



EESC-USP



Parte 3

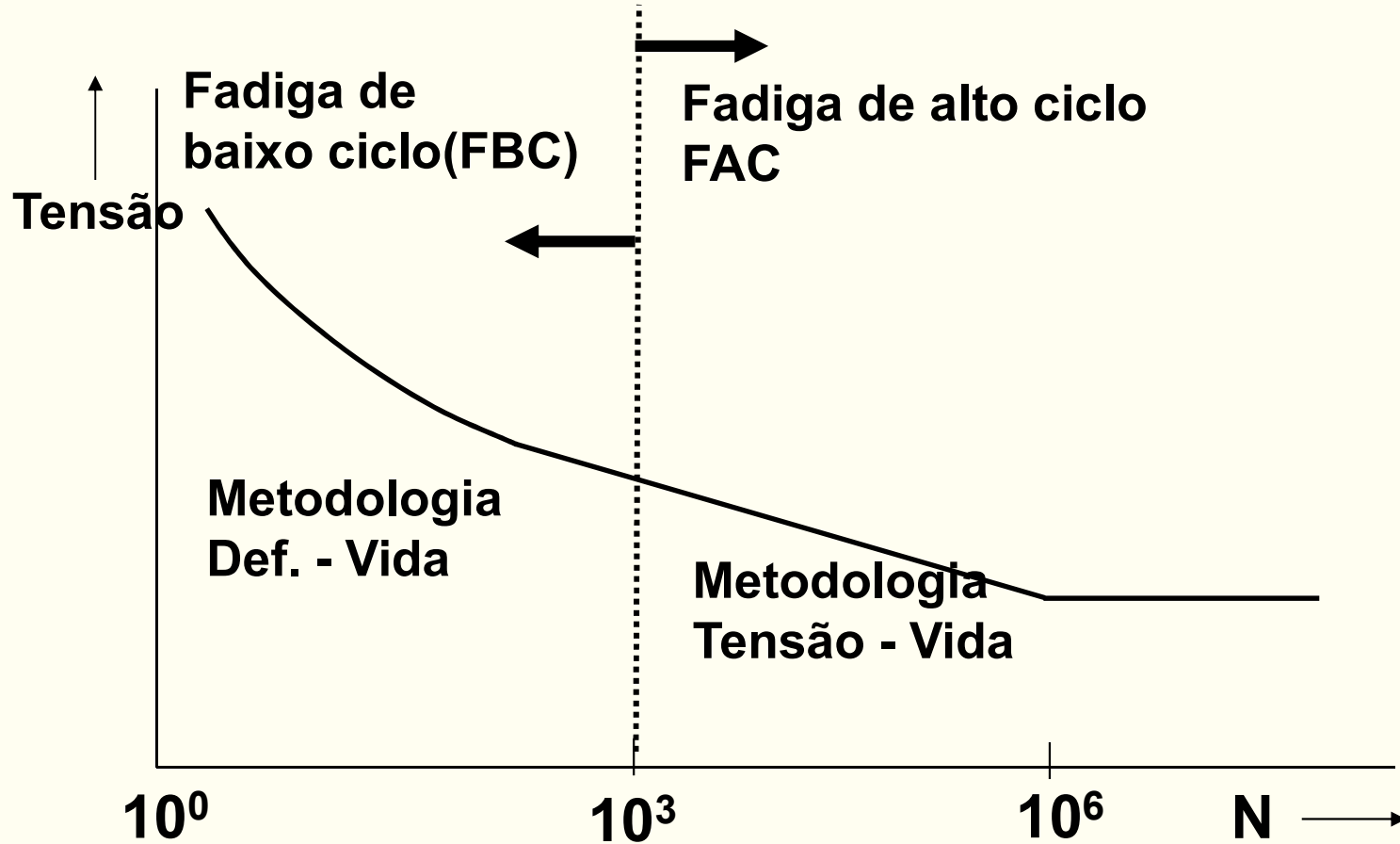
DEFORMAÇÃO-VIDA ($\epsilon \times N$)

Waldek Wladimir Bose Filho, PhD
NEMAF – Núcleo de Ensaio de
Materiais e Análise de Falhas



EESC-USP

Deformação - Vida Vs. Tensão Vida



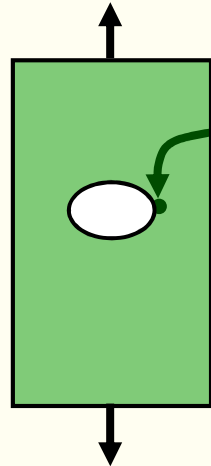


EESC-USP

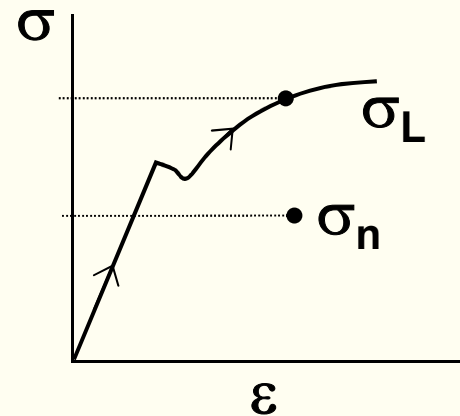
Nominal Vs Tensão Local



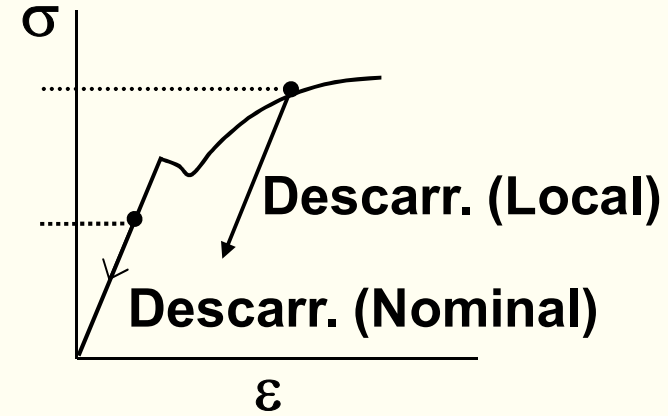
Tensão
Nominal σ_n



Tensão
Local
 σ_L



Carregamento



Descarregamento

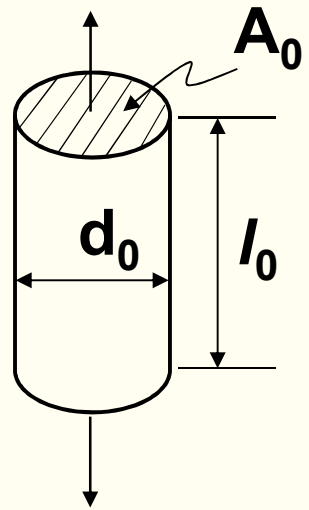
- Ainda que a tensão nominal esteja dentro do intervalo elástico, a tensão local nos entalhes pode ser mais alta que a tensão de escoamento.

A região do entalhe experimenta deformação permanente no descarregamento.

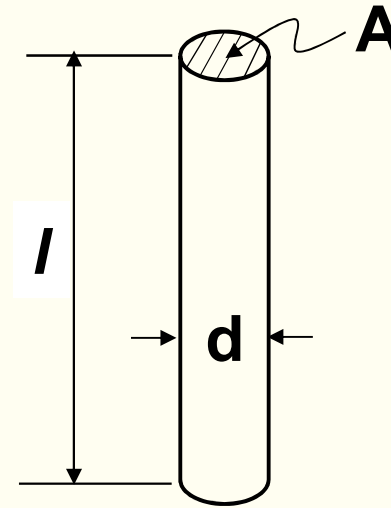
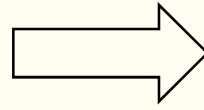


EESC-USP

Comportamento do Material

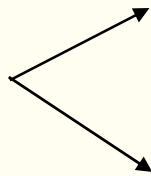


Antes do Carreg.



Após Carreg.

Tensão



Tensão de Eng. $S = P/A_0$

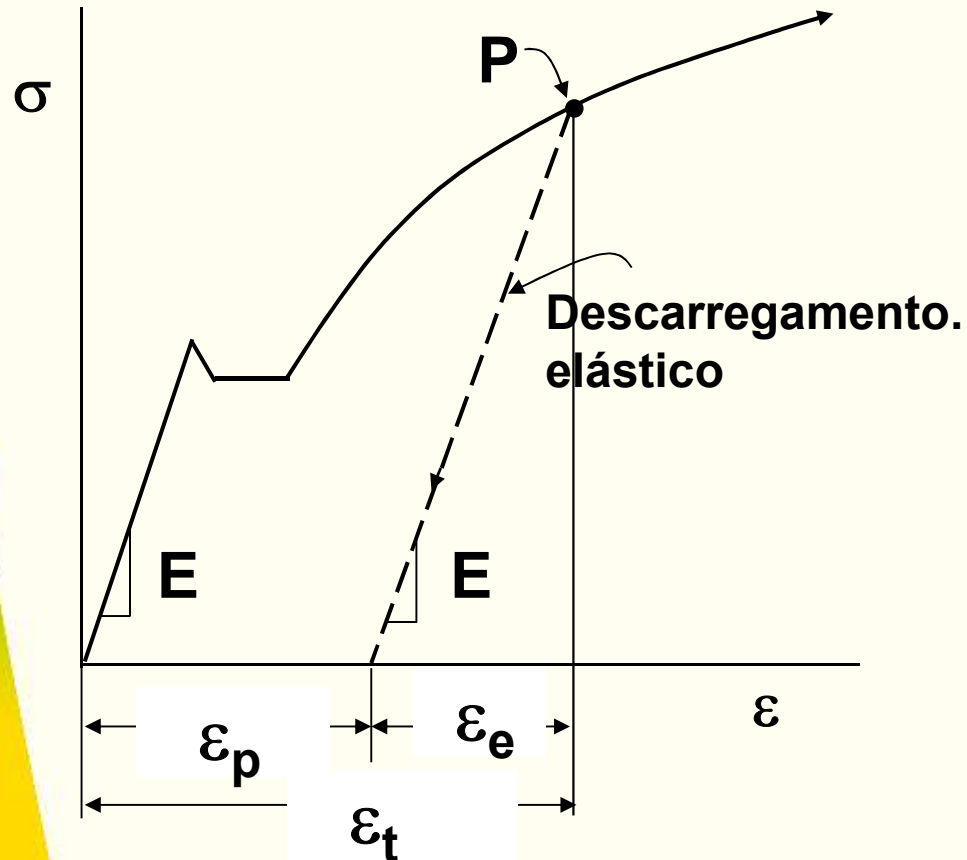
Tensão Verd. $\sigma = P/A$



EESC-USP



Relação Monotônica entre Tensão-Def.



Def. total ϵ_t

Def. Elast. ϵ_e

Def. Plast. ϵ_p

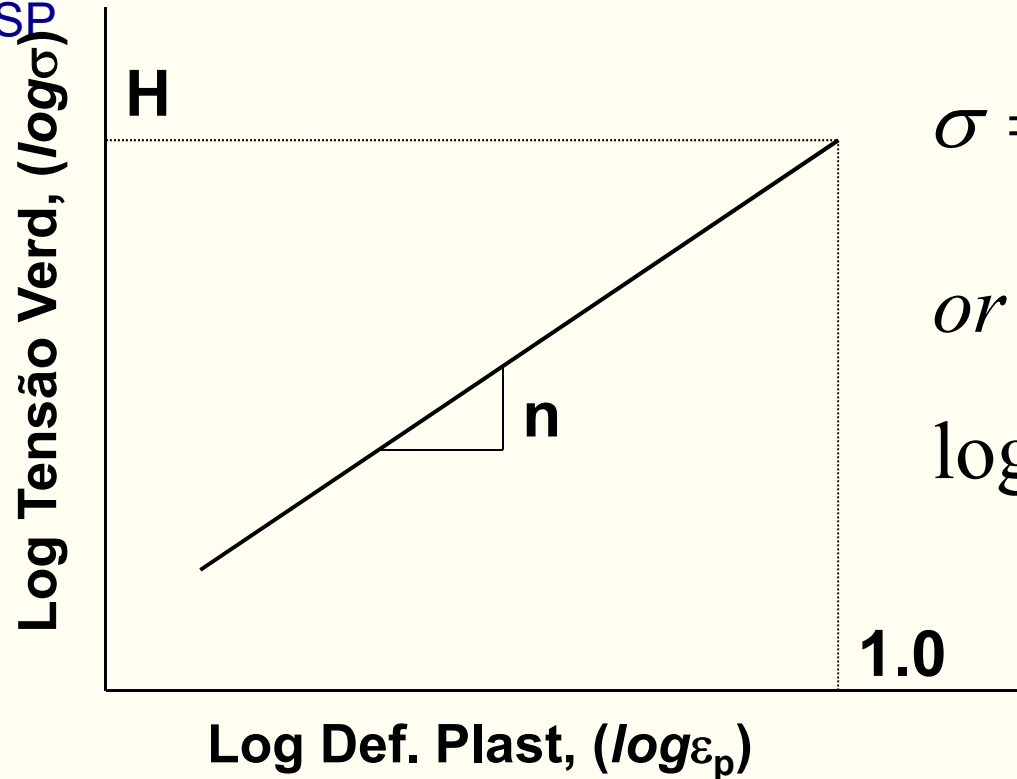
$$\epsilon_t = \epsilon_e + \epsilon_p$$

$$\epsilon_e = \sigma / E$$



EESC-USP

Deformação Plástica



$$\sigma = H(\varepsilon_p)^n$$

$$\text{or } \varepsilon_p = \left(\frac{\sigma}{H}\right)^{1/n}$$

$$\log \sigma = \log H + n \log \varepsilon_p$$

- H – Coeficiente de resistência**
- n - Expoente de encruamento**



EESC-USP



Deform. Elástica, Plástica & Total

Elástica $\varepsilon_e = \sigma / E$

Plástica $\varepsilon_p = \left(\frac{\sigma}{H} \right)^{1/n}$

Total $\varepsilon_t = \varepsilon_e + \varepsilon_p$

$$\varepsilon_t = \frac{\sigma}{E} + \left(\frac{\sigma}{H} \right)^{\frac{1}{n}}$$

Relação tensão – Def.
De Ramberg-Osgood



EESC-USP

Comportamento Cíclico dos Materiais





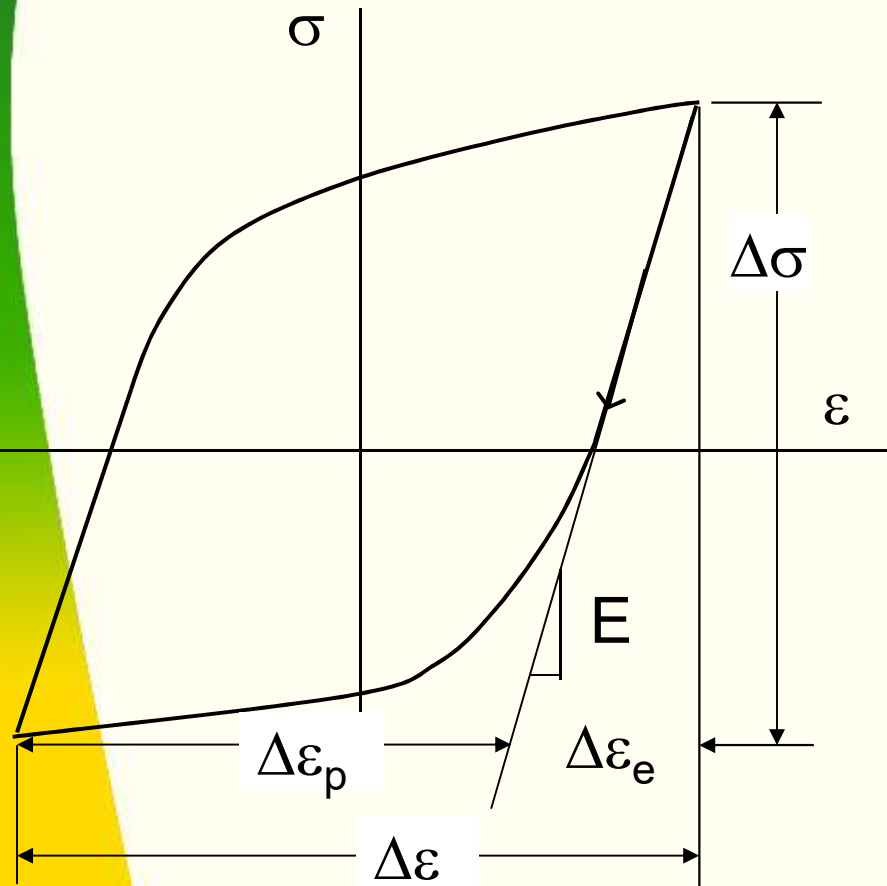
EESC-USP

Comportamento Cíclico dos Materiais



Laço de histerese:

Resposta do Material a carregamentos cíclicos inelásticos



$\varepsilon_a = \Delta\varepsilon/2 =$ amplitude de def.

