

# **SEL 404 – ELETRICIDADE II**

## **Aula 18**

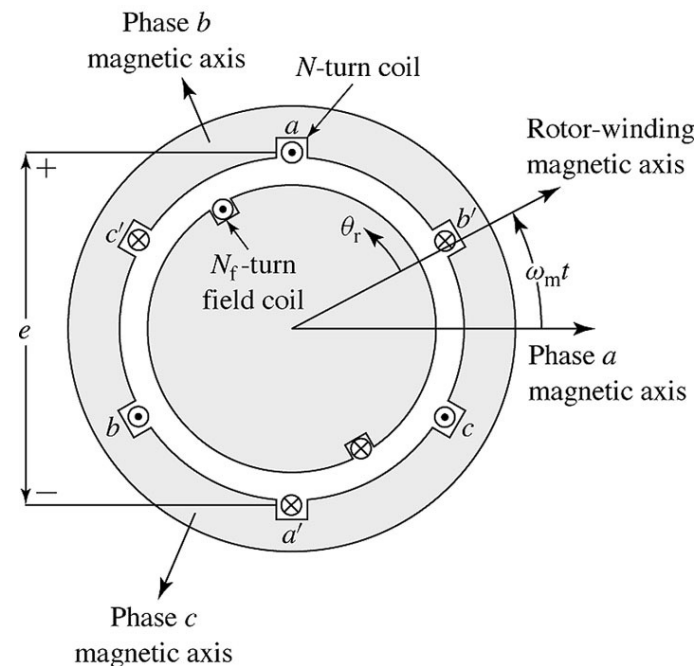
## Aula de Hoje

---

- Introdução à máquina de indução trifásica (MIT)

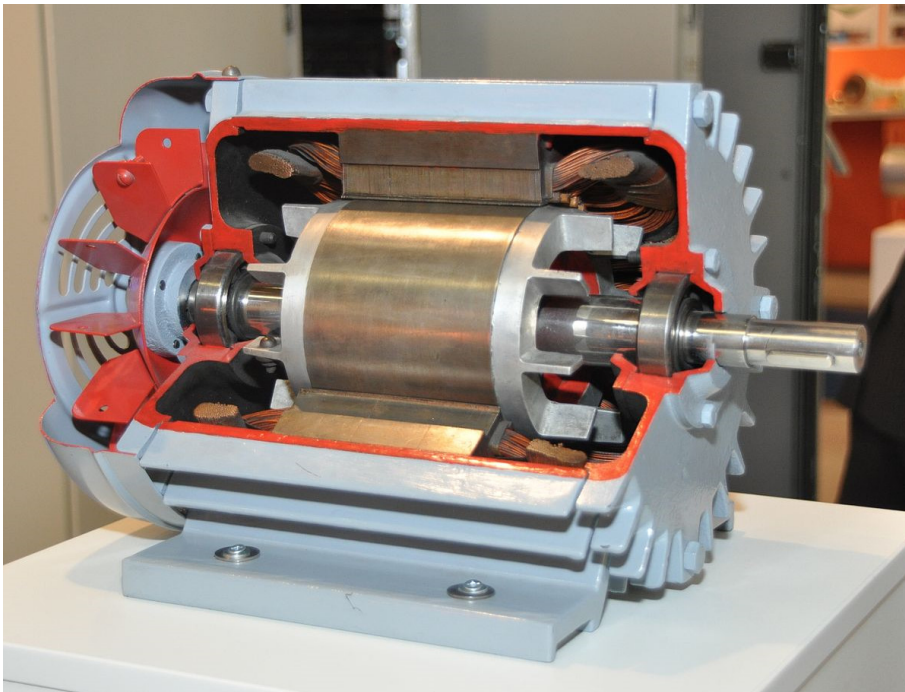
## Características Básicas de uma MIT

- Os enrolamentos do estator (armadura) são conectados a uma fonte de alimentação CA;
- O fluxo produzido nos enrolamentos do estator, e que atravessa o entreferro e o rotor, é girante, com a velocidade síncrona da tensão de alimentação;
- O fluxo girante (variável) induz tensão nos enrolamentos do rotor;



## Características Básicas de uma MIT

- Se os enrolamentos do rotor estiverem em curto-circuito, surgirão correntes induzidas;
- As correntes induzidas produzem uma segunda distribuição de fluxo no rotor;
- A produção de torque na máquina de indução ocorre devido à busca de alinhamento entre os fluxos girantes do estator e do rotor;



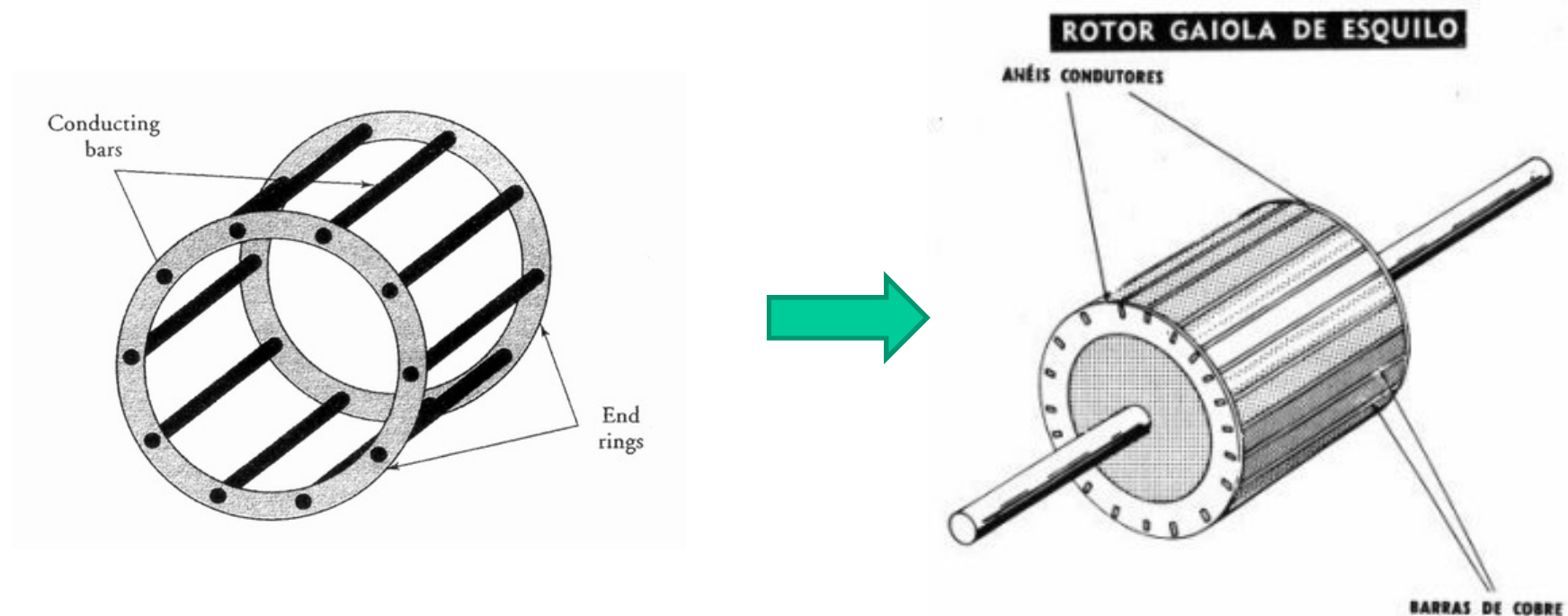
## Características Básicas de uma MIT

---

- A velocidade de regime do eixo nunca será síncrona com o campo girante do estator, pois assim, o enrolamento do rotor estaria sujeito a fluxo magnético constante, e não haveria correntes induzidas, e nem torque; ( $60 \text{ Hz} \rightarrow 377 \text{ rad/s} \rightarrow 3600 \text{ rpm}$ )
- Por isso, o motor de indução sempre gira um pouco abaixo da velocidade síncrona, e é denominado motor assíncrono.
- Um único enrolamento é alimentado por corrente alternada, o outro enrolamento (do rotor) é alimentado por indução;

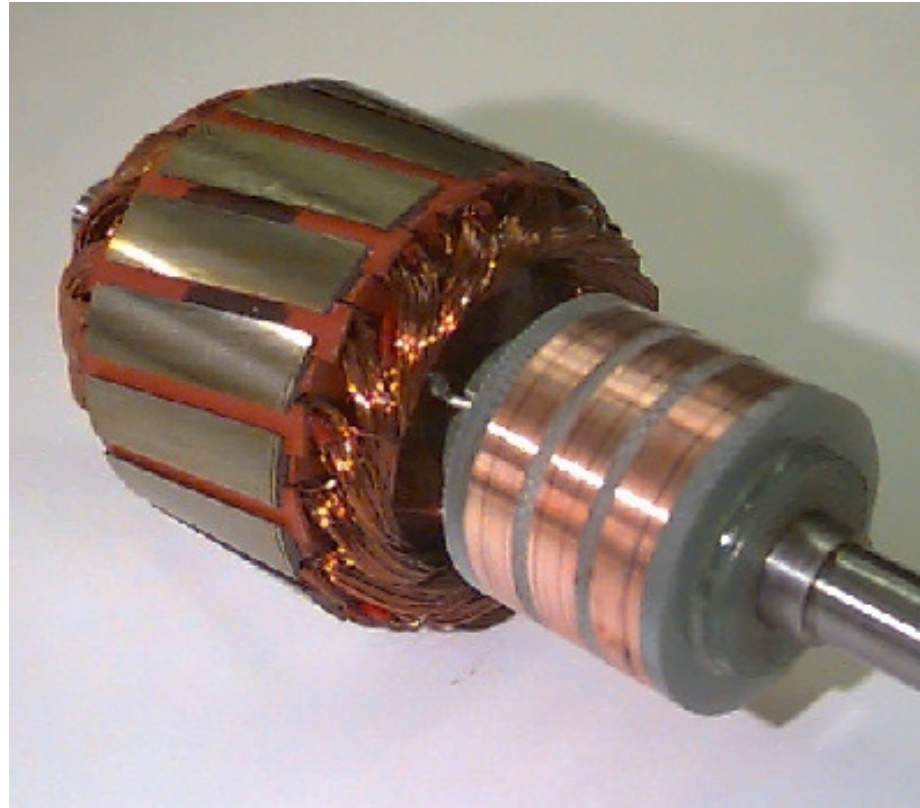
## Características Básicas de uma MIT

- O enrolamento do rotor pode ser bobinado como o do estator, ou em forma de gaiola, formado por barras metálicas acomodadas nas ranhuras do rotor e curto-circuitadas nos finais por anéis metálicos (cobre ou alumínio);



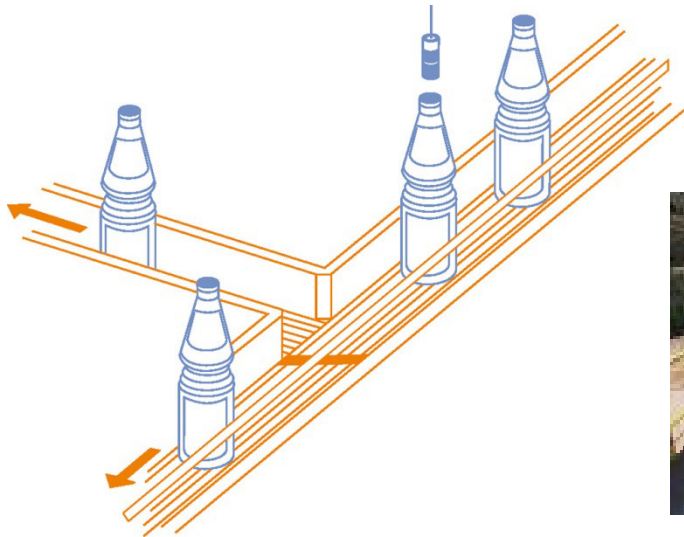
## Características Básicas de uma MIT

- Rotor bobinado





# Uso de MITs



## ELEVADOR PERSONAS Y MATERIALES EPM-1500/150

### Características Técnicas

Altura máxima	m. 150
Distancia entre anclajes	m. 6
Carga útil	Kg. 1500
Capacidad como Ascensor (personas)	14
Largo Cabina	mm. 2000
Ancho Cabina	mm. 1750
Alto Cabina	mm. 2000
Tensión trifásica	220/380 - 50 Hz.
Velocidad de subida	m/min. 30
Potencia motor con variador de frecuencia	Kw. 8

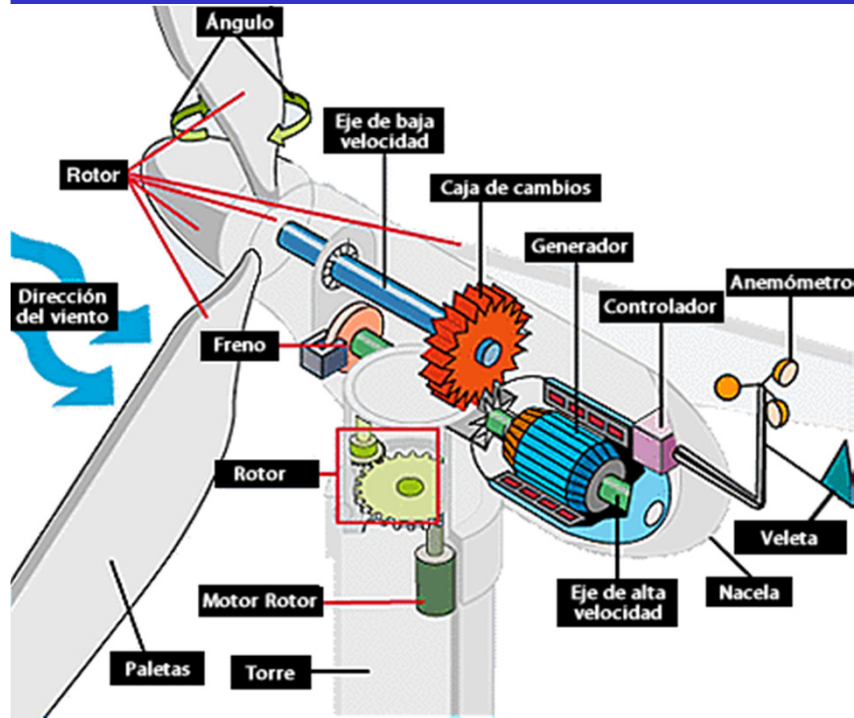
### FRENO DE EMERGENCIA CENTRÍFUGO-MECÁNICO



