

**PROVA 2 - PMR3404 Controle I – 30/06/2017**

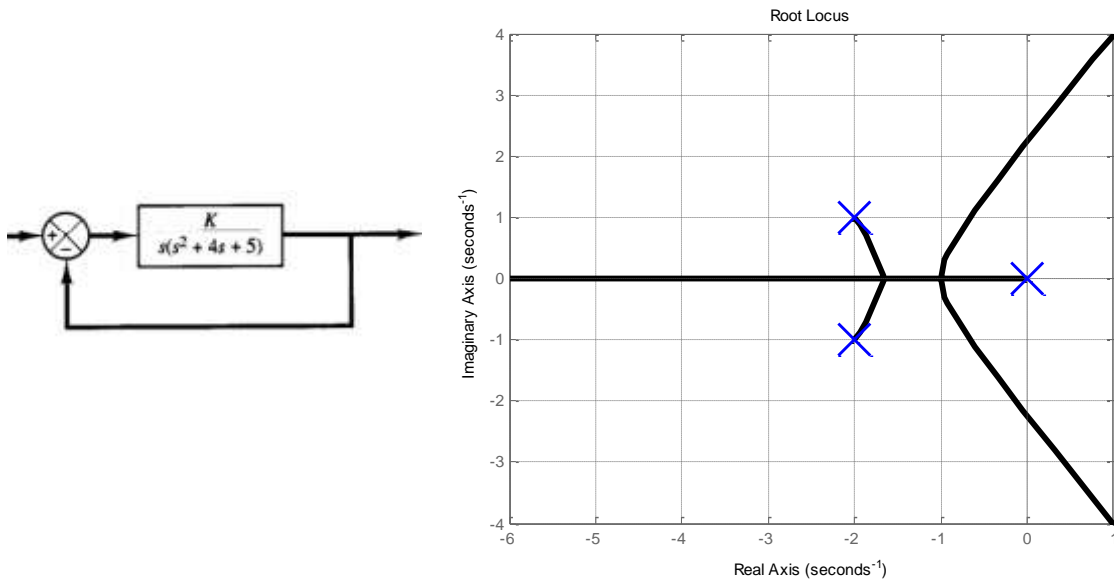
*Prof. Eduardo Aoun Tannuri*

**Nome:** \_\_\_\_\_ **No. USP:** \_\_\_\_\_

1) (3,0 pontos) Considere o sistema abaixo, cujo Lugar das Raízes é também apresentado.

a) Determine o valor de K para que o fator de amortecimento  $\zeta$  dos polos dominantes em malha fechada seja 0,5.

b) Obtenha os polos em malha fechada para o valor de K obtido no item (a) e esboce a resposta ao degrau unitário na referência. Justifique todas as suas hipóteses.



2) (3,0 pontos) O jogo de um navio de recreação deve ser minimizado, a fim de garantir o conforto dos passageiros. Uma das técnicas que se está estudando para este fim, no laboratório TPN-USP em parceria com uma empresa incubada, é a utilização de propulsores gerando forças reativas para baixo e para cima, compensando tal movimento, como mostrado na figura abaixo.