$\sigma_a = \Delta\sigma/2$ amplitude de tensão

$\Delta\varepsilon_e$ - parte elástica

$\Delta\varepsilon_p$ - parte plástica

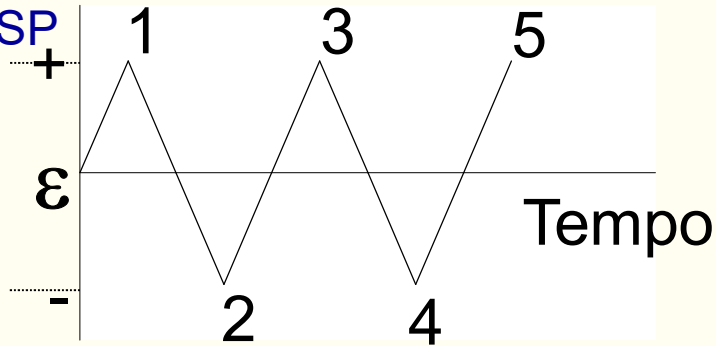
$$\frac{\Delta\varepsilon}{2} = \frac{\Delta\varepsilon_e}{2} + \frac{\Delta\varepsilon_p}{2};$$

$$\Delta\varepsilon_e = \frac{\Delta\sigma}{E}$$

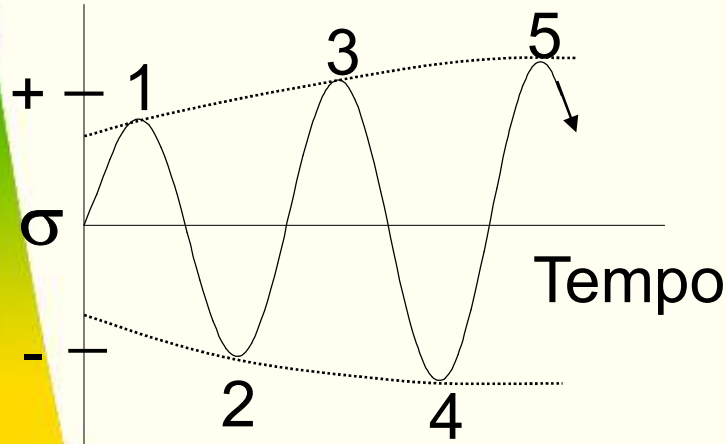


EESC-USP

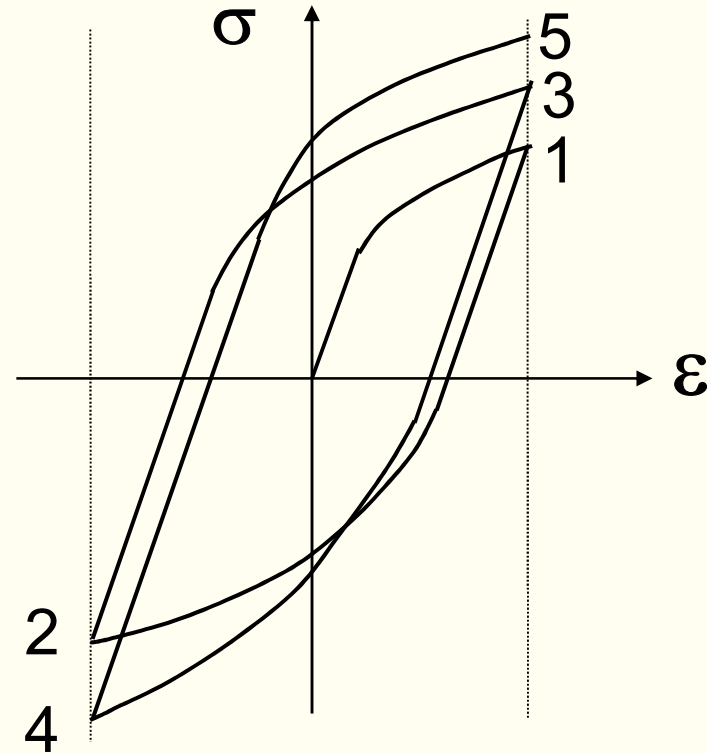
Comportamento Transiente – Encruamento



(a) Amplitude de deform. Const.



(b) Resposta da tensão
(aumentando o nível de tensão)

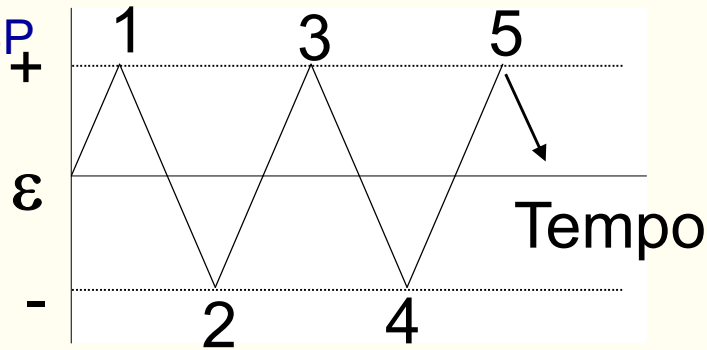


(c) Resposta Tensão-Def.

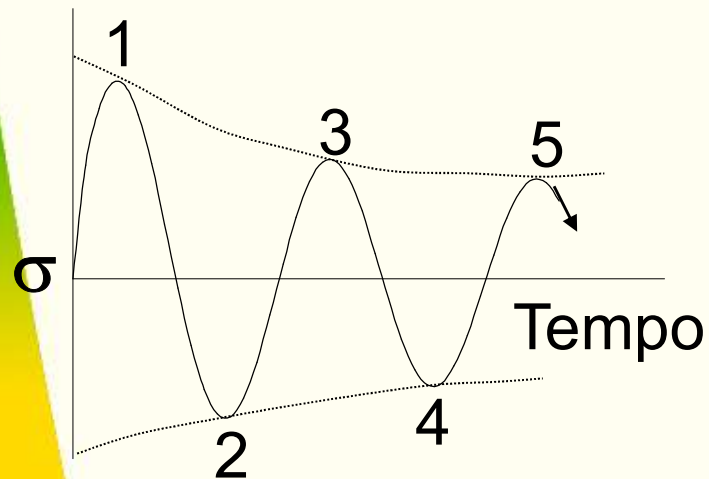


EESC-USP

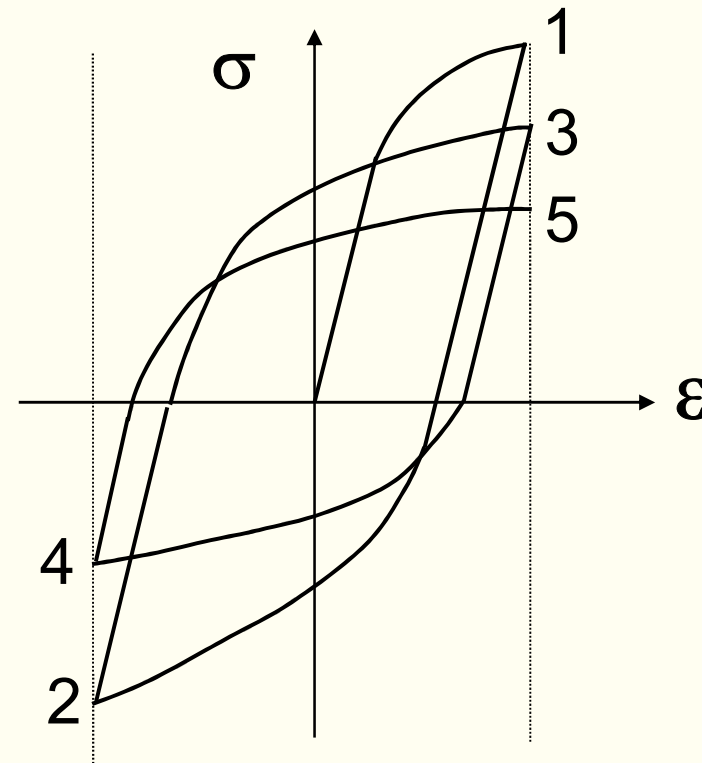
Comportamento Transiente – Amolecimento



(a) Ampl. De def. cíclica



(b) Resposta Tensão
(diminuindo o nível de tensão)



(c) Resposta cíclica tensão-def.



EESC-USP

Encruamento Vs. Amolecimento



Postulado de Manson: Baseado em observações experimentais, usando as propriedades estáticas do material (limite de resist. e de escoamento e expoente de encruamento, n), pode ser previsto se o material irá encruar ou amolecer.

Se $(\sigma_u / \sigma_y) > 1,4$
ou $n > 0,2$ } material ciclicamente endurece

Se $(\sigma_u / \sigma_y) < 1,12$
ou $n < 0,1$ } material ciclicamente amolece

onde, n é dado por
$$\varepsilon_t = \frac{\sigma}{E} + \left(\frac{\sigma}{H} \right)^{\frac{1}{n}}$$

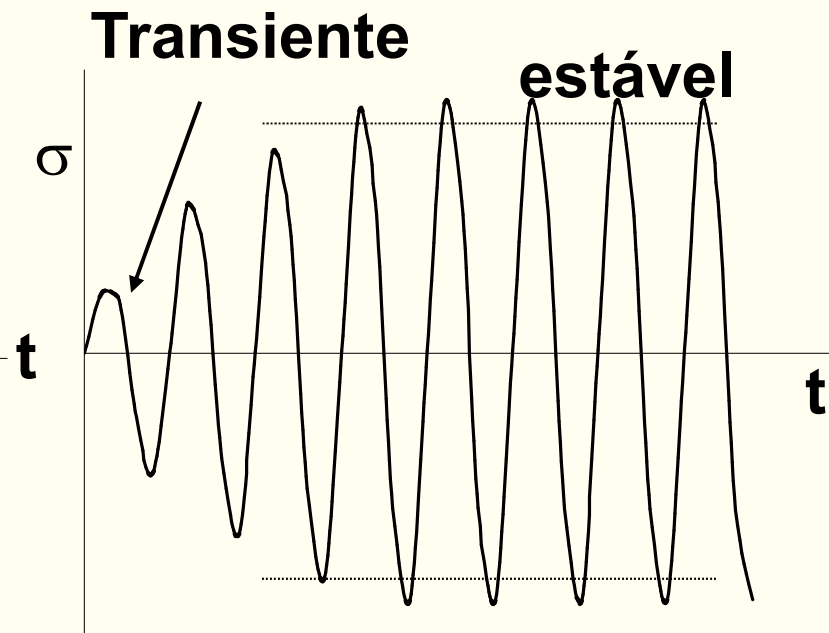
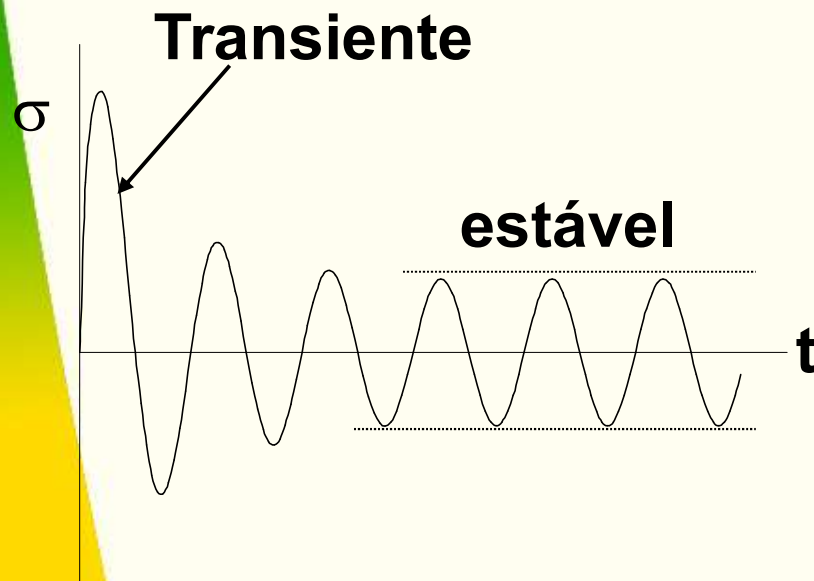


Condição Cíclicamente Estável



EESC-USP

- Transiente (encruamento/amolecimento) ocorre durante os primeiros ciclos da vida em fadiga.
- Eventualmente o material atinge a condição cíclicamente estável.





