

Geometria Analítica

Superfícies Quádricas

Prof. Dr. Lucas Barboza Sarno da Silva

Superfícies Quádricas

Chama-se quádrlica qualquer subconjunto Ω de E^3 que possa ser descrito, em relação a um sistema ortogonal de coodernadas, por uma equação de segundo grau, nas três variáveis x , y e z :

$$ax^2 + by^2 + cz^2 + 2dxy + 2exz + 2fyz + mx + ny + pz + q = 0$$

Sendo a , b , c , d , e ou f diferentes de zero.

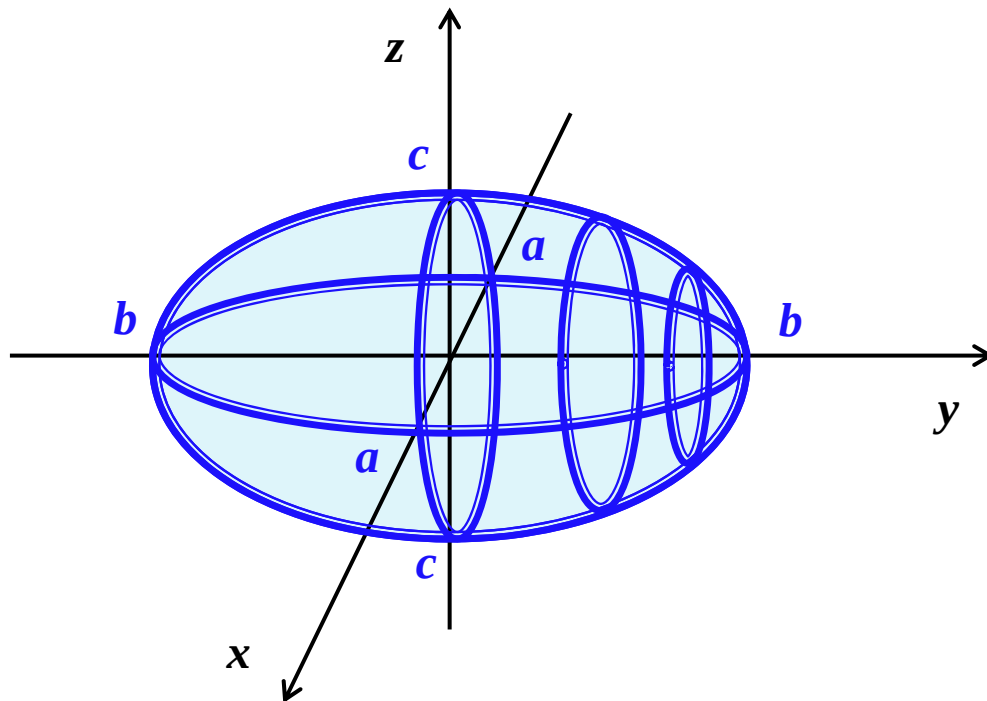
Superfícies Quádricas Centradas

Forma canônica ou padrão de uma superfície quádrlica centrada:

$$\pm \frac{x^2}{a^2} \pm \frac{y^2}{b^2} \pm \frac{z^2}{c^2} = 1$$

- Elipsoide
- Hiperboloide de uma folha
- Hiperboloide de duas folhas

Elipsoide



Equação do elipsoide:

$$+ \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$$

a, b e $c > 0$

As medidas dos semieixos
do elipsoide.

Elipsoide com centro fora da origem do sistema de coordenadas:

Se o centro do elipsoide é o ponto (h, k, l) e seus eixos forem paralelos aos eixos coordenados, temos:

$$\frac{(x-h)^2}{a^2} + \frac{(y-k)^2}{b^2} + \frac{(z-l)^2}{c^2} = 1$$

Superfície esférica de raio a :

$$x^2 + y^2 + z^2 = a^2 \quad \text{onde } a = b = c$$

Superfície esférica de centro (h, k, l) e raio a :

