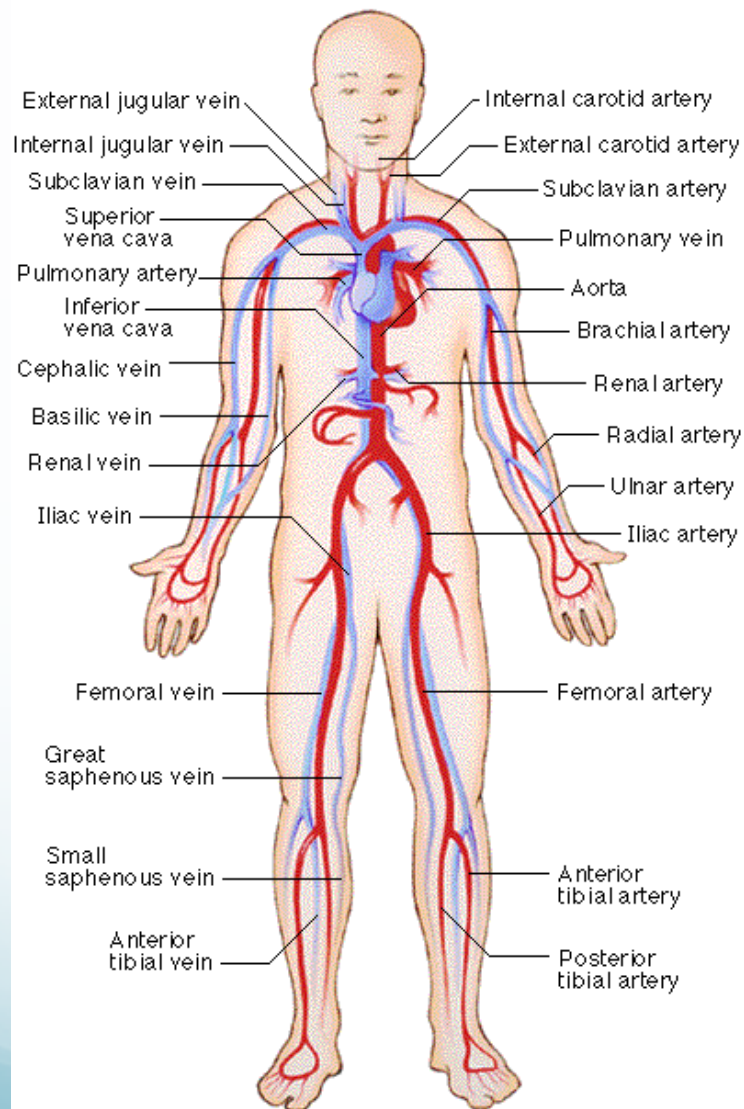
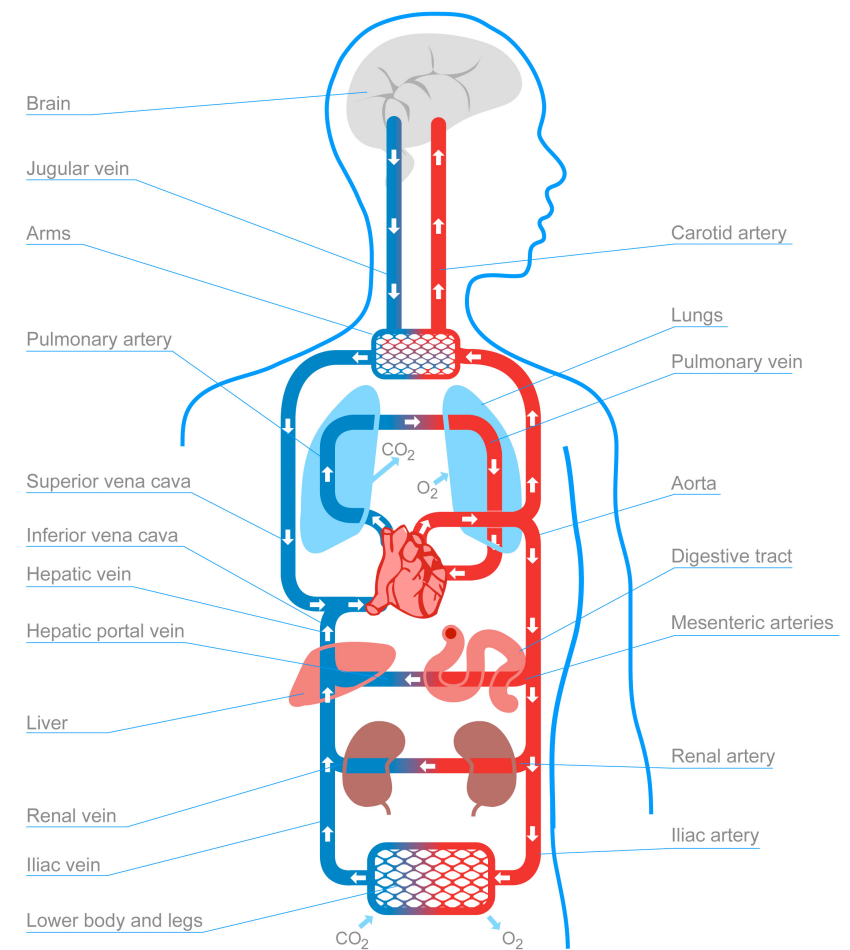


