Fourier, ser decomposta na associação série de infinitas fontes de tensão senoidais, com as freqüências, fases e amplitudes definidas pela eq. 2.1.3-d (fig 2.3.1-f). Pelo teorema da superposição pode-se aplicar calcular a contribuição de cada componente harmônico de  $v_0(t)$  na corrente  $i_0(t)$  (fig 2.3.1-f). Somando-se estas infinitas parcelas, obtém  $i_0(t)$ .

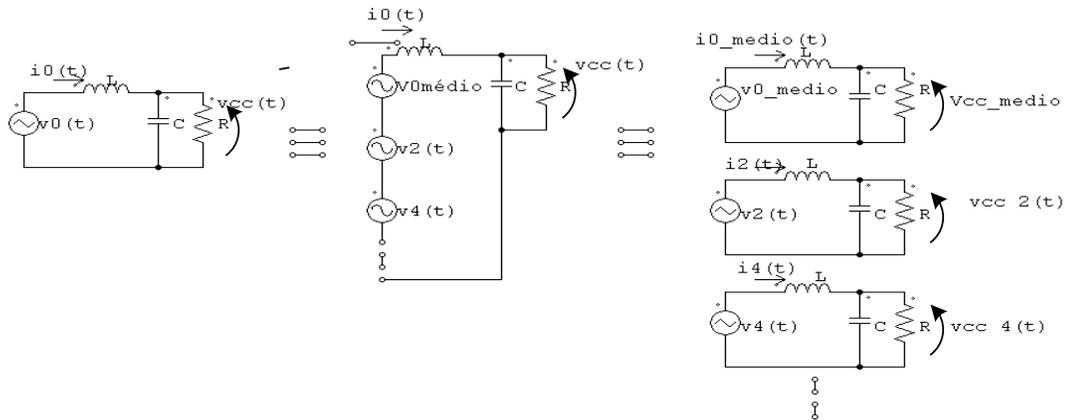


Figura 3.2.1-f decomposição de  $v_0(t)$  em série de Fourier e aplicação do teorema da superposição

O subcircuito de freqüência nula pode ser redesenhado levando-se em conta que a impedância do indutor é nula e a do capacitor é infinita, obtendo-se a figura 3.2.1-g.

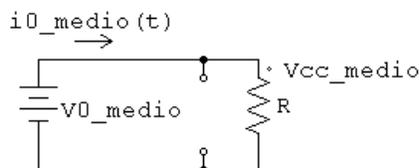


Figura 3.2.1-g subcircuito de freqüência zero (valores médios)

Verifica-se que o valor médio da tensão  $v_{CC}(t)$  na carga ( $V_{CC\_medio}$ ) é igual ao valor médio de  $v_0(t)$ , ou seja  $V_{CC\_medio} = V_{0\_medio}$ . A corrente média na carga é facilmente obtida por:

$$I_{0\_média} = \frac{V_{0\_média}}{R} = \frac{0,6366V_p}{R} = \frac{0,90V_{ef}}{R} \quad (2.1.3-e)$$

Passa-se agora ao cálculo dos componentes de frequência  $2h\omega$ , onde  $h=1,2,3,\dots$ , e  $\omega$  é a frequência da rede. Como os componentes de Fourier são senos, podemos utilizar fasores para o calculo das amplitudes das tensões e correntes na frequência  $2h\omega$ .

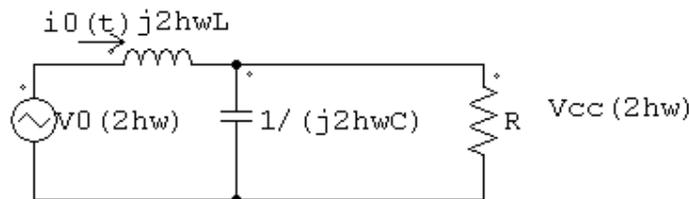


Figura 2.3.1-h sub circuito de frequência  $2h\omega$ , em termos de fasores e impedâncias, para regime senoidal

As amplitudes dos fasores consideram o valor de pico das tensões e correntes (cuidado para não se confundir!!!). A amplitude dos fasores  $\dot{I}_0(2h\omega)$   $\dot{V}_{CC}(2h\omega)$ , na frequência  $2h\omega$  são calculados por:

$$|\dot{I}_0(2h\omega)| = \left| \frac{\dot{V}_0(2h\omega)}{j2h\omega L + R // \frac{1}{j2h\omega C}} \right| \quad (2.1.3-f)$$

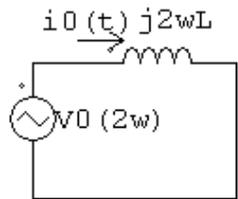
$$|\dot{V}_{CC}(2h\omega)| = \left| \frac{R // \frac{1}{j2h\omega C}}{j2h\omega L + R // \frac{1}{j2h\omega C}} \dot{V}_0(2h\omega) \right| \quad (2.1.3-g)$$

Está ficando complicado, vamos tentar simplificar!!

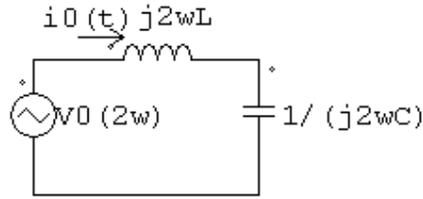
Pela figura 2.3.1-h nota-se que com o aumento de  $h$  (componentes de Fourier de maior frequência), a reatância indutiva aumenta e a capacitiva decresce. Como resultado, tem-se menores amplitudes na corrente e na tensão de saída. Assim, pode-se afirmar que a o cálculo de  $|\dot{I}_0|$  e  $|\dot{V}_{CC}|$  para a frequência  $2\omega$  ( $h=1$ ), fornece uma boa estimativa da ondulação de pico (ripple) na tensão de saída  $v_{CC}(t)$  e na corrente do indutor  $i_0(t)$ . Como geralmente se deseja baixa ondulação em  $v_{CC}(t)$  (comparado ao valor de pico de  $v_0(t)$ ), pode-se desprezar o RC de saída, considerando-se  $|\dot{V}_{CC}(2\omega)|$

nulo, conforme mostrado na figura 2.3.1-i (hipótese I), e estimar a ondulação na corrente por:

$$\Delta i_{0 \text{ pico a pico}} \cong 2 \frac{|V_0(2\omega)|}{2\omega L} = \frac{0.4244V_p}{\omega L} \quad (2.1.3-h)$$



Hipótese I ( $V_{CC}(2\omega) = 0$ )



hipótese II  $\frac{1}{2\omega C} \lll R \Rightarrow \frac{1}{2\omega C} // R \cong \frac{1}{2\omega C}$

Figura 2.3.1-h simplificando o sub circuito da fig 2.3.1h para o calculo da ondulação na corrente do indutor e na tensão de saída

Para estimar a ondulação de tensão na saída, considera-se que  $\frac{1}{2\omega C} \lll R$ , ou seja, a reatância capacitiva é muito menor que a resistência R, resultando em  $\frac{1}{2\omega C} // R \cong \frac{1}{2\omega C}$  (figura 2.3.1-i (hipótese II)). A ondulação na tensão é aproximada por:

$$\Delta v_{CC \text{ pico a pico}} \cong 2 \left| \frac{\frac{1}{j2\omega C}}{j2\omega L + \frac{1}{j2\omega C}} \dot{V}_0(2\omega) \right| = 2 \left| \frac{\dot{V}_0(2\omega)}{1 - j4\omega^2 LC} \right| \quad (2.1.3-i)$$

Como  $4\omega^2 LC \gg 1$ , pois a ondulação deve ser muito reduzida:

$$\Delta v_{CC \text{ pico a pico}} \cong 2 \frac{|\dot{V}_0(2\omega)|}{4\omega^2 LC} = 2 \frac{0.4244V_p}{4\omega^2 LC} = \frac{.2122V_p}{\omega^2 LC} \quad (2.1.3-j)$$

Exemplo: Calcular o filtro LC de um retificador monofásico a diodos (ponte completa), alimentado com tensão de rede de 110V, com carga que pode ser aproximada por uma resistencia de 10 Ohms. A ondulação de corrente pico a pico deve ser de 30% da corrente média da carga. A ondulação pico a pico na tensão na saída deve ser de 10% da tensão de media na carga. Simular para verificar a validade das aproximações feitas

A tensão média na carga é  $V_{CC\_medio} = 0.6366 \cdot 110 \sqrt{2} = 99V$ .

A ondulação de tensão será de  $\Delta v_{CC\text{ pico a pico}} = 0,1 \cdot 99 = 9,9V$ . A corrente media será  $I_{CC\text{ medio}} = 99/10 = 9,9A$  e a de corrente será de  $\Delta i_{0\text{ pico a pico}} = 0,3 \cdot 9 = 2,97A$ . A partir da equação da ondulação da corrente obtem-se:

$$\Delta i_{0\text{ pico a pico}} = 2,97A = \frac{0,4244 \cdot 110 \cdot \sqrt{2}}{377L}, \text{ resultando em } L = 58,79mH.$$

A partir da equação da ondulação da tensão na saída obtém:

$$\Delta v_{CC\text{ pico a pico}} = 9,9V = \frac{0,2122 \cdot 110 \cdot \sqrt{2}}{377^2 \cdot 58,79mH \cdot C}, \text{ resultando } C = 397,8\mu F.$$

Simulando-se com o arquivo retifLC\_exemplo.sch obtém-se os gráficos da figura 2.3.1-i, com  $\Delta i_{0\text{ pico a pico}} = 3,164A$  e  $\Delta v_{CC\text{ pico a pico}} = 10,17V$  e  $V_{CC\text{ medio}} = 99V$ . Os resultados reais são ligeiramente superiores que os calculados pois desconsideram os harmônicos acima de  $2\omega$ .

