

PCS3515 – Sistemas Digitais

Blocos Básicos

Circuitos de

Somadores, Subtratores, Multiplicadores

Seções 6.8 e 6.9 – livro texto

Com apoio do material dos demais professores

2018/1

From *Digital Design: Principles and Practices*, Fourth Edition, John F. Wakerly, ISBN 0-13-186389-4.
©2006, Pearson Education, Inc., Upper Saddle River, NJ. All rights reserved.

Somadores

Somadores Binários

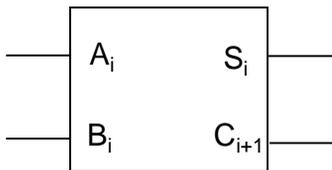
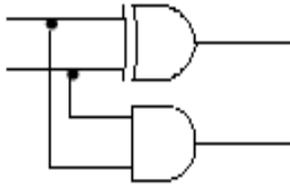
- Soma binária
 - É a operação aritmética mais comum em sistemas digitais
 - Somador Binário combina dois operandos aritméticos usando as regras da soma binária
 - Regras da soma são as mesmas para números sem sinal e para números em Complemento de 2
 - Um somador pode realizar uma subtração como a “soma do Minuendo com o complemento do Subtraendo”

Meio Somador

- Meio-somador
 - Soma de dois operandos de 1 bit produz uma soma de 2 bits
 - Se não se considera a propagação de vai-um entre dígitos, a soma pode ser realizada com o chamado “meio-somador.

A_i	B_i	S_i	C_{i+1}
0	0	0	0
0	1	1	0
1	0	1	0
1	1	0	1

Meio somador



A_i	B_i	S_i	C_{i+1}
0	0	0	0
0	1	1	0
1	0	1	0
1	1	0	1

Somador completo

- Para se realizar a soma de operandos com mais de um bit é necessário ter o vai-um entre as posições.
- O bloco funcional que realiza essa operação é chamado “somador completo”.
- Além das duas parcelas A_i e B_i , ele tem como entrada um “**vem-um**”, ou vai-um de entrada, C_i .

Somador completo

A_i	B_i	C_i	S_i	C_{i+1}
0	0	0	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	1
1	1	0	0	1
1	1	1	1	1

Tabela da Verdade do Somador Completo

$$S_i = A_i' \cdot B_i' \cdot C_i + A_i' \cdot B_i \cdot C_i' + A_i \cdot B_i' \cdot C_i' + A_i \cdot B_i \cdot C_i$$

$$C_{i+1} = A_i' \cdot B_i \cdot C_i + A_i \cdot B_i' \cdot C_i + A_i \cdot B_i \cdot C_i'$$

Somador completo

$$S_i = A_i' \cdot B_i' \cdot C_i + A_i' \cdot B_i \cdot C_i' + A_i \cdot B_i' \cdot C_i' + A_i \cdot B_i \cdot C_i$$

$$S_i = A_i \oplus B_i \oplus C_i$$

$$C_{i+1} = A_i' \cdot B_i \cdot C_i + A_i \cdot B_i' \cdot C_i + A_i \cdot B_i \cdot C_i'$$