# Transferência de calor entre sangue e tecido

# Um pouco de anatomia



## THE CIRCULATORY SYSTEM



**Table 1.** Typical vessel parameters for the circulation of a 13-kg dog. First four columns from Green (1950), based on Mall (1888). The Reynolds number, entrance and equilibration length computed with  $\rho_b = 10^3 \text{ kg m}^{-3}$ ,  $\mu = 0.0035 \text{ kg m}^{-1} \text{ s}^{-1}$ ,  $c_b = 4 \times 10^3 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$ ,  $Co_{10} = 0.1$ ,  $Nu = 4.01$ ,  $k_b = k_{eff} = 0.6 \text{ WK}^{-1} \text{ m}^{-1}$  and  $b/a = 10$ .

| Vessel type        | Diameter<br>(mm) | Length<br>(cm) | Velocity<br>(cm s <sup>-1</sup> ) | Number            | Reynolds<br>number | Entrance<br>length<br>(cm) | Equilibration<br>length<br>(cm) |
|--------------------|------------------|----------------|-----------------------------------|-------------------|--------------------|----------------------------|---------------------------------|
| Aorta              | 10               | 40             | 50                                | 1                 | 1400               | 830                        | 11 700                          |
| Large arteries     | 3                | 20             | 13                                | $4 \times 10$     | 110                | 20                         | 270                             |
| Main branches      | 1                | 10             | 8                                 | $6 \times 10^2$   | 23                 | 1.3                        | 19                              |
| Secondary branches | 0.6              | 4              | 8                                 | $10^3$            | 14                 | 0.5                        | 6.7                             |
| Tertiary branches  | 0.14             | 1.4            | 3.4                               | $7.6 \times 10^4$ | 1                  | 0.01                       | 0.16                            |
| Terminal branches  | 0.05             | 0.1            | 2                                 | $1 \times 10^6$   | 0.3                | 0.001                      | 0.012                           |
| Terminal arteries  | 0.03             | 0.15           | 0.4                               | $1.3 \times 10^7$ | 0.03               | 0.000 06                   | 0.000 8                         |
| Arterioles         | 0.02             | 0.2            | 0.3                               | $4 \times 10^7$   | 0.02               | 0.000 02                   | 0.000 3                         |
| Capillaries        | 0.008            | 0.1            | 0.07                              | $1.2 \times 10^9$ | 0.002              | 0.000 000 7                | 0.000 01                        |
| Venules            | 0.03             | 0.2            | 0.07                              | $8 \times 10^7$   | 0.006              | 0.000 01                   | 0.000 15                        |
| Terminal branches  | 0.07             | 0.15           | 0.07                              | $1.3 \times 10^7$ | 0.014              | 0.000 06                   | 0.000 8                         |
| Terminal veins     | 0.13             | 0.1            | 0.3                               | $1 \times 10^6$   | 0.11               | 0.000 8                    | 0.012                           |
| Tertiary veins     | 0.28             | 1.4            | 0.8                               | $7.6 \times 10^4$ | 0.6                | 0.01                       | 0.15                            |
| Secondary veins    | 1.5              | 4              | 1.3                               | $1.8 \times 10^3$ | 6                  | 0.5                        | 6.8                             |
| Main veins         | 2.4              | 10             | 1.5                               | $6 \times 10^2$   | 10                 | 1.4                        | 20                              |
| Large veins        | 6                | 20             | 3.6                               | $4 \times 10$     | 60                 | 22                         | 300                             |
| Vena cava          | 12.5             | 40             | 33                                | 1                 | 1200               | 860                        | 12 000                          |