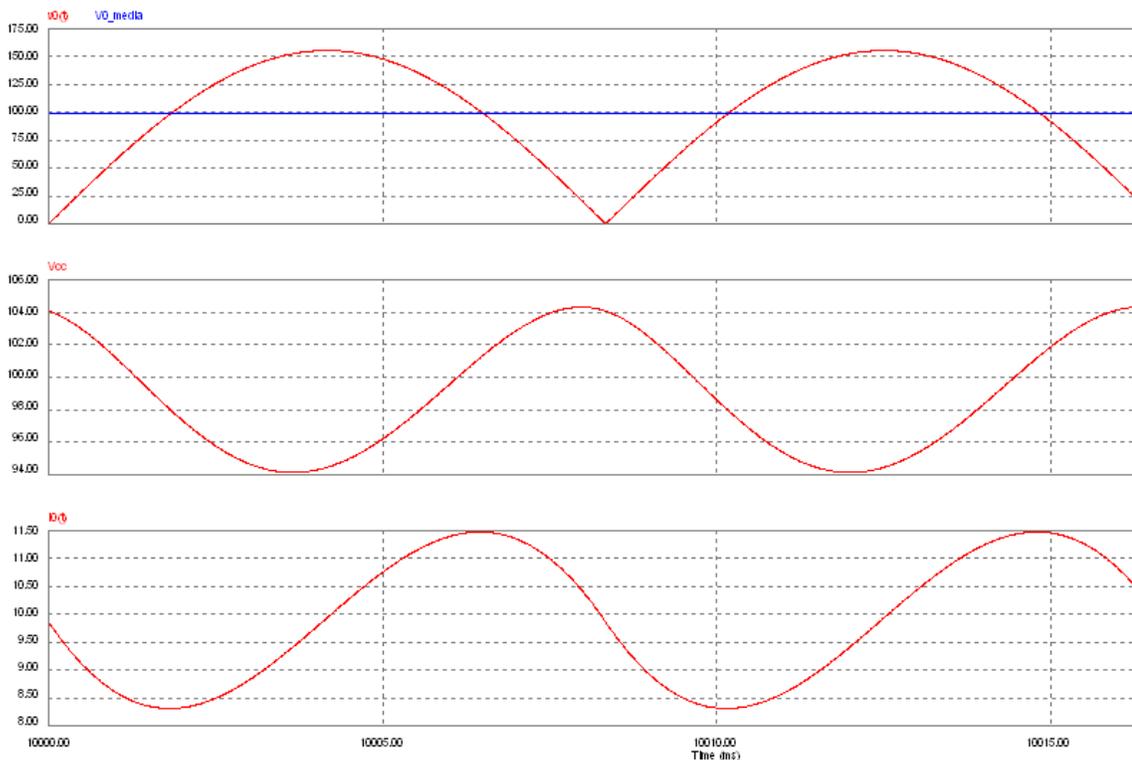


Figura 2.3.1-i formas de onda de  $v_0(t)$  e valor médio de  $v_{CC}(t)$  (topo);  $v_{CC}(t)$  (meio) e  $i_0(t)$  (inferior)



## 2. Conversores CA-CC comutados pela rede

### 2.1 Retificador Monofásico não Controlado

#### 2.1.1 Carga Resistiva

#### 2.1.2 Filtro Capacitivo

#### 2.1.3 Filtro Indutivo

##### 2.1.3.1 Adicionando um indutor ao retificador com filtro C (filtro LC)

##### 2.3.1.2 Projeto do Filtro LC

##### 2.1.3.3 Generalizando para outras cargas com filtro indutivo

No início do capítulo 2.1.3.1 mostrou-se na figura 2.1.3-b que ao se aumentar o valor do indutor de filtro  $L$ , corrente  $i_0(t)$  que inicialmente tinha comportamento descontínuo, passa ao regime de continuidade de corrente ( $i_0(t) > 0$ ). Sucessivos aumentos em  $L$  passam a reduzir a ondulação na corrente, tendendo a  $i_0(t) = I_0$  com amplitude constante. A corrente na rede  $i(t)$  passa a ser quadrada. Não apenas o filtro LC apresenta este comportamento, podendo-se incluir os casos abaixo listados, de aplicações de retificadores de elevada potência, nas áreas industrial, de transportes, siderurgia, transmissão de energia, química, etc:

- motor de corrente contínua, que pode ser modelado como uma fonte de tensão (força contra eletromotriz), uma resistência e uma indutância (do enrolamento) em série (fig. 2.3.1j-I)
- carregador de bateria, onde a bateria é modelada como uma fonte de tensão em série com uma resistência, em série com o indutor de filtro (fig. 2.3.1j- II)
- sistemas para galvanoplastia e eletrolise, onde a cuba eletrolítica é modelada por uma resistência em série com o indutor de filtro (fig. 2.3.1j- III)
- sistemas de transmissão em corrente contínua, onde o retificador e o inversor estão interligados por um indutor de filtro (fig. 2.3.1j- IV)
- sistema de solda a arco em CC, onde o arco é modelado por uma resistência em série com um indutor de filtro (fig. 2.3.1j- V)
- forno a arco para fusão de metais, onde o arco é modelado por uma resistência em série com um indutor de filtro (fig. 2.3.1j- VI)

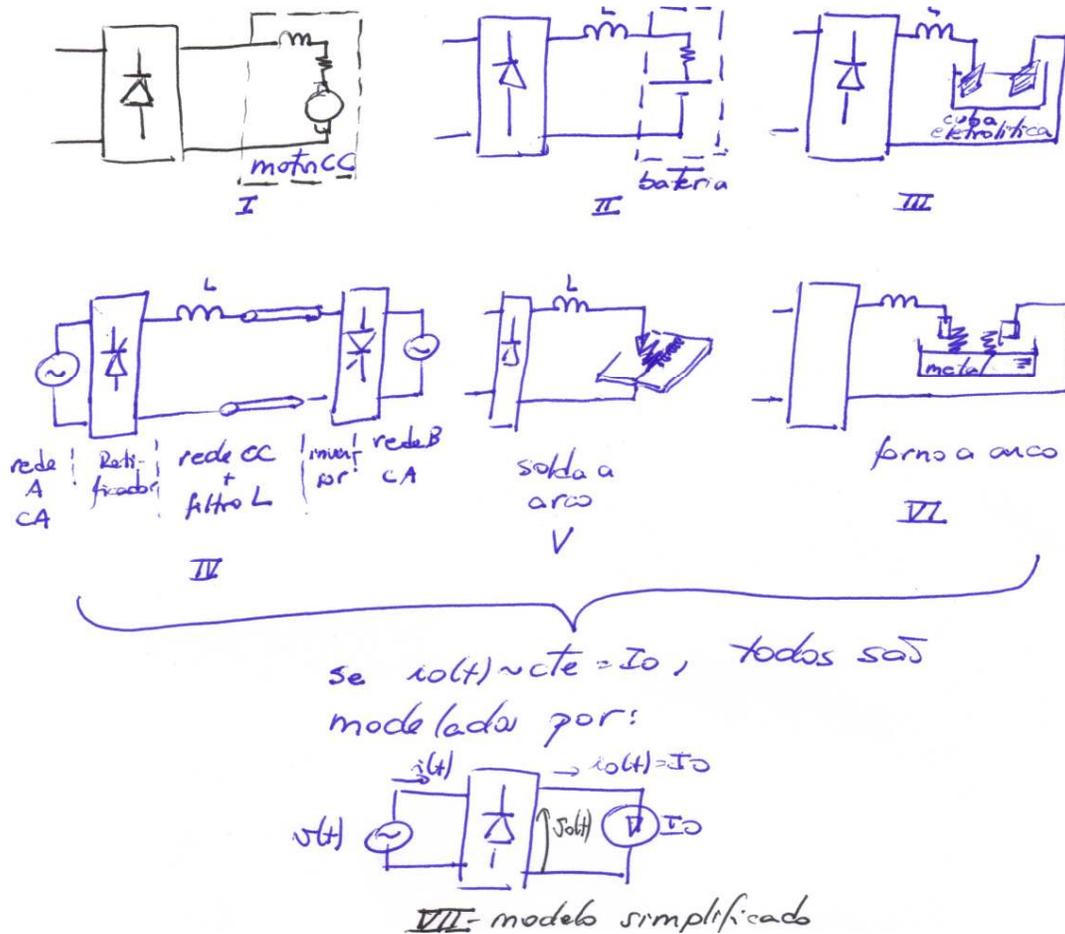


fig. 2.3.1j Aplicações que empregam filtro inutivo, e modelo simplificado.

Em todos os casos acima, o indutor e a carga podem ser modelados simplificada-mente por uma fonte de corrente constante de valor  $I_0$  ( fig. 2.3.1j VII) , se a ondulação da corrente for considerada baixa. Para verificar o quanto a ondulação na corrente  $i_0(t)$  afeta o valor eficaz de  $i(t)$ , variou-se o valor no indutor usando o arquivo retif LC e plotou-se o gráfico da figura 2.3.1-k.

Verifica-se que mesmo para ondulação de corrente pico a pico de 200% o erro no valor eficaz de  $i(t)$  não passa de 23%. Para valores razoáveis, na faixa de 30 % o erro é menor que 1%, justificando-se a aproximação feita. O mesmo ocorre para a potencia, para o pior caso , que é carga RL, onde a carga resistiva esta sujeita à ondulação em  $i_0(t)$ , fornecendo um erro menor que 23%. Para aplicações com capacitor, onde a tensão  $v_{cc}(t)$  tem baixa ondulação o erro na potência é desprezível.

Formas de onda de  $i(t)$  , para  $i_0(t) > 0$  já foram mostradas na figura 2.1.3-d (2 ultimos casos)

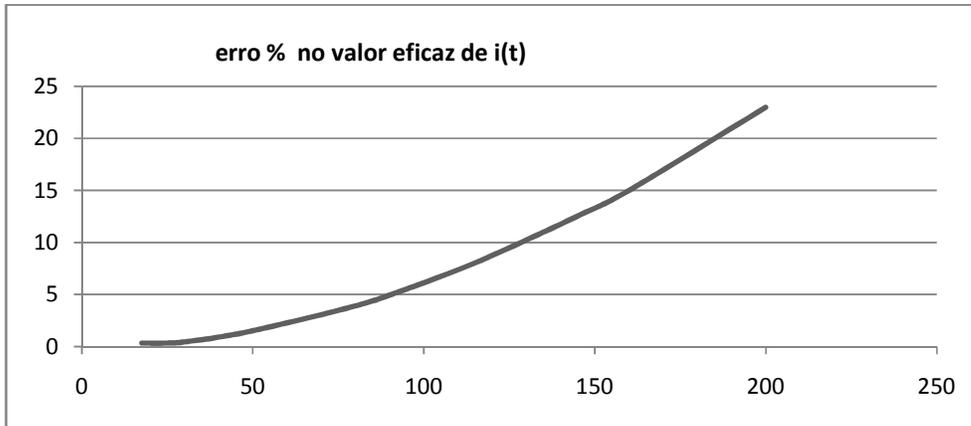


fig. 2.3.1k erro % no valor eficaz de  $i(t)$  x ondulação % pico a pico em  $i_o(t)$  (relative ao valor media de  $i_o(t)$ )

As formas de onda para  $i_o = cte$  são mostradas na figura 2.3.1L, baseando-se na explicação dos itens 2.1.1 e 2.1.3.1 (certifique-se que você entendeu as formas de onda da figura 2.3.1-L).

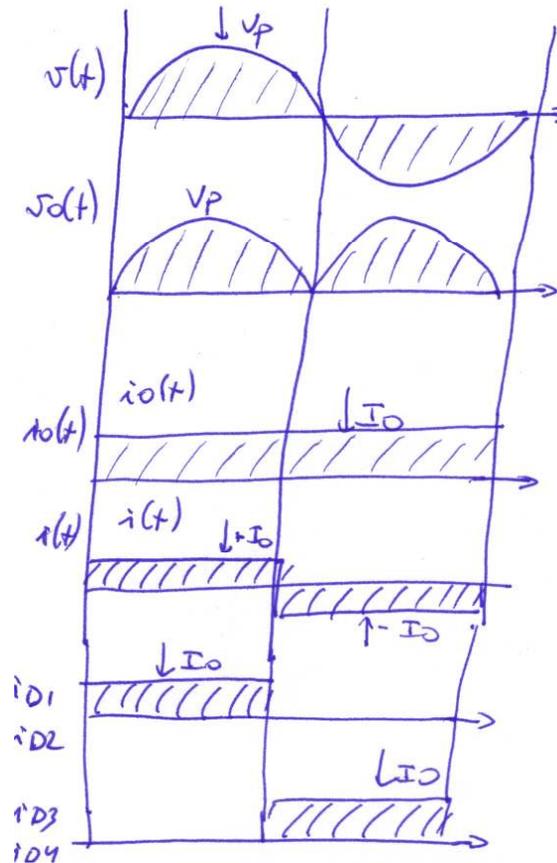


fig. 2.3.1 L formas de onda do retificador monofásico com  $i_o = cte$

Passa-se ao cálculo das grandezas de interesse, a serem utilizadas no projeto do retificador.