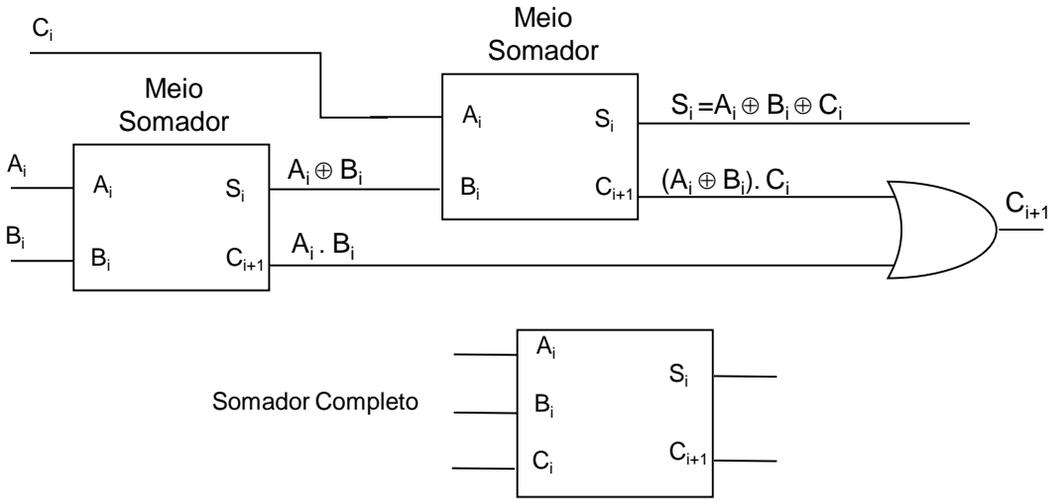
$$C_{i+1} = (A_i' \cdot B_i + A_i \cdot B_i') \cdot C_i + A_i \cdot B_i \cdot (C_i' + C_i)$$

$$C_{i+1} = (A_i \oplus B_i) \cdot C_i + A_i \cdot B_i$$

$$C_{i+1} = (A_i + B_i) \cdot C_i + A_i \cdot B_i$$

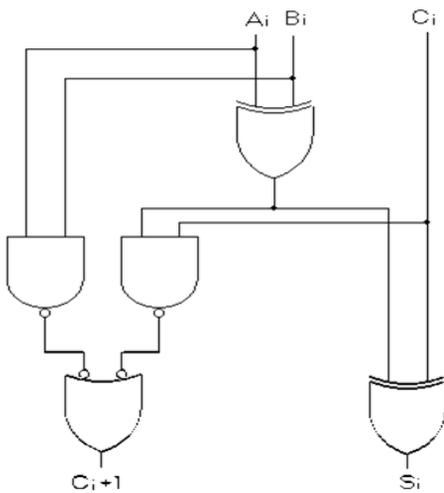
Somador completo

Somador Completo a partir de dois “meios-somadores”



