Teoria dos Jogos

Profa. Marislei Nishijima

O que estudamos nas aulas anteriores mesmo?

- **Estruturas de Mercados**

- Mercados Competitivos
- Monopólio e Monopsônio
- Competição Monopolísitica
- **Oligopólio – teoria clássica da interação estratégica**
  - Liderança de Preço e de Quantidade (**Modelo de Stackelberg** – 1934)
  - Estabelecimento simultâneo da quantidade, a partir da expectativa de produção das demais empresas (**Modelo de Cournot** – 1838)
  - Estabelecimento simultâneo do preço, a partir da expectativa de produção das demais empresas (**Modelo de Bertrand** – 1888)
  - Cartéis.

Objetivos

- Continuamos a estudar o comportamento de interação estratégica, tal qual verificado na estrutura oligopolista, agora no âmbito da teoria dos jogos:
  - Ramos da Teoria dos Jogos
  - Jogos não-cooperativos.
    - Conceitos básicos.
    - Dominância.
    - Dilema dos Prisioneiros.
    - Batalha dos Sexos.
    - Equilíbrio de Nash.

Desenvolvimento da TJ

- Pontos de referência na linha do tempo:

Precursores → **Nascimento da TJ como área do conhecimento** → **Anos 50 → desenvolvimento intenso da TJ**

Waldegrave (1713): primeira discussão conhecida sobre "TJ", propondo uma solução estratégica para um jogo de cartas;

Cournot (1838): "Versão restrita" do equilíbrio de Nash.

John von Neumann publicou uma série de papers em 1928 → "The Theory of Games and Economic Behavior", com Morgenstern em 1944 → soluções ótimas para jogos de soma zero; jogos cooperativos

- **Primeira discussão do Dilema dos Prisioneiros (RAND Corp.).**
- **Nash desenvolveu definição de estratégia ótima para jogos com muitos jogadores – Equilíbrio de Nash → jogos cooperativos e não-cooperativos.**

Desenvolvimento da TJ

- Pontos de referência na linha do tempo:

Anos 60 → **Anos 70 e demais** → **Prêmios Nobeis**

Selten (1965): refinou ainda mais o Equilíbrio de Nash, introduzindo o conceito de solução de equilíbrio perfeito de subjogo;

Harsanyi (1967): desenvolveu os conceitos de jogos Bayesianos e de informação completa.

Tj amplamente aplicada à biologia, como resultado do trabalho de J. M. Smith e sua estratégia estável evolucionária. Aplicações à psicologia e sociologia.

Anos 90 ➔ estrutura de leilões.

- **1994 – Nash, Selten e Harsanyi**
- **2005 – Schelling e Aumann.**

Cooperativo X Não-cooperativo

- Os **jogos cooperativos** (ou de coalizão) têm como unidade fundamental de análise grupos e sub-grupos de indivíduos que são assumidos serem capazes de alcançar um resultado particular por meio do comprometimento com acordos de cooperação (**contratos**). Descreve apenas os ganhos de cada grupo, sem explicitar o processo que leva à formação da coalizão.

  - ➔ teoria de equilíbrio geral: core;
  - ➔ situações naturais em ciência política ou relações internacionais, em que conceitos como poder são relevantes.

Cooperativo X Não-cooperativo

- Os **jogos não-cooperativos**, dos quais trataremos, lidam com a interdependência estratégica, em que não há o comprometimento por meio de acordos ➔ modelos explicitamente descrevem o processo por meio do qual os agentes fazem suas escolhas.

  - **OBS:** Não significa que o comportamento de cooperação não possa ser explicado, mas que ele deve ser o resultado da busca do interesse próprio de cada participante!!

Conceitos Básicos - 1

- O que é a Teoria dos Jogos não-cooperativos?
- Instrumental para a análise de interação estratégica entre agentes econômicos, estudando formalmente o conflito e a cooperação.

- **Jogo:** situação em que os jogadores (participantes) tomam decisões estratégicas levando em conta uns as decisões dos outros.
- **Formalização:** os modelos são expressões precisas de idéias ➔ verbal ou matemática (mais concisa e precisa)
  - O conjunto de jogadores;
  - Para cada jogador, um conjunto de ações;
  - Para cada jogador, as preferências sobre o conjunto de ações.

Conceitos Básicos - 2

- **Estratégia:** conjunto ou plano de ações contingentes ou regras do jogo.

- **Payoff:** um número que reflete a desejabilidade de um resultado possível para um jogador, ou seja, expressa suas preferências (utilidade).

- **Estratégia ótima:** estratégia que maximiza o payoff esperado do jogador.

Jogos Não-Cooperativos

- **1. Hipótese:** Os jogadores são racionais
  - Sempre escolhem uma ação que gera o resultado preferido, dado o que ele espera que seus oponentes farão;
  - Obs. Pode ser relaxada, porém a análise se torna experimental.

- 2. Objetivo:
  - Predizer como o jogo será jogado por jogadores racionais ou qual a melhor maneira de jogar contra oponentes racionais.

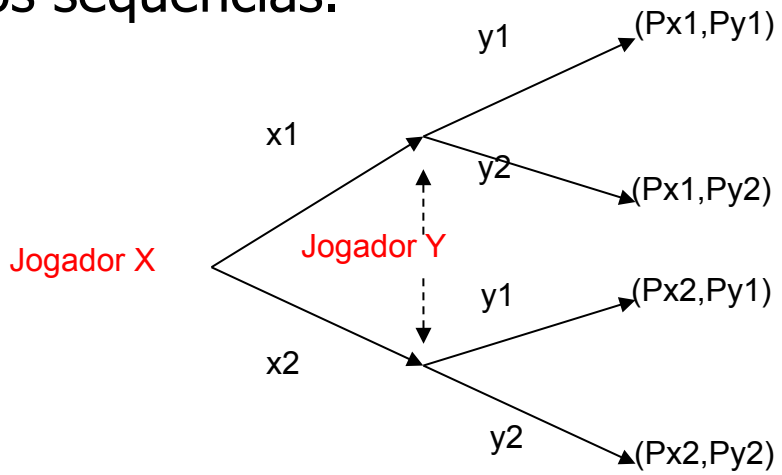
Jogos Não-Cooperativos - Formas

- **Forma Estratégica (forma normal):** tipo básico, lista as estratégias de cada jogador e os resultados (payoffs) de cada possível combinação de escolhas.
  - Ex. JNC com 2 jogadores X e Y pode ser representado por uma **matriz de payoffs** associados aos resultados possíveis para X (x1 e x2) e para Y (y1 ou y2):