# Um pouco de anatomia

Aorta ( $D = 2.500\mu\text{m}$ )



Vasos que suprem os músculos (300 a  $1.000\mu\text{m}$ )

Principais artérias e veias de suprimento (SAV)



**Dividem-se**

Artérias primárias (P, 100 a  $300\mu\text{m}$ )



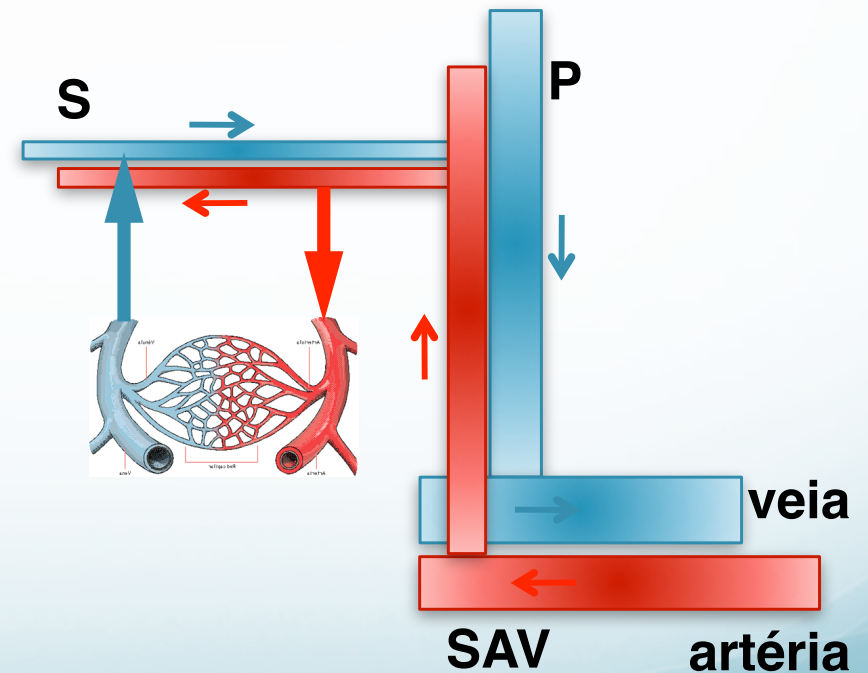
Artérias secundárias (S, 50 a  $100\mu\text{m}$ )



Arteríolas (20 a  $40\mu\text{m}$ )