Em países industrializados de 40 a 75% da carga é formada por motores de indução

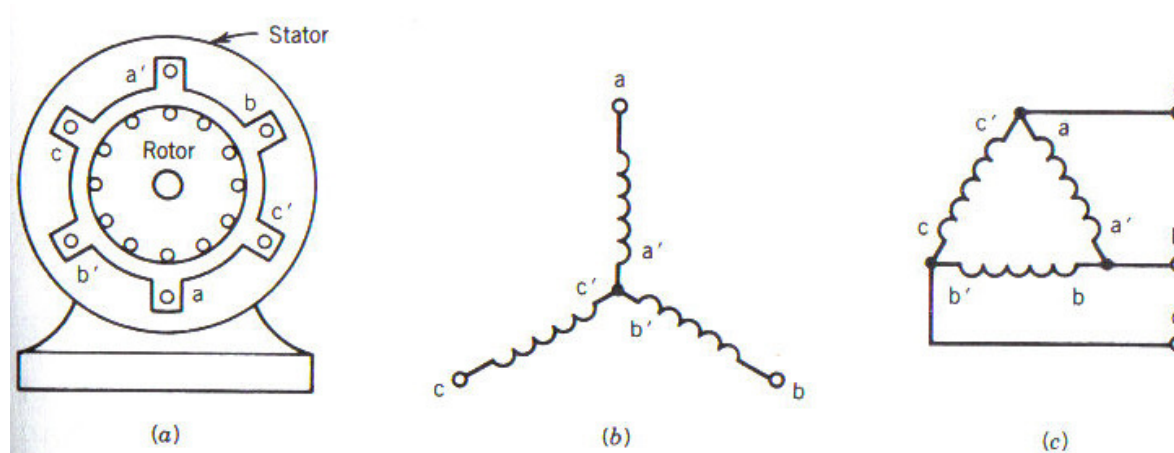


# Uso de MITs – Turbinas Eólicas



## MIT - Estator

- Estator com enrolamento trifásico. Cada bobina é posicionada a  $120^\circ$  da outra e é alimentada por um sistema trifásico. Podem ser conectadas à fonte elétrica em Y ou  $\Delta$ ;
- Produz um campo girante no entreferro, com a mesma frequência da tensão de alimentação;
- O campo girante induz tensão no enrolamento do rotor, o qual não é alimentado diretamente, mas por INDUÇÃO;



## MIT - Rotor

---

- Pode ter enrolamento bobinado como o do estator, ou pode ter rotor em gaiola;
- O campo girante do estator induz tensão no enrolamento do rotor;
- Se o enrolamento do rotor for curto-circuitado surgirão correntes induzidas, que produzirão um campo magnético no rotor em oposição à variação do campo do estator, resultando na produção de torque e no giro do rotor em uma dada velocidade;
- Para existirem correntes induzidas no rotor, a velocidade do eixo deverá ser sempre diferente da velocidade do campo girante, caso contrário um condutor sobre o rotor estaria sujeito a um campo fixo, e não haveria correntes induzidas. Daí a denominação de **máquina assíncrona**.

## Operação da MIT – Rotor Aberto

---

- Não há corrente induzida, e o rotor permanecerá parado.
- O campo girante no entreferro induz tensão nos enrolamentos do rotor e do estator (com a mesma frequência);

$$E_1 = 4,44 f_1 N_1 \phi_p k_{w1} \Rightarrow \text{estator}$$

$$E_2 = 4,44 f_1 N_2 \phi_p k_{w2} \Rightarrow \text{rotor}$$

Daí:

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{4,44 f_1 N_1 \phi_p k_{w1}}{4,44 f_1 N_2 \phi_p k_{w2}} = \frac{N_1}{N_2} \frac{k_{w1}}{k_{w2}} \approx \frac{N_1}{N_2}$$

- Com o enrolamento do rotor em aberto e o eixo estacionário o MI funciona como um transformador, em que o estator representa o primário e o rotor representa o secundário;

## Operação da MIT – Rotor Em Curto-Circuito

- A tensão induzida no rotor produz corrente induzida, que interage com o campo girante no entreferro produzindo torque;
- O rotor começará a girar;
- O rotor gira na direção do campo girante, de forma a diminuir a velocidade relativa entre os dois (Lei de Lenz);
- O rotor chega a uma velocidade de equilíbrio em regime permanente (**n**) menor do que a velocidade síncrona (**n<sub>s</sub>**) do campo girante do estator;

$$n_s = \frac{60 f_1}{\frac{p}{2}} = \frac{120 f_1}{p}$$

- Se  $n = n_s$ , não há corrente induzida no rotor, e o torque é nulo

## Operação da MIT – Rotor Em Curto-Circuito

- A diferença entre a velocidade do campo girante do estator e a velocidade do rotor define o **escorregamento** da MI;

$$\begin{cases} s = \frac{n_s - n}{n_s} \\ n = (1 - s)n_s \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} n = 0 \text{ (máquina parada)} \Rightarrow s = 1 \\ n = n_s \text{ (torque nulo)} \Rightarrow s = 0 \end{cases}$$

- $n_s - n = sn_s$  é a velocidade relativa do rotor em relação ao campo girante do estator;
- A frequência da corrente induzida no enrolamento do rotor é:

$$f_2 = \frac{p}{120} (n_s - n) = \frac{p}{120} sn_s = s \frac{p}{120} n_s = sf_1$$

- $f_2$  é denominada por frequência de escorregamento;

## Operação da MIT – Rotor Em Curto-Circuito

---

- A tensão induzida no enrolamento do rotor para um dado escorregamento é:

$$E_2 \Big|_s = 4,44 f_2 N_2 \phi_p k_{w2} = 4,44 s f_1 N_2 \phi_p k_{w2} = s E_2 \Big|_{\substack{s=1 \\ n=0}}$$

- A velocidade do campo girante produzido pelo enrolamento do rotor é:

$$n_2 = \frac{120 f_2}{p} = \frac{120 s f_1}{p} = s n_s$$

- Como o rotor gira a  $n$  RPM, o campo girante do rotor gira no entreferro a  $n+n_2$ :

$$n + n_2 = (1 - s) n_s + s n_s = n_s$$



## Operação da MIT – Rotor Em Curto-Circuito

- Ou seja, os campos girantes do rotor e do estator giram no entreferro com a mesma velocidade síncrona ( $n_s$ );
- Eles são estacionários entre si, no entanto, o campo do rotor é atrasado em relação ao do estator;
- A tendência de alinhamento entre os dois campos é que produz torque.

## Exemplo 1

---

- Considere um MI trifásico, 460V, 100 HP, 60 Hz, 4 pólos, atendendo carga nominal, com escorregamento de 5%. Calcule:

a) a velocidade síncrona e a velocidade do motor;

$$n_s = \frac{120 f_1}{p} = \frac{120 * 60}{4} = 1800 \text{ RPM}$$

$$n = (1 - s)n_s = (1 - 0,05) * 1800 = 1710 \text{ RPM}$$

## Exemplo 1

---

- Considere um MI trifásico, 460V, 100 HP, 60 Hz, 4 pólos, atendendo carga nominal, com escorregamento de 5%. Calcule:
- b) a velocidade do campo girante no entreferro;

$$\text{velocidade síncrona} = 1800 \text{ RPM}$$

- c) A frequência do circuito do rotor:

$$f_2 = sf_1 = 0,05 * 60 = 3 \text{ Hz}$$

## Exemplo 1

---

- Considere um MI trifásico, 460V, 100 HP, 60 Hz, 4 pólos, atendendo carga nominal, com escorregamento de 5%. Calcule:

d) O escorregamento em RPM;

$$sn_s = 0,05 * 1800 = 90 \text{ RPM} \quad \text{ou} \quad n_s - n = 1800 - 1710 = 90 \text{ RPM}$$

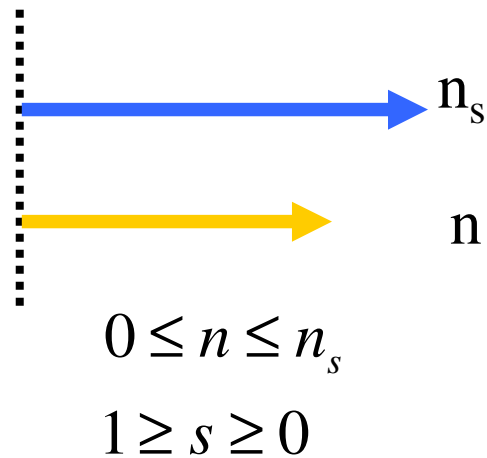
e) A velocidade do campo do rotor em relação a:

1. Estrutura do rotor: 90 RPM
2. Estrutura do estator:  $90 + 1710 = 1800$  RPM
3. Ao campo girante do estator:  $1800 - 1800 = \text{zero}$

## Operação como Motor

---

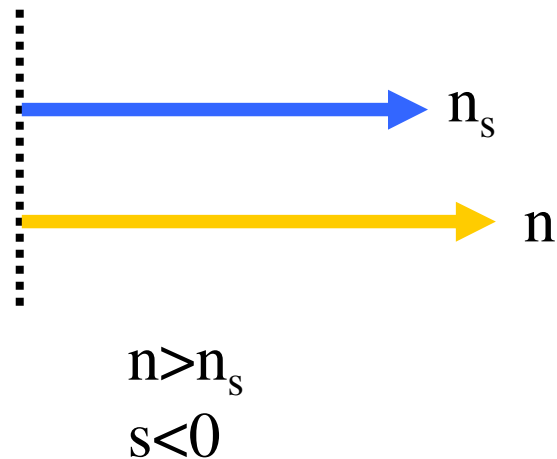
- O rotor gira na direção do campo girante do estator
- A velocidade do rotor é menor do que a do campo girante;



## Operação como Gerador

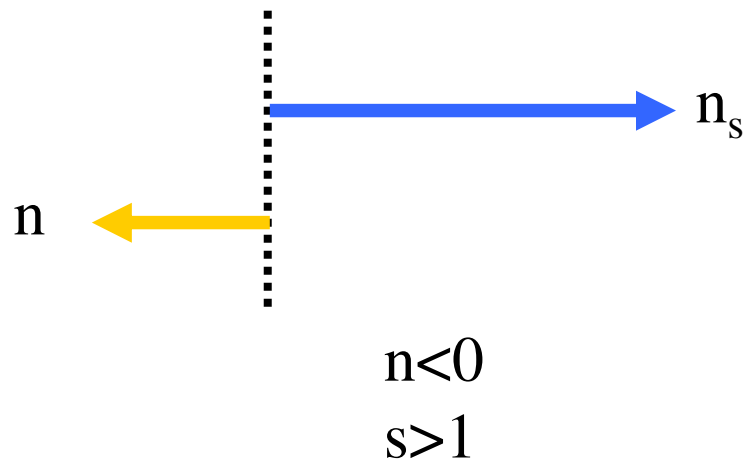
---

- O rotor gira na direção do campo girante do estator
- A velocidade do rotor é maior do que a do campo girante;



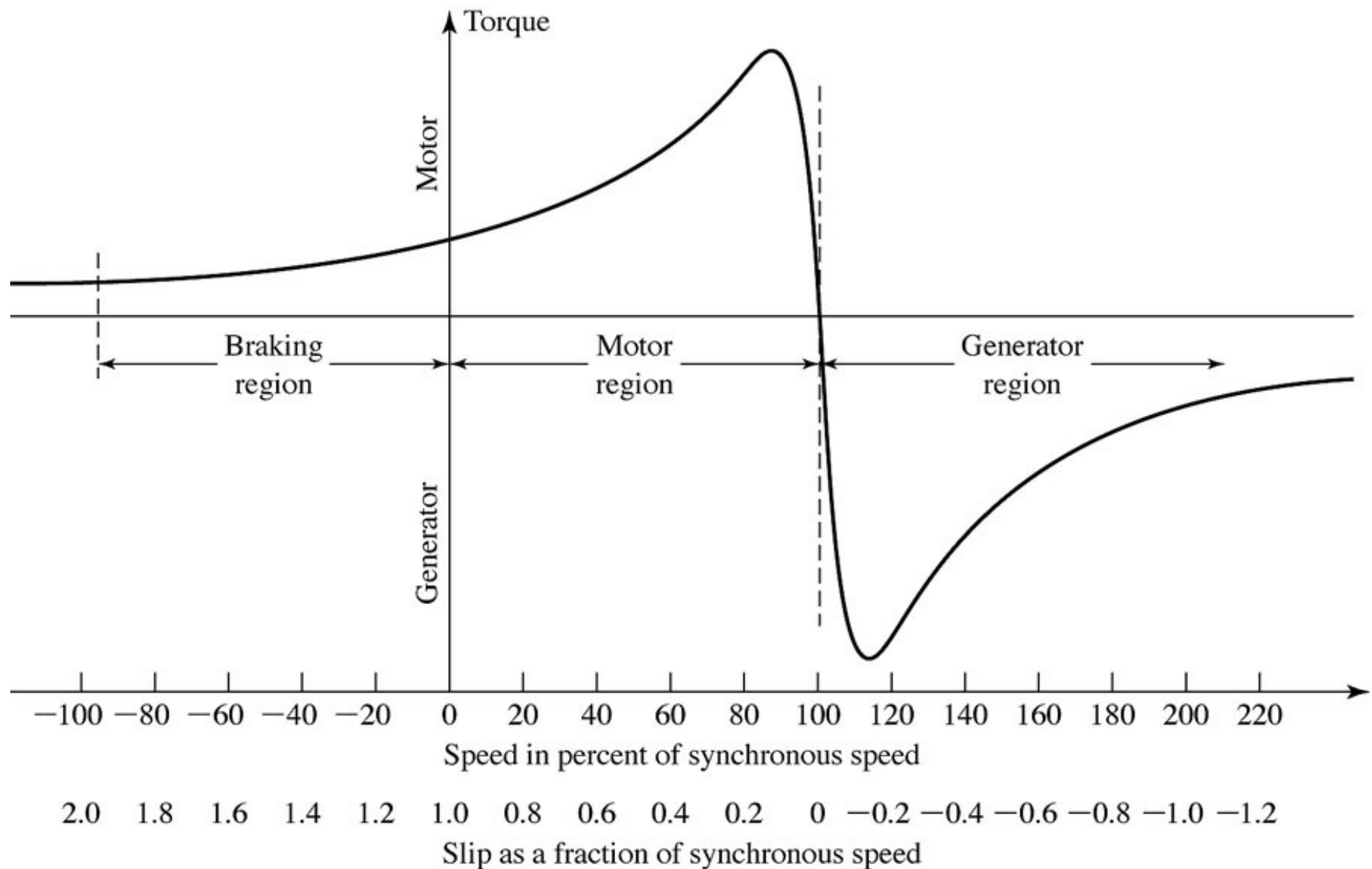
## Operação como em Modo Frenante

- O rotor gira na direção oposta do campo girante do estator
- O torque produzido é frenante;



