

# **MECÂNICA DA FRATURA ELÁSTICA LINEAR**

- Primeira ocorrência de falhas por fratura: em estruturas de ferro e aço durante a Revolução Industrial (primeiro componente estrutural projetado para suportar tensões trativa: novos projetos estruturais) Solução: usar

fato  
obs  
cau

anho  
a  
)

estrutura

Falha  
dos Nav  
Libert

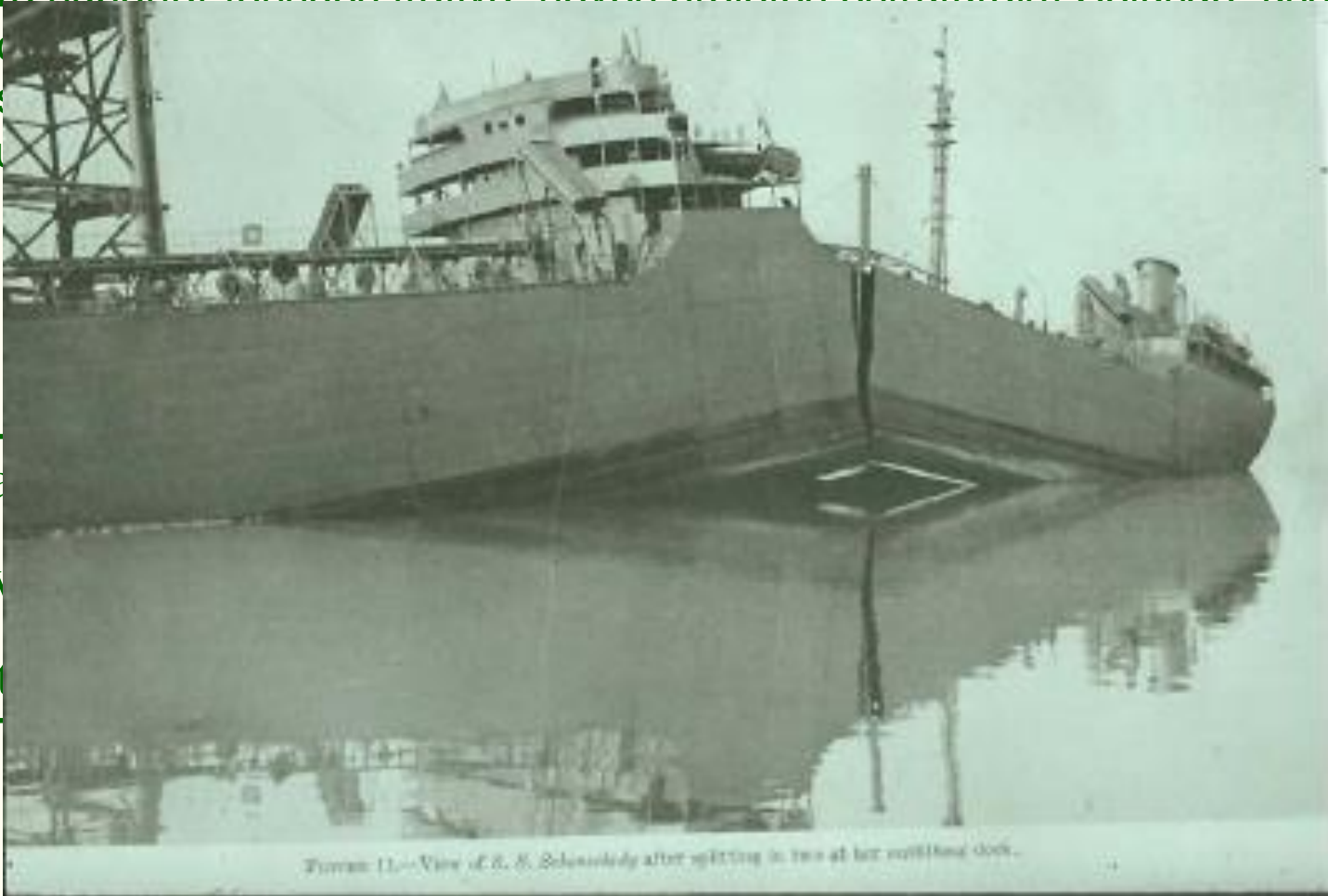
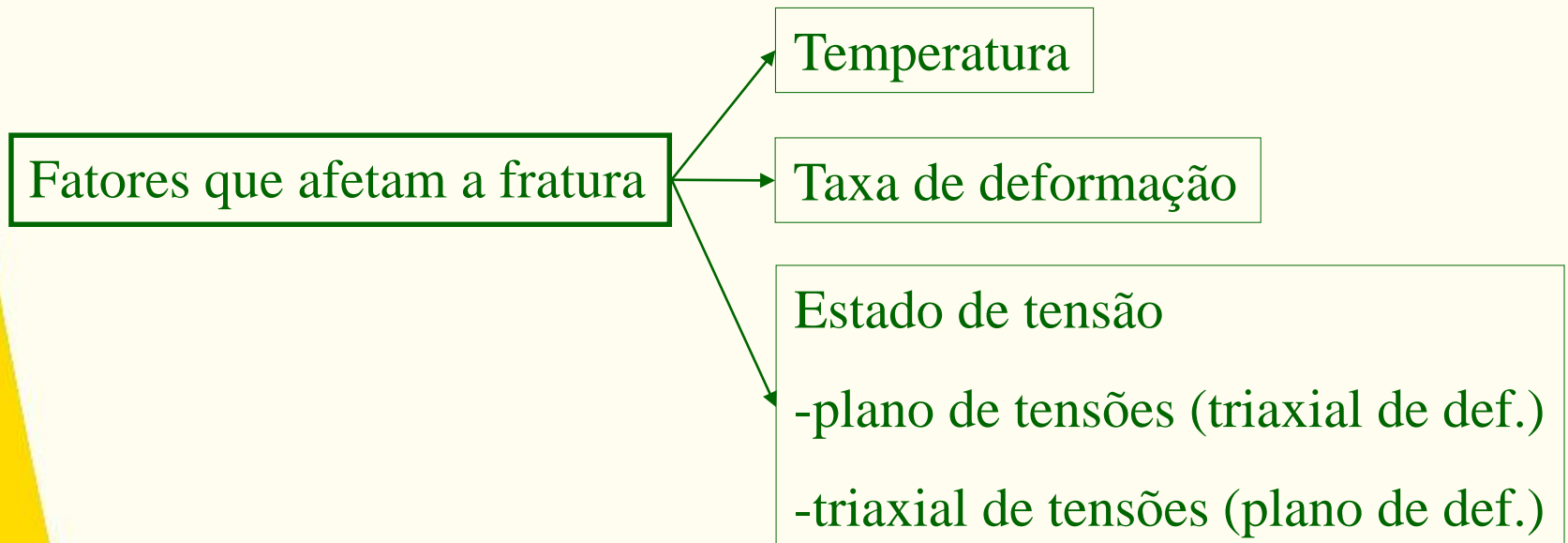
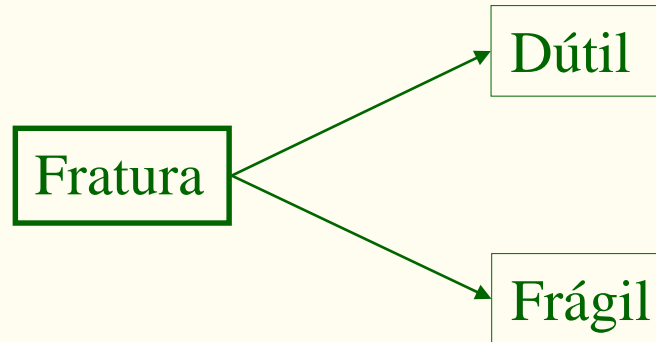


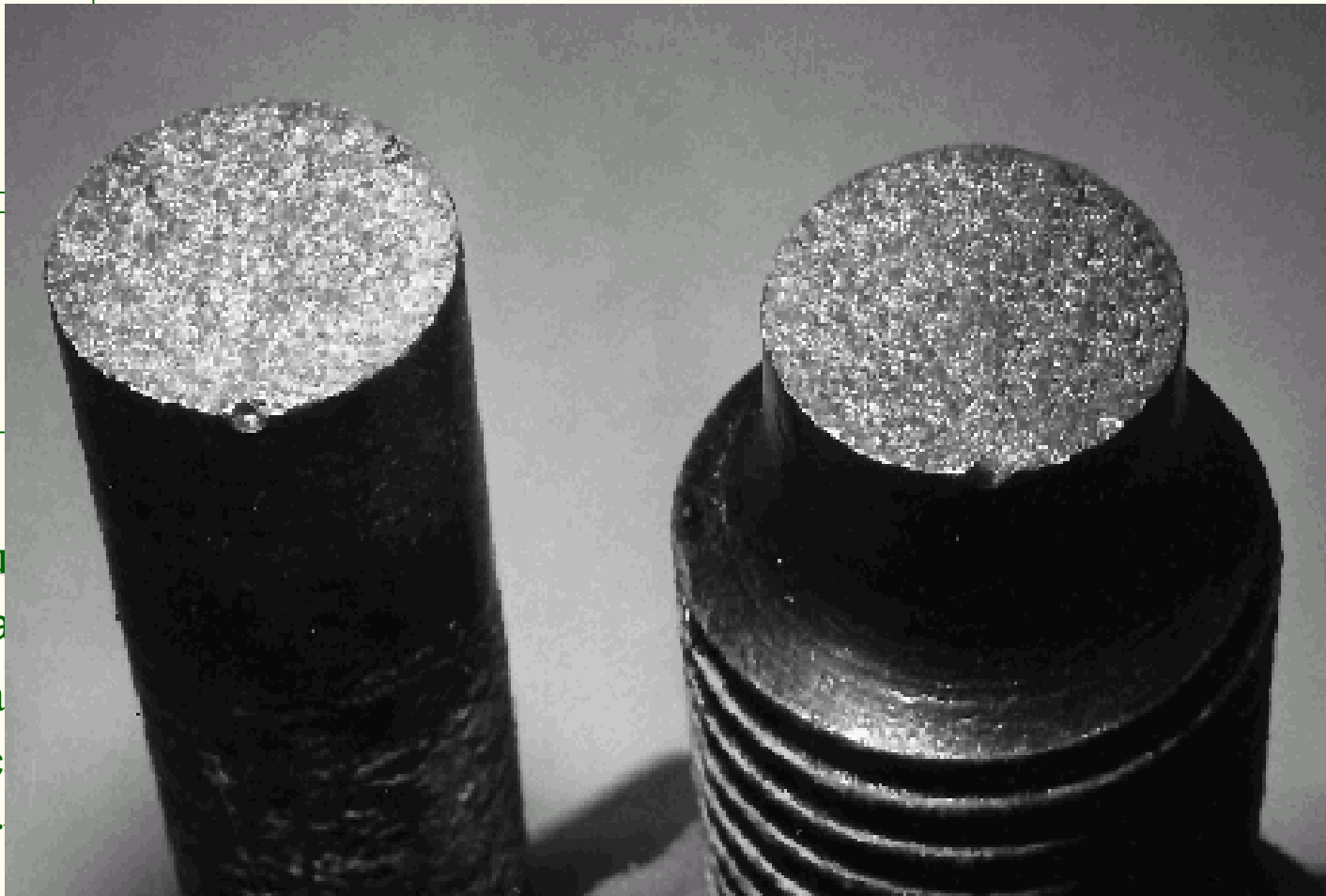
Figure 11—View of S. S. Schenck after splitting in two at her bowhead dock.

- **Fratura:**

“É a separação ou fragmentação de um corpo sólido em duas ou mais partes sob ação de uma tensão, devido ao início e propagação de uma trinca”



## Fratura Frágil : Aspecto Macrográfico

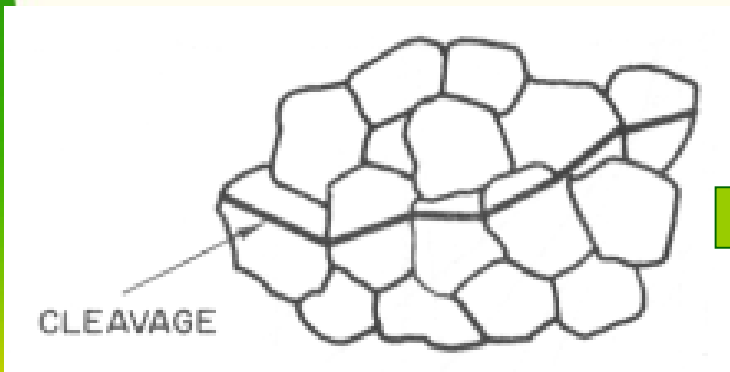


### ▪ Fratura

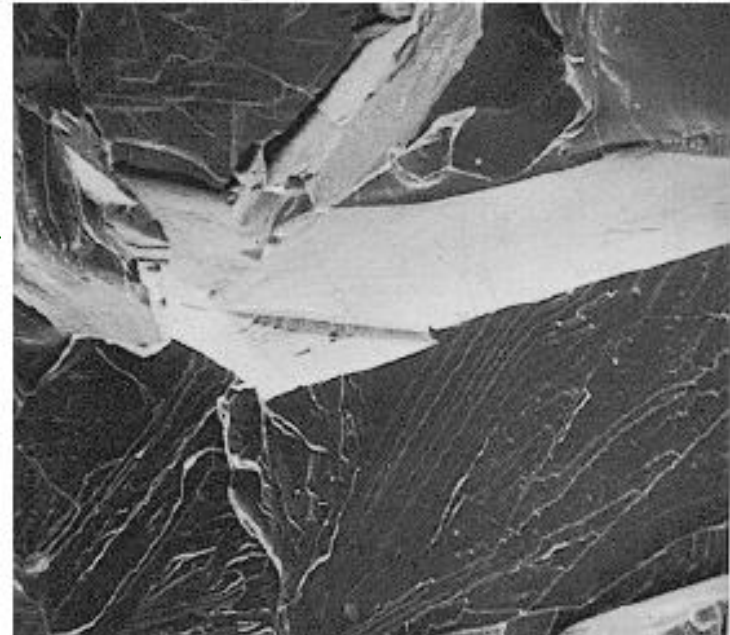
- É cara
- Pouca
- A trinc
- Obser
- Observada em metais com estrutura CCC e HC mas não em metais CFC\*.
- A fratura frágil tem aparência brilhante enquanto a fratura dúctil tem aspecto escuro e acinzentado.
- Aumenta com a diminuição da temperatura, taxa de deformação e estado triaxial tensões

# Fratura Frágil Aspecto Micrográfico

- A clivagem ocorre na direção cristalográficas dos planos
- As faces de clivagem aparecem grãos com alta reflexividade, que dão um aspecto de fratura brilhante.

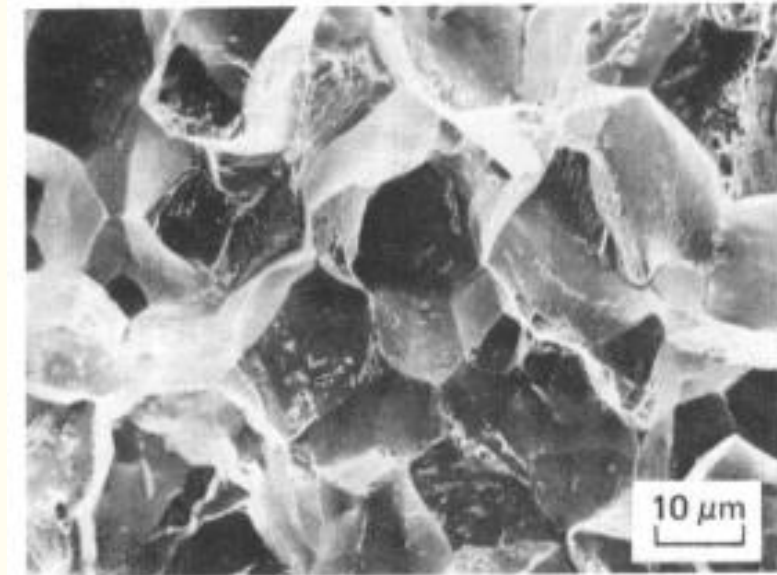
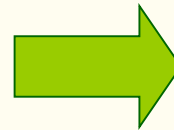
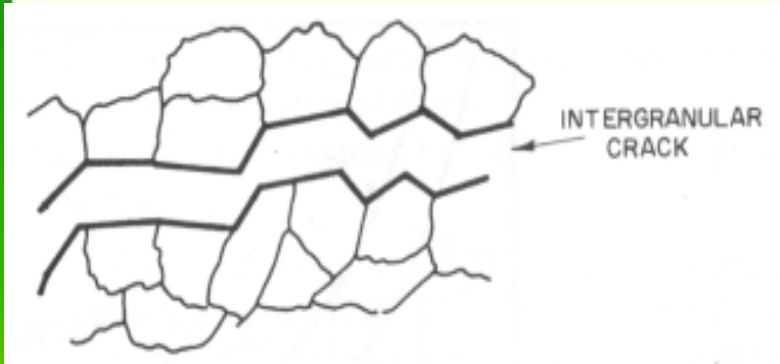