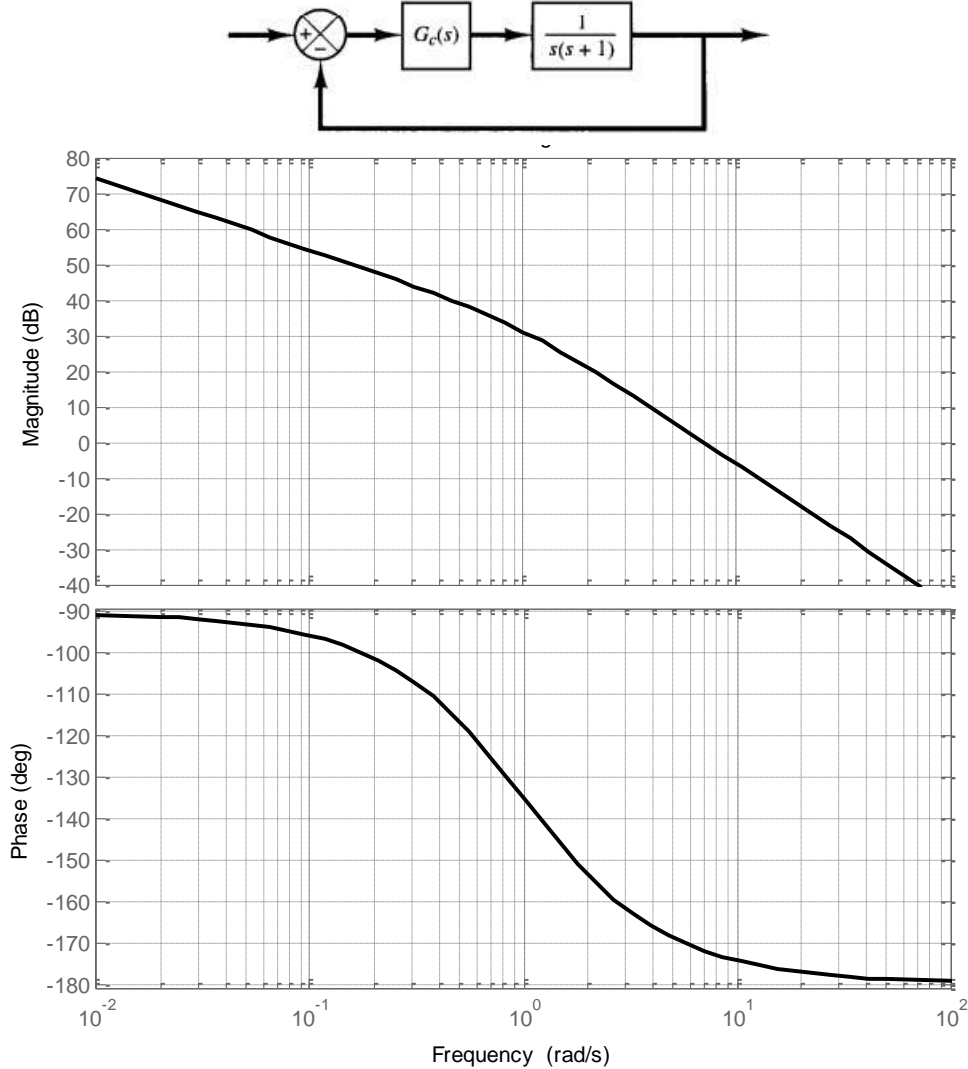


O modelo matemático obtido para um barco modelo (escala reduzida), sendo  $\theta$  o ângulo de jogo (roll) medido por um inclinômetro e M o momento (binário) gerado pelos propulsores de controle é:

$$30 \ddot{\theta} + 100 \dot{\theta} + 2500 \theta = M$$

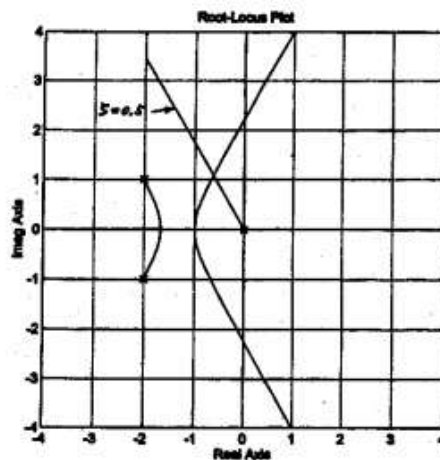
Projete um sistema de controle de avanço  $M(\Theta(s))$  que garanta que o sistema em malha fechada apresente fator de amortecimento de 0,7 e frequência natural de 12rad/s. A escolha destes parâmetros não é foco do presente problema, mas advém da necessidade de fazer o sistema responder pouco às ondas incidentes.

