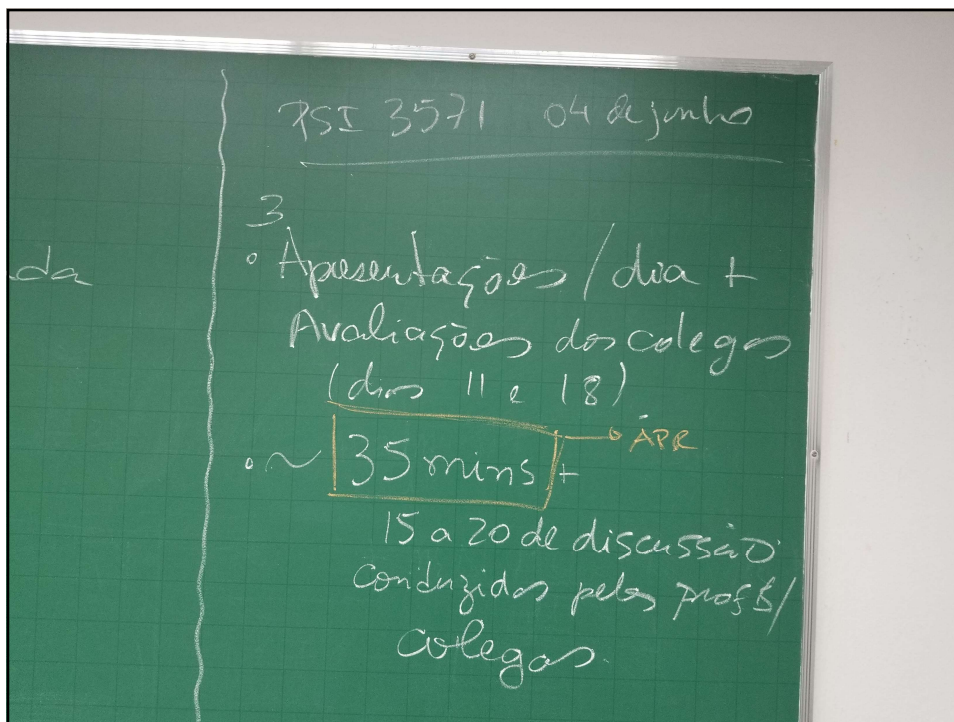


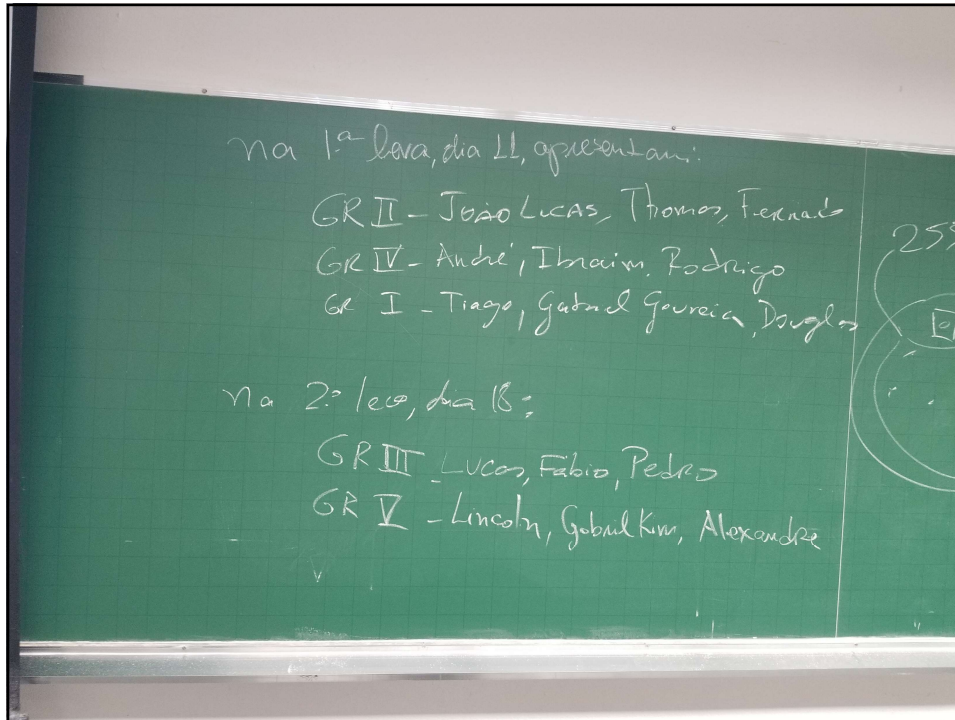
## Aula de 4 de junho de PSI3571 ... Reta final ...

- Entregáveis: vertente de equipe e vertente de indivíduo
- Universo completo de ataques de refinamentos
- Ilustração com a análise dos resultados.
- K fold cross validations e refinamentos de protótipos / 50+50 ou mais
- Importante nesta reta final: Medidas distintas do RMS e EQM
- Dois dias de apresentação; discutamos com a divisão de tempos ocorrerá
- Discussão de preparo de slides e de relatórios
- [Talvez: Resposta a algumas perguntas mais importantes a todos feitas por alunos no entregável do dia 28 de maio.]

1

© Prof. Emilio Del Moral – EPUSP





disciplinas.usp.br/course/view.php?id=62312

TRABALHOS ENTREGUES POR COLEGAS DA TURMA, PARTILHADOS APENAS ENTRE OS MATRICULADOS

**Finalizando o semestre** ... teremos aula em 21/05, 28/05 e em 04/06 (o que foi inicialmente programado para a aula de 28 de maio - suspensão - foi adaptado para atividades de equipe desenvolvidas remotamente), com **atividades em sala** consolidadas e estendidas em **entregáveis STOA individuais** para os dias 28 e 04 + **primeiro entregável STOA de equipe** em PPT-PDF para o dia 10 (este entregável STOA é para um dia antes das primeiras apresentações) + **apresentações de equipe** [+ **demonstrações rápidas**] em 11 de junho e em 18 de junho + **Relatório técnico de equipe final** como **último entregável obrigatório STOA** para 18 de junho. Teremos também um **entregável STOA opcional** "Extras da equipe" (aumentam na nota), como **vídeos** produzidos pela equipe, **álbum de fotos** narradas, **executáveis** produzidos pela equipe, **demos**, outros adicionais de interesse etc.

**Caso queira antecipar trabalhos**, a estrutura de escaninhos entre agora e o fim do semestre já está delineada na **seção** deste STOA "Escaninhos do porvir ...";

Outra **seção** deste STOA que você também deve ler e que lhe antecipará itens que devem ser cumpridos: **seção** "Orientações sobre os Projetos em Equipe e Relatórios Finais + Apresentações Finais"

Estes a seguir são os **Escaninhos do Porvir** e **eles ainda não estão abertos**, estão aqui para facilitar seu planejamento ... (por agora, foque em alimentar adequadamente os escaninhos abertos - eles estão logo ai acima -, tanto o corrente quanto os anteriores)

- 📄 10 de junho - entregável de equipe - "PPT" da apresentação de equipe em arquivo PDF - escaninho AINDA NÃO ABERTO
- 📄 ----- Esclarecimentos adicionais para o entregável em 10 de junho
- 📄 18 de junho - entregável de equipe - Relatório Técnico Final - escaninho AINDA NÃO ABERTO
- 📄 Entregável extra - Extras produzidos pela equipe (vídeos produzidos, álbum de fotos narradas, executáveis, demos, adicionais

disciplinas.usp.br/course/view.php?id=62312

Restrito Disponível se: Você faz parte de Turma 2018101

**ATENÇÃO:** Todos os materiais desta seção e das demais seções STOA de acesso restrito devem ser usados apenas para as finalidades de estudo de PSI3571-2018, não devendo ser disponibilizados a pessoas externas à turma de 2018 sem a prévia aprovação do Prof. Emilio. Em caso de dúvida sobre isso, fale comigo pessoalmente ao fim da aula.