		X	
		x1	x2
Y	y1	Py1,Px1	Py1,Px2
	y2	Py2,Px1	Py2,Px2

Jogos Não-Cooperativos - Formas

- **Forma Extensiva (jogo em árvore):** forma mais detalhada; descrição completa de como o jogo é jogado ao longo do tempo – quem se move e quando; que ações cada jogador pode tomar; o que cada jogador sabe quando se move, quais resultados são funções de quais ações tomada pelos jogadores e os payoffs de cada jogadores em cada resultado possível.
  - Jogos seqüências.



Dominância

- Em certos tipos de JNC, uma estratégia específica para um dos jogadores pode sempre levar ao melhor payoff, para qualquer combinação de estratégias dos outros jogadores ➔ **estratégia dominante (ou auto-implementável ou estável)**.

- Um agente racional sempre escolherá uma estratégia dominante.

- Se cada jogador tem uma estratégia dominante ➔ **equilíbrio de estratégias dominantes**.

  – Dilema dos Prisioneiros

Estratégias Dominantes

- Estratégia Dominante (Resumindo)
  - É uma estratégia ótima para um jogador independentemente do que seu oponente possa fazer.

Matriz de *Payoff* para o jogo da propaganda com estratégia dominante

		Empresa B	
		Faz propaganda	**Não faz propaganda**
Empresa A	**Faz propaganda**	**10, 5**	**15, 0**
	Não faz propaganda	**6, 8**	**10, 2**

Estratégias Dominantes

- Jogo Sem Estratégias Dominantes
  - A decisão ótima de um jogador que não possua uma estratégia dominante depende das ações do outro jogador.

Jogo da Propaganda Modificado

Empresa A \ *Empresa B*	Faz propaganda	Não faz propaganda
Faz propaganda	10, 5	15, 0
Não faz propaganda	6, 8	20, 2

Jogo da Propaganda Modificado

- Observações
  - *A* não tem uma estratégia dominante; sua decisão depende das ações de *B*
  - Para *B,* a decisão ótima é fazer propaganda
- Pergunta
  - O que *A* deveria fazer? (Dica: pense na decisão de *B)*

		Empresa B	
		Faz propaganda	**Não faz propaganda**
Empresa A	**Faz propaganda**	**10, 5**	**15, 0**
	Não faz propaganda	**6, 8**	**20, 2**

Equilíbrio de Estratégia Dominante é um exemplo de Equilíbrio de Nash

- *Estratégias Dominantes*
  - "Estou fazendo o melhor que posso, *independentemente do que você esteja fazendo.*"
  - "Você está fazendo o melhor que pode, *independentemente do que eu esteja fazendo.*"

Equilíbrio de Nash

- Equilíbrio de Nash
  - “Estou fazendo o melhor que posso, *dado o que você está fazendo*”
  - “Você está fazendo o melhor que pode, *dado o que eu estou fazendo.*”

Equilíbrio de Nash

Problema da Escolha do Produto

- Exemplos de Equilíbrio de Nash
  - Dois fabricantes de cereais matinais
  - O mercado de cereais crocantes admite apenas um produtor
  - O mercado de cereais açucarados admite apenas um produtor
  - Cada empresa dispõe de recursos suficientes para lançar apenas um produto
  - Trata-se de um jogo não-cooperativo

Problema da Escolha do Produto

		Empresa 2	
		Crocante	**Açucarado**
Empresa 1	**Crocante**	**-5, -5**	**10, 10**
	Açucarado	**10, 10**	**-5, -5**

Problema da Escolha do Produto

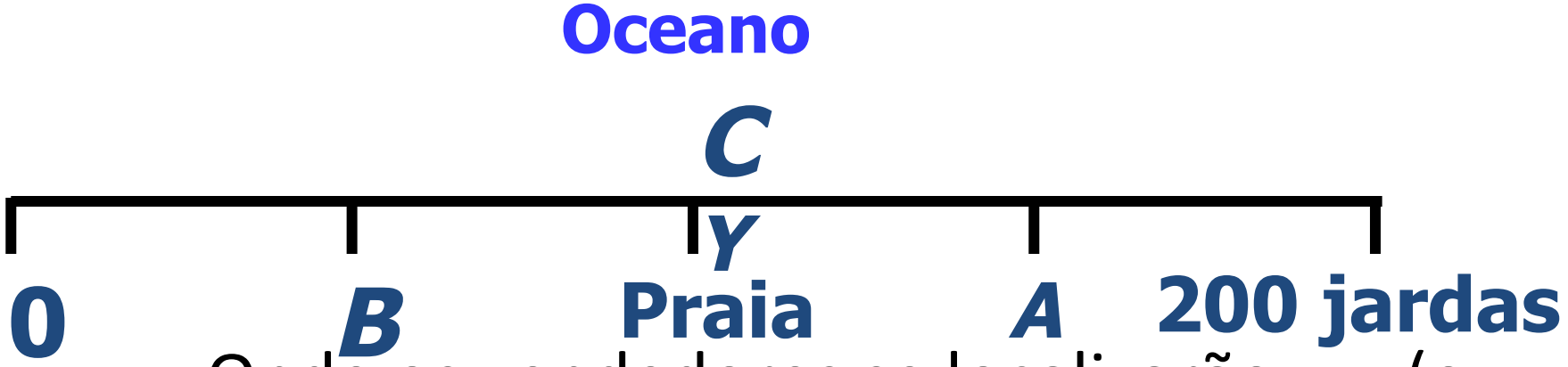
- 2 equilíbrios de Nash

		Empresa 2	
		Crocante	**Açucarado**
Empresa 1	**Crocante**	**-5, -5**	**10, 10**
	Açucarado	**10, 10**	**-5, -5**