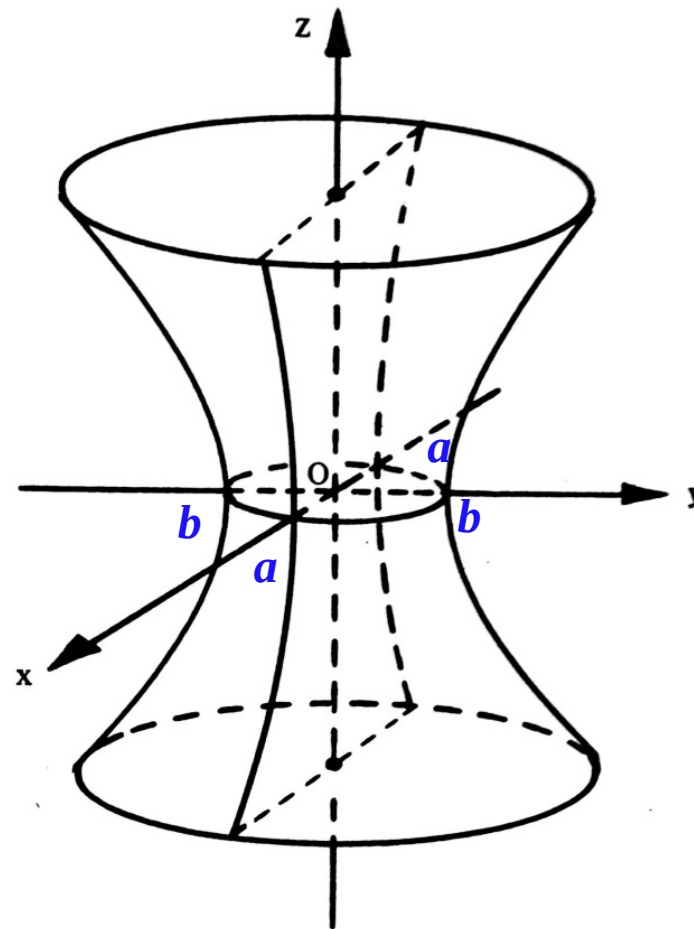
$$(x-h)^2 + (y-k)^2 + (z-l)^2 = a^2$$

Hiperboloide de uma folha

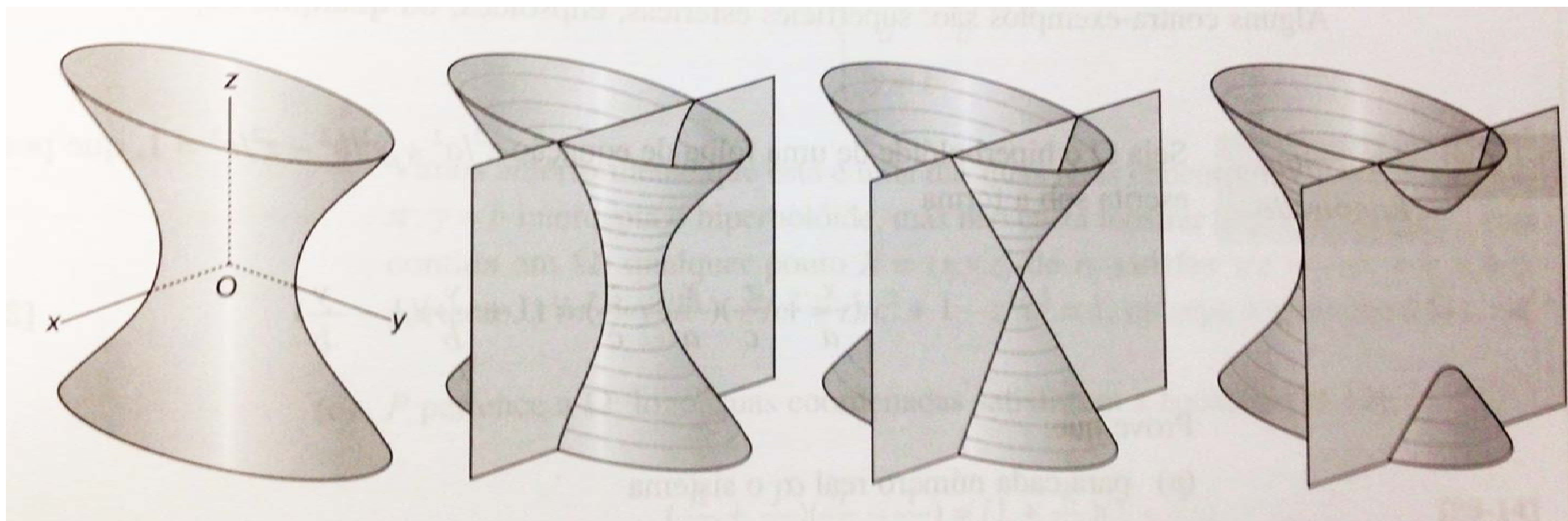
A equação que representa um hiperboloide de uma folha:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1$$

