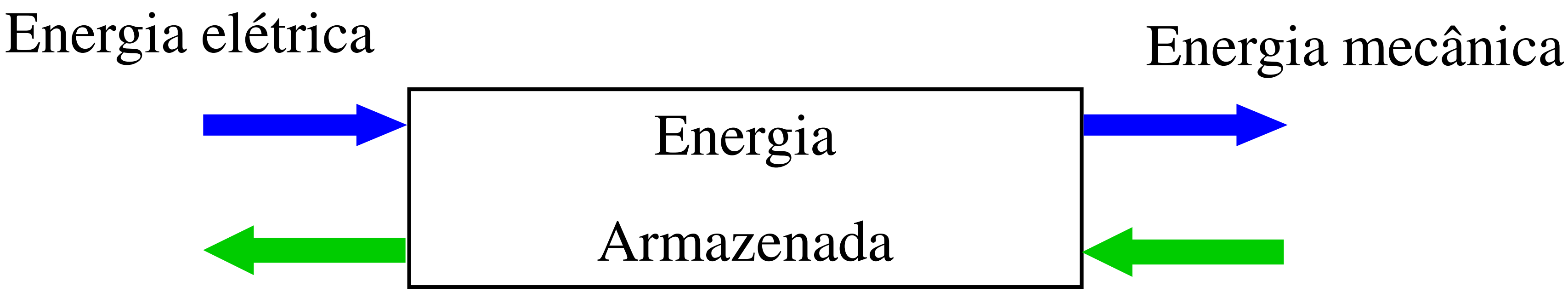
SEL 404 – ELETRICIDADE II

Aula 11

Aula de Hoje

- Princípios de conversão eletromecânica de energia
- Processo de conversão de energia
- Forças em sistemas de campo magnético
- Energia e co-energia

Princípios de Conversão Eletromecânica de Energia



Dispositivo de conversão
eletromecânica de energia

Os dispositivos de conversão eletromecânica podem ser baseados em:

- Campo magnético
- Campo elétrico

Princípios de Conversão Eletromecânica de Energia

Exemplos de transdutores eletromecânicos:

- Motores e geradores
- Microfones
- Instrumentos de medição analógicos
- Alto-falantes
- Aplicações de materiais piezoelétricos
- etc

Princípios de Conversão Eletromecânica de Energia

Mas, anteriormente vimos que:

A capacidade de um dispositivo magnético de armazenar energia é 10.000 vezes maior do que a de um dispositivo de campo elétrico de mesmo volume

Logo,

Na prática, a conversão eletromecânica de energia é realizada com dispositivos baseados em campo magnético

Princípios de Conversão Eletromecânica de Energia

Para analisarmos as relações de força e conjugado (torque) que aparecem nos processos de conversão eletromecânica de energia, será empregado um método baseado no **Princípio da Conservação da Energia (1a Lei da Termodinâmica):**

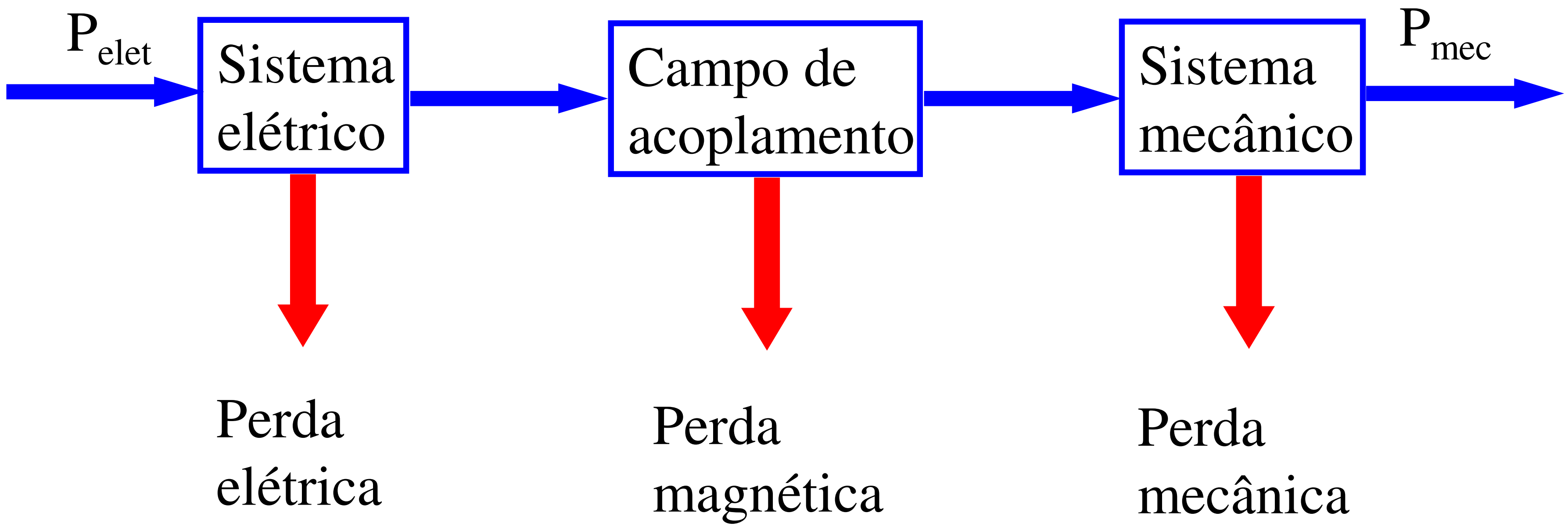
Energia Elétrica = **Energia Mecânica** + **Aumento da energia no campo magnético** + **Energia convertida em calor**

Energia convertida em calor (perdas nos sistemas):

•Potência dissipada nas resistências dos enrolamentos e no núcleo do material ferromagnético

•Atrito e ventilação nas partes móveis

Assim:


P_{elet}
Sistema elétrico
Campo de acoplamento
Sistema mecânico
P_{mec}
Perda elétrica
Perda magnética
Perda mecânica

Equação do Balanço de Energia

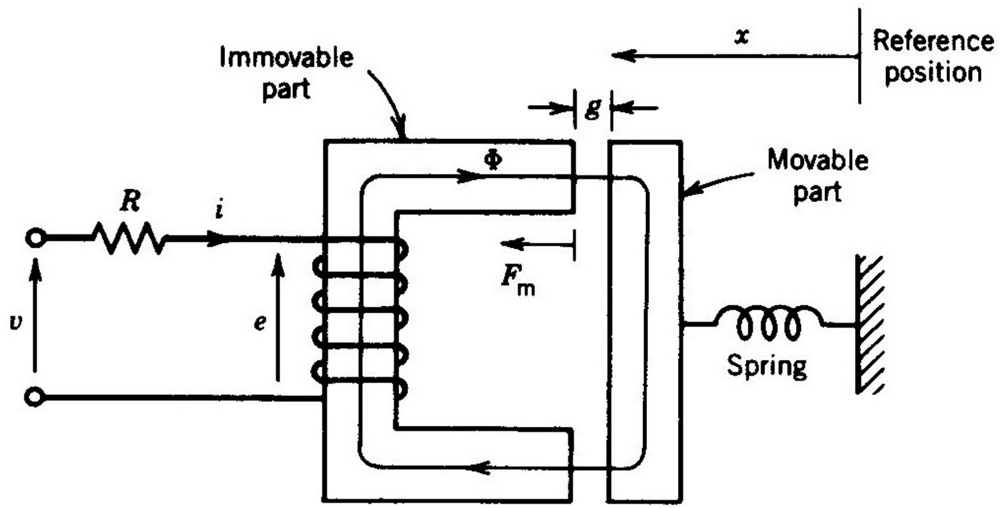
$$\begin{pmatrix}\text{Energia elétrica fornecida} \\ \text{- Perda elétrica}\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}\text{Energia mecânica de saída} \\ + \text{atrito} + \text{ventilação}\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}\text{Aumento da energia armazenada no} \\ \text{campo magnético} + \text{Perdas no núcleo}\end{pmatrix}$$

Considerando um intervalo de tempo incremental dt, no qual uma quantidade de energia elétrica incremental dW_e flui pelo sistema, e desprezando todas as perdas, tem-se:

$$dW_e = dW_{mec} + dW_{campo}$$

Ou seja, parte da energia é armazenada no campo e parte é convertida em energia mecânica