Jogo de Localização na Praia

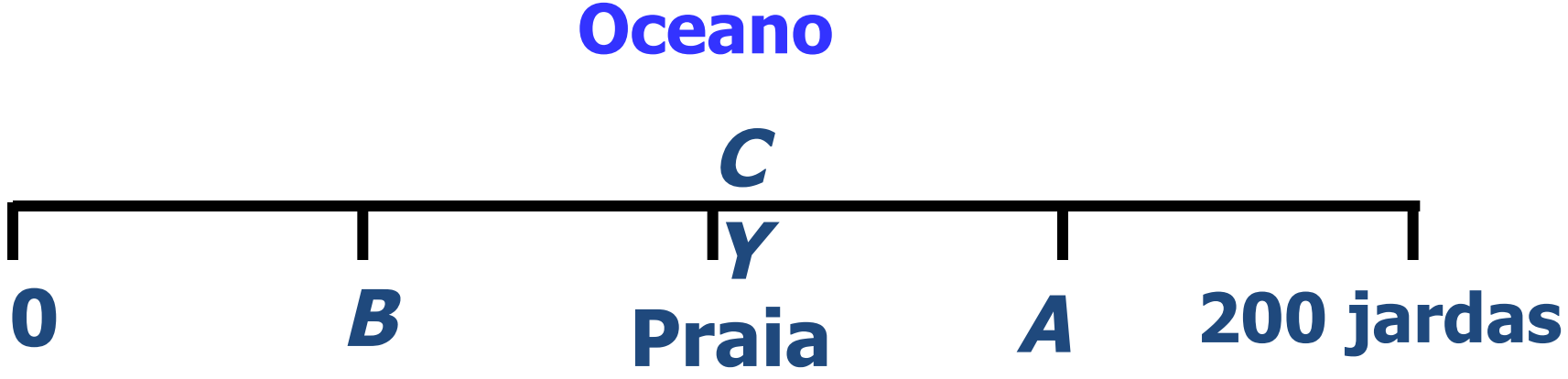
- Situação
  - Dois concorrentes, *Y* e *C*, vendem refrigerantes
  - Local: praia com 200 jardas de comprimento
  - Os banhistas encontram-se distribuídos uniformemente pela praia
  - Preço de *Y* = Preço de *C*
  - Cada cliente irá comprar do vendedor mais próximo

Jogo de Localização na Praia



Onde os vendedores se localizarão (ou seja, qual é o equilíbrio de Nash)?

Jogo de Localização na Praia



2) Outros exemplos desse tipo de problema de decisão:

- Localização de um posto de combustível
- Eleições presidenciais

Dilema dos Prisioneiros

		Prisioneiro B	
		Confessa	**Não Confessa**
Prisioneiro A	**Confessa**	**-5, -5**	**-1, -10**
	Não Confessa	**-10, -1**	**-2, -2**

Dilema dos Prisioneiros

- Qual é a:
  - Estratégia dominante?
  - Equilíbrio de Nash?
  - Solução de maximin?

		Prisioneiro B	
		Confessa	**Não Confessa**
Prisioneiro A	**Confessa**	**-5, -5**	**-1, -10**
	Não Confessa	**-10, -1**	**-2, -2**

Batalha dos Sexos

- **Situação:** Duas pessoas desejam sair juntas, há duas alternativas disponíveis, luta livre e ópera. Além disso, uma pessoa prefere luta livre, a outra, ópera.

- Se forem juntas ao lugar da preferência de uma delas, esta terá maior felicidade.

- Se cada uma for a um lugar diferente daquele de sua preferência, mas na companhia da outra, ficará menos feliz.

- Se não estiverem juntas, cada uma fica igualmente infeliz.

A Guerra dos Sexos

		Joan
	Luta livre	**Ópera**
Luta livre	**2,1**	**0,0**
Jim		
Ópera	**0,0**	**1,2**

A Guerra dos Sexos

- Estratégias Puras
  - Ambos vão à luta livre
  - Ambos vão à ópera
- Estratégias Mistas
  - Jim opta pela luta livre com probabilidade 2/3
  - Joan opta pela luta livre com probabilidade 1/3

		Joan	
		Luta livre	**Ópera**
Jim	**Luta livre**	**2,1**	**0,0**
	Ópera	**0,0**	**1,2**

Equilíbrio de Nash

- **Então:**

- Assim como o jogo batalha dos sexos mostrou que pode haver mais de um equilíbrio de Nash, também é possível que não haja equilíbrio de Nash algum.
- Um equilíbrio de Nash não conduz necessariamente a resultados eficientes de Pareto, como mostrou o dilema dos Prisioneiros.