Canônica da equação
do hiperboloide de
uma folha ao longo
do eixo z .



Hiperboloide de uma folha



$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$$

Canônica da equação do hiperboloide de uma folha ao longo do eixo y .

$$-\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$$

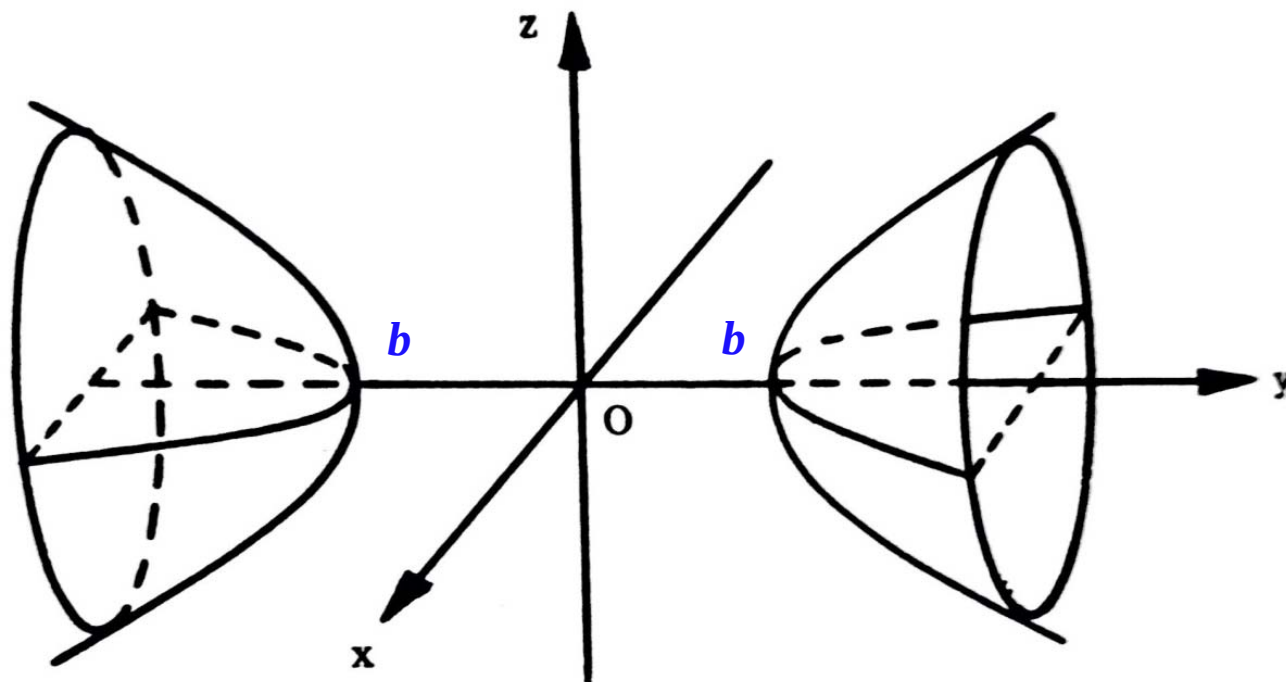
Canônica da equação do hiperboloide de uma folha ao longo do eixo x .