Dispositivos Eletromecânicos com Excitação Única



<u>Situação 1</u>: Admitir a parte móvel bloqueada, $dW_{mec} = 0$, resulta

$$dW_e = dW_{campo}$$

Toda a energia fornecida é armazenada no campo magnético, estabelecendo um fluxo magnético e, portanto, uma tensão induzida:

$$e = \frac{d\lambda}{dt}$$

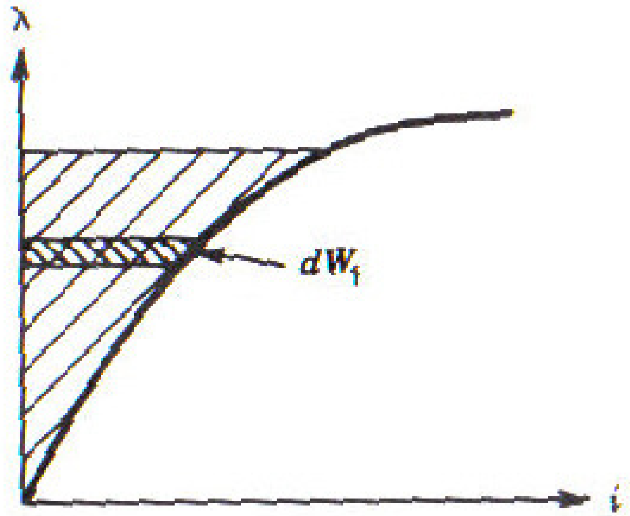
a energia elétrica adicional pode ser dada por: $dW_e = dW_{campo} = e\,idt = \frac{d\lambda}{dt} idt = i d\lambda$

Dispositivos Eletromecânicos com Excitação Única

Logo:

$$W_{campo} = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} i d\lambda$$

a energia armazenada no campo magnético é dada pela área sobre a curva $\lambda - i$:



Considerando a parte móvel bloqueada, toda a energia elétrica incremental fornecida pela fonte será armazenada no campo magnético (desprezando as perdas)

Dispositivos Eletromecânicos com Excitação Única

<u>Situação 2</u>: Admitir que a fonte fornece uma quantidade constante de energia, ou seja, $dW_e=0$, e desprezando as perdas, resulta:

$$-dW_{campo} = dW_{mec}$$

Toda a energia mecânica incremental exigida é fornecida através do campo magnético.

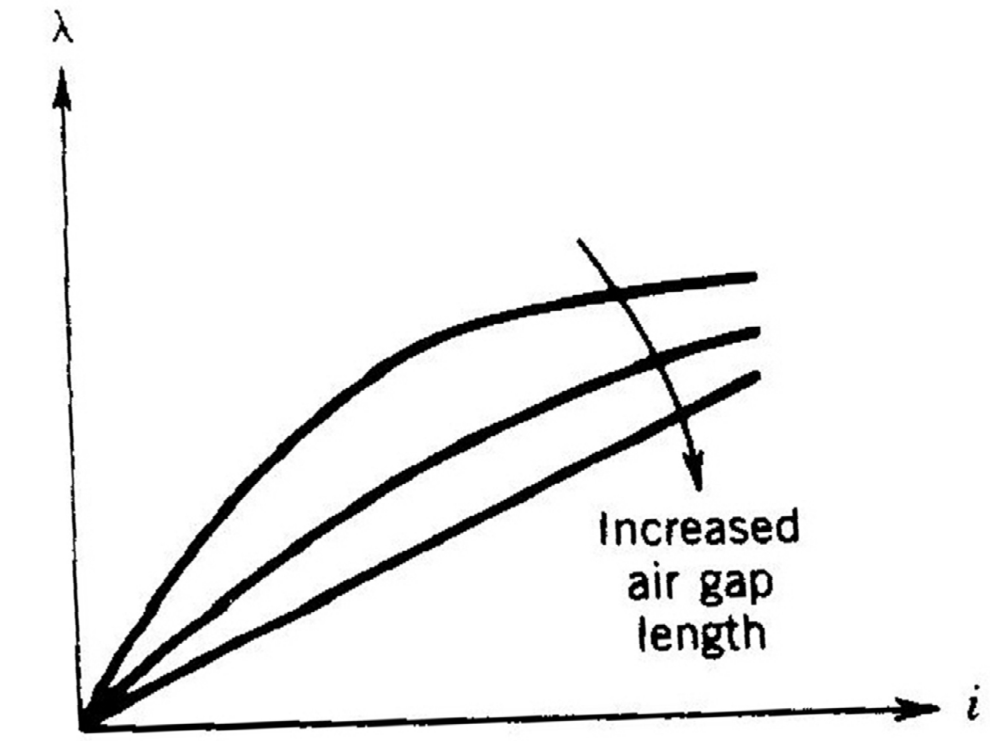
A análise dos casos 1 e 2 mostra que a energia mecânica demandada é retirada da energia armazenada no campo magnético, que por sua vez retira energia da fonte elétrica.

Conclusão:

A conversão de energia da forma elétrica
para mecânica, ou vice-versa, se dá usando
o campo magnético como agente intermediário

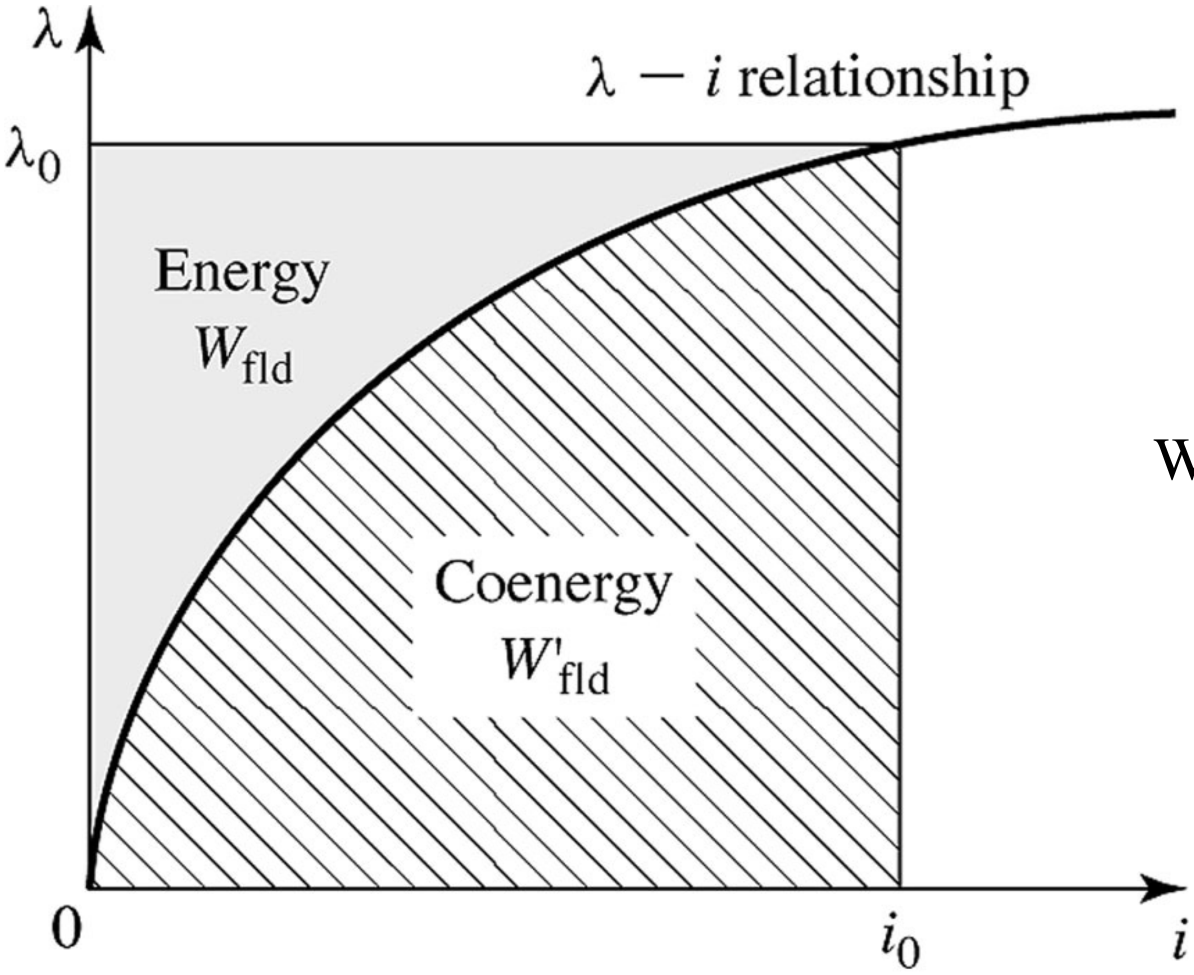
Energia e Co-Energia

A característica λ–i de um dispositivo eletromagnético depende do entreferro. Quanto maior o entreferro mais linear é a característica λ–i, uma vez que a permeabilidade do ar é constante.



