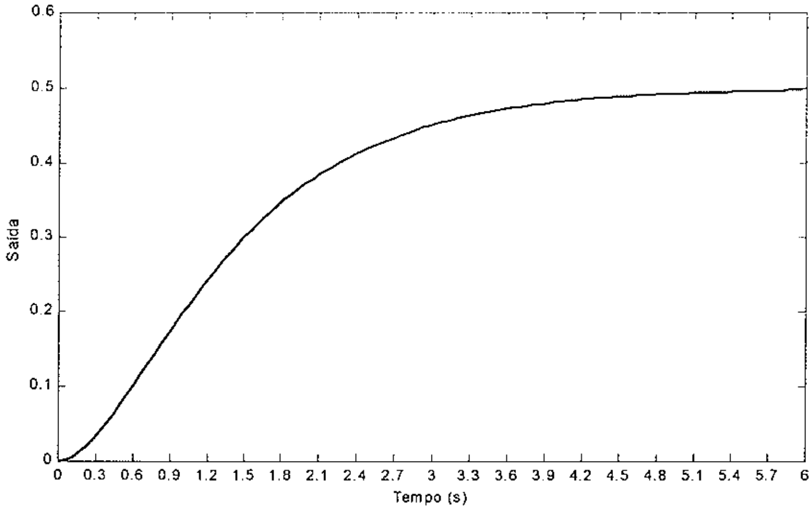
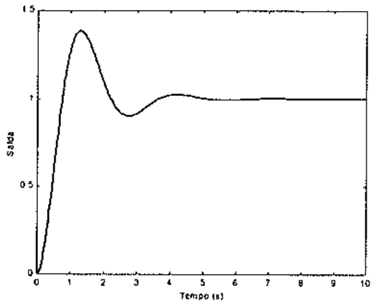
Prova 2 PMR – 2360 Controle I Prof. Eduardo Aoun Tannuri
Nome GABARITO NUSP ________________

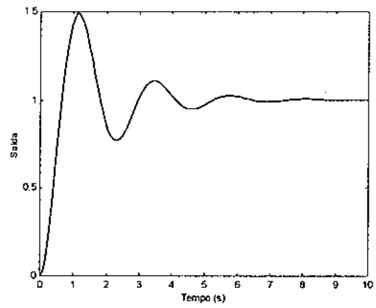
1) (Valor 2,5) a) A resposta a um degrau unitário de um processo químico é mostrada na figura abaixo. Projeto um controlador PID para este processo, utilizando o método de Ziegler-Nichols.



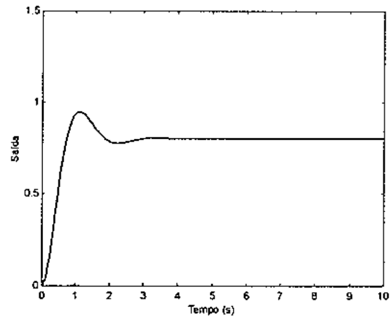
b) Observe a resposta (a) do sistema controlado com PID. Qual termo do controlador foi eliminado quando se obteve a resposta (b). Justifique.
c) Qual termo do controlador do item (b) foi eliminado quando se obteve a resposta indicada no na curva c. Justifique.



(a)



(b)

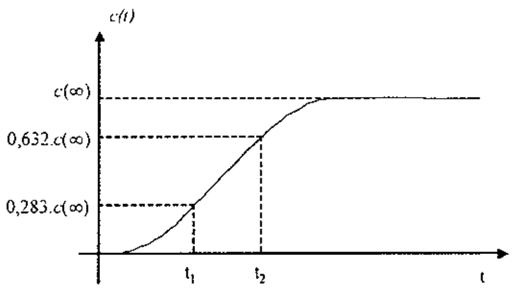


(c)

Dados:

Tabela : Método de Ziegler e Nichols para Curva de Reação

Controlador	K_P	T_I	T_D
PID	$1{,}2\frac{1}{K}\frac{\tau}{\theta}$	2θ	0.5θ



$$\tau = \frac{3}{2}(t_2 - t_1)$$

$$\theta = t_2 - \tau$$

a) $t_1 \cong 0{,}8s$ $\Rightarrow \tau = 1{,}2s$ $K = \frac{c(\infty)}{1} = 0{,}5$

