UNIDADE 17 – Propriedades Elétricas dos Materiais

1. Uma tensão elétrica constante U é aplicada sobre um corpo cilíndrico homogêneo com seção transversal de área A, comprimento L e resistência R. Supondo que o corpo obedece à Lei de Ohm, mostre que as versões macroscópica e microscópica dessa lei são equivalentes.

2. À temperatura ambiente (25°C), a resistividade elétrica do alumínio é igual a $2{,}655 \times 10^{-8}$ Ω.m e a mobilidade dos elétrons livres (responsáveis pela condução elétrica) é igual a $1{,}2 \times 10^{-3}$ $m^2V^{-1}s^{-1}$.

a. Calcule o número de elétrons livres por cm^3 de alumínio.

b. Calcule o número de elétrons livres por átomo de alumínio.

3. O silício é o material mais utilizado para a fabricação de dispositivos semicondutores. Ele é um semicondutor intrínseco que também pode ser dopado, e os materiais dopados são semicondutores extrínsecos. Considerando o caso do silício sem dopagem e os dados apresentados abaixo (referentes ao silício não dopado a 20°C), calcule:

a. o número de portadores de carga por cm^3 do silício;

b. a razão entre o número de átomos de silício e o número de átomos de silício que contribuem efetivamente para a condução elétrica.

4. Em geral, a condutividade elétrica dos materiais metálicos decresce com o aumento da temperatura, enquanto a condutividade dos semicondutores intrínsecos cresce com o aumento da temperatura. Justifique a diferença.

5. Para um semicondutor de germânio dopado com fósforo, o limite superior de temperatura do comportamento extrínseco é 100°C. A condutividade extrínseca do semicondutor nessa temperatura é 60 Ω^{-1}.m^{-1}. Sabendo que as mobilidades dos elétrons livres e dos buracos eletrônicos para o germânio nessa condição são, respectivamente, 0,364 $m^2V^{-1}m^{-1}$ e 0,190 $m^2V^{-1}m^{-1}$, calcule o teor de fósforo adicionado na dopagem desse semicondutor à base de germânio.

6. Para um semicondutor de silício dopado com gálio, a condutividade extrínseca na temperatura ambiente é $2,00 \times 10^{-2}\ \Omega^{-1}.m^{-1}$. Sabendo que as mobilidades dos elétrons livres e dos buracos eletrônicos para o silício nessa condição são, respectivamente, 0,140 $m^2V^{-1}m^{-1}$ e 0,038 $m^2V^{-1}m^{-1}$, calcule o teor de gálio adicionado na dopagem desse semicondutor à base de silício.

7. Para um semicondutor de silício dopado com arsênio, a condutividade extrínseca na temperatura ambiente é $2,00 \times 10^{-2}\ \Omega^{-1}.m^{-1}$. Sabendo que as mobilidades dos elétrons livres e dos buracos eletrônicos para o silício nessa condição são, respectivamente, 0,140 $m^2V^{-1}m^{-1}$ e 0,038 $m^2V^{-1}m^{-1}$, calcule o teor de arsênio adicionado na dopagem desse semicondutor à base de silício.

UNIDADE 17 – Propriedades Elétricas dos Materiais

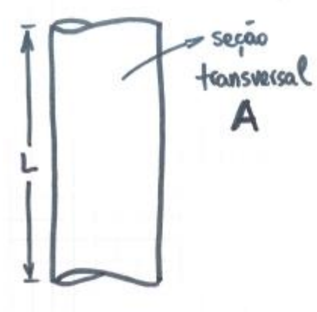
1. Uma tensão elétrica constante U é aplicada sobre um corpo cilíndrico homogêneo com seção transversal de área A, comprimento L e resistência R. Supondo que o corpo obedece à Lei de Ohm, mostre que as versões macroscópica e microscópica dessa lei são equivalentes.

