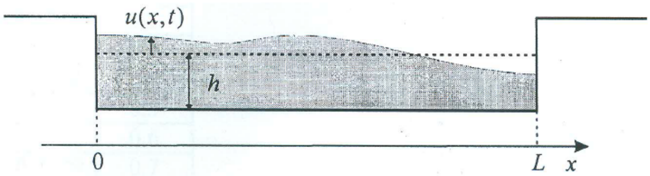
AGG0243 – MÉTODOS MATEMÁTICOS EM GEOFÍSICA

LISTA 7/2018 Entrega até 02/07/2018

QUESTÃO 1 – Ondas de gravidade em um tanque d'água longo, estreito e raso, obedecem à equação onda:

$$u_{tt} = a^2 u_{xx}$$

sendo a a velocidade de propagação da onda que é dada por $a = \sqrt{gh}$, sendo g a aceleração gravitacional e h a profundidade da água no tanque. Considere que o eixo x é orientado no sentido do comprimento do tanque, de modo que os extremos deste último estejam nas posições $x = 0$ e $x = L$ (o tanque tem comprimento L). Nessas condições, pede-se:



a) Utilize o método da separação de variáveis para encontrar soluções particulares $u(x,t)$ da equação de onda, sujeita às condições de contorno $u_x(0,t) = 0$ e $u_x(L,t) = 0$ (A derivada parcial da solução é nula nas extremidades do tanque).

b) Verifique que as soluções assim obtidas são funções periódicas do tempo. Identifique aquela solução que tem o período mais longo no tempo e faça um esboço do gráfico da mesma em função de x, para diversos valores fixos de t.

c) Calcule o período da solução a que se refere o item b) para um tanque com comprimento de 50 m e profundidade de água de 2 m.

QUESTÃO 2 – Determine o valor das constantes p e q de modo que a função $u(x,t) = \sin(px + t) + \cos(x + qt)$ seja solução da equação onda $u_{tt} = a^2 u_{xx}$.

QUESTÃO 3 – Sendo dado que a função $u(x,t)$ é solução da equação de onda $u_{tt} = a^2 u_{xx}$, pede-se:

a) Mostre que $v(x,t) = u_t(x,t)$ também é solução da equação de onda.

b) Mostre que a derivada parcial de qualquer ordem de $u(x,t)$, $\frac{\partial^{n+m}}{\partial x^n \partial t^m} u(x,t)$, também é solução da equação de onda.

QUESTÃO 4 – Determine o valor das constantes p e q de modo que a função $u(x,t) = e^{qt}.\sin px$ seja solução não trivial da equação de difusão:

$$u_t(x,t) = a^2 u_{xx}$$

sendo a^2 a constante de difusão, para $0 \leq x \leq L$ (L é uma constante), sujeita às condições de contorno $u(0,t) = 0$, $u(L,t) = 0$.

QUESTÃO 5 – Determine o valor das constantes α e β de modo que a função $u(x, y) = e^{\alpha x+\beta y}.\cos(3x + 5y)$ seja solução da equação de Laplace em coordenadas cartesianas.