Energia e Co-Energia

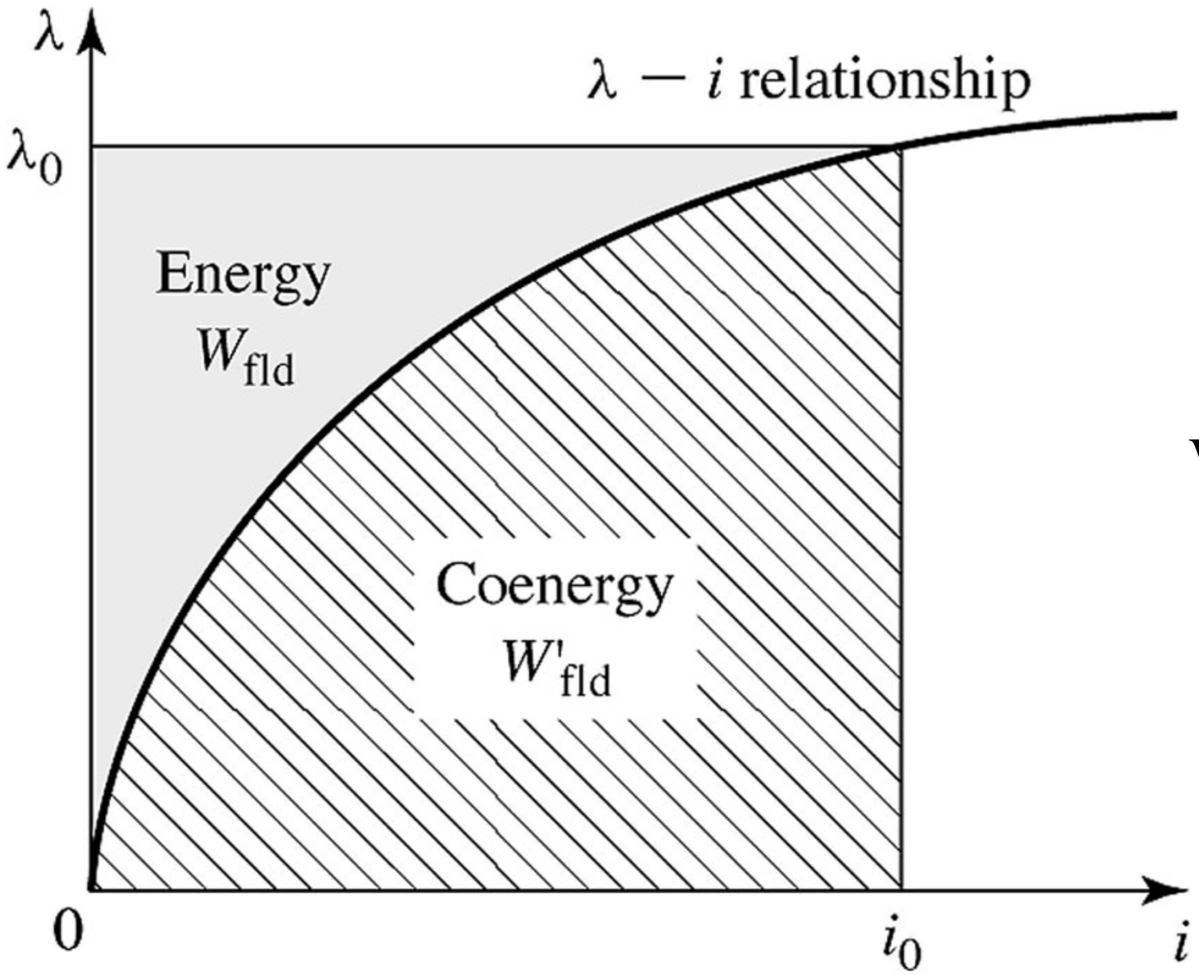
Para um dado comprimento do entreferro, a energia armazenada no campo magnético é representada pela área entre o eixo λ e a característica λ–i,



$$W_{campo} = \int_0^{\lambda_o} i\,d\lambda$$

Energia e Co-Energia

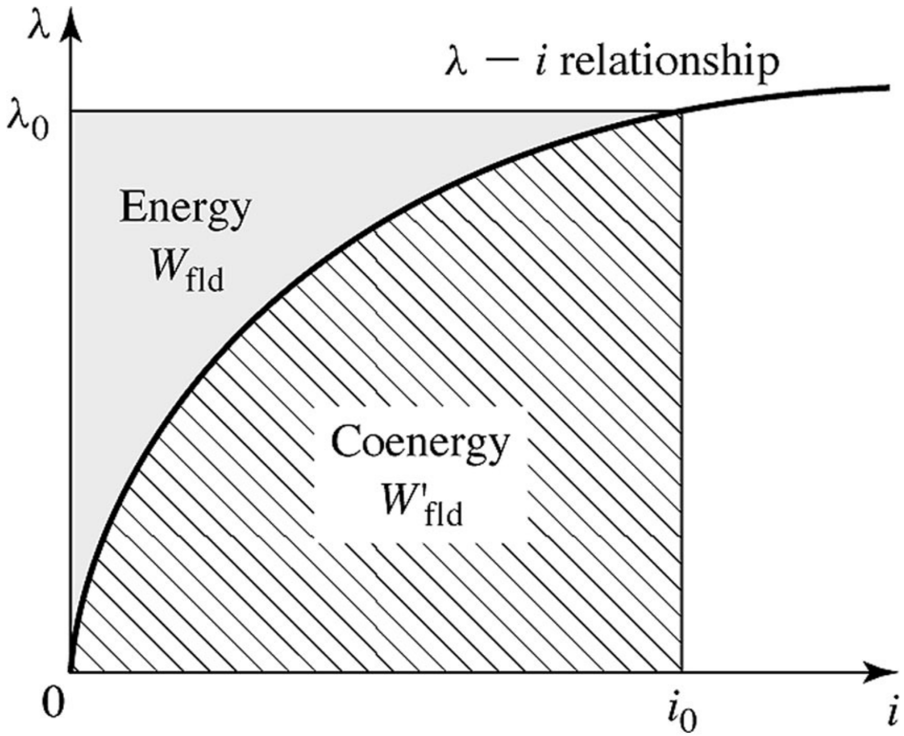
A área entre o eixo *i* e a curva λ–i é definida como co-energia, e pode ser obtida por:



$$W'_{campo} = \int_0^{i_o} \lambda di$$

Energia e Co-Energia

Esta quantidade não tem significado físico, mas é útil na obtenção das expressões da força ou torque desenvolvido por um sistema eletromagnético.

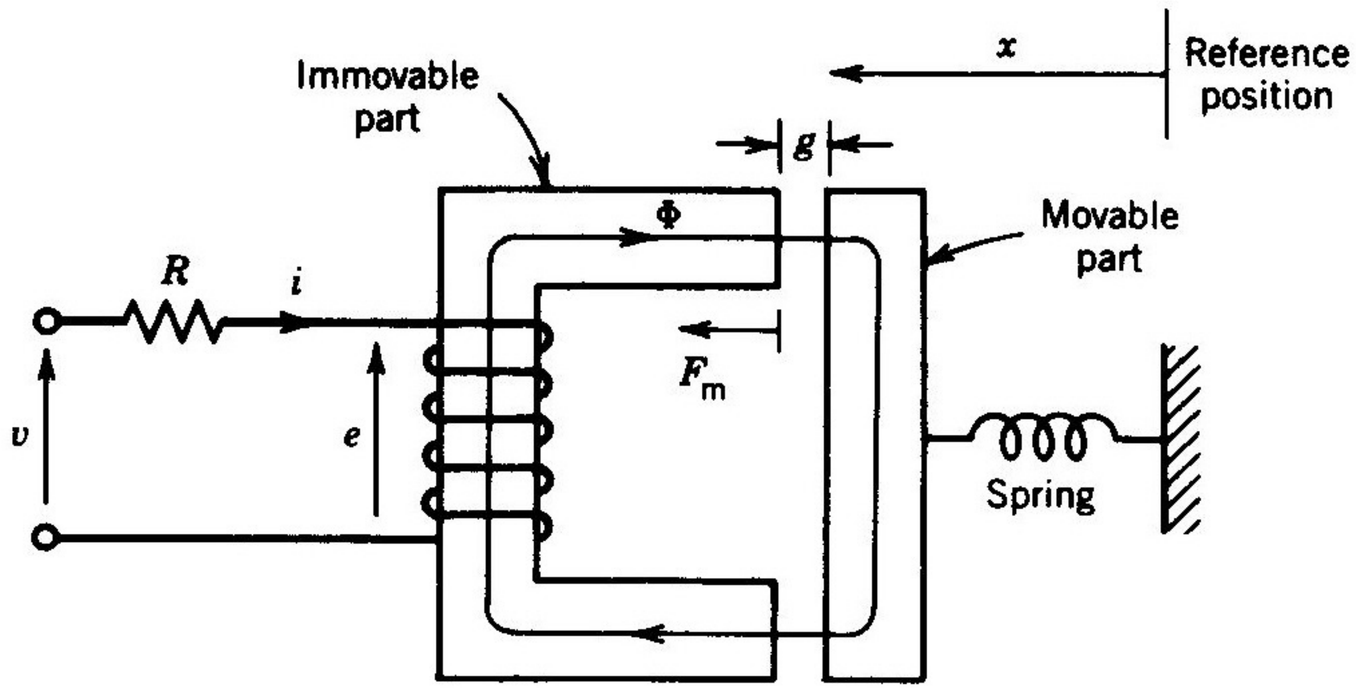


Tem-se então, que:

$$W_{campo} + W'_{campo} = \lambda_o i_o$$

Se $W_{campo} = W'_{campo}$ o sistema é linear, ou seja, é regido pelo entreferro.

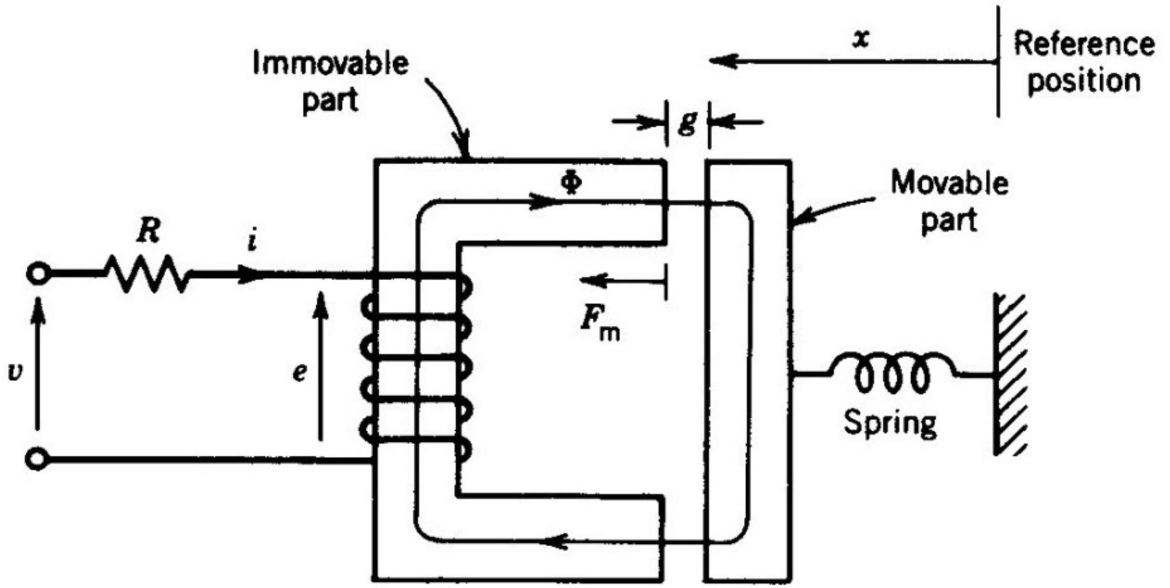
Força Magnética



- Considere que a parte móvel desloca-se da uma posição inicial ($x=x_1$) para outra posição ($x=x_2$) de forma que o entreferro na posição x_2 seja menor do que em x_1;

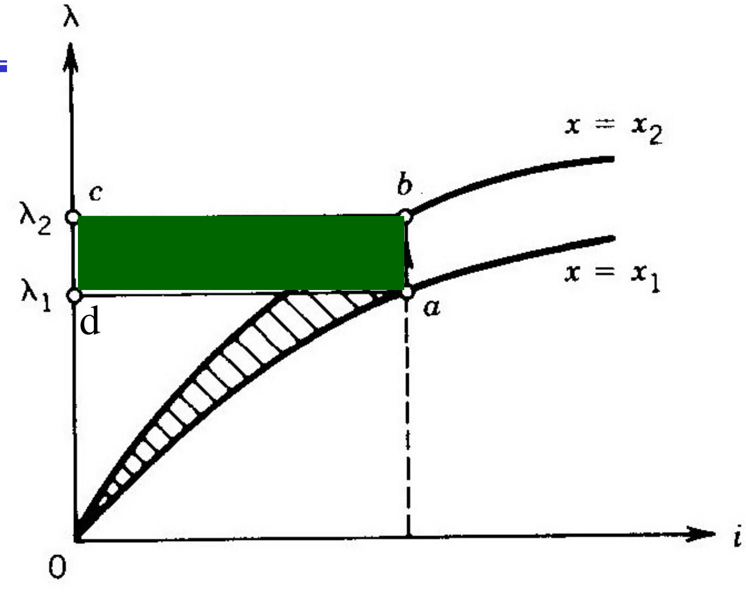
Força Magnética

Caso 1: Corrente Constante



Força Magnética

Neste caso o ponto de equilíbrio é **b**

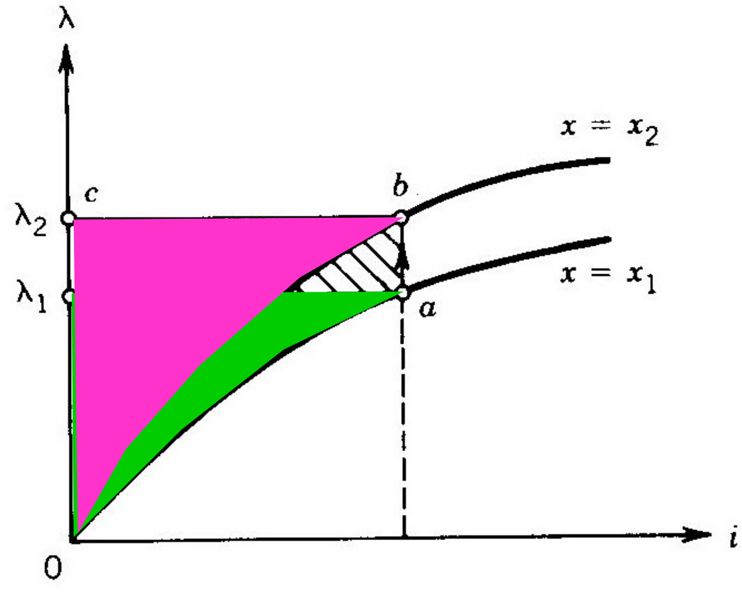


(a)

$$dW_e = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} i\,d\lambda = i(\lambda_2 - \lambda_1) = \acute{A}rea\ \text{abcd}$$

- Energia armazenada inicial = Área Oad
- Energia armazenada final = Área Obc

→ variação da energia armazenada é:



(a)

$$dW_{campo} = \text{Área Obc - Área Oad}$$

Força Magnética

Assim, a variação da energia mecânica é:

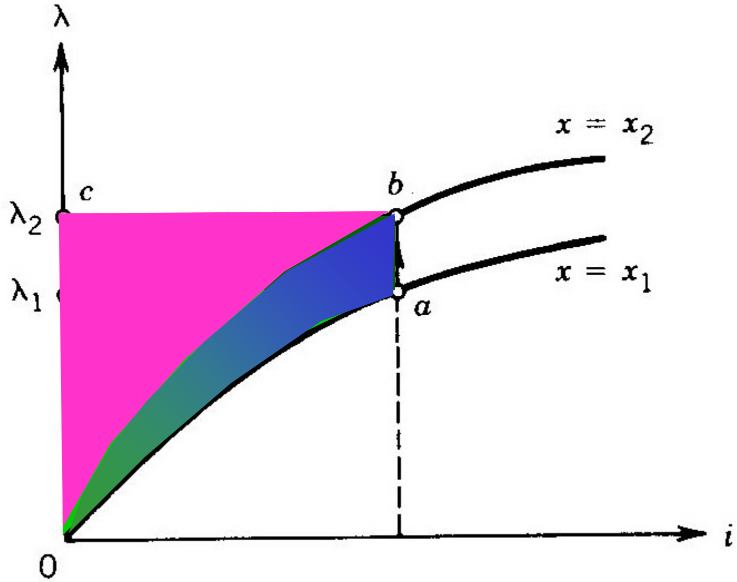
$$dW_{mec} = dW_e - dW_{campo}$$

$$dW_{mec} = \text{Área abcd} + \text{Área Oad} - \text{Área Obc}$$

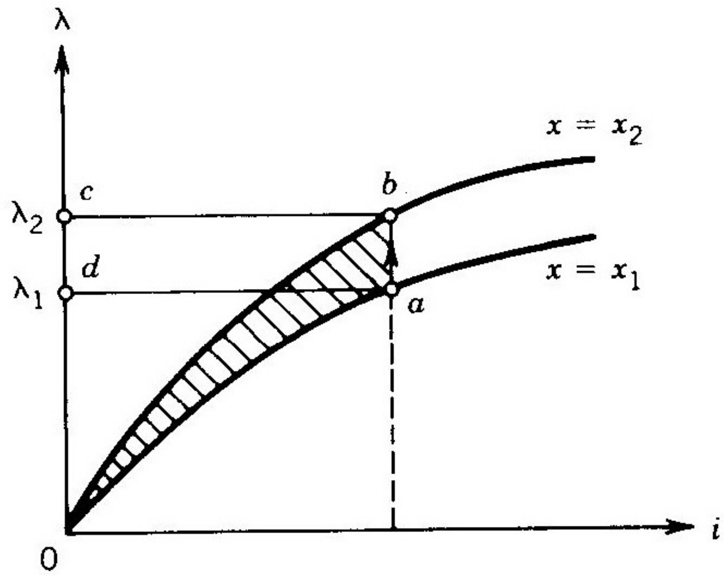
$$= \text{Área Oab}$$

- Considerando que o movimento ocorre sob condições de corrente constante, o trabalho mecânico realizado é representado pela área Oab, e equivale a um aumento na co-energia

$$dW_{mec} = dW'_{campo}$$



(a)

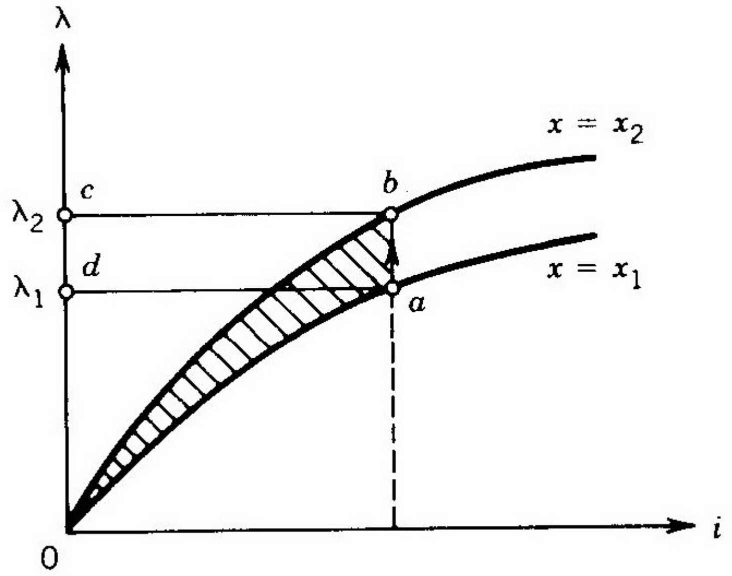


(a)

Força Magnética

Assim, a variação da co-energia é que produz a força mecânica causadora do movimento

$$f_m dx = dW_{mec} = dW'_{campo}$$



(a)

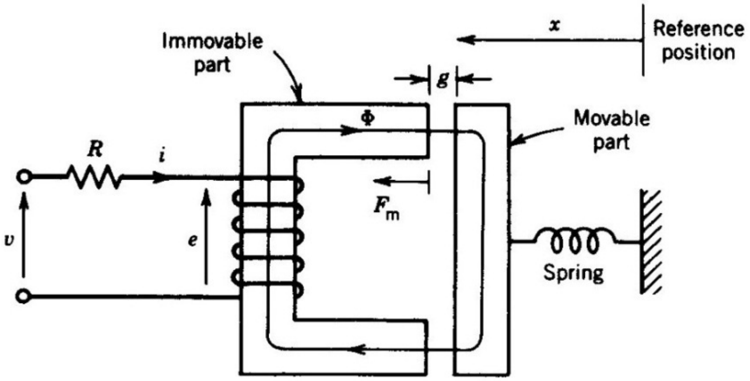
daí:

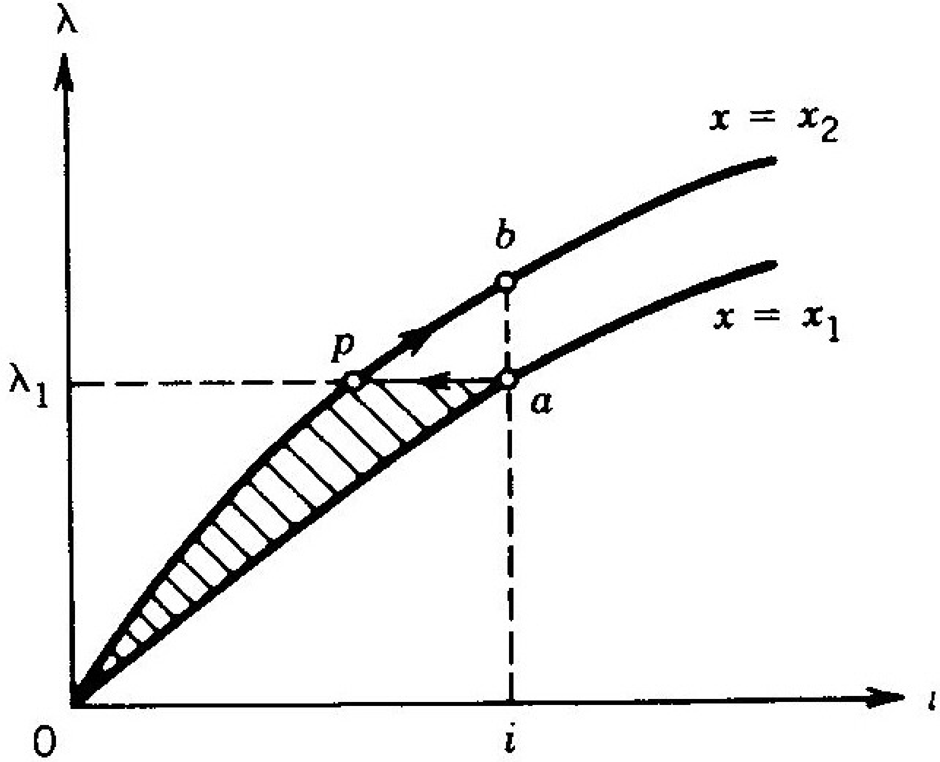
$$f_m = \frac{dW'_{campo}}{dx}\Big|_{i=constante}$$

- Através da variação da co-energia pode-se determinar a força mecânica responsável pelo pelo trabalho realizado no deslocamento da parte móvel.

Caso 2: Fluxo Magnético Constante

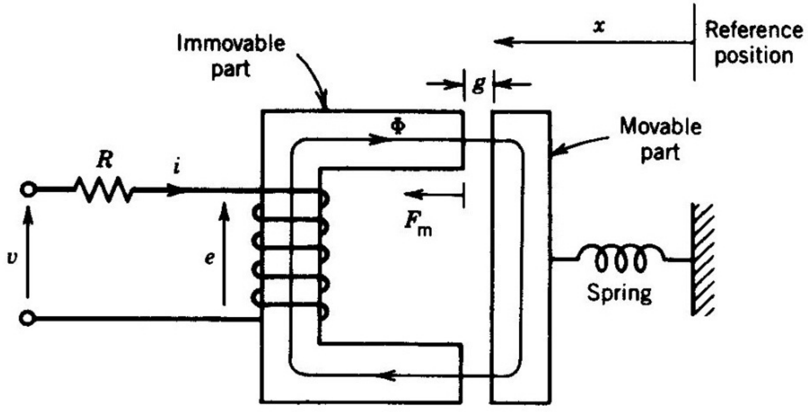
Neste caso o novo ponto de equilíbrio será em **p**





Força Magnética

Como o fluxo é constante, a energia elétrica fornecida não varia:

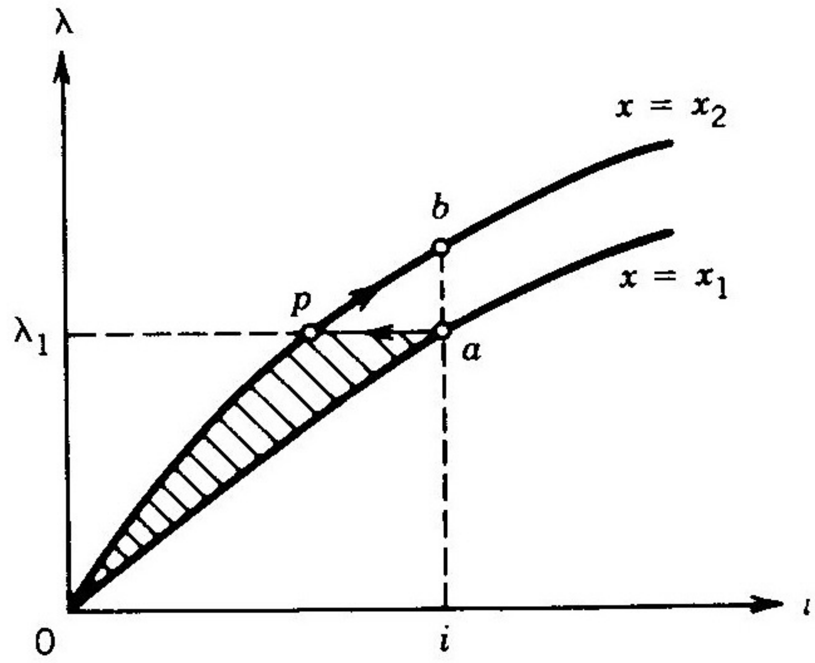


$$dW_e = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} i\,d\lambda = 0$$

E assim:

$$dW_e = dW_{mec} + dW_{campo} = 0$$

$$dW_{mec} = -dW_{campo}$$

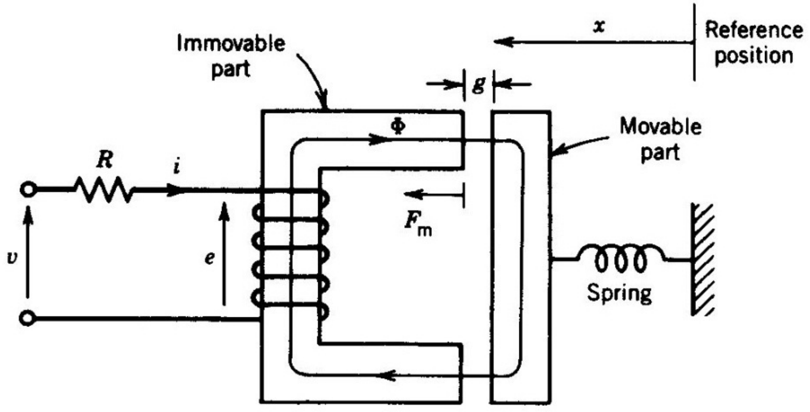


- A energia mecânica necessária para produzir a força é totalmente retirada do campo magnético

Força Magnética

A força mecânica é dada por:

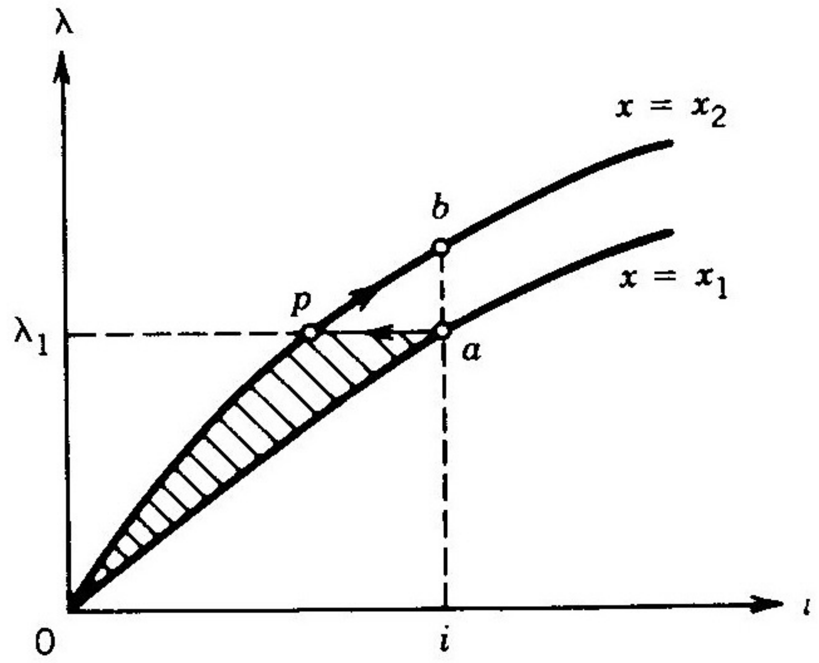
$$f_m dx = dW_{mec} = -dW_{campo}$$



E assim:

$$f_m = -\frac{dW_{campo}}{dx}\Big|_{\lambda=\text{constante}}$$

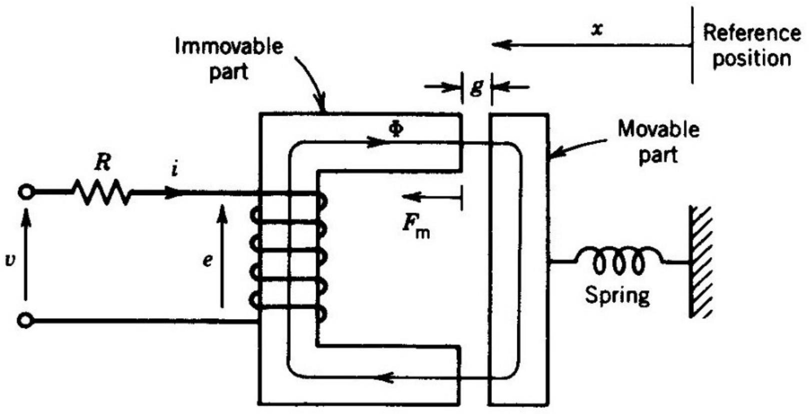
- O deslocamento da parte móvel ocorre graças à diminuição da energia armazenada no campo magnético



Força Magnética

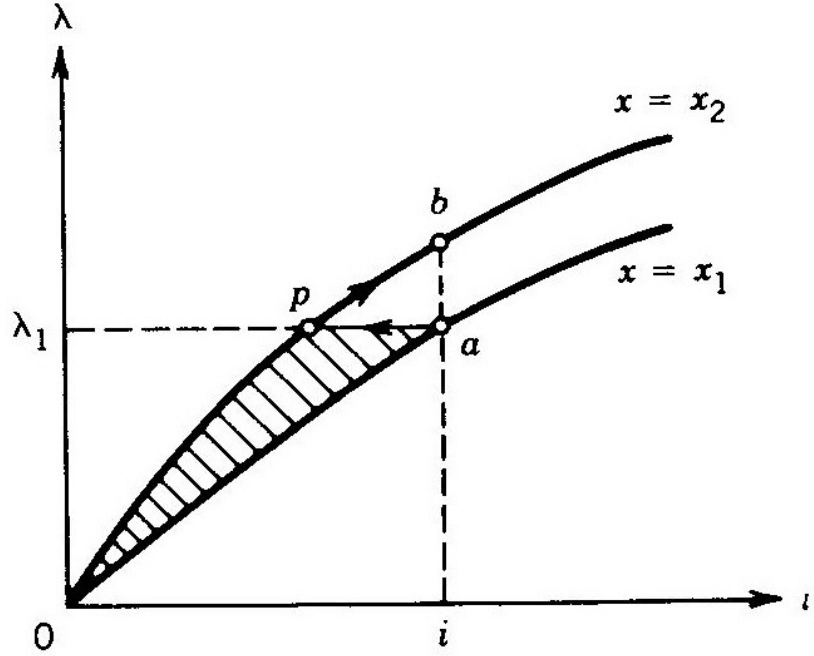
A variação da energia mecânica é dada por:

$$dW_{mec} = \text{Área Oap}$$



- Quando o deslocamento dx é suficientemente pequeno, as áreas Oap e Oab são aproximadamente iguais. Assim, a força pode ser calculada tanto em função do aumento incremental da co-energia, quanto através da diminuição incremental da energia.