📎 14 de maio - Entregável STOA individual p/ 14 de maio (até 14 hs) - Documentação em arquivo PDF de treino (com 2 exemplares) de RNA ou similar e medida de qualidade em teste (1 exemplar de teste) tanto de seu regressor quanto de seu reconhecedor

📎 ----- Esclarecimentos adicionais para o entregável em 14 de maio

📎 21 de maio - Entregável STOA individual p/ 21 de maio (até 12 hs) - Em um PDF único: Balanço da tarefa anterior + Resumos executivos + Medida não RMS da qualidade em generalização + Formação de equipes - Enunciado no PDF deste escaninho

📎 ----- Esclarecimentos adicionais para o entregável em 21 de maio

📎 28 de maio - Entregável STOA individual p/ 28 de maio (até 12 hs) - Em PDF único: Balanço da tarefa anterior + Relato individual de discussões de equipe + Relato de 2 leituras + Extensão de "2+1" a protótipo "50+50" - Enunciado PDF no escaninho

📎 ----- Esclarecimentos adicionais para o entregável em 28 de maio

📎 04 de junho - Entregável STOA individual (inclui tópicos ligados à equipe): Balanço da tarefa anterior + Relato individual de divisão de ensaios na equipe + Ensaios de otimização específica + Crítica aos demais ensaios - Enunciado PDF no escaninho

📎 ----- Esclarecimentos adicionais para o entregável em 04 de junho

🔍 **Cheque / estude os conteúdos de alguns entregáveis submetidos por seus colegas**, na seção específica deste STOA: "TRABALHOS ENTREGUES POR COLEGAS DA TURMA, PARTILHADOS APENAS ENTRE OS MATRICULADOS"

disciplinas.usp.br/course/view.php?id=62312

### Espaço de partilhamento entre os matriculados dos pré-projetos PSI3571 em 2018

Restrito Disponível se: Você faz parte de Turma 2018101

**ATENÇÃO:** Todos os materiais desta seção e das demais seções STOA de acesso restrito devem ser usados apenas para as finalidades de estudo de PSI3571-2018, não devendo ser disponibilizados a pessoas externas à turma de 2018 sem a prévia aprovação do Prof. Emilio. Em caso de dúvida sobre isso, fale comigo pessoalmente ao fim da aula.

✉ Para contatar diretamente seus colegas - Endereços de E-mail segundo consta no STOA de PSI3571 em 06-maio-2018

📎 Espaço de compartilhamento ágil PSI 3471 no Google Drive

📎 Troca de ideias e consultas para a formação de grupos de trabalhos práticos finais

📎 Equipes e projetos de PSI3571 em 2018

**TRABALHOS ENTREGUES POR COLEGAS DA TURMA, PARTILHADOS APENAS ENTRE OS MATRICULADOS:**

📎 Partilhamento entre matriculados das entregas dos slides revisados (13 entregas feitas até 29 de abril) - Entregável solicitado a todos, conforme enunciado no STOA

📎 Partilhamento entre matriculados de mais 3 entregas em 07 de maio dos slides revisados (16 entregas acumulando todas) - Entregável solicitado a todos, conforme enunciado no STOA

📎 Partilhamento entre matriculados de duas entregas de Slides não revisados; as versões revisada não foram geradas - fechamento definitivo em 13 de maio

📎 Partilhamento entre matriculados das entregas de colegas para 14 de maio feitas até 23 de maio

📎 Partilhamento entre matriculados das entregas de colegas para 21 de maio feitas até 29 de maio

view.php?id=2324994

## ... Aspectos de refinamentos nos projetos ...

### Diferentes aspectos estudados no treinamento / otimização / caracterização da RNA ...

- Vários Delta W sequenciados (gradiente descendente)
- Re-sorteios de pesos iniciais (fugindo de mínimos locais)
- k-fold cross validation (avaliando sensibilidade aos dados empíricos)
- Diferentes graus de complexidade do modelo neural (evitando sobreaprendizado)
- Ensaios com vários Pré-Processamentos alternativos (aumentando desempenho)
- Descarte de algumas variáveis de menor relevância, p/ melhora do desempenho
- Aumento de  $M+M'$  c/ as mesmas variáveis (nesse aumento pode haver custo com novas coletas X;y)
- Acréscimo de variáveis x incluídas no modelo (há custo extra com novas coletas)
- ... Outros ...

7

© Prof. Emilio Del Moral – EPUSP

***Resumindo, vários dos tópicos vistos nas diversas aulas podem ser aplicados no refinamento de um protótipo regressor / reconhecedor, num processo de vários ciclos de ensaios numéricos com redes neurais distintas / com dados de treino e teste distintos / com extrações de características distintas / etc, explorando várias alternativas e escolhendo as melhores soluções ...***

***... e note que, diferentemente do ambiente de prototipação interativa simples disponível no MBP, em ambientes com possibilidade de programação, como o Matlab, o Tensor Flow e outros, esta exploração ampla de várias configurações de modelos e ensaios computacionais pode ser parcialmente automatizada, através de loops aninhados que controlam a realização dos vários ensaios com características distintas das RNAs e dos dados.***

© Prof. Emilio Del Moral – EPUSP

Entregavel STOA-PSI3571 para dia 04 de junho 12 hs (2).pdf - Adobe Acrobat Reader DC

Visualizar Janela Ajuda

Ferramentas 3-Formulario... 3b-Formulari... 4g-Cronogra... Enunciado d... x PSI3571 -sl p... Lista de Pres... ? Fazer log

1 / 3 126%

II) Descrição pessoal das discussões de seu equipe (realizadas remotamente na semana de 28 de maio) que definiram que refinamentos / que otimizações serão aplicados a cada um dos protótipos de equipe ensaiados em pelo menos “50+50” exemplares (ou “50+50+50” considerando treino+validação+teste).

**A** – Faça aqui seu relato pessoal das discussões de sua equipe que ocorreram remotamente na semana do dia 28, começando pela lista de **nomes completos** e de **e-mails de contato de todos seus colegas de grupo**, suas **ênfases** e seus **módulos EC3 de 5º ano** e avançando na listagem dos **projetos**, no resumo das discussões remotas e na divisão de tarefas entre os membros da equipe decidida para o ataque ao subitem B adiante (seja claro mencionando o nome do colega que ficou com cada um dos desafios do subitem B):

**B** – Nas discussões remotas, dividam entre os elementos da equipe a tarefa de exercitar para ao menos um dos projetos de equipe uma das três seguintes dimensões de refinamento adiante, destacadas do slide discutido em sala “**Aspectos de refinamentos nos projetos**”:

- a – Re-sorteios de pesos iniciais (fugindo de mínimos locais).
- b – Diferentes graus de complexidade do modelo neural (evitando sobreaprendizado).
- c – Ensaios com vários Pré-Processamentos alternativos (aumentando desempenho).

© Prof. Emilio Del Moral – EPUSP

Entregavel STOA-PSI3571 para dia 04 de junho 12 hs (2).pdf - Adobe Acrobat Reader DC

Visualizar Janela Ajuda

Ferramentas 3-Formulario... 3b-Formulari... 4g-Cronogra... Enunciado d... x PSI3571 -sl p... Lista de Pres... ? Fazer log

2 / 3 126%

Faça uma tabela clara com 3 linhas a, b, c referentes aos três aspectos destacados acima e com as seguintes colunas: projeto da equipe escolhido para ilustrar este aspecto; Regressor? Reconhecedor?; membro da equipe responsável.

Não escolham um só projeto para ilustrar (com ensaios computacionais) todas as três dimensões a, b, c; **ilustrem cada dimensão a, b, c com um protótipo distinto.**

Se considerarem que algum dos 3 aspectos a, b, c é mais complexo que os demais, considerem na discussão em equipe uma ajuda extra ao colega destacado para a tarefa mais trabalhosa e mencionem isto na divisão de tarefas detalhada aqui, na forma de uma observação.