Hiperboloide de duas folhas

A equação que representa um hiperboloide de duas folhas:

$$-\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1$$

Canônica da equação do hiperboloide de duas folhas ao longo do eixo y .



$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1$$

Canônica da equação do hiperboloide de duas folhas ao longo do eixo x .

$$-\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$$

Canônica da equação do hiperboloide de duas folhas ao longo do eixo z .

Superfícies quádricas não centradas

$$\pm \frac{x^2}{a^2} \pm \frac{y^2}{b^2} = cz$$

Forma canônica ou padrão de uma superfície quádrica não centrada.

$$\pm \frac{x^2}{a^2} \pm \frac{z^2}{c^2} = by$$

$$\pm \frac{y^2}{b^2} \pm \frac{z^2}{c^2} = ax$$

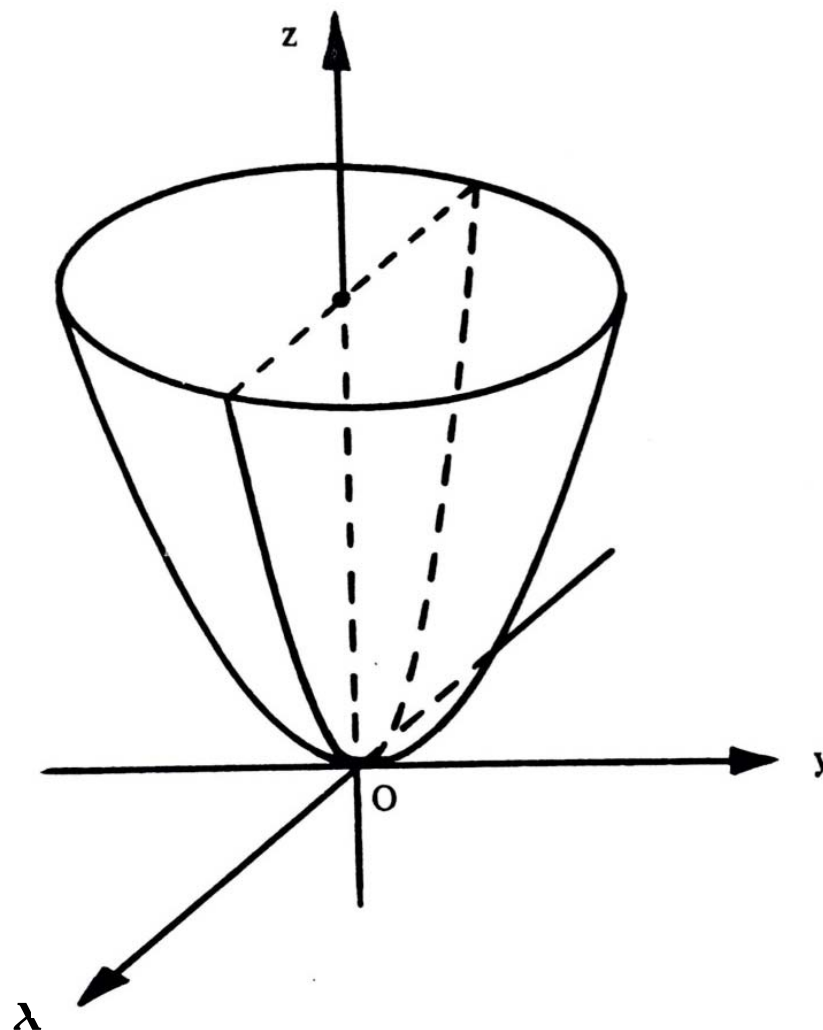
- *Paraboloides elíptico*
- *Paraboloides hiperbólico*

Parabolóide elíptico

Sinais iguais:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = cz$$

Forma canônica da equação
do parabolóide elíptico ao
longo do eixo do z .