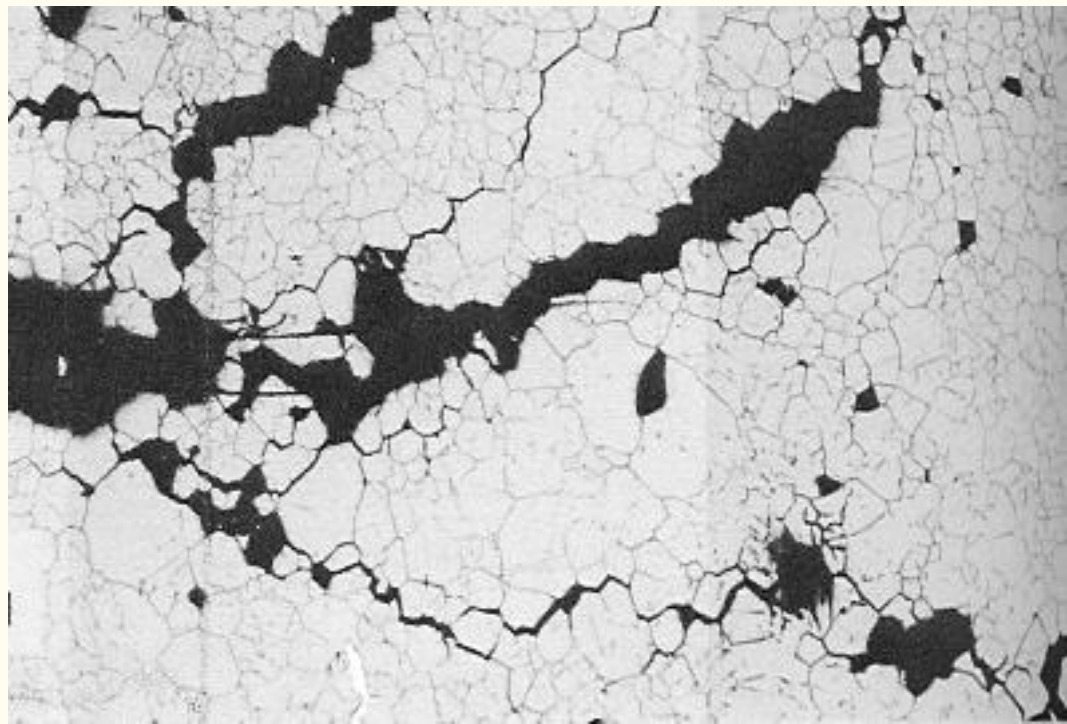
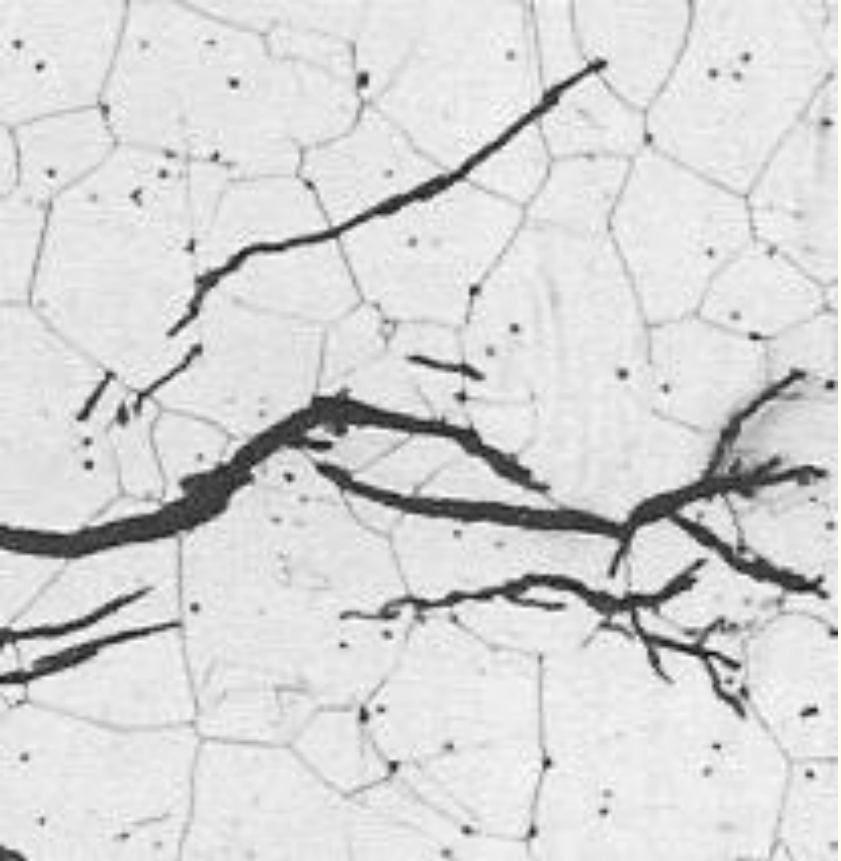
Transgranular



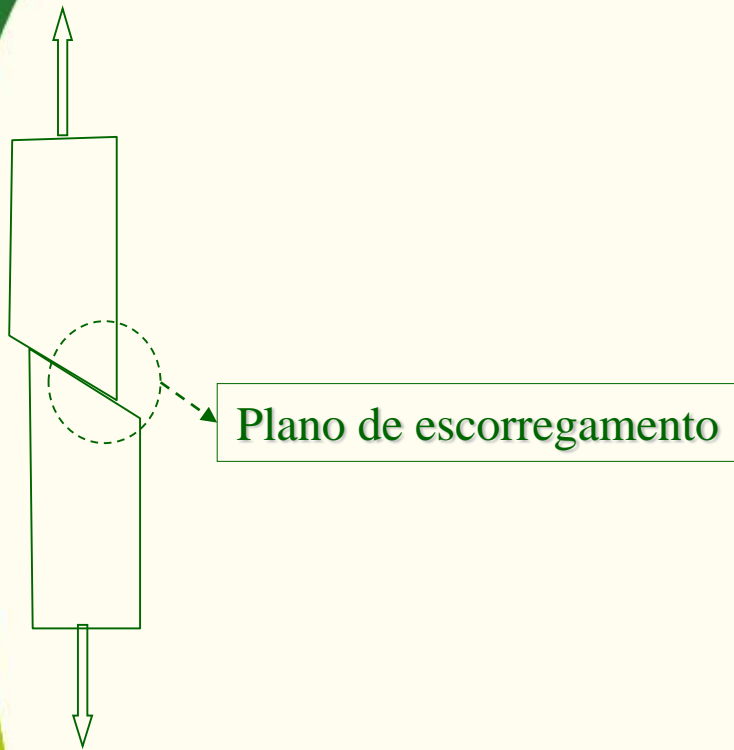
Fratura por Clivagem

- Fratura Intergranular é um modo de fratura com baixa energia

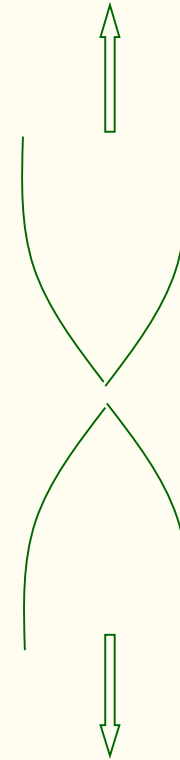




# Fratura Dútil : Aspecto Macrográfico



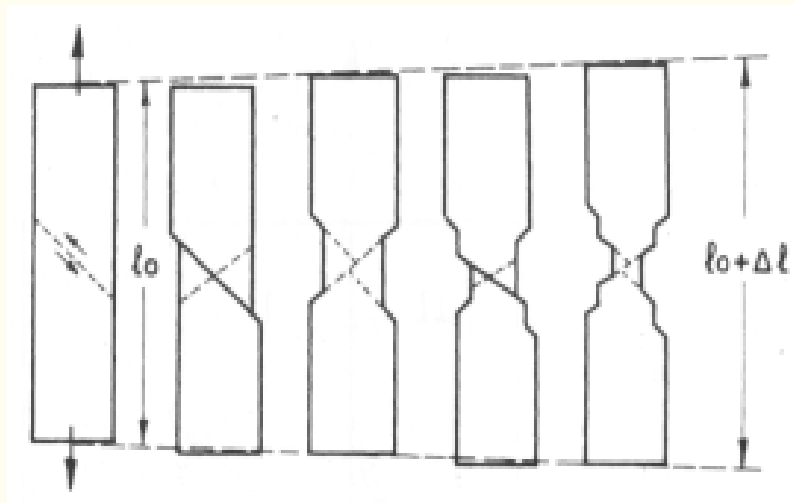
- Fratura cisalhante de monocristal dútil.  
Não observada em policristais.



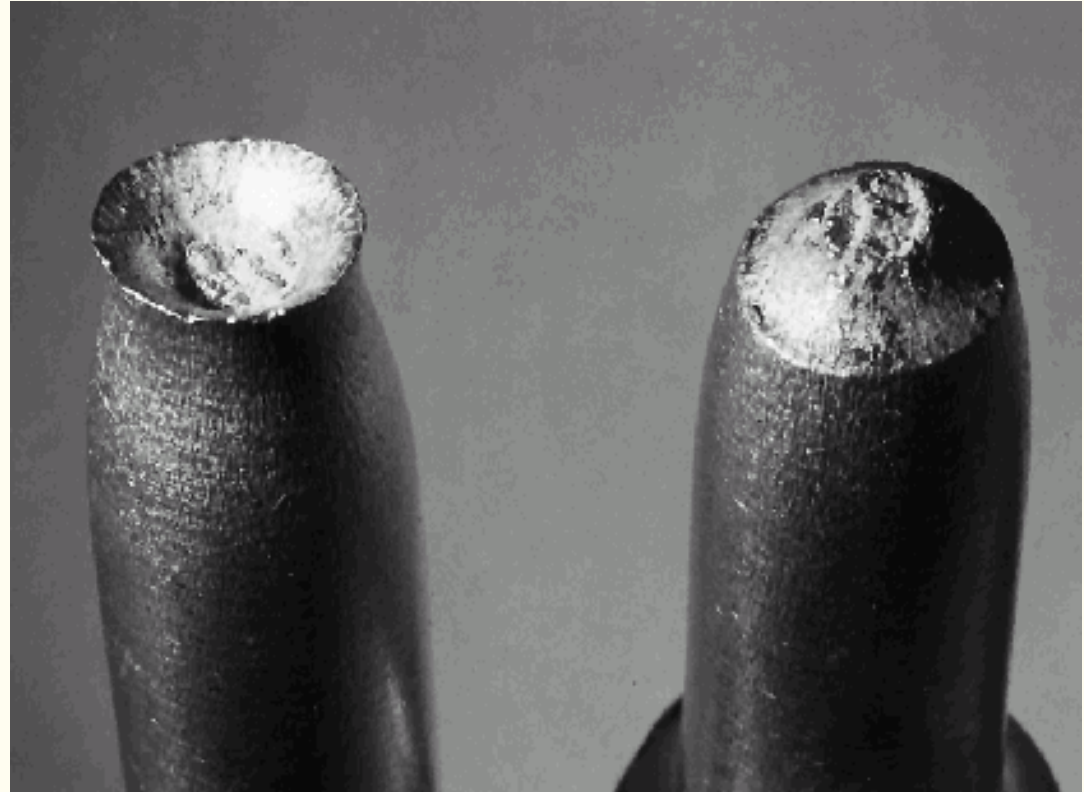
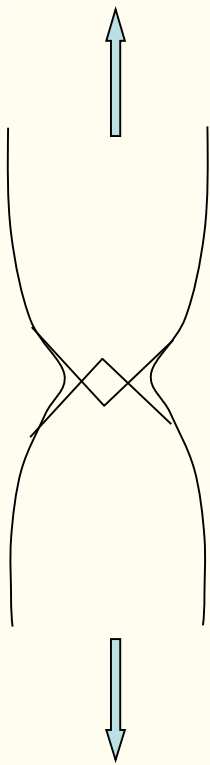
- Fratura completamente dútil em policristais → ruptura  
Metais muito dúteis como ouro e chumbos



- Considerando um simples cristal, o cobre, um metal dúctil, não há nucleação de trincas, e os cristais deformam plasticamente até iniciar a estabilidade plástica, chamada de pescoçamento.
- A deformação é concentrada na região de instabilidade plástica até a separação cristalina ao longo de uma linha ou um ponto.



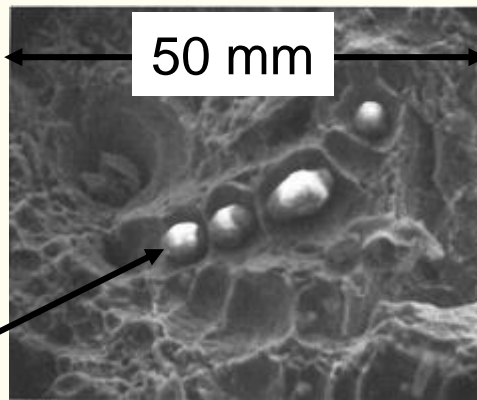
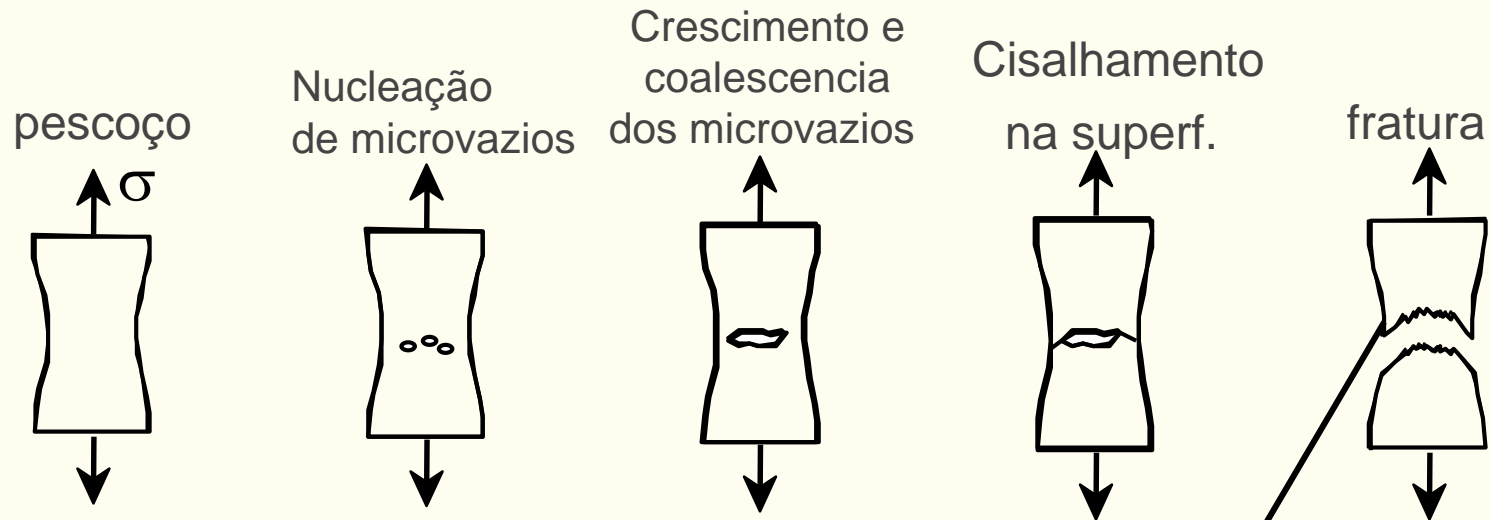
Cisalhamento de um “metal puro” – Ex.: Cobre



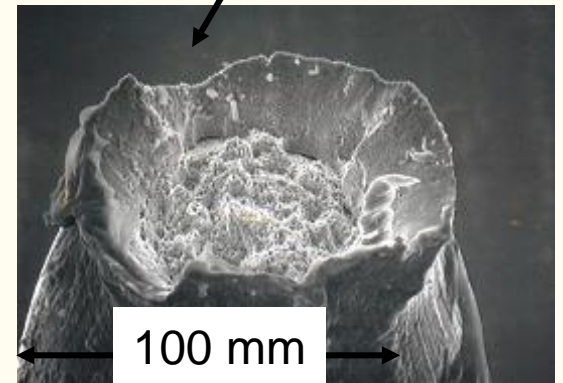
- **Fratura Dútil em metais policristalinos**

- *Fratura Taça – Cone*: O empescoçamento leva a um estado triaxial de tensões e a trinca nucleia em partículas frágeis (formação de vazios na interface matriz - partícula)
  - Aspecto escuro e acinzentado

# • Evolução da falha:



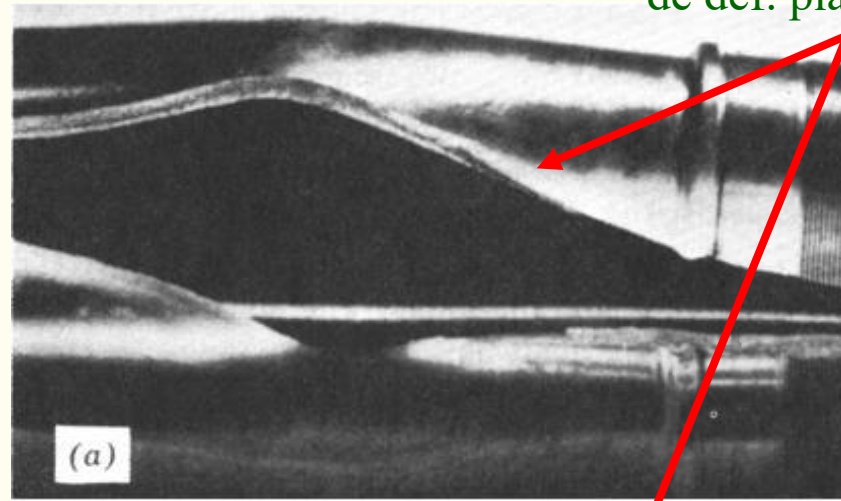
Partículas que atuam como nucleadores dos microvazios



## Exemplo: Falha em um tubo

Observe a quantidade de def. plástica.

- **Falha Dútil:**
  - um pedaço
  - grande deformações



- **Falha Frágil:**
  - vários pedaços
  - pouca deformação

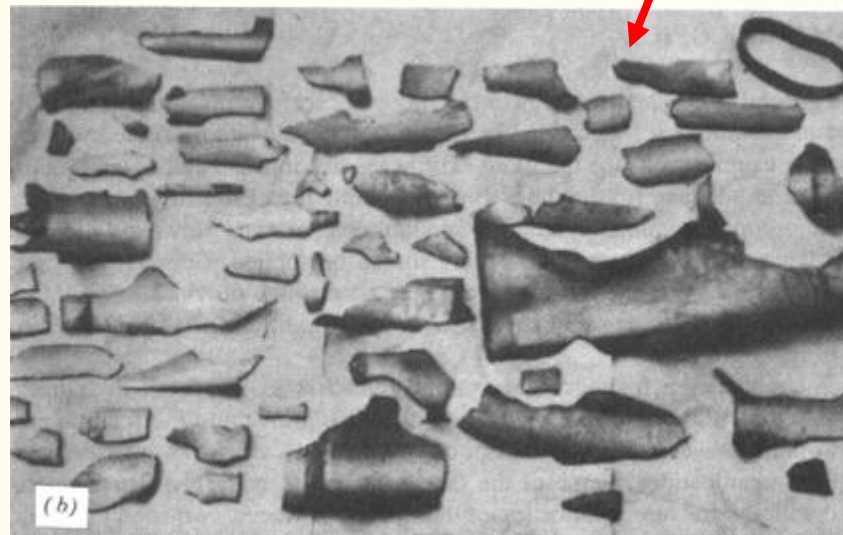


Figura de V.J. Colangelo and F.A. Heiser, *Analysis of Metallurgical Failures* (2nd ed.), Fig. 4.1(a) and (b), p. 66.

# Mecânica da Fratura: Conceitos Básicos

- **Mecânica da Fratura** é uma disciplina de Engenharia que quantifica as condições sob as quais um sólido sob ação de um carregamento pode ir ao colapso devido à propagação de uma trinca contida nesse sólido.
- Assim, a **Mecânica da Fratura** possibilita a obtenção de informações quantitativas de problemas específicos relativos a trincas em estruturas e componentes de engenharia.
- **Objetivo da Aula:**
  - prover conhecimentos da MF e sua aplicação para o entendimento da ocorrência da fratura catastrófica.
  - Fornecer diferentes metodologias para determinação da Tenacidade à Fratura dos materiais.
  - A aplicação da MF para seleção de materiais para aplicação em projetos.

# DESENVOLVIMENTO DA MECÂNICA DA FRATURA

**1920** - Griffith, usou a primeira lei da termodinâmica para formular a teoria da fratura baseada em um simples balanço de energia. O modelo de Griffith prevê a relação entre resistência e tamanho de falha em vidro. Esforços subseqüente para aplicar a teoria de Griffith em metais falharam. A modificação ao modelo de Griffith somente veio em 1948.

**Década de 50** - Após estudar os trabalhos de Inglis, Griffith e outros, Irwin modificou o modelo de Griffith para permitir sua aplicação em metais e em 1956 desenvolveu o conceito de taxa de alívio de energia.

**1960 e 1980** - Ocorreu um grande desenvolvimento na área de mecânica da fratura, sendo que em 1960 os fundamentos da Mecânica da Fratura Linear Elástica, MFLE, foram bem estabelecidos e os pesquisadores voltaram-se para a plasticidade na ponta da trinca.