$t_2 \cong 1{,}6s$ $\theta = 0{,}4s$

PID $\rightarrow$ $K_p = 1{,}2 \cdot \frac{1}{0{,}5} \cdot \frac{1{,}2}{0{,}4} = 9$ $T_i = 2\theta = 0{,}8s$

$T_d = 0{,}5\theta = 0{,}2s$

b) Retirou-se o termo derivativo pois manteve-se erro zero em regime mas com menos amortecimento

c) Retirou-se o termo integral, pois surge erro em regime e houve ligeira redução de sobressinal

2) (Valor 1,5) (Adaptado de Provão 2000) (3.0) Um sistema composto de um gerador elétrico, acionado por uma turbina hidráulica controlada por um regulador de velocidade, possui a Função de Transferência G(s) em malha fechada representada na figura abaixo, onde s é a Variável de Laplace.

O gráfico apresenta:

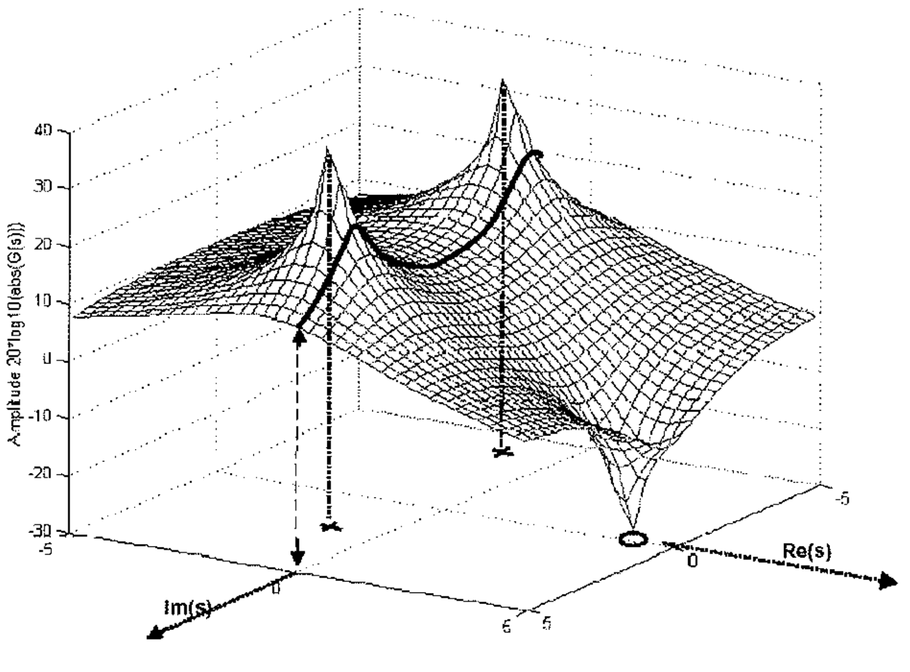
- no eixo vertical, o valor do módulo de G(s), em dB, ou seja, . . 20log |G(s)| ;
- no plano horizontal, a Variável de Laplace.

Para a representação de |G(s)| foi utilizada como domínio de s uma grade quadrada variando de –5 a +5 nos dois eixos, com pontos espaçados de 0,26 unidades. Todos os pólos e zeros finitos do sistema estão enquadrados dentro desse domínio. Observe atentamente o gráfico e:

a) faça uma análise deste sistema quanto à sua ordem (dimensão), quanto à sua estabilidade e quanto a outras características que possam enriquecer a sua análise;

b) descreva o que representa a curva em negrito desenhada sobre a superfície;

c) avalie e escreva, com valores numéricos aproximados, a função de transferência G(s).



Questão nº 7

Padrão de Resposta Esperado:

a) O sistema é de 2ª ordem, pois possui dois pólos. **(valor: 1,5 pontos)**

O sistema é estável porque os pólos estão no semiplano da esquerda do plano **s**, ou seja, os pólos possuem parte real negativa. **(valor: 2,0 pontos)**

O sistema é de **fase não mínima**, pois possui um zero no semiplano da direita do plano **s**, mais precisamente, um zero no eixo real positivo. **(valor: 0,5 ponto)**

b) Três alternativas (Valor integral para quem responder a pelo menos uma)

1) A curva em negrito corresponde ao lugar geométrico dos pontos de **|G(s)|** , para o caso particular de **s=jω**.