$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{z^2}{c^2} = by$$

Forma canônica da equação do parabolóide elíptico ao longo do eixo do y .

$$\frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = ax$$

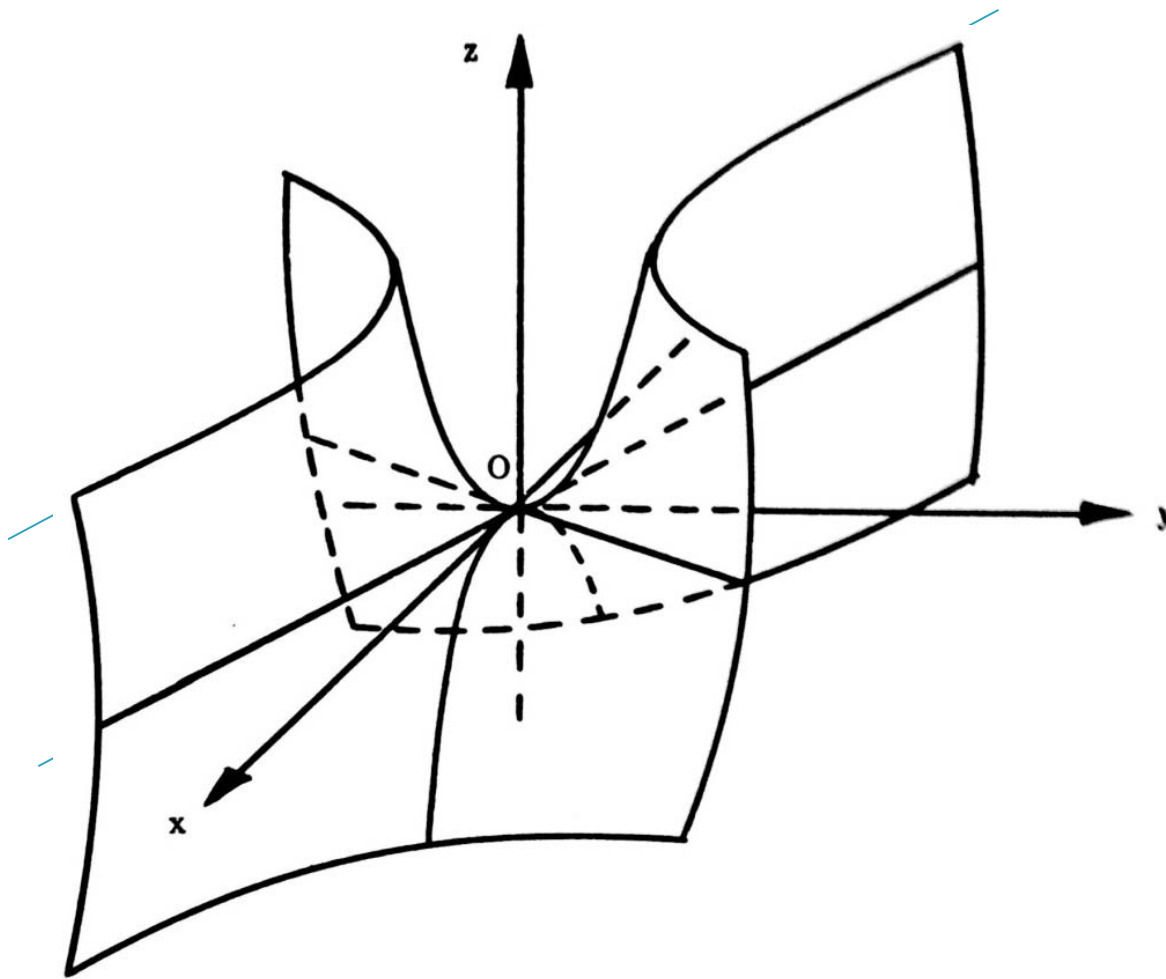
Forma canônica da equação do parabolóide elíptico ao longo do eixo do x .

