

14.6 DERIVADAS DIRECIONAIS E O VETOR GRADIENTE

Revisão técnica: Ricardo Miranda Martins – IMECC – Unicamp

1-5 Determine a derivada direcional de f no ponto dado e na direção indicada pelo ângulo θ .

1. $f(x, y) = x^2y^3 + 2x^4y$, $(1, -2)$, $\theta = \pi/3$
2. $f(x, y) = \sin(x + 2y)$, $(4, -2)$, $\theta = 3\pi/4$
3. $f(x, y) = xe^{-2y}$, $(5, 0)$, $\theta = \pi/2$
4. $f(x, y) = (x^2 - y)^3$, $(3, 1)$, $\theta = 3\pi/4$
5. $f(x, y) = y^x$, $(1, 2)$, $\theta = \pi/2$

6-9

- (a) Determine o gradiente de f .
- (b) Calcule o gradiente no ponto P .
- (c) Determine a taxa de variação de f em P na direção do vetor \mathbf{u} .

6. $f(x, y) = x^3 - 4x^2y + y^2$, $P(0, -1)$, $\mathbf{u} = \left\langle \frac{3}{5}, \frac{4}{5} \right\rangle$
7. $f(x, y) = e^x \sin y$, $P(1, \pi/4)$, $\mathbf{u} = \left\langle \frac{-1}{\sqrt{5}}, \frac{2}{\sqrt{5}} \right\rangle$
8. $f(x, y, z) = xy^2z^3$, $P(1, -2, 1)$, $\mathbf{u} = \left\langle \frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{-1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}} \right\rangle$
9. $f(x, y, z) = xy + yz^2 + xz^3$, $P(2, 0, 3)$,
 $\mathbf{u} = \left\langle -\frac{2}{3}, -\frac{1}{3}, \frac{2}{3} \right\rangle$

10-17 Determine a derivada direcional da função no ponto dado na direção do vetor \mathbf{v} .

10. $f(x, y) = x/y$, $(6, -2)$, $\mathbf{v} = \langle -1, 3 \rangle$
11. $f(x, y) = \sqrt{x - y}$, $(5, 1)$, $\mathbf{v} = \langle 12, 5 \rangle$
12. $g(x, y) = xe^{xy}$, $(-3, 0)$, $\mathbf{v} = 2\mathbf{i} + 3\mathbf{j}$
13. $g(x, y) = e^x \cos y$, $(1, \pi/6)$, $\mathbf{v} = \mathbf{i} - \mathbf{j}$

14. $f(x, y, z) = \sqrt{xyz}$, $(2, 4, 2)$, $\mathbf{v} = \langle 4, 2, -4 \rangle$
15. $g(x, y, z) = xe^{yz} + xye^z$, $(-2, 1, 1)$, $\mathbf{v} = \mathbf{i} - 2\mathbf{j} + 3\mathbf{k}$
16. $g(x, y, z) = x \operatorname{tg}^{-1}(y/z)$, $(1, 2, -2)$, $\mathbf{v} = \mathbf{i} + \mathbf{j} - \mathbf{k}$
17. $g(x, y, z) = z^3 - x^2y$, $(1, 6, 2)$, $\mathbf{v} = 3\mathbf{i} + 4\mathbf{j} + 12\mathbf{k}$

18-23 Determine a taxa de variação máxima de f no ponto dado e a direção em que isso ocorre.

18. $f(x, y) = \sqrt{x^2 + 2y}$, $(4, 10)$
19. $f(x, y) = \cos(3x + 2y)$, $(\pi/6, -\pi/8)$
20. $f(x, y) = xe^{-y} + 3y$, $(1, 0)$
21. $f(x, y) = \ln(x^2 + y^2)$, $(1, 2)$
22. $f(x, y, z) = x + y/z$, $(4, 3, -1)$
23. $f(x, y, z) = \frac{x}{y} + \frac{y}{z}$, $(4, 2, 1)$

24-30 Determine as equações (a) do plano tangente e (b) da reta normal para a superfície dada no ponto especificado.

24. $xy + yz + zx = 3$, $(1, 1, 1)$
25. $xyz = 6$, $(1, 2, 3)$
26. $x^2 + y^2 - z^2 - 2xy + 4xz = 4$, $(1, 0, 1)$
27. $x^2 - 2y^2 - 3z^2 + xyz = 4$, $(3, -2, -1)$
28. $xe^{yz} = 1$, $(1, 0, 5)$
29. $4x^2 + y^2 + z^2 = 24$, $(2, 2, 2)$
30. $x^2 - 2y^2 + z^2 = 3$, $(-1, 1, -2)$