*A **versão macroscópica da Lei de Ohm** é representada pela equação:*

$$U = R \cdot I$$

*onde **I** corresponde à CORRENTE ELÉTRICA que atravessa um dado corpo de RESISTÊNCIA **R**, quando sob a ação de uma TENSÃO ELÉTRICA **U**.*

*Para um corpo cilíndrico homogêneo com SEÇÃO TRANSVERSAL de área **A** e COMPRIMENTO **L** , a RESISTÊNCIA (**R**) do corpo se correlaciona com a RESISTIVIDADE ELÉTRICA (ρ) do material por meio da relação:*



$$R = \rho \left(\frac{L}{A}\right)$$

Combinando essas duas equações, temos:

$$U = \rho \left(\frac{L}{A}\right) \cdot I$$

que, rearranjada, resulta na equação:

$$\frac{U}{L} = \rho \left(\frac{I}{A}\right)$$

*Ora, foi apresentada na aula teórica a definição de CAMPO ELÉTRICO **E** :*

CAMPO ELÉTRICO (Força por unidade de carga) = TENSÃO ELÉTRICA por unidade de comprimento = DIFERENÇA DE POTENCIAL (ddp) por unidade de comprimento = GRADIENTE DE POTENCIAL = "VOLTAGEM" por unidade de comprimento

...ou seja :

$$\frac{U}{L} = E$$

Assim, combinando as duas equações anteriores, e rearranjando, temos:

$$\frac{U}{L} = E = \rho\left(\frac{I}{A}\right) \rightarrow \frac{E}{\rho} = \frac{I}{A}$$

Como a condutividade s é igual a (1/r), e como o fluxo J é igual a (I/A), chegamos a:

$$J = E \cdot \sigma$$

*que é a expressão da **versão microscópica da Lei de Ohm**.*

2. À temperatura ambiente (25°C), a resistividade elétrica do alumínio é igual a $2{,}655\text{x}10^{-8}$ Ω.m e a mobilidade dos elétrons livres (responsáveis pela condução elétrica) é igual a $1{,}2\text{x}10^{-3}$ $m^2V^{-1}s^{-1}$.

2a - Cálculo do número de elétrons livres por cm^3 de alumínio

A condutividade elétrica (σ) de um metal se relaciona com a densidade de elétrons livres (n) por meio da equação

$$\sigma = n\ |e|\ \mu_e \qquad (1)$$

onde |e| é a magnitude da carga elementar do elétron e μ_e é a mobilidade dos elétrons livres.

Sabemos também que a condutividade elétrica e a resistividade elétrica (ρ) são inversamente proporcionais ($\sigma = 1 / \rho$). Assim:

$$\rho = 2{,}655\text{x}10^{-8}\ \Omega.m \quad \Rightarrow \quad \sigma = 1 / 2{,}655\text{x}10^{-8} = 3{,}766\text{x}10^{7}\ \Omega^{-1}m^{-1}.$$

Substituindo os valores de σ, |e| e μ_e na equação (1) obtemos:

$$n = 1{,}96 \text{ x } 10^{29} \text{ elétrons/m}^3 = 1{,}96 \text{ x } 10^{23} \text{ elétrons/cm}^3$$

2b - Cálculo do número de elétrons livres por átomo de alumínio

A densidade do alumínio n_{Al} em número de átomos por centímetro cúbico pode ser obtida por meio da relação:

$$\frac{26{,}98\ g/mol}{2{,}7\ g/cm^3} = \frac{6{,}022 \times 10^{23}\ \text{átomos}/mol}{n_{Al}}$$

$$n_{Al} = 6{,}026 \times 10^{22}\ \text{átomos}/cm^3$$

Assim, o número de elétrons livres por átomo de alumínio é :

$$\frac{n}{n_{Al}} = 3,25$$

3. O silício é o material mais utilizado para a fabricação de dispositivos semicondutores. Ele é um semicondutor intrínseco que também pode ser dopado, e os materiais dopados são semicondutores extrínsecos. Considerando o caso do silício sem dopagem e os dados apresentados abaixo (referentes ao silício não dopado a 20°C), calcule:

3a - Cálculo do número de portadores de carga por cm^3 de silício

A condutividade elétrica (σ) de um semicondutor pode ser representada pela equação

$$\sigma = n\ |e|\ \mu_e + p\ |e|\ \mu_b \qquad (1)$$

onde n e p são, respectivamente, o número de elétrons livres e de buracos eletrônicos por unidade de volume, |e| é a magnitude da carga elementar do elétron e μ_e e μ_b são, respectivamente, a mobilidade dos elétrons livres e dos buracos eletrônicos.