Assumindo que meios (plural) somadores quer dizer somadores de metades

Somador completo



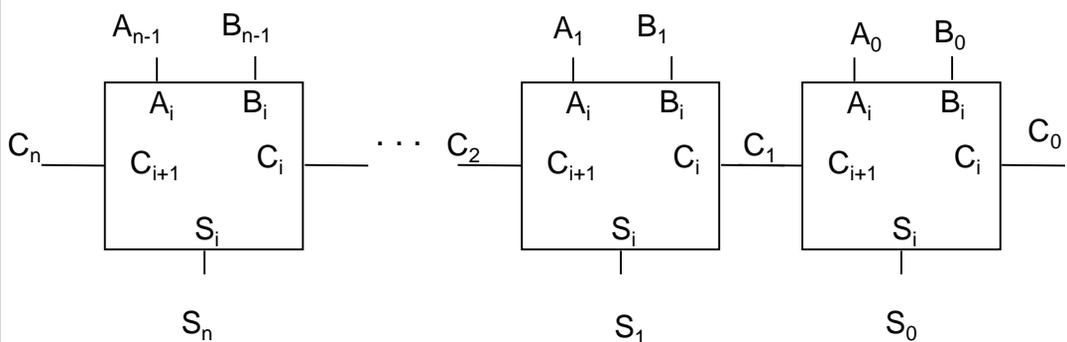
$$S_i = A_i \oplus B_i \oplus C_i$$

$$C_{i+1} = (A_i \oplus B_i) \cdot C_i + A_i \cdot B_i$$

Somador de n bits

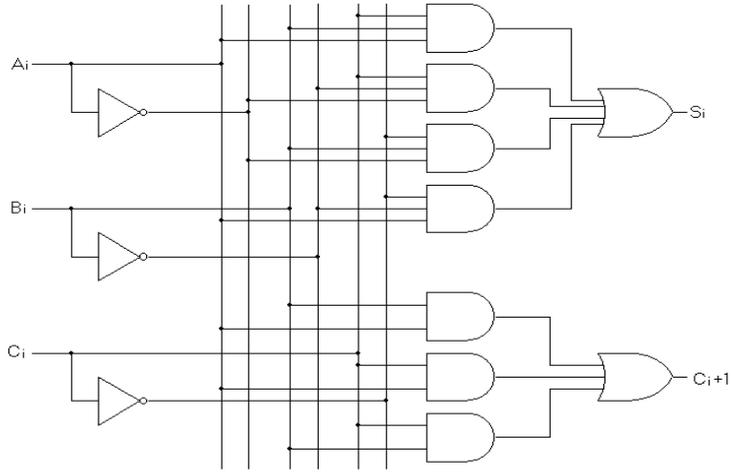
- Somadores binários de n bits podem ser obtidos pela associação de n somadores completos em série (em cascata).
- São chamados somadores com propagação de vai-um, ou *ripple adders*:
 - Cada somador completo trata um bit da soma
 - O “Vai-um” de um estágio se conecta ao “Vem-um” do estágio seguinte.
 - O “Vem-um” do estágio menos significativo normalmente fica em 0.

Somador de n bits



Somador binário de n bits com propagação de “vai-um”

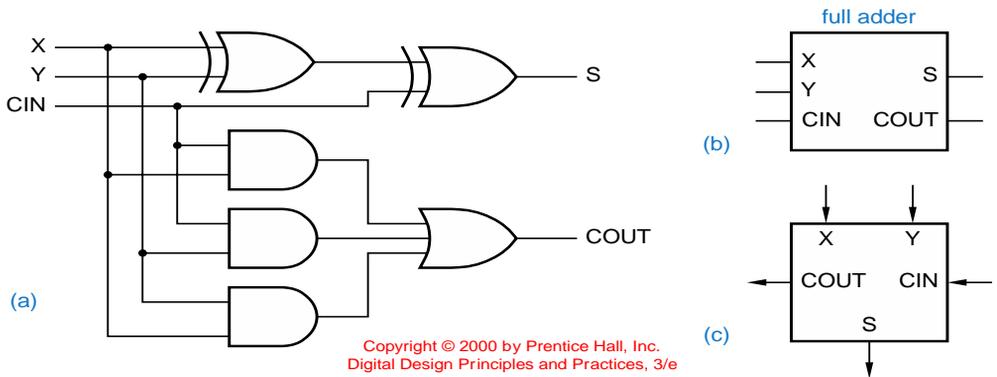
Somador de n bits



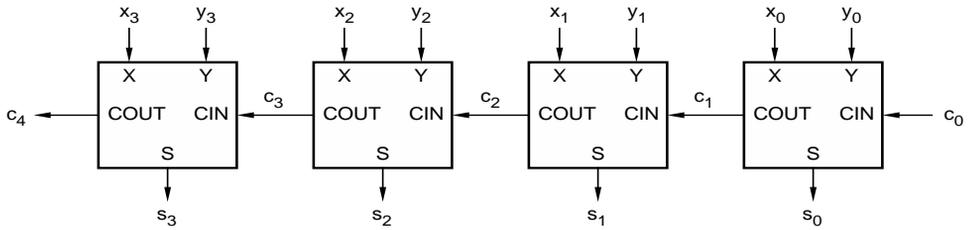
Somador binário de 1 bit com dois níveis AND / OR

O circuito de um somador completo de um bit mostra uma implementação PARA 1 BIT, de um somador como soma de produtos.