3) (3,5 pontos) Considere o sistema de controle indicado abaixo, em que  $G_c(s) = 50 \frac{Ts+1}{\gamma Ts+1}$ . O Ganho do controlador  $K_c = 50$  foi obtido para que a constante de erro estático de velocidade do sistema seja igual ao valor de projeto desejado ( $50s^{-1}$ ). O Gráfico de Bode do sistema em malha aberta sem a compensação dinâmica (ou seja, de  $K_c G(s) = 50 \frac{1}{s(s+1)}$ ) é apresentado abaixo.



- Projete um compensador de avanço ( $\gamma < 1$ ) para que a margem de fase do sistema em malha fechada seja de  $50^\circ$ . (Obs: Para os itens (a) e (b) você pode obter informações necessárias a partir do gráfico)
- Projete um compensador de atraso ( $\gamma > 1$ ) para que a margem de fase do sistema em malha fechada seja de  $50^\circ$ .
- Esboce a resposta ao degrau unitário na referência para ambos os controles projetados.

1)



Since the dominant closed-loop poles have the damping ratio  $\zeta$  of 0.5, we may write them as

$$s = x \pm j\sqrt{3}x$$

The characteristic equation for the system is

$$s^3 + 4s^2 + 5s + K = 0$$

By substituting  $s = x + j\sqrt{3}x$  into this equation, we obtain

$$(x + j\sqrt{3}x)^3 + 4(x + j\sqrt{3}x)^2 + 5(x + j\sqrt{3}x) + K = 0$$

or

$$-8x^3 - 8x^2 + 5x + K + 2\sqrt{3}j(4x^2 + 2.5x) = 0$$

By equating the real part and imaginary part to zero, respectively, we get

$$-8x^3 - 8x^2 + 5x + K = 0 \quad (1)$$

$$4x^2 + 2.5x = 0 \quad (2)$$

Noting that  $x \neq 0$ , from Equation (2), we obtain

$$4x + 2.5 = 0$$

or

$$x = -0.625$$

By substituting  $x = -0.625$  into Equation (1), we get

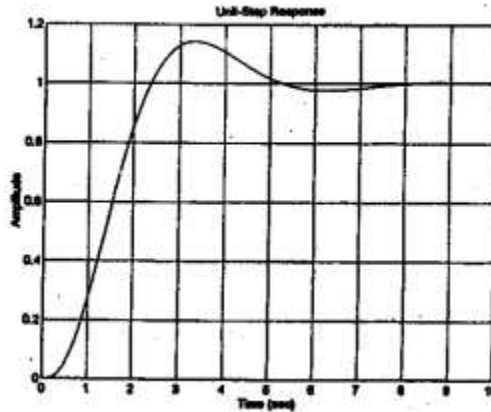
$$\begin{aligned} K &= 8x^3 + 8x^2 - 5x \\ &= 8(-0.625)^3 + 8(-0.625)^2 - 5(-0.625) \\ &= 4.296875 \end{aligned}$$

To determine all closed-loop poles, we may enter the following MATLAB program into the computer.

```
p = [1 4 5 4.296875];
roots(p)
ans =
-2.7500
-0.6250 + 1.0825i
-0.6250 - 1.0825i
```

Thus, the closed-loop poles are located at  $s = -0.625 \pm j1.0825$  and  $s = -2.75$ .

O polo em -2,75 é não dominante, e a resposta ao degrau deverá possuir ganho 1 (sistema tipo 1) e dinâmica dada pelos polos dominantes (sobressinal 16% e tempo de estabilização 6.4s)