**1961** - *Wells, trabalhando com aços estruturais, verificou que estes eram muito dúcteis para o uso da MFLE. A partir desta observação ele desenvolveu o conceito de CTOD (Mecânica da Fratura Elasto-plástica, MFEP).*

**1965** – *Foi criado o Comitê de Mecânica da Fratura da ASTM*

**1968** - *Rice, desenvolveu o conceito para caracterizar materiais com comportamento dúcteis, Integral J*

• Os projetos convencionais de componentes de máquinas e estruturas de engenharia são, em geral, baseados na filosofia de se evitar a ocorrência de colapso plástico generalizado. As propriedades mecânicas dos materiais geralmente especificadas nos códigos de projeto são o **limite de escoamento,  $\sigma_E$ , e limite de resistência,  $\sigma_R$ .**

• Assim, na seleção de um material para uma dada aplicação, é comparado o valor calculado da tensão que atua no componente, ou seja, a tensão de projeto, com os valores tabelados das propriedades citadas acima, dos diversos materiais estruturais utilizados em engenharia, dividida por um coeficiente de segurança. Valores típicos destes coeficientes são :

- **1,5** para aços beneficiados utilizados em aplicações tais como vasos de pressão e caldeiras
- **4** para aços fundidos para aplicações similares
- **5 a 10** para tirantes de suportes de elevadores e guindastes

- Como definido acima, o coeficiente de segurança não leva em conta a falha por **fratura frágil ou rápida**. Contudo, espera-se que um alto fator aplicado no limite de resistência do material possa salvaguardar este tipo de fratura.
- Entretanto, a experiência tem demonstrado que isto nem sempre é verdadeiro, tendo em vista a existência de um grande número de casos onde **a falha total** de componentes e/ou estruturas ocorre devido à **presença de defeitos ou trincas e em condições de carregamento bem abaixo do nível especificado no projeto**.
- O alto valor do coeficiente de segurança aplicado aos materiais fundidos, quando comparados com aqueles aplicados aos materiais trabalhados, é devido à possibilidade de geração, durante o processo de solidificação, de um número maior de defeitos que podem propagar-se rapidamente em um nível de tensão igual ou menor que a tensão de projeto.



- Assim, sob o ponto de vista de engenharia, este comportamento é considerado frágil e neste caso, deve existir, no componente ou estrutura, **um concentrador de tensão** que localize a deformação plástica necessária para que este mecanismo possa operar.
- Os concentradores de tensão de grande importância em engenharia são os **chamados defeitos semelhantes a trincas**, particularmente aqueles que estão localizados em regiões com altos valores de concentração de tensões,  $K_t$ , tais como fundo de filetes de rosca, rasgos de chavetas, furos, raios de concordância, entalhes, etc.
- Outros exemplos típicos de defeitos semelhantes a trincas são :
  - Trincas de solidificação em peças fundidas e metais de solda
  - Trincas por hidrogênio em zonas termicamente afetadas pelo calor, em regiões soldadas.
  - Decoção lamelar em torno de inclusões em placas de aço laminadas e barras forjadas
  - Trinca nucleada por mecanismos de fadiga ou corrosão sob tensão, com tamanho sub-crítico.

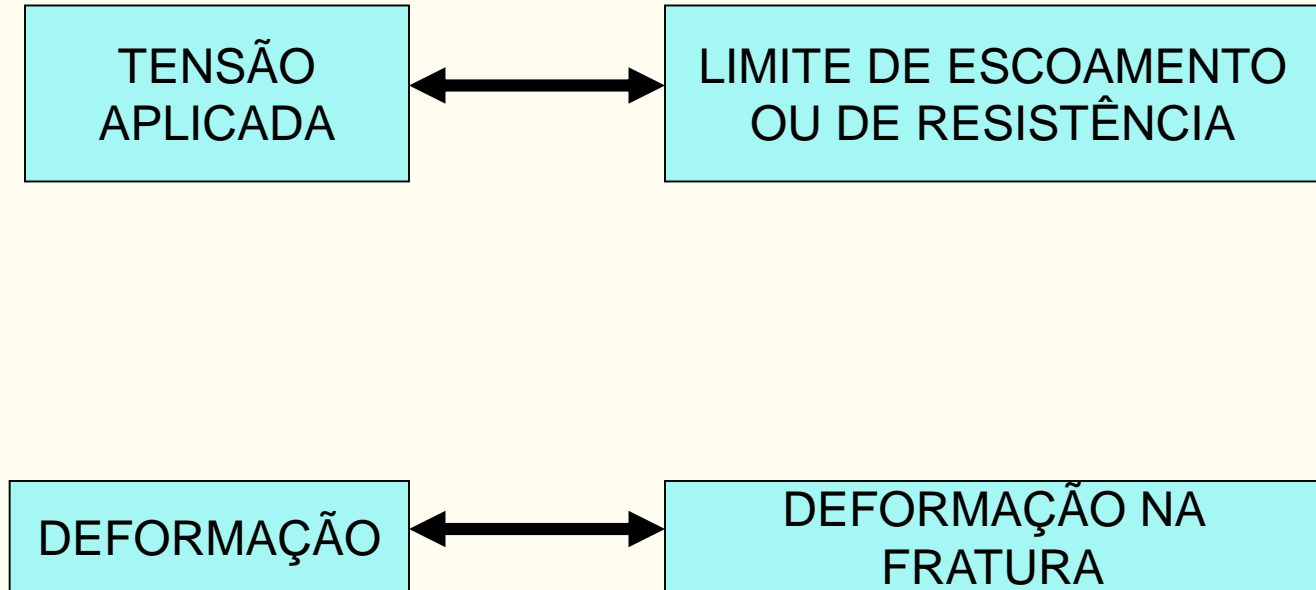
• Geralmente é possível detectar estes defeitos e determinar a sua dimensão máxima utilizando-se técnicas de inspeção ultrasônica ou qualquer outra técnica não destrutiva.

• **A Mecânica de Fratura traz, no seu desenvolvimento teórico e experimental, a potencialidade necessária para se prever se um determinado defeito, de uma dada dimensão, poderá propagar-se de uma maneira catastrófica, sob a ação de um carregamento conhecido.**

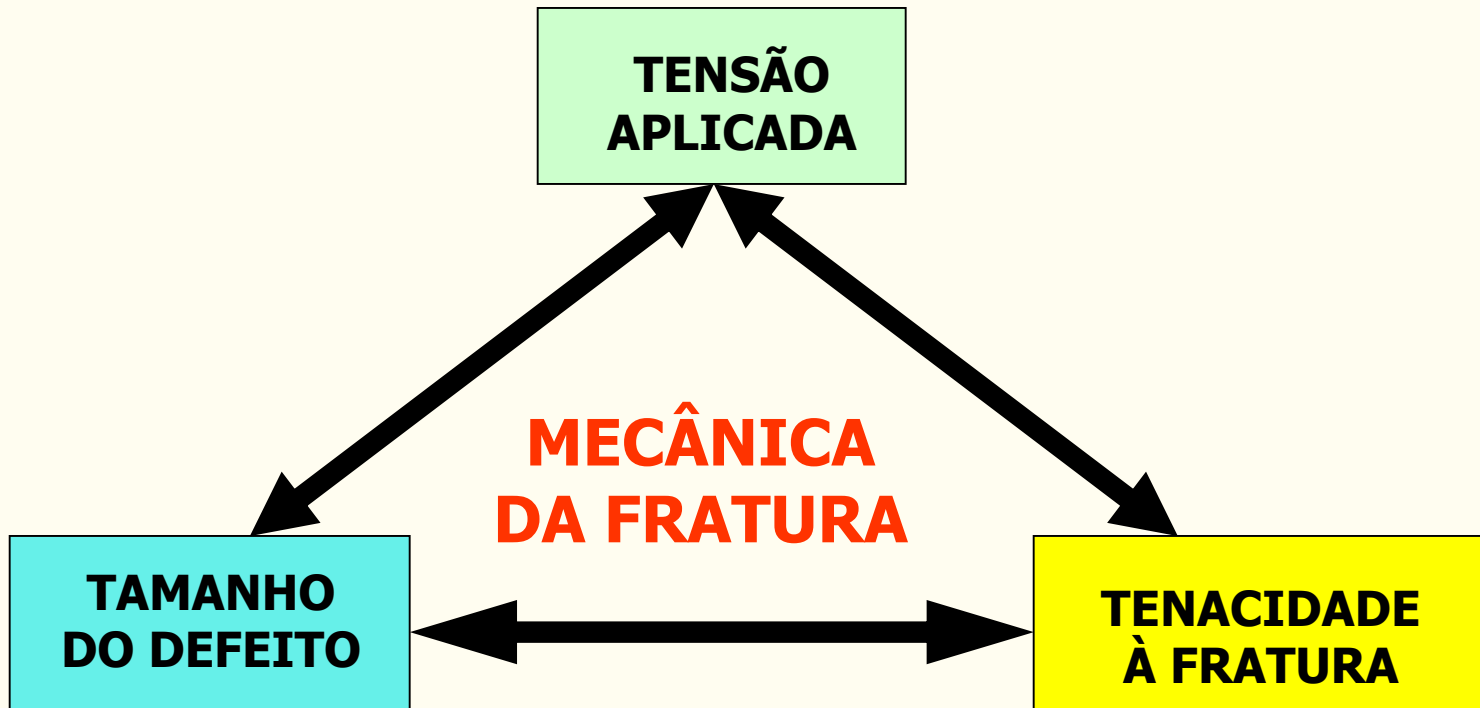
• Com isto, pode-se determinar o grau de segurança que um determinado componente ou estrutura possui, com relação à ocorrência de uma possível falha por fratura frágil.

• Os parâmetros da Mecânica de Fratura que indiretamente medem a capacidade do material de resistir à fratura rápida são denominados de tenacidade à fratura :  $K_{IC}$ ,  $J_{IC}$  e CTOD. Estes valores são obtidos em laboratório por meio de ensaios de carregamento até a fratura, em corpos de prova possuindo geometrias bem definidas e contendo trincas agudas de tamanhos conhecidos.

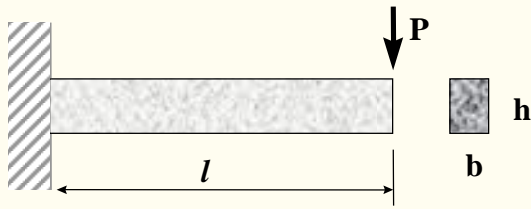
# MÉTODO DE RESISTÊNCIA DOS MATERIAIS



# MÉTODO DA MECÂNICA DA FRATURA



# Mecânica da Fratura versus Resistência dos Materiais

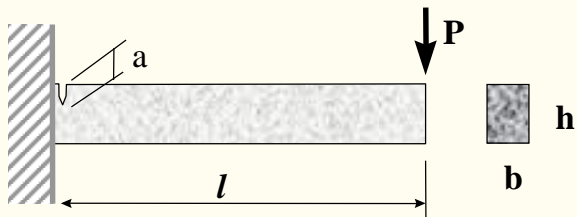


$$M = P\ell$$

$$W = \frac{bh^2}{6}$$

$\gamma$ : fator de segurança

$$\sigma_{\max} = \frac{P\ell}{bh^2/6} \leq \frac{\sigma_y}{\gamma} \Rightarrow P \leq \frac{bh^2}{6\gamma\ell} \sigma_y$$



$$K_I = 1,12 \sigma_{\max} \sqrt{\pi a} = 1,12 \frac{P\ell^2}{bh^2/6} \sqrt{\pi a} \leq \frac{K_{Ic}}{\gamma}$$

$$\Rightarrow P \leq \frac{bh^2}{6\gamma\ell} \frac{K_{Ic}}{1,12\sqrt{\pi a}}$$

$$L = 250 \text{ mm}$$

$$h = 50 \text{ mm}$$

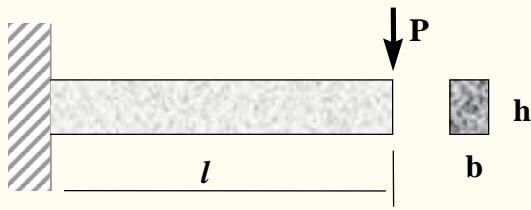
$$b = 25 \text{ mm}$$

$$a = 10 \text{ mm}$$

$$\sigma_y = 550 \text{ MPa}$$

$$K_{IC} = 80 \text{ MPa m}^{1/2}$$

$$\gamma = 1,0$$

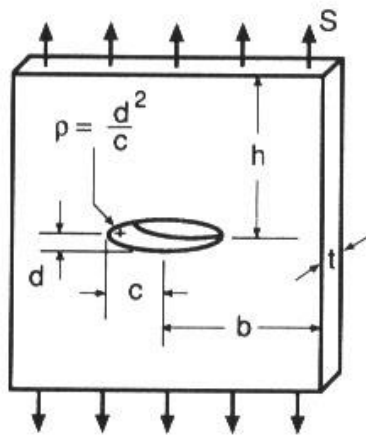


$$P_{\max} = \frac{BH^2}{6SL} \sigma_y \approx 2340 \text{ kgf}$$

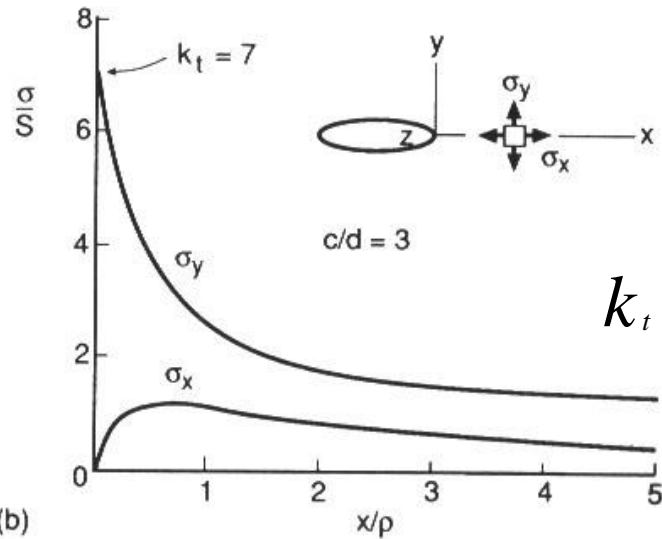
$$P_{\max} = \frac{BH^2}{6LS} \frac{K_{IC}}{1,12 \sqrt{\pi a}} \approx 1715 \text{ kgf}$$

# Concentrador de Tensões - Trinca

- Considere o furo muito menor que a largura da placa
- O efeito do furo é muito relevante para a direção y-y.



(a)



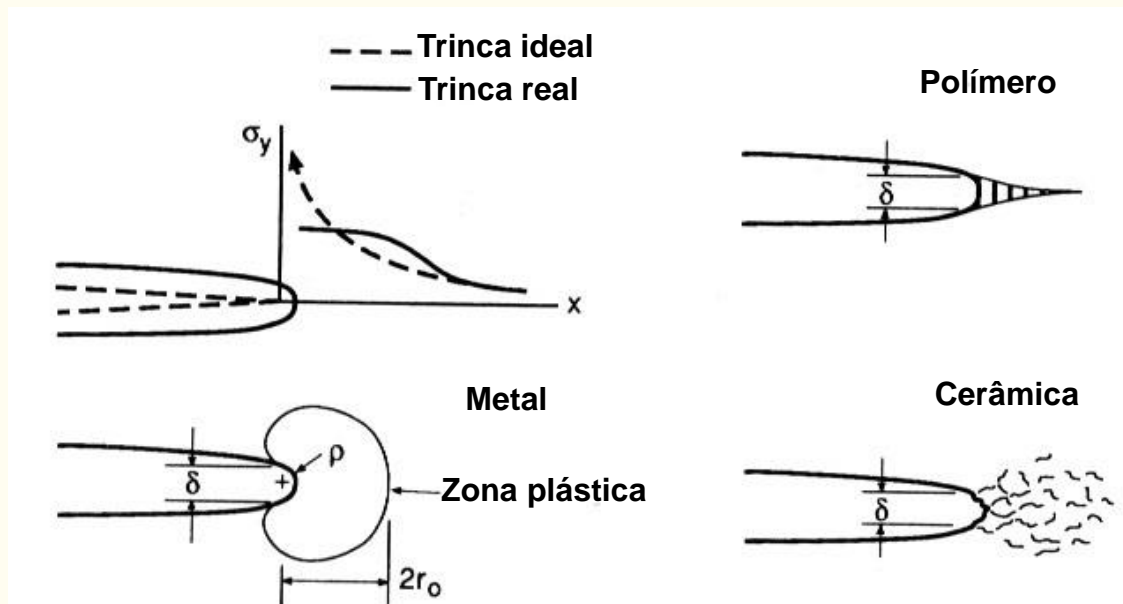
(b)

$$\sigma_y = S \left[ 1 + 2 \sqrt{\frac{c}{\rho}} \right]$$

$$k_t = \frac{\sigma_y}{S} = 1 + 2 \frac{c}{d} = 1 + 2 \sqrt{\frac{c}{\rho}}$$

- Quando d tende a zero (trinca),  $\sigma_y$  vai para o infinito, e assim  $K_t$ .

- As tensões em materiais verdadeiros não podem ir para o infinito.
- Se a carga aplicada não for muito elevada, o material pode acomodar a presença de uma trinca aguda pelo embotamento da frente da trinca.