Efeito da Condição de Tratamento Térmico no Laço de Histerese

EESC-L

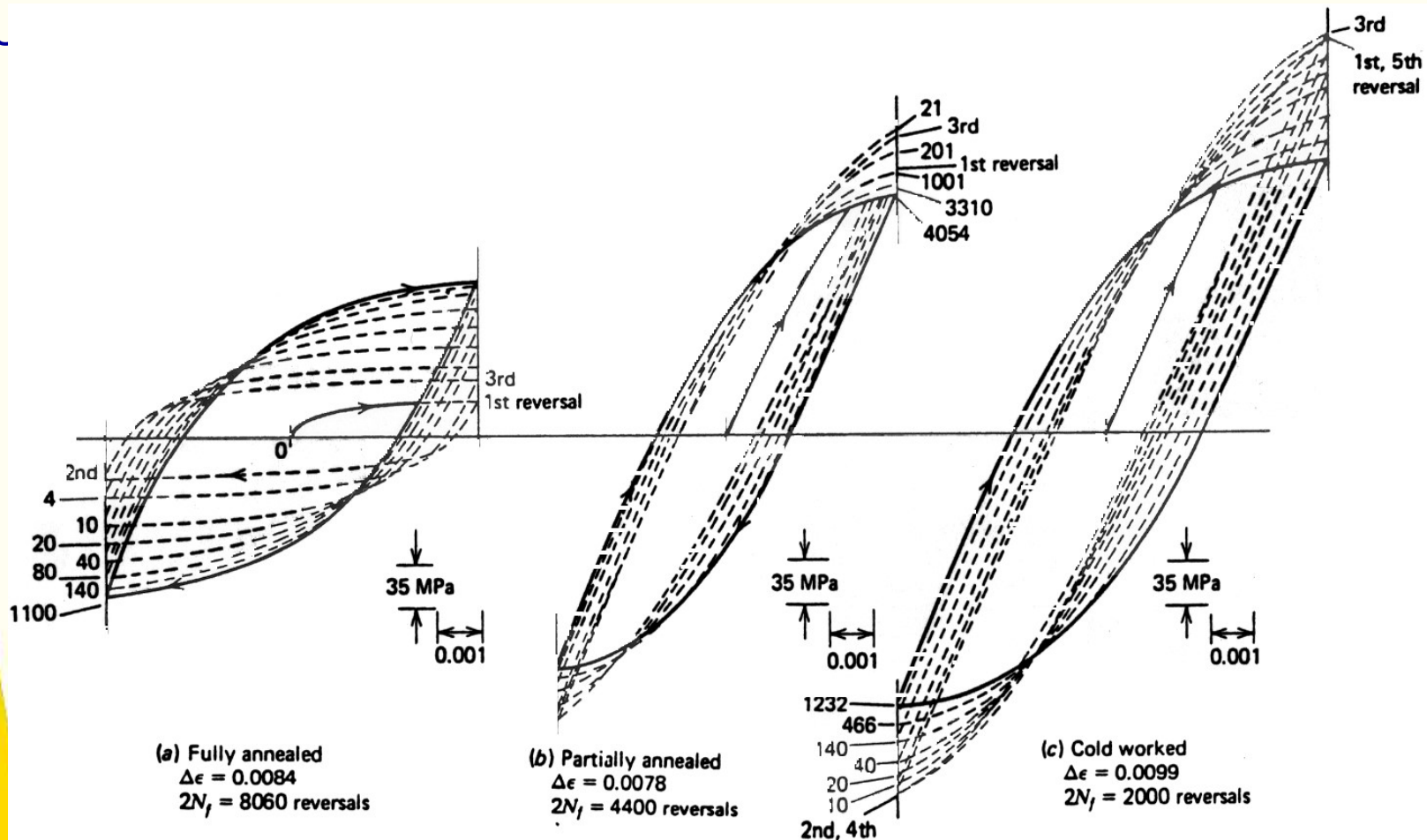


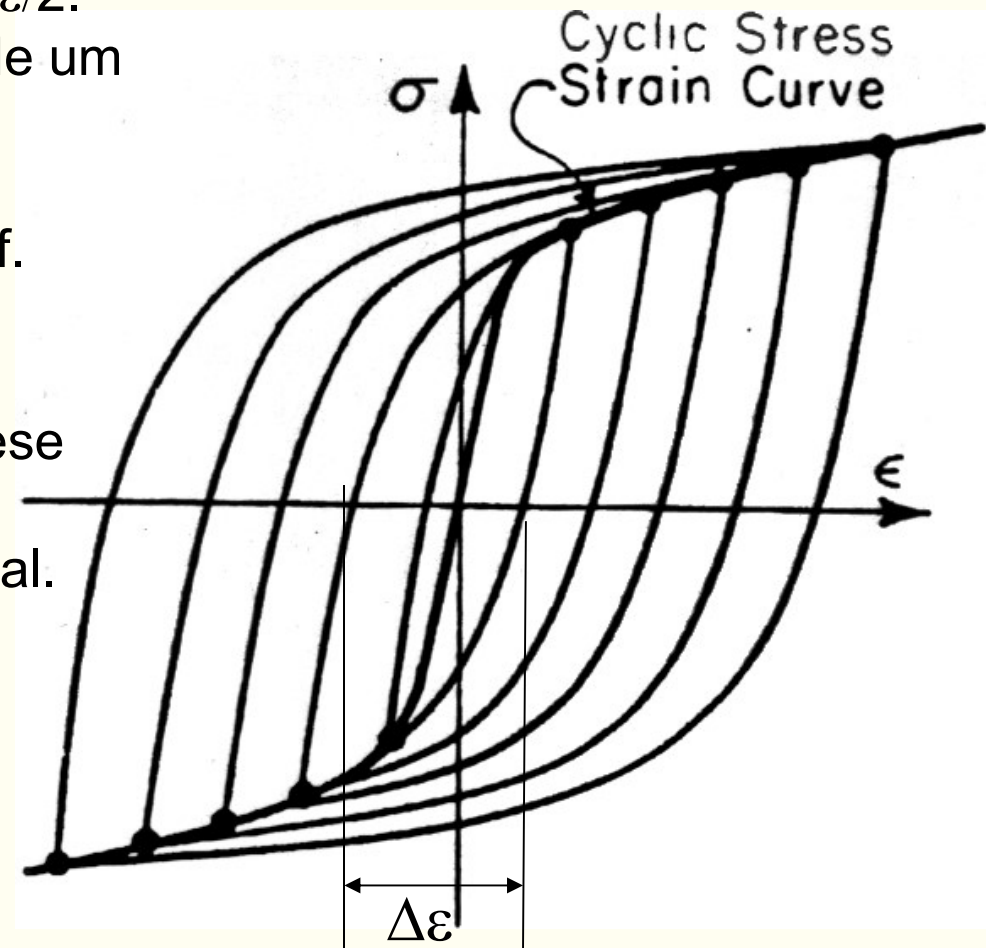
Figure 2.10 Hysteresis response of OFHC copper. (From Ref. 10.)



Determinação da Curva Tensão-Deformação Cíclica

EESC-USP

- Aplicar uma amplitude de def. de $\Delta\varepsilon/2$.
- O transiente de tensão é seguido de um laço de histerese estabilizado
- Estabeleça o laço de histerese estabilizado para este nível de def.
- Repetir o procedimento com uma diferente amplitude de def.
- Unir as pontas dos laços de histerese estabilizados.
- A CURVA TENSÃO DEF. do Material.





EESC-USP



RELAÇÃO TENSÃO-DEFORMAÇÃO CÍCLICA

Def. Total $\varepsilon_t = \varepsilon = \varepsilon_e + \varepsilon_p$

Def. Elast., $\varepsilon_e = \sigma / E$

Def. Plast, $\varepsilon_p = \left(\frac{\sigma}{H'} \right)^{1/n'}$

$$\sigma = H' \left(\varepsilon_p \right)^n$$

De maneira que $\varepsilon_t = \frac{\sigma}{E} + \left(\frac{\sigma}{H'} \right)^{\frac{1}{n'}}$

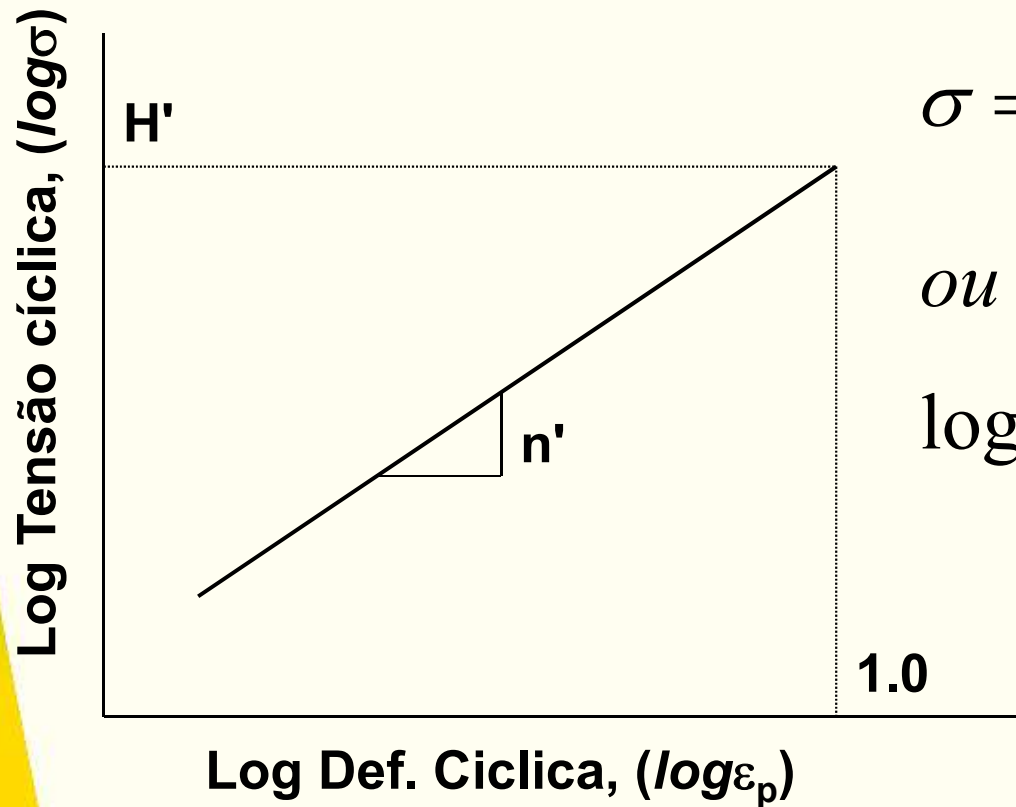
H' – Coef. de Resist. cíclica

n' - Expoente de encruamento cíclico.



EESC-USP

RELAÇÃO TENSÃO-DEFORMAÇÃO CÍCLICA



$$\sigma = H' (\varepsilon_p)^n$$

$$\text{ou } \varepsilon_p = \left(\frac{\sigma}{H'} \right)^{1/n'}$$

$$\log \sigma = \log H' + n' \log \varepsilon_p$$



EESC-USP



CURVA DE HISTERESE ESTABILIZADA

Hipótese de Massing:

- Para materiais exibindo comportamento simétrico em tração e compressão.
- Curva de histerese pode ser **ESTIMADA** a partir da curva Tensão - Def. cíclica estabilizada.
- Dobrar os valores de tensão e def. da curva estabilizada da curva tensão- def. cíclica.

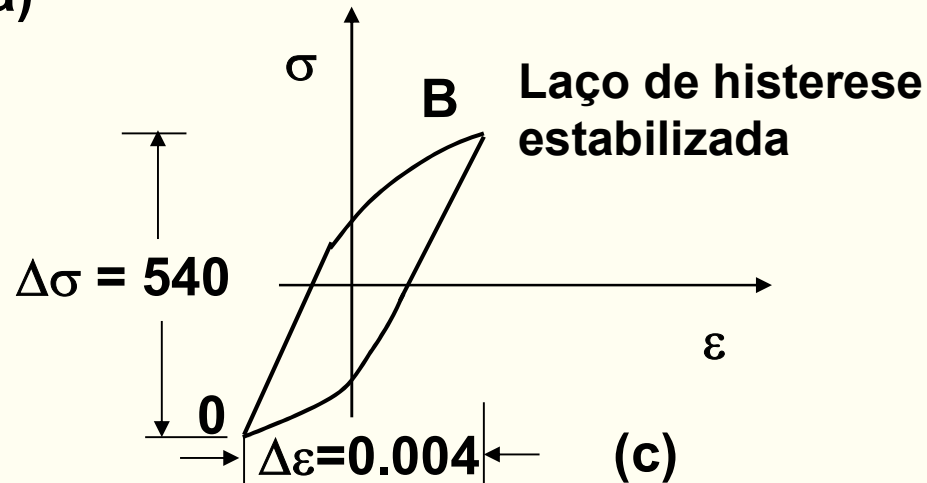
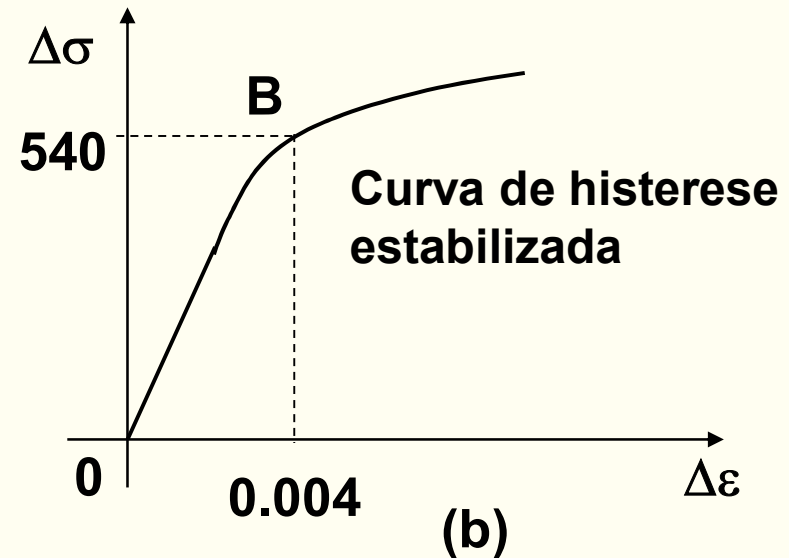
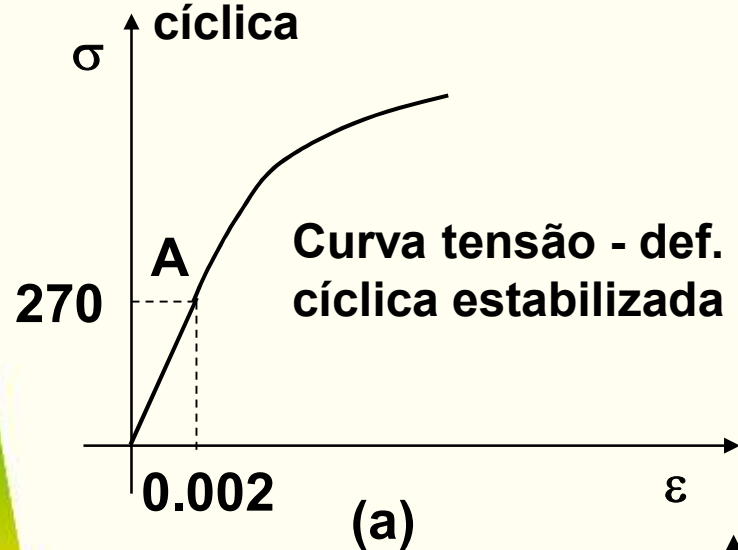


CURVA DE HISTERESE ESTABILIZADA



EESC-USP

Segundo a hipótese de Massing: Dada uma curva tensão – def. cíclica, obter o ponto B sobre a curva dobrando o valor correspondente ao ponto A na curva T X Def. cíclica





EESC-USP

EQUAÇÕES PARA O LAÇO DE HISTERESE

Relembre $\varepsilon = \varepsilon_t = \frac{\sigma}{E} + \left(\frac{\sigma}{H'}\right)^{\frac{1}{n'}}$

Seguindo a hipótese de Massing:

$$\begin{array}{ccc} \Delta\sigma = 2\sigma & \longrightarrow & \sigma = \Delta\sigma/2 \\ \Delta\varepsilon = 2\varepsilon & & \varepsilon = \Delta\varepsilon/2 \end{array}$$

De maneira que $\frac{\Delta\varepsilon}{2} = \frac{\Delta\sigma}{2E} + \left(\frac{\Delta\sigma}{2H'}\right)^{\frac{1}{n'}}$

$$\Delta\varepsilon = \frac{\Delta\sigma}{E} + 2\left(\frac{\Delta\sigma}{2H'}\right)^{\frac{1}{n'}}$$

Eq. da histerese



EESC-USP

Curvas Deformação-Vida



Usando a amplitude de tensão verdadeira ($\Delta\sigma/2$), os dados Tensão-vida (S-N) podem ser plotados linearmente na escala log-log,

$$\frac{\Delta\sigma}{2} = \sigma_f' (2N_f)^b$$

$2N_f$ = reversos para falhar (um reverso = $\frac{1}{2}$ ciclo)

σ_f' = coef. de resist. a fadiga

b = expoente de resist. a fadiga

$\sigma_f' \approx$ resist. verdadeira a fadiga, σ_f

Propriedade de fadiga do material



EESC-USP



Curvas Tensão-Deformação

**Manson & Coffin encontraram que os dados def.-vida (ϵ_p -N)
Podem ser também linearizados na coord. log-log.**

$$\frac{\Delta\epsilon_p}{2} = \epsilon_f' (2N_f)^c$$

$$\frac{\Delta\epsilon_p}{2} = \text{amplitude de def. plástica}$$

$$2N_f = \text{reversos para falhar (um reverso} = \frac{1}{2} \text{ ciclo)}$$

$$\epsilon_f' = \text{coef. de ductilidade em fadiga.}$$

$$c = \text{expoente de ductilidade em fadiga}$$

**Propriedade de
Fadiga do material**

$$\epsilon_f' \approx \epsilon_f$$



EESC-USP

Curva Tensão - Deformação



Como podemos relacionar a vida a Ampl. de Def. Total $\Delta\varepsilon/2$?