Equilíbrio de Nash

Estratégias Mistas

- Estratégia Pura
  - O jogador faz uma escolha específica
- Estratégia Mista
  - O jogador faz uma escolha aleatória entre duas ou mais ações possíveis, com base em um conjunto de probabilidades

Curva de Melhor resposta

		Ms. Column	
		Left	Right
Mr. Row	Top	2, 1	0, 0
	Bottom	0, 0	1, 2

A melhor escolha de row e column tem dependência mútua. Se cada um dos dois jogadores tivessem r_1, r_2,..r_R e c_1, c_2,...c_C estratégias. Para cada escolha que row faz, $b_c(r)$ será a melhor resposta de column e para cada escolha de column, $b_c(c)$ será a melhor escolha de row. O equilíbrio de Nash será o par de estratégias (r*,c*) tal que $c^*=b_c(r^*)$ e $r^*=b_c(c^*)$. (idéia de consistência mútua)

Jogo de Estratégia Mista

		Ms. Column	
		Left	Right
Mr. Row	Top	2, 1	0, 0
	Bottom	0, 0	1, 2

Seja *r* a probabilidade de row jogar top e *(1-r)* de jogar bottom, e *c* a probabilidade de column jogar left e *(1-c)* a de jogar right. Então, o payoff esperado de **Row**:

Combinação	Probabilidade	Payoff de Row
top, left	rc	2
botton, left	(1-r)c	0
top, right	r(1-c)	0
bottom, right	(1-r)(1-c)	1

Payoff de Row = 2rc+1(1-r)(1-c)

Payoff de Row =2rc + 1 −r −c +rc

Sendo o Payoff de Row $=2rc + 1 - r - c + rc$

Imagine que Row pense em aumentar r de Δr, o que varia seu payoff de:

$2c\Delta r - \Delta r + c\Delta r$

$(3c-1)\Delta r$

Para que $(3c-1)\Delta r$ seja positivo, $3c-1>0$ e $c>1/3$

E será negativo quando $c<1/3$

Então Row vai querer aumentar r quando $c>1/3$ e reduzir r quando $c<1/3$ e estará contente com qualquer valor de r (entre 0 e 1) caso $c=1/3$.

Seja *r* a probabilidade de row jogar top e *(1-r)* de jogar bottom, e *c* a probabilidade de column jogar left e *(1-c)* a de jogar right. Então, o payoff e

Combinação	Probabilidade	Payoff de Column
top, left	rc	1
botton, left	(1-r)c	0
top, right	r(1-c)	0
bottom, right	(1-r)(1-c)	2

Similarmente Payoff de Column = cr+2(1-r)(1-c)

Se Column quiser aumentar c de Δc seu Payoff vai variar de:

rΔc+2rΔc-2Δc

(3r-2)Δc

Para que (3r-2)Δr seja positivo, 3r-2>0 e r>2/3

E será negativo quando c<2/3

Então Column vai querer aumentar c quando r>2/3 e reduzir c quando r<2/3 e estará contente com qualquer valor de c (entre 0 e 1) caso r=2v/3.

Função melhor resposta

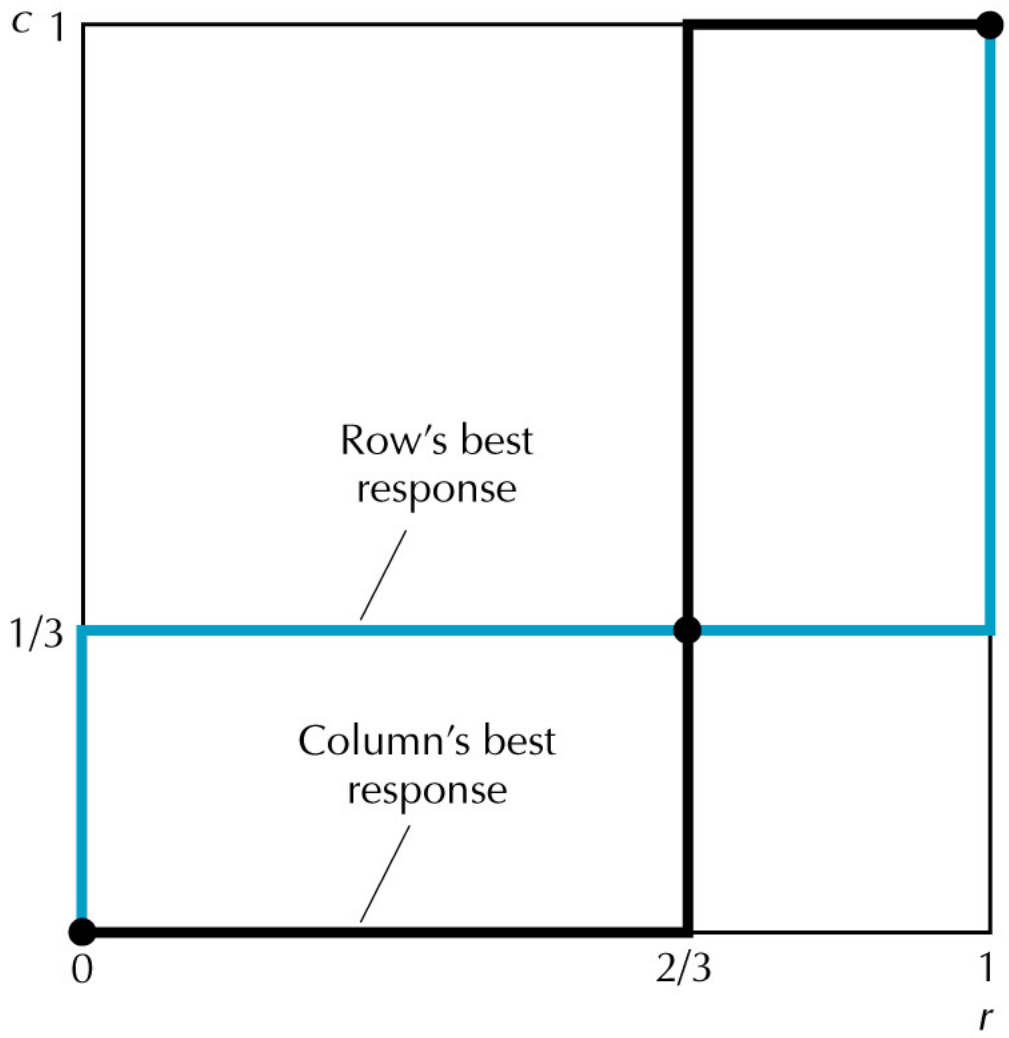


FIGURE 29.1 Best response curves

Intermediate Microeconomics, 7th Edition
Copyright © 2006 W. W. Norton & Company

		Girl	
		Action	Art
Boy	Action	2, 1	0, 0
	Art	0, 0	1, 2

De volta ao jogo Batalha dos sexos, com mesmos payoffs do jogo anterior, cuja coordenação leva aos maiores payoffs (difícil é montar o esquema de incentivos para a coordenação). Tem-se 3 equilíbrios de Nash: Todos vão ver filme de ação; todos vão ver filme de arte ou cada um escolhe seu preferido com 2/3 de probabilidade.