Somador Completo

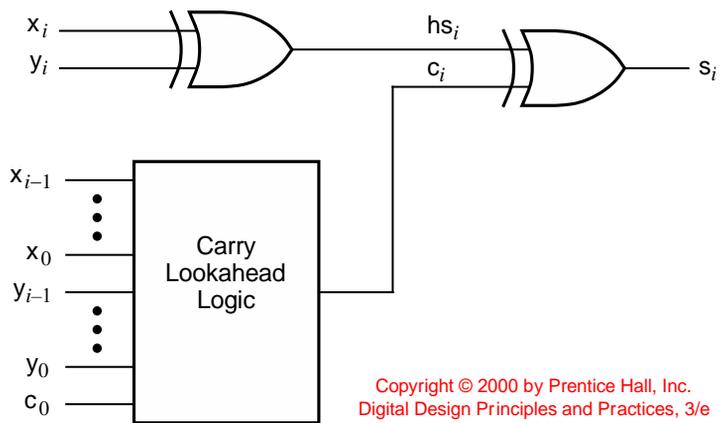


Ripple Adder



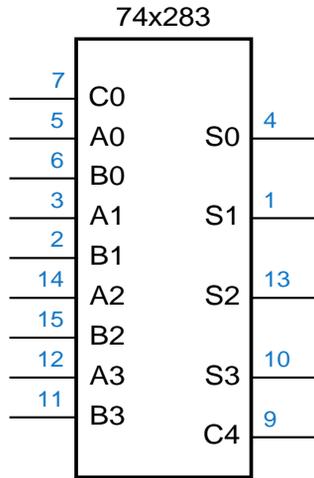
Copyright © 2000 by Prentice Hall, Inc.
 Digital Design Principles and Practices, 3/e

Carry Lookahead Adder

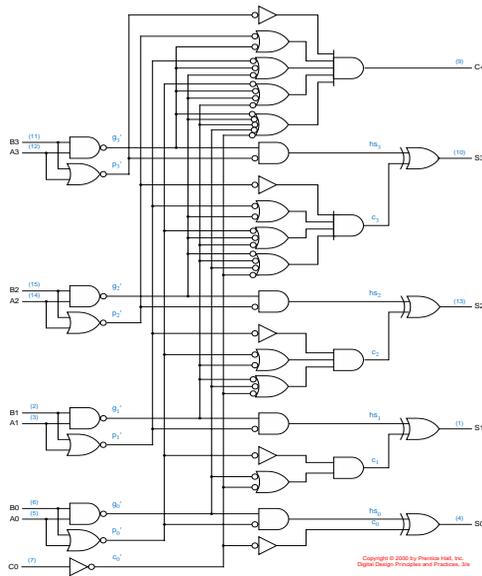


Copyright © 2000 by Prentice Hall, Inc.
 Digital Design Principles and Practices, 3/e

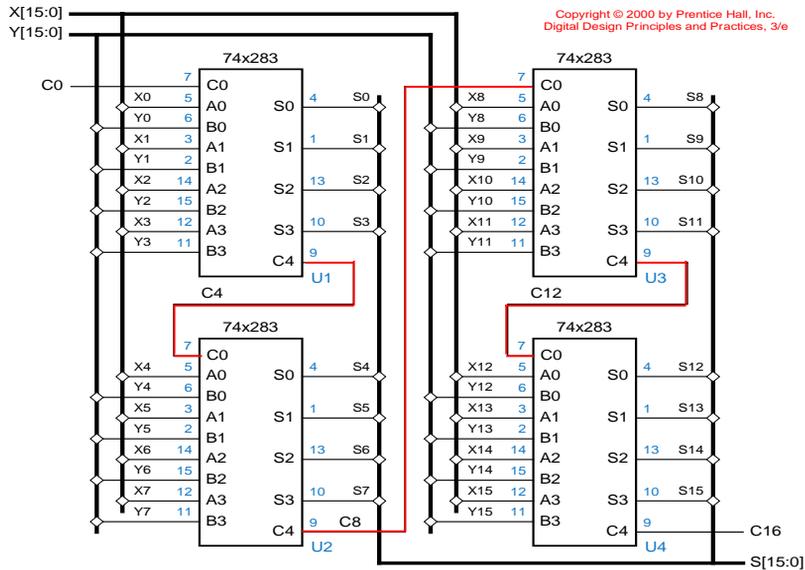
74x283 – Somador Binário de 4 bits



74x283 – Diagrama Lógico



16 bit Ripple Adder



Subtratores Binários

M_i	S_i	B_i	R_i	B_{i+1}
0	0	0	0	0
0	0	1	1	1
0	1	0	1	1
0	1	1	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	0
1	1	0	0	0
1	1	1	1	1