Paraboloide hiperbólico

Forma canônica ou padrão
de uma superfície quádrica
não centrada.

$$\frac{y^2}{b^2} - \frac{x^2}{a^2} = cz$$

Forma canônica da equação
do paraboloide hiperbólico
ao longo do eixo dos z .



$$\frac{z^2}{c^2} - \frac{x^2}{a^2} = by$$

Forma canônica da equação do parabolóide hiperbólico ao longo do eixo dos y .

$$\frac{z^2}{c^2} - \frac{y^2}{b^2} = ax$$

Forma canônica da equação do parabolóide hiperbólico ao longo do eixo dos x .

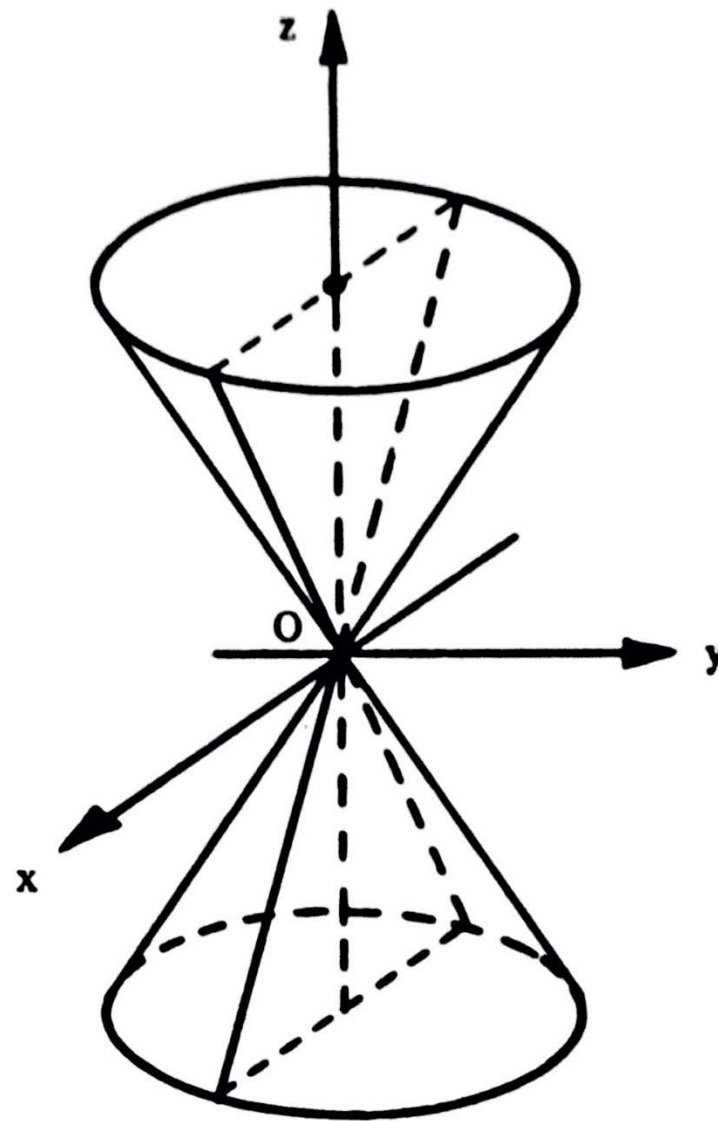
Superfície Cônica

Superfície cônica é uma superfície gerada por uma reta que se move apoiada numa curva plana qualquer e passando sempre por um ponto dado não situado no plano desta curva.

A reta é denominada geratriz, a curva plana é a diretriz e o ponto fixo dado é o vértice da superfície cônica.

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 0$$

Superfície cônica cujo eixo é o eixo dos z.



$$-\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 0$$

Superfície cônica cujo eixo é o eixo dos x .

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 0$$

Superfície cônica cujo eixo é o eixo dos y .

Superfície cilíndrica

Seja C uma curva plana e f uma reta fixa não contida nesse plano.

Superfície cilíndrica é a superfície gerada por uma reta r que se move paralelamente à reta fixa f em contato permanente com a curva plana C .

