# Mecânica Quântica — 7600022

Quinta Lista — provinha no dia 8/5/2018

1. Seja $\Pi$ o operador paridade. Mostre que qualquer estado $|\psi\rangle$ pode ser escrito como combinação linear de autoestados de $\Pi$. *Sugestão: note que*

$$|\psi\rangle = \frac{(|\psi\rangle + \Pi\psi) + (|\psi\rangle - \Pi\psi)}{2}.$$

2. Demonstre rigorosamente que $\Pi^2 = 1$.*Sugestão: escreva um estado $|\psi\rangle$ qualquer como combinação linear de autoestados de $\Pi$, e calcule $\Pi^2|\psi\rangle$.*

3. Mostre que se $|\phi\rangle$ é autovetor par de $\Pi$, então $P|\phi\rangle$ é autovetor ímpar.

4. Mostre que se $|\phi\rangle$ é autovetor ímpar de $\Pi$, então $XP|\phi\rangle$ também é autoestado ímpar.

5. Escreva $e^{\alpha\Pi}$ como forma linear em $\Pi$. *Sugestão: expanda em série de potências.*

6. Sabemos que $[\Pi, \vec{L}] = 0$. Podemos garantir que os autoestados de $L^2$ e $L_z$ têm paridade bem definida? Justifique.

7. Sabemos que $[\Pi, \vec{L}] = 0$. Podemos garantir que os autoestados de $\Pi$ (em três dimensões) têm momento angular bem definido? Justifique.

8. Para condições de contorno periódicas, a matriz $\sigma_x$ é invariante por translação de seus índices (índice $1 \to 2$ e índice $2 \to 1$). Empregue o procedimento descrito em classe para achar seus autovalores e autovetores.

9. Encontre os autovalores e autovetors da matriz

$$M = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

   *Sugestão: procure autovetores da forma*

$$\begin{bmatrix} 1 \\ e^{ik} \\ e^{2ik} \\ e^{3ik} \end{bmatrix},$$

   onde os reais $k$ são determinados pela condição de contorno periódica que a matriz obedece.

10. Empregue argumentos de simetria para encontrar as condições que os inteiros $m$ e $n$ devem satisfazer para que $\langle m|P|n\rangle$ seja diferente de zero, onde $|m\rangle$ e $|n\rangle$ são o $m$-ésimo e o $n$-ésimo autoestados do Hamiltoniano do oscilador harmônico. Calcule explicitamente o elemento de matriz, com ajuda dos operadores de criação e destruição, para conferir.