A tensão média na saída é igual ao termo de frequência zero da série de Fourier mostrado na eq. 2.1.3-d, ou seja:  $V_{0\text{medio}} = \frac{2}{\pi} V_{\text{pico}} = \frac{2}{\pi} 1,41V_{ef} = 0,900V_{ef}$ . Sugere-se que o leitor obtenha o valor médio a partir do cálculo do valor médio de  $v_o(t)$ .

A corrente eficaz de  $i(t)$ , que tem forma de onda quadrada, vale  $I_0$ . A prova fica a cargo do leitor. Decompondo-se  $i(t)$  em série de Fourier obtém-se:

$$i(t) = \frac{4I_0}{\pi} \left( 1\text{sen}(\omega t) + \frac{1}{3}\text{sen}(3\omega t) + \frac{1}{5}\text{sen}(5\omega t) + \dots + \frac{1}{h}\text{sen}(h\omega t) \right). \quad (2.1.3-k)$$

**(Sugere-se também o cálculo do valor eficaz da corrente  $i(t)$  a partir da equação  $I_{ef} = \sqrt{I_{1ef}^2 + I_{2ef}^2 + I_{3ef}^2 + \dots}$ . Você conhece os componentes de Fourier de uma onda quadrada.)**

A corrente eficaz dos diodos vale  $I_0/\sqrt{2}$  e o seu valor médio vale  $I_0/2$ . (Provar!!)

A potência ativa no lado CC vale :

$$P_{CC} = \frac{1}{T} \int_0^T v_o(t) i_o(t) dt = \frac{1}{T} \int_0^T v_o(t) I_0 dt = I_0 \frac{1}{T} \int_0^T v_o(t) dt = I_0 V_{0\text{medio}} \quad (2.1.3-l)$$

Resumindo, se a corrente  $i_o(t)$  for constante (ou com baixa ondulação), a potência no lado CC é simplesmente o produto dos valores médios da corrente e da tensão no lado CC.

Para o cálculo da potência no lado CA existem duas abordagens:

- se o retificador for considerado com perdas nulas, resulta  $P_{CA} = P_{CC}$ .

- aplicando a fórmula da potência ativa para as tensões e correntes do lado CA. Na figura 2.3.1-m obtém-se o gráfico da potência instantânea no lado CA, definida por  $p_{CA}(t) = v(t)i(t)$ . Verifica-se que o período de  $p_{CA}(t)$  vale  $T/2$ . A potência ativa (potência média) no lado CA é obtida por:

$$P_{CA} = \frac{\text{area sob } v(t)i(t)}{T/2} \frac{1}{T/2} \int_0^{T/2} v(t)i(t)dt = \frac{1}{T/2} \int_0^{T/2} (V_p \text{sen}(\omega t) I_0) dt = \quad (2.1.3-)$$

$$= I_0 \frac{1}{T/2} \int_0^{T/2} v_0(t) dt = I_0 V_{0\text{medio}}$$

m)

Obteve-se o mesmo resultado da primeira abordagem ( **...ainda bem!!!!**).

**A potencia aparente é definida por:**

$$S = V_{ef} I_{ef} = \frac{V_p}{\sqrt{2}} I_0 \quad (2.1.3-n)$$

O fator de potencia é dado por:

$$FP = \frac{P}{S} = \frac{V_{0\text{medio}} I_0}{(V_p / \sqrt{2}) I_0} = \frac{2V_p / \pi}{(V_p / \sqrt{2})} = 0.9 \quad (2.1.3-o)$$

O baixo fator de potencia é devido à presença de harmônicos na corrente. Lembrando que o fator de potencia para cargas com tensão senoidal e corrente deformada é dado por  $FP = \text{fator de deformação} \times \text{fator de defasagem}$ , obtém:

$$FP = \frac{I_{1ef}}{I_{ef}} \cos \phi_1 \quad (2.1.3-p)$$

Como o ângulo de defasagem entre os componentes de tensão e corrente fundamentais  $\phi_1$  é nulo (vide eq. 2.1.3-k), obtem-se na eq. 2.1.3-q o mesmo resultado que o fornecido pela eq. (2.1.3-o) (**...ainda bem!!!!**)

$$FP = \frac{I_{1ef}}{I_{ef}} = \frac{(4I_0 / \pi) / \sqrt{2}}{I_0} = 0,9 \quad (2.1.3-q)$$

## 2. Conversores CA-CC comutados pela rede

### 2.1 Retificador Monofásico não Controlado

#### 2.1.1 Carga Resistiva

#### 2.1.2 Filtro Capacitivo

#### 2.1.3 Filtro Indutivo

#### 2.1.4 Estudo da Comutação dos Diodos

##### 2.1.4.1 Explicando o fenômeno e as formas de onda

O retificador com filtro indutivo (e  $i_o = cte$ ) fornece uma corrente na rede  $i(t)$  com forma de onda quadrada. O circuito Thevenin equivalente da rede elétrica, visto do ponto de acoplamento do retificador à rede pode ser considerado como uma fonte de tensão senoidal ideal e uma indutância  $L_s$ . Fisicamente,  $L_s$  é formado pela indutância dos cabos da rede (que formam uma bobina de uma espira), e pela reatância série dos transformadores do sistema elétrica. Neste capítulo  $L_s$  será incluído ao lado CA do retificador (fig. 2.1.4a)

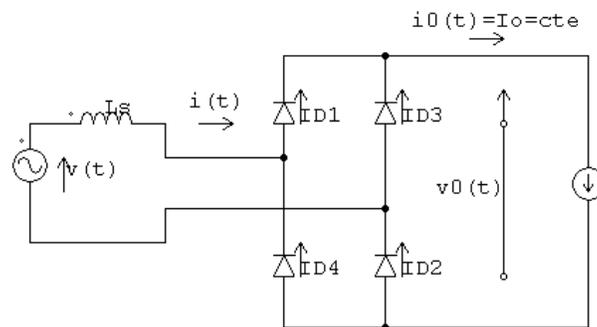


Figura 2.1.4a retificador com  $i_o(t) = cte$  e indutância  $L_s$  na rede

Se  $L_s$  existir, sabe-se que a corrente  $i(t)$  não poderá sofrer transições bruscas, tal como visto no item 2.1.3 (para  $L_s = 0$ ). Como a tensão no indutor  $L_s$  é ditada pela equação  $v_{L_s} = L_s di/dt$ , a derivada da corrente  $i(t)$  será ditada por  $di/dt = v_{L_s} / L_s$ . Quanto maior for o valor de  $L_s$ , mais lenta é a taxa de crescimento de  $i(t)$ . Quanto maior for amplitude de  $v_{L_s}(t)$ , mais rápida é a taxa de crescimento de  $i(t)$ .

Simulando-se o circuito da figura 2.1.4a com  $V_p = \sqrt{2}V$ ,  $I_o = 1A$  e  $L_s = .1/377H$  (arquivo comutação.sch), obtém a tensão  $v(t)$  e a corrente na rede  $i(t)$ , mostradas na figura 2.1.4b.

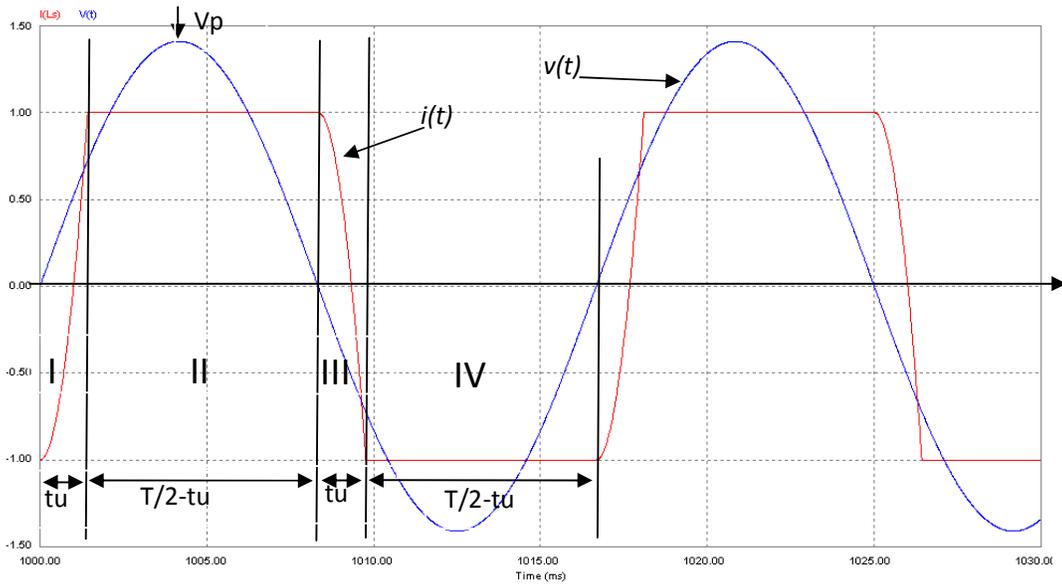


Figura 2.1.4b formas de onda de  $v(t)$  e  $i(t)$

Como a corrente na carga é constante com valor  $I_0$ , e durante a comutação  $i(t)$  excursiona de  $-I_0$  a  $+I_0$ , pode-se relacionar  $i(t)$  e  $I_0$ , com  $i_{D1}(t)$  e  $i_{D3}(t)$ , obtendo-se o sistema de equações abaixo. (considerando  $i_{D1}(t) = i_{D2}(t)$  e  $i_{D3}(t) = i_{D4}(t)$ )

$$\begin{cases} i_{D1} + i_{D3} = I_0 \\ i_{D1} - i_{D3} = i(t) \end{cases} \quad (2.1.4a)$$

Obtendo  $i_{D1}(t)$  e  $i_{D3}(t)$ :

$$\begin{cases} i_{D1} = \frac{I_0 + i(t)}{2} \\ i_{D3} = \frac{I_0 - i(t)}{2} \end{cases} \quad (2.1.4b)$$

No período II,  $v(t) > 0$  e  $i(t) = I_0$  (intervalo fora do período de comutação),  $i_{D1}(t) = I_0$  e  $i_{D3}(t) = 0$ , conduzem os diodos D1 e D2. No período IV,  $v(t) < 0$  e  $i(t) = -I_0$  (intervalo fora do período de comutação),  $i_{D1}(t) = 0$  e  $i_{D3}(t) = I_0$ , conduzem os diodos D3 e D4.