**C** – Através de **capturas de tela e paste** para este subitem C, mostre o relato público **escrito** simples que seu grupo fez aos demais da sala acerca da divisão de tarefas acima mencionada; este **relato escrito simples deve ser feito no espaço STOA**, via mensagem no fórum “Troca de ideias e consultas para a formação de grupos de trabalhos práticos finais” e via atualização de planilha de grupo e projetos no espaço “Google Drive PSI3571”

Entregavel STOA-PSI3571 para dia 04 de junho 12 hs (2).pdf - Adobe Acrobat Reader DC

Visualizar Janela Ajuda

Ferramentas 3-Formulario... 3b-Formulari... 4g-Cronogra... Enunciado d... x PSI3571 -sl p... Lista de Pres... ?

2 / 3 126%

**III) Desenvolva seu relatório técnico detalhado e comentado dos ensaios computacionais e da análise dos resultados da tarefa destacada a você no item anterior.**

**A** – Descrição dos ensaios e apresentação dos resultados quantitativos que dão suporte / permitem evidenciar o refinamento / otimização do protótipo “50+50” na tarefa de equipe alocada a você na discussão de equipe.

**B** – Adicione e essa descrição de ensaios e apresentação de resultados quantitativos do subitem A a análise e os comentários sobre os dados apresentados nesse subitem A, as conclusões sobre as providências de refinamento obtidas nos ensaios, e as providências adicionais eventualmente planejadas para extensão destes resultados obtidos neste entregável.

**IV) Comentário crítico e individualizado sobre os resultados técnicos obtidos pelos colegas de equipe nas suas tarefas respectivas do item II/III.**

**A** – Análise da tarefa do colega de equipe “Fulano ...”

**B** – Análise da tarefa do colega de equipe “Beltrano ...”

© Prof. Emilio Del Moral – EPUSP

**... MLPs atuando sobre X  
“reescritos” em novas grandezas  
derivadas X’ podem ter melhor  
desempenho em regressões  
multivariadas e reconhecimento  
de padrões?**

*Vimos em tópico anterior uma estratégia de refinamento de um protótipo de regressão / reconhecimento através da sintonia do número de neurônios / complexidade da RNA, para bom compromisso entre precisão do modelo (que pede número alto de neurônios) e controle de sobreaprendizado (que pede número baixo de neurônios).*

*Falemos agora de um outro aspecto que pode ser considerado no ciclo genérico de refinamentos do regressor / do reconhecedor:*

*O pré-processamento, a reescrita e a redução de dimensionalidade do vetor de entradas X do modelo*

14

© Prof. Emilio Del Moral – EPUSP

## **O Ciclo completo da modelagem:**

0) **Formalização do problema, mapeamento quantitativo em um modelo neural inicial e ... 0b) coleta de pares empíricos (X,y)**

1) **Fase de TREINO da RNA (MLP): com conhecimento dos X e dos y, que são ambos usados na calibração do modelo**

2) **Fase de TESTE / Caracterização da qualidade da RNA para generalizar: temos novos pares X e y, com y guardado “na gaveta”, usado apenas para avaliação, não para re-calibração. É como um ensaio de uso final do modelo, com possibilidade de medir a sua qualidade com o y que foi guardado na gaveta.**

**[Fase de refinamentos sucessivos da RNA e/ou dos dados e/ou do modelo, em ciclos diversos, recomeçando desde o passo 0 ou do passo 1]**

3) **Fase de USO FINAL da RNA, com y efetivamente não conhecido, e estimado com conhecimento dos X + uso do modelo calibrado.**

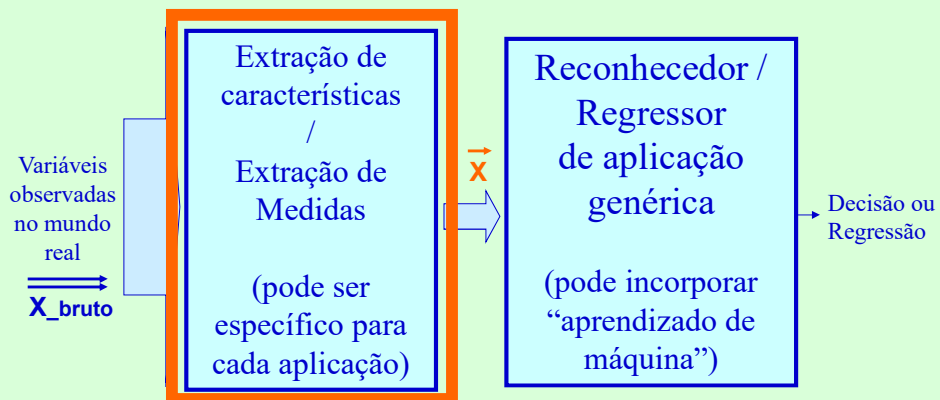
.... **Diferenças e semelhanças entre 1, 2 e 3**

15

© Prof. Emilio Del Moral – EPUSP

... O 1o estágio gera um Vetor de Medidas,  $\vec{X}$   
(o segundo estágio operará sobre tal vetor)

16

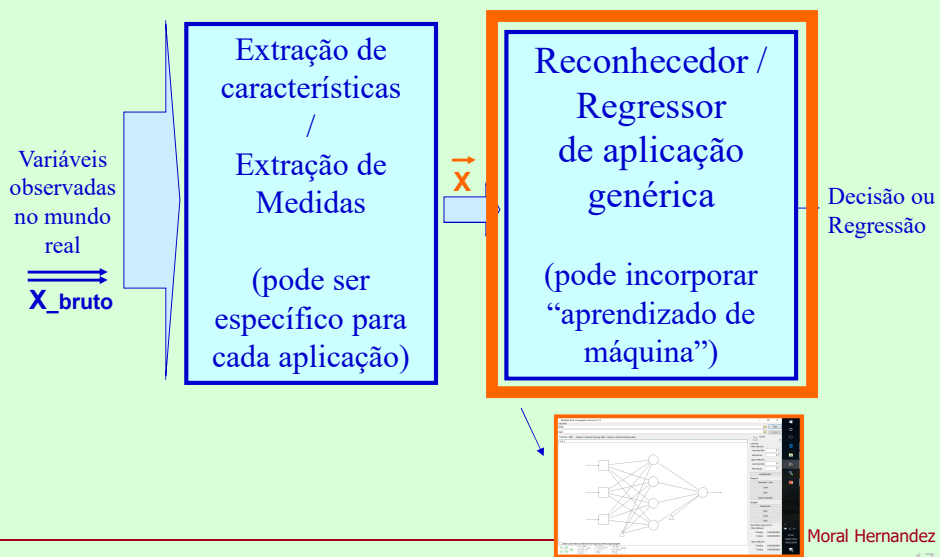


© Prof. Emilio Del Moral Hernandez

16

O segundo estágio opera sobre o Vetor de Medidas,  $\vec{X}$  (o 1o estágio gerou tal vetor)

17



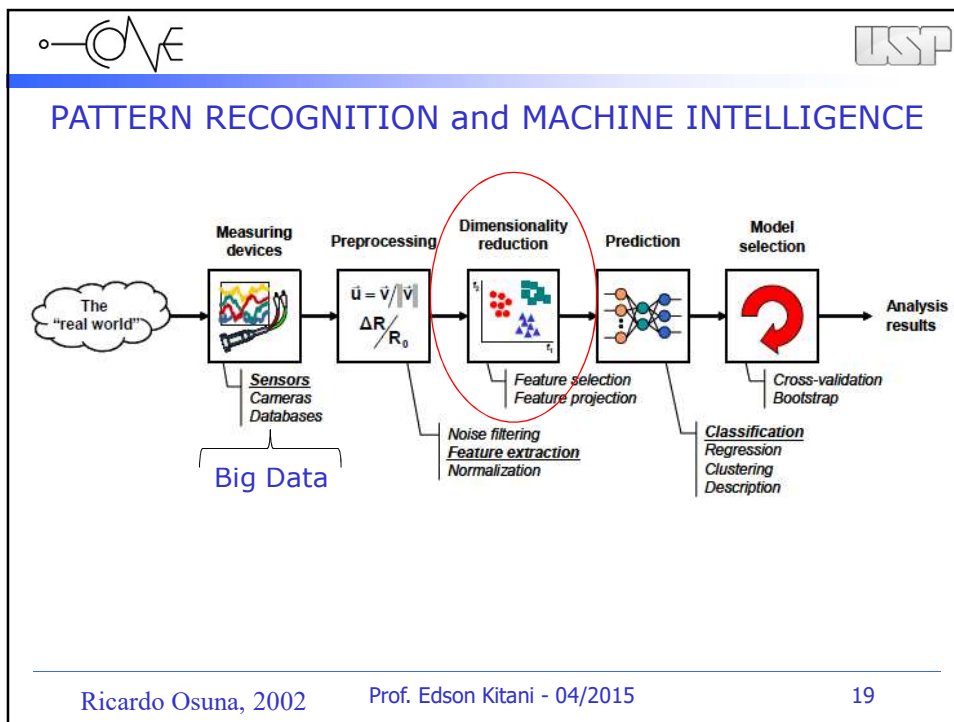
Moral Hernandez

17



*Uma técnica estatística clássica de redução de dimensionalidade do vetor de entradas  $X$  e de extração de características com grande número de aplicações: Principal Component Analysis – PCA – Análise de Componentes Principais*

