PSI-3260 Aplicações de Álgebra Linear
Experiência 11
Método dos Mínimos Quadrados com SVD – Exercício Desafio

Parte 1 - Aproximação polinomial

Em um exercício da Experiência 8, usamos o método dos mínimos quadrados para obter o polinômio de grau m que melhor se ajusta a um conjunto de dados. Por conveniência esse exercício é repetido a seguir:

1. A Tabela 1 contém dados dos medalhistas de ouro da prova masculina de atletismo na modalidade de 400 metros rasos dos dez últimos jogos olímpicos (de 1972 a 2012). Utilizando os dados dessa tabela, pede-se:

   - As aproximações polinomiais para o tempo da prova em função do ano. Considere aproximações de primeira (reta), segunda (parábola) e terceira ordens. Em um mesmo gráfico, plote os dados e as aproximações. Apresente também um gráfico dos erros e compare as normas dos vetores de erro de cada aproximação.
     Obs: Você não precisa digitar os dados. Eles estão no arquivo `400metros.mat` disponível no Moodle.
   - Para cada aproximação, estime o tempo que se espera para essa prova nos jogos olímpicos que serão realizados no Rio em 2016 e também nos jogos de 2028. Os tempos previstos pelas três aproximações são coerentes? Comente com base nos dados da Tabela 1.

Tabela 1: Medalhistas de ouro da prova masculina atletismo na modalidade de 400 metros rasos dos dez últimos jogos olímpicos. Fonte: http://www.olympic.org/

Ano	Local	Medalhista de ouro	País	Tempo (s)
1972	Munique	Vicent Matthews	EUA	44.66
1976	Montreal	Alberto Juantorena	Cuba	44.26
1980	Moscou	Viktor Martin	URSS	44.60
1984	Los Angeles	Alonzo Babers	EUA	44.27
1988	Seul	Steve Lewis	EUA	43.87
1992	Barcelona	Quincy Watts	EUA	43.50
1996	Atlanta	Michael Johnson	EUA	43.49
2000	Sydney	Michael Johnson	EUA	43.84
2004	Atenas	Jeremy Wariner	EUA	44.00
2008	Pequim	LaShawn Merritt	EUA	43.75
2012	Londres	Kirani James	Granada	43.94

2. A sua rotina implementou a solução pedida com a precisão numérica do MatLab, ou seja, 64 bits em ponto flutuante. Vamos agora considerar a mesma rotina com 32 bits em ponto flutuante. Operações com essa precisão no MatLab são feitas usando o comando *single*.

```
  x=(1972:4:2012);
  y=[44.66 44.26 44.60 44.27 43.87 43.50 43.49 43.84 44 43.75 43.94]';
  m=1; % faça m=1 até 12 e observe o resultado
  N=length(y);
  M=zeros(N,m+1);
  iv=1:m;
  for i=1:N
    M(i,:)=[1 x(i).^iv];
  end
% Método MQ
    R=single(M'*M);
    p=single(M'*y);
    v=single(R\p);
```

   Execute os comandos acima para $m = 1$ até $m = 12$. Note que independendo do número de colunas da matriz M aparece

```
 Warning: Matrix is singular, close to singular or badly scaled.
  Results may be inaccurate.
```

   Inclusive pode acontecer um NaN na operação da inversa da matriz R.

3. Proponha uma solução para esse problema usando SVD. Inclua o programa com a sua solução. Justifique porque os problemas numéricos desaparecem para uma faixa maior de valores de m quando você usa a SVD de forma adequada para resolver o problema dos mínimos quadrados.