No intervalo I, a corrente levará  $t_u$  segundos para ir de  $-I_0$  a  $+I_0$ . Apenas para esclarecer, se  $I_0 = 10A$  e  $i(t) = -8A$  (um valor arbitrário entre -10 e +10A),  $i_{D1}(t) = 1A$  e  $i_{D3}(t) = 9$ . O diodo D1 que estava bloqueado, começa a conduzir (se não houvesse indutância na rede, D1 assumiria instantaneamente a corrente de 10A, qdo  $v(t)$  se

tornasse positiva). O diodo D3 começa a reduzir sua corrente (se não houvesse indutância na rede, D3 bloquearia instantaneamente qdo  $v(t)$  se tornasse positiva). As correntes nos diodos D1 e D3 são mostradas na figura 2.1.4c.

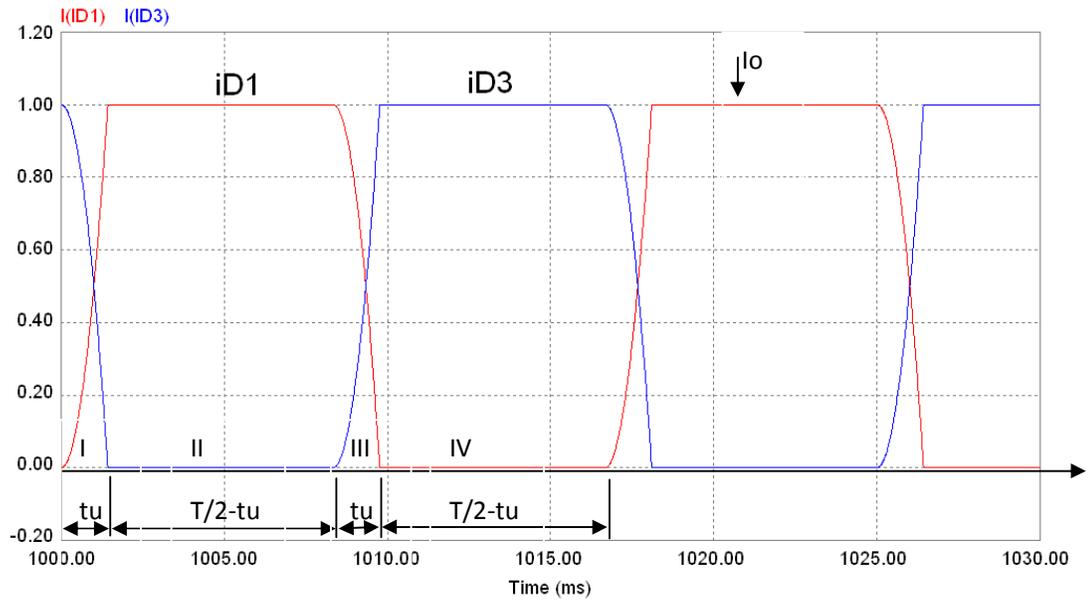


figura 2.1.4c corrente nos diodos D1 e D3

Nota-se que durante os intervalos I e III, os quatro diodos conduzirão. Se a queda de tensão nos diodos for desprezada a tensão  $v_o(t)$  torna-se nula durante o intervalo I. O mesmo ocorre com a tensão  $v_x(t)$ .

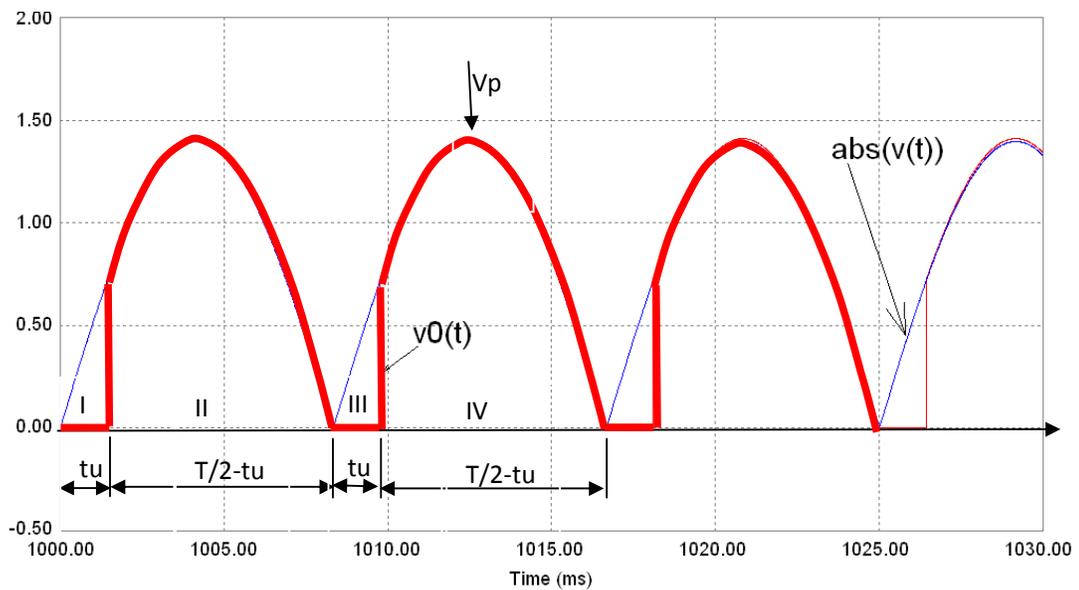


figura 2.1.4d tensão  $v_o(t)$

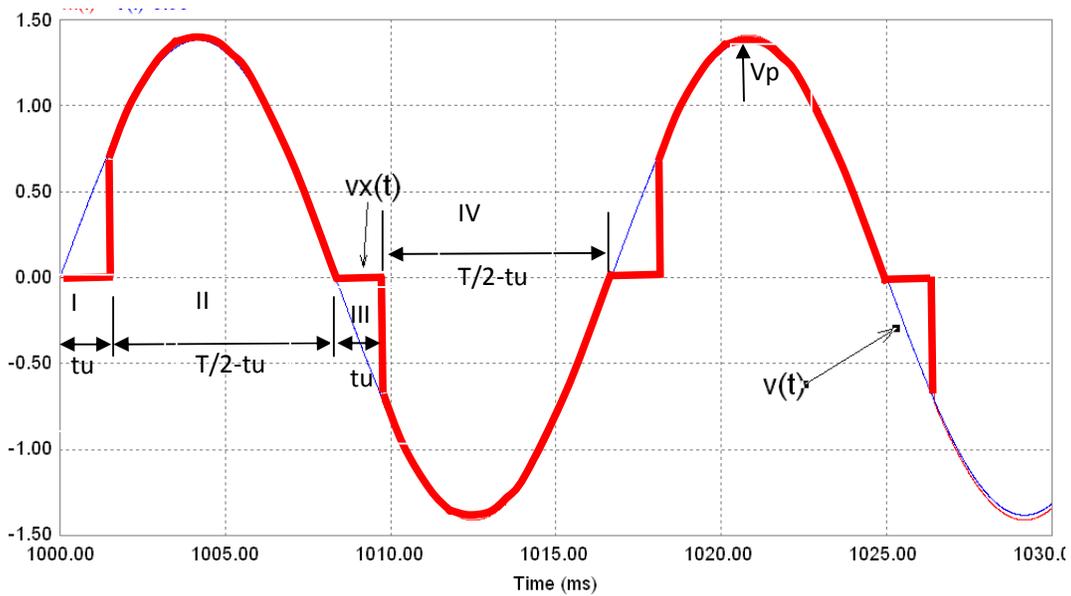


figura 2.1.4e tensão  $v_x(t)$

#### 2.1.4.1 Calculando o valor médio de $v_o(t)$ e o tempo de comutação $tu$

Conforme mostrado acima, e ressaltado na figura 2.1.4f, a tensão  $v_o(t)$  perde a área  $A_u$  durante a comutação. Quanto maior a indutância de rede, maior o valor de  $A_u$ , e menor o valor médio na saída do retificador. Quanto maior o valor da corrente na saída, maior o tempo que leva para a corrente excursionar entre  $-I_0$  e  $+I_0$  causando redução no valor médio da tensão CC de saída. Explicado qualitativamente, parte-se agora para a análise quantitativa do fenômeno, calculando-se o valor médio de  $v_o(t)$  e o tempo de comutação  $tu$ .

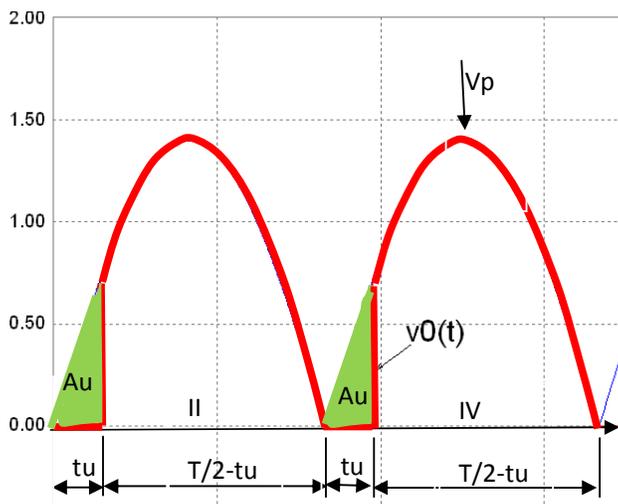


figura 2.1.4f tensão  $v_o(t)$  e área perdida  $A_u$

A tensão média na saída é calculada subtraindo-se  $A_u$  da área  $A$  de um semicírculo de uma senoide de valor de pico  $V_p$ . O período de  $v_o(t)$  é  $T/2$ :

$$V_{0\text{medio}} = \frac{A - A_u}{T/2} = \frac{\int_0^{T/2} v_o dt}{T/2} = \frac{\int_0^{T/2} V_p \text{sen}(\omega t) dt - \int_0^{t_u} V_p \text{sen}(\omega t) dt}{T/2} = \frac{2V_p}{\pi} - \frac{A_u}{T/2} \quad (2.1.4c)$$

Falta obter o valor de  $A_u$ . Sabe-se que para o um indutor:

$$v_{L_s} = v - v_x = L_s \frac{di}{dt} \quad (2.1.4d)$$

Multiplicando os dois lados por  $dt$  e integrando-os, obtém-se a eq. 2.1.4e. A integral do lado esquerdo, no domínio do tempo, será calculada de  $t=0$  a  $t=t_u$ . Para  $t=0$  a corrente tem valor  $-I_0$  e para  $t=t_u$  tem valor  $+I_0$ . Assim, a segunda integral, tem limites de integração de  $-I_0$  a  $+I_0$ . Durante a comutação,  $v_x = 0$ .

$$\int_0^{t_u} V_p \text{sen}(\omega t) dt = A_u = L_s \int_{-I_0}^{+I_0} di = L_s (I_0 - (-I_0)) = 2L_s I_0 \quad (2.1.4e)$$

Substituindo  $A_u$  na eq. 2.1.4c:

$$V_{0\text{medio}} = \frac{2V_p}{\pi} - \frac{A_u}{T/2} = \frac{2V_p}{\pi} - \frac{2L_s I_0}{T/2} \quad (2.1.4f)$$

Como  $\omega = 2\pi f = 2\pi/T$ , resulta que  $T/2 = \pi/\omega$ , que substituído na eq. 2.1.4f :

$$V_{0\text{medio}} = \frac{2V_p}{\pi} - \frac{2L_s I_0}{T/2} = \frac{2V_p}{\pi} - \frac{2\omega L_s I_0}{\pi} \quad (2.1.4g)$$

A eq. 2.1.4g confirma o que foi dito no inicio deste item. Aumento em  $L_s$  ou na corrente de saída, reduzem a tensão média na saída.