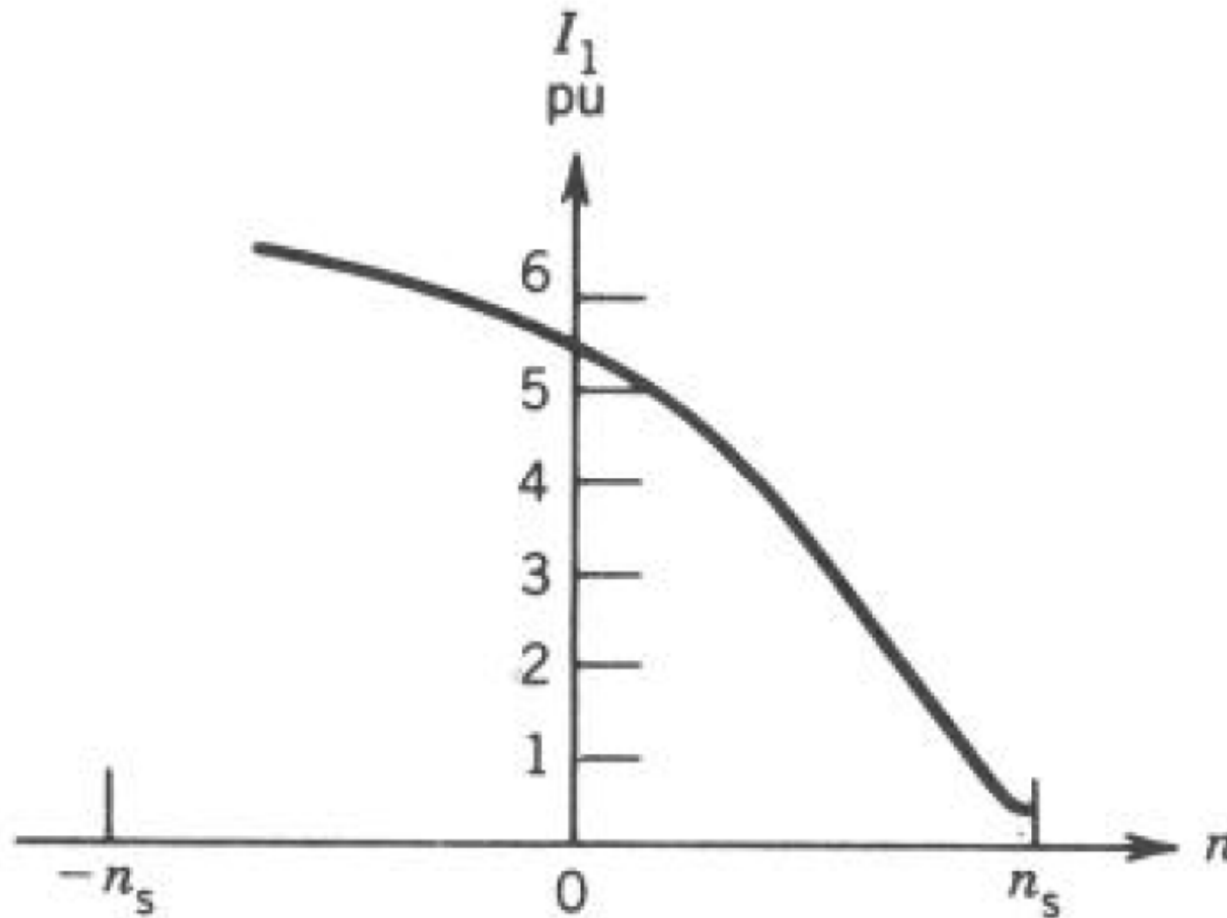


## Curva Torque x Velocidade de uma MIT



## Corrente do Estator

---



Em caso de motores de grande porte, é necessário empregar algum método de partida para reduzir a corrente, evitando que elevadas correntes sejam exigidas da rede.

# Análise da Partida de Motores

---

⇒ Categorias de partida: (motores com rotor gaiola de esquilo)

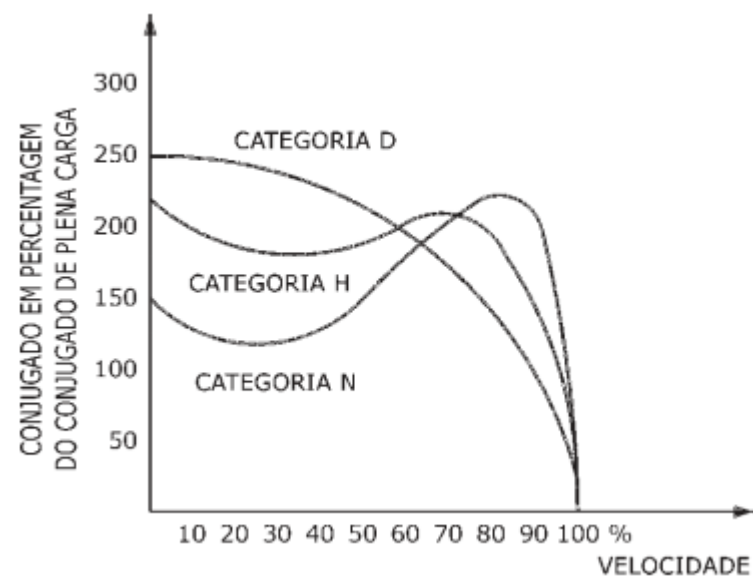
⇒ **Categoria N:** acionamento de bombas, ventiladores e outras cargas consideradas normais;

⇒ **Categoria H:** acionamento de cargas que exigem elevado conjugado na partida: peneiras, transportadores, britadores etc

⇒ **Categoria D:** acionamento de prensas excêntricas e outras cargas que apresentem picos periódicos de conjugado. Também empregados em cargas que exijam elevado torque de partida.

## Análise da Partida de Motores

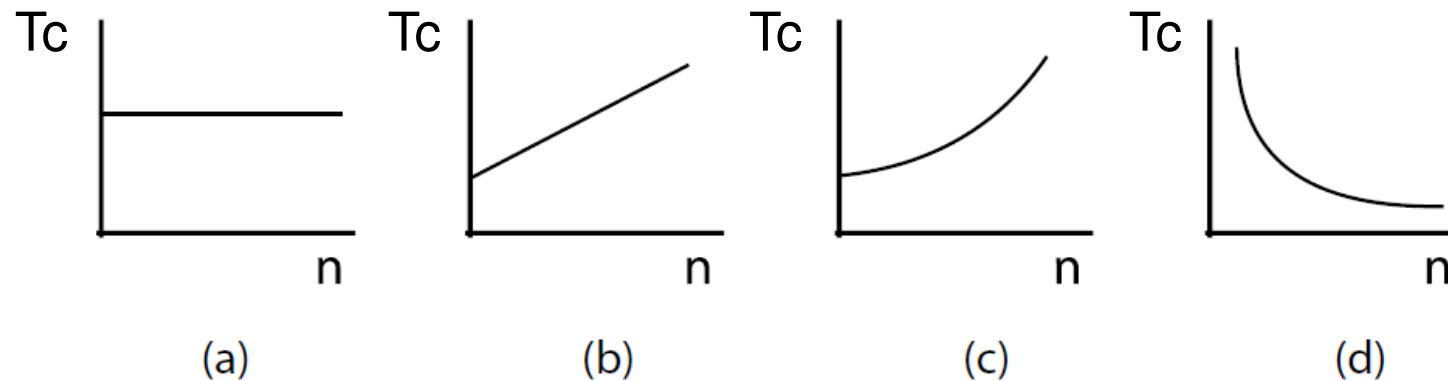
Categorias de partida	Torque de partida	Corrente de partida	Escorregamento
N	Normal	Normal	Baixo
H	Alto	Normal	Baixo
D	Alto	Normal	Alto



Fonte: Guia de Aplicação – Inversores de Frequência - WEG

## Análise da Partida de Motores

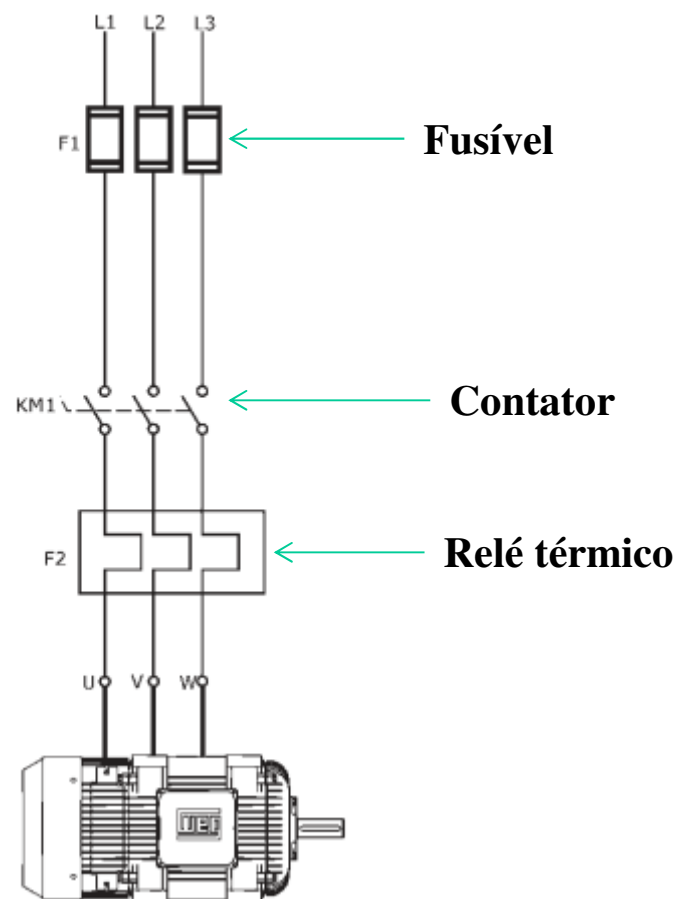
⇒ Basicamente, existem os seguintes tipos de cargas em um ambiente industrial:



- (a) pontes rolantes, esteiras, guinchos, elevadores e semelhantes
- (b) moinhos de rolo, bombas de pistão, plainas e serras
- (c) ventiladores, misturadores, bombas centrífugas, exaustores e compressores
- (d) máquinas operatrizes, frezadoras, mandriladoras e bobinadeiras

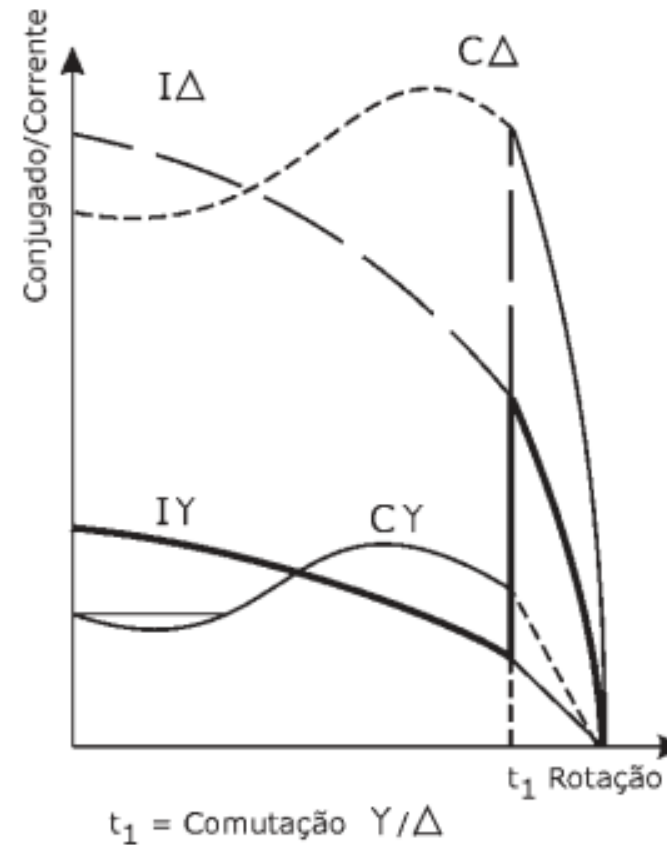
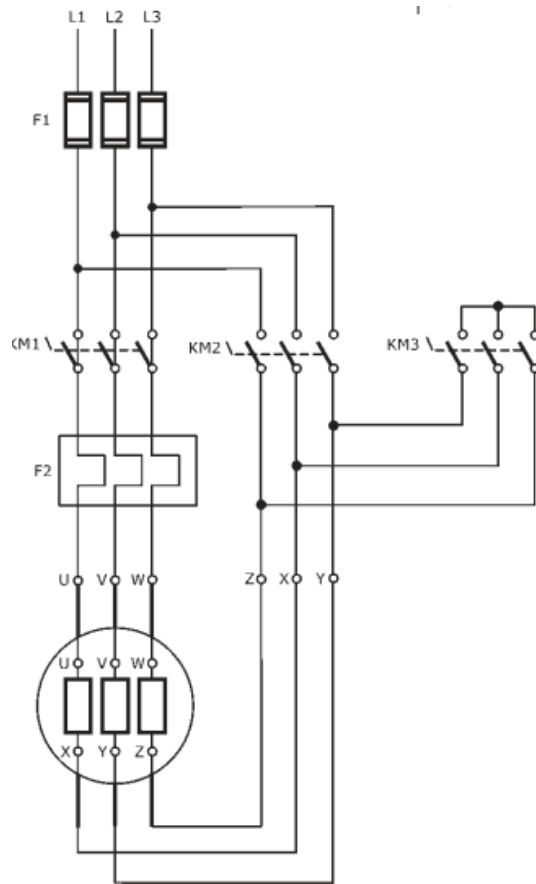
# Análise da Partida de Motores