$$\text{Relembre, } \frac{\Delta\varepsilon}{2} = \frac{\Delta\varepsilon_e}{2} + \frac{\Delta\varepsilon_p}{2}$$

$$\frac{\Delta\varepsilon_e}{2} = \frac{\Delta\sigma}{2E}$$

$$\frac{\Delta\varepsilon_e}{2} = \frac{\sigma_f'}{E} (2N_f)^b$$

$$\frac{\Delta\varepsilon}{2} = \frac{\sigma_f'}{E} (2N_f)^b + \varepsilon_f' (2N_f)^c$$

↑
elástica

↑
plástica

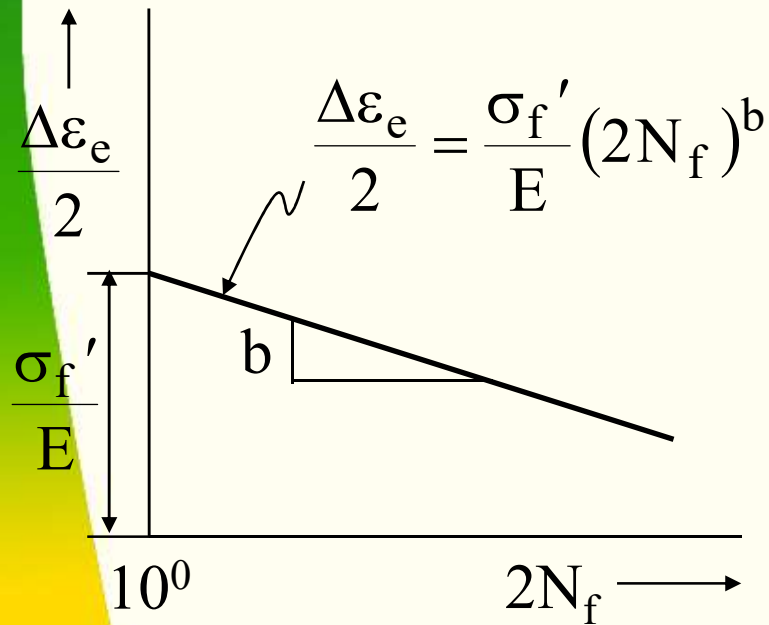
**Relação
Def-vida**



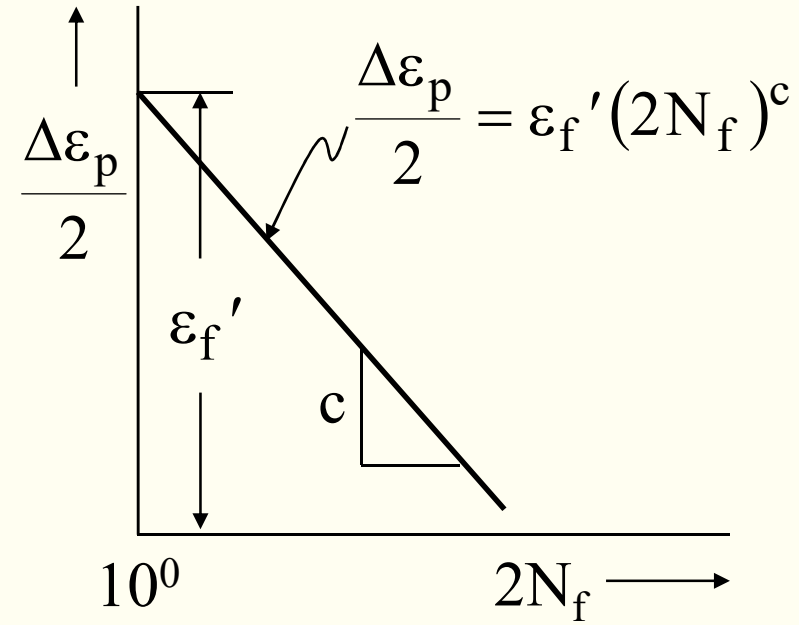
EESC-USP



Note Eqns 2.37 e 2.38 são lineares no plano log-log



Def. – Vida Elástica



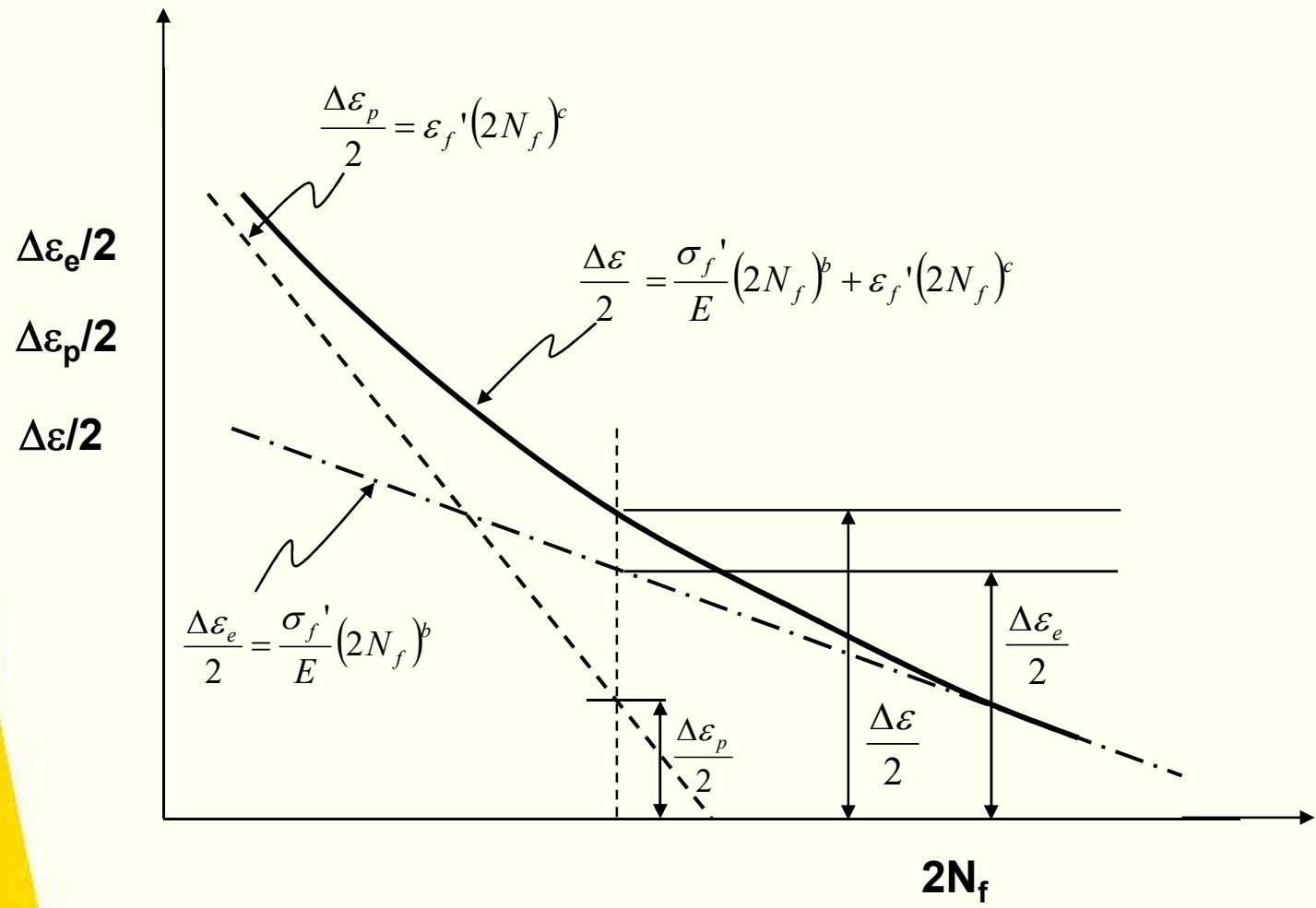
Def. – Vida plástica



EESC-USP



Relação Tensão – Vida Total

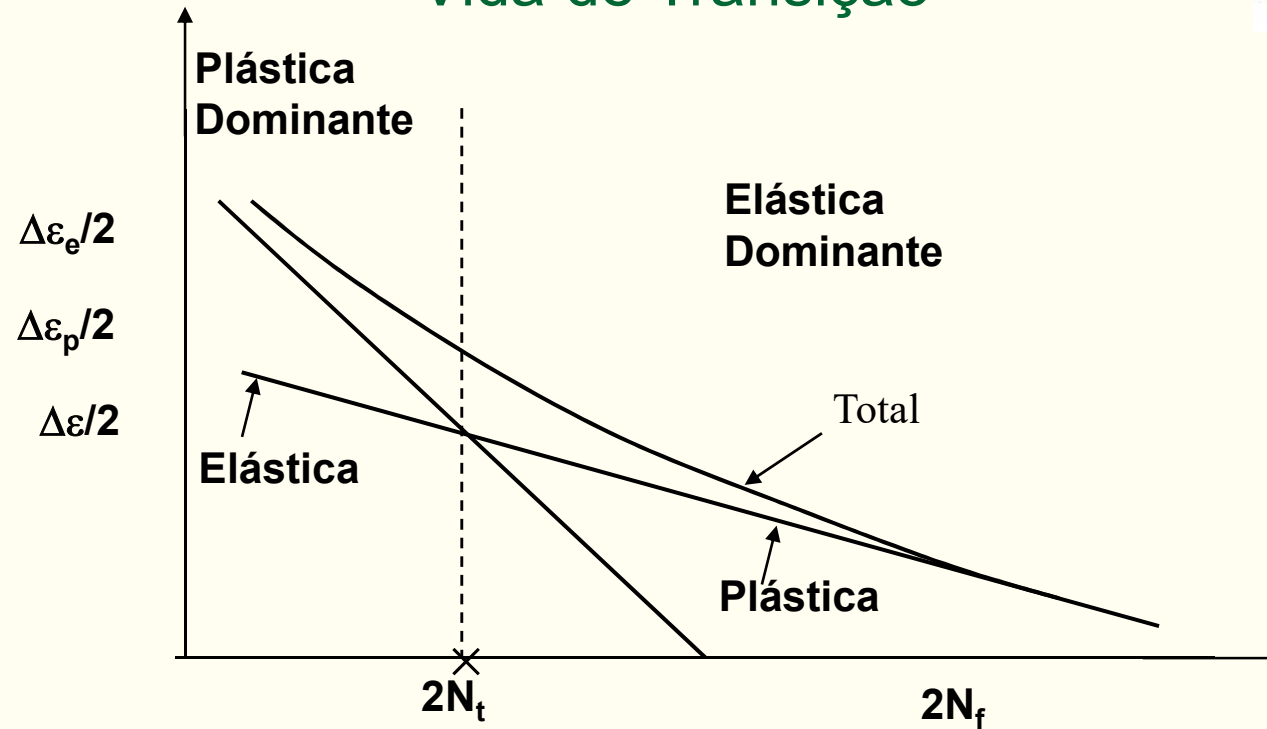




EESC-USP



Vida de Transição



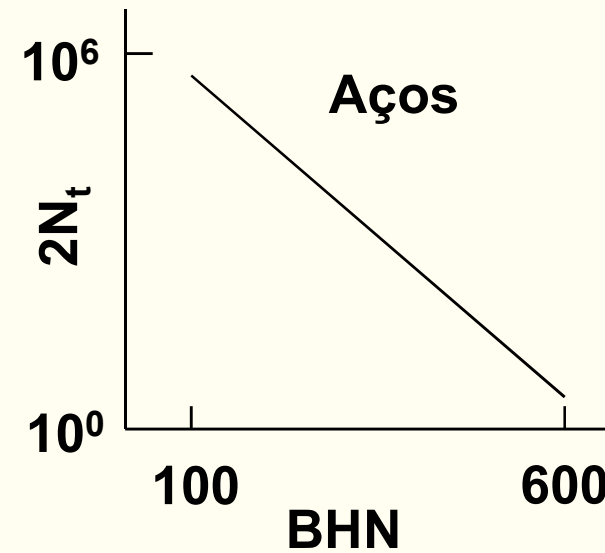
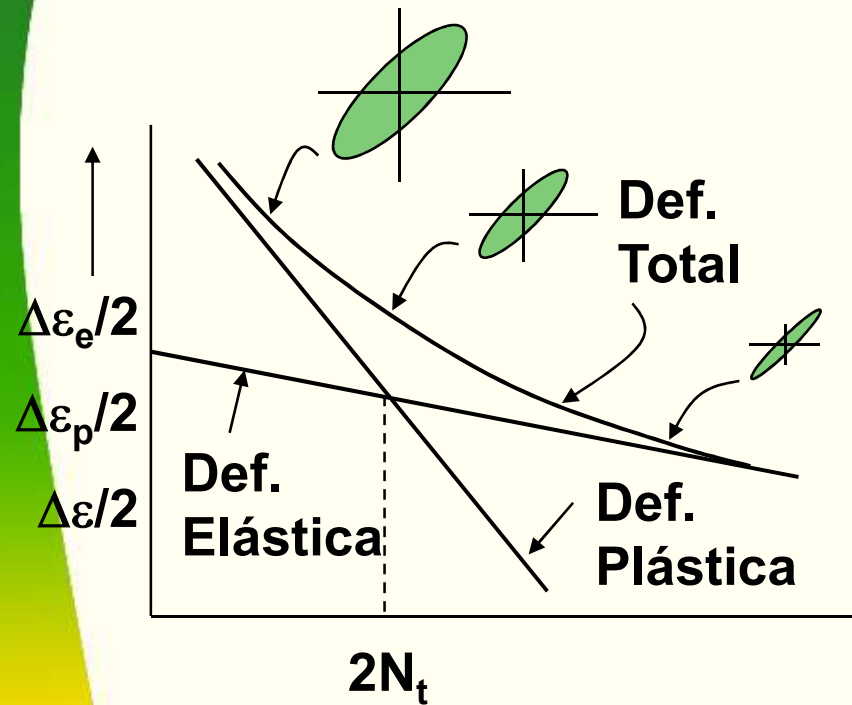
$$\text{Em } 2N_f = 2N_t : \frac{\Delta\varepsilon_e}{2} = \frac{\Delta\varepsilon_p}{2}$$

$$\frac{\sigma_f'}{E} (2N_t)^b = \varepsilon_f' (2N_t)^c \Rightarrow 2N_t = \left(\frac{\varepsilon_f' E}{\sigma_f'} \right)^{1/b-c}$$