O intervalo de comutação pode ser calculado a partir da eq. 2.1.4e.

$$\int_0^{t_u} V_p \text{sen}(\omega t) dt = A_u = 2L_s I_0 = -\frac{V_p}{\omega} \cos(\omega t) \Big|_0^{t_u} = \frac{V_p}{\omega} (1 - \cos(\omega t_u)) = \frac{V_p}{\omega} (1 - \cos(\theta_u))$$

$$\theta_u = \arccos\left(1 - \frac{2\omega L_s I_0}{V_p}\right) \quad (2.1.4h)$$

## 2.2 Retificador Monofásico Controlado

Nos itens anteriores a tensão no lado CC era praticamente constante, ou melhor variava com a tensão na rede e com a carga. Em muitas aplicações, como por exemplo em acionamentos de motores com velocidade variável, torna-se necessário variar a tensão na saída da fonte. Pode-se desejar também manter a velocidade, independente de variações na tensão da rede e da carga mecânica, o que também requer uma fonte de tensão variável (além de malhas de controle). Controle de motores CC foi por longo tempo realizado a partir da variação de um reostato inserido em série com o mesmo. Como desvantagens tem-se as perdas ( $RI^2$ ) e tempo de resposta muito lento. Com a descoberta das válvulas de mercúrio controladas e posteriormente o tiristor foi possível a implementação de retificadores com tensão de saída variável. Eles apresentam elevado rendimento, pois recortam a forma de onda, ao contrário da inserção de resistor em série que provoca perdas.

Outro exemplo são as fontes de tensão reguladas lineares, que utilizam um transistor em série para prover queda de tensão. Pode-se dizer que este transistor, operando na região linear, apresenta tensão e corrente em seus terminais e portanto tem elevada dissipação de potência, apresentando rendimento da ordem de 50%, e exigindo volumosos dissipadores e sistemas de ventilação. Este transistor opera como um reostato eletrônico, sem partes móveis. Esta tecnologia foi muito empregada em fontes de equipamentos eletrônicos e vem sendo substituída pelas fontes chaveadas (estudadas em capítulo posterior) que apresentam menor custo, volume, peso e elevado rendimento energético. Ainda é utilizada em fontes de laboratório, pela sua robustez e reduzido nível de ruído. Para aplicações de elevada potência (de dezenas de kilowatts a centenas de megawatts), a tecnologia da fonte linear ou do reostato são proibitivas devido às perdas excessivas. A tecnologia de fontes chaveadas permite a implementação de fontes na faixa de unidades de Watt a unidades de kilowatt. A substituição dos diodos dos retificadores apresentados nos itens anteriores, por tiristores, permite a implementação de fontes com tensão variável, elevado rendimento, que podem ser utilizadas em aplicações de elevada potência (neste caso precisaremos utilizar fontes trifásicas, a serem vistas em breve).

### 2.2.1 O Tiristor

O tiristor ou SCR (semiconductor controlled rectifier) é composto por 4 camadas de silício dos tipos P e N, montadas conforme mostrado na figura 2.2a, (desenho a) ao lado do seu símbolo (desenho b), mostrando seus três terminais: catodo, anodo e gatilho (gate). Basicamente o tiristor é um diodo, que só conduz quando se aplicar tensão direta entre anodo e catodo ( $v_{AC} > 0$ ) além de injetar corrente  $i_G > 0$  ao seu gatilho.

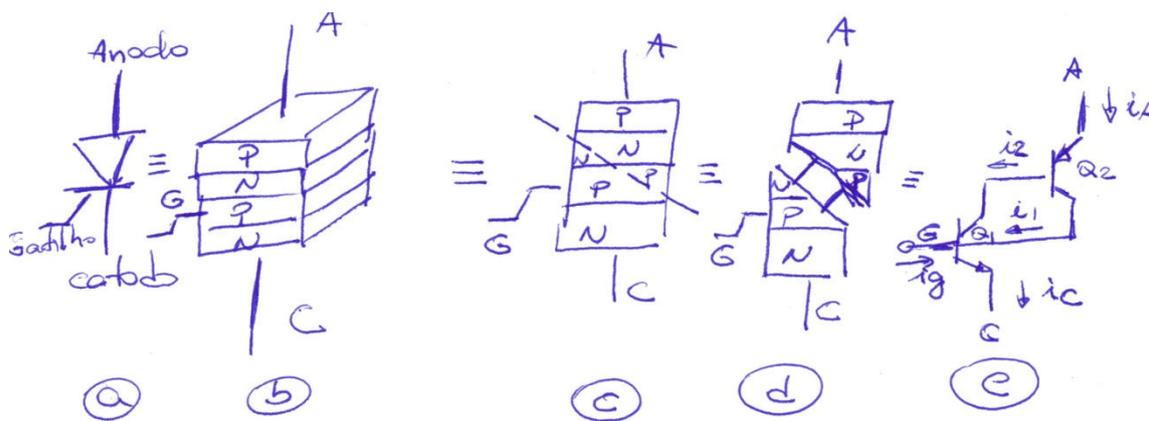


Figura 2.2-a tiristor: símbolo, construção e modelo baseado em transistores

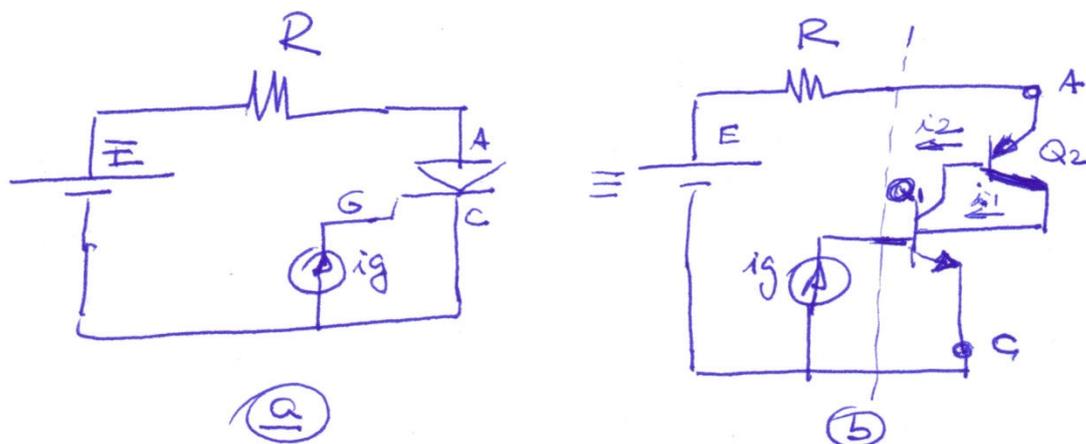


Figura 2.2-b Exemplo de aplicação de tiristor- princípio de funcionamento

O circuito a da figura 2.2b mostra uma fonte de tensão  $E$ , uma resistência  $R$  e o tiristor. Verifica-se que o tiristor está diretamente polarizado, ou seja, se fosse um diodo, conduziria. Injetando  $i_G > 0$ , o tiristor começa a conduzir, aplicando a tensão  $E$  ao resistor (na verdade devemos considerar a queda de tensão no tiristor). Ao se interromper a corrente de gatilho, o tiristor continua conduzindo. O tiristor apenas cessa o estado de condução quando a corrente de anodo ficar nula, ou se aplicar tensão reversa  $v_{AC} < 0$ . Para o circuito "a" da figura 2.2b a carga ficará alimentada indefinidamente.

**Apenas para os que querem saber *porque* o tiristor funciona como explicado acima. Quem estiver contente em saber *como* ele funciona pode pular esta explicação.** Um dos modos de explicar o funcionamento do tiristor é considerar o corte mostrado no desenho "c" da figura 2.2, que pode ser separado em duas estruturas, um transistor NPN e um transistor PNP, interligados como mostrado nos desenhos "d" e "e". Este circuito substituirá o tiristor do circuito "a" da figura 2.2b, resultando no circuito "b" da mesma figura. Nota-se que o diodo da junção emissor-base de Q2 está diretamente polarizado, aplicando tensão  $v_{CE}$  positiva em Q1. Como  $i_G$ , que também é a corrente

de base de Q1, é nula, o transistor Q1 permanece cortado, ou seja a corrente de coletor de Q1 é nula. Como a corrente de coletor de Q1 é igual à corrente de base de Q2 ( $i_2$ ), o transistor Q2 permanece em corte também. Não há corrente nos terminais de anodo e catodo do tiristor. Ao se aplicar uma corrente  $i_G$  à base de Q1 (gatilho do tiristor), o transistor Q1 entra em condução. Saturado, sua tensão  $v_{CE}$  fica próxima de zero, fazendo com que flua corrente da fonte, pelo resistor R, pelo terminal do anodo, pelo diodo da junção emissor-base de Q2 (corrente  $i_2$ ), pelos coletor e emissor de Q1, e finalmente pelo terminal do catodo e pelo terminal negativo da fonte. A carga R esta alimentada com a tensão da fonte E (menos as quedas de tensão nos transistores). Como  $i_2 > 0$ , o transistor Q2 passa a conduzir, enviando parte da corrente que entra em seu emissor, para seu coletor (corrente  $i_1$ ), que é aplicada à base de Q1. A partir deste momento, a corrente  $i_G$  pode ser interrompida, pois será fornecida por  $i_1$ , que mantém Q1 saturado, que por sua vez mantém Q2 saturado. Enquanto a polarização do tiristor for direta, ou enquanto houver corrente de anodo, o tiristor continua conduzindo.

**Só para os interessados!! (detalhes de implementação de fontes) Existe um valor de corrente mínima de manutenção do tiristor ligado, que é apresentada nos "datasheets" do componente. (o tiristor desliga antes que a corrente chegue a zero!!!)**

**Capacitâncias parasitas entre junções (entre os terminais A e G p.ex.), podem fazer com que seja injetada corrente no gatilho (internamente), com conseqüente disparo do tiristor, quando houver brusca variação na tensão da fonte E. Sugere-se sempre reduzir a sensibilidade do gatilho através de um resistor de 100 Ohms a 1kOhm entre o gatilho e o catodo.**

### 2.2.1 Retificador de meia onda

A figura 2.2c mostra um retificador com apenas um tiristor. É semelhante ao mostrado na figura 2.2b, onde a fonte de tensão continua foi substituída por uma senoidal. O bloco disparador detecta as passagens por zero (positivas) da tensão  $v(t)$ , conta um tempo  $t_\alpha$ , e aplica um pulso de corrente  $i_G$  ao tiristor. (figura 2.2c). Detalhes sobre o disparador serão fornecidos em outro capítulo.

**Só para os interessados.** A amplitude de  $i_G$  vai de décimos de A para tiristores pequenos (até unidades de A), a 1A para tiristores de dezenas de A a unidades de kA.