Para semicondutores intrínsecos n = p , e da equação (1) resulta :

$$\sigma = n\ |e|\ (\mu_e + \mu_b)$$

Substituindo na equação acima os valores numéricos fornecidos, obtemos :

$$n = p = 1{,}5\ x10^{19}\ portadores/m^3 = 1{,}5x10^{13}\ portadores/cm^3$$

3b - Cálculo da razão entre o número de átomos de silício e o número de átomos de silício que contribuem efetivamente para a condução elétrica

A razão entre o número de átomos de silício e o número de átomos de silício que contribuem para a condução elétrica é dada por :

$$R = \frac{\rho\ \acute{a}tomos/cm^3}{n\ portadores/cm^3} = \frac{4{,}997 \times 10^{22}}{1{,}5 \times 10^{13}} = 3{,}3 \times 10^{9}\ {}^{\acute{a}tomos}/_{portador}$$

...ou seja, 1 em cada 3,3 x 10^9 átomos de silício contribui para a condutividade elétrica.

4. Em geral, a condutividade elétrica dos materiais metálicos decresce com o aumento da temperatura, enquanto a condutividade dos semicondutores intrínsecos cresce com o aumento da temperatura. Justifique a diferença.

Nos ***materiais metálicos****, à medida que a temperatura aumenta, aumenta a probabilidade de espalhamento dos elétrons livres, o que leva a uma diminuição da mobilidade eletrônica* μ_{METAL}.

Por outro lado, é pouco significativo o aumento do número de elétrons livres n_{METAL} *com o aumento da temperatura.*

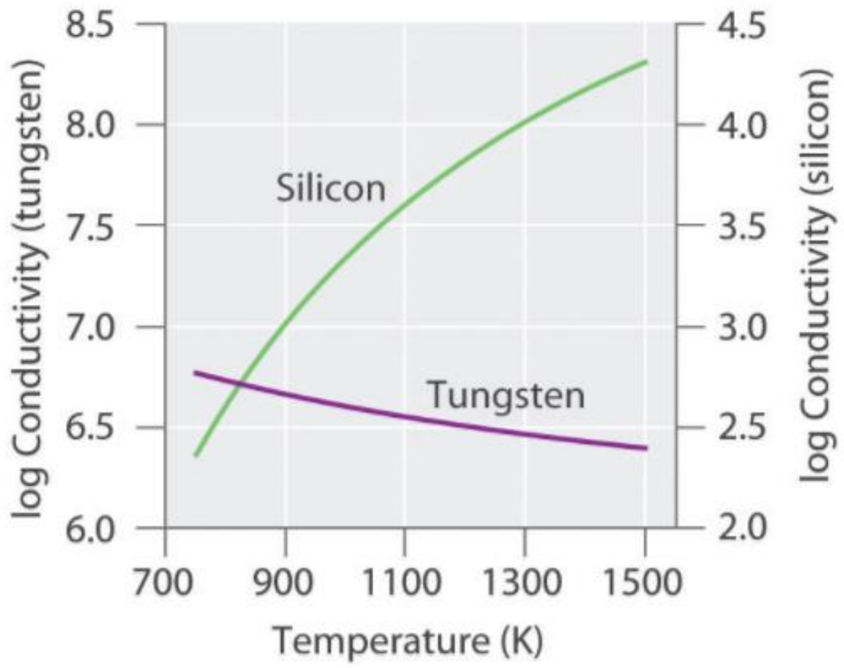
Assim o comportamento da condutividade σ_{METAL} *dos metais é basicamente governado pelo comportamento da mobilidade eletrônica* μ_{METAL} *e a condutividade* [$\sigma_{METAL} = n_{METAL}.|e|.\mu_{METAL}$] *diminui com o aumento da temperatura.*

Nos ***materiais semicondutores intrínsecos****, a mobilidade dos portadores de carga* (μ_e *e* μ_b) *também decresce à medida que a temperatura aumenta.*

No entanto, o aumento no número de elétrons n_{SEMIC} *que conseguem saltar da banda de valência para a banda de condução é muito significativo.*