© Prof. Emilio Del Moral – EPUSP





# PCA – Principal Components Analysis

## Teoria e Aplicações

Prof. Dr. Edson C. Kitani

Prof. Dr. Emilio Del Moral Hernandez

20

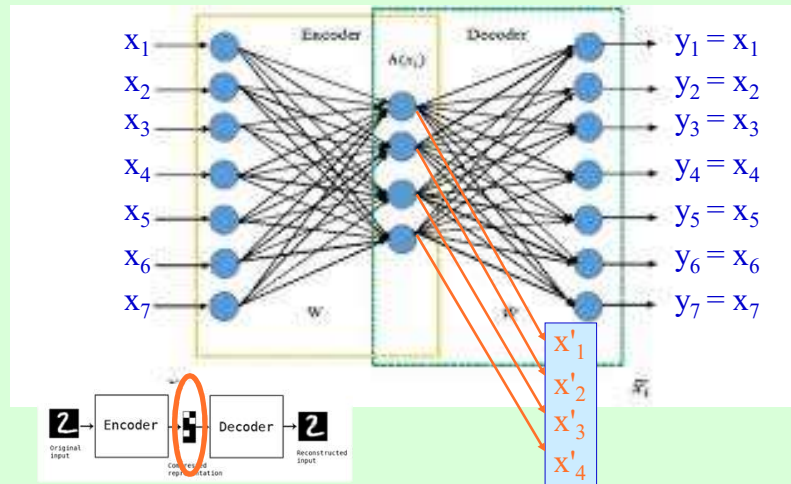
© Prof. Emilio Del Moral – EPUSP

*Uma pincelada rápida em uma técnica **neural** recente de redução de dimensionalidade do vetor de entradas  $X$  e de extração de características sendo bastante estudada atualmente no contexto de Deep Learning: Autoencoders (auto-codificadores) e Stacked Autoencoders (vários auto-codificadores encadeados) –*

© Prof. Emilio Del Moral – EPUSP

## Um autoencoder detalhado (imagem da internet, adaptada)

22



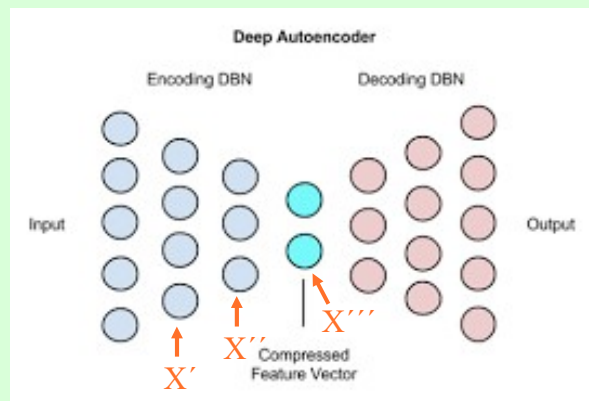
Um pouquinho de Deep Learning

© Prof. Emilio Del Moral Hernandez

22

## Autoencoders e Stacked Auto-encoders (imagens da internet)

23



Um pouquinho de Deep Learning

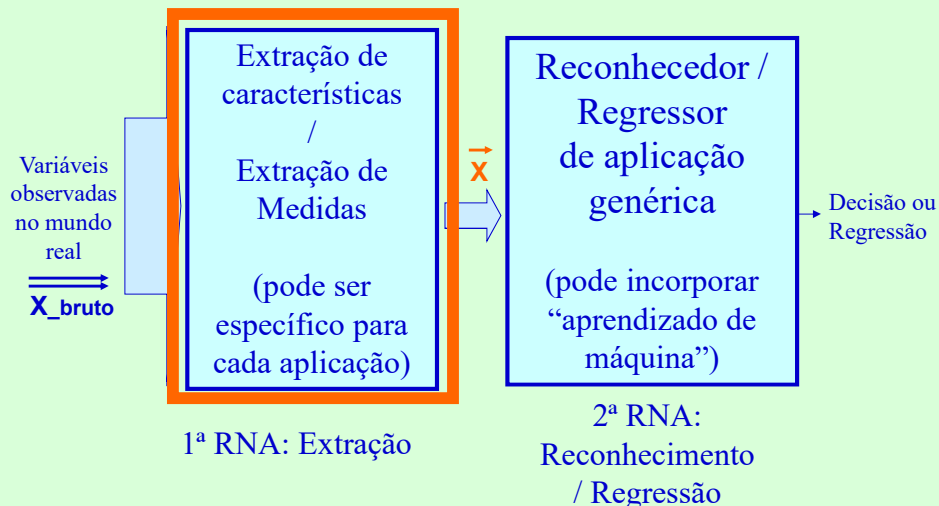
© Prof. Emilio Del Moral Hernandez

23

*Note que nesta técnica, o primeiro estágio da “solução em dois estágios” também é uma rede neural (não só o segundo estágio é uma RNA), mas esse primeiro estágio é uma RNA específica, desenhada apenas para a codificação compacta de variáveis; ela não realiza a regressão ou o reconhecimento, que são feitos pela segunda rede neural.*

© Prof. Emilio Del Moral – EPUSP

... O 1o estágio gera um Vetor de Medidas,  $\vec{X}$   
(o segundo estágio operará sobre tal vetor)



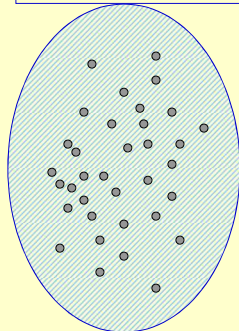
© Prof. Emilio Del Moral Hernandez

**Como podemos lidar de alguma forma com a relação entre variabilidade da qualidade do modelo gerado e a flutuação estatística intrínseca dos conjuntos de dados usados para treino e para teste?**