A explicação a seguir baseia-se na figura 2.2c. Quando  $v(t) > 0$ , o tiristor está diretamente polarizado mas não conduz porque ainda não recebeu o pulso de disparo no gatilho, fornecendo tensão de saída  $v_0(t)$  nula. Após o tempo  $t_\alpha$ , aplica-se o pulso  $i_G$  ao gatilho, disparando o tiristor e aplicando  $v_0(t) = v(t)$  à resistência. Quando  $v(t)$  se tornar nula, o tiristor entra em estado de bloqueio, assim permanecendo enquanto

$v(t) < 0$ . Mesmo que seja aplicado pulso de gatilho enquanto  $v(t) < 0$ , não haverá condução do tiristor. Isso apenas poderá ocorrer no próximo semiciclo positivo.

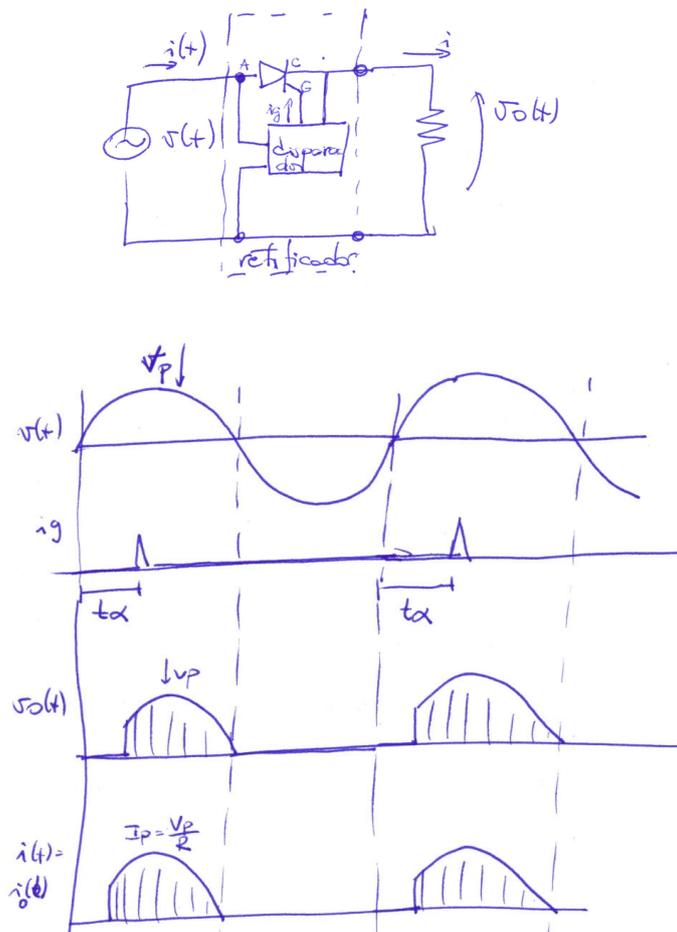


Figura 2.2c Circuito e formas de onda de retificador controlado de meia onda

A tensão média na saída pode ser obtida pela eq. 2.2a.

$$\left[ \begin{aligned}
 V_{0_{media}} &= \frac{\text{área sob } v_0(t)}{\text{período}} = \frac{\int_{t_a}^{T/2} v(t) dt}{T} = \frac{\int_{\alpha}^{\pi} V_p \sin(\theta) d\theta}{2\pi} = \frac{V_p}{2\pi} (1 + \cos \alpha) \quad (0 \leq \alpha \leq \pi) \\
 \text{onde: } \theta &= \omega t \quad \text{e} \quad \alpha = \omega t_a
 \end{aligned} \right. \quad (2.2a)$$

Certifique-se que você entendeu as equações acima, incluindo os limites de integração e a mudança de variáveis. Com o retificador meia onda conseguem-se tensões entre 0 e  $V_p/\pi$ . Consegue-se assim uma fonte de tensão variável, à medida que se varia o ângulo de disparo  $\alpha$ . Deve-se frisar neste ponto, que o valor médio varia, pelo fato do retificador recortar a forma de onda de tensão da rede. Não existe queda de tensão em resistor ou transistor colocado em série com a carga. Quando o tiristor está bloqueado, existe tensão aplicada nele, mas a corrente de anodo é nula, produzindo dissipação nula. Quando o tiristor conduz, a queda de tensão anodo-catodo é muito

pequena, da ordem de 1V. Levando em conta aplicações em 110/220V com  $V_p$  de 155 a 310V, verifica-se que esta queda é percentualmente muito baixa, gerando baixas perdas.

*Só para os interessados.* A eq. 2.2a mostra que a tensão máxima de saída do retificador de meia onda controlado é, metade da tensão que se obtém com um retificador com quatro diodos, porque ele só utiliza um semi-ciclo da tensão da rede. Uma solução empregada em alguns retificadores simples, utilizados em “Dimmers” consiste em intercalar um retificador de 4 diodos entre a rede e o “tiristor e lâmpada”. O disparador deverá gerar um pulso adicional para o semiciclo negativo. Neste caso a tensão de saída varia de 0 a  $2V_p / \pi$ . Certifique-se que entendeu!!

### 2.2.2 Retificador de onda completa (4 tiristores)- carga resistiva

Para aplicações monofásicas de maior potência pode-se empregar um retificador semelhante à ponte com 4 diodos, substituindo-se por tiristores, de acordo com a figura 2.2d.

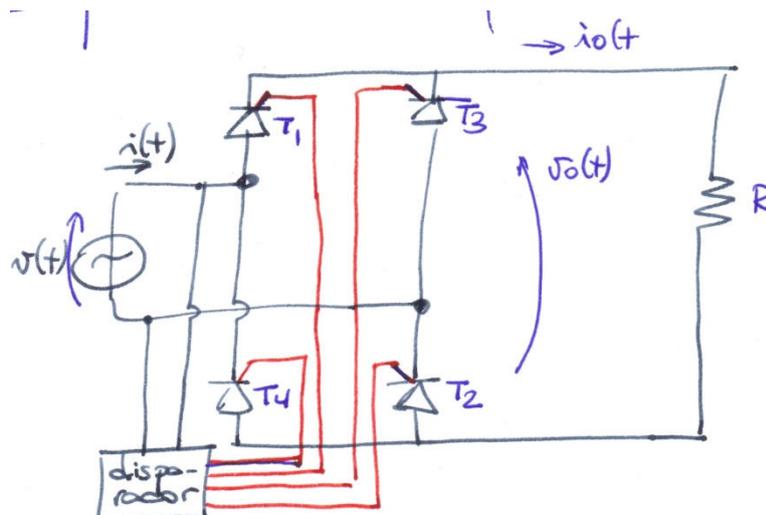


Figura 2.2d Circuito retificador controlado de onda completa

Neste caso o disparador fornece os pulsos  $i_{G1}$  e  $i_{G2}$  (fig. 2.2e), transcorrido um intervalo de tempo  $t_\alpha$  a partir de uma passagem por zero positiva da tensão na rede (início do semi-ciclo positivo). Fornece os pulsos  $i_{G3}$  e  $i_{G4}$ , transcorrido um intervalo de tempo  $t_\alpha$  a partir de uma passagem por zero negativa da tensão na rede (início do semi-ciclo negativo).

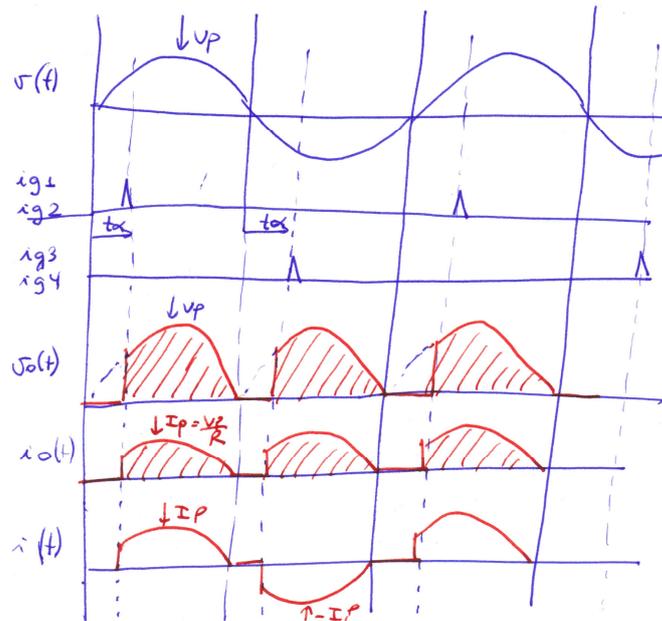


Figura 2.2e formas de onda de retificador controlado de onda completa

No início dos semiciclos positivo e negativo, quando ainda não foi aplicado o sinal de gatilhamento, todos os tiristores estão desligados, fornecendo tensão na saída  $v_0(t)$  nula. Após  $t_\alpha$ , no semiciclo positivo, serão disparados T1 e T2, impondo  $v_0(t) = v(t)$ . As relações entre as correntes e tensões nos lados CA e CC é idêntica à discutida para o retificador com 4 diodos (volte ao caso com carga resistiva, 4 DIODOS se ainda tiver dúvida). A corrente na saída é dada por  $i_0(t) = v_0(t)/R = v(t)/R$ . A corrente na rede é dada por  $i(t) = i_0(t)$ . Ao final do semi-ciclo positivo a corrente fica nula bloqueando T1 e T2. Transcorrido o intervalo de tempo  $t_\alpha$ , do início do semi-ciclo negativo, o disparador ativa T3 e T4, impondo  $v_0(t) = -v(t)$ ,  $i_0(t) = v_0(t)/R = -v(t)/R$  e  $i(t) = -i_0(t)$ . Certifique-se que entendeu as formas de onda e que concorda que a tensão média de saída é:

$$\left[ \begin{aligned} V_{0\text{media}} &= \frac{\text{área sob } v_0(t)}{\text{período}} = \frac{\int_{t_\alpha}^{T/2} v(t) dt}{T/2} = \frac{\int_{\alpha}^{\pi} V_p \sin(\theta) d\theta}{\pi} = \frac{V_p}{\pi} (1 + \cos \alpha) \quad (0 \leq \alpha \leq \pi) \\ \text{onde: } \theta &= \omega t \quad \text{e} \quad \alpha = \omega t_\alpha \end{aligned} \right. \quad (2.2b)$$

### 2.2.3 Retificador de onda completa (4 tiristores)- filtro L

No item anterior a corrente e a tensão na carga apresentam elevada ondulação. Baseando-se na discussão feita no item 2.1.3, discute-se aqui o retificador controlado com filtro L, cujo conjunto "carga+filtro" pode ser considerado como uma fonte de corrente constante de valor  $I_0$ , conforme mostrado na figura 2.2-f

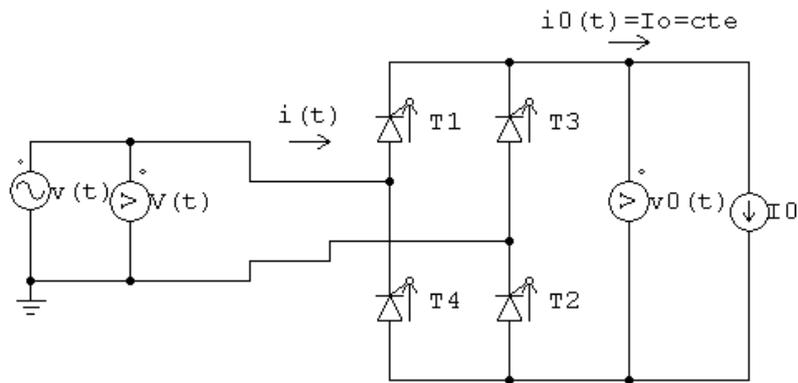


Figura 2.2-f ponte retificadora controlada com carga do tipo fonte de corrente

A figura 2.2-g apresenta as formas de onda para atraso de disparo de  $t_\alpha$ . Inicia-se a explicação, a partir do intervalo II onde a tensão na rede é positiva, e os tiristores T1 já estão disparados. O retificador esta na condição "II" mostrada na figura 2.2.h, impondo  $v_0(t) = v(t)$ , e  $i(t) = i_0(t) = I_0$ . No inicio o intervalo "III" (vide circuito na fig. 2.2h e formas de onda na fig. 2.2g), a tensão na rede fica negativa, os tiristores T3 e T4 ainda não foram disparados, e a corrente  $I_0$  da fonte de corrente não pode ser interrompida. Na falta de outro caminho,  $I_0$  continua a circular por T1 e T2, continuando a valerem as relações  $v_0(t) = v(t)$ , e  $i(t) = i_0(t) = I_0$ . Assim, a tensão de saída acompanha a da rede, ficando negativa, e a corrente na rede continua positiva.

