Programa de Pós-Graduação em Eng Mecânica – PPGEM

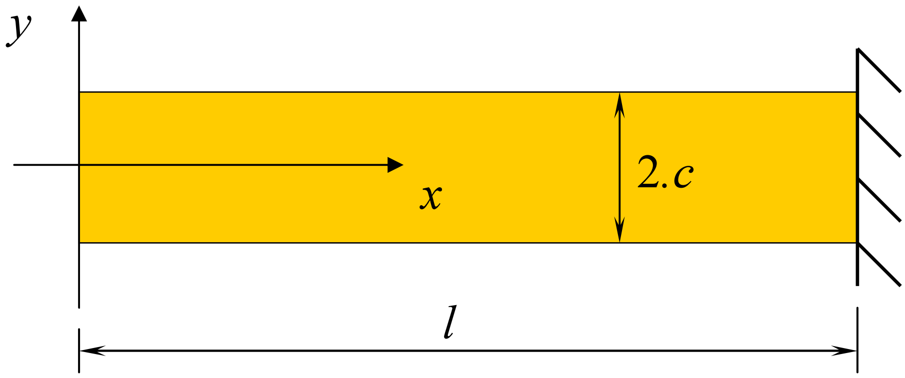
PME-5015 - Tópicos da Teoria da Elasticidade

4ª Lista de Exercícios – Problemas 2D

1) Considere a função dada por:

$$\phi(x,y) = \frac{3F}{4c.t}.\left(x.y - \frac{x.y^3}{3.c^2}\right) + \frac{P.y^2}{4c.t}$$

e a região do plano associada à chapa retangular de altura $2c$, comprimento l e espessura t indicada abaixo:



Pede-se:

a) mostrar que a função $\phi(x,y)$ pode ser utilizada como uma função de tensão;

b) determinar a distribuição de tensões ($\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}$) associadas a tal função;

c) indicar graficamente como deve ser aplicado o carregamento nos contornos da chapa;

d) determinar o campo de deformações $(\varepsilon_x, \varepsilon_y, \gamma_{xy})$ admitindo que o material da chapa tenha comportamento elástico-linear com constantes elásticas E e ν dadas;

e) determinar o campo de deslocamentos $u(x,y)$ e $v(x,y)$ considerando as seguintes condições necessárias para impedir o movimento de corpo rígido:

$$u(l,0) = 0$$
$$v(l,0) = 0$$
$$\left.\frac{\partial v}{\partial x}\right|_{x=l,y=0} = 0$$

2) Mostre que a função $\phi(x,y)$ dada abaixo é uma função de tensão e determine qual problema de E.P.T. ela permite resolver quando aplicada à região delimitada pelas retas $y=\pm c$ e $x = 0$, no semi-eixo positivo dos x (ver figura do exercício 1).

$$\phi(x,y)=\frac{q}{8.c^3}.\left[x^2.\left(y^3-3c^2y+2c^3\right)-\frac{y^3}{5}.\left(y^2-2c^2\right)\right]$$

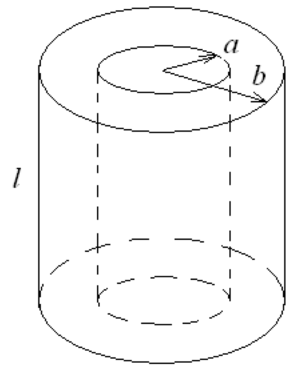
3) Considere um vaso de pressão cilíndrico de parede espessa (raio interno a, raio externo b e comprimento inicial l) submetido unicamente a uma pressão uniformemente distribuída de intensidade p_i <u>*sobre a superfície interna*</u>. Admitindo a hipótese de que as seções planas permanecerão planas após a deformação e que não haja qualquer carregamento atuando na direção longitudinal (ou seja, o vaso pode se deformar livremente na direção longitudinal), mostre que a máxima tensão de cisalhamento ($\tau_{máx}$), a variação do raio interno (Δa), a variação do raio externo (Δb) e a variação do comprimento inicial (Δl) são dados por (cf. Young & Budynas, <u>*Roark´s Formulas for Stress and Strain*</u>, 7[th] ed, 2002, McGraw Hill, Tab. 13.5, caso 1a):

$$\tau_{máx}=\frac{p_i.b^2}{b^2-a^2}\text{, em } r=a$$

$$\Delta a=\frac{p_i.a}{E}.\left(\frac{b^2+a^2}{b^2-a^2}+\nu\right)$$

$$\Delta b=\frac{p_i}{E}.\frac{2b.a^2}{b^2-a^2}$$

$$\Delta l=-\frac{p_i.\nu.l}{E}.\frac{2a^2}{b^2-a^2}$$



4) Considere uma estrutura formada por dois tubos concêntricos de materiais diferentes: o tubo interno é feito de um material homogêneo, isótropo e com comportamento elástico-linear com constantes elásticas E_1 e ν_1. O tubo externo é feito de outro material (também homogêneo, isótropo e com comportamento elástico-linear) com constantes elásticas E_2 e ν_2. Os raios interno e externo de cada um dos tubos são: a e b (para o tubo interno) e b e c (para o tubo externo), sendo $b = 2a$ e $c = 3a$. Admita que, na configuração de referência, a pressão de contato na interface entre os dois tubos seja nula e que o raio na interface seja exatamente o mesmo para cada um (ou seja, ambos valendo $b = 2a$). Considerando válida a hipótese de estado plano de deformação para cada tubo, pede-se determinar o valor da pressão de contato na interface após pressurizarmos o tubo interno com um dado valor de pressão manométrica de magnitude p_i. Considere também que: $\nu_1=\nu_2=\nu$ e que $E_1=E_2/2=E$. Expresse o resultado apenas em função de p_i, E e ν.