EESC-USP

Vida de Transição



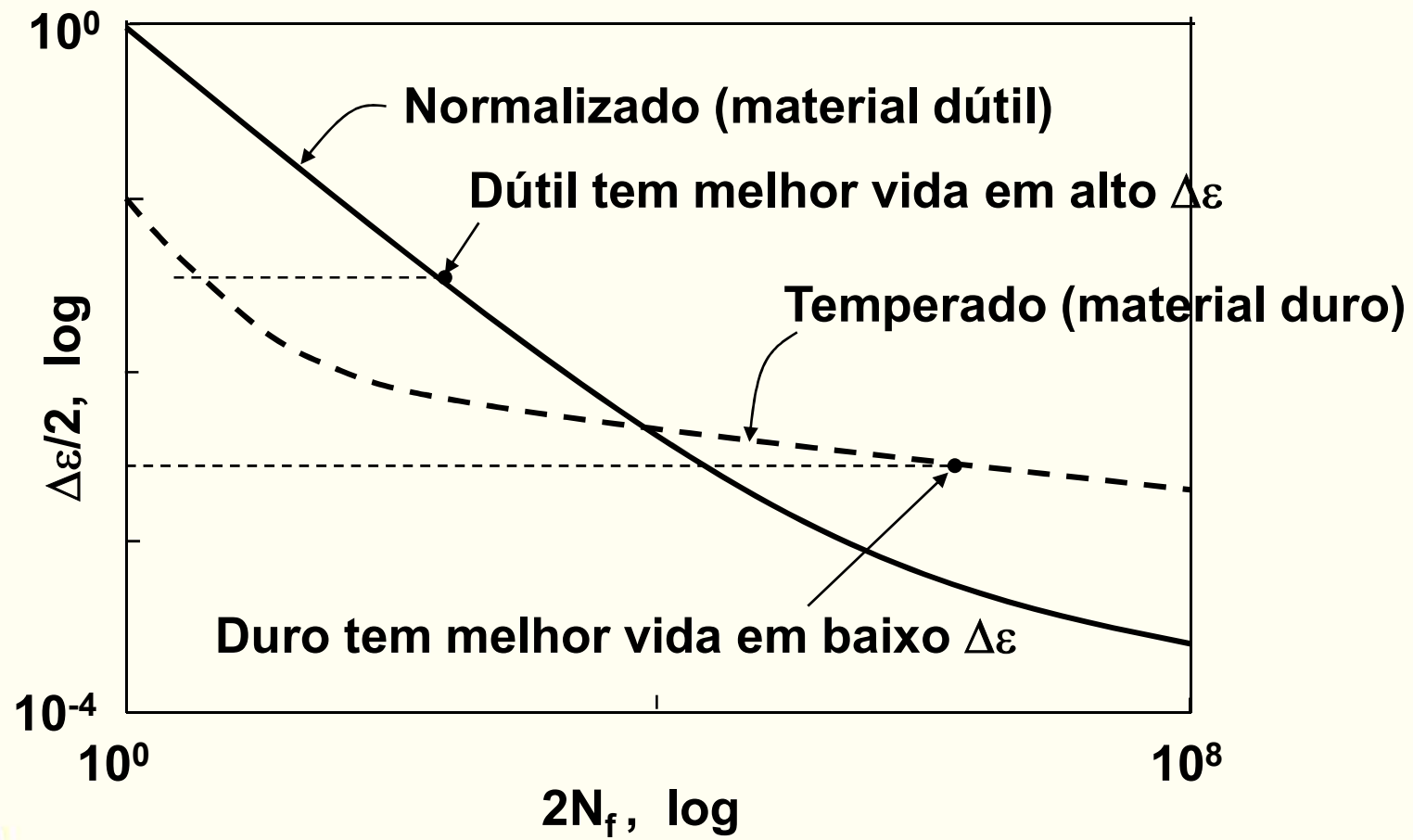
Duro $\rightarrow 2N_t$ é pequena – mais de $2N_f$ é elástica
Mole $\rightarrow 2N_t$ é grande – mais de $2N_f$ é plástica



EESC-USP



Resistência e Dutilidade





EESC-USP

Propriedades de Fadiga



b, c, σ_f' , ϵ_f' : Constantes empíricas

1. Nem todos os materiais podem ser representados por equações de quatro parâmetros (i. e., ligas de Al & Ti)
2. Parâmetros obtidos pelo ajuste da curva – portanto, a acuracidade depende dos números de pontos usados ou disponíveis.
3. Parâmetros aplicáveis à um dado intervalo de dados – fora do intervalo pode dar um grande erro
4. Conveniência estritamente matemática – sem base física.

Relação:

$$H' = \sigma_f' / (\epsilon_f')^{n'}$$
$$n' = b/c$$

Tensão-Def. Cíclica



EESC-USP

Propriedades de Fadiga



Na ausência de “dados cíclicos”, os parâmetros de fadiga podem ser obtidos por estimativas grosseira a partir das “propriedades monotônicas”

$$\sigma_f' \approx \sigma_f \quad \sigma_f \approx S_u + 50 \text{ ksi para aços com BHN} < 500$$

**b varia com – 0,05 a – 0,12 com uma média de – 0,085
(a mesma que nós temos no modelo tensão-vida)**

$$\varepsilon_f' \approx \varepsilon_f \quad \text{onde } \varepsilon_f = \ln \frac{1}{1-RA}$$

c varia entre – 0.5 to – 0.7

Para metais muito dútil $c \approx - 0.6$

Para metais muito resist. $c \approx - 0.5$



EESC-USP

Exemplos



**A partir dos dados monotônicos e cíclicos de tensão-Def.
Determine as constantes cíclicas de tensão-def & def. – vida)**

Dados monotônicos:

$$S_y = 158 \text{ ksi}$$

$$S_u = 168 \text{ ksi}$$

$$\%RA = 52$$

$$E = 28.4 \times 10^3 \text{ ksi}$$

$$\sigma_f = 228 \text{ ksi}$$

$$\varepsilon_f = 0.734$$



EESC-USP



Ampl. de Def. Total, $\Delta\varepsilon/2$	Ampl. De tensão $\Delta\sigma/2$ (ksi)	Ampl. Def. Plástica, $\Delta\varepsilon_p/2^*$	Reversos para Falhar, $2N_f$
0.0393	162.5	0.0336	50
0.0393	162	0.0336	68
0.02925	155	0.0238	122
0.01975	143.5	0.0147	256
0.0196	143.5	0.0145	350
0.01375	136.5	0.00894	488
0.00980	130.5	0.00521	1,364
0.00980	126.5	0.00534	1,386
0.00655	121	0.00229	3,540
0.00630	119	0.00211	3,590
0.00460	114	0.00059	9,100
0.00360	106	0.00000	35,200
0.00295	84.5	0.00000	140,000

$$* \quad \frac{\Delta\varepsilon_p}{2} = \frac{\Delta\varepsilon}{2} - \frac{\Delta\varepsilon_e}{2} = \frac{\Delta\varepsilon}{2} - \frac{\Delta\sigma}{2E}$$



EESC-USP

Exemplo (Cont.)

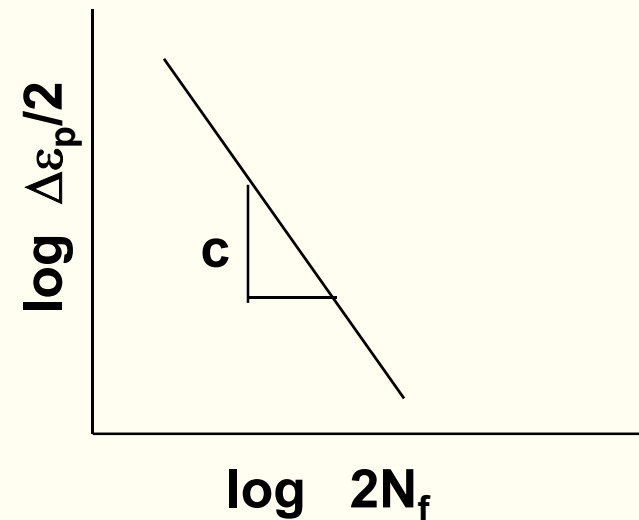
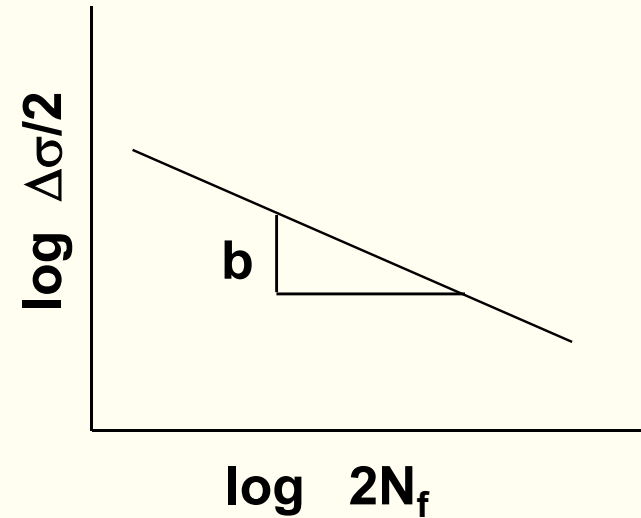


$$\frac{\Delta\sigma}{2} = \sigma_f' (2N_f)^b$$

$$\sigma_f' = 222 \text{ ksi} \quad b = -0.076$$

$$\frac{\Delta\varepsilon_p}{2} = \varepsilon_f' (2N_f)^c$$

$$\varepsilon_f' = 0.811 \quad c = -0.732$$





EESC-USP

Exemplo (Cont.)



Para determinar H' e n' (Dois métodos)

(A) ajuste uma curva de potência entre, $\frac{\Delta\sigma}{2}$ e

a ampl. def. plástica, $\frac{\Delta\varepsilon_p}{2}$

$$\frac{\Delta\sigma}{2} = H' \left(\frac{\Delta\varepsilon_p}{2} \right)^{n'} \longrightarrow H' = 216 \text{ ksi} \quad n' = 0,094$$

(B) Relembre $H' = \frac{\sigma_f'}{(\varepsilon_f')^{n'}}$

$$n' = b/c = \frac{-0,076}{-0,732} = 0,104$$

$$H' = \frac{222}{(0,811)^{0,104}} = 227 \text{ ksi}$$

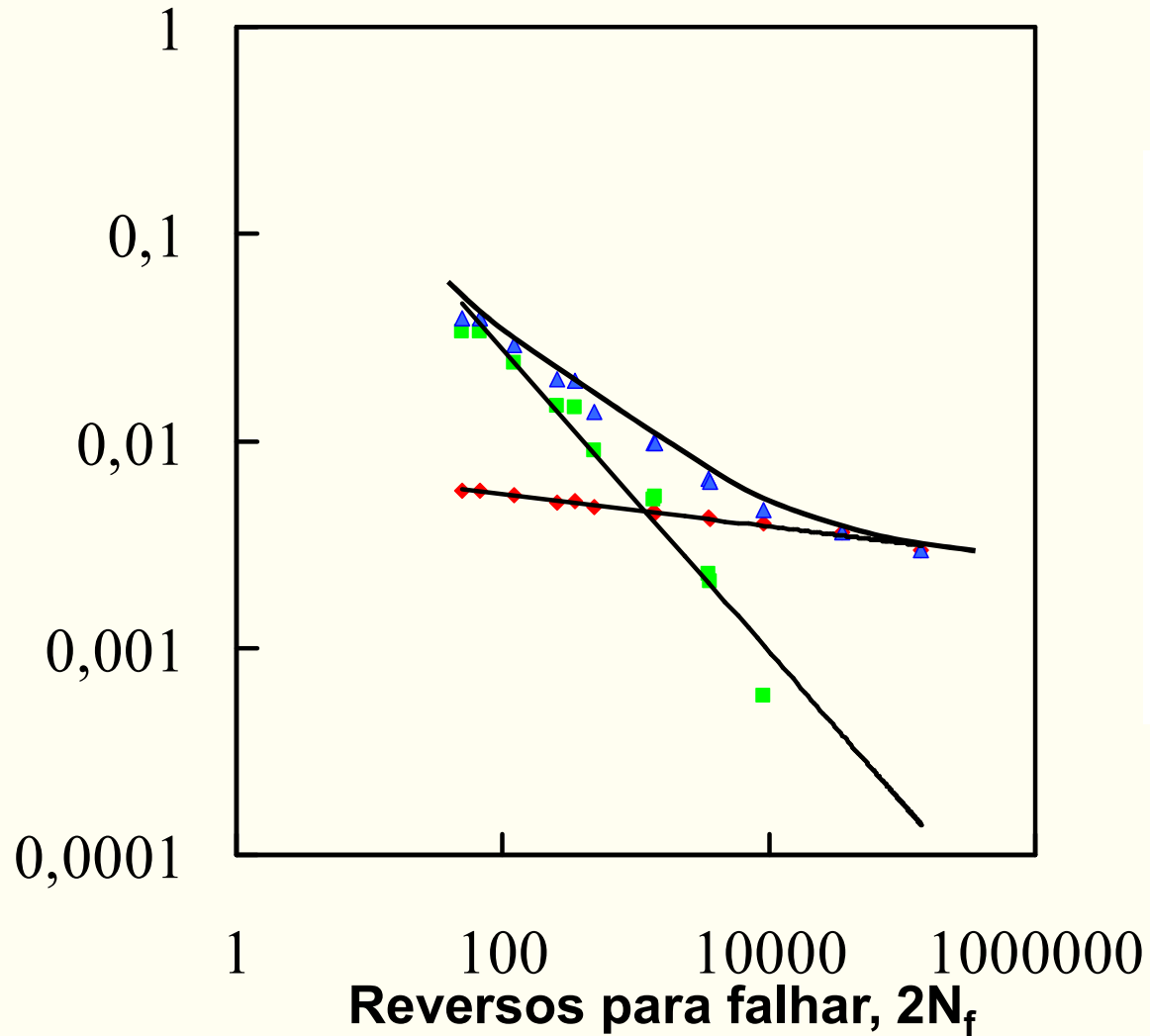


EESC-USP



Exemplo (Cont.)

Ampl. de Def., $\Delta\varepsilon/2$

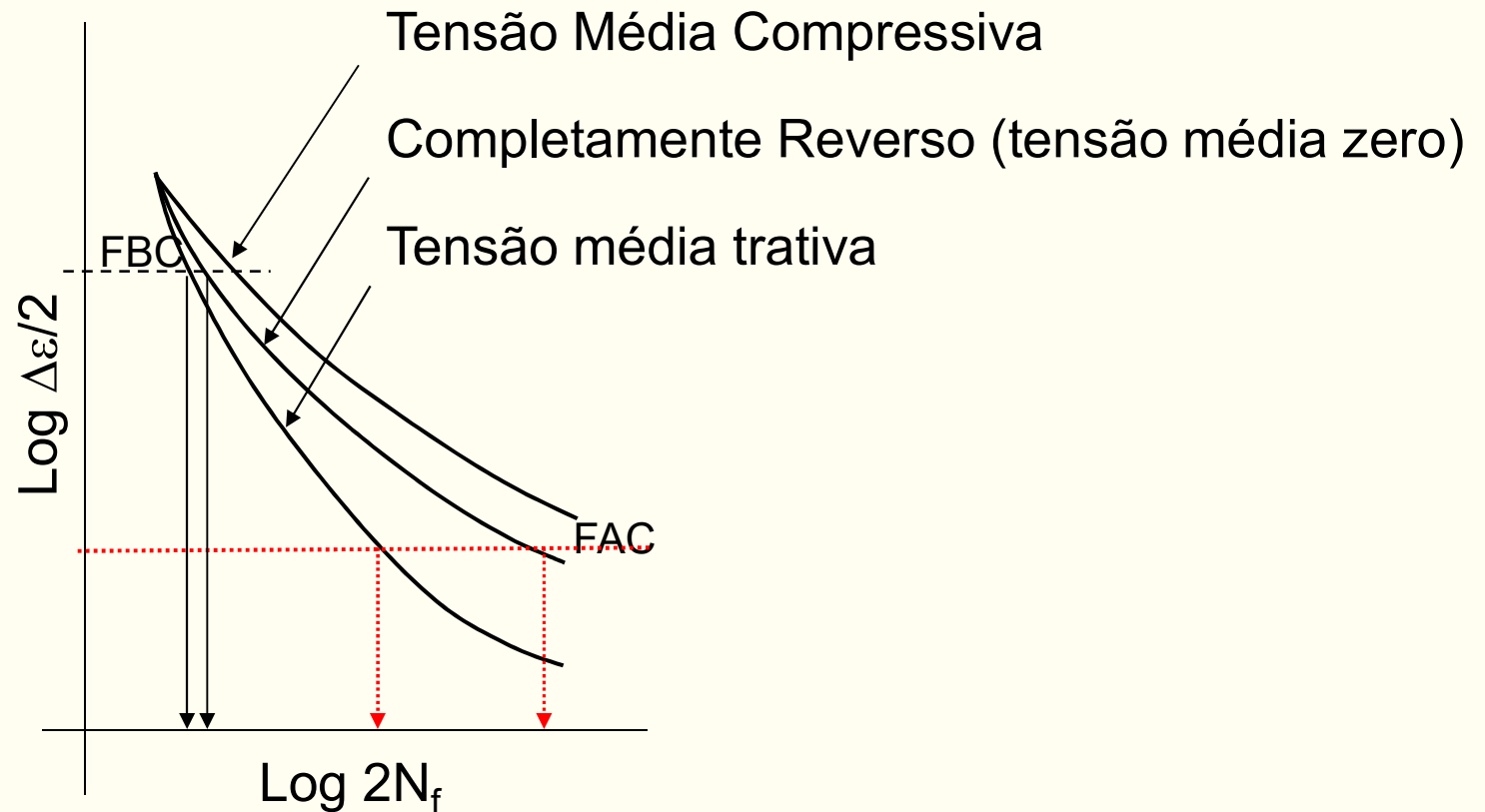


- ◆ Def. Elástica
- Def. Plástica
- ▲ Def. Total
- Potência (Def. Plástica)
- - - Potência (Def. Elástica)



EESC-USP

Efeito da Tensão Média na Metodologia Deformação - Vida



- ◆ Os efeitos da tensão média são significante para vida em alto ciclo, HCF.
- ◆ Para altas amplitudes de deformação, FBC, a relaxação de tensão ocorre e eventualmente a tensão média tende a zero.