2) A curva em negrito representa a resposta em freqüência **|G(j ω)|**.

3) A curva em negrito representa, no lado positivo do plano **s**, o **Diagrama de Bode**. **(valor: 4,0 pontos)**

c) Duas alternativas (Valor integral para quem responder a pelo menos uma)

1) Considera-se o valor de 0,26 entre os pontos consecutivos da grade e que os pólos são complexos conjugados. Contando os pontos sobre a grade da superfície traçada, partindo das extremidades até os pólos e o zero, obtém-se com maior precisão:

$$G(s) = \frac{K(s-3.96)}{(s+0{,}52+j3.18)(s+0{,}52-j3.18)}$$

2) Faz-se uma avaliação grosseira da posição dos pólos no plano **s**, e obtém-se aproximadamente:

$$G(s) = \frac{K(s-4)}{(s+1+j3)(s+1-j3)}$$

Considerando as imperfeições de simetria do posicionamento dos pólos em relação ao eixo real apresentadas no gráfico, serão aceitos valores próximos, desde que estejam coerentes, ou seja, zero positivo e os pólos com parte real negativa e complexos conjugados. **(valor: 2,0 pontos)**

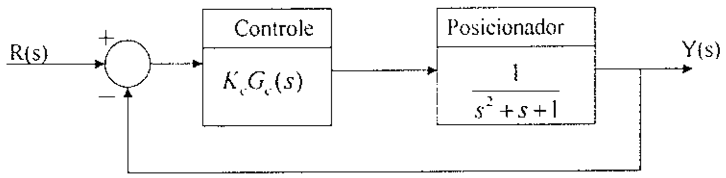
Nas duas soluções anteriores, (1) e (2), o cálculo do ganho K pode ser obtido estimando-se o valor de G(0) na figura, o que não é muito visível no gráfico. não será exigido, na correção, o cálculo do valor numérico de K.

Supondo G(0) = 10db

em (1) $\dfrac{K.3,96}{10,38} = \sqrt{10} \rightarrow K = 8,3$

em (2) $\dfrac{K.4}{10} = \sqrt{10} \rightarrow K = 7,9$

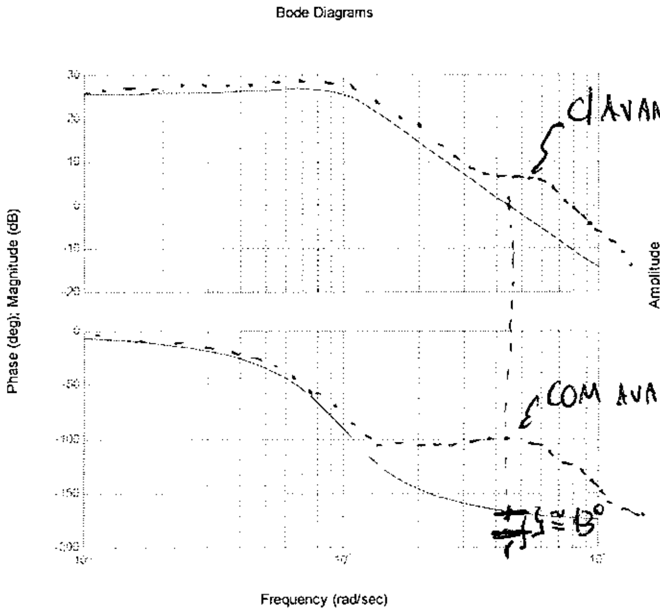
3) (Valor 3,5) Um posicionador mecânico deve ser controlado. O modelo da malha de controle, juntamente com o sistema, é dado abaixo, onde Kc é o ganho real do controlador e Gc sua função de transferência (com ganho unitário em baixa freqüência).