⇒ Partida direta:



# Análise da Partida de Motores

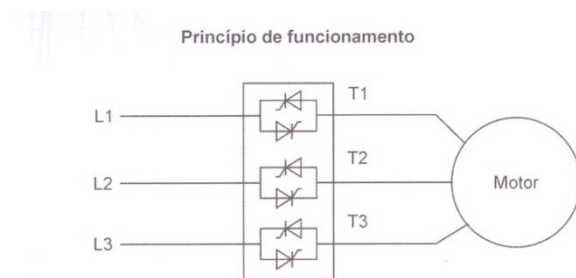
⇒ Partida estrela-triângulo:





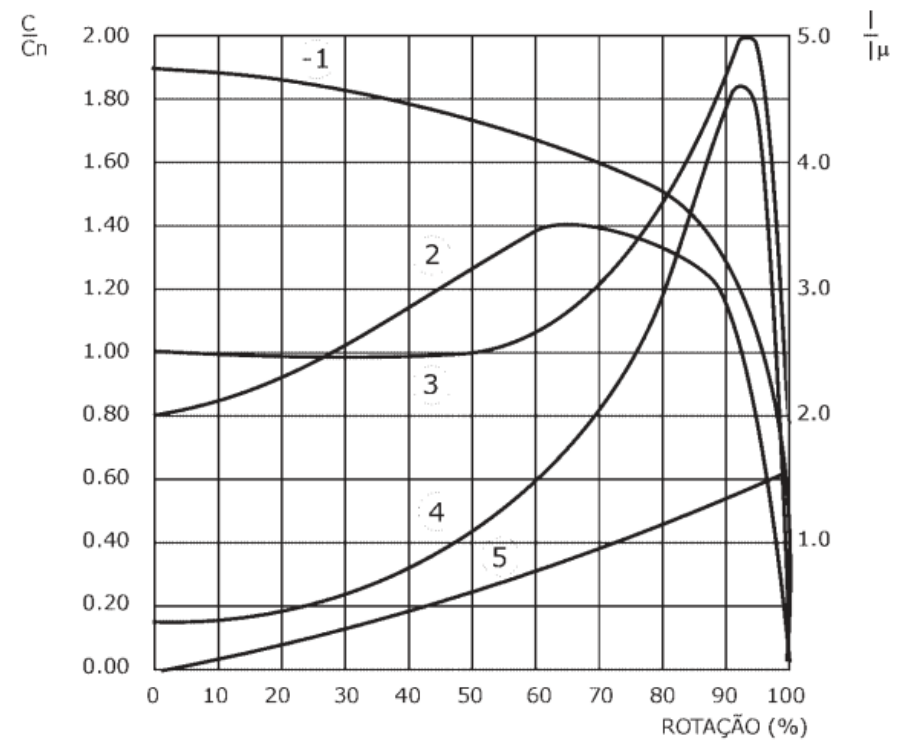
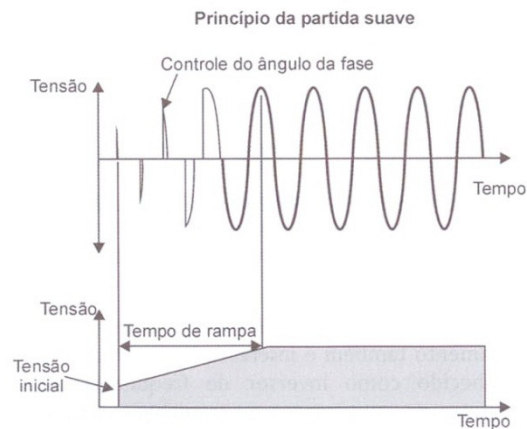
# Análise da Partida de Motores

## ⇒ Partida com soft-starter:



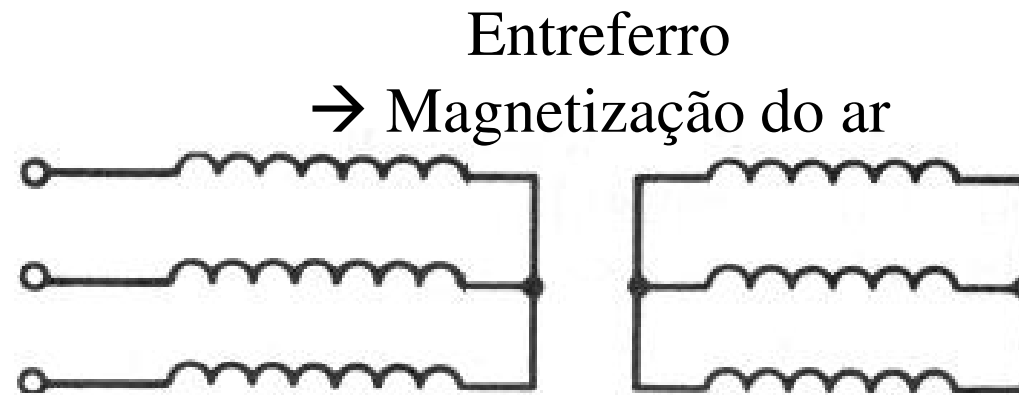
Soft-starters basicamente reduzem a corrente de partida do motor, controlando a tensão.

O controle é feito por tiristores



- 1 - CORRENTE DE PARTIDA DIRETA
- 2 - CORRENTE DE PARTIDA C/SOFT-STARTER
- 3 - CONJUGADO COM PARTIDA DIRETA
- 4 - CONJUGADO COM SOFT-STARTER
- 5 - CONJUGADO DA CARGA

## Circuito Equivalente de uma MIT



ESTATOR

-primário

$-f_1$

$-N_1$

$-E_1 = 4,44 f_1 N_1 \Phi_p k_{w1}$

ROTOR

-secundário

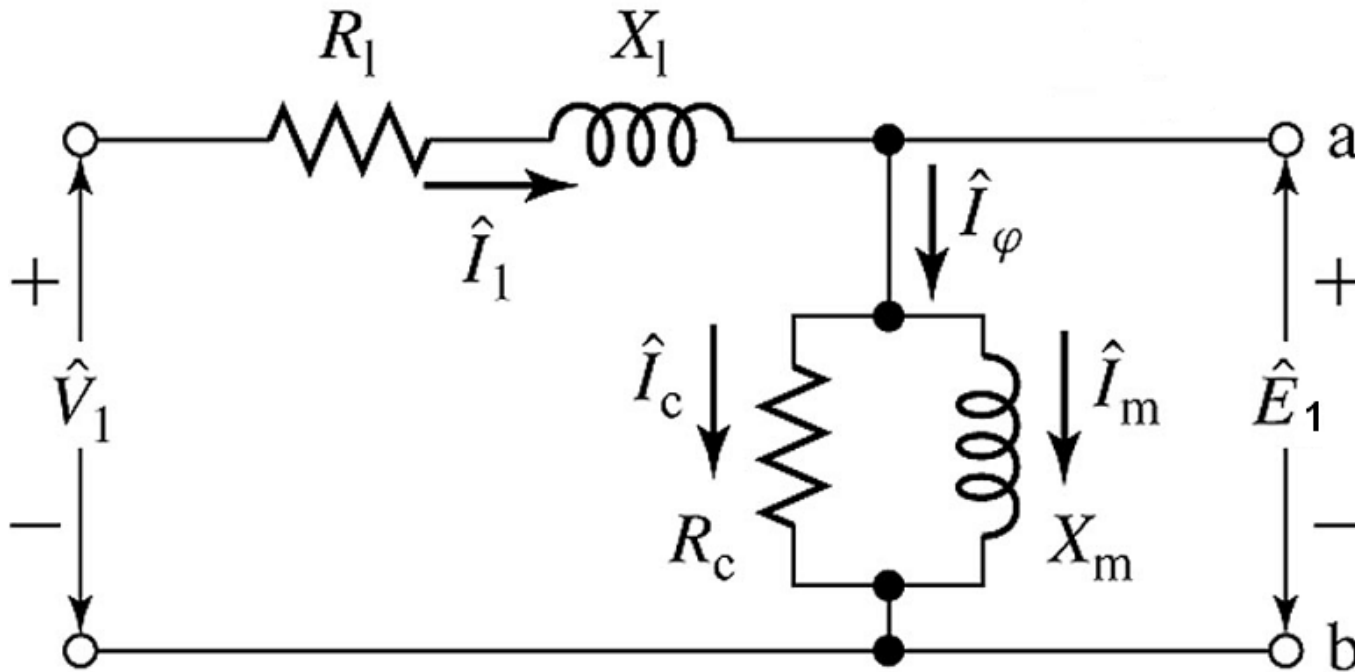
$-f_2$

$-N_2$

$-E_2 = 4,44 f_2 N_2 \Phi_p k_{w2}$   
 $= 4,44 s f_1 N_2 \Phi_p k_{w2}$   
 $= s E_2|_{\text{parada } (n=0)}$

Os circuitos do estator e do rotor têm frequências diferentes

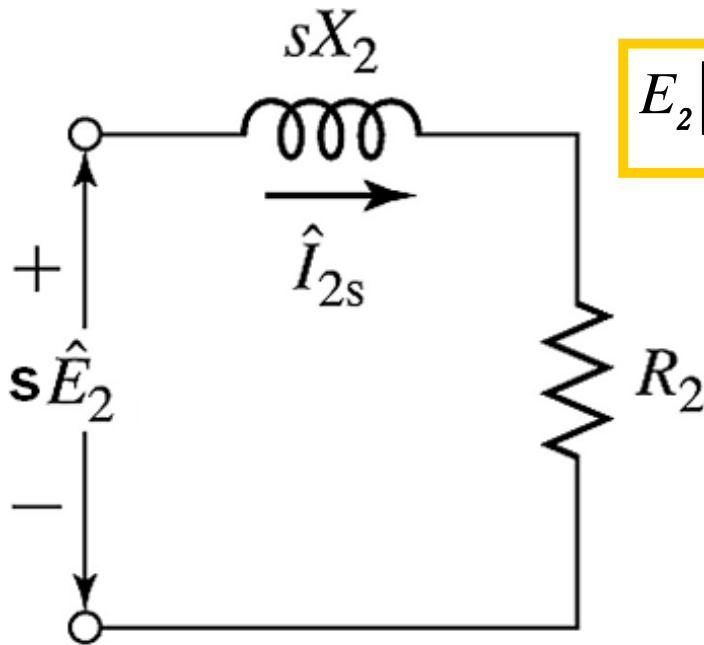
## Circuito Equivalente do Estator por Fase (Ver Aula 10)



A corrente de magnetização varia de 30 a 50% da corrente nominal

- $V_1 \rightarrow$  Tensão terminal por fase;
- $E_1 \rightarrow$  Tensão induzida no estator por fase;
- $R_1 \rightarrow$  resistência do enrolamento do estator por fase (perda cobre);
- $X_1 \rightarrow$  reatância de dispersão do estator por fase;  $X_1 = 2\pi f_1 L_1$
- $X_m \rightarrow$  reatância de magnetização por fase;  $X_m = 2\pi f_1 L_m$
- $R_c \rightarrow$  perda no núcleo do estator por fase;

## Circuito Equivalente do Rotor por Fase

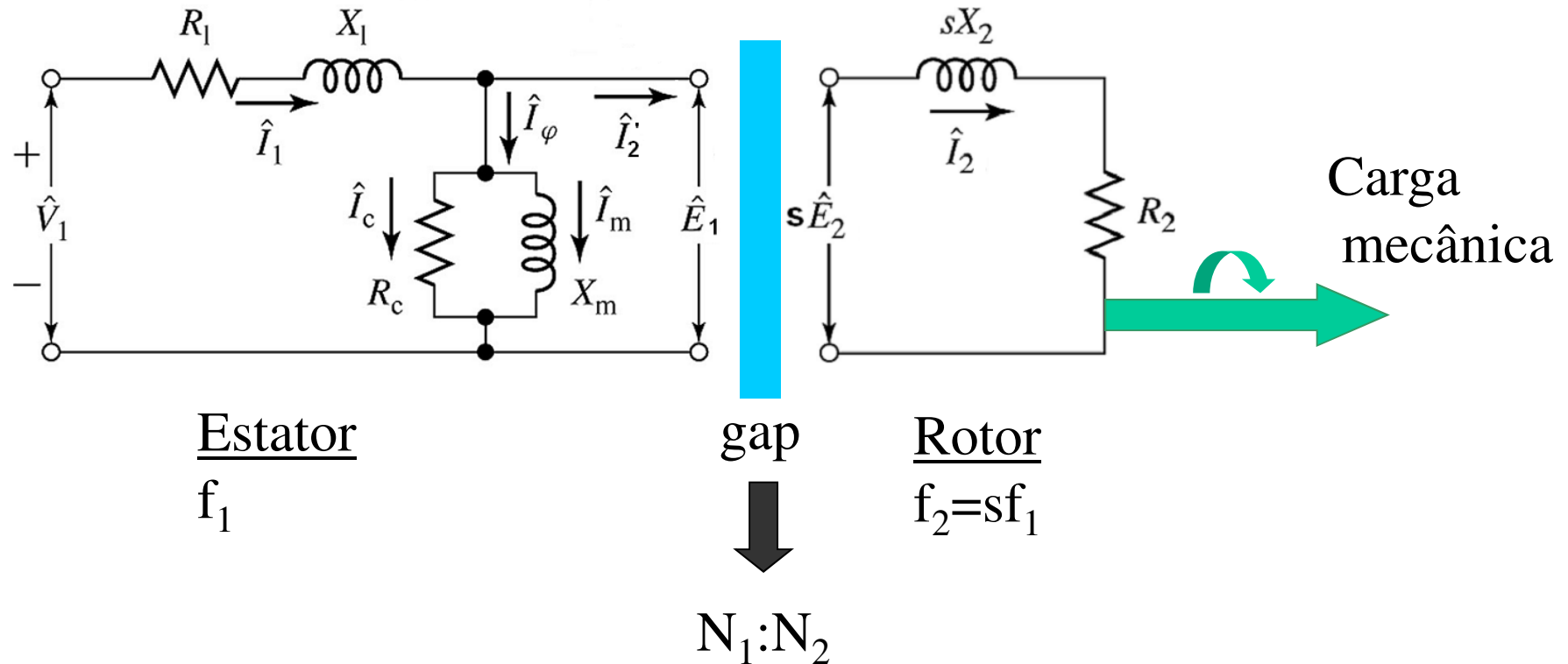


$$E_2|_s = 4,44 f_2 N_2 \phi_p k_{w2} = 4,44 s f_1 N_2 \phi_p k_{w2} = s E_2|_{\substack{s=1 \\ n=0}}$$

$$X_2|_s = 2\pi f_2 L_2 = 2\pi s f_1 L_2 = s X_2|_{\substack{s=1 \\ n=0}}$$

- $E_2 \rightarrow$  Tensão induzida no enrolamento do rotor parado ( $s=1$ ,  $n=0$ );
- $R_2 \rightarrow$  resistência do enrolamento do rotor por fase (perda cobre);
- $X_2 \rightarrow$  reatância de dispersão do rotor por fase parado;
- $I_2 \rightarrow$  corrente por fase no rotor
- $f_2 \rightarrow$  frequência do circuito do rotor  $\neq$  da frequência do estator  $f_1$