Desta forma, no cômputo geral, a condutividade σ_{SEMIC} [$\sigma_{SEMIC} = n_{SEMIC}\ .|e|.(\mu_e + \mu_b)$] *dos semicondutores intrínsecos aumenta com o aumento da temperatura.*

Figure 12.26 *The Temperature Dependence of the Electrical Conductivity of a Metal versus a Semiconductor*



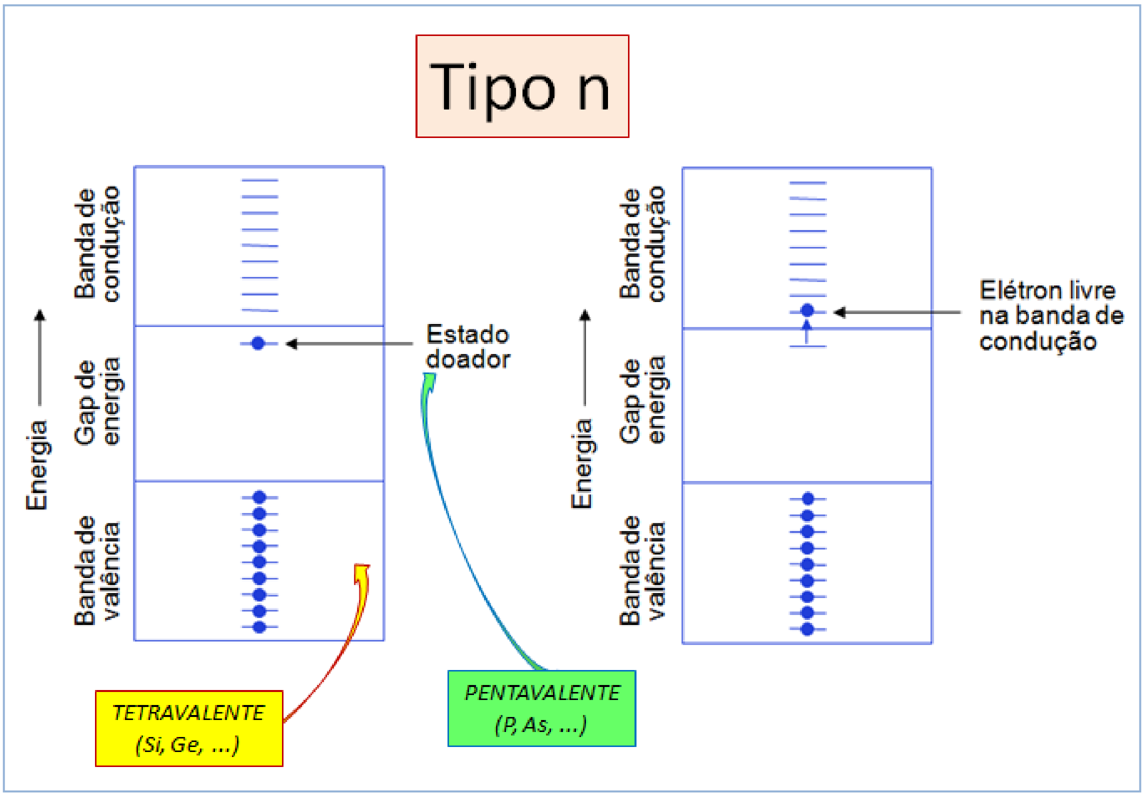
The conductivity of the metal (tungsten) decreases relatively slowly with increasing temperature, whereas the conductivity of the semiconductor (silicon) increases much more rapidly.

Fonte: *http://webmis.highland.cc.il.us/~jsullivan/principles-of-general-chemistry-v1.0/s16-06-bonding-in-metals-and-semicond.html. Consultado em junho de 2017*

5. Para um semicondutor de germânio dopado com fósforo, o limite superior de temperatura do comportamento extrínseco é 100°C. A condutividade extrínseca do semicondutor nessa temperatura é 60 $\Omega^{-1}.m^{-1}$. Sabendo que as mobilidades dos elétrons livres e dos buracos eletrônicos para o germânio nessa condição são, respectivamente, 0,364 $m^2V^{-1}m^{-1}$ e 0,190 $m^2V^{-1}m^{-1}$, calcule o teor de fósforo adicionado na dopagem desse semicondutor à base de germânio.

