Escola Superior de Agricultura
"Luiz de Queiroz"
Universidade de São Paulo

LCE0130 – Cálculo Diferencial e Integral

Profa. Dra. Andreia Adami
deiaadami@terra.com.br

Derivada

Taxa de variação média: Exemplo

Um reservatório de água está sendo esvaziado para limpeza. A quantidade de água neste reservatório, em litros, t horas após o escoamento ter começado é dada por:

$$V = 50(80 - t)^2$$

Derivada

Taxa de variação média: Exemplo

a) Qual a taxa de variação média do volume de água no reservatório durante as dez primeiras horas do escoamento?

$$\text{TVM} = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{(50(80-10)^2\ ) - (50(80-0)^2\ )}{10}$$

Derivada

Taxa de variação média: Exemplo

a) Qual a taxa de variação média do volume de água no reservatório durante as dez primeiras horas do escoamento?

$$\text{TVM} = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{-75.000}{10} = -7.500$$

Esse resultado indica que o volume de água está diminuindo a uma taxa média de 7.500 litros por hora, durante as 10 primeiras horas do escoamento.

Derivada

Solução:

b) Qual é a taxa de variação instantânea: do volume de água no reservatório após 8 horas de escoamento?

Taxa instantânea: $\lim_{\Delta x \to 0} = \frac{f(x_1+\Delta x)-f(x_1)}{\Delta x}$

$$\lim_{\Delta x \to 0} = \frac{(259.200\text{-}7.200\Delta x+50\Delta x^2) - 259.200}{\Delta x}$$

$$= \lim_{\Delta x \to 0} = \frac{-7.200\Delta x+50\Delta x^2}{\Delta x} = -7.200$$

Derivada

Solução:

c)Qual é a taxa de variação instantânea do volume de água no reservatório após 2horas de escoamento?

Taxa instantânea: $\lim_{\Delta x \to 0} = \frac{f(x_1+\Delta x)-f(x_1)}{\Delta x}$

$$\lim_{\Delta x \to 0} = \frac{(304.200 - 7.800\Delta x + 50\Delta x^2) - 304.200}{\Delta x}$$

$$= \lim_{\Delta x \to 0} = \frac{-7.800\Delta x + 50\Delta x^2}{\Delta x} = -7.800$$

Derivada

Exercício :

Considere a função $y = 2x - x^2$

1) Faça um esboço do gráfico da função;
2) Marque o ponto P com coordenadas (1,1);
3) Encontre a equação da reta tangente ao gráfico de *f(x)* ao ponto P indicado

Derivada

Solução : Considere a função $y = 2x - x^2$

3) Encontre a equação da reta tangente ao gráfico de *f(x)* ao ponto P indicado

$$\lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x1+\Delta x)-f(x1)}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(1+\Delta x)-f(1)}{\Delta x} =$$

$$\lim_{\Delta x \to 0} \frac{2(x1+\Delta x)-(x1+\Delta x)^2-(2x1-x1^2)}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{-\Delta x^2}{\Delta x} = 0$$

Portanto, a equação da reta tangente é:

$$y - 1 = 0(x - 1) \Rightarrow y = 1$$

Derivada

Solução: Para a função f(x) =x^2 *, ponto inicial da abcissa* $x_1 = 1$ *e variação* $\Delta x = 2$,

calcule a taxa média de variação para f(x) e os valores dados.

TVM= $\frac{f(x1+\Delta x)-f(x1)}{\Delta x} = \frac{f(1+2)-f(1)}{2} = \frac{3^2-1}{2} = 4$

Derivada

Exercício : Para a mesma função $f(x) = x^2$, calcular a taxa média de variação a partir de um ponto genérico, $x_1 = x$ e uma acréscimo genérico $\Delta x = x$.

Solução: $TVM = \frac{f(x1+\Delta x)-f(x1)}{\Delta x} = \frac{f(x+x)-f(x)}{x} =$

$$\frac{f(2x)-f(x)}{x} = \frac{(2x)^2-(x)^2}{x} = 3x$$

Derivada

Exercício : Para a mesma função $f(x) = x^2$, calcular a taxa de variação instantânea no ponto a partir de um ponto genérico, $x_1=3$.

Solução: 6

mostra que um pequeno acréscimo Δx em dado em x, a partir do ponto $x_1 = 3$, acarretará em um correspondente acréscimo Δf que é 6 vezes maior que o acréscimo Δx .