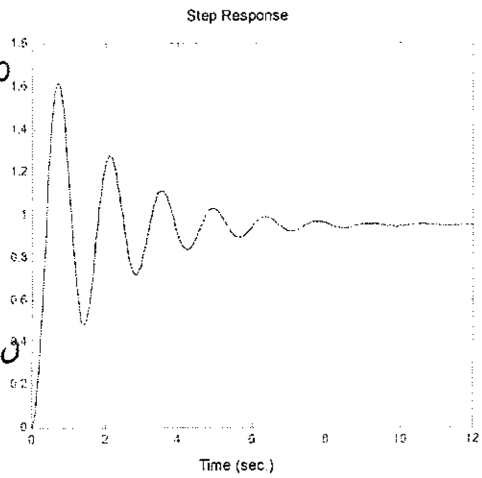
a) Calcule Kc para que o erro de posição, para referência degrau unitária, seja menor que 5%.

b) Considerando Gc(s)=1 e o Kc calculado em (a), o diagrama de Bode da função de malha aberta é dado abaixo. Qual a margem de ganho e de fase do sistema em malha fechada? Estes valores são coerentes com a resposta ao degrau do sistema em malha fechada, também ilustrado abaixo?

Diagrama de Bode de malha aberta



Resposta degrau em malha fechada

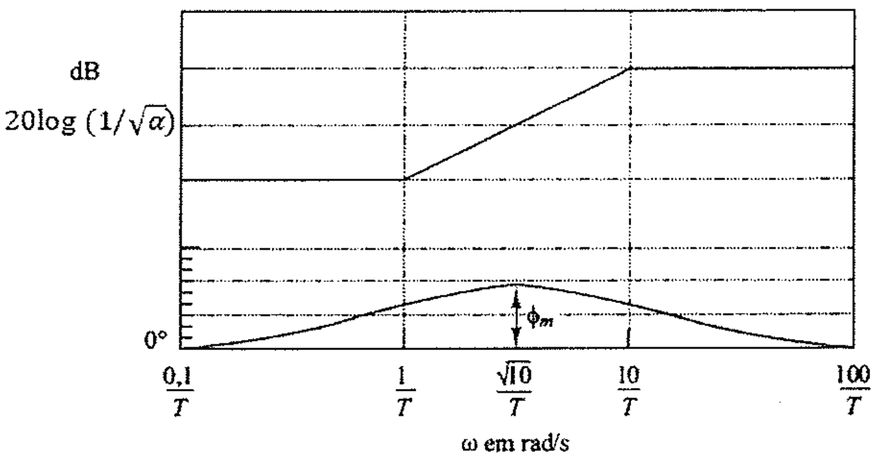


d) Esboce o diagrama de Nyquist deste sistema e analise a sua estabilidade.

e) Sabendo-se que o objetivo do controlador é aumentar a margem de ~~ganho~~ FASE e que a velocidade de resposta é um fator importante no posicionamento, explique a razão de um compensador de avanço ser mais adequado do que um compensador de atraso. Esboce como o diagrama de bode ficaria alterado com a inclusão de um compensador de avanço corretamente projetado.

f) Calcule os parâmetros T e α de $G_c(s) = \dfrac{1+Ts}{1+\alpha Ts}$ para obter uma margem de fase de 50°.

Formulário: Bode de Gc:



$$\operatorname{sen}\phi_m = \frac{\frac{1-\alpha}{2}}{\frac{1+\alpha}{2}} = \frac{1-\alpha}{1+\alpha}$$

a) $$\frac{E(s)}{R(s)} = \frac{1}{1+K_C \cdot G(s)} = \frac{s^2+s+1}{s^2+s+1+K_C}$$

$$\Rightarrow 0{,}05 = \lim_{s \to 0} s \, \frac{1}{s} \cdot \frac{s^2+s+1}{s^2+s+1+K_C} \Rightarrow K_C = 19$$