EESC-USP

Modelo de Morrow Para Efeito da Tensão Média



$$\frac{\sigma_a}{\sigma_{ar}} + \frac{\sigma_m}{\sigma'_f} = 1 \Rightarrow \sigma_{ar} = \frac{\sigma_a}{1 - \frac{\sigma_m}{\sigma'_f}}$$

$$\sigma_{ar} = (\sigma'_f)(2N_f)^b$$

$$\sigma_a = (\sigma'_f - \sigma_m)(2N_f)^b$$

- ◆ Similarmente, a curva $\varepsilon \times N_f$ pode ser generalizada utilizando a equação de Morrow. Primeiramente rearranjamos esta equação.

$$\sigma_a = \sigma'_f \left[\left(1 - \frac{\sigma_m}{\sigma'_f} \right)^{1/b} (2N_f) \right]^b \dots \text{fazendo } N^* = N_f \left(1 - \frac{\sigma_m}{\sigma'_f} \right)^{1/b}$$



$$\sigma_a = \sigma'_f (2N^*)^b$$



EESC-USP



Esta mesma modificação pode ser aplicada para a curva $\varepsilon \times N$.

$$\frac{\Delta\varepsilon}{2} = \varepsilon_a = \frac{\sigma'_f}{E} (2N^*)^b + \varepsilon'_f (2N^*)^c$$

Onde a vida N_f , para uma dada combinação de ε_a e σ_m é obtida a partir de N^* :

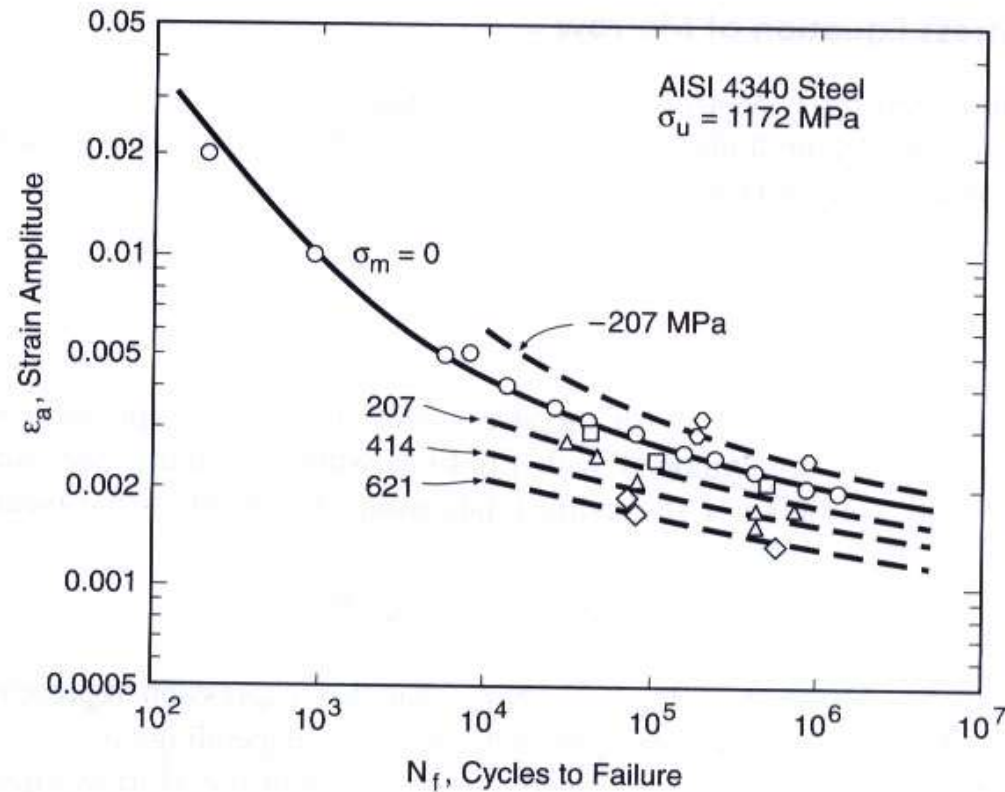
$$N_f = N^* \left(1 - \frac{\sigma_m}{\sigma'_f} \right)^{-1/b}$$

Substituindo N^* , obtem-se uma única equação para a família de curvas $\varepsilon \times N$.

$$\frac{\Delta\varepsilon}{2} = \varepsilon_a = \frac{\sigma'_f}{E} \left(1 - \frac{\sigma_m}{\sigma'_f} \right) (2N_f)^b + \varepsilon'_f \left(1 - \frac{\sigma_m}{\sigma'_f} \right)^{c/b} (2N_f)^c$$



A figura a seguir apresenta dados de $\varepsilon_a \times N_f$ para diferentes valores de σ_m . As curvas tracejadas foram obtidas utilizando a equação anterior.



Mean stress effect on the strain–life curve of an alloy steel, with dashed curves from the mean stress equation of Morrow. Most test specimens were overstrained prior to testing, and most with $N_f > 10^5$ cycles were also periodically overstrained. (Data from [Dowling 73].)



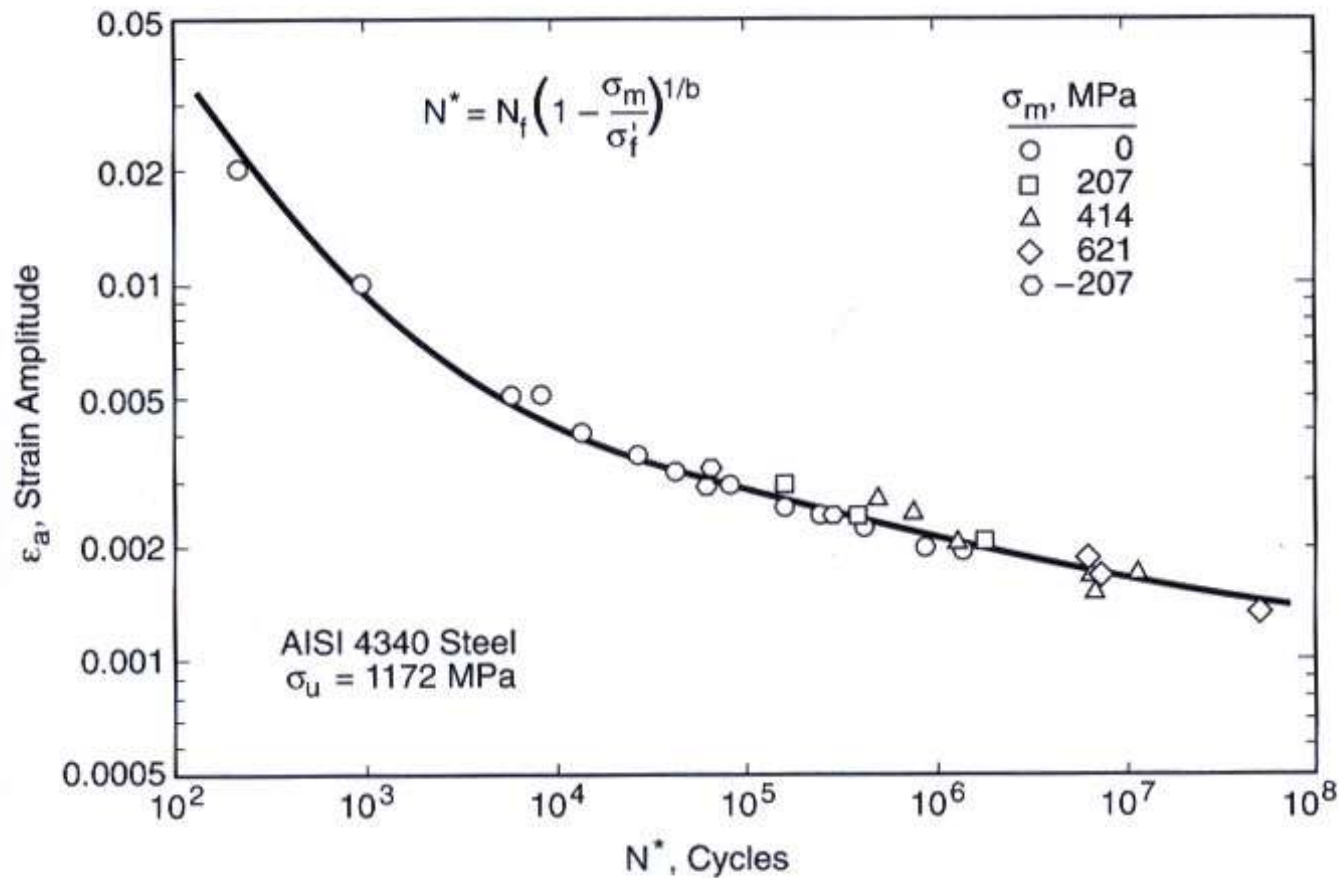
EESC-USP

- Podemos notar que a equação $\epsilon \times N^*$ é a mesma que a anteriormente apresentada para $\sigma_m = 0$.

-Assim, N^* seria a vida calculada como se não existisse tensão média e a equação abaixo fornece a vida N_f que foi ajustada para incluir o efeito da tensão média.



$$N_f = N^* \left(1 - \frac{\sigma_m}{\sigma'_f} \right)^{-1/b}$$



Mean stress data of Fig. 14.10 plotted versus N^* according to the Morrow

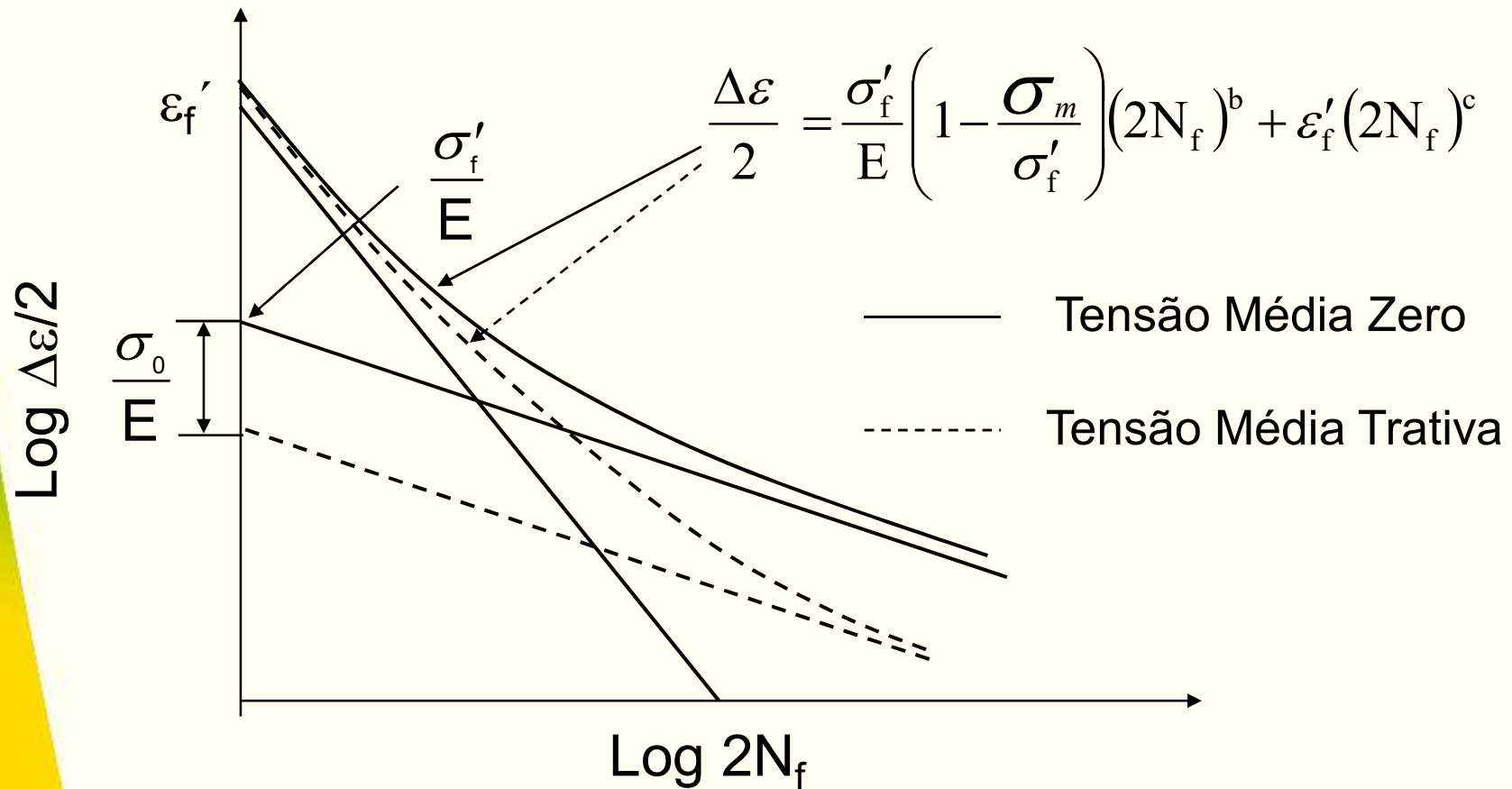


EESC-USP

Modelo de Morrow Modificado

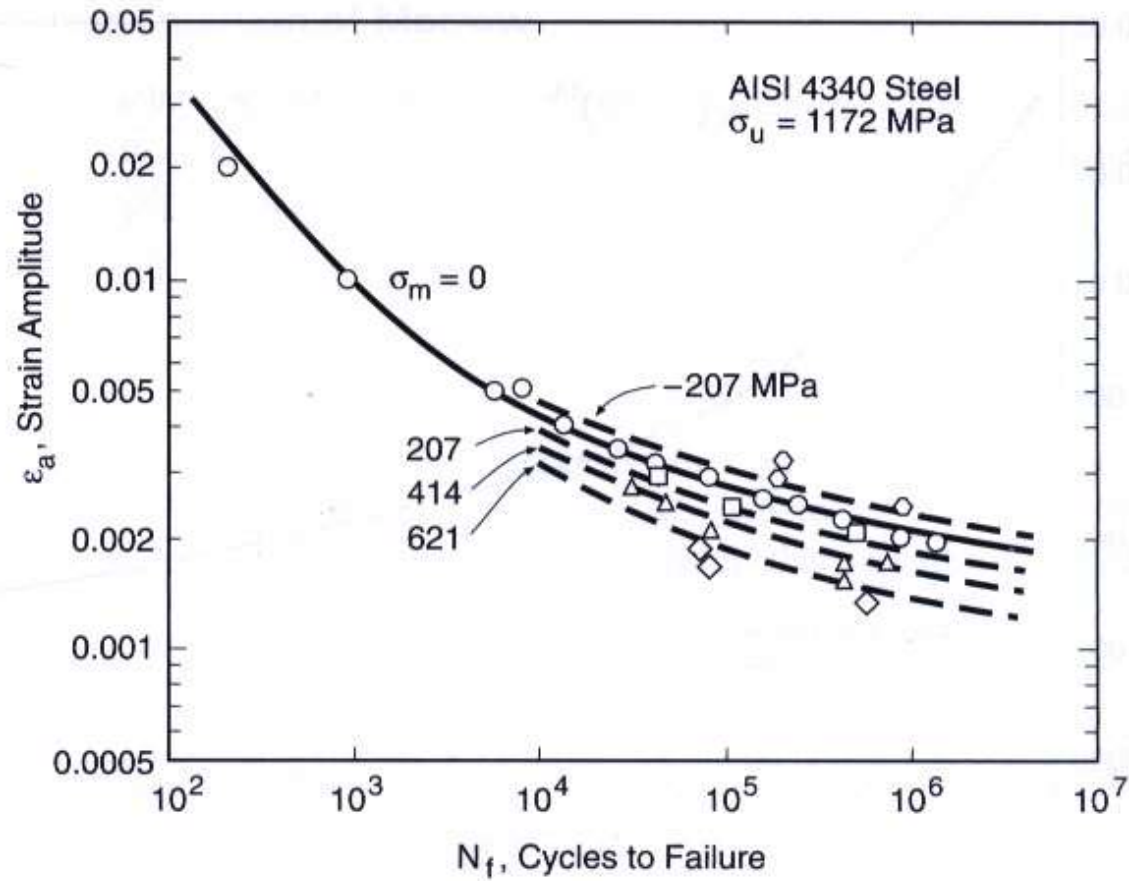


- A seguinte modificação é normalmente usada. Neste caso, observa-se que o efeito da σ_m no termo plástico foi removido.