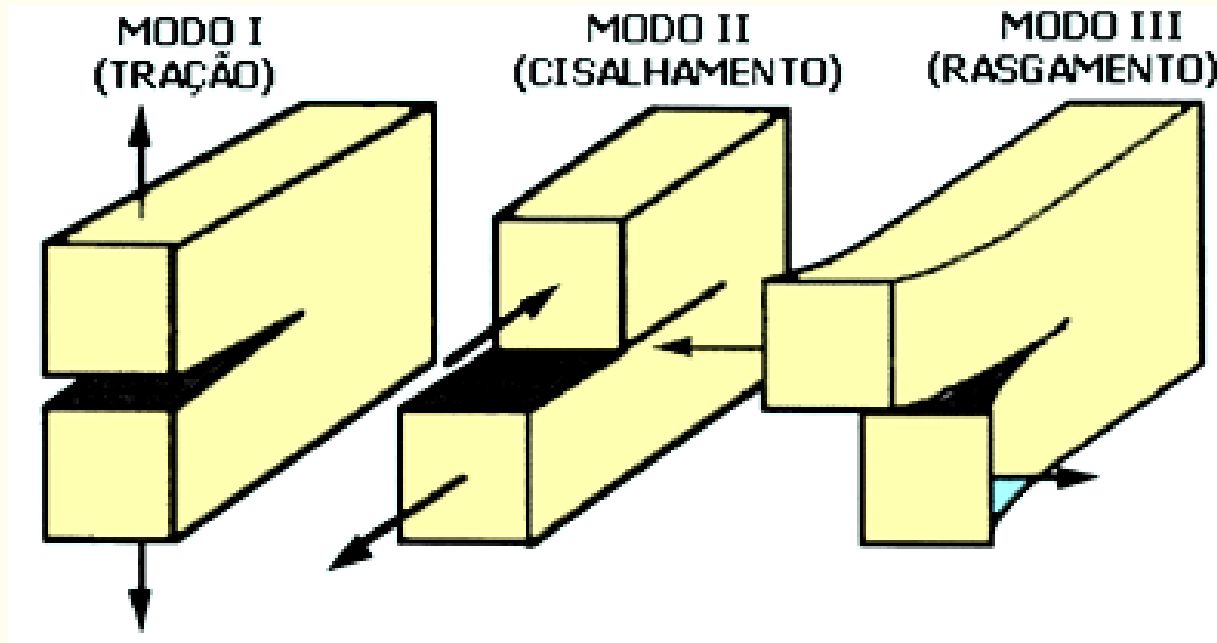


- A região de intensa deformação na frente de trincas reais é formada devido a plasticidade, “crazing” ou microtrincamento



# Conceitos da Mecânica da Fratura

- Um corpo trincado pode ser carregado em um ou combinação dos seguintes modos de carregamentos:

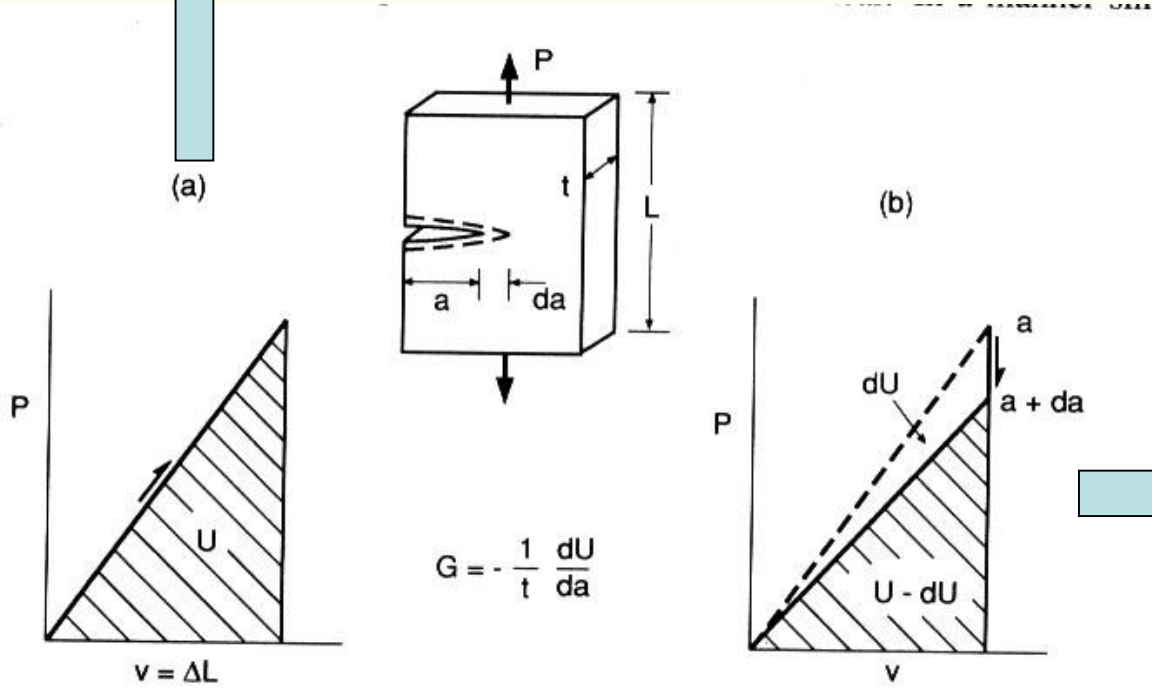
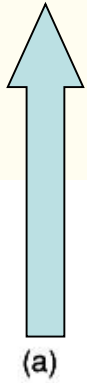


- Muitos problemas de trincas em componentes de engenharia envolve primariamente o modo I de carregamento, tensões trativas, assim a análise será somente focada para este modo de carregamento.
- O método da energia de Griffith foi o primeiro a ser empregado na Mecânica da Fratura (1920). Esta metodologia é expressa em termos da taxa de alívio de energia de deformação,  $G$ . Trabalhos adicionais levaram o desenvolvimento do fator de intensidade de tensão,  $K$ .

## Taxa de Alívio de Energia, G

- Considere um corpo contendo uma trinca de tamanho  $a$ , carregado no modo I com a carga  $P$  e que este tenha um comportamento elástico linear
- De maneira similar a uma mola, a energia potencial elástica armazenada neste corpo é denominada de  $U$ .

$$U = \frac{Pv}{2}$$

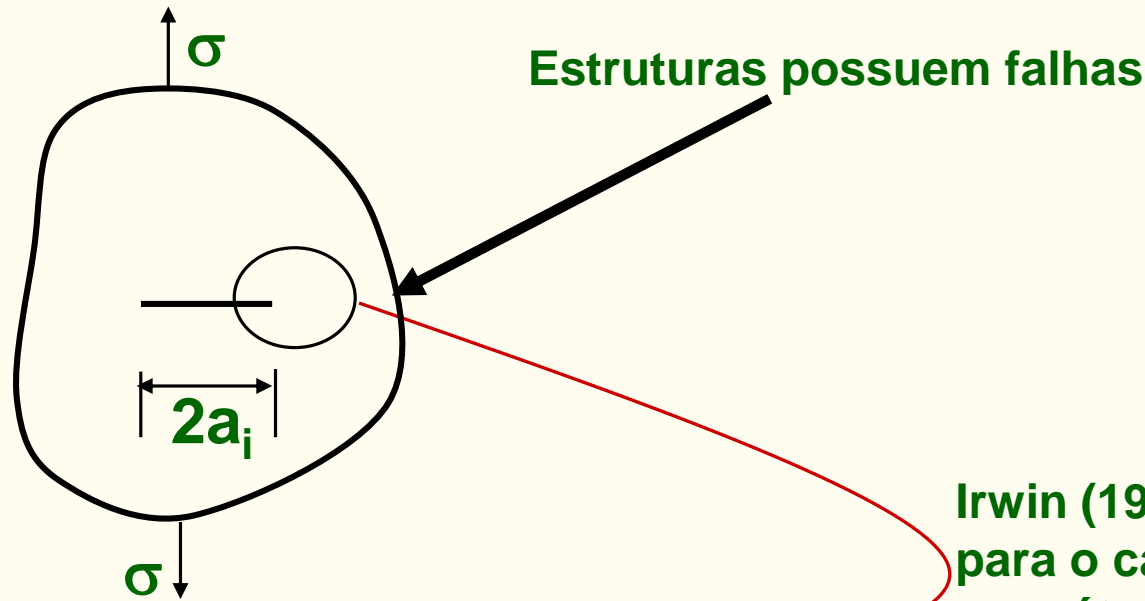


A taxa da variação da energia potencial com o aumento da área da trinca é definida como a taxa de alívio de energia de deformação

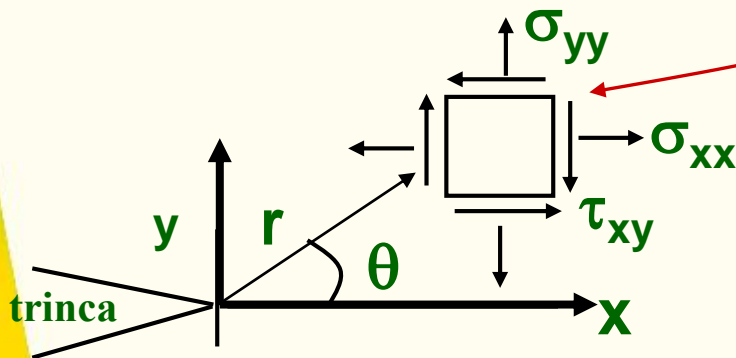


$$G = -\frac{1}{t} \frac{dU}{da}$$

# Teoria do Campo de Tensões Elásticas: Fator de Intensidade de Tensão, K



Irwin (1957), obteve as equações para o campo de tensões, baseado no método de Westergaard (1930).



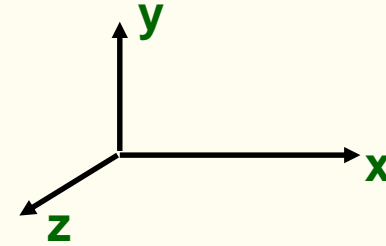
$$\sigma_{ij} = \frac{K}{\sqrt{2\pi r}} f_{ij}(\theta)$$

$r$  e  $\theta$  são coordenadas cilíndricas do ponto considerado e  $K$  é denominado de fator de intensidade de tensão.

# CAMPO DE TENSÃO NA PONTA DA TRINCA: Modo I de carregamento

$$\sigma_{ij} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} f_{ij}(\theta)$$

$$\sigma_{x,y} = \tau_{y,x}$$



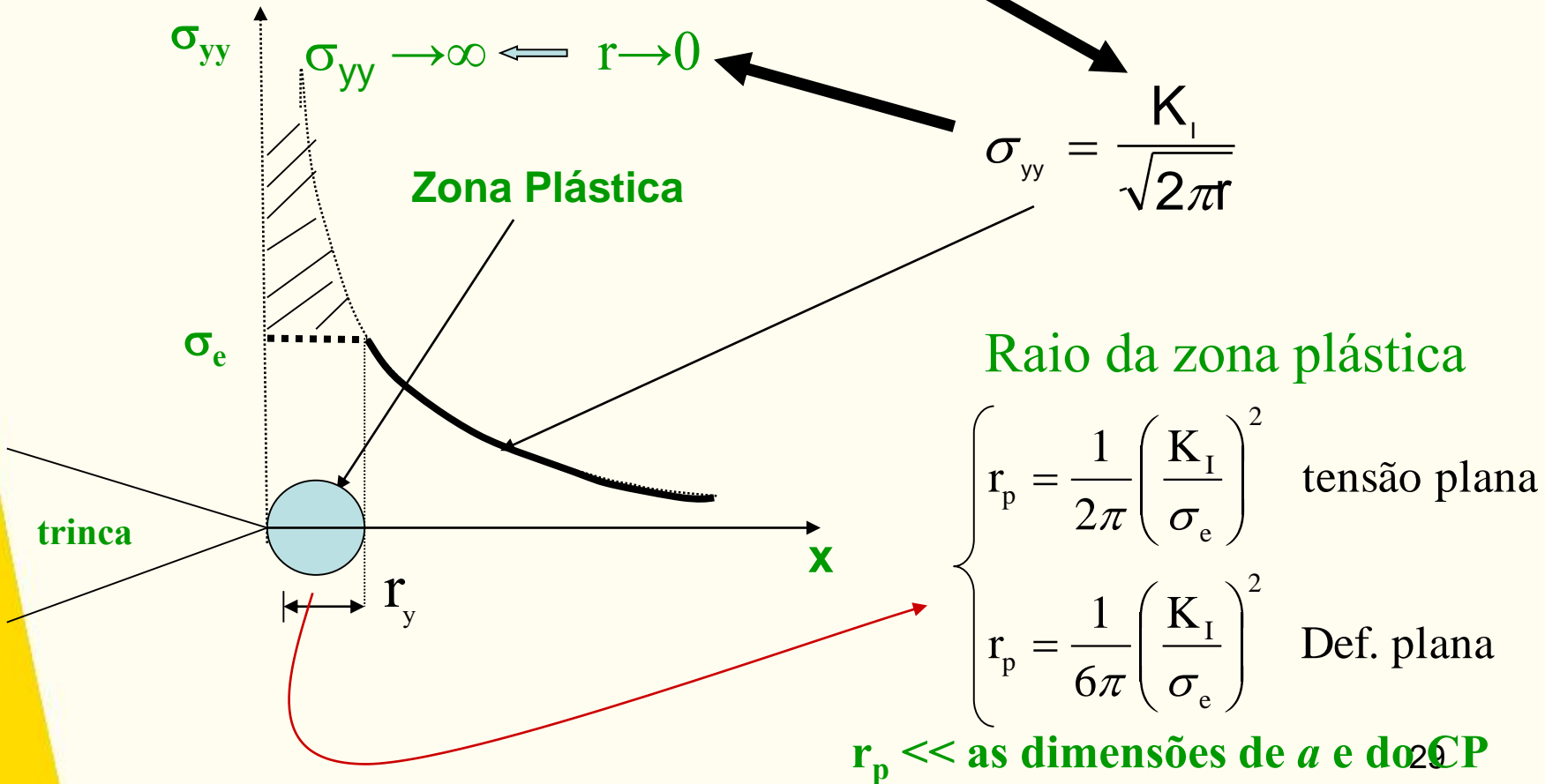
$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma_{xx} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos(\theta/2) [1 - \sin(\theta/2) \sin(3\theta/2)] \\ \sigma_{yy} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos(\theta/2) [1 + \sin(\theta/2) \sin(3\theta/2)] \\ \tau_{xy} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos(\theta/2) \sin(\theta/2) \cos(3\theta/2) \end{array} \right.$$

- $K_I$  é o fator de intensidade de tensão no modo I de carregamento.
- Uma vez que  $K$  é determinado, todas as tensões  $\sigma_{x,y}$ ,  $\sigma_{x,y}$  e  $\tau_{y,x}$  em qualquer ponto na frente da trinca ( $r, \theta$ ) são estabelecidas.

Considere o componente de tensão,  $\sigma_{yy}$

$$\sigma_{yy} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos(\theta/2) \left[ 1 + \sin(\theta/2) \sin(3\theta/2) \right]$$

Ao longo do eixo X,  $\theta = 0$ :  $\sigma_{yy} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos(\theta/2) \left[ 1 + \sin(\theta/2) \sin(3\theta/2) \right]$

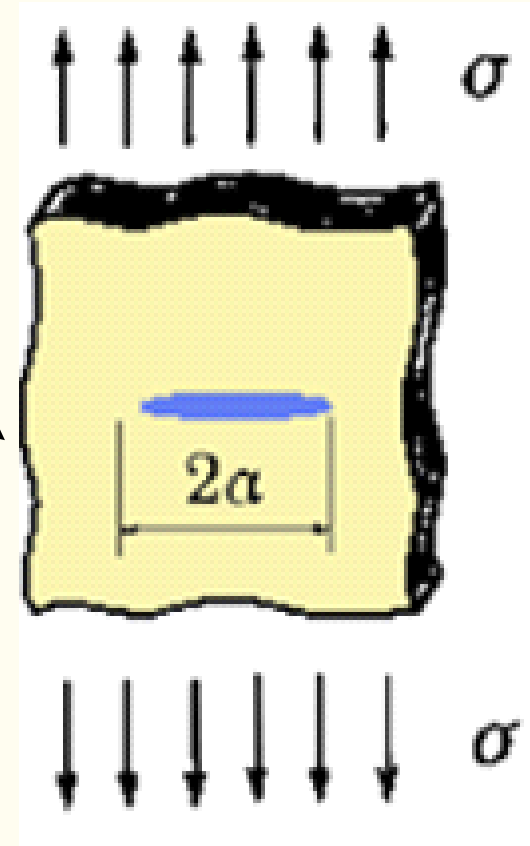


$$K_I = \lim_{r \rightarrow 0} \left\{ \sqrt{2\pi r} \sigma_{yy} \right\}$$

$$K_I = \sigma \sqrt{\pi a}$$

$$K_I = Y \sigma \sqrt{\pi \cdot a}$$

[MPa√m, ksi√in]

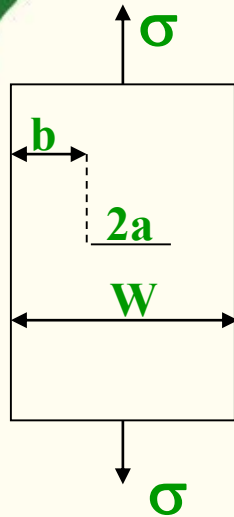


Y = fator de correção (das geometrias do corpo e da trinca).

Soluções de K podem ser encontradas em vários livros:

Tada, Paris e Irwin(1973); Rooke e Cartwright (1975); Sih (1973),  
entre outros

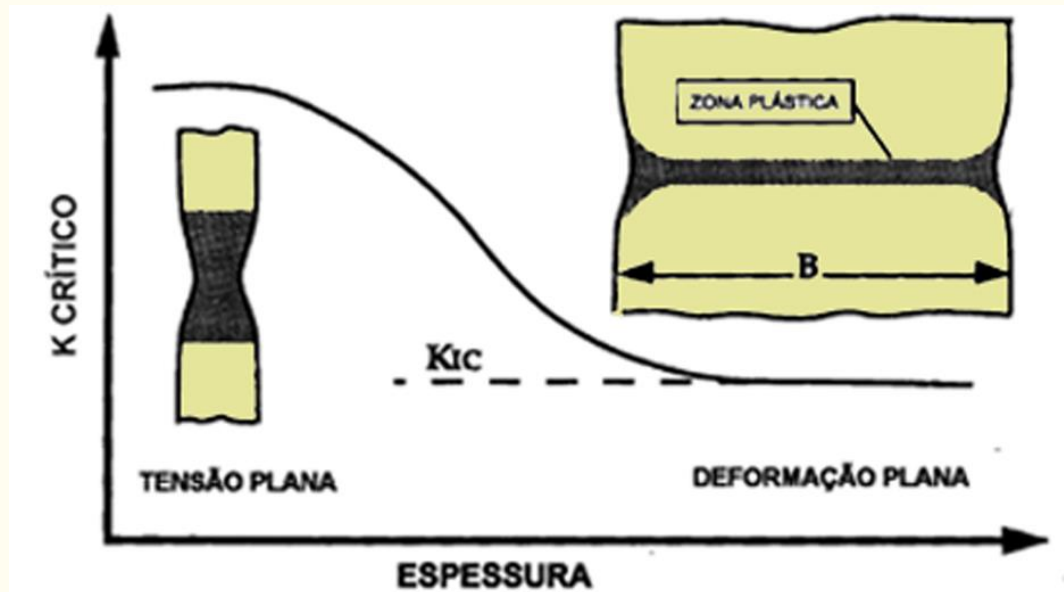
# CRITÉRIO DE FRATURA



$$K = Y\sigma\sqrt{\pi a}$$

$$K = K_C \rightarrow \text{fratura instável}$$

Tenacidade à Fratura.



Para que  $K_C$  seja considerado  $K_{Ic}$ , a Norma ASTM E399 – Método Normalizado de Ensaio de Tenacidade à Fratura no Estado de Def. Plana de Materiais Metálicos.

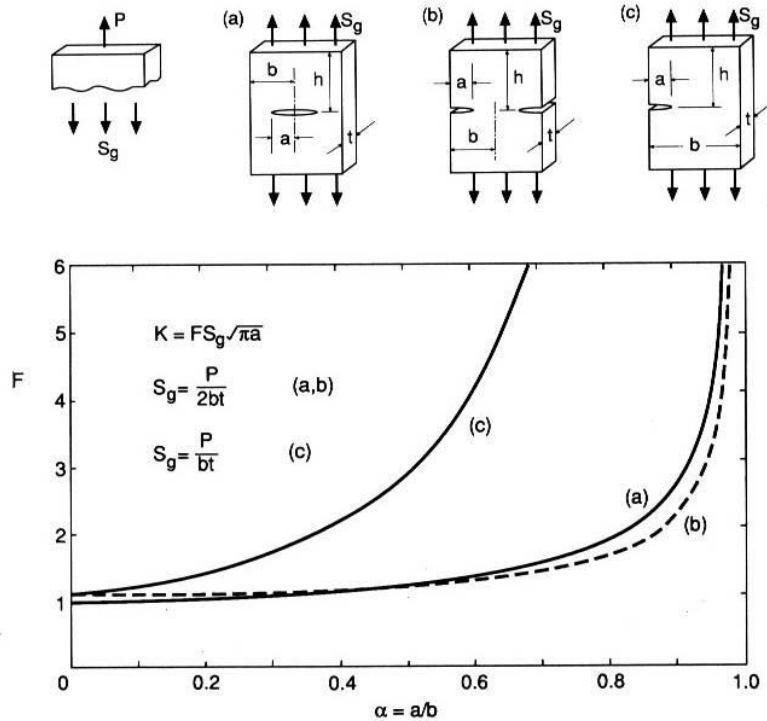
$$a, B, b \geq 2,5 \left( \frac{K_I}{\sigma_e} \right)^2$$

# APLICAÇÃO DE K EM PROJETOS E ANÁLISE DE PROBLEMAS DE FRATURA

- Para uso prático o valor de K dever ser determinado para geometrias de trincas existentes em componentes estruturais
- Neste aspecto um trabalho extensivo tem sido desenvolvido e o resultado pode ser encontrado em Handbooks:
  - Kujawski, D, Estimation of Stress Intensity Factors for small cracks and notches.
  - Murakami, Y, Stress Intensity Factors Handbook.
  - Newman, J. C, and I. Raju, Stress Intensity Factor Equations for Cracks in Three Dimensional Bodies Subjected to Tension and Bending Loads.
  - Outros.