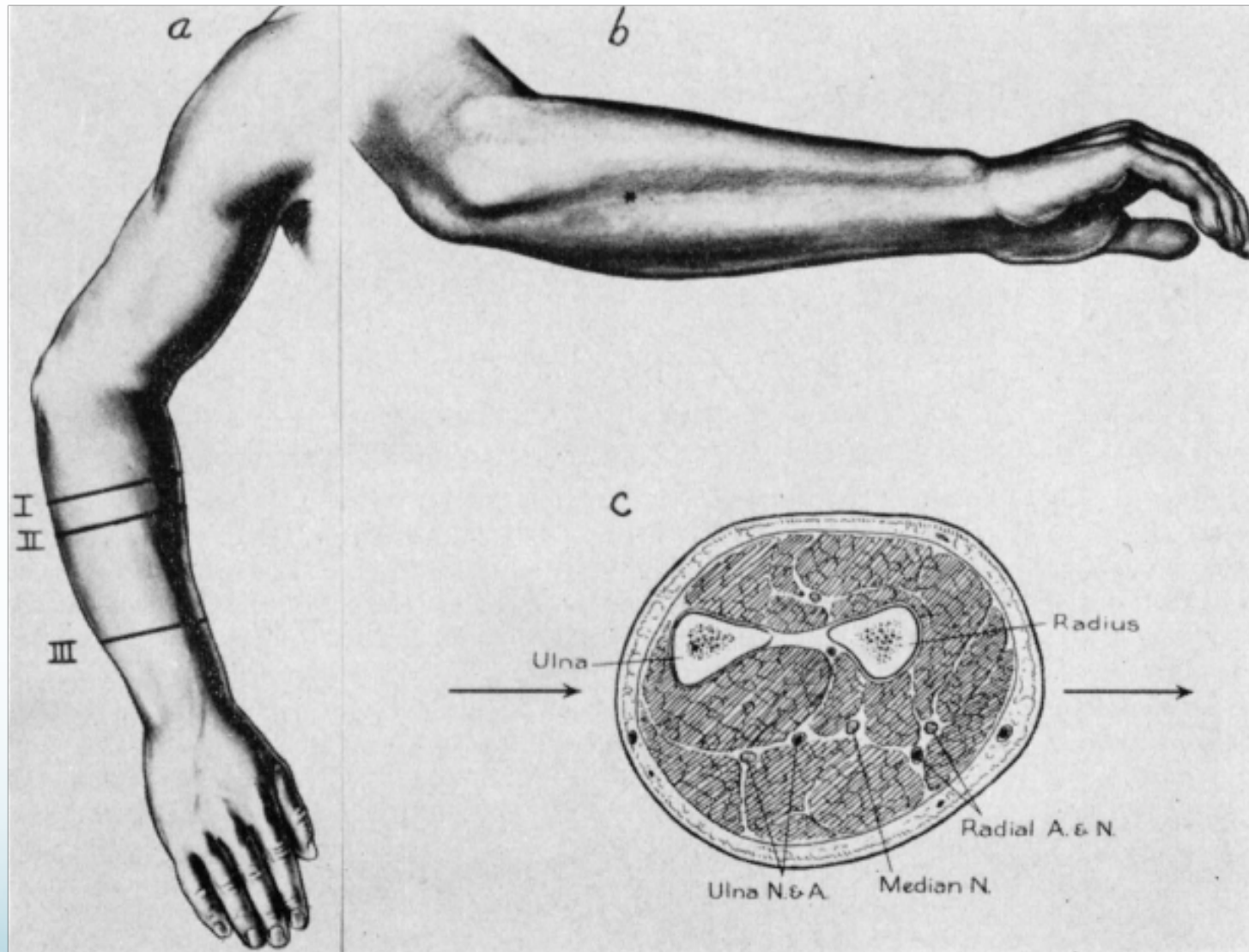
Capilares (5 a  $15\mu\text{m}$ )



# Modelo de Pennes (1948)

- O estudo da transferência de calor entre sangue e tecido começa com a apresentação de um trabalho clássico, publicado em 1948 e desenvolvido pelo médico norte-americano Harry H. Pennes.
- O pesquisador propôs um modelo matemático para determinação do perfil de temperatura no antebraço humano em regime permanente.
- O modelo foi validado comparando seus resultados com medições de temperatura no interior do antebraço, na superfície da pele e do sangue na artéria braquial, feitas pelo próprio pesquisador.
- A equação resultante é conhecida por Equação de Pennes ou, também, Equação do Biocalor .