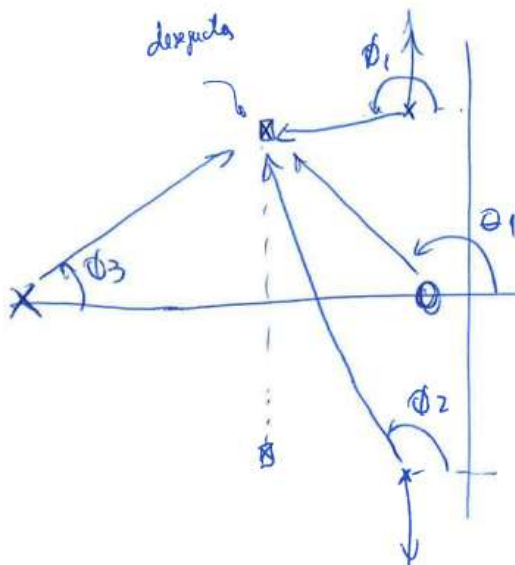


2)

$$i) \frac{\Theta(s)}{M(s)} = \frac{1}{30s^2 + 100s + 2500}$$

$$\text{polo MA} = -1,67 \pm 8,9j$$

$$\begin{aligned} \text{polos de polo} &= 12\left(\frac{\sqrt{2}}{2} \pm \frac{\sqrt{2}}{2}j\right) = \\ &= -8,5 \pm 8,5j \end{aligned}$$



$$\text{Compensador de avanço} \\ K_c \left( \frac{1+sT}{1+6sT} \right)$$

$$\phi_1 \approx 180^\circ$$

$$\phi_2 = 111^\circ$$

$$\Rightarrow \theta_1 - \phi_3 = 111^\circ$$

fixando polos controlados em -60

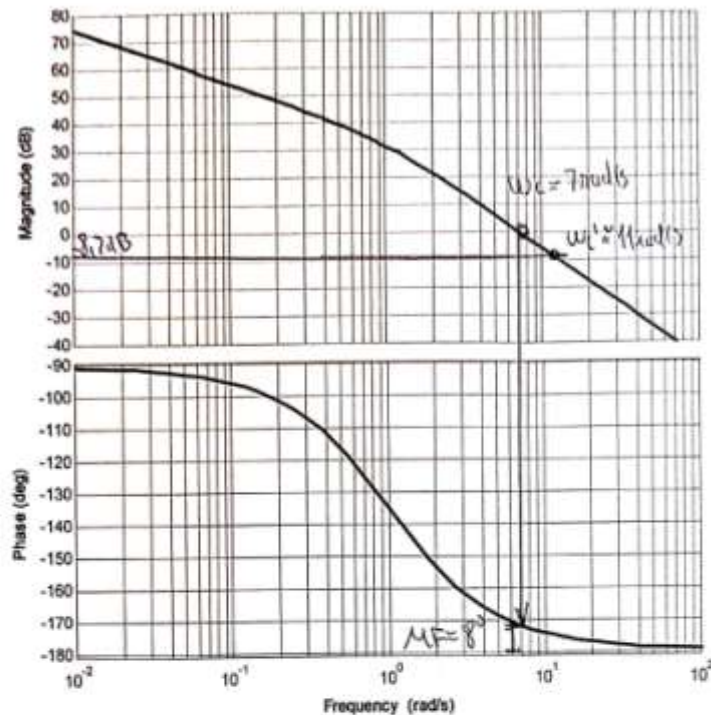
$$\Rightarrow \phi_3 = 10^\circ$$

$\Rightarrow$  zero controlado em -3,3

$$\Rightarrow G_c = K_c \left( \frac{s+3,3}{s+60} \right)$$

$$K_c \text{ é obtido por } \left| K_c \cdot \frac{s+3,3}{s+60} \cdot \frac{1}{30s^2+100s+2500} \right|_{s=-8,5 \pm 8,5j} = 1 \Rightarrow \boxed{K_c = 2 \cdot 10^4}$$

3)