EESC-USP



Family of strain–life curves given by the modified Morrow approach, and comparison with the data of Fig. 14.10.



EESC-USP

Modelo de Smith, Watson & Topper Para o Efeito da Tensão Média



- Este modelo assume que a vida para qualquer situação de tensão média depende do produto:

$$\sigma_{\max} \cdot \varepsilon_a = h''(N_f)$$

$$\text{Onde } \sigma_{\max} = \sigma_a + \sigma_m = \frac{\Delta\sigma}{2} + \sigma_m$$

- E $h''(N_f)$ indica uma função da vida em fadiga N_f .
- Assim, a vida é esperada ser a mesma para carregamentos completamente reversos ($\sigma_m = 0$) que tenham o mesmo produto $\sigma_{\max} \cdot \varepsilon_a$.
- Novamente, façamos σ_{ar} e ε_{ar} os valores de amplitudes de tensão e de deformação para $\sigma_m = 0$ e que resultem em valores de N_f similar ao de $\sigma_{\max} \cdot \varepsilon_a$.
- Note que para $\sigma_m = 0$, tem-se que $\sigma_{\max} = \sigma_{ar}$, e a função $h''(N_f)$ torna-se $\sigma_{\max} \cdot \varepsilon_a = \sigma_{ar} \cdot \varepsilon_{ar}$.



EESC-USP



$$\frac{\Delta \varepsilon}{2} = \varepsilon_{ar} = \frac{\sigma_f'}{E} (2N_f)^b + \varepsilon_f' (2N_f)^c$$

$$\sigma_{ar} = \sigma_f' (2N_f)^b$$

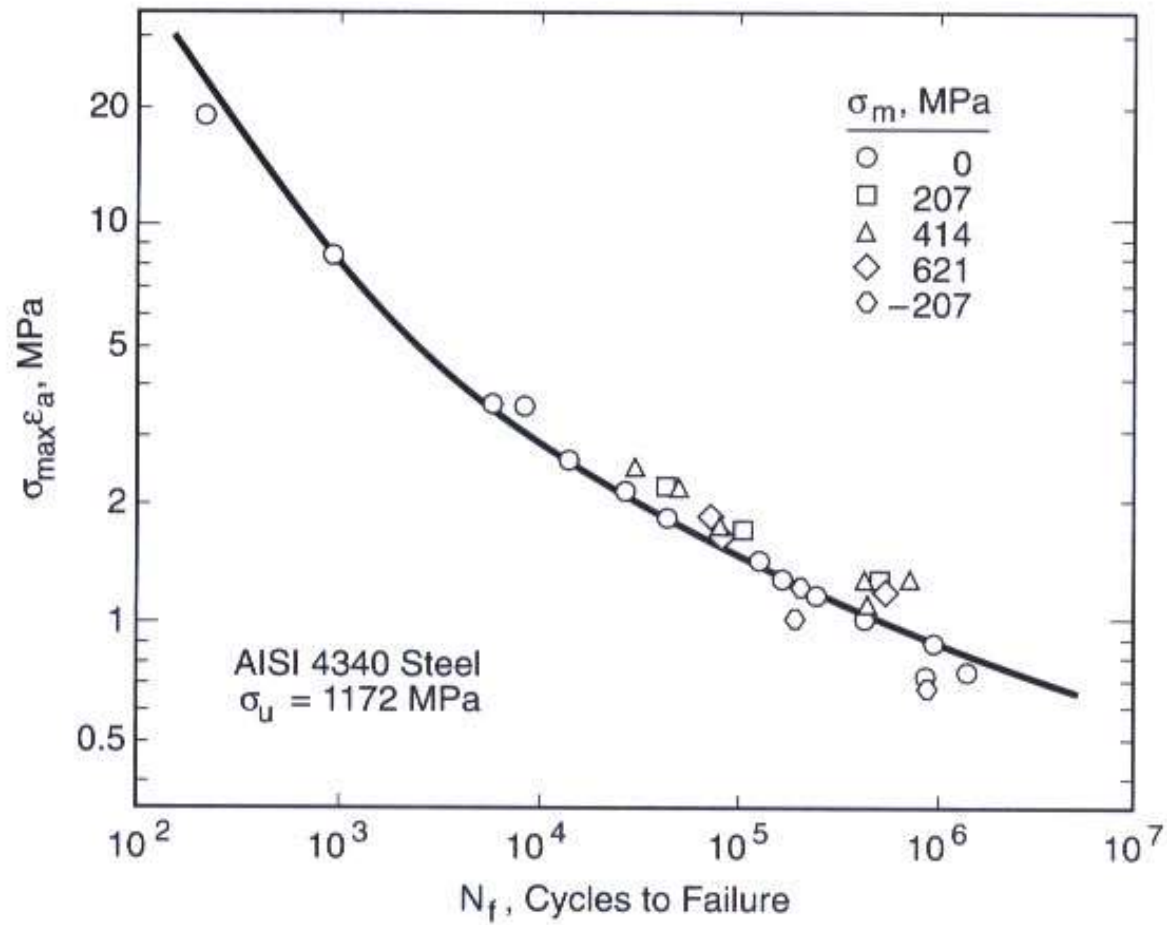
$$\sigma_{\max} \varepsilon_a = \sigma_f' \cdot (2N_f)^b \cdot \left[\frac{\sigma_f'}{E} (2N_f)^b + \varepsilon_f' \cdot (2N_f)^c \right]$$

Um procedimento gráfico conveniente é fazer $\sigma_{\max} \cdot \varepsilon_a \times N_f$ a partir do rearranjo da equação anterior.

$$\sigma_{\max} \varepsilon_a = \frac{(\sigma_f')^2}{E} (2N_f)^{2b} + \sigma_f' \varepsilon_f' (2N_f)^{b+c}$$



EESC-USP



Plot of the Smith, Watson, and Topper parameter versus life for the data



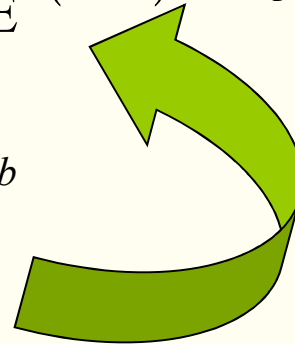
EESC-USP

- Considerando a equação de Walker para o efeito da tensão média no caso de S-N, o valor de N^* para o uso com a equação:

$$\frac{\Delta \varepsilon}{2} = \varepsilon_a = \frac{\sigma'_f}{E} (2N^*)^b + \varepsilon'_f (2N^*)^c$$

$$N^* = N_f \left(\frac{1-R}{2} \right)^{(1-\gamma)/b}$$

$$N^* = N_f \left(\frac{\sigma_a}{\sigma_{\max}} \right)^{(1-\gamma)/b}$$





EESC-USP

Exemplo



- Um dispositivo é produzido de aço RQC-100 e submetido a carregamentos cíclicos com amplitude de deformação de $\varepsilon_a = 0,004$ e uma tensão média de 100 MPa. Quantos ciclos podem ser aplicados antes que a falha por fadiga aconteça?
- Utilize as metodologias de Morrow, Morrow modificada e SWT e comente os resultados.



EESC-USP

Problema 2.17



As seguintes propriedades de tensão-def. e def.-vida são dadas para um aço:

$$E = 30 \times 10^3 \text{ ksi} \quad K' = 137 \text{ ksi} \quad n' = 0.22$$

$$\sigma_f' = 120 \text{ ksi} \quad b = -0.11 \quad \varepsilon_f' = 0.95 \quad c = -0.64$$

- (a) Desenhe em coordenadas log-log as curvas def. elástica-vida, def. plástica.-vida e def. total-vida. Determine a vida de transição ($2N_f$).
- (b) Desenhe o laço de histerese correspondendo a valores de amplitude de def. ($\Delta\varepsilon/2$) de 0,05, 0,00125, e 0,0007. Determine a vida em fadiga em reversos nestes três níveis de tensão.
- (c) Determine a amplitude elástica, plástica e total para a vida ($2N_f$) de 2×10^6 reversos.
- (d) Determine a amplitude de deformação elástica, plástica e total para a vida ($2N_f$) de 500 reversos.
- (e) Determine a amplitude de tensão correspondendo as vidas em fadiga de 500 e 2×10^6 reversos.
- (f) Um componente feito deste material é necessário para uma vida de não menos que 10^4 reversos. O carregamento no componente causa uma amplitude de deformação de 0,008. Determine se o componente atenderá as exigências.



EESC-USP

Problema 2.17 - Solução



- **Desenhe em um gráfico log-log as curvas def.-vida elástica, Plástica e total. Determine a vida de transição ($2N_t$).**

Relembre que

$$\frac{\Delta \varepsilon}{2} = \frac{\sigma'_f}{E} (2N_f)^b + \varepsilon'_f (2N_f)^c \quad (2.41)$$

$$\frac{\Delta \varepsilon_e}{2} = \frac{\sigma'_f}{E} (2N_f)^b = \frac{120}{30000} (2N_f)^{-0.11}$$

Reta com intersepto $\frac{\sigma'_f}{E}$ em $2N_f = 1$

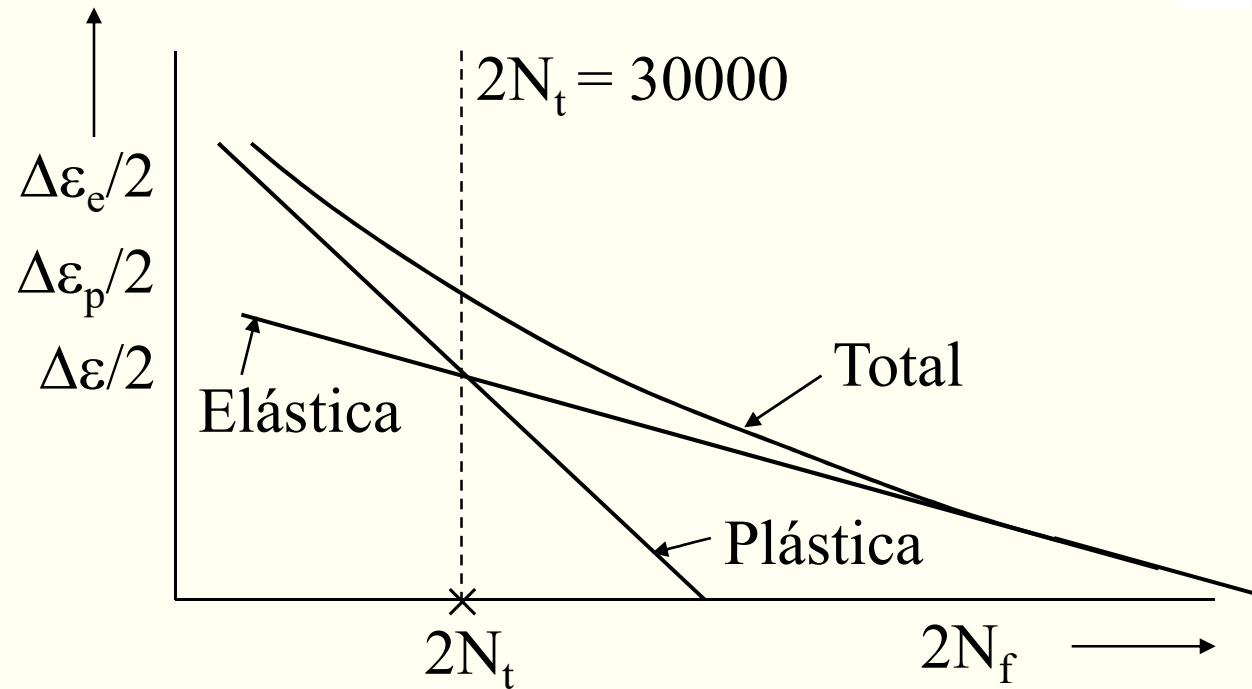
$$\frac{\Delta \varepsilon_p}{2} = \varepsilon'_f (2N_f)^c = 0.95 (2N_f)^{-0.64}$$

Reta com intersepto ε'_f em $2N_f = 1$



EESC-USP

Problema 2.17 - Solução



em $2N_f = 2N_t : \frac{\Delta \varepsilon_e}{2} = \frac{\Delta \varepsilon_p}{2}$

$$\Rightarrow 2N_t = \left(\frac{\varepsilon_f' E}{\sigma_f'} \right)^{\frac{1}{b-c}} = \left(\frac{0.95(30000)}{120} \right)^{\frac{1}{-0.11+0.64}} = 30,366$$



EESC-USP



Problema 2.17 – Solução

b1) Para obter a tensão inicial, use as propriedades cíclicas do material em

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E} + \left(\frac{\sigma}{K'}\right)^{1/n'}$$

$$0.0007 = \frac{\sigma}{30000} + \left(\frac{\sigma}{137}\right)^{1/0.22} \Rightarrow \sigma = 18 \text{ ksi}$$

$$0.00125 = \frac{\sigma}{30000} + \left(\frac{\sigma}{137}\right)^{1/0.22} \Rightarrow \sigma = 24.8 \text{ ksi}$$

$$0.05 = \frac{\sigma}{30000} + \left(\frac{\sigma}{137}\right)^{1/0.22} \Rightarrow \sigma = 70.1 \text{ ksi}$$



EESC-USP

b2) Histerese



$$\Delta\varepsilon/2 = \Delta\sigma/2E + \left(\Delta\sigma/2K'\right)^{1/n'}$$

$$\Delta\varepsilon/2 = \Delta\sigma/60000 + \left(\Delta\sigma/274\right)^{1/0.22}$$