*O exercício trata da dopagem do germânio (valência 4) com fósforo (valência 5) → o fósforo é uma impureza **DOADORA** de elétrons, e o semicondutor extrínseco produzido é do **tipo n**.*

*Um esquema das bandas de energia desse semicondutor – **tipo n** – é dado abaixo.*



Num semicondutor tipo n, os principais portadores de carga são os elétrons livres, sendo que o seu número supera, em muito, o número de buracos eletrônicos. A equação que relaciona a condutividade à mobilidade dos portadores de carga

$$\sigma = n\ |e|\ \mu_e + p\ |e|\ \mu_b$$

se reduz então a

$$\sigma = n\ |e|\ \mu_e$$

pois n >>> p.

Cada átomo de fósforo "fornece" um elétron, e dessa forma, o número de átomos de fósforo por unidade de volume será igual ao número de portadores (-= elétrons livres).

Substituindo os valores na equação, temos que :

$$n = \frac{\sigma}{|e| \cdot \mu_e} = \frac{60\, \Omega^{-1} m^{-1}}{(1{,}6 \times 10^{-19} C)(0{,}364\, m^2 V^{-1} s^{-1})} = 1{,}03 \times 10^{21}\, portadores/m^3$$

Esse número de portadores por m^3, afinal, é alto ou é baixo? O que ele significa, na realidade? O enunciado do exercício não pede, mas vamos dar avaliar o que ele pode significar...

Um mol de fósforo (6,02 x 10^{23} átomos) equivale a 30,97g. Sabemos que cada átomo de P é responsável por um elétron (um "portador" de carga...)... então, 1,03 x 10^{21} portadores/m^3 vão corresponder a qual massa de P que precisa ser adicionada por m^3? É só resolver a seguinte regra de três:

1 mol de P ≡ 6,02 x 10^{23} portadores → 30,98 g de P

1,03 x 10^{21} portadores/m^3 ← massa de P/m^3

$$masssa\ de\ P/m^3 = \frac{1{,}03 \times 10^{21} \times 30{,}98}{6{,}02 \times 10^{23}} = 0{,}053\, g\ de\ P/m^3$$

A densidade do germânio puro é igual a 5,32 g/cm^3 → 5,32 x 10^6 g/m^3, ou seja, em um metro cúbico de germânio existem 5,32 x 10^6 g de Ge.

Se tomarmos como referência um volume de 1 m^3 para fazer a estimativa da relação mássica entre P e Ge para realizar a dopagem, temos:

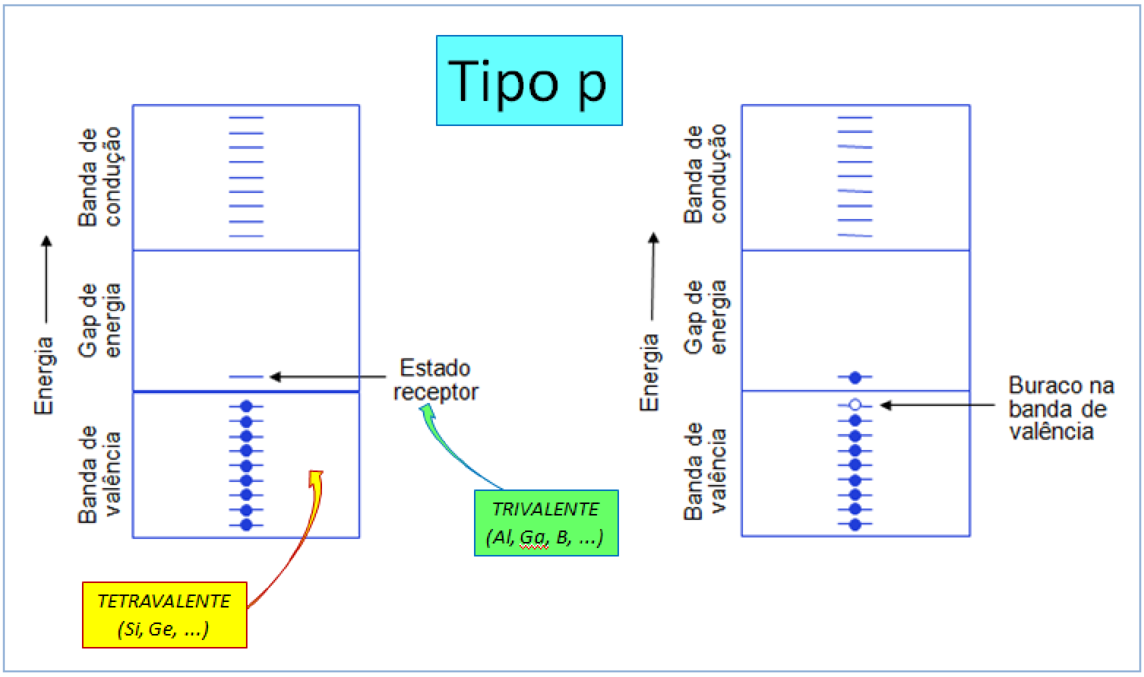
em 1m^3 → $\frac{0{,}053\, g\, P}{5{,}32 \times 10^6 g\, Ge} = 9{,}96 \times 10^{-9} \cong 10\, ppb\ (partes\ por\ bilhão)$