# Equações para K



Values for small  $a/b$  and limits for 10% accuracy:

$$\begin{array}{lll}
 \text{(a)} & K = S_g\sqrt{\pi a} & \text{(b)} & K = 1.12S_g\sqrt{\pi a} \\
 & (a/b \leq 0.4) & & (a/b \leq 0.6) \\
 & & \text{(c)} & K = 1.12S_g\sqrt{\pi a} \\
 & & & (a/b \leq 0.13)
 \end{array}$$

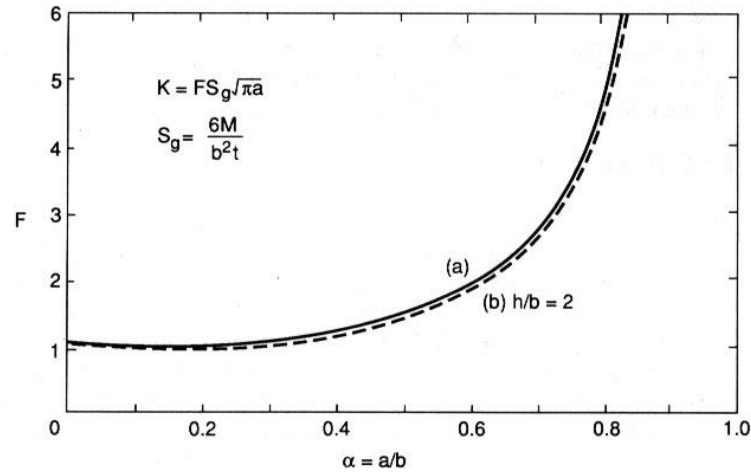
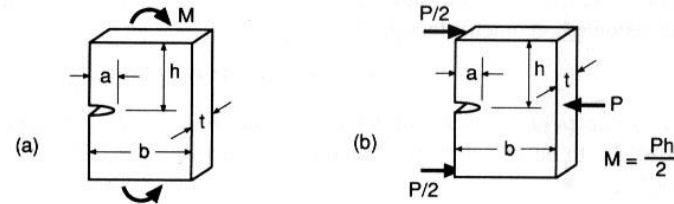
Expressions for any  $\alpha = a/b$ :

$$\text{(a)} \quad F = \frac{1 - 0.5\alpha + 0.326\alpha^2}{\sqrt{1 - \alpha}} \quad (h/b \geq 1.5)$$

$$\text{(b)} \quad F = \left(1 + 0.122 \cos^4 \frac{\pi\alpha}{2}\right) \sqrt{\frac{2}{\pi\alpha} \tan \frac{\pi\alpha}{2}} \quad (h/b \geq 2)$$

$$\text{(c)} \quad F = 0.265(1 - \alpha)^4 + \frac{0.857 + 0.265\alpha}{(1 - \alpha)^{3/2}} \quad (h/b \geq 1)$$

**Figure 8.13** Stress intensity factors for three cases of cracked plates under tension. An additional expression for (a) is given in Fig. 8.12, and for (c) the load is centered on the uncracked width. (Equations as collected by [Tada 85] pp. 2.2, 2.7, and 2.11.)



Values for small  $a/b$  and limits for 10% accuracy:

$$(a, b) K = 1.12S_g\sqrt{\pi a} \quad (a/b \leq 0.4)$$

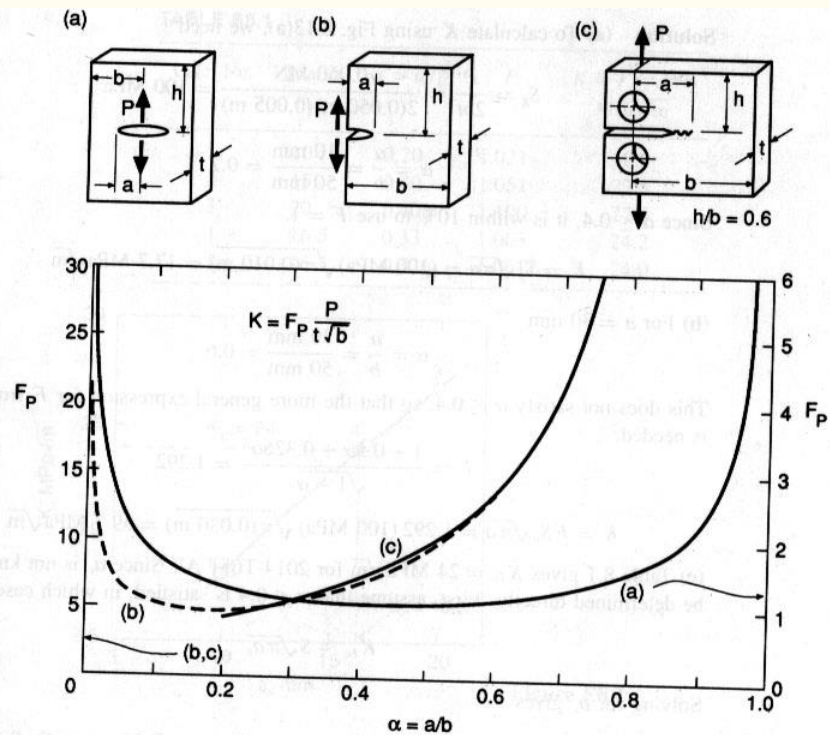
Expressions for any  $\alpha = a/b$ :

$$(a) F = \sqrt{\frac{2}{\pi\alpha} \tan \frac{\pi\alpha}{2}} \left[ \frac{0.923 + 0.199 \left(1 - \sin \frac{\pi\alpha}{2}\right)^4}{\cos \frac{\pi\alpha}{2}} \right] \quad (\text{large } h/b)$$

(b)  $F$  is within 3% of (a) for  $h/b = 4$ , and within 6% for  $h/b = 2$ , at any  $a/b$ .

$$F = \frac{1.99 - \alpha(1 - \alpha)(2.15 - 3.93\alpha + 2.7\alpha^2)}{\sqrt{\pi}(1 + 2\alpha)(1 - \alpha)^{3/2}} \quad (h/b = 2)$$

**Figure 8.14** Stress intensity factors for various cases of bending. Case (b) with  $h/b = 2$  is the ASTM standard bend specimen. (Equations from [Tada 85] p. 2.14, and [ASTM 91] Std. E399.)



Values for small  $a/b$  and limits for 10% accuracy:

$$(a) K = \frac{P}{t\sqrt{\pi a}} \quad (a/b \leq 0.3), \quad (b) K = \frac{2.60P}{t\sqrt{\pi a}} \quad (a/b \leq 0.08)$$

Expressions for any  $\alpha = a/b$ :

$$(a) F_P = \frac{1.297 - 0.297 \cos \frac{\pi\alpha}{2}}{\sqrt{\sin \pi\alpha}} \quad (h/b \geq 2)$$

$$(b) F_P = \frac{0.92 + 6.12\alpha + 1.68(1 - \alpha)^5 + 1.32\alpha^2(1 - \alpha)^2}{\sqrt{\pi\alpha}(1 - \alpha)^{3/2}} \quad (\text{large } h/b)$$

$$(c) F_P = \frac{(2 + \alpha)}{(1 - \alpha)^{3/2}} (0.886 + 4.64\alpha - 13.32\alpha^2 + 14.72\alpha^3 - 5.6\alpha^4) \quad (a/b \geq 0.2)$$

**Figure 8.15** Stress intensity factors for three cases of concentrated load. Case (c) is the ASTM standard compact specimen. (Equations from [Tada 85] pp. 2.23 and 2.25, and [Srawley 76].)

## EXEMPLO 1 - Resistência Vs. Tenacidade

A tenacidade à fratura do material diminui, muitas vezes dramaticamente, quando o limite de escoamento do material aumenta. Por exemplo, para um liga Ti-6Al-4V, com o limite de escoamento de 130 ksi, a tenacidade à fratura é 105 ksi  $\sqrt{\text{pol}}$ . Se o limite de escoamento é aumentado para 150 ksi, a tenacidade à fratura diminui para 50 ksi  $\sqrt{\text{pol}}$ .

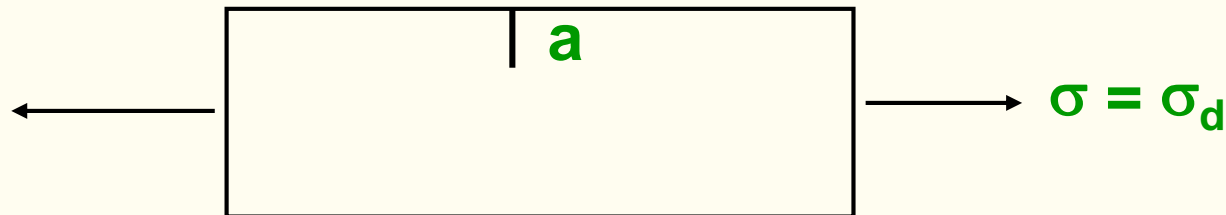
Um engenheiro é desafiado com o seguinte problema. A empresa dele fabrica um componente na forma de uma chapa ou placa grande usando a liga acima na condição que o limite de escoamento é de 130ksi. Tem sido sugerido uma redução de peso que poderia ser obtido pelo uso de uma liga com limite de escoamento de 150ksi. O ensaio não destrutivo do componente pode prontamente detectar uma trinca 0,2 pol. Assim, os requisitos do projeto especifica que a trinca de canto pode ser maior do que esta medida de trinca (0,2 pol) de maneira que ela possa ser detectada antes da fratura catastrófica. Em adição, um fator de segurança de 2 é especificado para uma tensão de projeto.

A tensão de projeto deve ser menor ou igual a metade do limite de escoamento. Ele tem sido perguntado a analisar a proposta de mudar de material.

- a) Deve ele aceitar a proposta? Verifique com cálculos e comentários.
- b) Qual é a máxima tensão de projeto que pode ser usada com o material de máxima resistência?
- c) O uso de um material de mais alta resistência levará a redução de peso?

Para esta geometria,

$$K_I = 1.12 \sigma \sqrt{\pi a}$$



## a) Material Original:

A tensão de projeto é baseada no escoamento,  $\sigma_d = \sigma_{ys}/2 = 65$  ksi

Fratura irá ocorrer quando  $K_I = K_{IC}$ ; dado  $K_{IC} = 105$  ksi  $\sqrt{\text{pol}}$

$$1.12 \sigma_d \sqrt{\pi a_{cr}} = 105 \quad \Rightarrow \quad \boxed{a_{cr} = 0.66''}$$

IND/END pode detectar qualquer trinca maior do que 0,2 pol.  
(i.e., uma trinca de 0,2 pol ou menor escapará da inspeção.

Em um projeto de 65 ksi, um comprimento de 0.66 pol produzirá falha catastrófica. Isto não irá acontecer porque nenhuma trinca de comprimento 0,2 pol ou maior escapa da inspeção.

**O projeto é seguro contra fratura frágil!!**

Novos Materiais:  $\sigma_d = 150/2 = 75$  ksi

Falha por fratura se  $K_I = K_{IC}$ ; dado,  $K_{IC} = 50$  ksi  $\sqrt{\text{pol}}$

$$1.12 (75) \sqrt{\pi a_{cr}} = 50 \Rightarrow$$

$$a_{cr} = 0.113''$$

IND/END pode detectar qualquer trinca maior do que 0,2 pol., i.e., uma trinca de 0,113 pol escapará a inspeção!!

A trinca pode tornar-se crítica antes de ser detectada se  $\sigma_d = 75$  ksi. O novo projeto é baseado no escoamento e não será seguro contra fratura frágil.

Qual é então a tensão de projeto baseada na fratura (assumindo que todos os componentes contêm um trinca de 0,2 pol)?

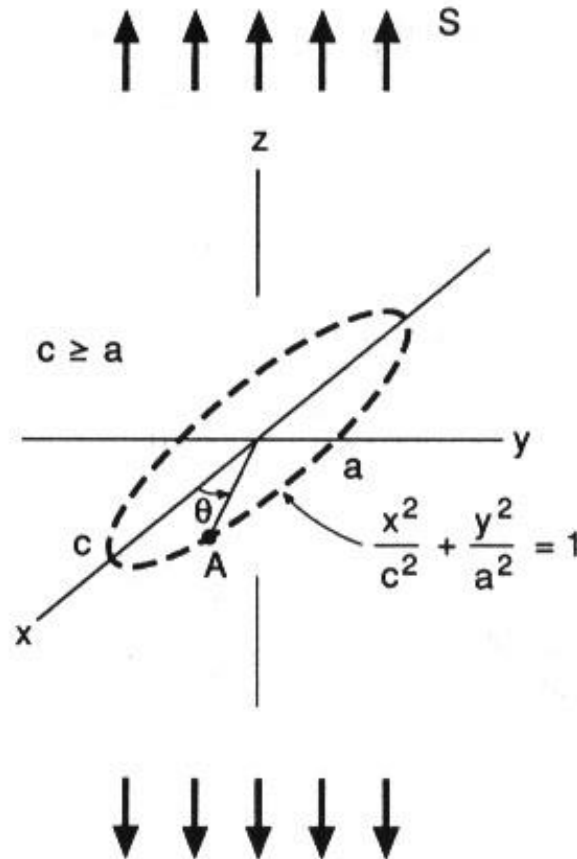
$$K_I = K_{IC} = 1.12 \sigma_d \sqrt{\pi(0.2)} = 50$$

$$\sigma_d = 56.3 \text{ ksi}$$

Menor do que  $\sigma_d$  para o material original

# Casos de Interesse Especial para Aplicações Práticas

## Caso tridimensional de uma trinca elíptica dentro de um corpo infinito carregado remotamente



$$K = \frac{S\sqrt{\pi a}}{E(k)} \left[ \sin^2 \beta + \frac{a^2}{c^2} \cos^2 \beta \right]^{1/4}$$

$$\beta = \tan^{-1} \left( \frac{c}{a} \tan \theta \right)$$

$$K = \frac{S\sqrt{\pi a}}{E(k)} \quad (\text{maximum, at } \theta = \pm\pi/2)$$

$$E(k) = \int_0^{\pi/2} \sqrt{1 - k^2 \sin^2 \phi} d\phi$$

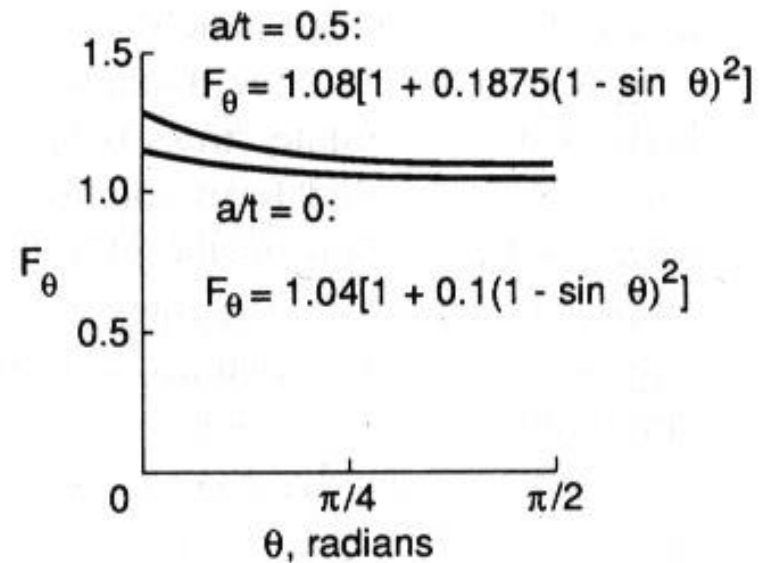
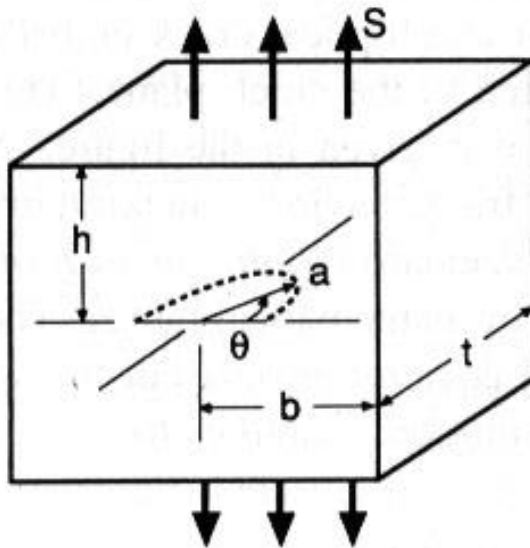
$$k^2 = 1 - a^2/c^2$$

$$E(k) \approx \sqrt{1 + 1.464(a/c)^{1.65}}$$

**Figure 8.16** Exact stress intensity solution for any point A on an elliptical crack embedded in an infinite body under remote stress normal to the crack plane. (Adapted from [Tada 85] p. 26.2; used with permission. The approximation for  $E(k)$  is from [Newman 86].)



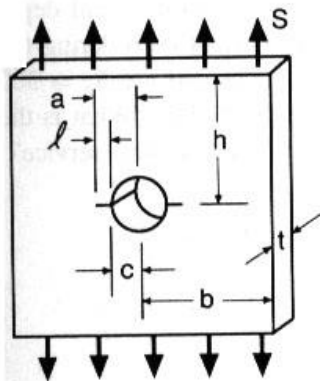
Um outro caso muito comum na prática é o caso de uma **trinca superficial**.



$$K = F_{\theta} \frac{2}{\pi} S \sqrt{\pi a} \quad (a \ll b, h)$$

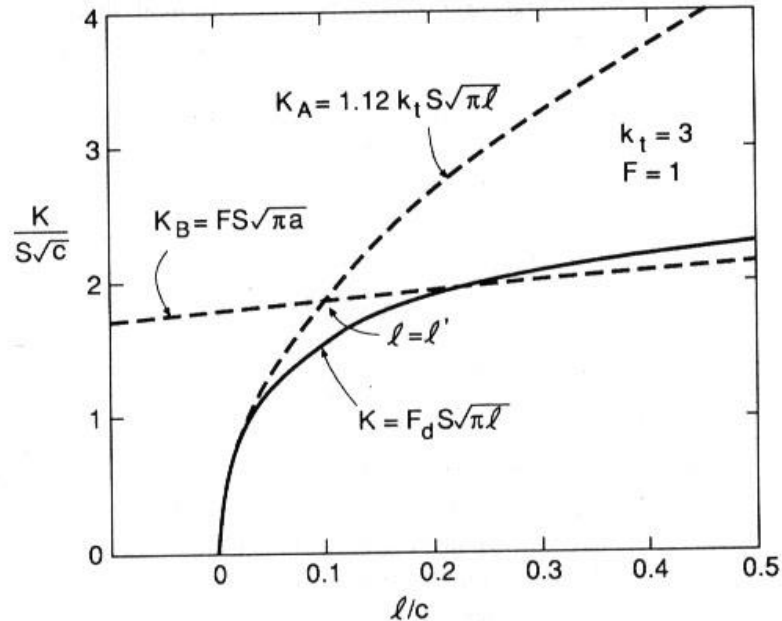
**Figure 8.17** Stress intensities for two cases of a half-circular surface crack. (Equations from [Newman 86], which provides more detail.)