Jogos Repetitivos

- Conclusão:
  - Num jogo repetitivo:
    - O Dilema dos Prisioneiros pode ter uma solução cooperativa, onde cada jogador adota a estratégia *tit-for-tat*
  - Um resultado cooperativo é mais provável em mercados com as seguintes características:
    - Poucas empresas
    - Demanda estável
    - Custos estáveis
  - A obtenção de um resultado cooperativo é difícil, pois os fatores mencionados estão sujeitos a mudanças no longo prazo.

Jogos de coordenação

Jogos de coordenação levam ao maior payoff se a cooperação puder ser induzida. Vimos que o Dilema dos Prisioneiros pode levar a cooperação se jogado repetidamente com número de jogadas desconhecidas. Outra forma de induzir melhora de ganhos seria montar esquemas de coordenação. Por exemplo, primeiro movimento no Jogo de Batalha dos Sexos. No caso de decisão de armamentos, a solução poderia ser assinatura de acordos mútuos.

Jogos Seqüenciais

- Os jogadores tomam suas decisões um de cada vez
- Cada jogador deve considerar todas as possíveis ações e reações racionais dos demais

Jogos Seqüenciais

- Exemplos
  - Reação à campanha de propaganda de um concorrente
  - Decisões de entrada na indústria
  - Reação a políticas regulatórias

Jogos Seqüenciais

Forma Extensiva de um Jogo

- Situação
  - Dois novos cereais matinais (crocantes/ açucarados) podem ser lançados no mercado
  - Os novos produtos só serão rentáveis se houver apenas um produtor de cada
  - As vendas dos cereais açucarados deverão superar as vendas dos crocantes (mas ambos serão rentáveis com apenas um produtor)

Problema Modificado da Escolha de Produtos

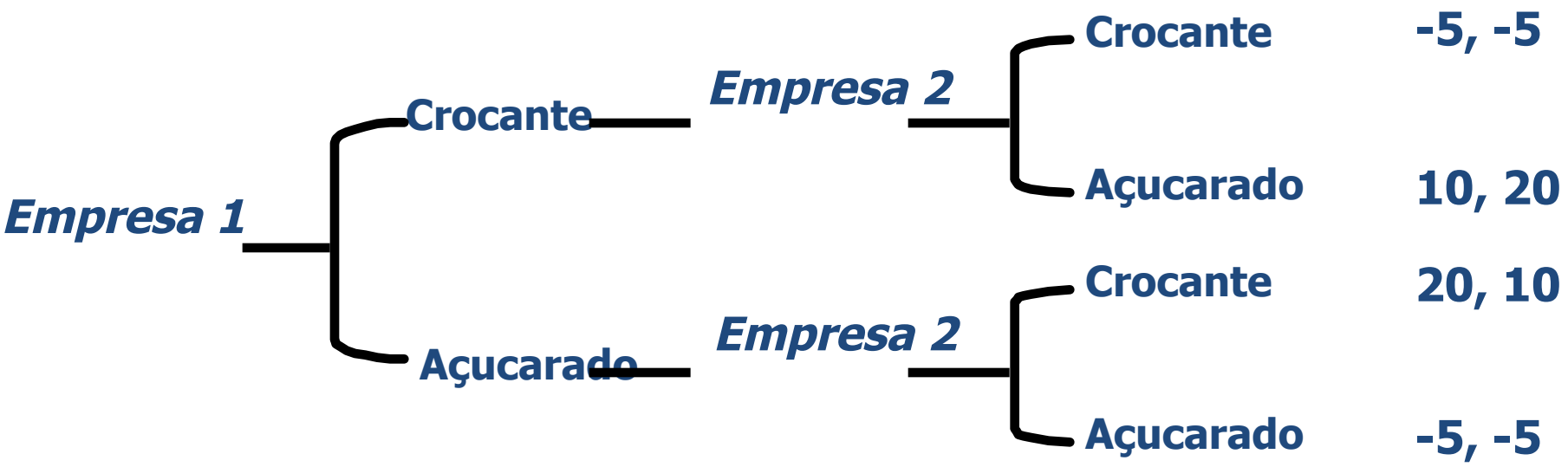
		Empresa 2	
		Crocante	**Açucarado**
Empresa 1	**Crocante**	**-5, -5**	**10, 20**
	Açucarado	**20, 10**	**-5, -5**

Problema Modificado da Escolha de Produtos

Forma Extensiva de um Jogo

- Suponha que a Empresa 1 lance o seu cereal antes da Empresa 2 (trata-se de um jogo sequencial).
  - Usando uma árvore de tomada de decisão
    - Trabalhe de trás para frente, a partir do melhor resultado para a Empresa 1

Forma Extensiva do Jogo da Escolha do Produto



Jogos Seqüenciais

- A Vantagem em Ser o Primeiro
  - Nesse jogo de escolha do produto, ser o primeiro a se mover é claramente vantajoso.

Ameaças, Compromissos, e Credibilidade

- Movimentos Estratégicos
  - O que uma empresa pode fazer para conquistar uma posição vantajosa no mercado?
    - Impedir a entrada de novas empresas
    - Induzir as concorrentes a reduzir a produção, aumentar o preço ou abandonar o mercado
    - Estabelecer acordos implícitos com outras empresas

Ameaças, Compromissos, e Credibilidade

- Como fazer o primeiro movimento
  - Demonstrar compromisso
  - *Empresa 1* deve restringir seu comportamento para convencer a *Empresa 2* de que está compromissada com o acordo.
- Ameaças Vazias
  - A ameaça de uma empresa reduzir seu preço não é crível, caso essa redução deva resultar em prejuízo para a empresa.