$$\Rightarrow \boxed{K_C > 19}$$

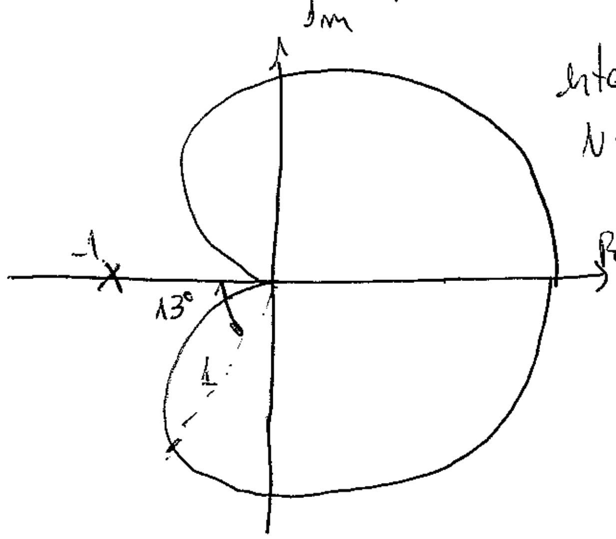
b) $$\left| \frac{19}{(j\omega)^2+j\omega+1} \right| = 1 \Rightarrow \omega_c = 4{,}4\ \text{rad/s}$$

$$MF = \angle \frac{19}{(j\omega_c)^2+(j\omega_c)+1} + 180^\circ \cong \boxed{13^\circ = MF}$$

$\boxed{MG = \infty}$ pois a função em malha aberta não alcança -180° defase

Coerente, pois MF é pequena, "pouca" estabilidade, baixo amortecimento, oscilação em malha fechada.

d)



estável pois
$N = 0,\ Z = 0$

e) O compensador de atraso é mais adequado para melhorar as características de regime permanente, e não o transitório (velocidade de resposta)

O esboço está na figura do enunciado.

f) . MF: 50° ⇒ acréscimo de 37° na fase na freq. de cruzamento

- pelo fato do compensador de avanço aumentar w_c, vamos considerar um aumento de 47° na fase

$$\Rightarrow \quad \operatorname{sen} 47° = \frac{1-\alpha}{1+\alpha} \Rightarrow \boxed{\alpha = 0{,}25}$$

- aumento do ganho na freq. de máximo avanço de fase:

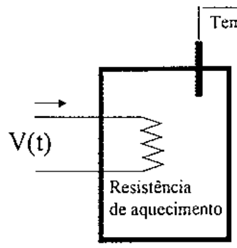
$$20 \log \frac{1}{\sqrt{\alpha}} = 6$$

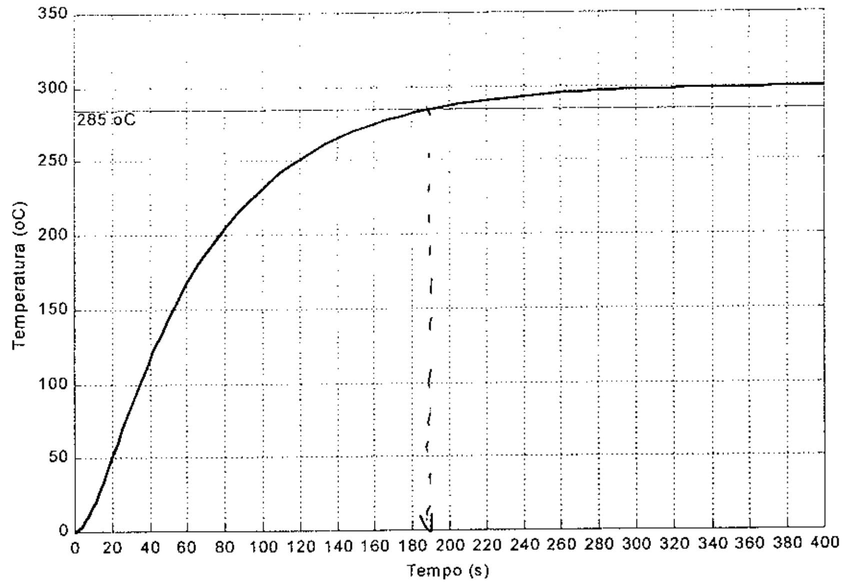
- nova freq de cruzamento:

$$20 \log \left| \frac{19}{(j\omega)^2 + (j\omega) + 1)} \right| = -6 \Rightarrow \omega_c = 6{,}2 \text{ rad/s}$$ (nova freq de cruzamento)