- Trinca crescendo a partir de um concentrador de tensões.
- Se a trinca for pequena comparada com o raio, a solução é a mesma para uma trinca superficial em um corpo infinito.
- Uma vez que a trinca cresce para longe do campo de tensão do concentrador, esta passa a ser considerada uma trinca longa de comprimento  $2a$



$$K = F_d S \sqrt{\pi l}, \quad d = \frac{l}{a} = \frac{l}{c+l}$$

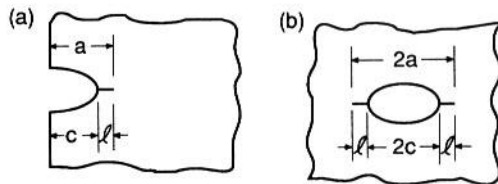
$$F_d = 0.5(3 - d)[1 + 1.243(1 - d)^3]$$



**Figure 8.18** Stress intensities for a pair of cracks growing from a circular hole in a remotely loaded wide plate,  $a \ll b, h$ . (Equation from [Tada 85] p. 19.1.)

0

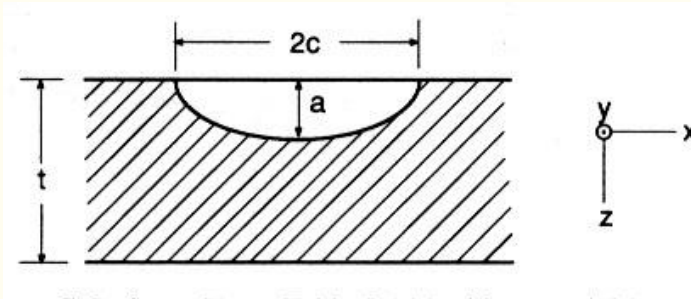
Fractur



$$l' = \frac{c}{(1.12 \frac{k_t}{F})^2 - 1}$$

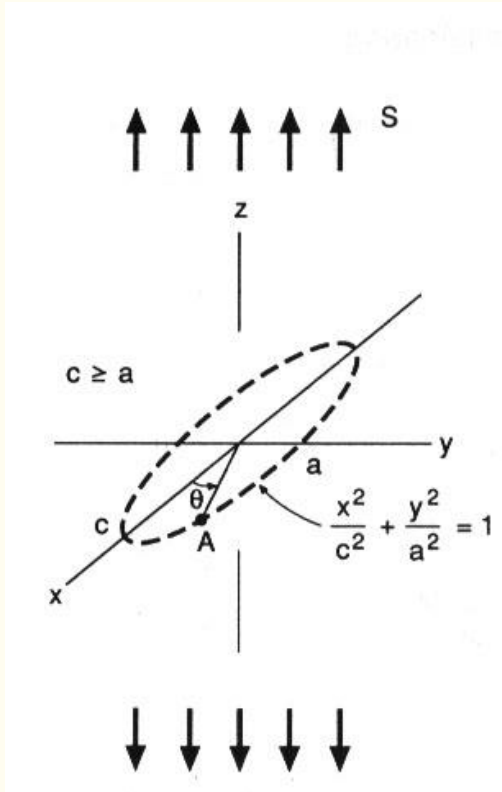
## Exercício

- Um vaso de pressão feito de um aço ASTM A517-F opera próximo a temperatura ambiente e possui uma espessura de parede de  $t = 50$  mm. Uma trinca como mostrada na figura abaixo foi encontrada durante uma inspeção. Ela possui uma forma aproximadamente semi-elíptica com um comprimento do eixo maior  $2c = 40$  mm e profundidade  $a = 10$  mm. As tensões na região da trinca, quando calculada sem a mesma, são aproximadamente uniforme através da espessura e são  $S_y = 300$  MPa, normal ao plano da trinca e  $S_x = 150$  MPa, paralela ao plano da trinca. Qual seria o fator de segurança contra a fratura frágil (relação  $K_{IC}/K$ )? Você retiraria este vaso de pressão de serviço? Dados:  $K_{IC} = 187$  MPa.m<sup>1/2</sup>;  $\sigma_e = 760$  MPa;  $\sigma_R = 830$  MPa e  $E = 200$  GPa.



## Resolução 1

O valor de  $K$  pode ser estimado pela aplicação do fator de correção para uma trinca elíptica embebida como o da figura abaixo. O fator de correção é necessário devido a superfície que livre criada pelo seccionamento da geometria de trinca elíptica e devido a um  $a/t = 0,2$ .

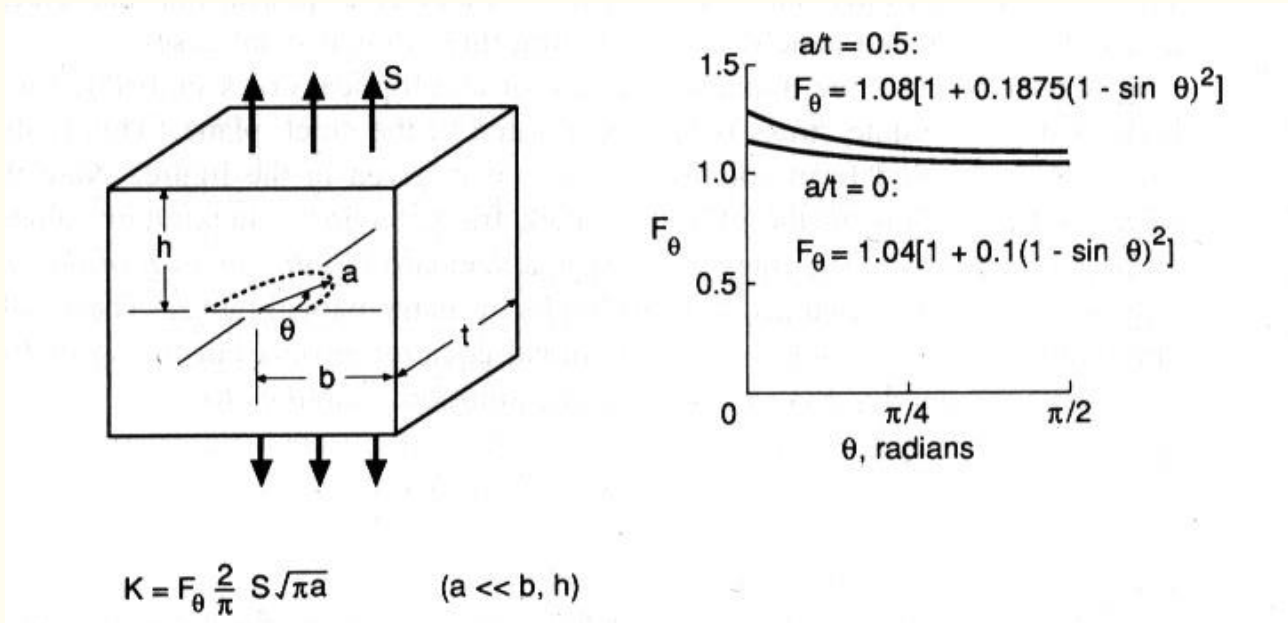


$$K = F_s \frac{S \sqrt{\pi a}}{E(k)}$$

$$E(k) = \sqrt{1 + 1,464 \left( \frac{a}{c} \right)^{1,65}}$$

- Onde o máximo valor acontece para  $\theta = \pm\pi/2$ , e para  $S_y = 300$  MPa e  $S_x$  não afeta por ser paralelo a trinca. Assim, para  $a/c = 0,5$ , tem-se que  $E(k) = 1,21$

- Como uma estimativa, assuma que  $a/t = 0,2$  não possui nenhum efeito, o que é razoável considerando uma metade de trinca circular da figura abaixo.



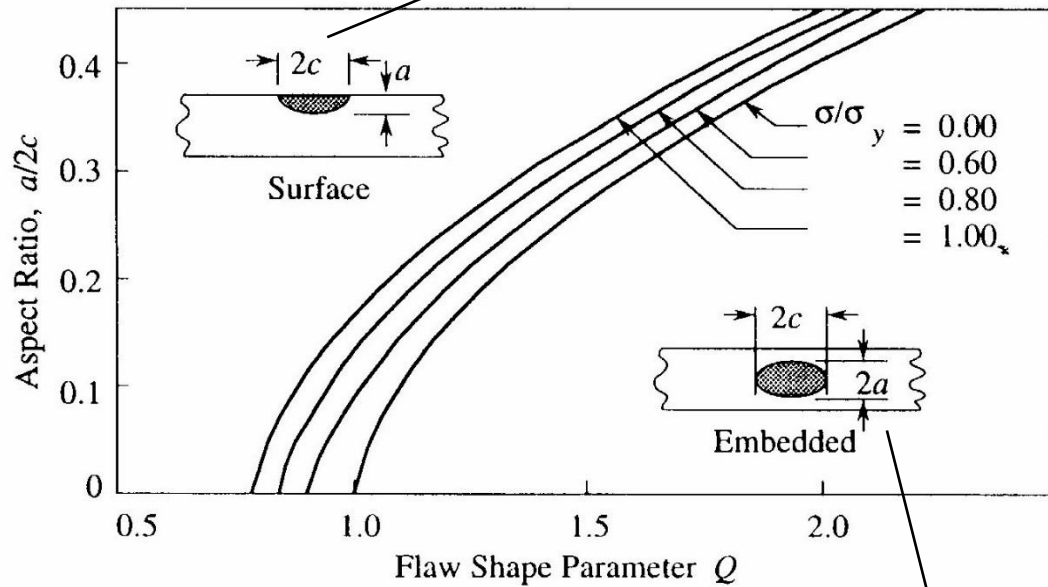
- Assim, considerando uma trinca passante,  $F_S = 1,12$

$$K = F_S \frac{S \sqrt{\pi a}}{E(k)} = 1,12 \frac{300 \sqrt{\pi(0,01)}}{1,21} = 49,2 \text{ MPa} \sqrt{m}$$

$$X_S = \frac{K_{IC}}{K} = \frac{187}{49,2} = 3,8$$

# Resolução 2

Trinca superficial  $K = 1.1\sigma\left(\frac{\pi a}{Q}\right)^{\frac{1}{2}}$

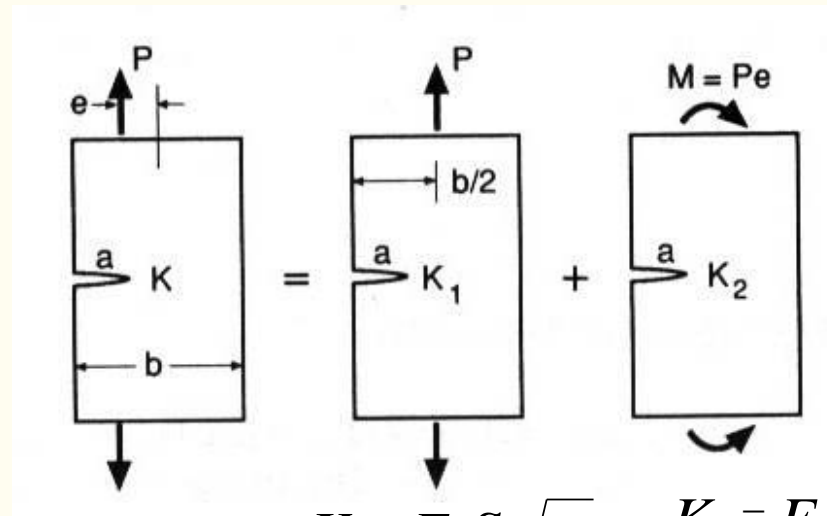


Trinca interna

$$K = \sigma\left(\frac{\pi a}{Q}\right)^{\frac{1}{2}}$$

## Superposição para Carregamentos Combinados

- Adição da contribuição de  $K$  para cada componente de carregamento individual.



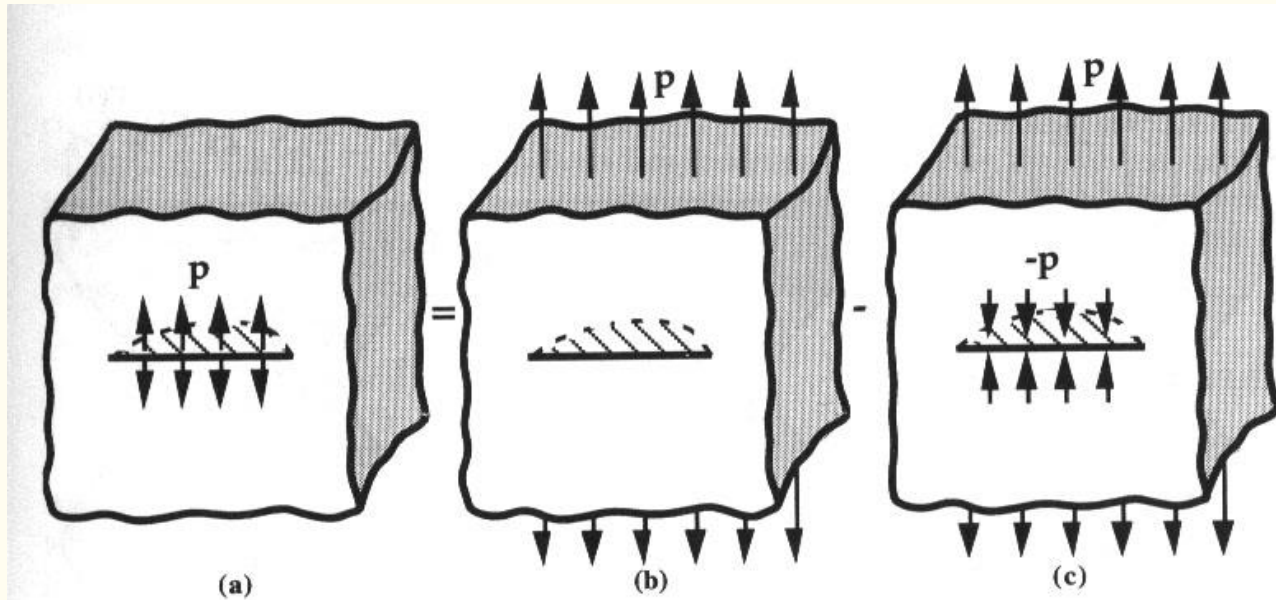
$$K_1 = F_1 S_1 \sqrt{\pi a} \quad K_2 = F_2 S_2 \sqrt{\pi a}$$

$$S_1 = \frac{P}{bt} \quad S_2 = \frac{6M}{b^2 t} = \frac{6P_e}{b^2 t}$$

$$K = K_1 + K_2 = \frac{P}{bt} \left( F_1 + \frac{6F_2 e}{b} \right) \sqrt{\pi a}$$

## Superposição para Carregamentos Combinados

- O uso da superposição algumas vezes permite as soluções dos Handbooks serem usados em casos não tão óbvios.
- Considere o caso de uma trinca central em uma placa, sendo esta trinca carregada localmente com a pressão  $p$ .



$$K = K_1 + K_2 = \frac{p\sqrt{\pi a}}{E(k)} \left[ \text{sen}^2 \beta + \left( \frac{a}{c} \right)^2 \text{cos}^2 \beta \right]^{-1/4} - 0$$

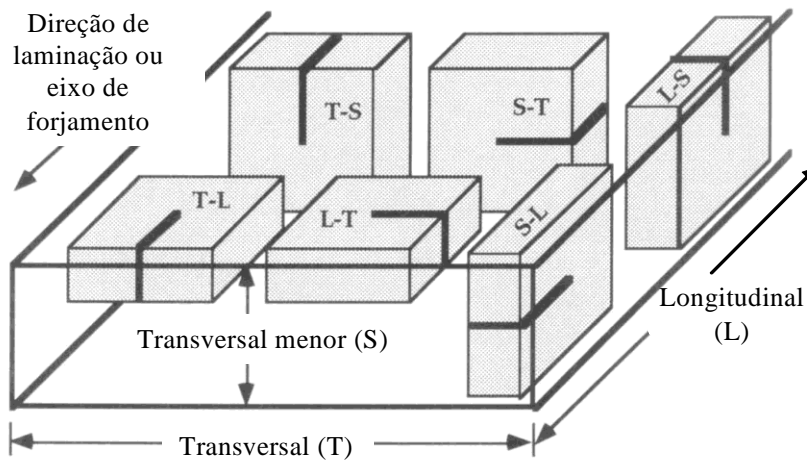
$$\beta = \tan^{-1} \left( \frac{c}{a} \tan g \theta \right)$$

$$E(k) = \sqrt{1 + 1,464 \left( \frac{a}{c} \right)^{1,65}}$$

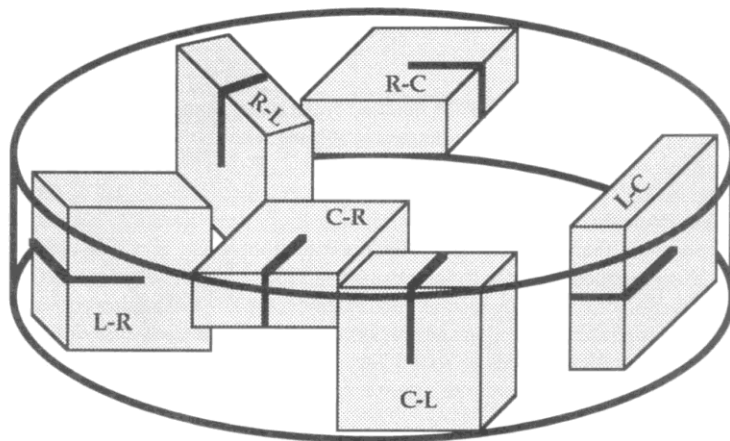


# Ensaio de Tenacidade à Fratura

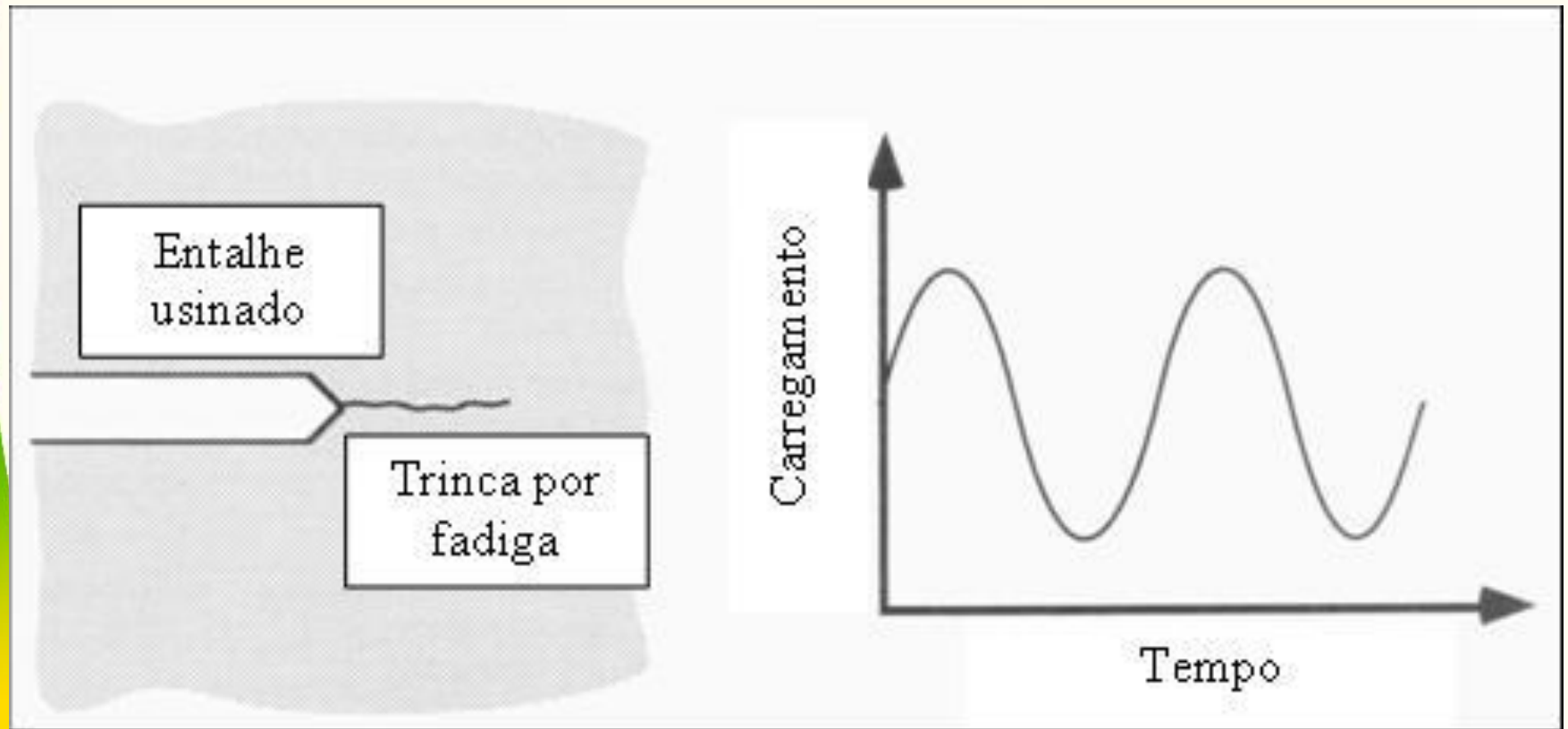
- Os ensaios são realizados conforme a norma ASTM E399