Determinação do Preço de Computadores e de Processadores de Textos

		Empresa 2	
		Preço Alto	**Preço Baixo**
Empresa 1	**Preço Alto**	**100, 80**	**80, 100**
	Preço Baixo	**20, 0**	**10, 20**

Determinação do Preço de Computadores e de Processadores de Textos

- Pergunta
  - A *Empresa 1* seria capaz de forçar a *Empresa 2* a cobrar um preço alto, através da ameaça de reduzir seu próprio preço?

		Empresa 2	
		Preço Alto	**Preço Baixo**
Empresa 1	**Preço Alto**	**100, 80**	**80, 100**
	Preço Baixo	**20, 0**	**10, 20**

Desencorajamento à Entrada

- Para impedir a entrada de novas empresas na indústria, a empresa estabelecida deve convencer as concorrentes potenciais de que sua entrada não será lucrativa.

Possibilidades de Entrada

		Ingressante Potencial
	Entra	**Não entra**
Preço alto (acomodação)	**100, 20**	**200, 0**
Empresa estabelecida		
Preço Baixo (guerra)	**70, -10**	**130, 0**

Desencorajamento à Entrada

- Situação
  - Um monopolista estabelecido (*I*) e um entrante potencial (*X*)
  - Custo irreversível de *X* (para construir uma planta de produção) = $80 milhões
  - Se *X* não entra, *I* aufere um lucro de $200 milhões.
  - Se *X* entra e cobra um preço alto, *I* aufere um lucro de $100 milhões e *X* obtém $20 milhões.
  - Se *X* entra e cobra um preço baixo, *I* aufere um lucro de $70 milhões e X obtém $-10 milhões.

Desencorajamento à Entrada

A ameaça é crível

- De que forma *I* pode impedir a entrada de *X*?

  1) Realização de investimento em capacidade adicional antes da entrada de *X* (compromisso irrevogável)

  2) Comportamento irracional

Desencorajamento à Entrada

Situação após investimento de $50 milhões

		Ingressante Potencial
	Entra	**Não entra**
Empresa Estabelecida **Preço alto (acomodação)**	**50, 20**	**150, 0**
Empresa Estabelecida **Preço Baixo (guerra)**	**70, -10**	**130, 0**

Desencorajamento à Entrada

Situação após investimento de $50 milhões

- A ameaça de guerra de preço é crível
- *X* optará por não entrar

		Ingressante Potencial
		Entra	**Não entra**
Empresa Estabelecida	**Preço alto (acomodação)**	**50, 20**	**150, 0**
	Preço Baixo (guerra)	**70, -10**	**130, 0**

Desencorajamento à Entrada

- Airbus *versus* Boeing
  - A matriz de payoffs no caso em que a Airbus é subsidiada é muito diferente do caso em que a empresa não recebe subsídios.

O Desenvolvimento de uma Nova Aeronave

		Airbus	
		Produz	**Não produz**
Boeing	**Produz**	**-10, -10**	**100, 0**
	Não produz	**0, 100**	**0, 0**

O Desenvolvimento de uma Nova Aeronave

- Boeing decidirá produzir
- Airbus não produzirá

		Airbus	
		Produz	**Não produz**
Boeing	**Produz**	**-10, -10**	**100, 0**
	Não produz	**0, 100**	**0, 0**

Desenvolvimento da Aeronave após o Subsídio Europeu

		Airbus	
		Produz	**Não produz**
Boeing	**Produz**	**-10, 10**	**100, 0**
	Não produz	**0, 120**	**0, 0**

Desenvolvimento da Aeronave após o Subsídio Europeu

- Airbus decidirá produzir
- Boeing não produzirá

		Airbus	
		Produz	**Não produz**
Boeing	**Produz**	**-10, 10**	**100, 0**
	Não produz	**0, 120**	**0, 0**

		Column	
		Defend left	Defend right
Row	Kick left	50, –50	80, –80
	Kick right	90, –90	20, –20

Jogo de Competição: Exemplo Jogo de Soma Zero. Não possui equilíbrio de estratégia pura, mas possui de estratégia mista.

Se row chuta left com probabilidade *p*, seu valor esperado quando column defende left e right respectivamente serão:

50p+90(1-p) e 80p+20(1-p)