© Prof. Emilio Del Moral – EPUSP

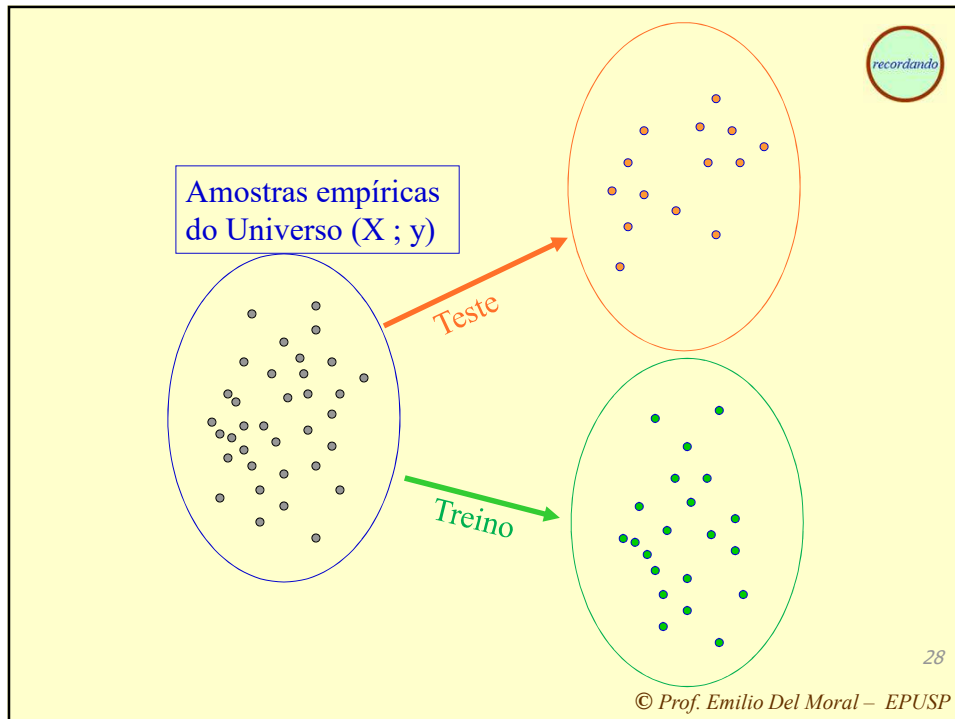
*Os dados empíricos coletados são amostragens discretas do universo contínuo  $(X ; y)$ , que são uma vez divididas em 2 grupos são usadas para a formação do conjunto de treino e do conjunto de teste ...*

Amostras empíricas do Universo  $(X ; y)$



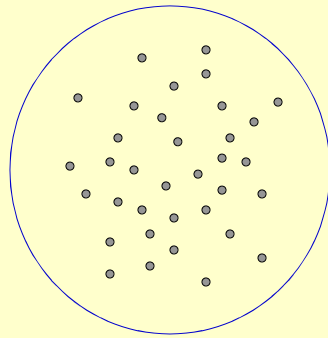
27

© Prof. Emilio Del Moral – EPUSP



*Evidenciando a flutuação de desempenho decorrente da mudança nos dados que compõem os conjuntos de treino e de teste, através das técnicas de Cross Validation e k-fold Cross Validation*

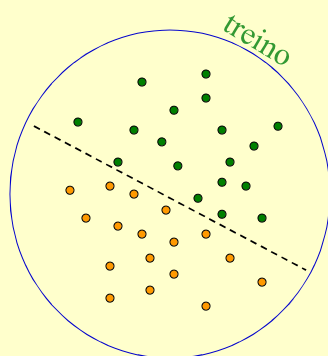
## Conjunto total de observações empíricas



30

© Prof. Emilio Del Moral – EPUSP

## Cross validation / Validação cruzada

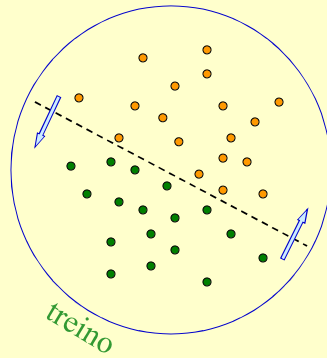


2 fold cross  
validation:  
50% treino e  
50% teste

31

© Prof. Emilio Del Moral – EPUSP

*Cross validation / Validação cruzada: 2 ensaios de treino e teste distintos são possíveis se intercambiamos o papel (treino versus teste) dos dois conjuntos de observações*

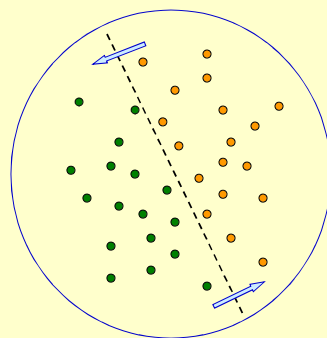


2 fold cross validation:  
50% treino e  
50% teste

32

© Prof. Emilio Del Moral – EPUSP

*Cross validation / Validação cruzada ... e teremos muitos mais ensaios, se tivermos mudança na partição de observações*



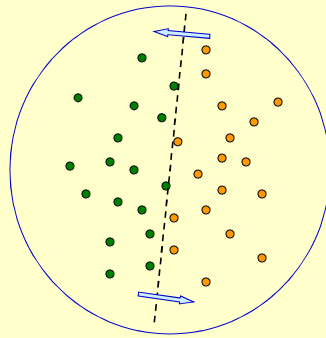
2 fold cross validation:  
50% treino e  
50% teste

33

© Prof. Emilio Del Moral – EPUSP



*Cross validation / Validação cruzada ... e teremos muitos mais ensaios, se tivermos mudança na partição de observações*



2 fold cross  
validation:  
50% treino e  
50% teste

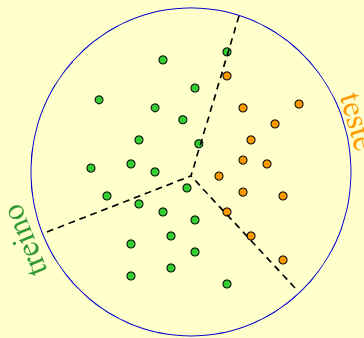
34

© Prof. Emilio Del Moral – EPUSP

***k-fold Cross Validation:  
O conjunto total é “retalhado”  
em  $k$  partes, e uma delas apenas  
é usada para teste, com  $k$   
ensaios distintos***

© Prof. Emilio Del Moral – EPUSP

## Cross validation / Validação cruzada – k fold cross validation ....



3 fold cross  
validation:  
66% treino e  
33% teste

36

© Prof. Emilio Del Moral – EPUSP

... A medida de aderência do modelo aos dados de treino clássica Eqm (ou RMS) é usada frequentemente tanto como indicador de qualidade da modelagem quanto como o “motor” do método do gradiente ...

Mas as medidas da caracterização final de qualidade do modelo – face aos dados empíricos de teste – têm mesmo que ser feitas com o Eqm (ou RMS), ou poderíamos usar outras medidas diferentes do Eqm?

© Prof. Emilio Del Moral – EPUSP

O treinamento mira minimizar o **Eqm** das amostras (X ; y) de treino. A avaliação de qualidade de generalização é feita a partir de **Eqm** com novas amostras (X ; y) ... Estas são chamadas amostras de teste :

$$\sum_{\mu'} [y_{RNA}(X^{\mu'}) - y_{sistema}^{\mu'}]^2 / M'$$
**Eqm p/ Cjto de Teste**

$$\sum_{\mu} [y_{RNA}(X^{\mu}) - y_{sistema}^{\mu}]^2 / M$$
**Eqm p/ Cjto de Treino**

... E lembremos que as amostras sempre são uma representação parcial do comportamento mais geral do sistema que está sendo modelado.

38

© - Prof. Emilio Del Moral Hernandez

### A função y(X) “a descobrir”, num caso geral de função analógica y(X) ....

recordando

comportamento do sistema a modelar (ou então, comportamento “padrão ouro”)

**- ESTIMADOR ;  
- MODELAGEM POR MAPEAMENTO X→y**

**y (... VALORES CONTÍNUOS!!!)**

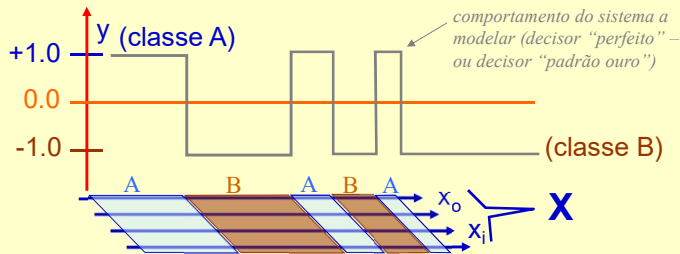
S: sistema regido por função F genérica,  $y=F(X)$  (ou  $y=F(X) + \text{erro "pequeno"}$ )