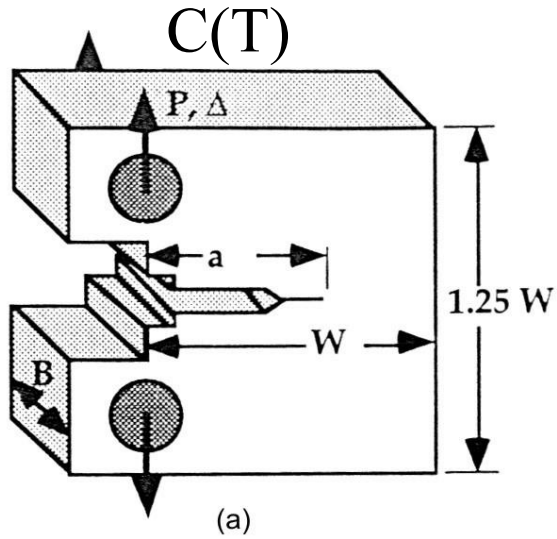
As letras L, T e S denotam as direções: longitudinal, transversal, e transversal menor



As direções de simetria nesse caso são: circunferência, radial e longitudinal (C, R e L, respectivamente)



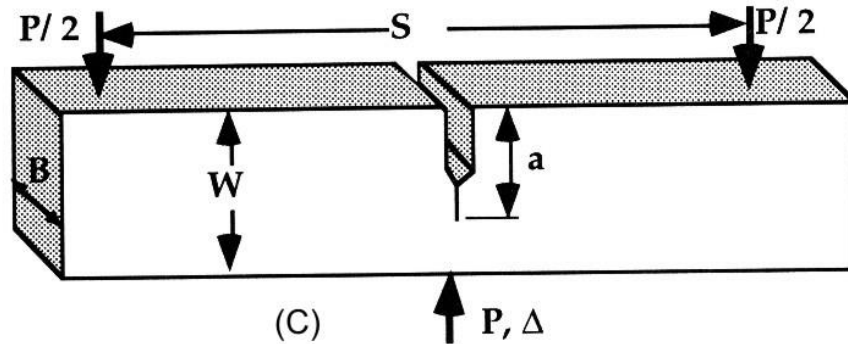
Uma trinca por fadiga é introduzida na ponta do entalhe usinado por meios de carregamento cíclico.



$$K = \frac{P}{B\sqrt{W}} Y$$

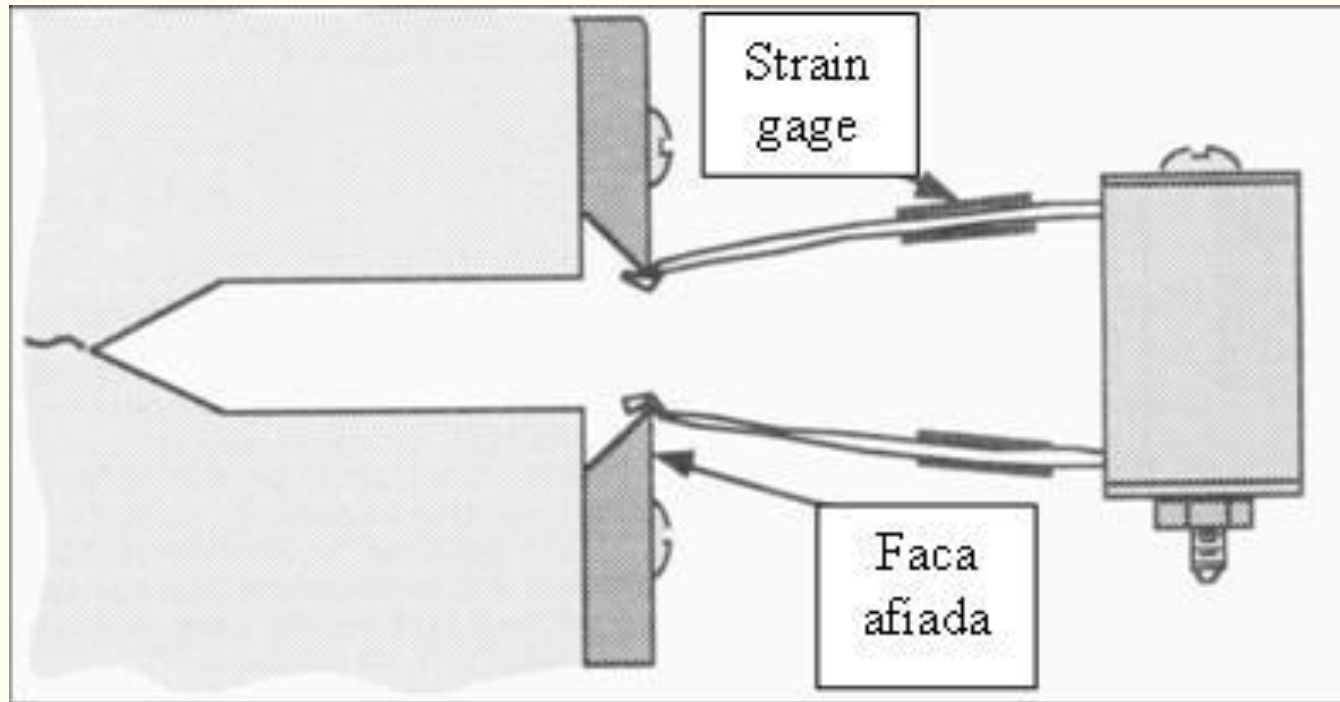
$$Y = f\left(\frac{a}{W}\right) = \frac{2 + \frac{a}{W}}{\left(1 - \frac{a}{W}\right)^{\frac{3}{2}}} \left[ 0,886 + 4,64\left(\frac{a}{W}\right) - 13,32\left(\frac{a}{W}\right)^2 + 14,72\left(\frac{a}{W}\right)^3 - 5,6\left(\frac{a}{W}\right)^4 \right]$$

### SEN(B)

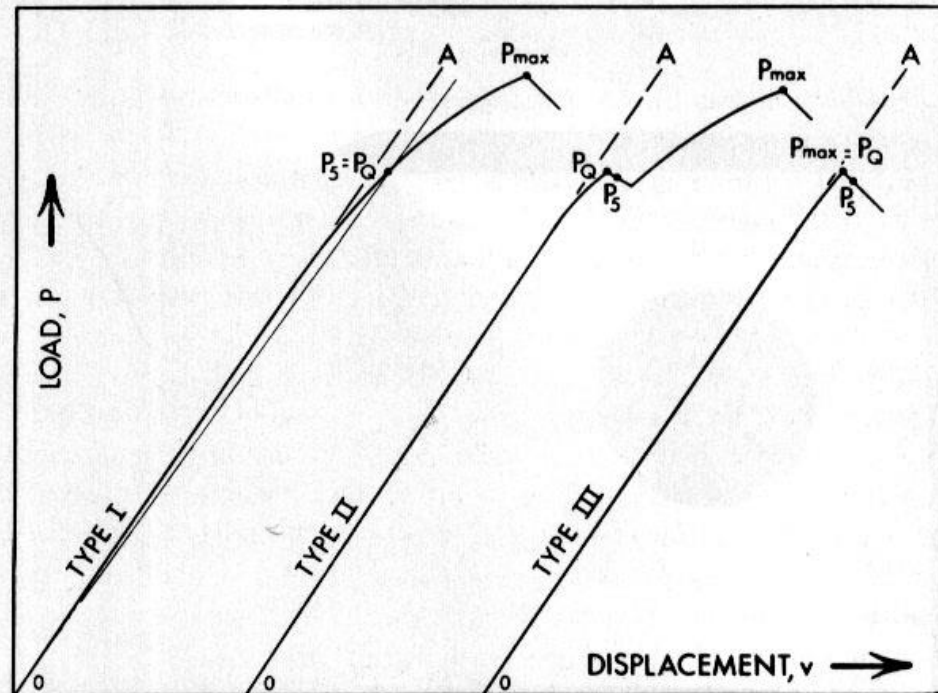
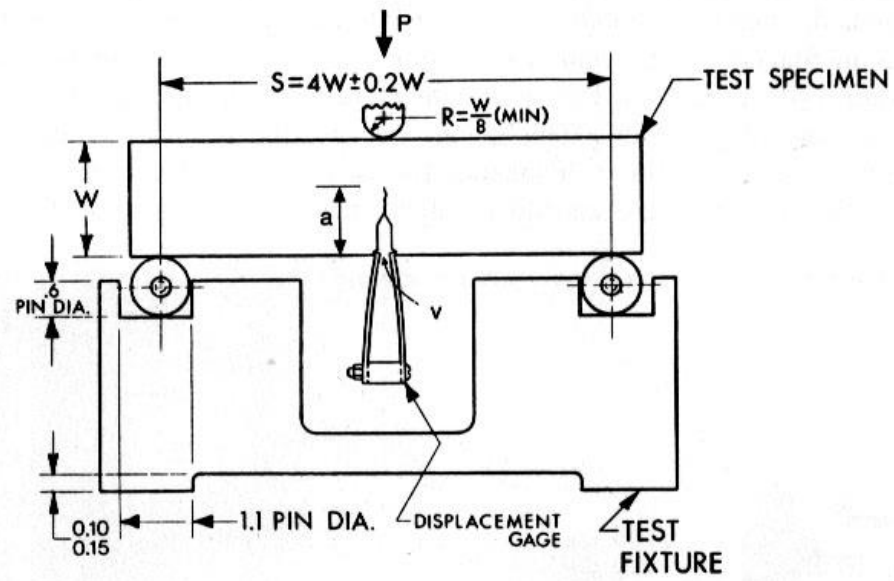


$$K = \frac{P}{B\sqrt{W}} Y$$

$$Y = f\left(\frac{a}{W}\right) = \frac{3 \frac{S}{W} \sqrt{\frac{a}{W}}}{2 \left(1 + 2 \frac{a}{W}\right) \left(1 - \frac{a}{W}\right)^{\frac{3}{2}}} \left[ 1,99 - \frac{a}{W} \left(1 - \frac{a}{W}\right) \left\{ 2,15 - 3,93 \left(\frac{a}{W}\right) + 2,7 \left(\frac{a}{W}\right)^2 \right\} \right]$$



Medida do deslocamento da abertura da trinca : “clip gage”.  
Medida do carregamento: células de carga da própria máquina.

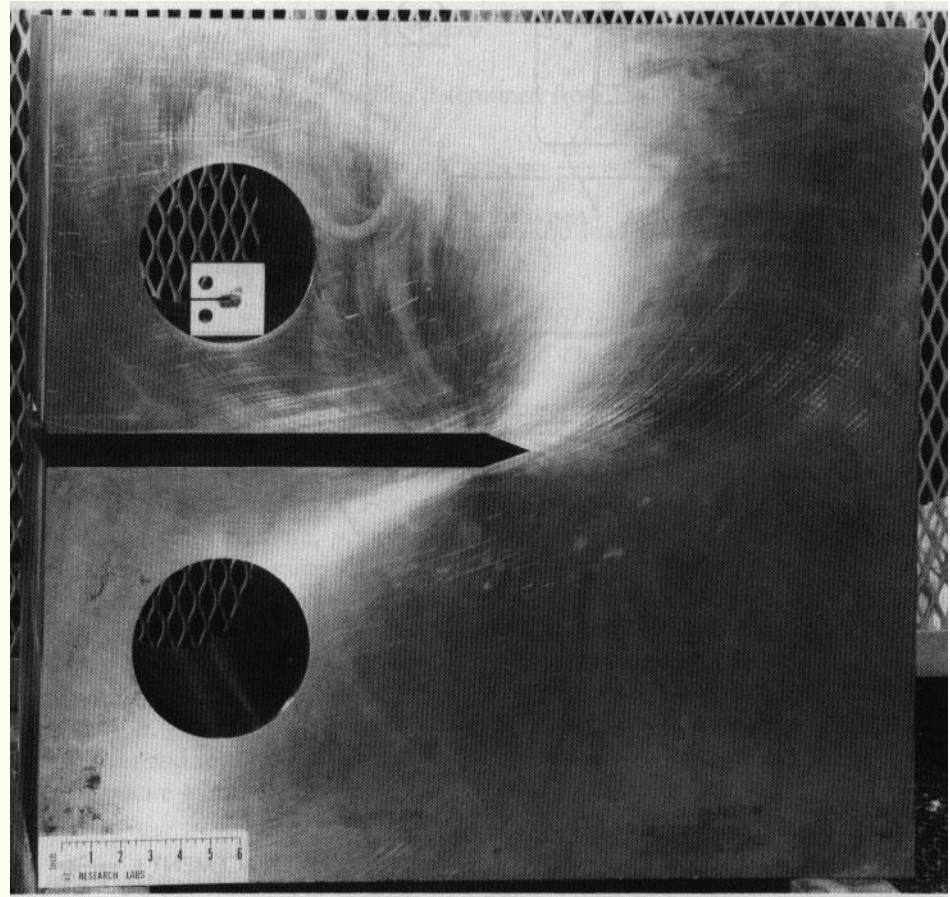


- $P_{max} \leq 1,10P_q$

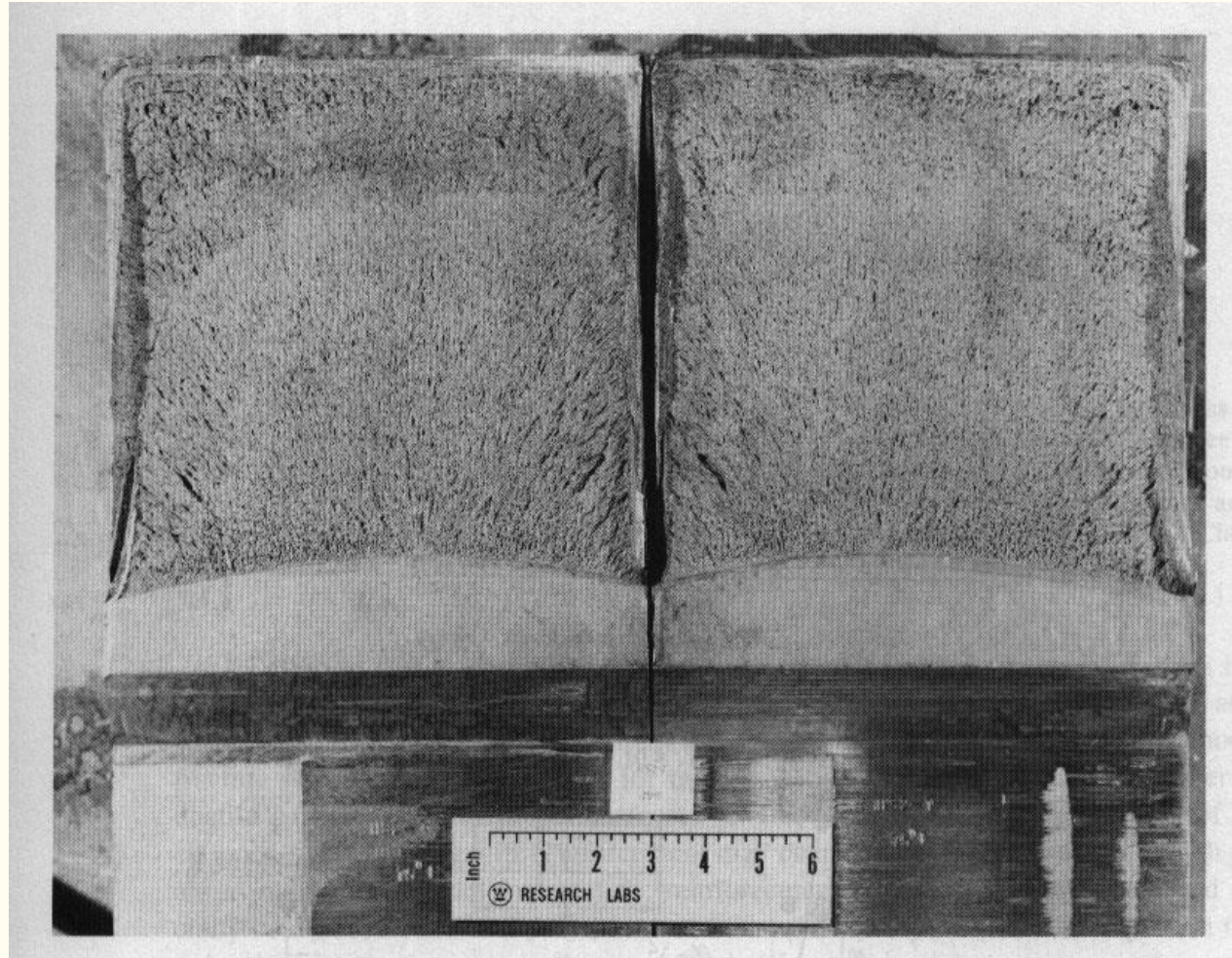
Para satisfazer o teste:

- Condição de deformação plana e o corpo de prova precisa se comportar de maneira linearmente elástica.