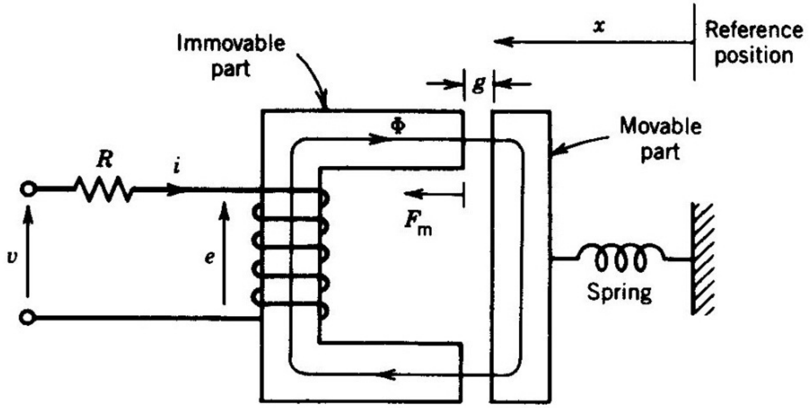
$$f_m = \frac{dW'_{campo}}{dx}\Big|_{i=\text{constante}}$$



Exemplo

Dada a relação λ-i por:

$$i = \left(\frac{\lambda g}{0{,}09}\right)^2 \qquad\qquad \lambda = \frac{0{,}09 i^{1/2}}{g}$$



Válida para 0 < i < 4 A; e 3 < g < 10 cm

1. Para corrente de 3A e entreferro de 5cm encontre a força mecânica sobre a parte móvel, usando a energia e a co-energia do campo.

A co-energia é:

$$W'_{campo} = \int_0^i \lambda di = \int_0^i \frac{0{,}09 i^{1/2}}{g} di = \frac{0{,}09}{g}\frac{2}{3} i^{3/2} \text{ J}$$

Exemplo

A força é dada por:

$$f_m = \frac{\mathrm{dW}'_{\mathrm{campo}}}{\mathrm{dg}}\Big|_{i=cte} = \frac{d}{dg}\left(\frac{0{,}09}{g}\frac{2}{3}i^{3/2}\right) = -\,0{,}09\frac{2}{3}\mathrm{i}^{3/2}\mathrm{g}^{-2}\ \mathrm{N}$$

Daí:

$$f_m = -124{,}7\ \mathrm{N}$$

Obs: O sinal negativo indica que a força age de maneira a diminuir o entreferro

Exemplo

A energia é:

$$W_{campo} = \int_0^{\lambda} i d\lambda = \int_0^{\lambda} \left(\frac{\lambda g}{0{,}09} \right)^2 d\lambda = \frac{g^2}{0{,}09^2} \frac{\lambda^3}{3} \text{ J}$$

A força é dada por:

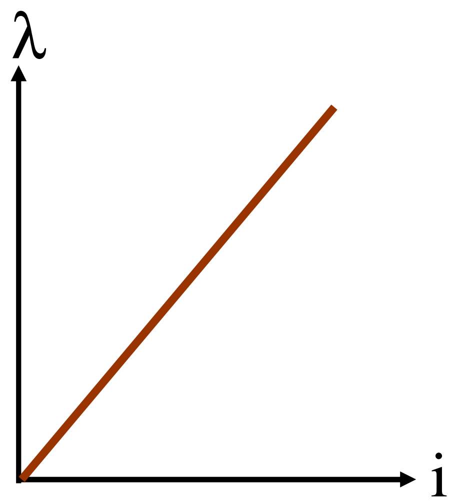
$$f_m = -\frac{dW_{campo}}{dg} |_{\lambda = cte} = -\frac{d}{dg} \left(\frac{g^2}{0{,}09^2} \frac{\lambda^3}{3} \right) = -\frac{2g}{0{,}09^2} \frac{\lambda^3}{3} \text{ N}$$

$$\boxed{f_m = -124{,}7 \text{ N}}$$

Obs: As forças obtidas a partir da energia e da co-energia são iguais.

Sistema Eletromagnético Linear

- Se a relutância do núcleo for desprezível comparada com a relutância do entreferro, a relação λ-i torna-se linear.



Com isso: $\lambda = L(x) \cdot i$

- L(x) é a indutância do enrolamento e depende do comprimento do entreferro.

$$L = \frac{N^2}{\mathcal{R}_g}$$

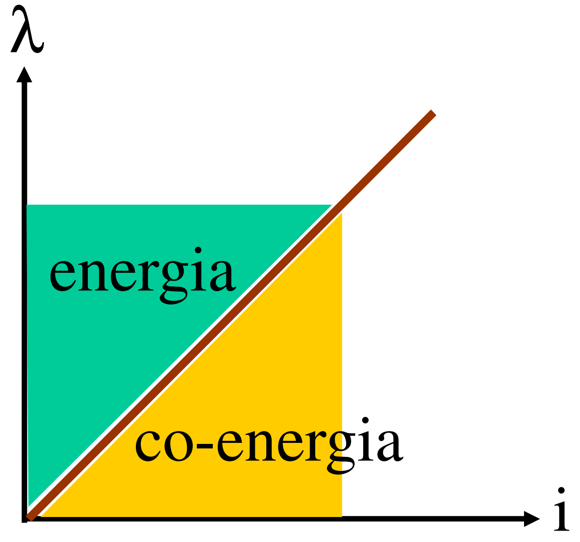
Sistema Eletromagnético Linear

- A energia armazenada no campo é:

$$W_{campo} = \int_0^{\lambda} i d\lambda = \int_0^{\lambda} \frac{\lambda}{L(x)} d\lambda = \frac{\lambda^2}{2L(x)}$$

$$W_{campo} = \frac{(L(x)i)^2}{2L(x)} = \frac{1}{2} L(x) i^2 = W'_{campo}$$

- Em um sistema linear a energia e a co-energia são iguais.



Sistema Eletromagnético Linear

- A força mecânica sobre a parte móvel é:

$$\text{Co-Energia}: f_m = \frac{\partial W'_{campo}}{\partial x}\bigg|_{i=cte} = \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{1}{2}L(x)i^2\right)\bigg|_{i=cte} = \frac{1}{2}i^2\frac{dL(x)}{dx}$$

$$\text{Energia}: f_m = -\frac{\partial W_{campo}}{\partial x}\bigg|_{\lambda=cte} = -\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\lambda^2}{2L(x)}\right)\bigg|_{\lambda=cte} = -\frac{\lambda^2}{2}\frac{d}{dx}\left(\frac{1}{L(x)}\right)$$

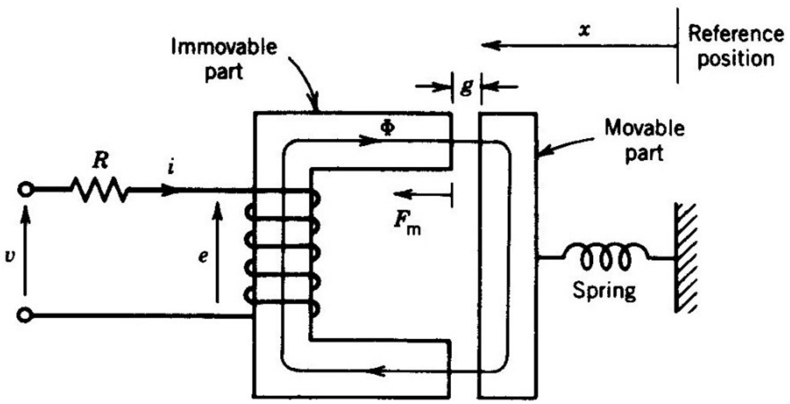
- Em um sistema linear as forças obtidas pelos métodos da energia e da co-energia são iguais.

$$Energia: f_m = -\frac{\lambda^2}{2}\frac{d}{dx}\left(\frac{1}{L(x)}\right) = -\frac{\lambda^2}{2}(-L(x)^{-2})\frac{dL(x)}{dx}$$

$$f_m = \frac{\lambda^2}{2L(x)^2}\frac{dL(x)}{dx} = \frac{1}{2}i^2\frac{dL(x)}{dx} \equiv Co\text{-}Energia$$

Sistema Eletromagnético Linear

Sabemos que:



$$L = \frac{N^2}{\mathcal{R}_g} \quad \text{e} \quad \mathcal{R}_g = \frac{2g}{\mu_o A}$$