Column quer fazer estes valores serem máximos e column mínimos

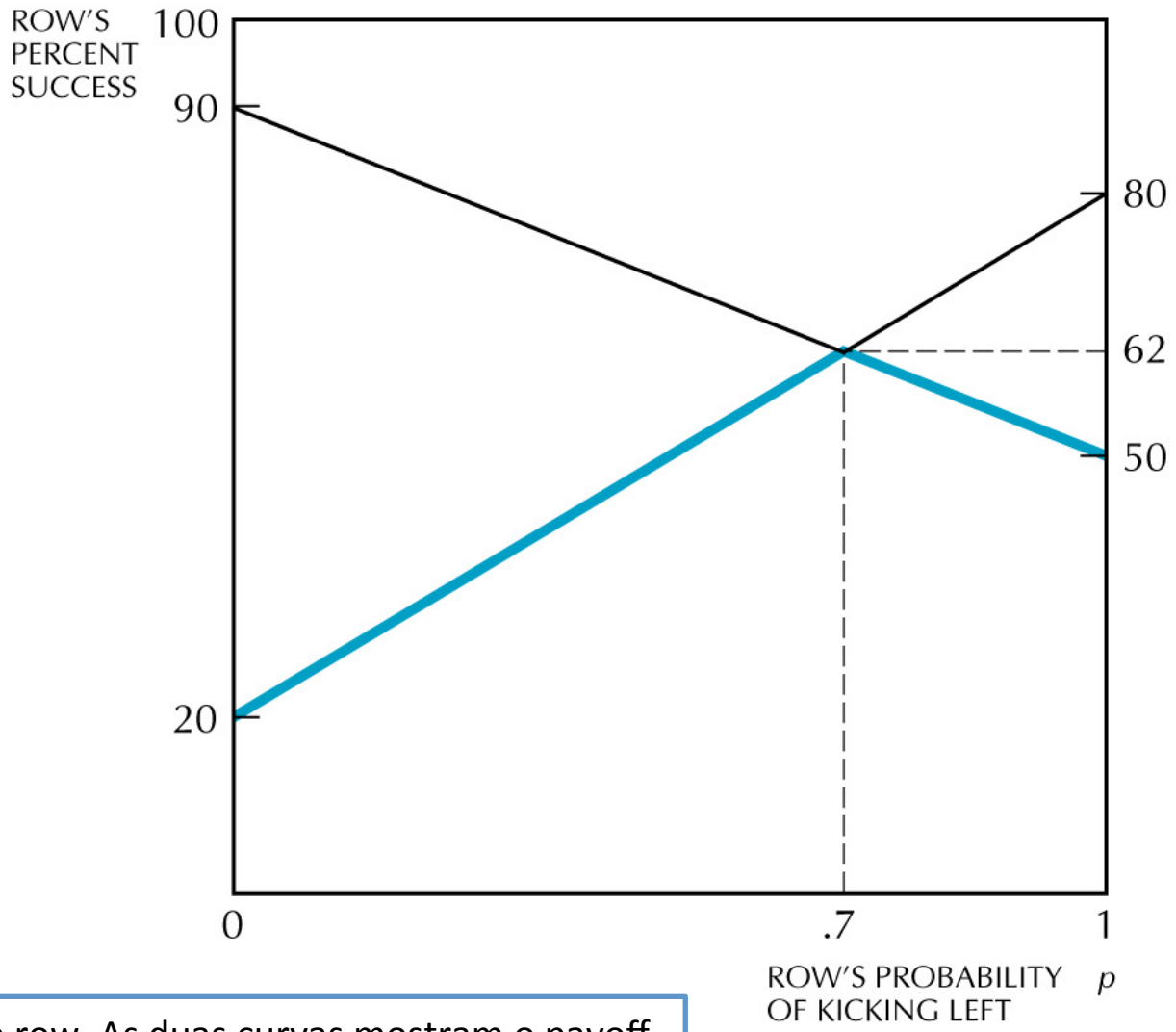
		Column	
		Defend left	Defend right
Row	Kick left	50, –50	80, –80
	Kick right	90, –90	20, –20

Jogo de Competição: Exemplo Jogo de Soma Zero. Não possui equilíbrio de estratégia pura, mas possui de estratégia mista.

Se column defende esquerda com probabilidade *q*, o payoff de row quando chuta left e right respectivamente será:

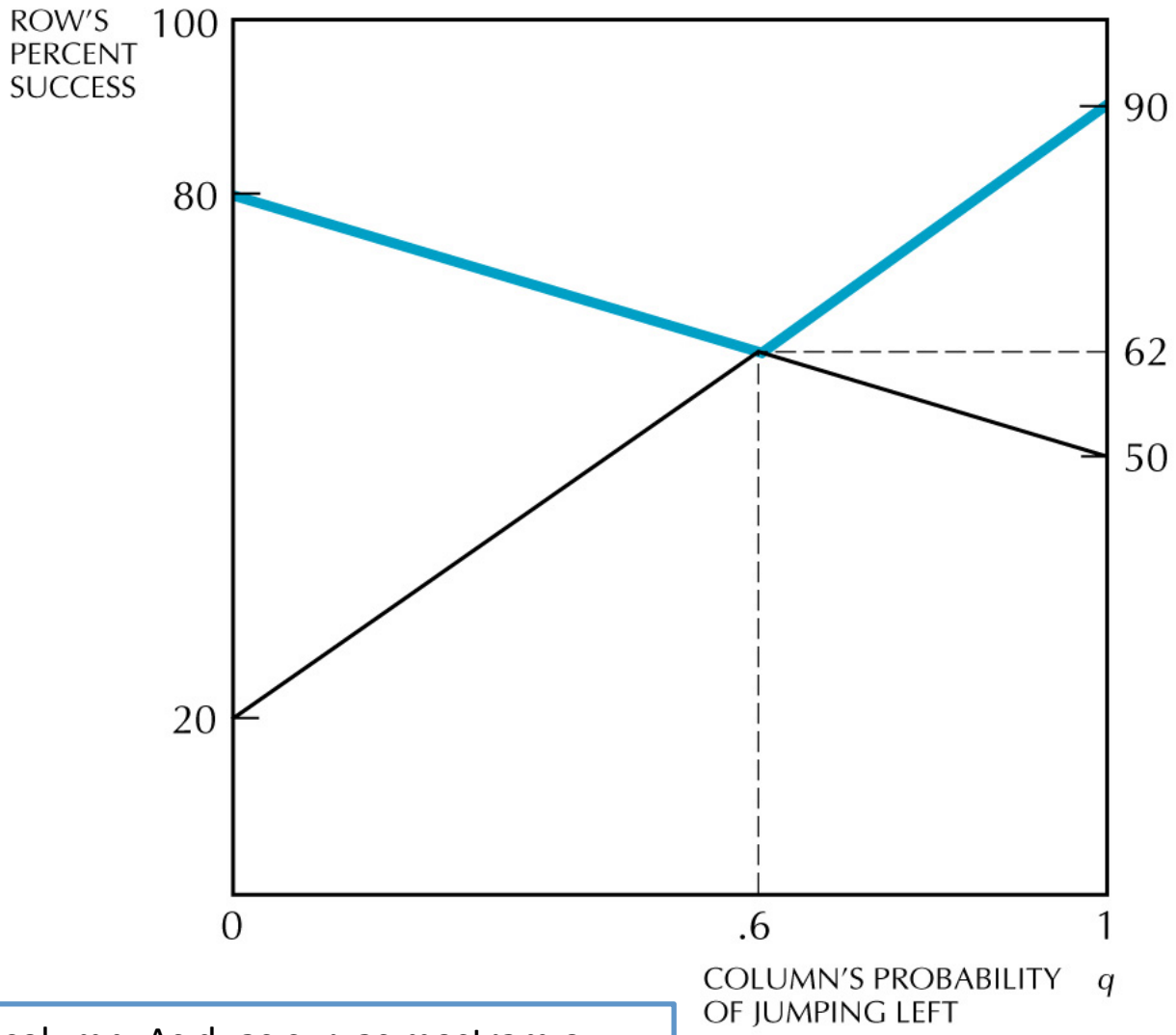
50q+80(1-q) e 90q+20(1-q)

