

Mecânica Quântica — 7600022

Sexta Lista — para treinar para a prova no dia 15/5/2018

1. Para $m = 0$, o harmônico esférico $Y_{\ell m=0}$ é proporcional ao polinômio de Legendre $P_\ell(\cos\theta)$, que é um polinômio de grau ℓ de $\cos\theta$. De posse dessa informação e lembrando que L_\pm comuta com Π , encontre a paridade de todos os $Y_{\ell m}$ ($m = -\ell, \dots, \ell$).
2. Encontre os autovalores e autovetores da matriz

$$M = \begin{pmatrix} -2 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & -2 \end{pmatrix}.$$

3. Considere um átomo de hidrogênio sujeito a um campo elétrico $\vec{E} = E_0 \hat{z}$. Para calcular as correções de energia devidas a esse campo no nível $n = 2$, você precisa diagonalizar uma matriz 8×8 . Tomando por base a paridade de cada estado, identifique aqueles que são necessariamente nulos. Não é necessário calculá-los.
4. O operador que gera translações comuta com o operador Π ? Justifique.
5. O operador que gera rotações comuta com o operador Π ? Justifique.
6. Sabe-se que um estado quântico $|\psi\rangle$ é autoestado do operador Π e do operador P , simultaneamente. O que você pode dizer dos autovalores de Π e de P que correspondem a $|\psi\rangle$? *Sugestão: lembre-se de que os operadores anticomutam.*
7. Uma partícula de spin $1/2$ está preso a um potencial esfericamente simétrico.
 - (a) Escreva a parte que depende do spin e das coordenadas angulares da função de onda do estado $|j = 1/2, m = 1/2, \ell = 0, s = 1/2\rangle$
 - (b) Encontre a parte dependente do spin e das coordenadas angulares de $\vec{S} \cdot \vec{x} |j = 1/2, m = 1/2, \ell = 0, s = 1/2\rangle$, onde \vec{S} é o operador de spin.
 - (c) Mostre que o resultado do item anterior é compatível com o que você sabe das propriedades de transformação de $\vec{S} \cdot \vec{x}$ sob a ação do operador Π .
8. Considere o poço simétrico definido pelo potencial

$$V = \begin{cases} \infty & (|x| > a + b) \\ 0 & (a < |x| < a + b) , \\ V_0 & (|x| < a) \end{cases}$$

onde V_0 é positivo e muito grande. Desenhe esquematicamente os dois estados de energia mais baixa. Explique.

9. Alguém pergunta se é zero a correção de ordem mais baixa na energia do estado fundamental de um oscilador harmônico de frequência ω_0 sob a ação da perturbação

$$W = \lambda x^2 P.$$

Dê sua resposta sob duas perspectivas

- (a) A partir da análise da simetria de inversão dos estados.
- (b) A partir de cálculo, com ajuda dos operadores de criação e destruição.

10. Repita o problema anterior para a perturbação

$$W = \lambda x P.$$