LCE 0211 - Estatística Geral

Lista Probabilidades

1) Defina um espaço amostral para cada um dos seguintes experimentos aleatórios:
   a. Investigam-se famílias com quatro crianças, anotando-se a configuração segundo o sexo.

$$\Omega = \left\{ \begin{array}{c} mmmm, \\ Mmmm, mMmm, mmMm, mmmM, \\ MMmm, MmMm, MmmM, mMmM, mmMM, mMMm, \\ MMMm, MMmM, MmMM, mMMM, \\ MMMM \end{array} \right\}$$

   b. Três jogadores A, B e C disputam um torneio de tênis. Inicialmente, A joga com B e o vencedor joga com C, e assim por diante. O torneio termina quando um jogador ganha duas vezes em seguida ou quando são disputadas, ao todo, quatro partidas.

$$\Omega = \{AA, ACC, ACBB, ACBA, BB, BCC, BCAA, BCAB\}$$

   c. Lançar um dado até que a face 5 apareça pela primeira vez.

$$\Omega = \{5, N5, NN5, NNN5, \dots.\}$$

   d. De todos os alunos do curso de estatística, escolhe-se um ao acaso e anota-se a sua altura.

$$\Omega = \{h: h > 0\}$$

2) Num levantamento em um município sobre a propriedade da terra e o tamanho do estabelecimento agrícola encontrou-se a seguinte situação: 45 agricultores proprietários com estabelecimentos menores que 50 hectares, 10 agricultores arrendatários com estabelecimentos menores que 50 hectares, 15 agricultores proprietários com estabelecimentos maiores que 50 hectares e 2 agricultores arrendatários com estabelecimentos maiores que 50 hectares. Ao escolher ao acaso algum agricultor do município, qual é a probabilidade de que:

Posse	Tamanho da propriedade		Total
	Menos de 50ha (m)	Mais de 50ha (M)	
Proprietário (B)	45	15	60
Arrendatário (A)	10	2	12
Total	55	17	72

   a. O estabelecimento agrícola tenha menos de 50 hectares?

$$P(m) = \frac{55}{72} = 0{,}7639$$

   b. O agricultor seja arrendatário e o estabelecimento agrícola menor de 50 hectares?

$$P(A \cap m) = \frac{10}{72} = 0{,}1389$$

3) Num estudo sobre fecundidade de duas raças suínas, foram examinados 14 animais de cada raça, obtendo-se o seguinte resultado.

Raças	Fecundidade		Total
	Fecundas	Não fecundas	
A	12 (0,4286)	2 (0,0714)	14 (0,5000)
B	8 (0,2857)	6 (0,2143)	14 (0,5000)
Total	20 (0,7143)	8 (0,2857)	28 (1,0000)

Pede-se:

a. A fecundidade é independente da raça? Justifique através da definição de independência de eventos;

Se o evento F (fecundas) (ou NF: não fecundas) for independente do evento raça A, então, $P(A|F) = P(A|NF) = P(A) = 0{,}5000$. Como, $P(A|F) = 0{,}6000$ é diferente de $P(A|NF) = 0{,}2500$ e também é diferente de $P(A) = 0{,}5000$, concluímos que as variáveis (fecundidade e raça) são dependentes.

b. Qual é $P[F|A]$ =?

$$P[F|A] = \frac{12}{14} = 0{,}8571$$

c. Qual é $P[F \cup A]$ =?

$$P[F \cup A] = P[F] + P[A] - P[F \cap A]$$
$$P[F \cup A] = \frac{20}{28} + \frac{14}{28} - \frac{12}{28} = 0{,}7857$$

4) De três eventos A, B e C, suponhamos A e B independentes ($P[A|B] = P[A]$; $P[B|A] = P[B]$ e $P[A \cap B] = P[A]P[B]$), B e C mutuamente exclusivos ($P[B \cap C] = \emptyset$). Suas probabilidades são:

$P[A] = 0{,}50$, $P[B] = 0{,}30$ e $P[C] = 0{,}10$.

Calcular as probabilidades associadas aos eventos

a. B e C ocorrem (ambos);

Eventos disjuntos $P[B \cap C] = \emptyset$).

b. Ocorrer ao menos um dentre A e B

$P[A \cup B] = P[A] + P[B] - P[A \cap B]$

$P[A \cup B] = 0{,}5000 + 0{,}3000 - (0{,}5000 \times 0{,}3000) = 0{,}6500$

c. B não ocorrer;

$P[B^C] = 1 - P[B] = 1 - 0{,}3000 = 0{,}7000$

d. Ocorrerem os três.