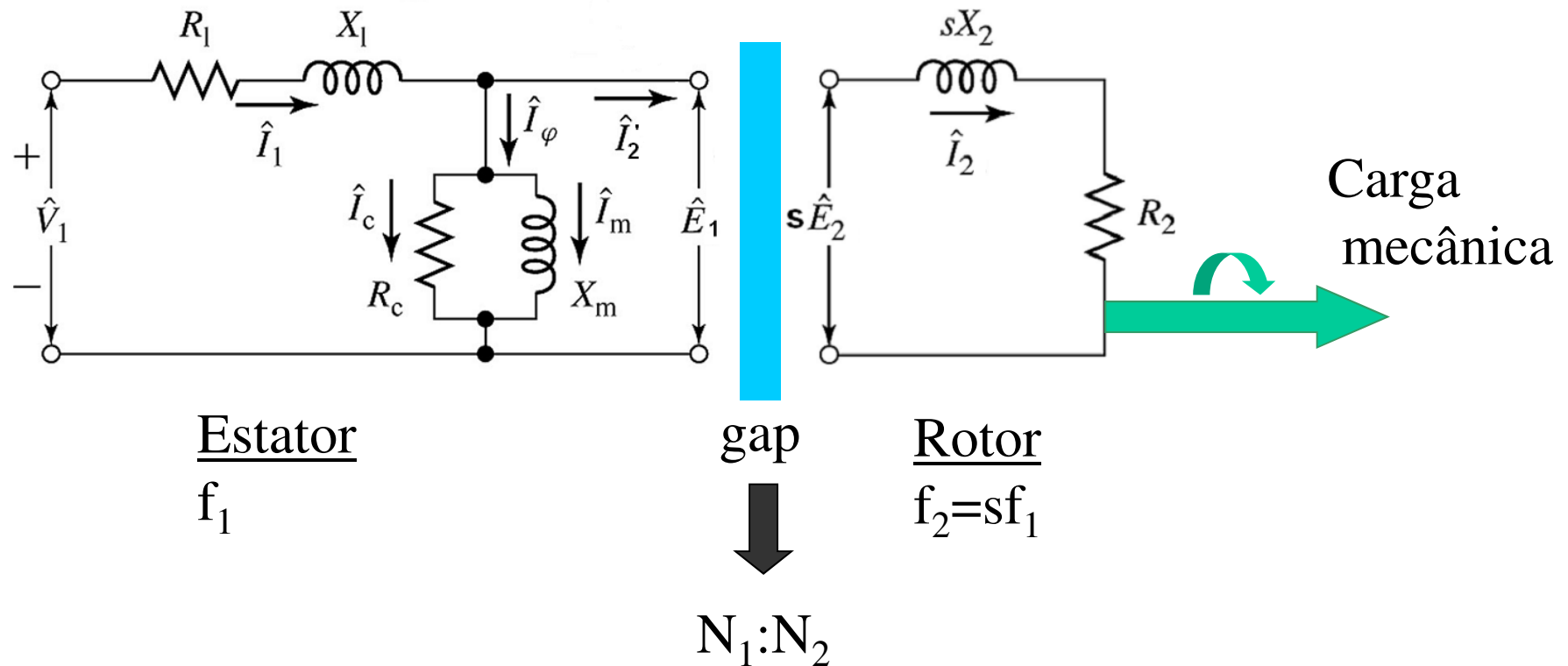
## Circuito Equivalente Estator-Rotor



É um circuito difícil de ser analisado por duas razões:

- Tem frequências diferentes:  $I_2$  e  $I_2'$  representam a mesma corrente (da carga), mas estão em frequências diferentes;
- Estão separados pelo campo magnético em primário e secundário, devendo respeitar a relação de espiras  $a = N_1/N_2$

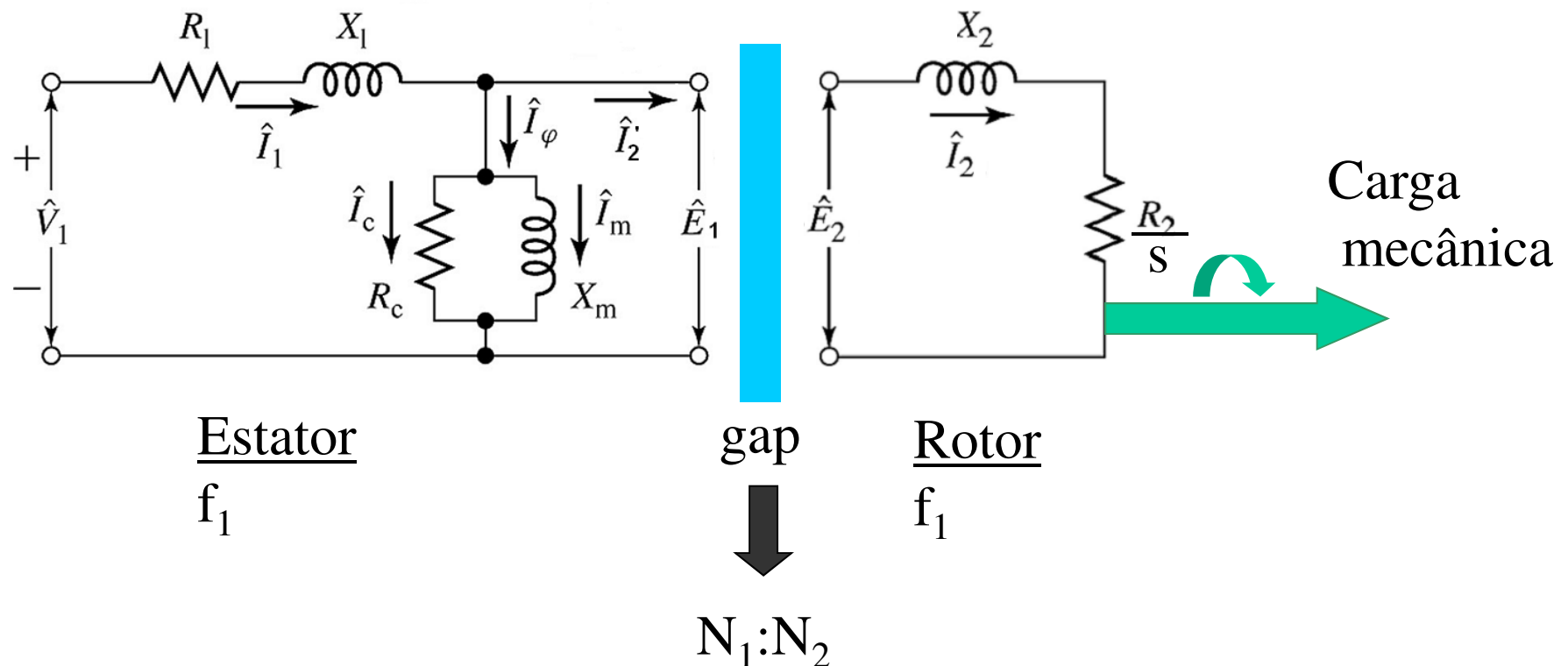
## Circuito Equivalente Estator-Rotor



Circuito do rotor representado na mesma frequência do estator:

$$I_2 = \frac{sE_2}{R_2 + jsX_2} = \frac{E_2}{\frac{R_2}{s} + jX_2}$$

## Circuito Equivalente Estator-Rotor na Mesma Frequência

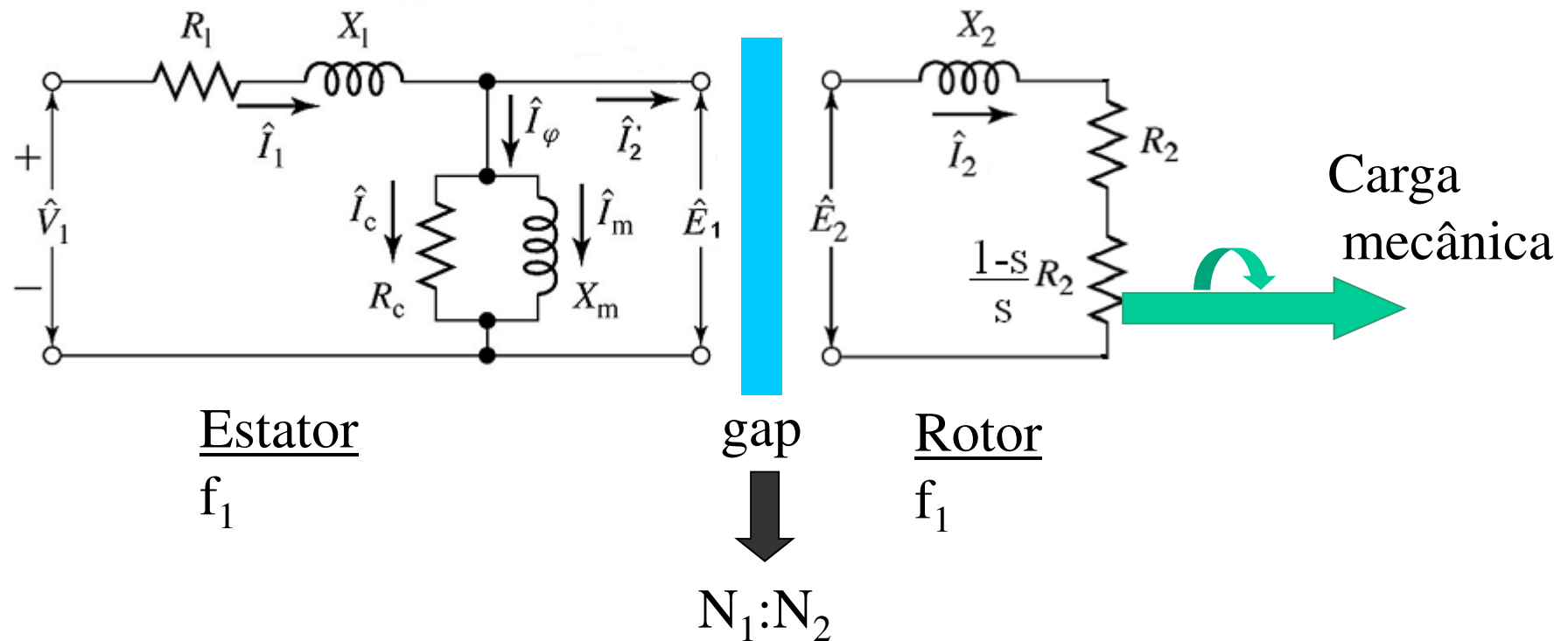


- $R_2/s$  depende da carga mecânica;
- $R_2/s$  pode ser dividida em:

$$\frac{R_2}{s} = R_2 + \left( \frac{R_2}{s} - R_2 \right) = R_2 + \frac{1-s}{s} R_2$$