Tabela da Verdade do Subtrator Completo

$$R_i = M_i' \cdot S_i' \cdot B_i + M_i' \cdot S_i \cdot B_i' + M_i \cdot S_i' \cdot B_i' + M_i \cdot S_i \cdot B_i$$

$$B_{i+1} = M_i' \cdot S_i + B_i \cdot M_i' + B_i \cdot S_i$$

Minuendo, Subtraendo, Borrow_{in}, Diferença, Borrow_{out}

Somador BCD

- Relembrando: código BCD
 - 4 bits, representação direta binária de 0 a 9
- Soma BCD: usa a adição binária com 4 bits, mas não é idêntica a ela...
 - Requer correção dos valores inválidos:
 - Aqueles acima de 9
 - Requer correção do “vai-um decimal”:
 - Diferente do vai-um hexadecimal (de 4 bits)

21

Somador BCD

Comparação entre soma binária (4bits) e BCD

Resultado da soma de 4 bits	Soma Hexa	Vai-um Hexa	Soma BCD	Vai-um BCD	Correção
0 a 9	0 a 9	0	0 a 9	0	-
10 a 15	10-15 (A-F)	0	0 a 5	1	Soma 6 $C_{BCD}=1$
16 a 19	0-3	1	6 a 9	1	Soma 6 $C_{BCD}=C_{hexa}$

Obs.: 9+9+1 (“vem-um”)

22

Somador BCD

- Correção da soma BCD em relação ao resultado hexadecimal:

- Se resultado da soma entre A e F, **OU**
- Se $\text{vai-um}_{\text{hexa}} = 1$

Lógica adicional sobre saída do somador hexa

- Nesse caso, ação a tomar:

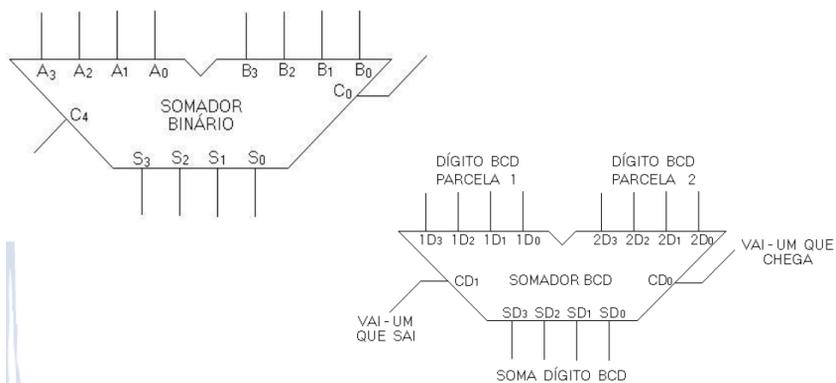
- **Somar 6 (0110) à soma hexa**
- $\text{Vai-um}_{\text{BCD}} = 1$

Necessário um segundo somador

23

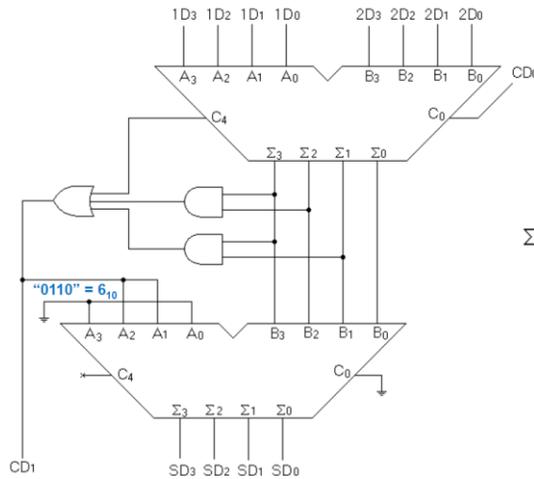
Somador BCD

- Desafio: obter um Somador BCD a partir de um Somador Binário de (4 bits)