# Modelo de Pennes (1948)



# Modelo de Pennes (1948)

PENNES (1948) considerou que os gradientes de temperatura são significantes apenas na direção radial. Sua grande contribuição foi sugerir que a taxa de transferência de calor entre sangue e tecido é proporcional à diferença entre a temperatura do sangue e a temperatura local do tecido:

$$\omega_b \rho_b c_b (T_{ar} - T)$$

# Modelo de Pennes (1948)

Cilindro: 
$$k \left( \frac{d^2 T}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dT}{dr} \right) + \omega_b \rho_b c_b (T_{ar} - T) + q''' = 0$$

Condições de contorno: 
$$-k \left. \frac{dT}{dr} \right|_{r=R} = h(T - T_\infty)$$

$$\left. \frac{dT}{dr} \right|_{r=0} = 0$$

# Modelo de Pennes (1948)

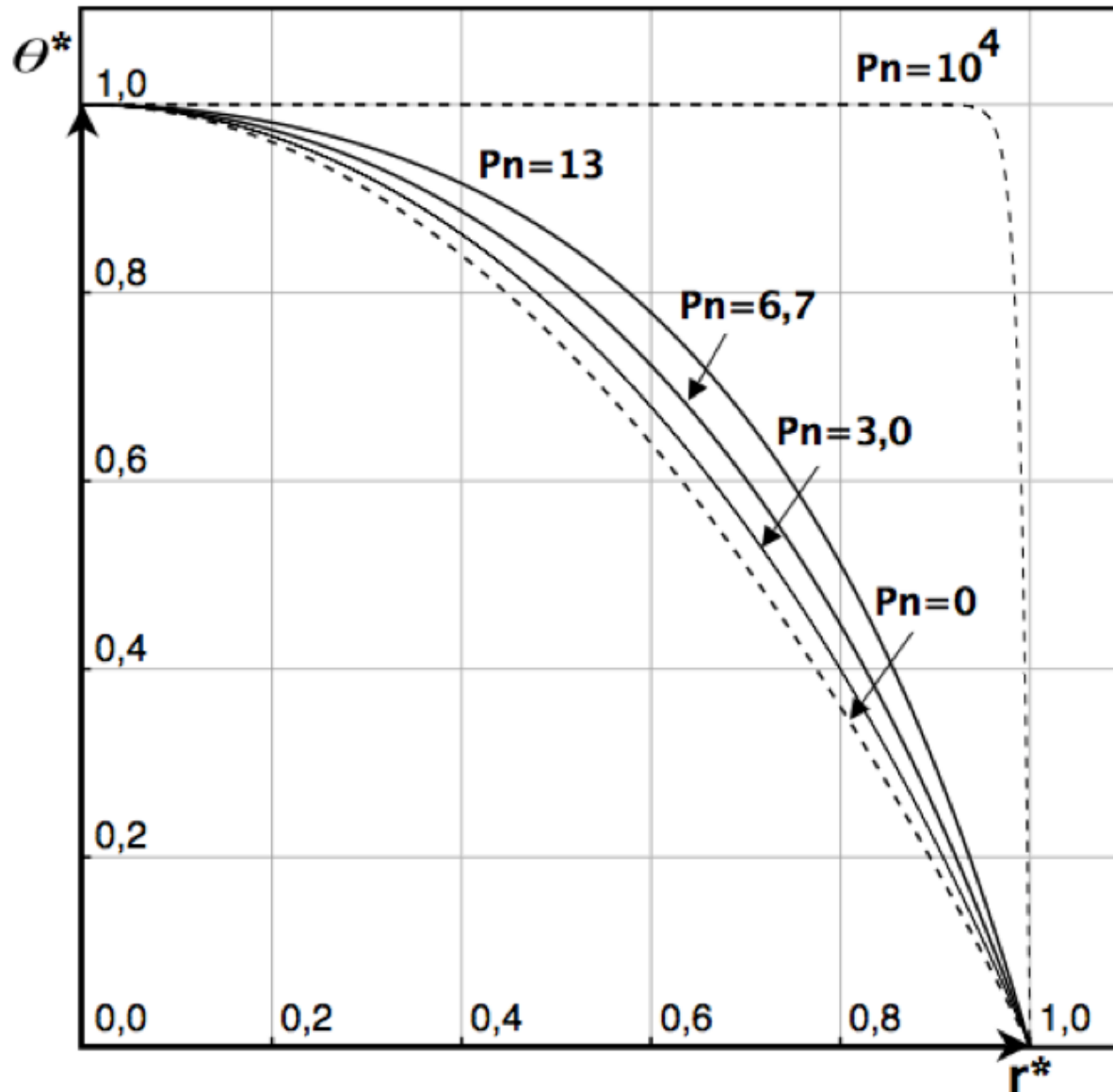
Solução: 
$$\frac{\theta}{\theta_0} = \left[ \frac{c R I_1(c^*) + Bi I_0(c^*) - Bi I_0(c^* r^*)}{c R I_1(c^*) + Bi I_0(c^*) - Bi} \right]$$