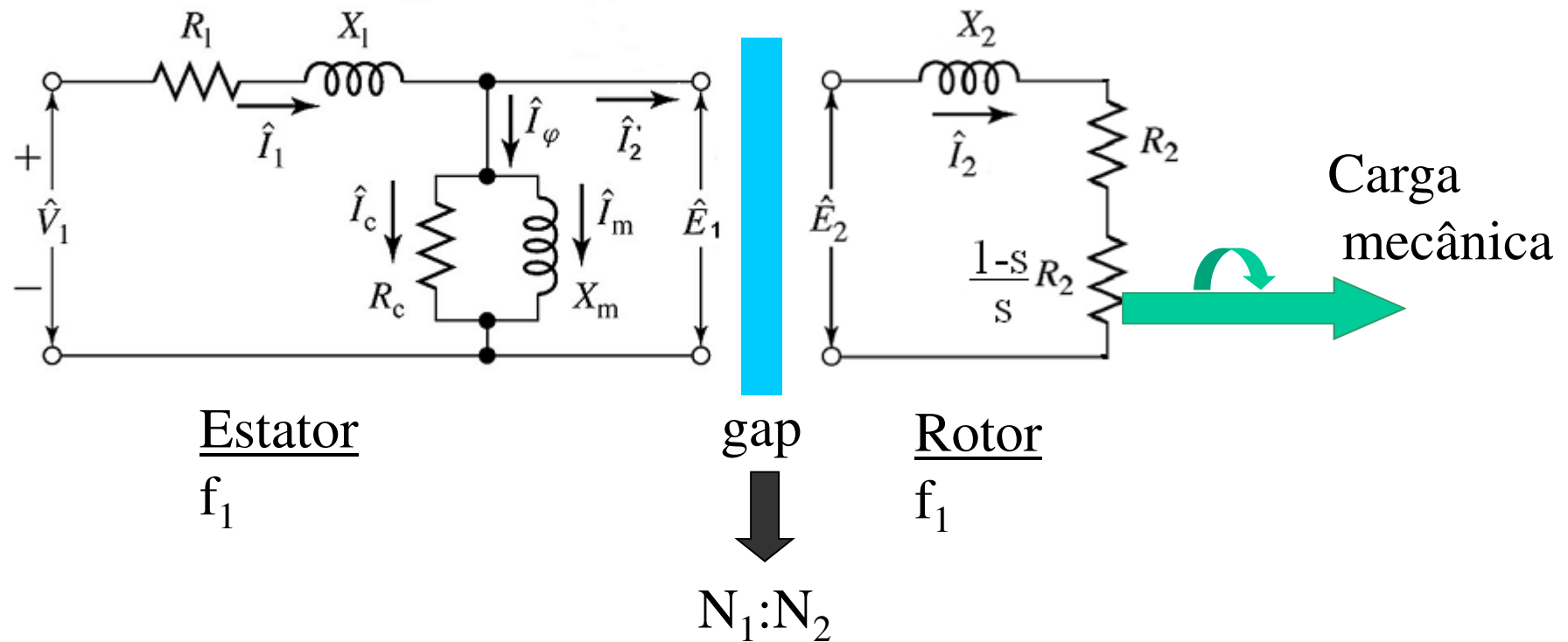
## Circuito Equivalente Estator-Rotor na Mesma Frequência



- $R_2$  representa as perdas no cobre do enrolamento do rotor  
 $P_{\text{cobre}} = R_2 I_2^2$ ;
- O segundo termo representa a potência mecânica desenvolvida pelo motor (perda rotacional + carga):

$$P_{\text{mec}} = \frac{1-s}{s} R_2 I_2^2$$

## Circuito Equivalente Estator-Rotor na Mesma Frequência

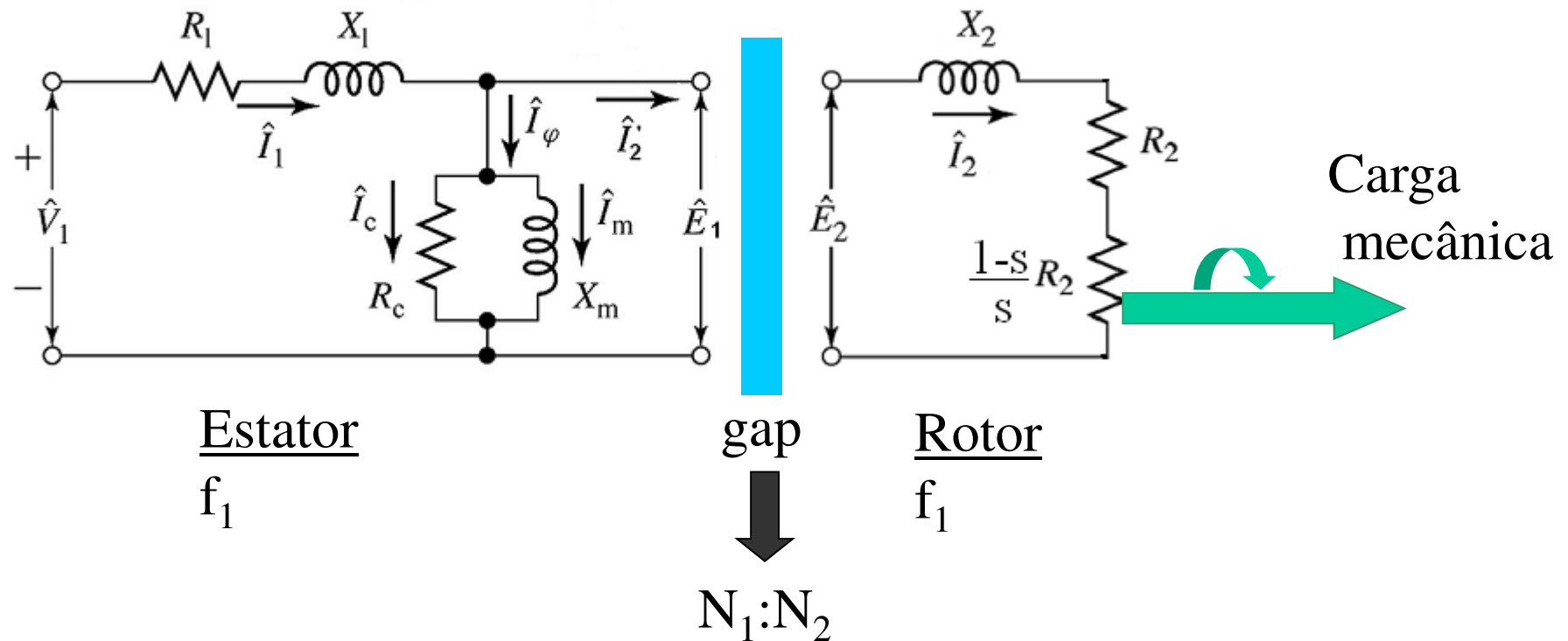


- A potência por fase associada ao rotor é:

$$P_{rotor} = P_g = P_{cobre} + P_{mec} = R_2 I_2^2 + \frac{1-s}{s} R_2 I_2^2 = \frac{R_2}{s} I_2^2$$

- que é transferida do estator para o rotor através do campo magnético do entreferro, por isso é denominada por potência do gap;

## Circuito Equivalente Estator-Rotor na Mesma Frequência



➤ Com isso:

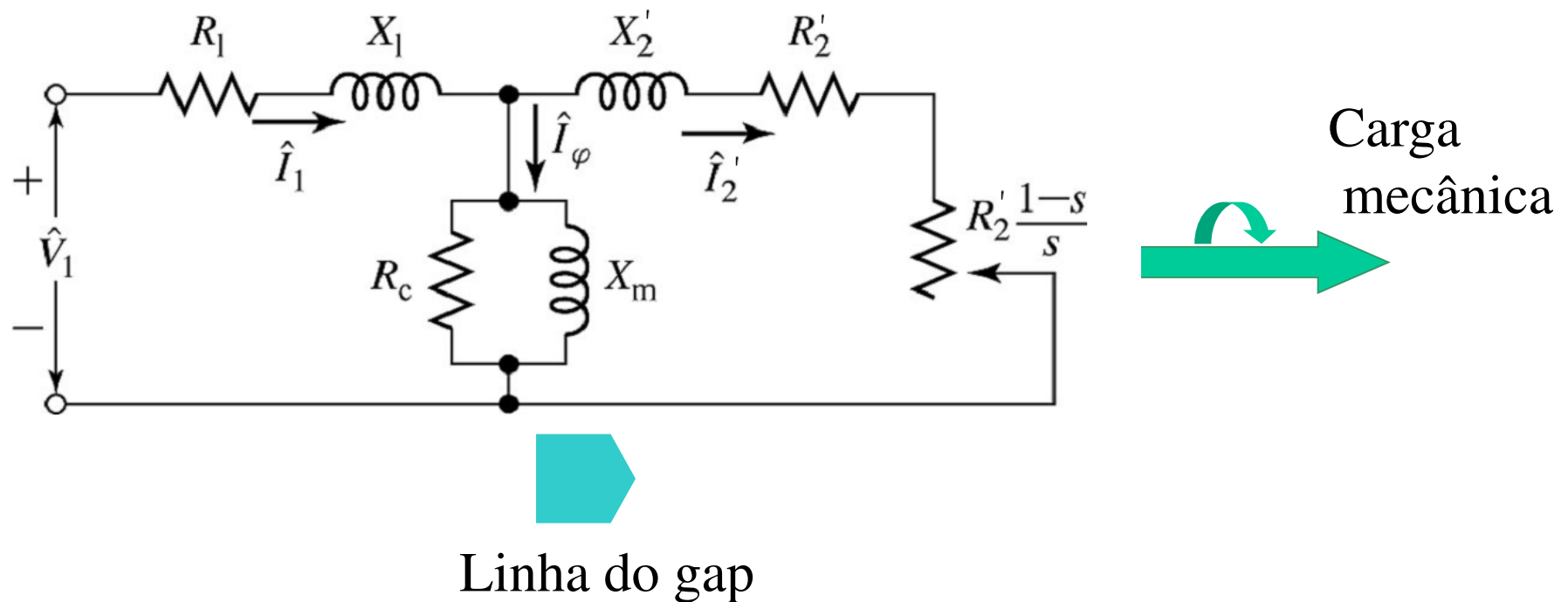
$$P_{\text{cobre}} = R_2 I_2^2 = s \frac{R_2 I_2^2}{s} = s P_g$$

A perda no cobre aumenta com o escorregamento

$$P_{\text{mec}} = \frac{1-s}{s} R_2 I_2^2 = (1-s) P_g$$

Perdas rotacionais + potência mecânica no eixo

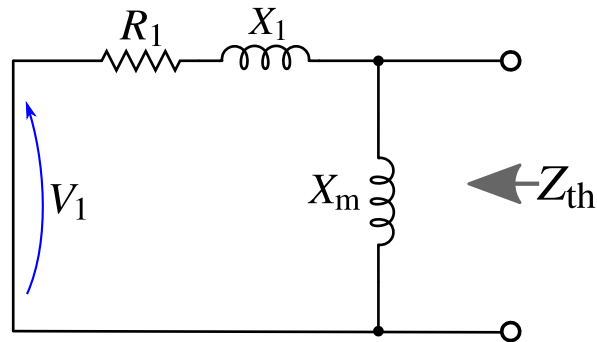
## Circuito Equivalente Referido ao Estator



- Com isso, o circuito fica representado na mesma frequência e refletido para um único lado, o lado do estator;
- Deve ser lembrado que a transferência de energia se dá pelo campo magnético do gap, mas isto não necessita ser explicitamente representado no circuito equivalente;

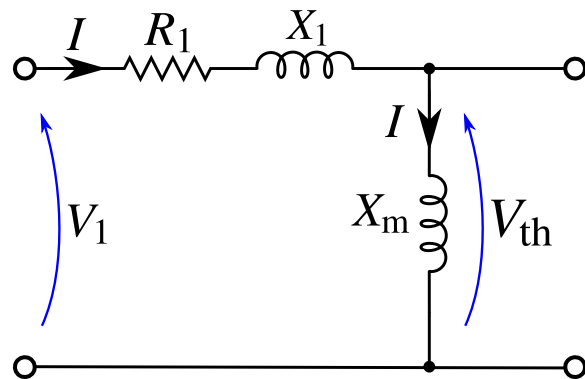
## Circuito Equivalente de Thévenin por fase

- Impedância de Thévenin vista dos terminais do rotor:



$$Z_{th} = jX_m // (R_1 + jX_1) = R_{th} + jX_{th}$$

- Tensão de Thévenin:

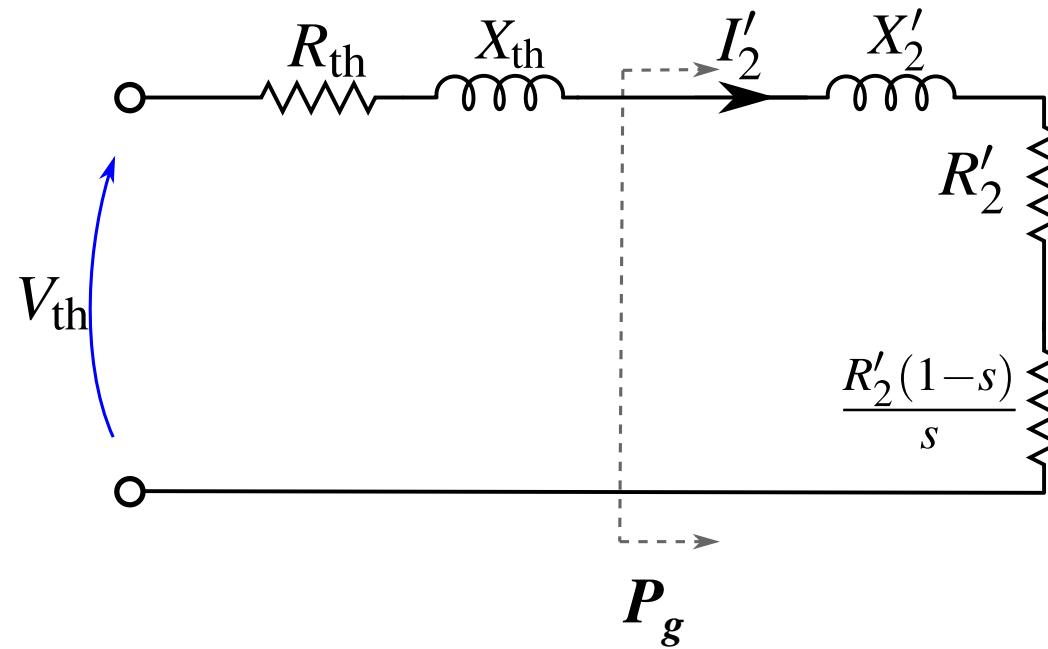


$$I = \frac{V_1}{R_1 + j(X_1 + X_m)}$$

$$V_{th} = jX_m I = \frac{jX_m V_1}{R_1 + j(X_1 + X_m)}$$

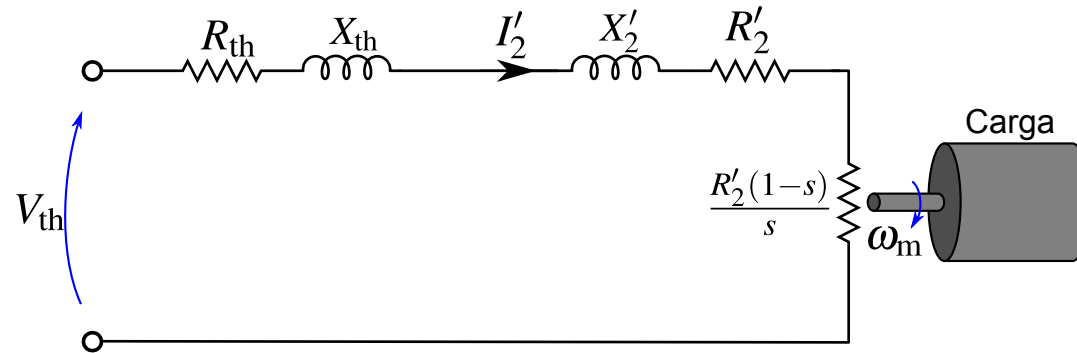
## Circuito Equivalente de Thévenin por fase