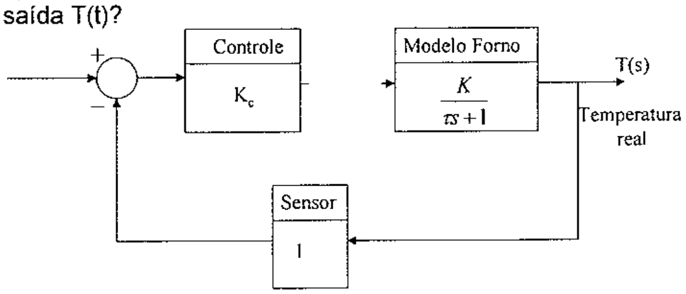
$$\Rightarrow \quad \frac{\sqrt{10}}{T} = 6{,}2 \Rightarrow \boxed{T = 0{,}51\,s}$$

4) (Valor 2,5) Você é responsável pelo projeto de um controlador a ser empregado em um forno industrial elétrico. Devido ao seu conhecimento muito superficial sobre processos térmicos, você resolveu fazer um ensaio para determinar as características dinâmicas do forno. Para isso, aplicou uma tensão constante de 100V (AC) sobre a resistência e obteve a seguinte curva de temperatura.





a) Qual o melhor modelo de 1^a ordem que representaria a relação entre a entrada V(t) e a saída T(t)?

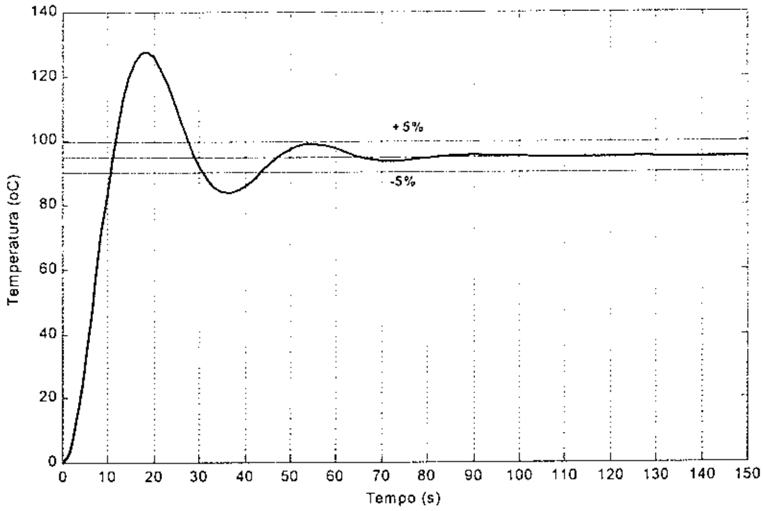


b) Utilizando o modelo acima, projete um controlador proporcional Gc(s)=Kc que resulte um erro para uma referência degrau menor que 5%.

c) Qual a função de transferência em malha fechada esperada? Esboce a curva de resposta para uma entrada R(s) degrau de amplitude 100°C.

Um engenheiro mais experiente disse que o seu projeto possui um erro, pois você desconsiderou a constante de tempo devido à resistência elétrica, por ser menor que a constante de tempo devido ao forno propriamente dito. Segundo ele, o modelo correto possui dois pólos reais, e não apenas um como foi feito no item a. Você, entretanto, argumentou que a constante de tempo devido à resistência deve ser muito menor que a devido ao forno (pois a "inércia" térmica do forno é bem maior que a da resistência).

d) Ao realizar o teste do sistema de controle, a curva de resposta obtida é apresentada abaixo, com comportamento oscilatório não previsto no item c. Apresente uma justificativa razoável para este resultado oscilatório. Para tanto, esboce o Lugar das Raízes para o sistema real (considerando também a constante de tempo mais rápida devida à resistência) e para o sistema aproximado.



e) Estime a constante de tempo da resistência elétrica.

Formulário Adicional

Sistema de 1ª ordem $G(s) = \dfrac{K}{1+\tau s}$; tempo de acomodação 5% = 3τ

Sistema de 2ª ordem $G(s) = \dfrac{K\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$; tempo de acomodação 5% = $\dfrac{3}{\zeta\omega_n}$

a) $K = 3$

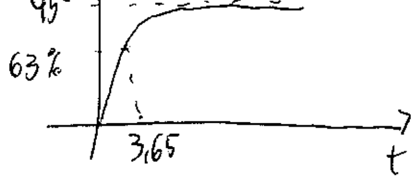
$\tau =$ $\dfrac{190s}{3} = 63\,s$ (supor pelo tempo de estabilização) acerto as duas!