24

Somador BCD



10-16

Σ ₃ Σ ₂	00	01	11	10
Σ ₁ Σ ₀	00	00	10	00
01	00	00	11	00
11	00	00	11	10
10	00	00	11	10

Subtratores Binários

$$R_i = M_i' \cdot S_i' \cdot B_i + M_i' \cdot S_i \cdot B_i' + M_i \cdot S_i' \cdot B_i' + M_i \cdot S_i \cdot B_i$$

Comparando com somador

$$\left\{ \begin{array}{l} R_i = M_i \oplus S_i' \oplus B_i' \\ S_i = A_i \oplus B_i \oplus C_i \end{array} \right.$$

$$\begin{aligned} B_{i+1} &= M_i' \cdot S_i + B_i \cdot M_i' + B_i \cdot S_i = \\ [B_{i+1}]' &= [M_i' \cdot S_i + (M_i' + S_i) \cdot B_i]' = \\ B_{i+1}' &= M_i \cdot S_i' + (M_i + S_i) \cdot B_i' = \end{aligned}$$

Comparando com somador

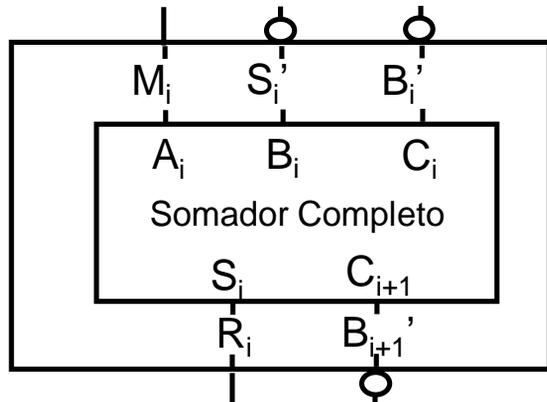
$$\left\{ \begin{array}{l} B_{i+1}' = M_i \cdot S_i' + M_i \cdot B_i' + S_i' \cdot B_i' \\ C_{i+1} = A_i \cdot B_i + A_i \cdot C_i + B_i \cdot C_i \end{array} \right.$$

Subtratores Binários

$$R_i = M_i \oplus S_i' \oplus B_i'$$

$$S_i = A_i \oplus B_i \oplus C_i$$

Subtrator Completo



$$B_{i+1}' = M_i \cdot S_i' + M_i \cdot B_i' + S_i' \cdot B_i'$$

$$C_{i+1} = A_i \cdot B_i + A_i \cdot C_i + B_i \cdot C_i$$

Subtratores Binários

- Para obter-se a operação de subtração a partir de uma operação de adição em um somador completo deve-se [1/2]:

- 1-) Complementar *bit a bit* o Subtraendo (S_i) – Gerando-se S_i' ;
- 2-) Adicioná-lo ao Minuendo (M_i) – Por meio do Somador Completo;
- 3-) Lembrar de fazer $C_0 = 1$, isto é, $B_0' = 1$, pois sabe-se que $C_0 = B_0'$;

Subtratores Binários

- Continuando:

4-) O resultado da operação é:

$$M_i \text{ Minus } S_i = M_i \text{ Plus } S_i' \text{ Plus } 1$$

Porém ...

$$S_i' \text{ Plus } 1 = \langle \text{Complemento}_2(S_i) \rangle$$

Finalmente ...

$$M_i \text{ Minus } S_i = M_i \text{ Plus } \langle \text{Complemento}_2(S_i) \rangle$$

Subtrator Completo