- Circuito equivalente:



## Característica Torque x Velocidade

- Considerando o modelo equivalente de Thévenin:



- O torque desenvolvido por fase é dado por:

$$T_{\text{mec}} = \frac{P_{\text{mec}}}{\omega_{\text{m}}} = \frac{1}{\omega_{\text{m}}} \frac{1-s}{s} R_2' I_2'^2$$

Onde  $\omega_{\text{m}} = \frac{2\pi n}{60} = (1-s)\omega_{\text{s}}$

- Daí: 
$$T_{\text{mec}} = \frac{1}{(1-s)\omega_{\text{s}}} \frac{1-s}{s} R_2' I_2'^2 = \frac{1}{\omega_{\text{s}}} \frac{R_2'}{s} I_2'^2 = \frac{P_{\text{g}}}{\omega_{\text{s}}} \quad \text{ou} \quad \frac{P_{\text{mec}}}{\omega_{\text{m}}}$$

## Característica Torque x Velocidade

- Cálculo de  $I_2'$ : 
$$I_2' = \frac{V_{th}}{\sqrt{\left(R_{th} + \frac{R_2'}{s}\right)^2 + \left(X_{th} + X_2'\right)^2}}$$

- Daí:

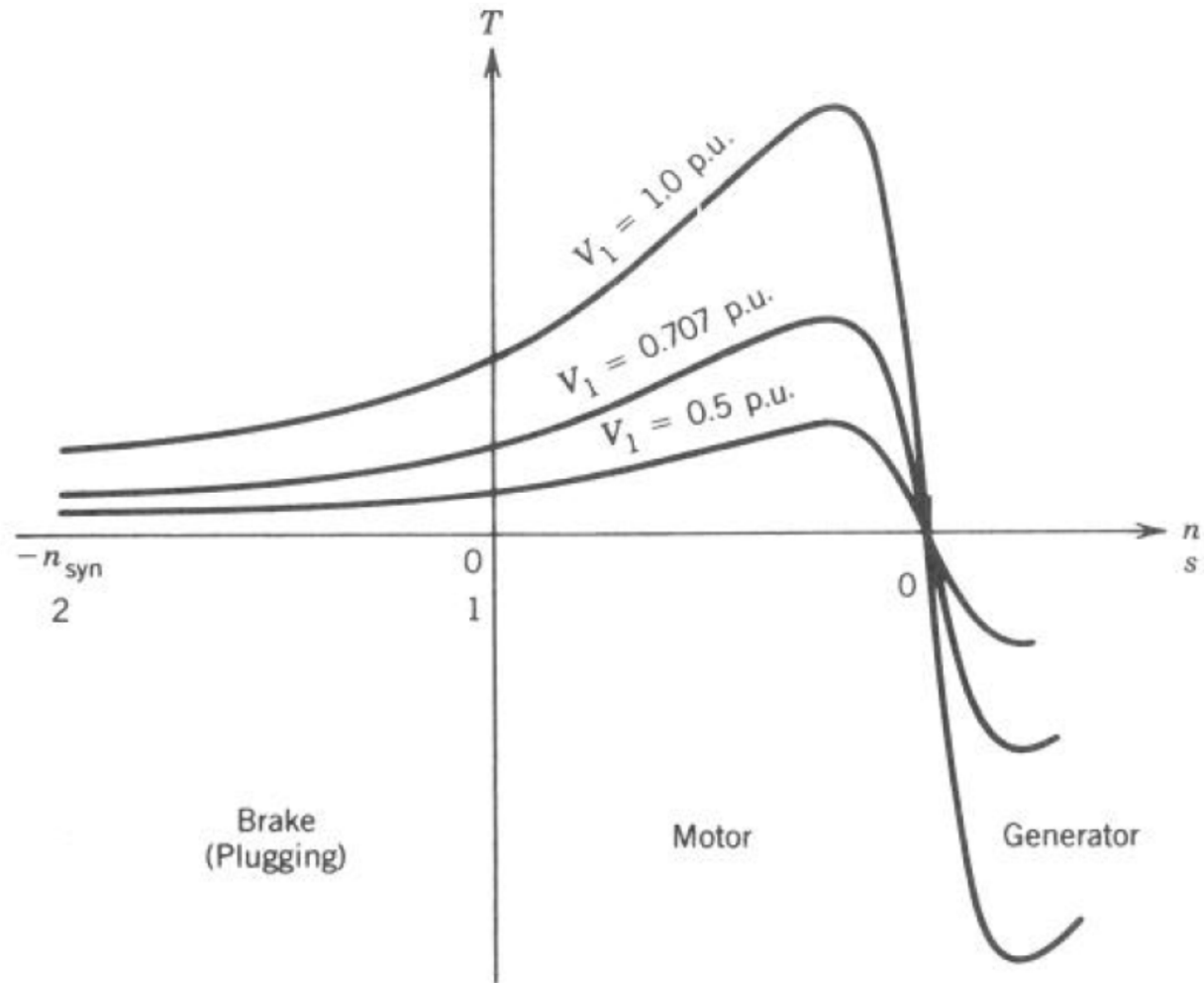
$$T_{mec} = \frac{1}{\omega_s} \frac{V_{th}^2}{\left(R_{th} + \frac{R_2'}{s}\right)^2 + \left(X_{th} + X_2'\right)^2} \frac{R_2'}{s}$$

**Torque por fase.**



## Característica Torque x Velocidade

- A característica  $T \times s$  varia com a tensão terminal ( $V_{th}^2$ ):



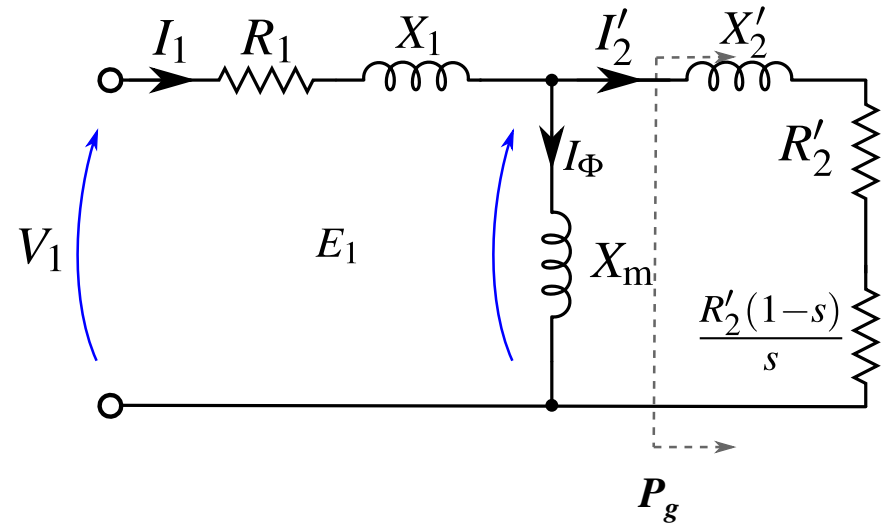
- Nota: a tensão terminal pode ser ajustada para controlar a velocidade da máquina.

## Corrente do Estator

Considerando o circuito equivalente de uma MI, a impedância total vista pela fonte é:

$$Z_1 = R_1 + jX_1 + jX_m // \left( \frac{R'_2}{s} + jX'_2 \right)$$

$$Z_1 = |Z_1| \angle \theta_1$$



Assim, a corrente do estator é:

$$I_1 = \frac{V_1}{Z_1} = I_\Phi + I'_2$$

## Corrente do Estator

---

- para  $n = n_s$  ( $s = 0$ ) – máquina operando na velocidade síncrona – temos

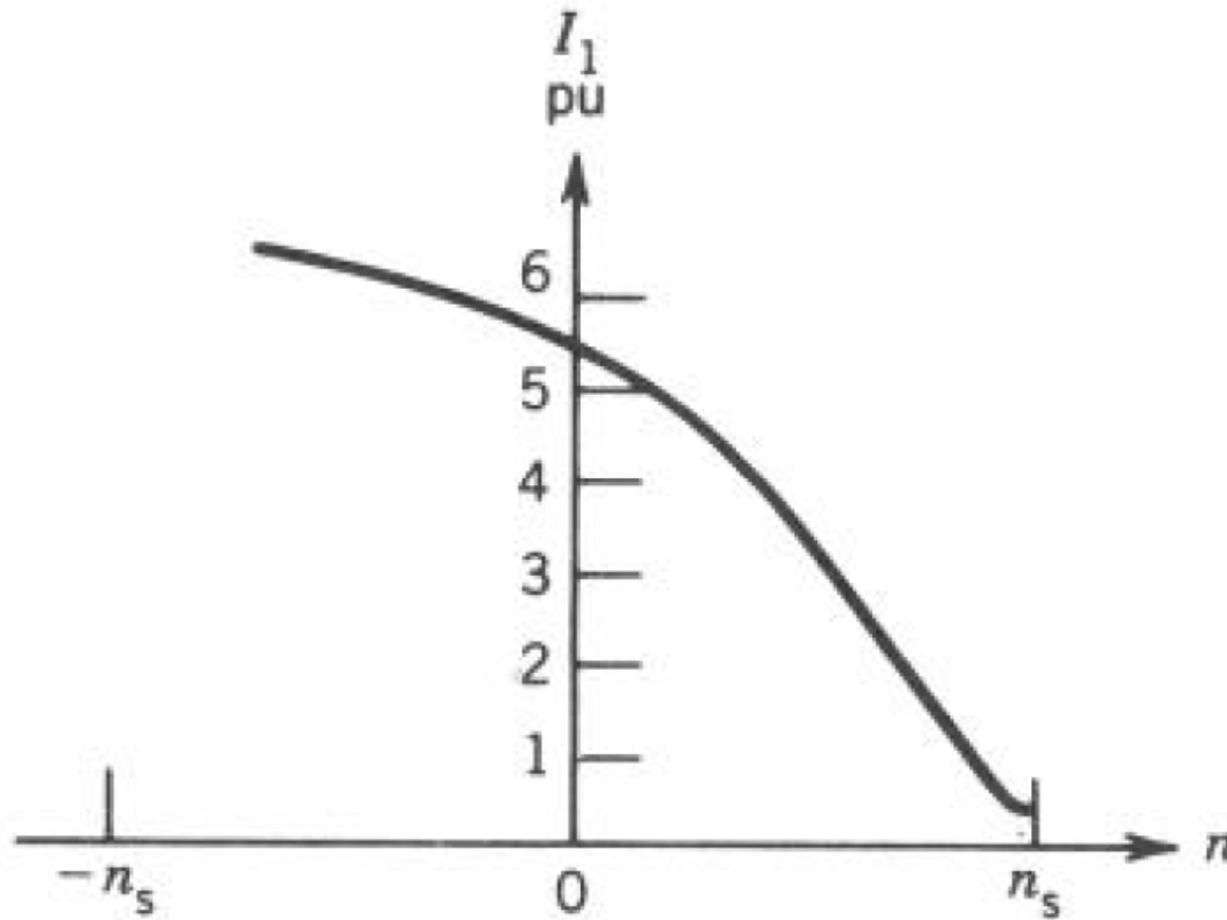
$$R_2'/s \rightarrow \infty \quad \rightarrow I_2' = 0 \quad \text{e} \quad I_1 = I_\Phi \quad (\text{sendo que a corrente de magnetização é igual a 30 a 50\% da corrente nominal})$$

- para  $n = 0$  ( $s = 1$ ) - máquina parada - a magnitude de  $Z_2' = R_2'/s + j X_2'$  é muito baixa, e assim a magnitude de  $I_2'$  será muito alta. Consequentemente,  $I_1 = I_2' + I_\Phi$  será elevada na partida (usualmente de 5 a 8 vezes a corrente nominal)

- para  $n < 0$  - velocidade negativa, ou seja, contrário ao campo girante, a corrente será ainda maior, pois aumentará a velocidade relativa do campo sobre as bobinas do rotor, aumentando a corrente induzida.

## Corrente do Estator

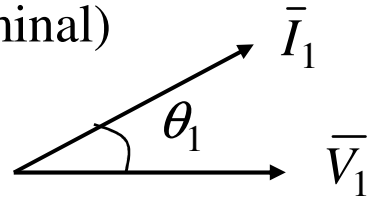
---



Em caso de motores de grande porte, é necessário empregar algum método de partida para reduzir a corrente, evitando que elevadas correntes sejam exigidas da rede.

