

MAP2310 - Métodos Numéricos em Equações Diferenciais I

1º Semestre de 2018 - Prof. Nelson Kuhl

2ª Lista de Exercícios

Exercício 1 Faça os exercícios da Seção 4.3 do livro *Equações Diferenciais Aplicadas*, de Djairo Guedes de Figueiredo e Aloisio Ferreira Neves.

Exercício 2 O deslocamento x em relação à posição de equilíbrio de um sistema massa-mola amortecido satisfaz a EDO de segunda ordem

$$m\ddot{x} + b\dot{x} + kx = 0$$

onde $m > 0$ é a massa do objeto, $k > 0$ a constante da mola e $b \geq 0$ a constante de amortecimento.

- Para quais valores de k/m e b/m o polinômio característico tem autovalores complexos? Autovalores repetidos? Autovalores reais distintos?
- Ache a solução geral do sistema em cada caso.
- Descreva o movimento da massa quando ela é liberada da posição $x = 1$ com velocidade nula em cada caso do item a).

Exercício 3 Considere o sistema de equações diferenciais

$$\begin{aligned}\dot{x} &= ax + by \\ \dot{y} &= cx + dy\end{aligned}$$

Justifique a caracterização do equilíbrio, onde $\Delta = (a - d)^2 + 4bc$:

| Δ | $ad - bc$ | $a + d$ | Tipo de equilíbrio |
|----------|-----------|---------|--------------------|
| > 0 | < 0 | | sela |
| > 0 | > 0 | < 0 | nó estável |
| > 0 | > 0 | > 0 | nó instável |
| < 0 | | $= 0$ | centro |
| < 0 | | < 0 | espiral estável |
| < 0 | | > 0 | espiral instável |
| $= 0$ | | < 0 | nó estável |
| $= 0$ | | > 0 | nó instável |

Em cada caso, desenhe o retrato de fase associado à forma canônica da matriz.

Exercício 4 Para cada sistema abaixo, determine a solução geral, as soluções quando $(x(0), y(0)) = (1, 0)$ e $(x(0), y(0)) = (0, 1)$ e obtenha e^{tA} onde A é a matriz do sistema:

$$(a) \begin{cases} \dot{x} = x - 5y \\ \dot{y} = x - y \end{cases} \quad (b) \begin{cases} \dot{x} = y \\ \dot{y} = -25x - 6y \end{cases}$$

$$(c) \begin{cases} \dot{x} = 3x - y \\ \dot{y} = x + y \end{cases} \quad (d) \begin{cases} \dot{x} = y \\ \dot{y} = -16x - 10y \end{cases}$$

Exercício 5 Considere o sistema

$$\dot{x} = y, \quad \dot{y} = -x + 0.1x^3$$

Partindo de $x(0) = 2$ e $y(0) = 0.5$, use o método do ponto médio para avançar um passo no tempo com $h = 0.02$.