Com: 
$$r^* = \frac{r}{R}$$

$$c^* = \sqrt{\frac{\omega_b \rho_b c_b R^2}{k}}$$

$$\theta_0 = \left[ \frac{q'''}{\omega_b \rho_b c_b} + \theta_{ar} \right] \left[ 1 - \frac{Bi}{c R I_1(cR) + Bi I_0(cR)} \right]$$

# Modelo de Pennes (1948)



$$c^* = \sqrt{\frac{\omega_b \rho_b c_b R^2}{k}}$$

# Modelo de Pennes (1948)

## Críticas:

- *Região de equilíbrio* – o equilíbrio térmico ocorre nas pré-arteríolas e nas pós-vênulas (70 a 500 $\mu$ m) e não nos leitos capilares;
- *Perfusão sanguínea* – a direção da perfusão sanguínea é importante para a transferência de calor. A perfusão nos capilares não é isotrópica, pois procede das arteríolas para as veias;
- *Arquitetura vascular* – a geometria vascular não é considerada. Fatores como a transferência de calor com os grandes vasos e transferência de calor contracorrente não são considerados;
- *Temperatura do sangue* – a temperatura do sangue arterial varia continuamente de seu valor no interior do corpo (aorta) a medida que percorre os vasos. A temperatura do sangue arterial não é a interna e a do que deixa o tecido (venosa) não é igual a do tecido. Essa hipótese superestima a transferência de calor.

# Análise de Chen e Holmes

CHEN; HOLMES (1980):

$$\frac{\pi d^2}{4} \rho_{bl} c_{bl} v_{bl} \frac{d\bar{T}_{bl}}{dx} = U(\pi D)(T - T_{ar})$$

**Sendo:**

$d$  – diâmetro interno do vaso;

$v_{bl}$  – velocidade média do sangue no vaso;

$x$  – distância longitudinal na direção do vaso;

$U$  – coeficiente de transferência de calor entre vaso e tecido.

# Análise de Chen e Holmes

Cachorro de 13kg:

|    | Vaso           | % volume vascular | $10^6 \cdot \text{Raio (m)}$ | $L_{eq} \text{ (m)}$ | $L / L_{eq}$ |
|----|----------------|-------------------|------------------------------|----------------------|--------------|
| 1  | Aorta          | 3,30              | 5000                         | 190                  | 0,002        |
| 2  | Grande artéria | 6,59              | 1500                         | 4                    | 0,05         |
| 3  | Ramo arterial  | 5,49              | 500                          | 0,3                  | 0,3          |
| 4  | Ramo terminal  | 0,55              | 300                          | 0,08                 | 0,1          |
| 5  | *              | 1,00              | 175                          | 0,009                | 1            |
| 6  | Arteríola      | 2,75              | 10                           | $5 \times 10^{-6}$   | 400          |
| 7  | Capilar        | 6,59              | 4                            | $2 \times 10^{-7}$   | 6000         |
| 8  | Vênula         | 12,09             | 15                           | $2 \times 10^{-6}$   | 800          |
| 9  | Veia terminal  | 3,30              | 750                          | 0,1                  | 0,1          |
| 10 | Ramo venoso    | 29,67             | 1200                         | 0,3                  | 0,3          |
| 11 | Grande veia    | 24,18             | 3000                         | 5                    | 0,04         |
| 12 | Vena cava      | 5,49              | 6250                         | 190                  | 0,002        |

# Análise de Chen e Holmes

