



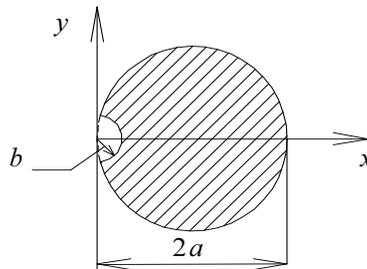
Programa de Pós-Graduação em Eng Mecânica – PPGEM

PME-5015 - Tópicos da Teoria da Elasticidade

5ª Lista de Exercícios – Torção

1) Verifique que a função ϕ dada abaixo corresponde à função de tensão de Prandtl para o problema de torção uniforme de um eixo de seção transversal circular (raio a), possuindo um entalhe semi-circular de raio b conforme indicado na figura.

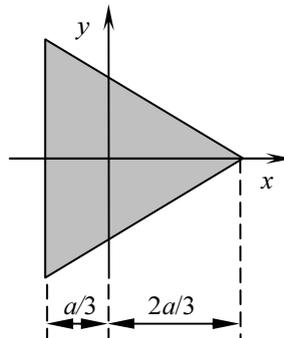
$$\phi(x, y) = -\frac{G\beta}{2} \left[x^2 + y^2 - 2ax + \frac{2b^2 ax}{x^2 + y^2} - b^2 \right]$$



2) Mostre que a função de tensão dada por:

$$\phi(x, y) = -G\beta \left[\frac{(x^2 + y^2)}{2} - \frac{(x^3 - 3xy^2)}{2a} - \frac{2a^2}{27} \right]$$

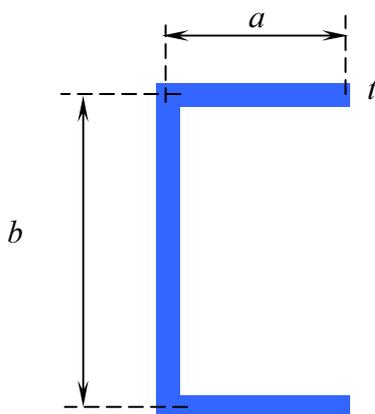
é a função de tensão de Prandtl que permite resolver o problema da torção de uma barra de eixo reto, sob torção uniforme, e cuja seção transversal tem a forma de um triângulo equilátero como indicado na figura. Determine, neste caso, o momento de inércia a torção do perfil.



3) Determine o empenamento, a distribuição das tensões de cisalhamento bem como a magnitude e local de ocorrência da máxima tensão de cisalhamento para o problema anterior (considere que a máxima tensão de cisalhamento ocorre em um ponto do contorno da seção transversal).

4) Mostre que a máxima tensão de cisalhamento e a rotação axial por unidade de comprimento para uma barra de eixo reto sob torção uniforme cuja seção transversal está indicada na figura abaixo são dadas por:

$$\tau_{\max} = \frac{3T}{(2a+b)t^2} \quad \beta = \frac{3T}{G.(2a+b)t^3}$$



5) Um tubo de aço tem a seção transversal na forma de um hexágono regular cuja aresta mede $a = 100$ mm (medida ao longo da linha média da seção). Considerando que o tubo esteja submetido a uma torção uniforme de intensidade 400 N.m, determine o mínimo valor de espessura da parede (considerando $t/a \ll 1$) de tal modo a satisfazer as seguintes condições simultaneamente (admita que não ocorra flambagem da parede):

- o coeficiente de segurança com relação ao início de escoamento no ponto mais solicitado, pelo critério de Tresca, deve ser $CS = 2,0$ no mínimo;
- o ângulo de torção por unidade de comprimento do tubo não deve superar $1,0^\circ/\text{m}$.

Dados adicionais: $E = 200$ GPa, $\nu = 0,3$; $\sigma_e = 250$ MPa.