39

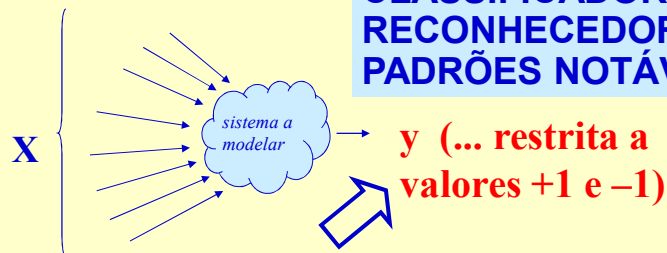
© Prof. Emilio Del Moral – EPUSP

## Caso de classificação binária / reconhecimento de padrões ...

recordando



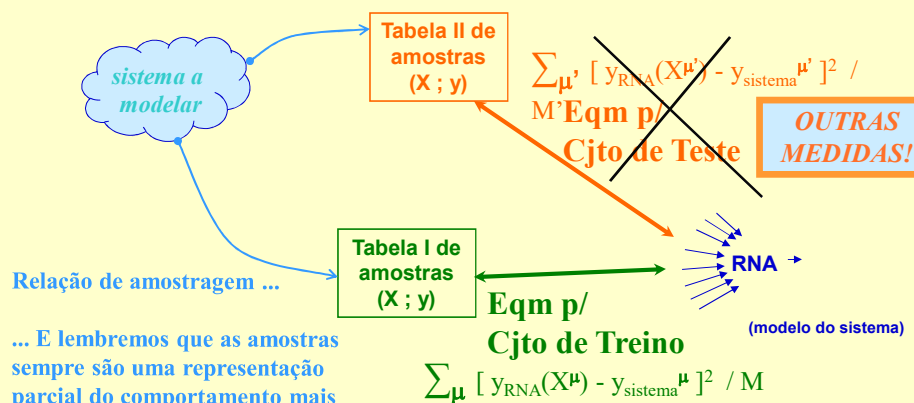
**CLASSIFICADOR;  
RECONHECEDOR DE  
PADRÕES NOTÁVEIS**



40

© Prof. Emilio Del Moral – EPUSP

O treinamento mira minimizar o **Eqm** das amostras  $(X ; y)$  de treino. A avaliação de qualidade de generalização é feita a partir de **Eqm** com novas amostras  $(X ; y)$  ... Estas são chamadas amostras de teste :



... E lembremos que as amostras sempre são uma representação parcial do comportamento mais geral do sistema que está sendo modelado.

41

© - Prof. Emilio Del Moral Hernandez

## Algumas potenciais medidas de qualidade em regressores (cada aplicação pode preferir umas ou outras ...)

- Eqm e RMS
- Módulo Médio do Erro
- Máximo Módulo do Erro
- Média dos Erros Positivos
- Máximo Módulo dos Erros Positivos
- Média dos Erros Negativos
- Máximo Módulo dos Erros Negativos
- Esses todos derivados dos erros acima, mas em suas versões normalizadas, com relação ao módulo de  $y$
- Estes todos acima, mas sujeitos a conhecimento de  $X$  (local) – qualidade dependente do valor do argumento  $X$  da regressão
- Histograma de erros (ou seja, a “densidade de probabilidade de erros empírica”)
- Faixa de valores de erros que se enquadram num certo número de “deciles” – ou terciles, ou quartiles, etc etc – da distribuição de erros (seja sobre a distribuição o erro com sinal  $+$  -, ou seja sobre o erro em módulo)
- Combinações específicas de vários acima ... Como bem percebido por colegas em sala, várias combinações fazem  **muito**  sentido, como informação de caracterização mais completa ao cliente / usuário do regressor!

11

## Pergunta: O Eqm (ou RMS) indica a qualidade do modelo? *Onde usar Eqm ou onde não?*

### Algumas potenciais medidas de qualidade em regressores (cada aplicação pode preferir umas ou outras ...)

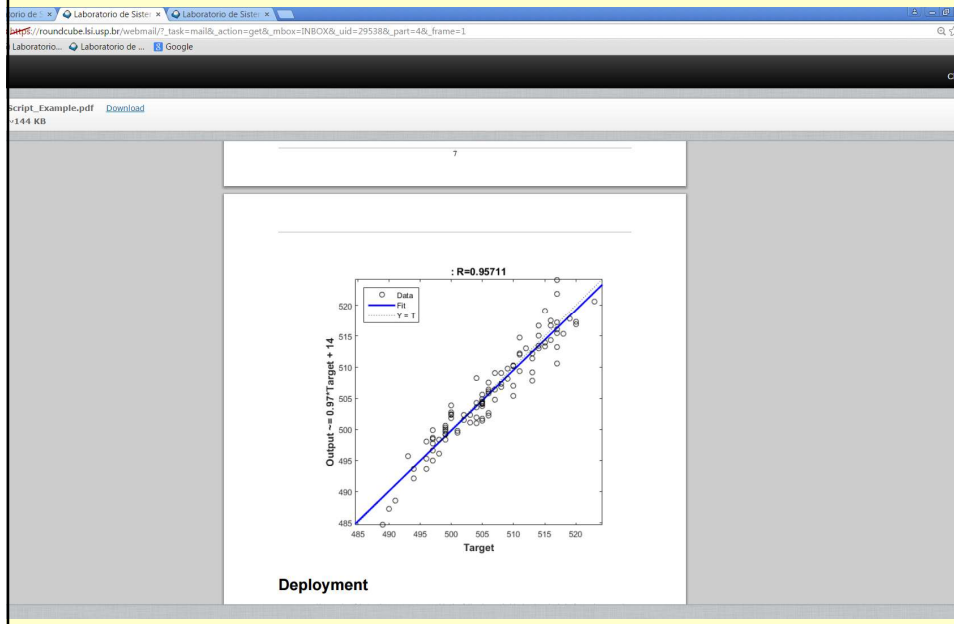
- Eqm e RMS
- Módulo Médio do Erro
- Máximo Módulo do Erro
- Média dos Erros Positivos
- Máximo Módulo dos Erros Positivos
- Média dos Erros Negativos
- Máximo Módulo dos Erros Negativos
- Esses todos derivados dos erros acima, mas em suas versões normalizadas, com relação ao módulo de  $y$
- Estes todos acima, mas sujeitos a conhecimento de  $X$  (local) – qualidade dependente do valor do argumento  $X$  da regressão
- Histograma de erros (ou seja, a “densidade de probabilidade de erros empírica”)
- Faixa de valores de erros que se enquadram num certo número de “deciles” – ou terciles, ou quartiles, etc etc – da distribuição de erros (seja sobre a distribuição o erro com sinal  $+$  -, ou seja sobre o erro em módulo)
- Combinações específicas de vários acima ... Como bem percebido por colegas em sala, várias combinações fazem  **muito**  sentido, como informação de caracterização mais completa ao cliente / usuário do regressor!

11

PSI2672 – Reconhec. de Padrões, Modelagem e Redes Neurais – Prof. Emilio Del Moral Hernandez – © 2015

mandez

## Medindo qualidade de regressores ... Plots y corretos versus y estimados + valor de "R" é outra possibilidade



## Coefficiente de correlação de Pearson ...

pt.wikipedia.org/wiki/Coefficiente\_de\_correla%C3%A7%C3%A3o\_de\_Pearson

### Coefficiente de correlação de Pearson

Origem: Wikipédia, a enciclopédia livre.

Esta página ou secção cita fontes fiáveis e independentes, mas que **não cobrem** todo o conteúdo, o que **compromete a verificabilidade** (desde Agosto de 2011). Por favor, insira mais referências no texto. Material sem fontes poderá ser removido.  
—Encontre fontes: [Google](#) (notícias, livros e académico)

Em estatística descritiva, o **coeficiente de correlação de Pearson**, também chamado de "coeficiente de correlação produto-momento" ou simplesmente de "rho de Pearson" mede o grau da correlação (e a direção dessa correlação - se positiva ou negativa) entre duas variáveis de escala métrica (intervalar ou de rácio/razão).

Este coeficiente, normalmente representado por  $\rho$  assume apenas valores entre -1 e 1.