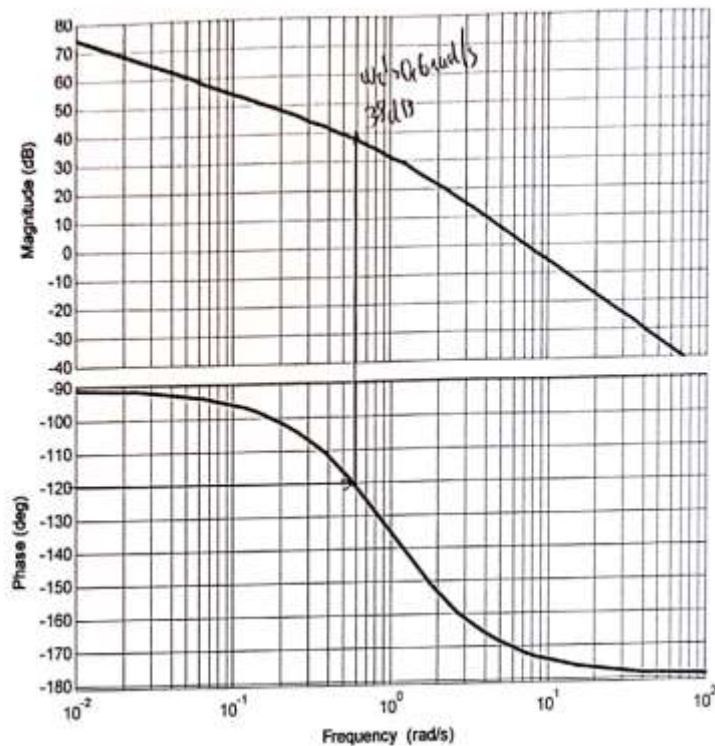
2)  $MF = 8^\circ \Rightarrow$  fase adicional =  $42^\circ + \text{margin}_{\text{extra}} = 48^\circ = 0,4$   
 $\Rightarrow \sin \phi_M = \frac{1-K}{1+K} \Rightarrow K = 0,11$

Avanço máximo de fase de  $G_c(s)$  ocorrerá na frequência em que o ganho é  $\frac{1}{\sqrt{8}} = \frac{1}{\sqrt{0,11}} = 2,6 \approx 8,2 \text{ dB}$ . Logo, o parâmetro  $T$  do controlador será calculado para que na frequência em que o aumento de fase é máximo  $\left(\frac{1}{\sqrt{8} \cdot T}\right)$  o ganho do sistema não compensado  $K_c \cdot G(s)$  seja  $-8,2 \text{ dB}$ . Esta será a nova frequência de aumento do sistema compensado: pelo gráfico esta nova freq. de aumento  $\omega_c' \approx 1 \text{ rad/s}$

$\frac{1}{\sqrt{8} \cdot T} = 1 \Rightarrow T = 0,23$

$\Rightarrow G_c(s) = 50 \cdot \frac{0,23s+1}{0,034s+1}$

3)



b) A frequência de cruzamento do sistema com compensador de atraso será a freq. na qual a fase sem compensador é  $-130$  - margem  $\approx -120^\circ$  que é aprox.  $0,6 \text{ rad/s}$ . Nesta freq. o ganho é  $38 \text{ dB}$ .

Logo, o compensador deve prover atenuação de  $38 \text{ dB}$  na alta freq.:

$$20 \log \frac{1}{T} = -38 \Rightarrow T = 79$$

A freq. dos polos e zeros do compensador deve ser  $\frac{1}{10}$  da freq. de cruzamento, para que o gráfico de fase seja pouco afetado na região de  $\omega_c$ .

$$\frac{1}{T} = \frac{1}{10} \cdot 0,6 \Rightarrow T = 16,6 \text{ s} \Rightarrow$$

$$G_c = 50 \cdot \frac{16,6s + 1}{166,79s + 1}$$

c) O sistema com compensador de avanço possui  $\omega_c^{AVANÇO} = 11 \text{ rad/s}$  e com compensação de atraso  $\omega_c^{ATRAS} = 0,6 \text{ rad/s}$

Logo, espera-se que o compensador de avanço proporcione um tempo de resposta  $\approx 20$  vezes mais rápido que o de atraso, ambos com sobressinal baixo ( $\approx 15\sim 20\%$ ) compatível com o margem de fase de  $70^\circ$ .

Ambos terão resposta ao degrau unitário tendendo a 1, pois o sistema é do tipo I