$$B, a, (W - a) \geq 2,5 \left( \frac{K_Q}{\sigma_{YS}} \right)^2$$

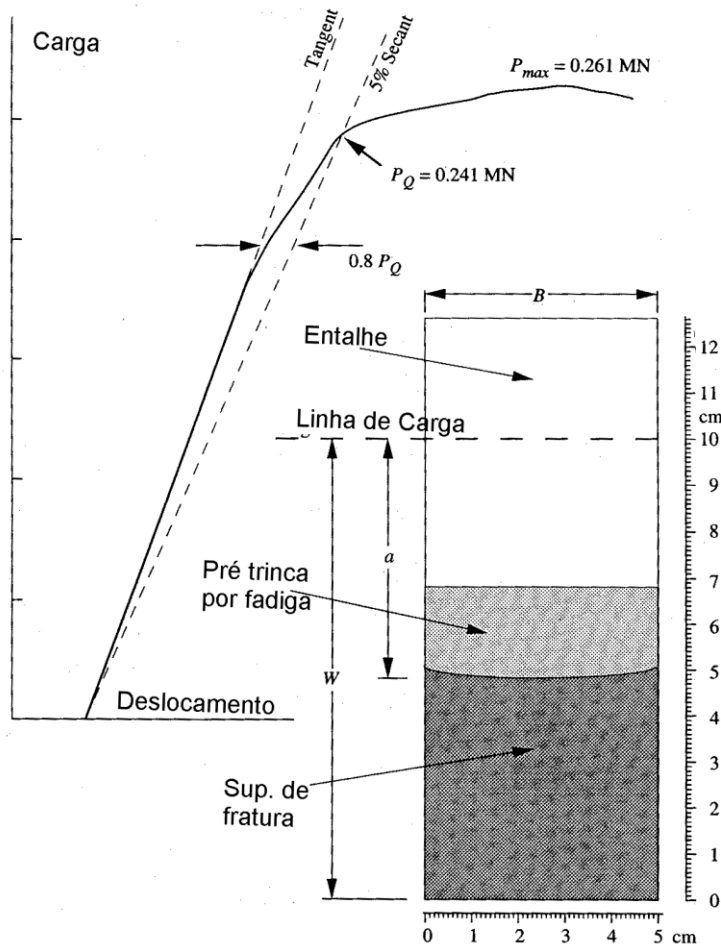


$$0,45 \leq a/W \leq 0,55$$



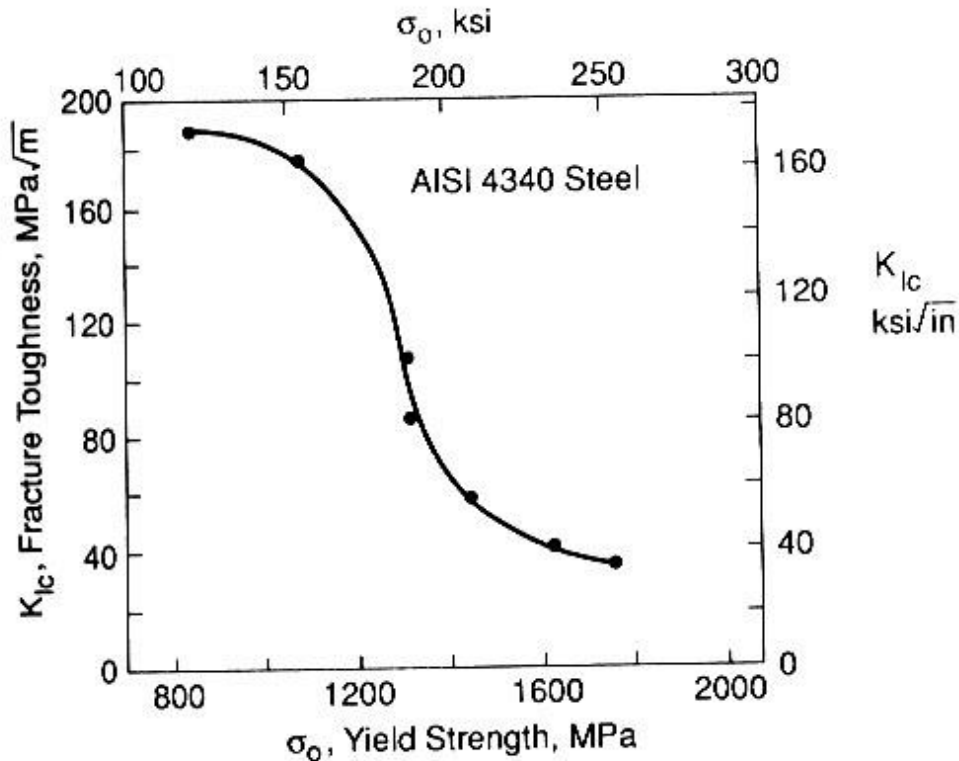
# Exercício

- A figura abaixo mostra a curva carga versus deslocamento obtidas a partir do ensaio de um corpo de prova do tipo C(T), executado de um material forjado com tensão limite de escoamento de 1050 MPa. Um esquema da fratura deste corpo de prova é mostrado na figura abaixo. Determine se o teste fornece um resultado válido de  $K_{IC}$ .



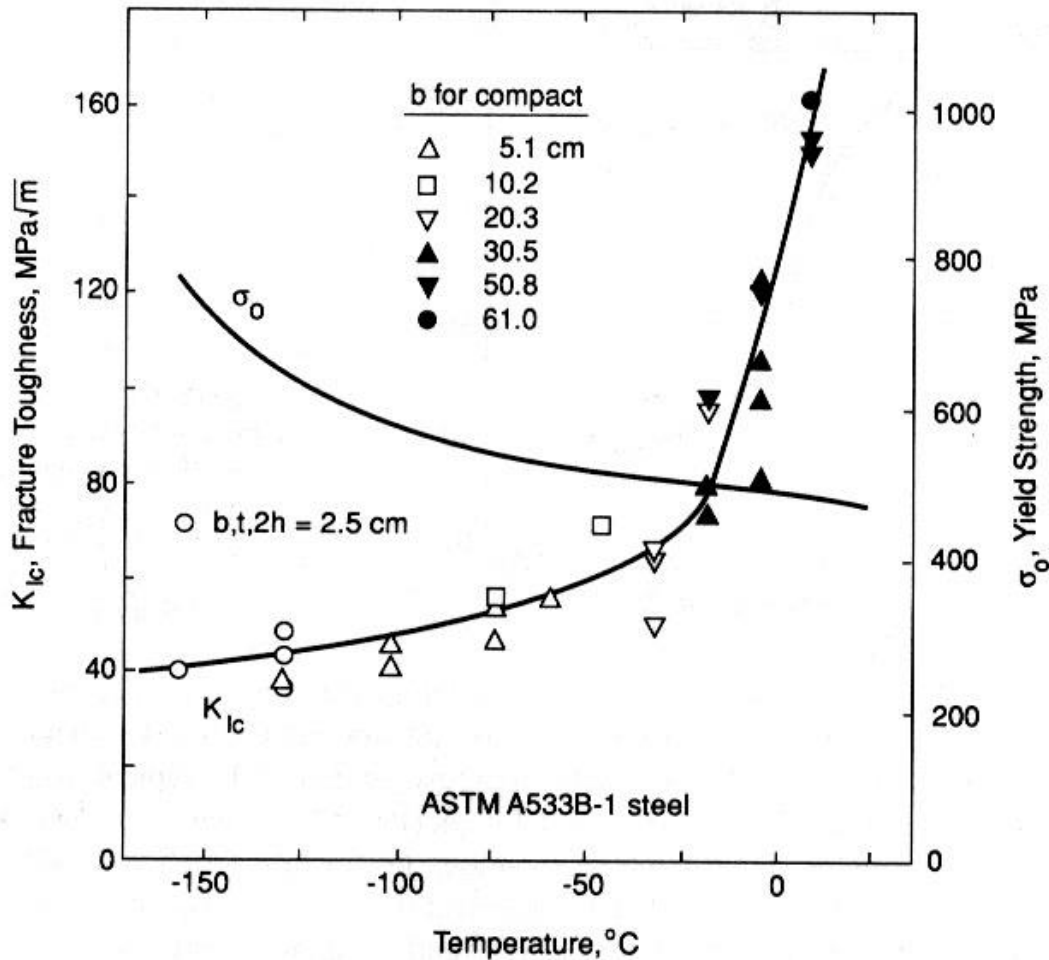


## Relações Entre Microestrutura e $K_{IC}$

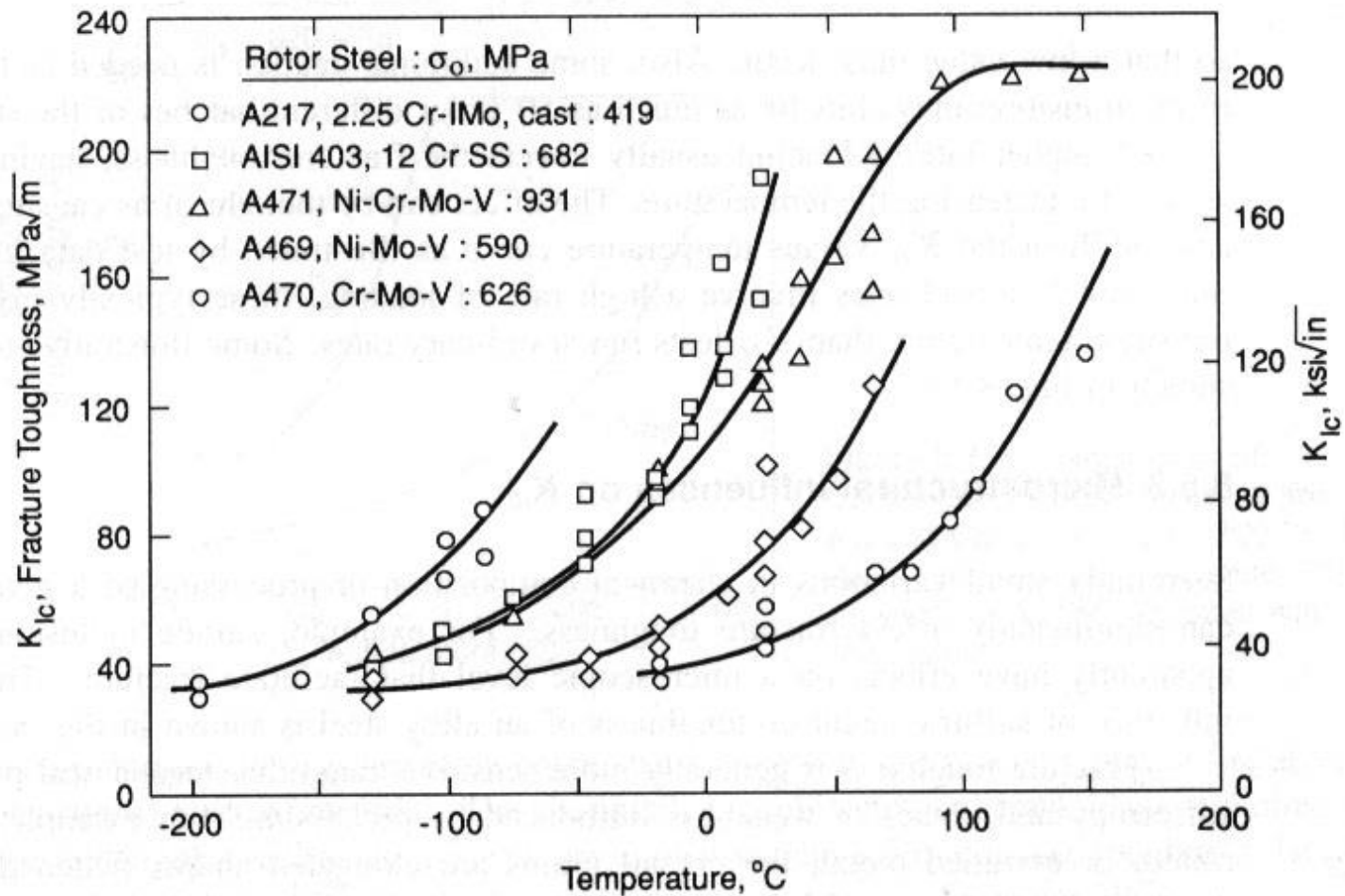


**Figure 8.27** Fracture toughness vs. yield strength for AISI 4340 steel quenched and tempered to various strength levels. (Adapted from an illustration courtesy of W. G. Clark, Jr., Westinghouse Science and Technology Ctr., Pittsburgh, Pa.)

# Efeito da Temperatura



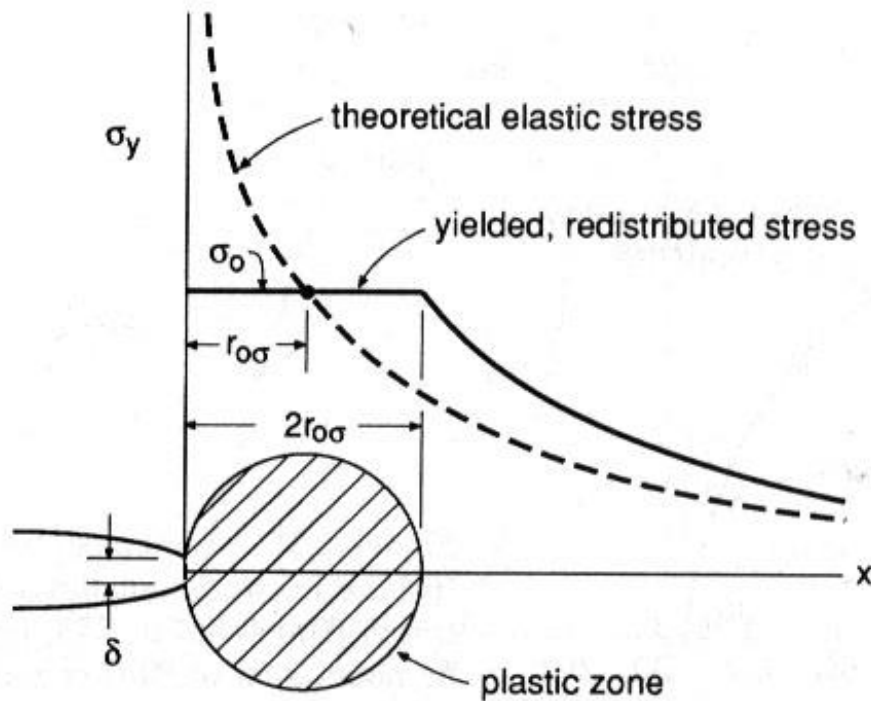
**Figure 8.28** Fracture toughness and yield strength vs. temperature for a nuclear pressure vessel steel. Compact specimens and one nonstandard geometry were used in sizes indicated. (Adapted from [Clark 70]; copyright ©ASTM; reprinted with permission.)



**Figure 8.30** Fracture toughness vs. temperature for several steels used for turbine-generator rotors. (Data from [Logsdon 76].)

## Tamanho da Zona Plástica

- No início foi mostrado que o material não pode suportar tensões infinitas na ponta da trinca, desta forma no carregamento a ponta da trinca torna-se arredondada e é formada **uma região de escoamento**, crazing (polímeros) e microtrincas (cerâmicas).



No estado plano de tensão

$$\sigma_{xx} = \sigma_{yy} = \frac{K}{\sqrt{2\pi r}}$$

$$\sigma_z = \tau_{xy} = \tau_{yx} = \tau_{zx} = 0$$

Figura  
estim  
aprox  
stress

$$r_{0\sigma} = \frac{1}{2\pi} \left( \frac{K}{\sigma_e} \right)^2$$

$$2 \cdot r_{0\sigma} = \frac{1}{\pi} \left( \frac{K}{\sigma_e} \right)^2$$

g the  
on of

## Zona Plástica no Estado Plano de Deformação

$$\sigma_{xx} = \sigma_{yy}$$

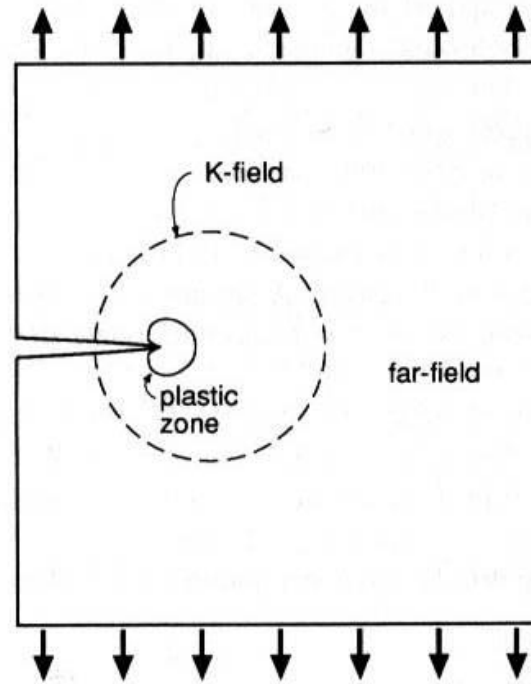
$$\sigma_{zz} = 2\nu\sigma_{xx}$$

O escoamento irá acontecer quando:

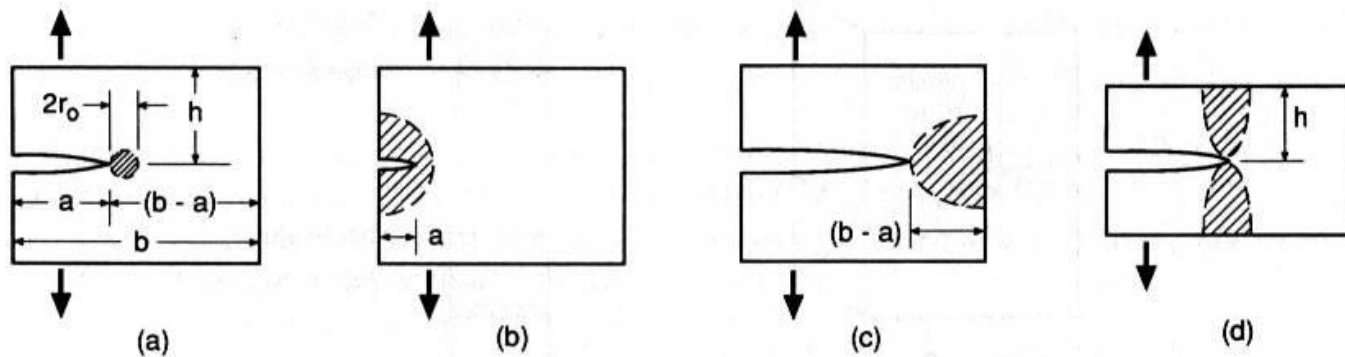
$$\sigma_{xx} = \sigma_{yy} = \frac{\sigma_e}{1-2\nu} \approx 2,5 \sigma_e$$

$$2r_{0\sigma} = \frac{1}{3\pi} \left( \frac{K}{\sigma_e} \right)^2$$

# Limitações da MFEL Devido a Plasticidade



**Figure 8.40** A crack and its plastic zone, and the larger  $K$ -field that must exist for LEFM to be applicable.



**Figure 8.41** Small plastic zone compared to planar dimensions (a), and situations where LEFM is invalid due to the plastic zones being too large compared to (b) crack length, (c) uncracked ligament, and (d) member height.

# Mecânica da Fratura Elasto-Plástica

- Crack tip opening displacement, CTOD
- Integral J