- $\rho = 1$  Significa uma correlação perfeita positiva entre as duas variáveis.
- $\rho = -1$  Significa uma correlação negativa perfeita entre as duas variáveis - Isto é, se uma aumenta, a outra sempre diminui.
- $\rho = 0$  Significa que as duas variáveis não dependem linearmente uma da outra. No entanto, pode existir uma dependência não linear. Assim, o resultado  $\rho = 0$  deve ser investigado por outros meios.

**Índice** [esconder]

- Cálculo
- Interpretando  $\rho^{(n)}$
- Interpretação geométrica
- Referências
- Ver também

#### Cálculo [editar] [editar código-fonte]

Calcula-se o coeficiente de correlação de Pearson segundo a seguinte fórmula:

$$\rho = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \cdot \sqrt{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}} = \frac{\text{cov}(X, Y)}{\sqrt{\text{var}(X)} \cdot \sqrt{\text{var}(Y)}}$$

onde  $x_1, x_2, \dots, x_n$  e  $y_1, y_2, \dots, y_n$  são os valores medidos de ambas as variáveis. Para além disso

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n x_i$$

e

- 2 Interpretando  $\rho$
- 3 Interpretação geométrica
- 4 Referências
- 5 Ver também

### Cálculo [ editar | editar código-fonte ]

Calcula-se o coeficiente de correlação de Pearson segundo a seguinte fórmula:

$$\rho = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \cdot \sqrt{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}} = \frac{\text{cov}(X, Y)}{\sqrt{\text{var}(X) \cdot \text{var}(Y)}}$$

onde  $x_1, x_2, \dots, x_n$  e  $y_1, y_2, \dots, y_n$  são os valores medidos de ambas as variáveis

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n x_i$$

e

*Coeficiente de correlação de Pearson ...*

46

© - Prof. Emilio Del Moral Hernandez

## *Medidas de desempenho em reconhecedores de padrões / detectores e classificadores*

© - Prof. Emilio Del Moral Hernandez

## E quanto a reconhecedores de padrões?

- Taxa de acertos ( % )
- Taxa de erros ( % complementar )
- Taxa de acertos em separado para as duas classes  
( A x B ) ... Taxas de acerto / erro para A .. e para B ...

Sensibilidade, Especificidade, etc etc

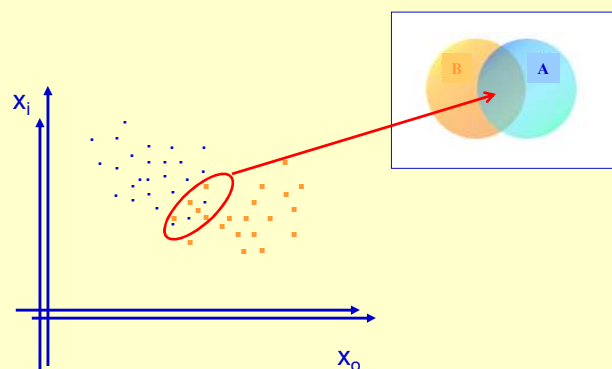
... Sensibilidade =  $VP / \text{Todos casos realmente Positivos}$

... Especificidade =  $VN / \text{Todos casos realmente Negativos}$

49

© - Prof. Emilio Del Moral Hernandez

## Sobreposição parcial de classes



50

© - Prof. Emilio Del Moral Hernandez



## Matriz de confusão para caracterização de desempenho de reconhecedor de padrões

	“Classe A” (sugestão do MLP)	“Classe B” (sugestão do MLP)	
(Sabidamente) Classe A	AC <sub>A</sub>	ER <sub>A</sub>	✗
(Sabidamente) Classe B	ER <sub>B</sub>	AC <sub>B</sub>	

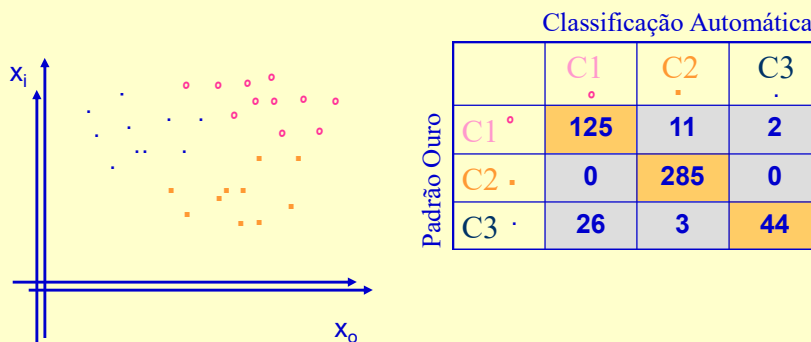
- AC<sub>A</sub>**: padrão da classe A reconhecido como classe A  
**ER<sub>A</sub>**: padrão da classe A reconhecido como classe B  
**AC<sub>B</sub>**: padrão da classe B reconhecido como classe B  
**ER<sub>B</sub>**: padrão da classe B reconhecido como classe A

*Taxa de Acertos .... Tente calculá-la com base nos elementos acima presentes na matriz de confusão*

51

© - Prof. Emílio Del Moral Hernandez  
exemplo desenvolvido por Leandro Augusto da Silva

## A matriz de confusão quando temos 3 (ou mais) classes



$$\text{Taxa de acertos global} = (125+285+44) / 495 = 92\%$$

*(... aqui usamos a média simples – não ponderada – supondo o mesmo volume de exemplares empíricos nas três classes, C1, C2 e C3!)*

52

© - Prof. Emílio Del Moral Hernandez

## Destacando e contabilizando os volumes de confusões entre as diversas classes ...

- de C1 para C2: 11 (2%)
- de C1 para C3: 2 (0.4%)
- de C2 para C1: 0
- de C2 para C3: 0
- de C3 para C1: 26 (5%)
- de C3 para C2: 3 (0.6%)

Classificação Automática

	C1	C2	C3
Padrão C1	125	11	2
Padrão C2	0	285	0
Padrão C3	26	3	44

53

© - Prof. Emilio Del Moral Hernandez

## *Medidas de desempenho específicas para detectores*

© - Prof. Emilio Del Moral Hernandez

## Casos em que o classificador binário é encarado como um detector / identificador

- Assim, em lugar da saída binária do classificador automático ser encarada não mais como sendo a indicação de uma de duas classes abstratas A e B, mas sim como sendo a **indicação Positiva (P)** do detector ou a **indicação Negativa (N)** do detector, para a ocorrência de um alvo específico de interesse na detecção
- E temos expressões específicas associadas aos casos de **acertos** ou **erros** na classificação automática realizada, respectivamente **Classificações Verdadeiras (V)** e **Classificações Falsas (F)**

55

© - Prof. Emilio Del Moral Hernandez

## VP/FN/FP/VN ... Sensibilidade e Especificidade

<https://www.youtube.com/watch?v=y7Puf75vK0w>

The screenshot shows a YouTube video player with handwritten notes in Portuguese. The notes are as follows:

Sensibilidade? Especificidade?

- sensibilidade:  $\frac{VP}{D}$  → muito sensível: detecta bem os doentes ↑FP

- especificidade:  $\frac{VN}{ND}$  → muito específico: detecta bem os não doentes ↑FN

Below the notes, the video title is "Entenda o que é Sensibilidade e Especificidade #Dose Diária" by Canal Resumid, with 5,554 views.

57

© - Prof. Emilio Del Moral Hernandez

## VP/FN/FP/VN ... Sensibilidade e Especificidade

<https://www.youtube.com/watch?v=y7Puf75vK0w>

Sensibilidade? Especificidade?