5) Diga qual problema de E.P.T. é resolvido com a função de tensão dada por:

$$\phi(r,\theta) = C.\theta \quad \text{, (onde } C \text{ é uma constante),}$$

aplicado ao anel circular de raio interno a e raio externo b (ver figura) Em outras palavras, pede-se:

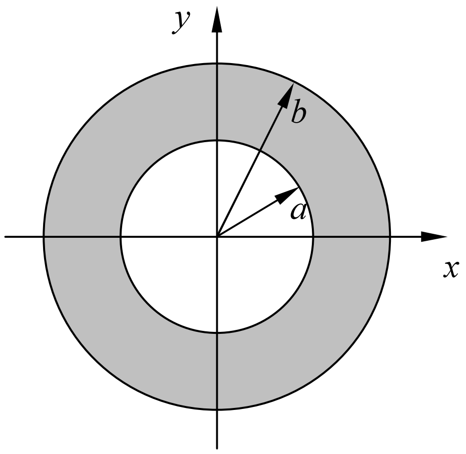
a) verificar que a função dada é, de fato, uma função de tensão;

b) determinar a distribuição de tensões decorrente da função de tensão dada;

c) determinar o carregamento sobre o contorno;

d) mostrar que os esforços aplicados sobre o contorno são estaticamente equivalentes a dois binários iguais e opostos, de intensidade M, correspondendo ao problema de um anel sob torção (note, porém, que as tensões cisalhantes não ocorrem na seção transversal do anel, ou seja, não ocorrem no plano xy). Obs: Considere $C > 0$ e determine os sentidos corretos dos binários produzidos no bordo interno e no bordo externo do anel;

e) obter a relação existente entre a constante C e os parâmetros M, a e b.



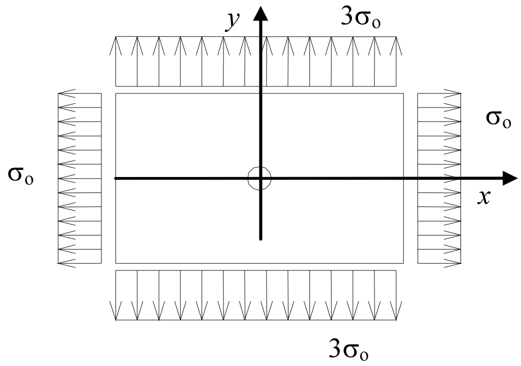
6) Considere que o anel do problema anterior tenha os pontos do bordo interno ($r = a$) fixos. Obtenha o campo de deslocamentos dos pontos do anel. São dados: M = momento de torção (considere $M > 0$, ou seja, momento aplicado no bordo externo do anel no sentido anti-horário), a = raio interno do anel, b = raio externo do anel, E e ν: constantes elásticas do material.

7) A chapa retangular e de pequena espessura indicada na figura está submetida aos carregamentos uniformemente distribuídos indicados. Considerando a existência de um pequeno orifício circular de raio a no centro da chapa, determine:

a) as distribuições de tensões radiais ($\sigma_r = \sigma_r(r,\theta)$), circunferenciais ($\sigma_\theta = \sigma_\theta(r,\theta)$) e de cisalhamento ($\tau_{r\theta} = \tau_{r\theta}(r,\theta)$) nos pontos da chapa (considere que o ângulo θ seja medido a partir do eixo Ox no sentido anti-horário);

b) o valor máximo que o carregamento distribuído σ_o pode ter para que nenhum ponto da chapa escoe (utilize o critério de Tresca e analise apenas os pontos pertencentes ao contorno junto ao orifício).

Dados: σ_e = 400 MPa (tensão de escoamento do material da chapa)



8) A figura abaixo ilustra uma chapa contendo um pequeno orifício circular de raio a em seu centro. Sabe-se que o estado de tensões nos pontos afastados da região do orifício é constituído por tensões planas σ_x, σ_y e τ_{xy}, de intensidades $|\sigma_x|$ = 40 MPa, $|\sigma_y|$ = 20 MPa e $|\tau_{xy}|$ = 40 MPa (ver sentidos na figura). Pede-se:

a) determinar as tensões principais e as direções principais de tensão em pontos distantes do orifício (esboçar estas tensões em um elemento rotacionado);

b) apresentar um modelo para a determinação da distribuição de tensões nos pontos próximos ao orifício utilizando os resultados obtidos no item (a) e a solução analítica do problema de Kirsch;

c) obter, a partir do modelo proposto em (b), a distribuição de tensões circunferenciais, $\sigma_\theta = \sigma_\theta(\theta)$, no bordo do orifício (<u>utilizar θ como indicado na figura</u>).