Row quer fazer estes valores serem máximos e column mínimos



Estratégia de row. As duas curvas mostram o payoff esperado de row como função de p. A qualquer p que escolha, column vai tentar minimizar seu payoff.

Intermediate Microeconomics, 7th Edition
Copyright © 2006 W. W. Norton & Company



Estratégia de column. As duas curvas mostram o payoff esperado de row como função de *q*. A qualquer *q* que column escolha, row vai tentar maximizar seu payoff.

Intermediate Microeconomics, 7th Edition
Copyright © 2006 W. W. Norton & Company

Estratégias de equilíbrio

Row deve chutar left com probabilidade p=0.7

Column deve defender left com probabilidade p=0.6

Obtidos por: $50p+90(1-p) = 80p+20(1-p)$

E : $50q+80(1-q) = 90q+20(1-q)$

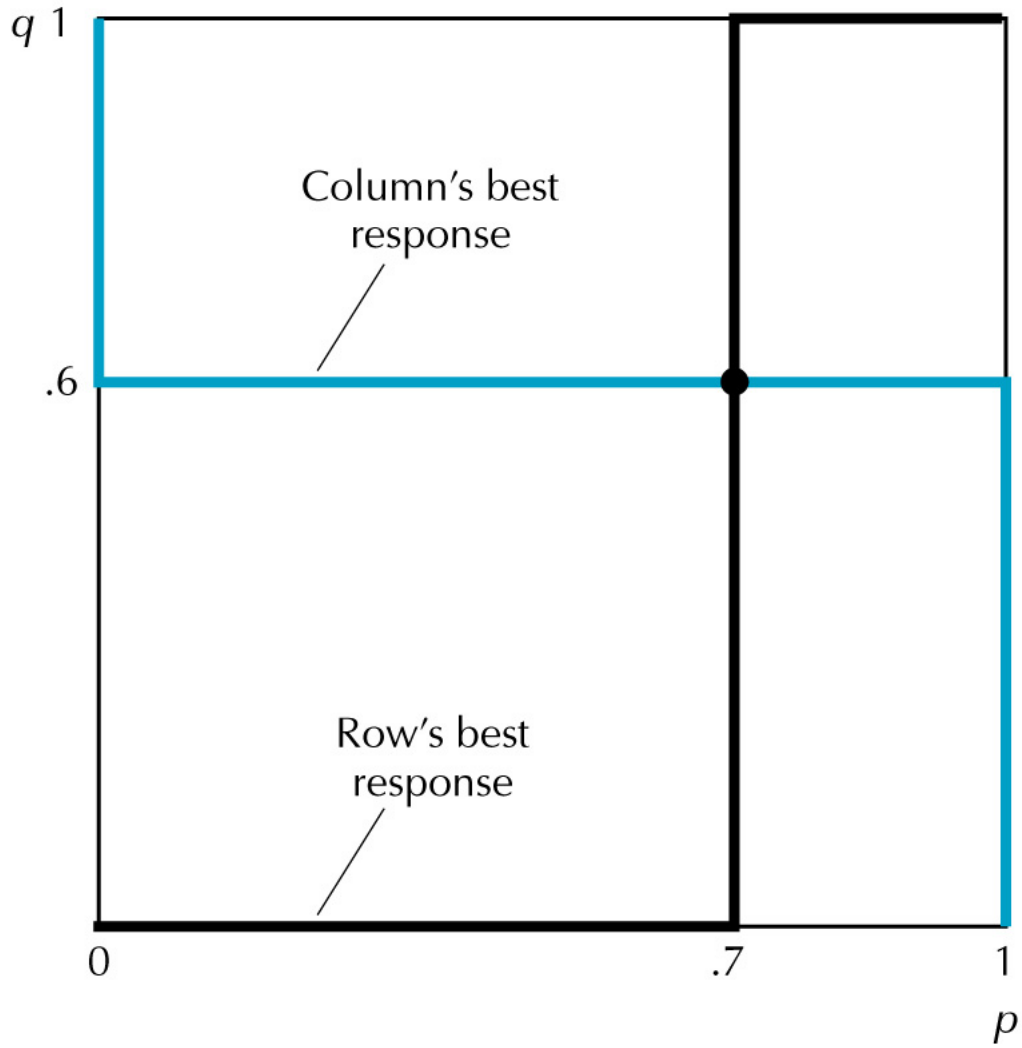


FIGURE 29.4 Best response curves

Intermediate Microeconomics, 7th Edition
Copyright © 2006 W. W. Norton & Company

Bibliografia

- Livros-texto:
  - 1) Osborne, M. An Introduction to Game Theory. Oxford University Press, 2003
    - Capítulos 1 e 2
  - 2) Varian, R. Microeconomia: Princípios Básicos
    - Capítulo 28
  - 3) Pindyck & Rubinfeld. Microeconomia.
    - Capítulo 12