## Fator de Potência

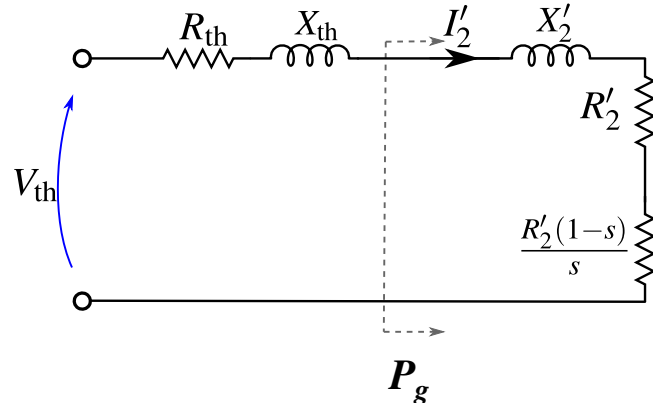
- É dado pelo cosseno do ângulo entre a tensão de alimentação (terminal) e a corrente do estator (terminal)



- Ou seja, o fator de potência é dado pelo cosseno do ângulo da impedância total (equivalente) vista da fonte:  $Z_1 = |Z_1| \angle \theta_1$

$$FP = \cos \theta_1$$

- Com base no circuito equivalente, temos:



$$\cos \theta_1 = \frac{R_{th} + R'_2 / s}{\sqrt{(R_{th} + R'_2 / s)^2 + (X_{th} + X'_2)^2}}$$

onde :

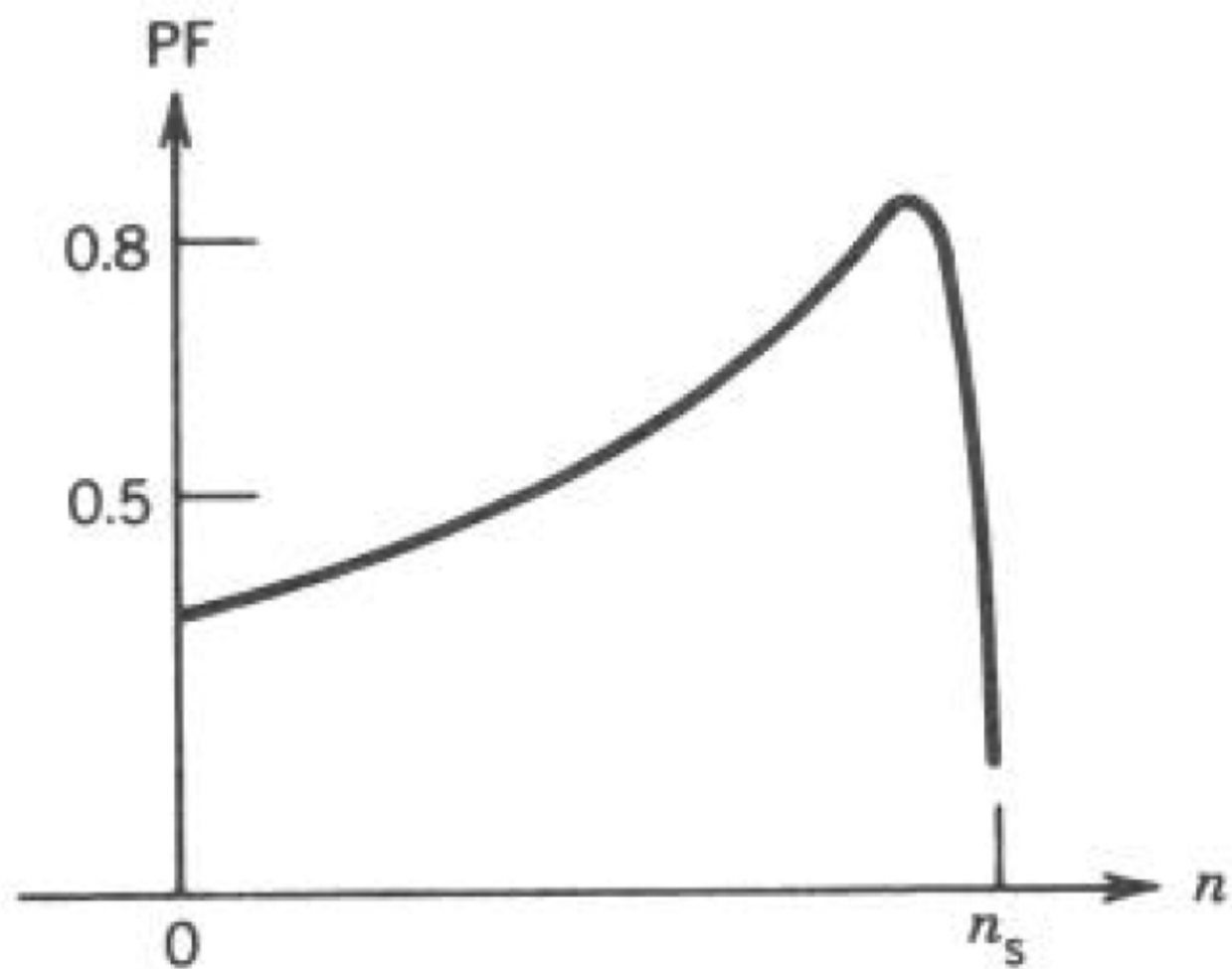
$$R_{TH} = \left( \frac{R_s X_m^2}{R_s^2 + (X_s + X_m)^2} \right)$$

$$X_{TH} = \left( \frac{X_m (R_s^2 + X_s^2 + X_s X_m)}{R_s^2 + (X_s + X_m)^2} \right)$$

- Portanto, o fator de potência varia com a velocidade do rotor (escorregamento)

## Fator de Potência

---



## Rendimento

- $n = P_{\text{saída}} / P_{\text{entrada}}$

Para operação como motor:

$$P_{\text{entrada}} = 3VI \cos \theta_1$$

$P_{\text{saída}}$  é a potência de entrada menos as perdas no cobre (do estator e do rotor), no núcleo (do estator e do rotor) e perdas por atrito, resistência ao ar e ventilação.

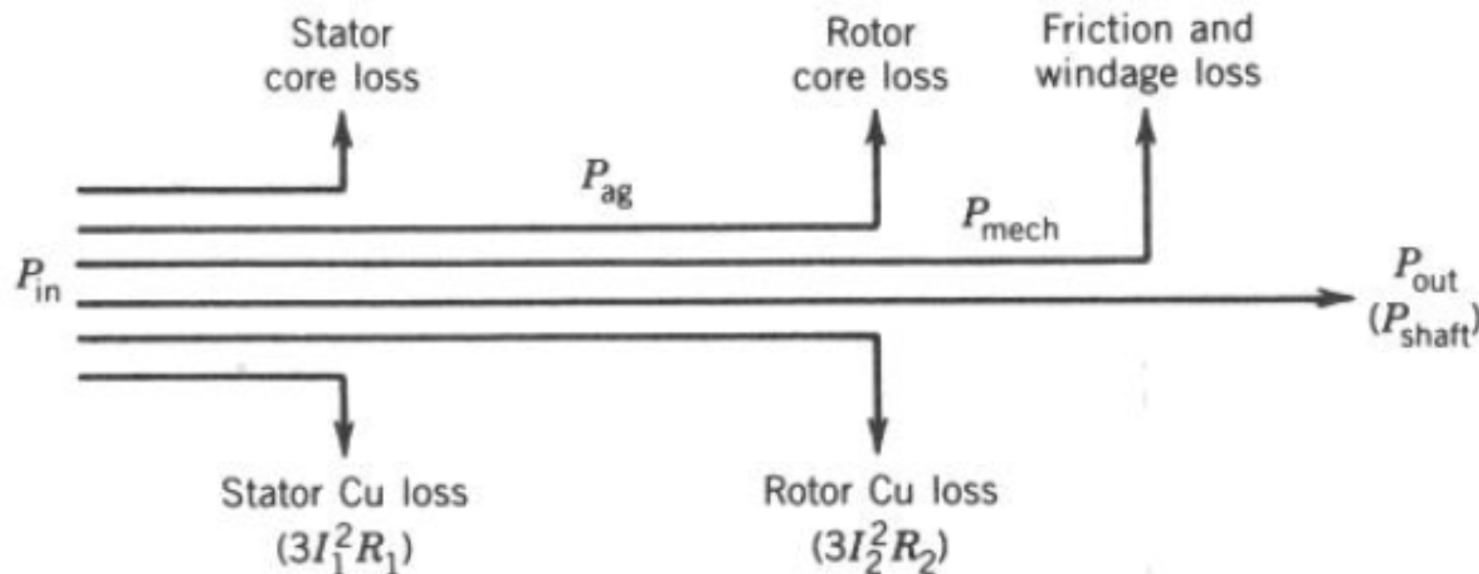


FIGURE 5.21 Power flow in an induction motor.

## Rendimento

---

- A eficiência é altamente dependente do escorregamento da máquina, isto pode ser verificado considerando-se apenas as perdas na resistência do rotor. Neste caso temos:

$$P_{\text{entrada}} = P_g$$

$$P_{\text{perdas, rotor}} = R_2 I_2^2 = s P_g$$

$$P_{\text{saida}} = (1 - s) P_g$$

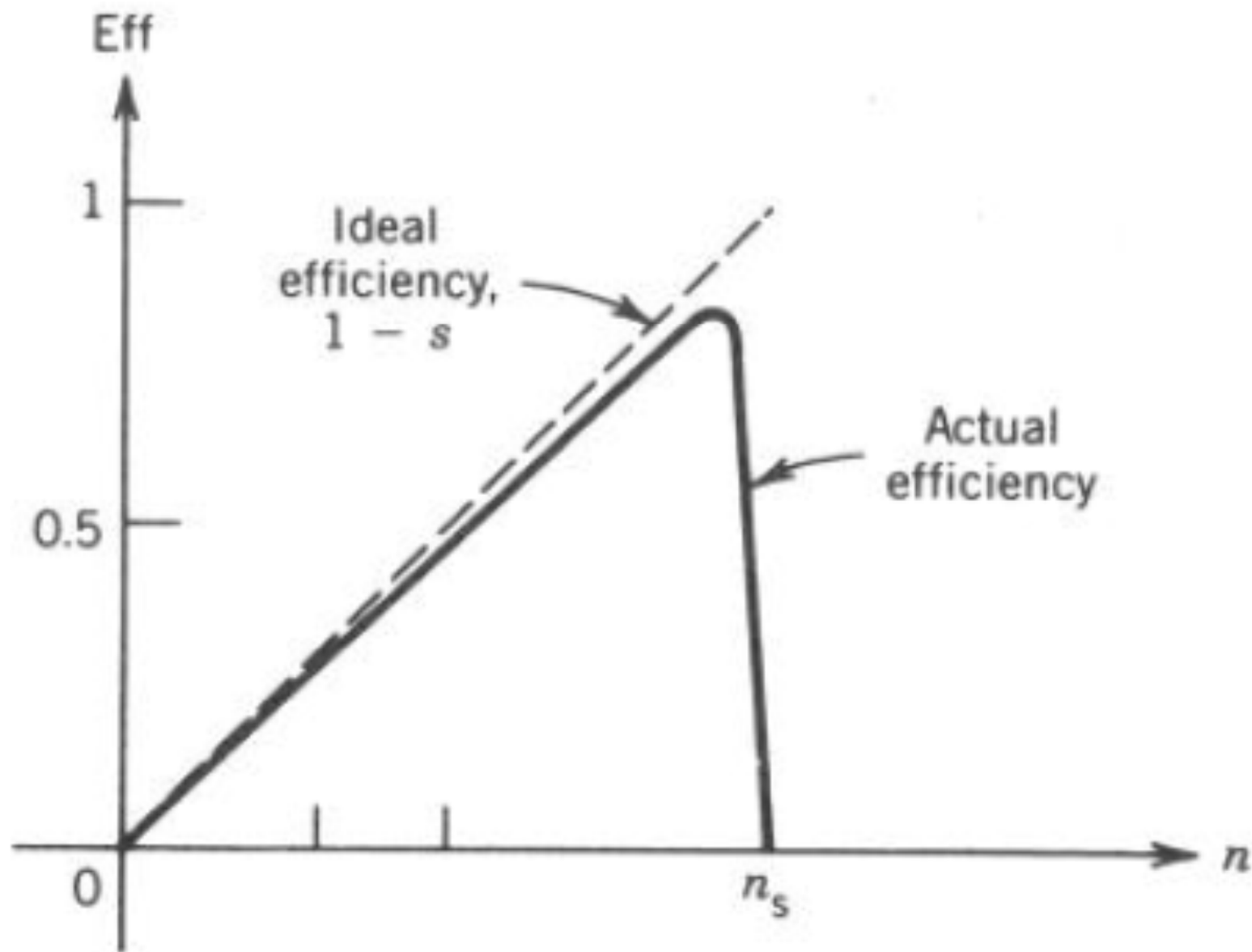
Portanto, temos:  $\eta = (1-s)P_g/P_g = 1 - s$

O qual é definido como eficiência ideal ou eficiência interna, sendo seu valor baixo para altos valores de escorregamento.

- Com a inclusão das demais perdas, a eficiência real da máquina sempre será menor do que a eficiência interna
- Para manter alta eficiência, o motor de indução deve operar próximo à velocidade síncrona.



## Rendimento



## Importância do Circuito Equivalente

---

- Com o circuito equivalente e seus respectivos parâmetros, podemos calcular diversas características de desempenho da máquina:
  - Relação Torque *versus* Velocidade
  - Corrente de partida
  - Fator de potência
  - Rendimento

## Exemplo 2

---

Um motor de indução trifásico, 460 V, 1740 rpm, 60 Hz, 4 polos, rotor bobinado tem os seguintes parâmetros (por fase):

$$R_1 = 0,25 \, \Omega$$

$$R_2' = 0,2 \, \Omega$$

$$X_1 = X_2' = 0,5 \, \Omega$$

$$X_m = 30 \, \Omega$$

As perdas rotacionais são de 1700 W. Com o rotor curto-circuitado, encontre:

- (a)
  - (i) corrente de partida quando ligado à tensão nominal;
  - (ii) torque de partida;
- (b)
  - (i) escorregamento à velocidade nominal;
  - (ii) corrente à velocidade nominal;
  - (iii) razão entre as correntes de partida e de carga nominal;
  - (iv) fator de potência à velocidade nominal;
  - (v) torque à velocidade nominal;
  - (vi) eficiência interna e eficiência do motor à velocidade nominal;

### Exemplo 3

---

Um motor de indução trifásico, de 460 V, 1710 rpm, 60 Hz e 4 polos apresenta corrente de partida de seis vezes o valor nominal para a corrente no rotor a plena carga. Determine o torque de partida como percentual do torque a plena carga.