- sensibilidade:  $\frac{VP}{D}$   
90%

- especificidade:  $\frac{VN}{ND}$   
90%

teste de detecção => GRIPE

	doente (D)	não-doente (ND)	
+	90 VP	10 FP	
-	10 FN	90 VN	T
	100 D	100 ND	

58

© - Prof. Emilio Del Moral Hernandez

## VP/FN/FP/VN ... Sensibilidade e Especificidade (& ROC)

<https://www.youtube.com/watch?v=y7Puf75vK0w>

59

© - Prof. Emilio Del Moral Hernandez

## Resumo ... Medidas de qualidade em reconhecedores de padrões / detectores

- Taxa de acertos ( % )
- Taxa de erros ( % complementar )
- Taxa de acertos em separado para as duas classes:
  - ( A x B ) ... Taxas de acerto e de erro para A e p / B
- Em situações em que uma das classes tem o significado de diagnóstico positivo e a outra de diagnóstico negativo, temos outras taxas consideradas relevantes ...
- Sensibilidade, Especificidade, etc etc
  - ... Sensibilidade =  $VP / \text{Todos casos realmente Positivos}$
  - ... Especificidade =  $VN / \text{Todos casos realmente Negativos}$

60

© - Prof. Emilio Del Moral Hernandez

*Ciclos de refinamento num projeto de modelagem para reconhecimento e/ou regressão, com duração de médio / longo prazo e com interesse de otimização de desempenho máxima*

© Prof. Emilio Del Moral – EPUSP

## O Ciclo completo da modelagem:

0) *Formalização do problema, mapeamento quantitativo em um modelo neural inicial e ... 0b) coleta de pares empíricos (X,y)*

1) *Fase de TREINO da RNA (MLP): com conhecimento dos X e dos y, que são ambos usados na calibração do modelo*

2) *Fase de TESTE / Caracterização da qualidade da RNA para generalizar: temos novos pares X e y, com y guardado “na gaveta”, usado apenas para avaliação, não para re-calibração. É como um ensaio de uso final do modelo, com possibilidade de medir a sua qualidade com o y que foi guardado na gaveta.*

*[Fase de refinamentos sucessivos da RNA e/ou dos dados e/ou do modelo, em ciclos diversos, recomeçando desde o passo 0 ou do passo 1]*

3) *Fase de USO FINAL da RNA, com y efetivamente não conhecido, e estimado com conhecimento dos X + uso do modelo calibrado.*

.... *Diferenças e semelhanças entre 1, 2 e 3*

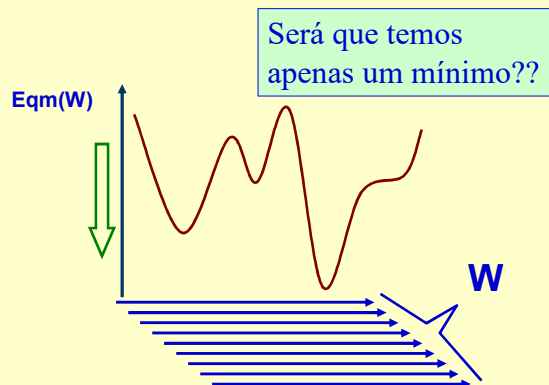
63

© Prof. Emilio Del Moral – EPUSP

## O que devemos mirar quando exploramos o espaço de pesos W buscando que a RNA seja um bom modelo?

*Devemos buscar Maximização da aderência = Mínimo Eqm possível*

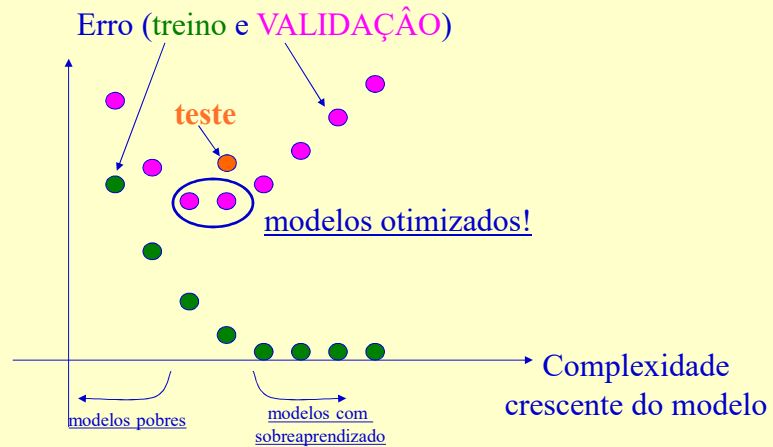
**As Setas Verdes Indicam Situações que Devem ser Procuradas**



... Para não sermos reféns de mínimos locais com alto Eqm, podemos aplicar o gradiente descendente repetidamente na mesma RNA, com novos pesos iniciais randômicos em cada rodada, mantendo para o modelo final apenas os valores de pesos associados ao ensaio com o melhor dos resultados finais no Eqm!

© Prof. Emilio Del Moral – EPUSP

## Sobreaprendizado em “sumário executivo”



65

© Prof. Emilio Del Moral – EPUSP

## ... Aspectos de refinamentos nos projetos ...

### Diferentes aspectos estudados no treinamento / otimização / caracterização da RNA ...

- Vários Delta W sequenciados (gradiente descendente)
- Re-sorteios de pesos iniciais (fugindo de mínimos locais)
- k-fold cross validation (avaliando sensibilidade aos dados empíricos)
- Diferentes graus de complexidade do modelo neural (evitando sobreaprendizado)
- Ensaios com vários Pré-Processamentos alternativos (aumentando desempenho)
- Descarte de algumas variáveis de menor relevância, p/ melhora do desempenho
- Aumento de  $M+M'c$  / as mesmas variáveis (nesse aumento pode haver custo com novas coletas  $X;y$ )
- Acréscimo de variáveis  $x$  incluídas no modelo (há custo extra com novas coletas)
- ... Outros ...

66

© Prof. Emilio Del Moral – EPUSP

*Resumindo, vários dos tópicos vistos nas diversas aulas podem ser aplicados no refinamento de um protótipo regressor / reconhecedor, num processo de vários ciclos de ensaios numéricos com redes neurais distintas / com dados de treino e teste distintos / com extrações de características distintas / etc, explorando várias alternativas e escolhendo as melhores soluções ...*

*... e note que, diferentemente do ambiente de prototipação interativa simples disponível no MBP, em ambientes com possibilidade de programação, como o Matlab, o Tensor Flow e outros, esta exploração ampla de várias configurações de modelos e ensaios computacionais pode ser parcialmente automatizada, através de loops aninhados que controlam a realização dos vários ensaios com características distintas das RNAs e dos dados.*

© Prof. Emilio Del Moral – EPUSP

## **O Ciclo completo da modelagem:**

0) **Formalização do problema, mapeamento quantitativo em um modelo neural inicial e ... 0b) coleta de pares empíricos (X,y)**

1) **Fase de TREINO da RNA (MLP): com conhecimento dos X e dos y, que são ambos usados na calibração do modelo**

2) **Fase de TESTE / Caracterização da qualidade da RNA para generalizar: temos novos pares X e y, com y guardado “na gaveta”, usado apenas para avaliação, não para re-calibração. É como um ensaio de uso final do modelo, com possibilidade de medir a sua qualidade com o y que foi guardado na gaveta.**

**[Fase de refinamentos sucessivos da RNA e/ou dos dados e/ou do modelo, em ciclos diversos, recomeçando desde o passo 0 ou do passo 1]**

3) **Fase de USO FINAL da RNA, com y efetivamente não conhecido, e estimado com conhecimento dos X + uso do modelo calibrado.**

.... **Diferenças e semelhanças entre 1, 2 e 3**

68

© Prof. Emilio Del Moral – EPUSP



*E sempre devemos usar  
redes neurais para  
implementar regressões e  
reconhecimento de  
padrões??*

© Prof. Emilio Del Moral – EPUSP

**A áreas mais nobres de uso dos nossos MLPs –  
... Mapa em construção, junto com vocês**

*A rigor não  
precisariamos de um  
“full MLP” nestes  
casos*

*O MLP é muito útil e um  
diferencial importante na  
modelagem*

x univariado linear

x é multivariado (X) mas  
temos fenômenos  $y(X)$   
basicamente lineares

X e y Binários  
categóricos sem  
ambiguidades de  $y(X)$

x univariado  
mas não linear

X e y Binários categóricos com  
algumas ambiguidades em  $y(X)$

X multivariado não  
linear e com não  
linearidade/s  
desconhecidas

70

© Prof. Emilio Del Moral – EPUSP