... pois é, esse número de portadores por metro cúbico aparentemente bem elevado (da ordem de 10^{21}!), corresponde, na realidade, a uma adição muito pequena de dopante !

6. Para um semicondutor de silício dopado com gálio, a condutividade extrínseca na temperatura ambiente é $2{,}00 \times 10^{-2}\ \Omega^{-1}.m^{-1}$. Sabendo que as mobilidades dos elétrons livres e dos buracos eletrônicos para o silício nessa condição são, respectivamente, $0{,}140\ m^2V^{-1}m^{-1}$ e $0{,}038\ m^2V^{-1}m^{-1}$, calcule o teor de gálio adicionado na dopagem desse semicondutor à base de silício.

O exercício trata da dopagem do silício (valência 4) com gálio (valência 3) → o gálio é uma impureza ***RECEPTORA*** *de elétrons, e o semicondutor extrínseco produzido é do* ***tipo p****.*

Um esquema das bandas de energia desse semicondutor – ***tipo p*** *– é dado a seguir.*



Num semicondutor tipo p, os principais portadores de carga são os buracos eletrônicos, sendo que o seu número supera o número de elétrons livres. A equação que relaciona a condutividade à mobilidade dos portadores de carga

$$\sigma = n\ |e|\ \mu_e + p\ |e|\ \mu_b$$

se reduz então a

$$\sigma = p\ |e|\ \mu_b$$

pois p >>> n.

Cada átomo de gálio "fornece" um buraco eletrônico, e dessa forma, o número de átomos de gálio por unidade de volume será igual ao número de portadores (que são buracos eletrônicos).

Substituindo os valores na equação, chegamos a :

$$p = \frac{\sigma}{|e| \cdot \mu_b} = \frac{2{,}0 \times 10^{-2}\ \Omega^{-1} m^{-1}}{(1{,}6 \times 10^{-19} C)(0{,}038\ m^2 V^{-1} s^{-1})} = 3{,}29 \times 10^{18}\ portadores/m^3$$

7. Para um semicondutor de silício dopado com arsênio, a condutividade extrínseca na temperatura ambiente é 2,00x10^{-2} Ω^{-1}.m^{-1}. Sabendo que as mobilidades dos elétrons livres e dos buracos eletrônicos para o silício nessa condição são, respectivamente, 0,140 m^{2}V^{-1}m^{-1} e 0,038 m^{2}V^{-1}m^{-1}, calcule o teor de arsênio adicionado na dopagem desse semicondutor à base de silício.

