

PCS 3115 (PCS2215)

Sistemas Digitais I

Módulo – Hamming

Prof. Dr. Edison Spina

sobre o material do Prof. Dr. Marcos A. Simplicio Jr.

versão: 4.1 (Mai/2018)

Spina

Código de Hamming

- Código com as seguintes características:
 - Distância mínima $m = 3$
 - Palavras de até $(2^i - 1)$ bits, dentre eles i bits de verificação
- Método de construção:
 - Enumere os bits de 1 a $2^i - 1$
 - Posições que são potências de 2 são bits de paridade p
 - Ou seja, $\text{pos}(p) = 2^n$, para $0 \leq n < i$
 - Cada bit de paridade p abrange todos os bits para os quais o AND lógico da posição de p e do bit de informação for $\neq 0$
 - Ex. ($n = 1$): O bit de paridade na posição 2 é calculado considerando os bits informação nas posições 3 (011), 6 (110) e 7 (111)



bits de paridade ²

Spina

Código de Hamming

- A distância é no mínimo 3 porque
 - Trocar 1 bit na posição j qualquer leva a palavra inválida: posição j está associada a pelo menos um bit de paridade
 - Trocar 2 bits nas posições j e k também: bits de paridade envolvendo j e k não detectam erro, mas existe ao menos um bit de paridade que não depende de j e k
 - Afinal, j e k diferem em pelo menos 1 bit

posições:	7:111	6:110	5:101	4:100	3:011	2:010	1:001
paridade sobre:	*		*	5,6,7		3,6,7	3,5,7

erro em $j = 7 \rightarrow$ invalida bits de paridade nas posições 4, 2 e 1
 erro em $j = 7$ e $k = 5 \rightarrow$ invalida bit de paridade na posição 2

3

Código de Hamming

- Correção de erros de 1 bit é simples:
 - Posição do bit em que houve a inversão é dada pela representação binária dos bits de paridade

posições:	7:111	6:110	5:101	4:100	3:011	2:010	1:001
paridade sobre:	*		*	5,6,7		3,6,7	3,5,7

Posição do erro	Bits de paridade afetados	Posição do erro	Bits de paridade afetados
7	$4+2+1 = 7$	3	$2+1 = 3$
6	$4+2 = 6$	2	2
5	$4+1 = 5$	1	1
4	$4 = 4$		

$\leftarrow = \rightarrow$

4

Código de Hamming

- Alguns detalhes adicionais
 - Distância 3 pode ser **estendida para distância 4**: basta adicionar um **bit de paridade calculado sobre todos os bits**
 - Normalmente, em uma comunicação os bits de paridade são colocados nas **posições menos significativas** da palavra
 - Ou seja: bit de paridade da posição 2^i colocado na posição i

Bits de dados	Código de distância mínima 3		Código de distância mínima 4	
	Bits de paridade	Bits totais	Bits de paridade	Bits totais
1	2	3	3	4
≤ 4	3	≤ 7	4	≤ 8
≤ 11	4	≤ 15	5	≤ 16
≤ 26	5	≤ 31	6	≤ 32
≤ 57	6	≤ 63	7	≤ 64
≤ 120	7	≤ 127	8	≤ 128

5

Código de Hamming: Exercícios

1) Qual o Código de Hamming (distância mínima 3) com paridade par que representa a cadeia de informação 0101?

2) Se os bits de paridade nas posições 1, 2 e 8 indicam erro, qual bit está errado?

Código de Hamming: Exercícios

1) Qual o Código de Hamming (distância mínima 3) com paridade par que representa a cadeia de informação 0101?

→ Comece construindo o código da direita para a esquerda, preenchendo os bits de informação e saltando os de paridade

→ Preencha os bits de paridade usando a regra de abrangência previamente apresentada

7:111	6:110	5:101	4:100	3:011	2:010	1:001
d4	d3	d2	p3	d1	p2	p1
0	1	0	1	1	0	1

2) Se os bits de paridade nas posições 1, 2 e 8 indicam erro, qual bit está errado?

→ $1+2+8 = 11$

Lição de Casa

- Leitura Obrigatória:
 - Capítulo 2 do Livro Texto.
- Exercícios Obrigatórios:
 - Capítulo 2 do Livro Texto;
 - Lista de Exercícios do Módulo 4.

Livro Texto

- Wakerly, J.F.; *Digital Design – Principles & Practices*; Fourth Edition, ISBN: 0-13-186389-4, Pearson & Prentice-Hall, Upper Saddle, River, New Jersey, 07458, 2006.

Bibliografia Adicional

- Giozza, William Ferreira; et all; *Redes Locais de Computadores: Tecnologia e Aplicações – Seção 3.2.3 Codificação em Banda Básica – Códigos*; Editora McGraw-Hill, 1.986;
- Hayes, J.P.; *Computer Architecture and Organization*; McGraw-Hill, 1988;