Daí:

$$L(g) = \frac{N^2}{\dfrac{2g}{\mu_o A}} = \frac{\mu_o A N^2}{2g}$$

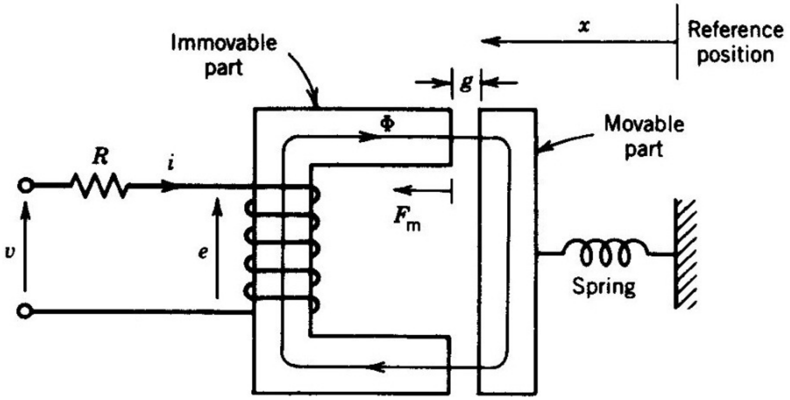
e:

$$\frac{dL(g)}{dg} = -\frac{\mu_o A N^2}{2g^2}$$

Sistema Eletromagnético Linear

A força mecânica sobre a parte móvel é:

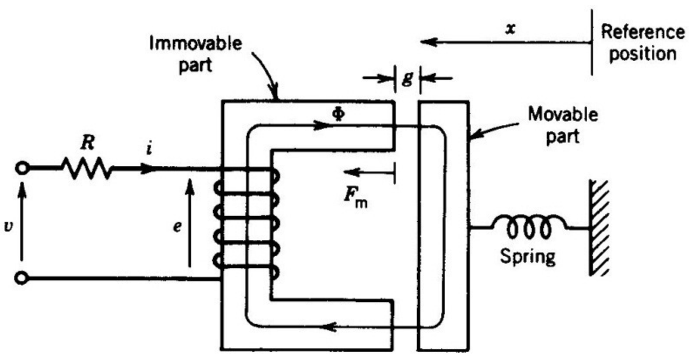
$$f_m = \frac{1}{2} i^2 \frac{\mathrm{dL(g)}}{dg} = -\frac{1}{4} \mu_o A N^2 \frac{i^2}{g^2}$$



- Quanto maior a corrente maior a força;
- Quanto menor o entreferro maior a força;
- O sistema mecânico pode ser projetado de tal forma a bloquear um determinado valor de corrente ($I_{max} \rightarrow F_{max}$ para a qual o circuito é aberto);
- O sinal negativo indica que a força age de maneira a diminuir o entreferro;

Sistema Eletromagnético Linear

- A força também pode ser calculada em termos de medidas magnéticas:



Da lei de Ampere e desprezando a relutância do núcleo, tem-se:

$$Ni = \cancel{H_c l_c} + H_g 2g = \frac{B_g}{\mu_o} 2g$$

$$B_g = \frac{\mu_o Ni}{2g}$$

A energia armazenada no entreferro é:

$$W_{arm,g} = w_{arm,g} * Vol_g = W_{arm,total}$$

$$W_{arm,g} = \frac{B_g^2}{2\mu_o} * A * 2g$$

Sistema Eletromagnético Linear

A força é dada por:

$$f_m = -\frac{dW_{arm}}{dg} = -\frac{B_g^2}{\mu_o} * A$$

A área total do entreferro é 2A, daí a força pode ser expressa por:

$$\boxed{f_m = -\frac{dW_{arm}}{dg} = -\frac{B_g^2}{2\mu_o} * 2A \ \text{[N]}}$$

Dividindo a força pela área total, resulta: $$F_m = -\frac{B_g^2}{2\mu_o} \ [\text{N/m}^2]$$

Que é definida como a **pressão magnética** sobre a parte móvel do dispositivo eletromecânico.

Exemplo

Para o sistema ao lado:

N=300 espiras

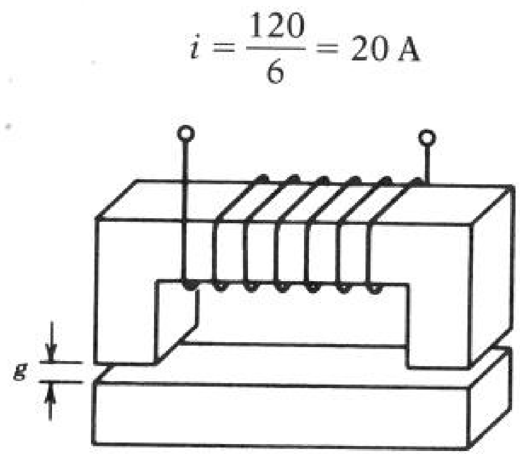
R=6 Ω; V=120 Volts DC

A_g=6cm*6cm; g= 5mm,

Desprezando a relutância do núcleo, calcule:

a) A energia armazenada no entreferro;

b) A força sobre a parte móvel;



$$V = Ri + e$$

$$\mathrm{e} = \frac{\mathrm{d}\lambda}{\mathrm{dt}} = 0 \ \text{ para } \mathrm{V_{DC}}$$

$$i = \frac{V}{R} = 120/6 = 20A$$

$$Ni = H_c l_c + H_g 2g = \frac{B_g}{\mu_o} 2g$$

$$B_g = \frac{\mu_o Ni}{2g} = 0{,}754\ \text{T}$$

Exemplo

a) A energia armazenada no entreferro;

$$W_{arm} = \frac{B_g^2}{2\mu_o} * vol_g = \frac{0,754^2}{2\mu_o} 2(0,06 * 0,06 * 0,005)$$

$$\boxed{W_{arm} = 8,1434 \text{ J}}$$

b) Força

$$f_m = F_m * \acute{A}rea_g = -\frac{B_g^2}{2\mu_o} * \acute{A}rea_g = -\frac{0,754^2}{2\mu_o} 2(0,06 * 0,06)$$

$$\boxed{f_m = -1628,7 \text{ N}}$$

Exemplo

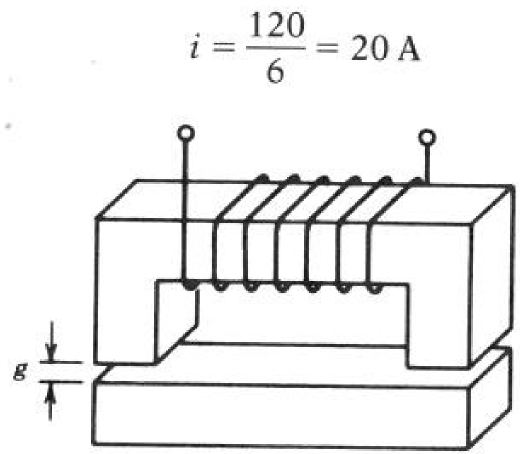
Considerando o mesmo sistema, porém

V=120 Volts AC

e desprezando a relutância do núcleo, calcule:

a) A energia armazenada no gap;

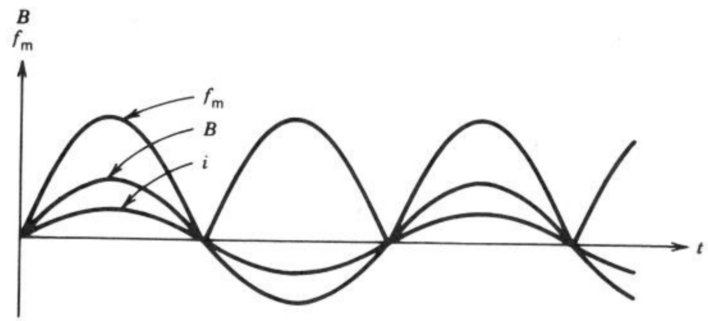
b) A força sobre a parte móvel;



$$L = \frac{N^2}{\mathcal{R}} = \frac{\mu_o A_g N^2}{2g} = 40{,}7\ \text{mH}$$

$$daí:\quad Z = R + j\omega L = 6 + j15{,}34\Omega$$

$$I_{RMS} = \frac{V}{|Z|} = 7{,}29A$$



$$Ni = H_c l_c + H_g 2g = \frac{B_g}{\mu_o} 2g$$

$$B_{RMS,g} = \frac{\mu_o Ni}{2g} = 0{,}2748\ \text{T}$$

Exemplo

a) A energia armazenada no gap;

$$W_{arm} = \frac{B_g^2}{2\mu_o} * vol_g = \frac{0{,}2748^2}{2\mu_o} 2(0{,}06 * 0{,}06 * 0{,}005)$$

$$\boxed{W_{arm} = 1{,}082 \text{ J}}$$

b) Força

$$f_m = F_m * Área_g = -\frac{B_g^2}{2\mu_o} * Área_g = -\frac{0{,}2748^2}{2\mu_o} 2(0{,}06 * 0{,}06)$$

$$f_m = -216{,}3 \text{ N}$$

13% do valor DC

Próxima Aula

- Máquinas rotativas
- Produção de torque