

CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL

---

# Estudo completo de funções

---

Thiago de Paula Oliveira

June 2, 2018

© You may copy, distribute and modify this list as long as you cite the author.

Para fazer o estudo completo das funções devemos avaliar:

1. Domínio e Imagem
2. Continuidade
3. Assíntotas verticais e horizontais
4. Crescimento e decréscimo
5. Concavidade e pontos de inflexão

**Exercícios:**

1. Faça o estudo completo das seguintes funções:

$$a) f(x) = x + 2 \quad b) f(x) = x^2 - x + 1 \quad c) f(x) = \frac{1}{x}$$

$$d) f(x) = \sqrt{x} \quad e) f(x) = 4x - 5 \quad f) f(x) = \frac{x + 1}{x - 1}$$

2. Faça o estudo completo das seguintes funções:

$$a) f(x) = x^2 + 2 \quad b) f(x) = x^2 - 4x + 4 \quad c) f(x) = x^3 - 2x^2 + x - 1$$

$$d) f(x) = e^x \quad e) f(x) = e^{x^2+2} \quad f) f(x) = \ln(2x + 5)$$

$$g) f(x) = \sqrt{x^2 + 4x + 4} \quad h) f(x) = \cos 2x \quad i) f(x) = xe^{2x}$$

$$j) f(x) = \frac{1}{x^2} \quad k) f(x) = \frac{x + 4}{x^2 + 2x + 2} \quad l) f(x) = \frac{e^x}{x + 1}$$

$$m) f(x) = \ln(2 + 4x^2) \quad n) f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}} \quad o) f(x) = \sqrt{x + 2}$$

$$p) f(x) = \text{sen}(2x - 4) \quad q) f(x) = \text{tg}(x) \quad r) f(x) = a + bx - cx^2 + dx^3$$

3. Considere que a função  $f(t) = e^{-t}$ , com  $t \in \mathbb{R}_+$ , descreve a secagem de água de um produto (em gramas) em função do tempo (segundos). Faça o estudo completo dessa função.

4. A soma da evaporação da água pela superfície do solo com a transpiração das plantas é denominada de evapotranspiração. A evapotranspiração acumulada em função do tempo (em horas) para uma determinada cultivar de soja pode ser representada pela função

$$E(x) = \begin{cases} 108 \times 0.4^x, & \text{se } 0 < t < 6 \\ -(x - 6)(x - 30), & \text{se } 6 \leq t \leq 24 \end{cases}$$

(a) Faça o estudo completo dessa função

(b) Apresente o esboço do gráfico

(c) Qual será a evapotranspiração nos tempos  $t = 1$ ,  $t = 6$  e  $t = 10$ ? Qual é a interpretação prática desses resultados?

5. A tonalidade ( $h$ ) pode ser definida como uma medida angular como ilustra a Figura 1, logo  $h \in [0, 360]$ .

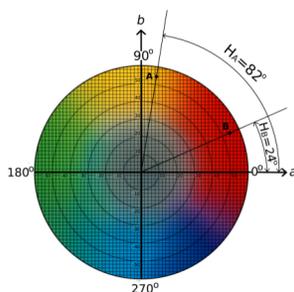


Figure 1: Região das cores pertencentes ao sistema de cores *CIELab* (ou *CIELCh*), com representação de duas cores: A, amarela, em  $h = 82^\circ$ ) e B, vermelha, em que  $h = 24^\circ$ )  
Fonte: Modificado a partir da ColorMetrix

Na área de pós-colheita, a tonalidade da cor é uma variável muito utilizada para descrever curvas de maturação de diversos frutos. Assim, considere que o a função definida por

$$f(t) = 111,09 - 1,65t - 0,0405t^2$$

© You may copy, distribute and modify this list as long as you cite the author.

é utilizada para descrever a tonalidade do mamão papaya “Sunrise Solo” ao longo do tempo ( $t$ ).

- (a) Faça o estudo completo dessa função
- (b) Apresente o gráfico da função e o interprete.

6. Curvas de crescimento são muito utilizadas nas áreas de biologia e ciências agrárias para quantificar, por exemplo, a massa de animais e vegetais e o crescimento populacional de microorganismos. Assim, supondo que o crescimento populacional de uma determinada bactéria em função do tempo ( $t$ ) pode ser descrita pela função de Gompertz dada por

$$f(t) = ae^{-e^{b-ct}}.$$

Assumindo que  $a = 3000$ ,  $b = 2$  e  $c = 1$ .

- (a) Faça o estudo completo dessa função
  - (b) Construa o gráfico da função
  - (c) Em quando tempo o tamanho da população de bactérias irá passar de 100 para 1000?
7. Quando o ar seco se movimentava para cima, ele se expande e esfria. Considere que a temperatura do solo num ponto A é de  $20^{\circ}\text{C}$  e a temperatura numa altitude de 1 km a partir do ponto A é de  $10^{\circ}\text{C}$ .
- (a) Expresse a temperatura  $T$  (em  $^{\circ}\text{C}$ ) como uma função da altura  $h$  (em km), assumindo que uma função polinomial de primeiro grau é apropriada para descrever esse processo.
  - (b) Faça o estudo completo dessa função.
  - (c) Faça um esboço do gráfico da função. O que o coeficiente angular dessa função representa?
  - (d) Qual é a temperatura numa altitude de 2,5 km?

8. A secagem de alimentos é a técnica mais conhecida e utilizada no mundo para assegurar a qualidade de produtos *in natura* e a estabilidade durante a vida de prateleira dos mesmos. O modelo de Midili modificado pode ser utilizado para modelar o fenômeno de secagem e é dado por:

$$f(t) = a e^{-kt} + b, \quad (1)$$

em que  $a$  e  $b$  são constantes reais,  $k$  é a constante de secagem e  $t$  é o tempo (em segundos). Responda as questões abaixo considerando  $a = 1$ ,  $k = 2$  e  $b = 3$ :

- (a) Qual é o domínio e a imagem da função?
- (b) Determine a função inversa de  $f(t)$ , bem como seu domínio e imagem.
- (c) Determine se essa função possui assíntota vertical e/ou horizontal
- (d) Quais são os intervalos de crescimento e decrescimento?
- (e) Estude a concavidade e pontos de inflexão dessa função
- (f) Faça um esboço do gráfico e interprete o que representa  $a + b$  e  $b$  nessa função.