Qdo o disparador ativa T3 e T4, que estão polarizados diretamente, estes passam a conduzir, aplicando tensão reversa em T1 e T2, que bloqueiam instantaneamente (se a indutância da rede for nula). Com T3 e T4 disparados passa-se à situação IV mostrada no circuito da fig. 2.2h e formas de onda da fig. 2.2g, quando  $v_0(t) = -v(t)$ , e  $i(t) = -i_0(t) = -I_0$ . A tensão de saída passa a ser positiva e a corrente na rede passa a ser negativa.

No inicio o intervalo "I" (vide circuito na fig. 2.2h e formas de onda na fig. 2.2g), a tensão na rede fica positiva, os tiristores T1 e T2 ainda não foram disparados, e a corrente  $I_0$  da fonte de corrente não pode ser interrompida. Na falta de outro caminho,  $I_0$  continua a circular por T3 e T4, continuando a valerem as relações  $v_0(t) = -v(t)$ , e  $i(t) = -i_0(t) = -I_0$ . Assim, a tensão de saída acompanha a da rede com sinal invertido, ficando negativa. A corrente na rede continua negativa.

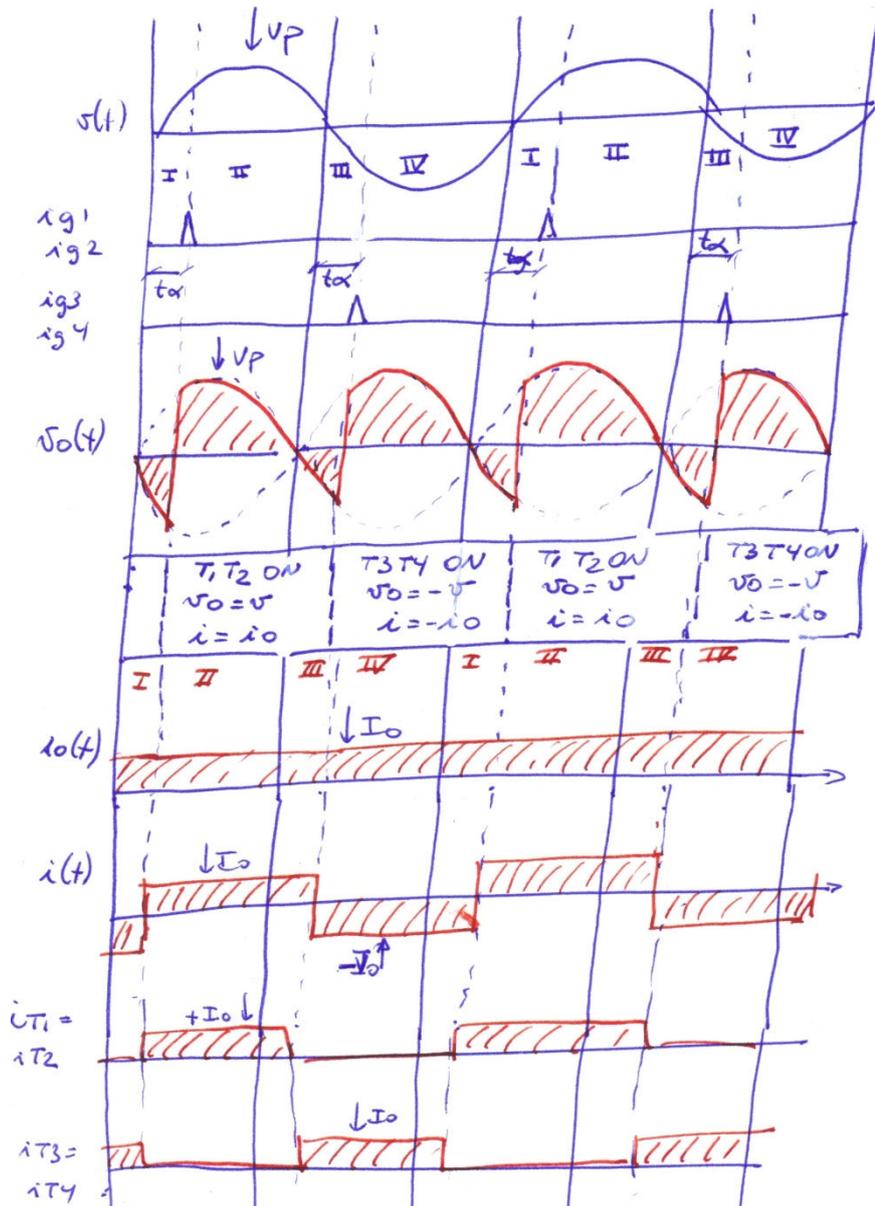


Figura 2.2g formas de onda de retificador controlado de onda completa com filtro L

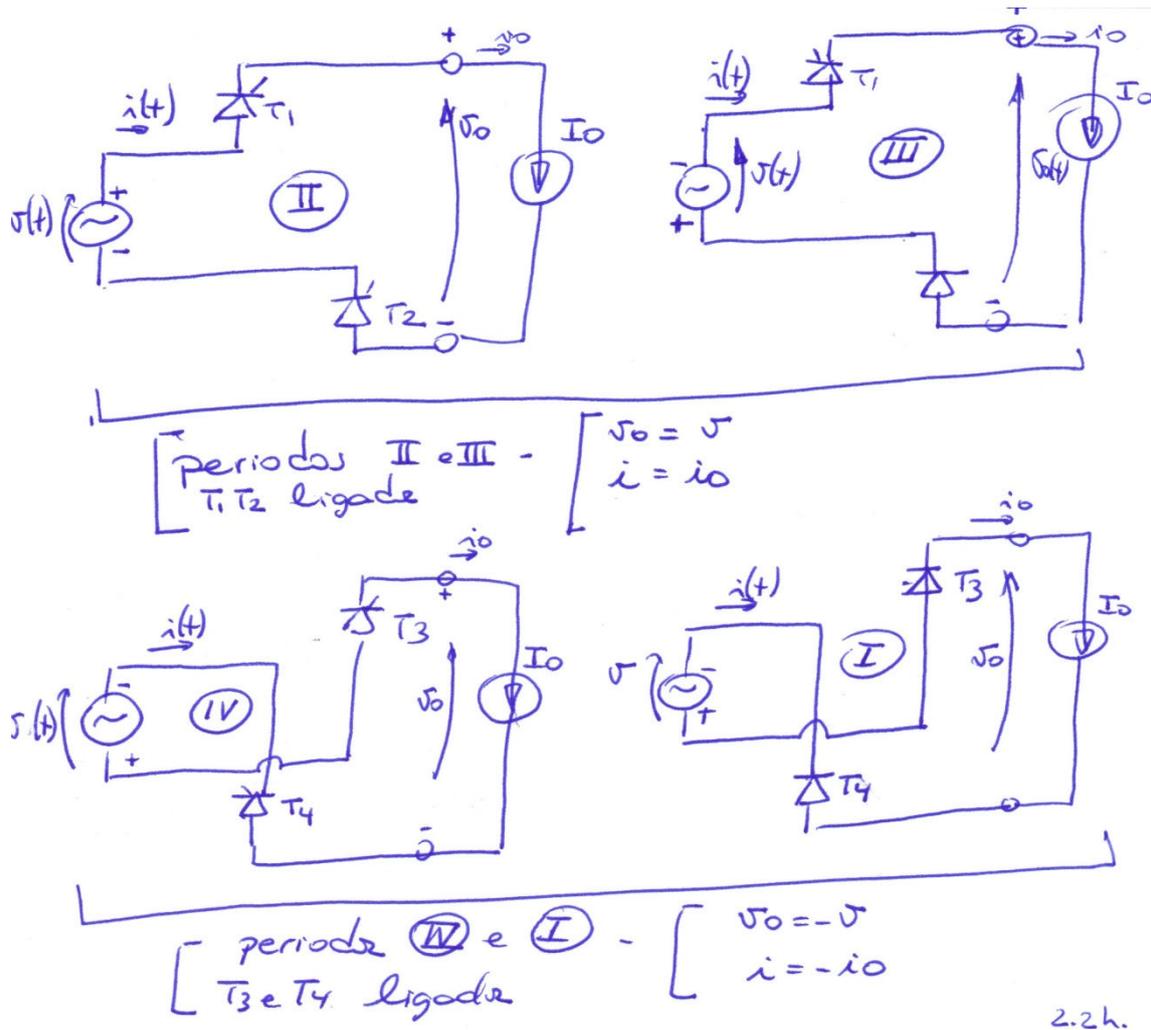


Figura 2.2.h quatro condições de operação do retificador controlado com filtro L

Calculam-se a seguir as grandezas de interesse.

A tensão média na saída é calculada por:

$$\left[ \begin{aligned}
 V_{0\text{media}} &= \frac{\text{área sob } v_0(t)}{\text{período}} = \frac{\int_{t\alpha}^{T/2+t\alpha} v(t)}{T/2} = \frac{\int_{\alpha}^{\pi+\alpha} V_p \sin(\theta) d\theta}{\pi} = \frac{2V_p}{\pi} \cos \alpha \quad (0 \leq \alpha \leq \pi) \\
 \text{onde: } \theta &= \omega t \quad \text{e} \quad \alpha = \omega t_a
 \end{aligned} \right.$$

(2.2c)

Nota-se que a tensão média na saída varia de  $2V_p/\pi$  a  $-2V_p/\pi$ , para ângulo de disparo variando de 0 a  $\pi$  rad (0 a 180 graus)

A corrente eficaz de  $i(t)$ , que tem forma de onda quadrada, tem valor  $I_0$ . Nota-se que a forma de onda de  $i(t)$ , é idêntica à do retificador não controlado, estando defasada de um ângulo  $\alpha$  (ângulo de disparo). O espectro de  $i(t)$  foi descrito na eq. 2.1.3-k.