*O exercício trata da dopagem do silício (valência 4) com arsênio (valência 5) → o arsênio é uma impureza **DOADORA** de elétrons, e o semicondutor extrínseco produzido é do **tipo n**.*

*Um esquema das bandas de energia desse semicondutor – **tipo n** – já foi dado no gabarito do exercício 5.*

Num semicondutor tipo n, os principais portadores de carga são os elétrons livres, sendo que o seu número supera o número de buracos eletrônicos. A equação que relaciona a condutividade à mobilidade dos portadores de carga

$$\sigma = n\ |e|\ \mu_e + p\ |e|\ \mu_b$$

se reduz então a

$$\sigma = n\ |e|\ \mu_e$$

pois n >>> p.

Cada átomo de arsênio "fornece" um elétron livre, e dessa forma, o número de átomos de arsênio por unidade de volume será igual ao número de portadores (que são elétrons livres).

Substituindo os valores na equação, chegamos a :

$$n = \frac{\sigma}{|e| \cdot \mu_e} = \frac{2{,}0 \times 10^{-2}\ \Omega^{-1} m^{-1}}{(1{,}6 \times 10^{-19} C)(0{,}140\ m^2 V^{-1} s^{-1})} = 8{,}93 \times 10^{17}\ portadores/m^3$$

Vale a pena fazer alguns comentários a respeito dos resultados dos exercícios 6 e 7.

- *Em primeiro lugar, observamos que a mesma condutividade pode ser obtida com concentrações diferentes de dopantes diferentes → dopantes doadores de elétrons, devido à maior mobilidade dos elétrons livres, precisam ser adicionados em menor quantidade para se atingir a mesma condutividade.*

- *Uma segunda observação merece ser feita, esta em relação aos valores das mobilidades dos elétrons livres e dos buracos eletrônicos utilizados nos exercícios 6 e 7 – você deve ter notado que eles são os mesmos. Eles efetivamente podem ser considerados iguais quando as concentrações de dopantes são muito pequenas, o que é o caso nos dois exercícios. Segue um trecho do livro de Shackelford (Shackelford, J.F. Ciência dos Materiais. 6ª Ed. Pearson. 2008. Cap. 17) no qual esta observação se baseia:*

Nota importante: Conforme indicado no texto, as mobilidades dos portadores nas tabelas 17.1 e 17.5 se aplicam a materiais extrínsecos e também intrínsecos. Por exemplo, a mobilidade do elétron de condução no germânio não muda significativamente com a adição de impureza, desde que os graus de impureza não sejam grandes.

As Tabelas mencionadas no parágrafo acima, onde constam os valores das mobilidades empregados nos exercícios, são apresentadas a seguir.

Tabela 17.1 Propriedades elétricas para alguns semicondutores elementares intrínsecos em temperatura ambiente (300 K).

Grupo	Semi-condutor	E_g (eV)	μ_e [m²/(V·s)]	μ_h [m²/(V·s)]	$n_e (= n_h)$ (m^{-3})
IV A	Si	1,107	0,140	0,038	14×10^{15}
	Ge	0,66	0,364	0,190	23×10^{18}

Fonte: Dados de W. R. Runyan e S. B. Watelski, em *Handbook of Materials and Processes for Electronics*, C. A. Harper (ed.), Nova York: McGraw-Hill Book Company, 1970.

Tabela 17.5 Propriedades elétricas para alguns semicondutores intrínsecos, compostos, em temperatura ambiente (300 K)

Grupo	Semi-condutor	E_g (eV)	μ_e [m²/(V·s)]	μ_h [m²/(V·s)]	$n_e (= n_h)$ (m^{-3})
III–V	AlSb	1,60	0,090	0,040	—
	GaP	2,25	0,030	0,015	—
	GaAs	1,47	0,720	0,020	$1,4 \times 10^{12}$
	GaSb	0,68	0,500	0,100	—
	InP	1,27	0,460	0,010	—
	InAs	0,36	3,300	0,045	—
	InSb	0,17	8,000	0,045	$13,5 \times 10^{21}$
II–VI	ZnSe	2,67	0,053	0,002	—
	ZnTe	2,26	0,053	0,090	—
	CdS	2,59	0,034	0,002	—
	CdTe	1,50	0,070	0,007	—
	HgTe	0,025	2,200	0,016	—

Fonte: Dados de W. R. Runyan e S. B. Watelski, em *Handbook of Materials and Processes for Electronics*, C. A. Harper (ed.), Nova York: McGraw-Hill Book Company, 1970.