73s (supor por 63,2% da resposta)

b) PI $R(s) = \dfrac{A}{S} \Rightarrow e_{ss} = A \cdot \dfrac{1}{1+K_c.K} \Rightarrow \boxed{K_c = 6{,}33}$

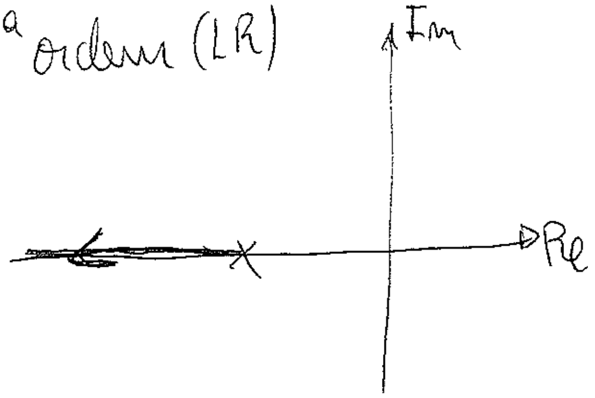
c) $\dfrac{T(s)}{R(s)} = \dfrac{K.K_C}{Ts+1+KK_C} \Rightarrow$ novo ganho $= \dfrac{KK_C}{1+KK_C} \rightarrow 0{,}95$

nova cte tempo $= \dfrac{T}{1+KK_C} \rightarrow 3{,}65\,s$

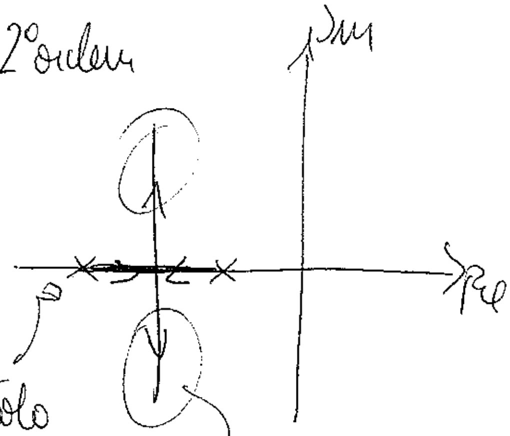


d)

1ª ordem (LR)

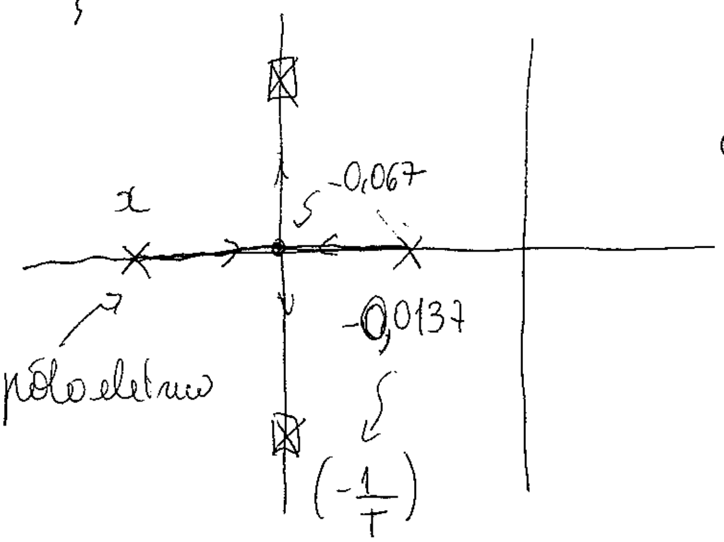


2ª ordem



e)

$$\frac{3}{\xi\omega_N} = 45s \Rightarrow \xi\omega_N = 0{,}067$$



O LR parte da mediatriz entre os pólos, pela cond. de fase.

logo

$$\frac{x - 0{,}0137}{2} = -0{,}067$$

$$x = -0{,}1203$$

$\Rightarrow$ pólo elétrico $= -0{,}1203$

cte tempo $\cong$ 8,3s

bem mais rápida que a térmica