A corrente eficaz nos tiristores vale  $I_0/\sqrt{2}$  e o seu valor médio vale  $I_0/2$ . (Provar!!)

A potencia ativa no lado CA é igual à do lado CC ( se as perdas forem desprezadas), valendo :

$$P_{CA} = P_{CC} = \frac{1}{T} \int_0^T v_0(t) i_0(t) dt = I_0 V_{0\text{medio}} = \frac{2V_p I_0}{\pi} \cos \alpha \quad (2.2d)$$

A potencia ativa varia de  $\frac{2V_p I_0}{\pi} \cos \alpha$  a  $-\frac{2V_p I_0}{\pi} \cos \alpha$ . Nota-se que como a corrente é sempre positiva e a tensão pode ficar negativa, a potencia ativa pode se tornar negativa, o que significa que o retificador pode enviar energia do lado CC para o lado CA. Esta característica é muito empregada na frenagem de motores CC, devolvendo a energia cinética para a rede. Outra aplicação são os sistemas de transmissão em CC, que serão abordados em breve.

A potencia aparente é definida por:

$$S = V_{ef} I_{ef} = \frac{V_p}{\sqrt{2}} I_0 \quad (2.2-e)$$

O fator de potencia é dado por:

$$FP = \frac{P}{S} = \frac{V_{0\text{medio}} I_0}{(V_p/\sqrt{2}) I_0} = \frac{2V_p \cos \alpha / \pi}{(V_p/\sqrt{2})} = 0.9 \cos \alpha \quad (2.2-f)$$

O baixo fator de potencia é devido à presença de harmônicos na corrente e à defasagem entre os componentes fundamentais de tensão e corrente na rede ( $\alpha$ ). **O inconveniente deste retificador é o baixo valor do fator de potencia para a operação com elevados ângulos de disparo.**

#### 2.2.4 Comutação dos tiristores para Retificador de onda completa (4 tiristores)- filtro L

Neste item será considerado o efeito da indutância da rede, nas formas de onda e no valor médio da tensão de saída. O circuito com  $L_s$  é mostrado na figura 2.2i.

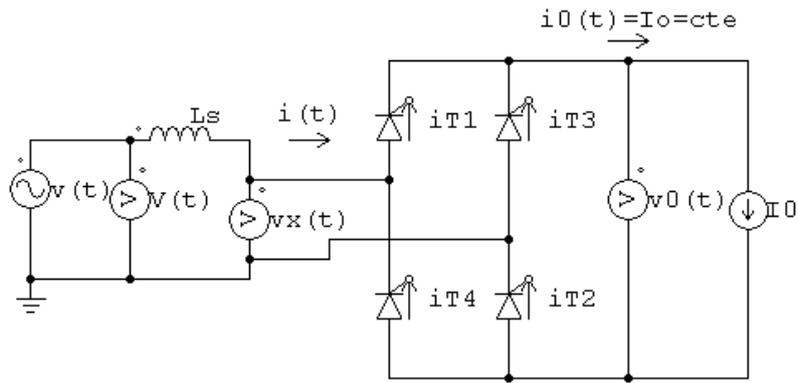
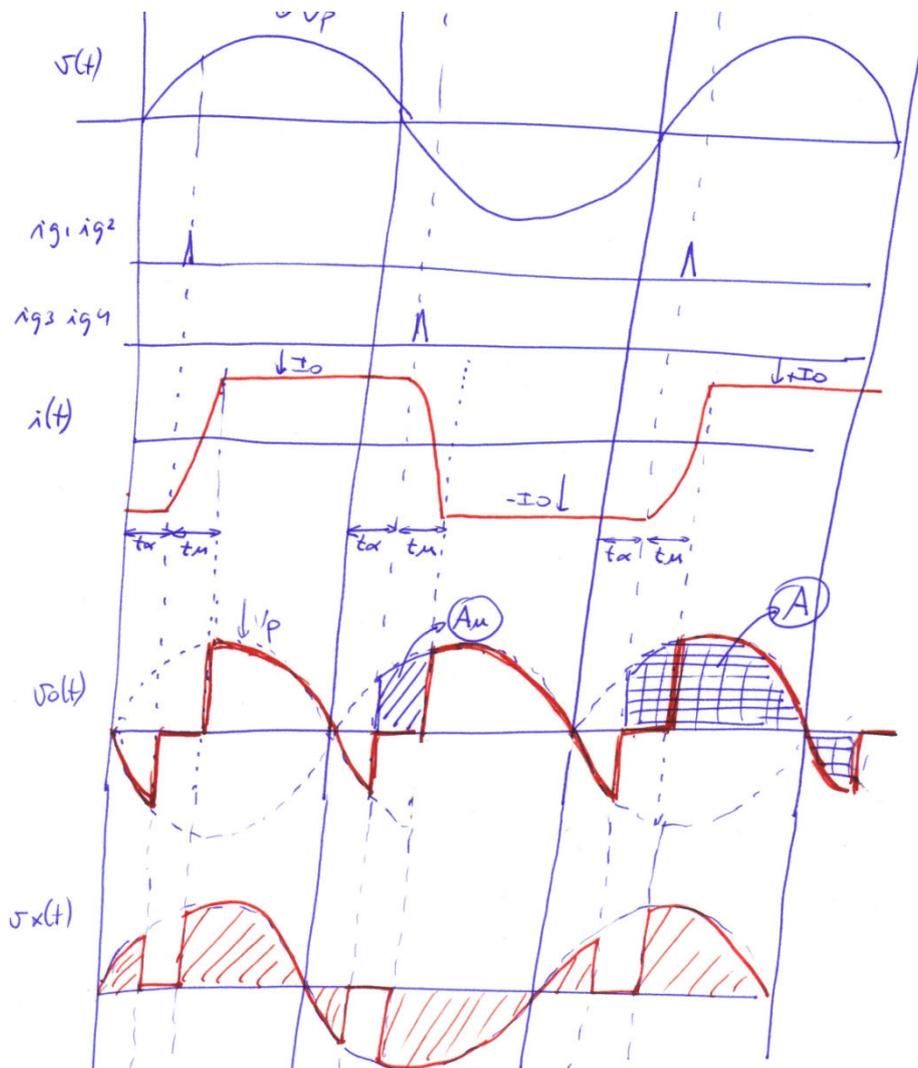


Figura 2.2-i Retificador controlado mostrando a indutância da rede  $L_s$

As formas de onda relevantes são mostradas na figura 2.2-j. Parte-se da figura 2.2-g, e da explicação da operação do retificador controlado sem indutância de rede, vistos no item anterior. Recomenda-se rever o fenômeno da comutação para o retificador a diodos antes de seguir a leitura.



2.2-j formas de onda mostrando o fenômeno da comutação

Com indutância na rede, a corrente  $i(t)$  não poderá apresentar transições abruptas nos instantes de disparo dos pares de tiristores. As transições terão taxa de subida (ou descida) definidas pela tensão da rede e por  $L_s$ . Na figura 2.2-j, ao se disparar T1 e T2, a corrente  $i(t)$  excursionará lentamente entre  $-I_0$  e  $+I_0$ . Tal como no retificador a diodos, a corrente em T1 e T2 decrescerá lentamente até o bloqueio, enquanto a corrente em T3 e T4 crescerá lentamente até atingir a plena condução com amplitude  $I_0$ . Logo após o disparo de T1 e T2, existirá um intervalo  $t_u$ , quando os quatro tiristores conduzirão simultaneamente, impondo  $v_0 = 0$  e  $v_x = 0$ . O fenômeno é idêntico ao que ocorre no caso com diodos. A única diferença é que ocorre defasada de um intervalo de tempo  $t_\alpha$ .

A tensão média na saída é calculada subtraindo-se  $A_u$  da área  $A$  mostrada na figura 2.2-j. O período de  $v_0(t)$  é  $T/2$ :

$$V_{0\text{medio}} = \frac{A - A_u}{T/2} = \frac{\int_{t_\alpha}^{T/2+t_\alpha} v_o dt}{T/2} = \frac{\int_{t_\alpha}^{T/2+t_\alpha} V_p \text{sen}(\omega t) dt - \int_{t_\alpha}^{t_\alpha+t_u} V_p \text{sen}(\omega t) dt}{T/2} = \quad (2.2g)$$

$$= \frac{2V_p}{\pi} \cos \alpha - \frac{A_u}{T/2}$$

Falta obter o valor de  $A_u$ . Sabe-se que para o um indutor:

$$v_{L_s} = v - v_x = L_s \frac{di}{dt} \quad (2.2h)$$

Multiplicando os dois lados por  $dt$  e integrando-os, obtém-se a eq. 2.2i. A integral do lado esquerdo, no domínio do tempo, será calculada de  $t=t_\alpha$  a  $t=t_\alpha + t_u$ . Para  $t=t_\alpha$  a corrente tem valor  $-I_0$  e para  $t=t_\alpha + t_u$  tem valor  $+I_0$ . Assim, a segunda integral, tem limites de integração de  $-I_0$  a  $+I_0$ . Durante a comutação,  $v_x = 0$ .

$$\int_{t_\alpha}^{t_\alpha+t_u} V_p \text{sen}(\omega t) dt = A_u = L_s \int_{-I_0}^{+I_0} di = L_s (I_0 - (-I_0)) = 2L_s I_0 \quad (2.2i)$$

Substituindo  $A_u$  na eq. 2.2g:

$$V_{0\text{medio}} = \frac{2V_p}{\pi} \cos \alpha - \frac{A_u}{T/2} = \frac{2V_p}{\pi} - \frac{2L_s I_0}{T/2} \quad (2.2j)$$

Como  $\omega = 2\pi f = 2\pi / T$ , resulta que  $T/2 = \pi / \omega$ , que substituído na eq. 2.2j :

$$V_{0\text{medio}} = \frac{2V_p}{\pi} - \frac{2L_s I_0}{T/2} = \frac{2V_p}{\pi} - \frac{2\omega L_s I_0}{\pi} \quad (2.2k)$$

A eq. 2.2k é semelhante à equação deduzida para o caso com diodos. Um aumento em  $L_s$  ou na corrente de saída, reduzem a tensão média na saída.

**Só para os interessados.** O intervalo de comutação pode ser calculado a partir da eq. 2.2i.

$$\int_{t_\alpha}^{t_\alpha+t_u} V_p \sin(\omega t) dt = A_u = 2L_s I_0 = -\frac{V_p}{\omega} \cos(\omega t) \Big|_{t_\alpha}^{t_\alpha+t_u} =$$

$$= \frac{V_p}{\omega} (\cos(\omega(t_\alpha)) - \cos(\omega(t_\alpha + t_u))) = \frac{V_p}{\omega} (\cos(\theta_\alpha) - \cos(\theta_\alpha + \theta_u))$$

$$\theta_u = a \cos \left( \cos(\theta_\alpha) - \frac{2\omega L_s I_0}{V_p} \right) - \theta_\alpha \quad (2.2i) \quad (2.2i)$$