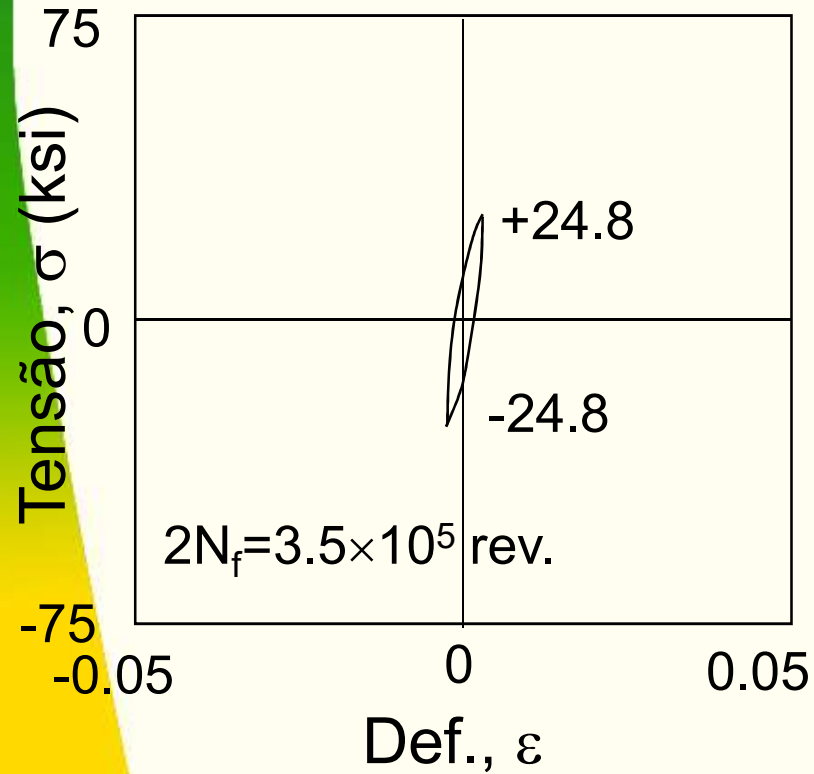
$\Delta\varepsilon/2$	$\Delta\sigma/2$ (ksi)
0.0007	36
0.00125	49.6
0.05	140.2



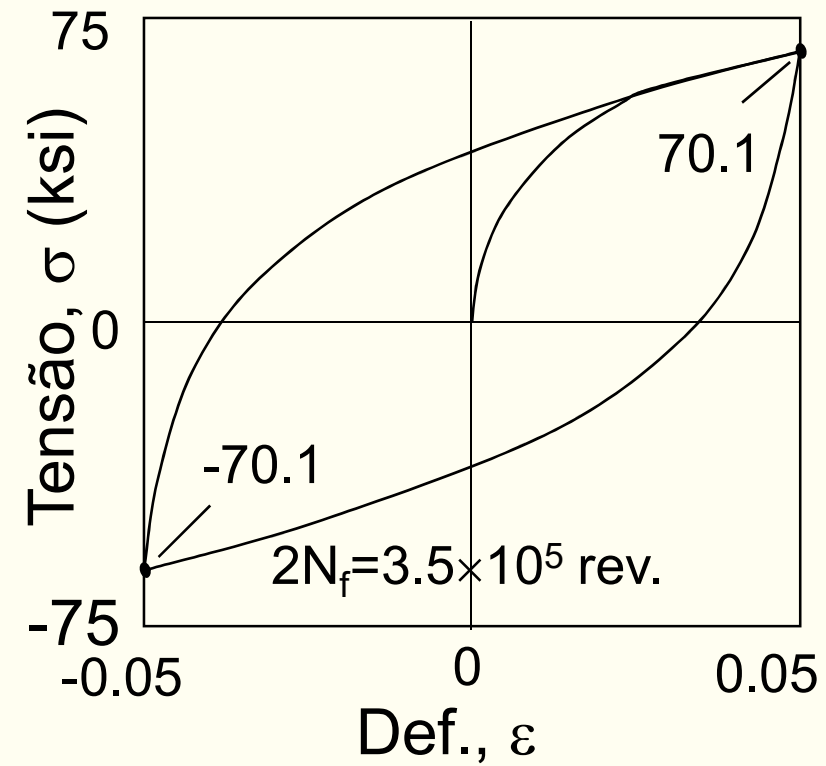
EESC-USP



Laço de Histerese
para $\Delta\varepsilon/2=0,00125$



Laço de Histerese
para $\Delta\varepsilon/2=0,05$





EESC-USP



b3) Vida

$$\frac{\Delta\varepsilon}{2} = \frac{\sigma'_f}{E} (2N_f)^b + \varepsilon'_f (2N_f)^c$$

$$\frac{\Delta\varepsilon}{2} = \frac{120}{30000} (2N_f)^{-0.11} + 0.95 (2N_f)^{-0.64}$$

$\Delta\varepsilon/2$	$2N_f$ (reversos)
0.0007	1.12×10^7
0.00125	351400
0.05	107



EESC-USP



$$\text{c \& d) em } \left. \begin{array}{l} 2N_f = 2 \times 10^6 \\ 2N_f = 500 \end{array} \right\} \frac{\Delta \varepsilon}{2} = ? \quad \frac{\Delta \varepsilon_e}{2} = ? \quad \frac{\Delta \varepsilon_p}{2} = ?$$

$$\frac{\Delta \varepsilon}{2} = \frac{\sigma'_f}{E} (2N_f)^b + \varepsilon'_f (2N_f)^c$$

$$\frac{\Delta \varepsilon_e}{2} = \frac{\sigma'_f}{E} (2N_f)^b \quad \frac{\Delta \varepsilon_p}{2} = \varepsilon'_f (2N_f)^c$$

$2N_f$	$\Delta \varepsilon / 2$	$\Delta \varepsilon_e / 2$	$\Delta \varepsilon_p / 2$
2×10^6	0.000899	0.000811	0.000088
500	0.019818	0.002019	0.017798



EESC-USP

e) *em*
$$\left. \begin{array}{l} 2N_f = 2 \times 10^6 \\ 2N_f = 500 \end{array} \right\} \frac{\Delta\sigma}{2} = ?$$



Usando (c&d) e
$$\frac{\Delta\sigma}{2} = \frac{\Delta\varepsilon_e}{2} E$$

$2N_f$	$\Delta\varepsilon_e/2$	$\Delta\sigma/2$ (ksi)
2×10^6	0.000811	24.33
500	0.002019	60.57

f) Vida necessária @ $\Delta\varepsilon/2=0,008$ é $2N_f=10000$. Foi isto obtido?

$$\frac{\Delta\varepsilon}{2} = \frac{\sigma'_f}{E} (2N_f)^b + \varepsilon'_f (2N_f)^c = 0.008 \text{ solve for } 2N_f = 2500$$

Não, a vida necessária não foi obtida.



EESC-USP

Exercício



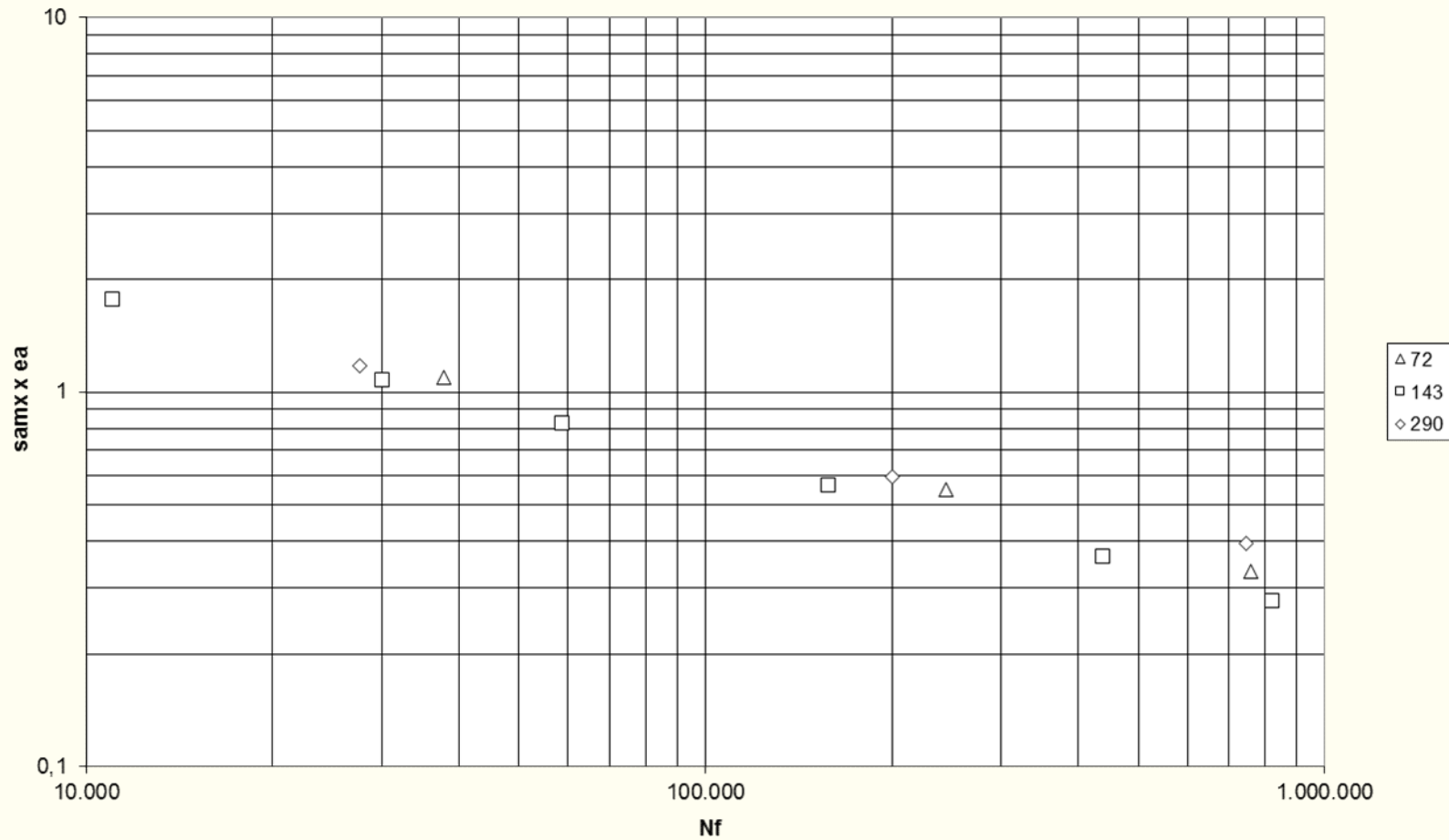
- Alguns dados de deformação – vida para tensão média diferente de zero são apresentados abaixo para uma liga de Al 2024-T4.
 - a) Coloque em gráfico os pontos do parâmetro de SWT, $\sigma_{\max} \cdot \varepsilon_a$ versus N_f em um gráfico de coordenadas log-log. Coloque também a curva esperada para as constantes tabeladas e comente o sucesso do parâmetro de SWT para este material.
 - b) Usando a equação modificada de Morrow, coloque a família de curvas deformação – vida que corresponde a uma tensão média de 0; 72; 142 e 290 MPa e então coloque os pontos da tabela abaixo e comente a concordância dos resultados com estas curvas.

ε_a	σ_a , MPa	σ_m , MPa	N_f , ciclos
0,00345	245	71,7	37.800
0,00232	165	71.7	244.600
0,00172	122	71,7	760.000
0,00410	291	142	11.000
0,00303	215	141	30.000
0,00254	181	144	58.500
0,00198	143	143	158.000
0,00148	105	142	437.100
0,00121	85,5	144	820.000
0,00250	178	292	27.700
0,00149	106	292	200.000
0,00109	76,5	287	747.000



EESC-USP

$$\sigma_{\max} \cdot \varepsilon_a \times N_f$$



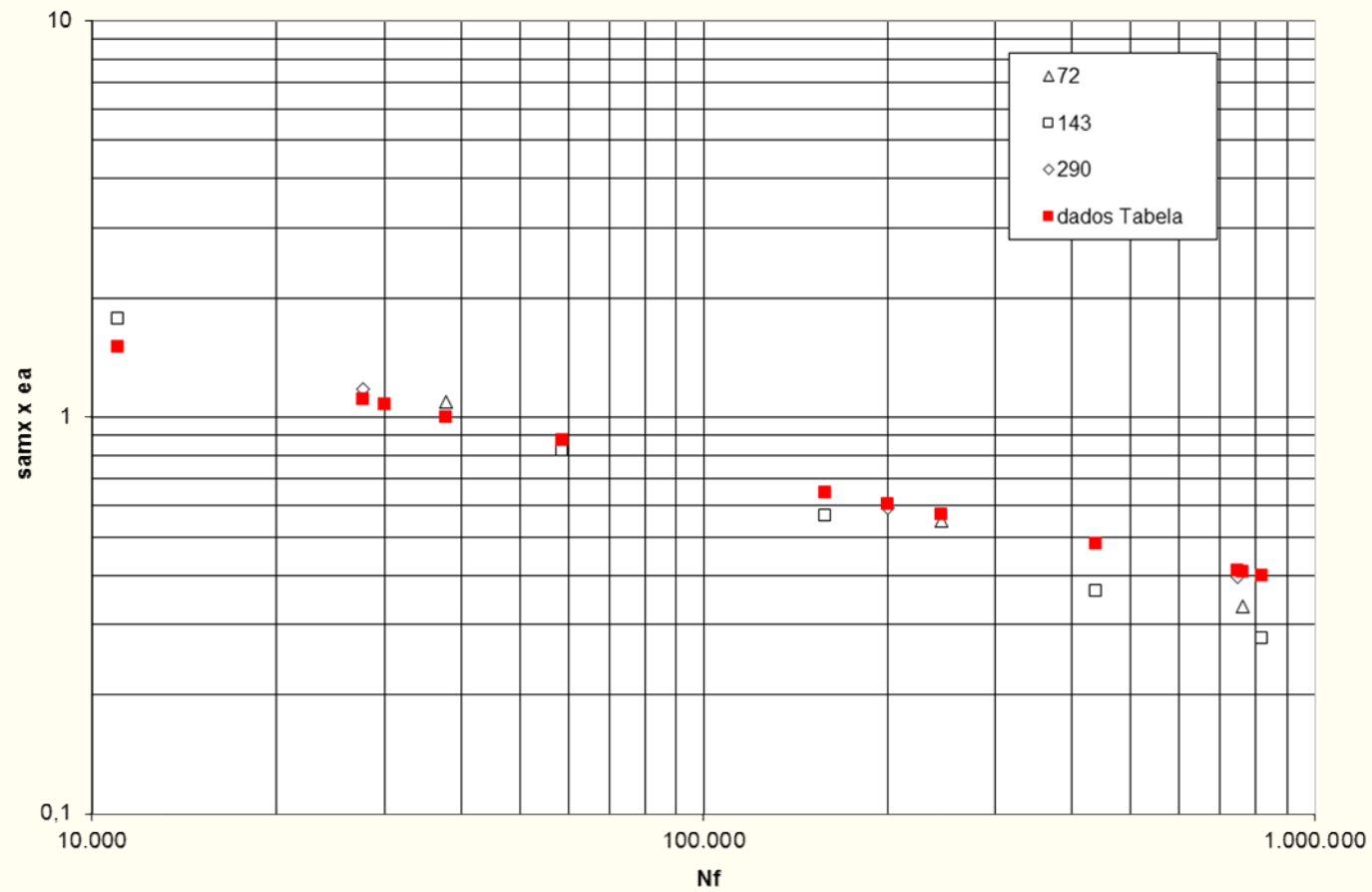
$$\sigma_{\max} \cdot \varepsilon_a = (\sigma_a + \sigma_m) \varepsilon_a$$



EESC-USP



Da Tabela: $E = 73.000$, $\sigma'f = 1294$ MPa, $b = -0,142$, $\epsilon'f = 0,327$, $c = -0,645$





EESC-USP

b)

$$\frac{\Delta\varepsilon}{2} = \frac{\sigma'_f}{E} \left(1 - \frac{\sigma_m}{\sigma'_f} \right) (2N_f)^b + \varepsilon'_f (2N_f)^c$$





EESC-USP