$P[C \cap B \cap A] = P[C]P[B|C]P[A|B \cap C] = 0{,}0000$

5) Para selecionar seus funcionários, uma empresa oferece aos candidatos um curso de treinamento durante uma semana. No final do curso, eles são submetidos a uma prova e 25% são classificados como bons (B), 50% como médios (M) e os restantes25% são classificados como fracos (F). Para facilitar a seleção, a empresa pretende substituir o treinamento por um teste contendo questões referentes a conhecimentos gerais e específicos. Para isso, gostaria de conhecer qual a probabilidade de um indivíduo aprovado no teste ser considerado fraco, caso fizesse o curso. Assim, neste ano, antes do início do curso, os candidatos foram submetidos ao teste e receberam o conceito aprovado (A) ou reprovado (R). No final do curso, obtiveram-se as seguintes probabilidades condicionais:

$$P[A|B] = 0{,}80; \quad P[A|M] = 0{,}50; \quad P[A|F] = 0{,}20$$

$P[B] = 0{,}25$; $P[M] = 0{,}50$; $P[F] = 0{,}25$;

$$P[F|A] = \frac{P[A|F]\,P[F]}{P[A|B]\,P[B] + P[A|M]\,P[M] + P[A|F]\,P[F]}$$
$$P[F|A] = \frac{0{,}20 \times 0{,}25}{(0{,}80 \times 0{,}25) + (0{,}50 \times 0{,}50) + (0{,}20 \times 0{,}25)} = \frac{0{,}05}{0{,}50} = 0{,}1000.$$

6) Uma empresa de sementes fiscalizadas vende pacotes com 20 kg cada. As máquinas A, B e C enchem 25%, 35% e 40% do total produzido, respectivamente. Da produção de cada máquina 5%, 4% e 2%, respectivamente, são pacotes fora do peso aceitável. Escolhe-se ao acaso um pacote e verifica-se que está fora do peso aceitável. Qual a probabilidade de que o pacote tenha sido enchido pela máquina A?

$P[A] = 0{,}25;\ P[B] = 0{,}35;\ P[C] = 0{,}40;$

$P[F|A] = 0{,}05;\quad P[F|B] = 0{,}04;\quad P[F|C] = 0{,}02$

$$P[A|F] = \frac{P[F|A]\,P[A]}{P[F|A]\,P[A] + P[F|B]\,P[B] + P[F|C]\,P[C]}$$

$$P[A|F] = \frac{0{,}05 \times 0{,}25}{(0{,}05 \times 0{,}25) + (0{,}04 \times 0{,}35) + (0{,}02 \times 0{,}40)} = \frac{0{,}0125}{0{,}0345} = 0{,}3623.$$

7) Num experimento com tomates em casa de vegetação tem-se 26 vasos distribuídos segundo o seguinte delineamento

Variedade	Adubos			Total
	A1	A2	A3	
V1	3	4	2	9
V2	1	3	3	7
V3	5	2	3	10
Total	9	9	8	26

Sorteia-se um adubo ao acaso, do qual se sorteia uma variedade. Verificando que a variedade sorteada foi a V2. Pede-se: Qual a probabilidade dela estar sendo tratada com o Adubo 1 (A1)?

$$P[A_1|V_2] = \frac{1}{7} = 0{,}1428$$

8) Um restaurante popular apresenta apenas dois tipos de refeições: salada completa ou um prato à base de carne. Considere que 20% dos fregueses do sexo masculino preferem a salada, 30% das mulheres escolhem carne, 75% dos fregueses são homens e os seguintes eventos: H: freguês é homem; M:freguês é mulher; A: freguês prefere salada; B: freguês prefere carne. Calcular:

a. $P[H]$; $P[A|H]$; $P[B|M]$

$P[H] = 0{,}75;\ P[A|H] = 0{,}20;\ P[B|M] = 0{,}30$

b. $P[A \cap H]$; $P[A \cup H]$

$P[A \cap H] = P[A|H]P[H] = 0{,}20 * 0{,}75 = 0{,}15$

$P[A \cup H] = P[A] + P[H] - P[A \cap H]$

$P[A] = P[A|H]P[H] + P[A|M]P[M]$

$= (0{,}20 * 0{,}75) + (0{,}70 * 0{,}25)$

$= 0{,}15 + 0{,}1750 = 0{,}3250$

$P[A \cup H] = 0{,}3250 + 0{,}75 - 0{,}15 = 0{,}9250$

a. $P[M|A]$;

$$P[M|A] = \frac{0{,}1750}{0{,}3250} = 0{,}5385$$

9) Uma companhia de seguros analisou a frequência com que 2.000 segurados (homens/mulheres) usaram o hospital. Os resultados são apresentados na tabela:

Uso do hospital	Homens	Mulheres
Sim	100	150
Não	900	850

a. Qual a probabilidade de que uma pessoa segurada use o hospital?

$$P[S] = \frac{250}{2000} = 0{,}1250$$

b. O uso do hospital independe do sexo do segurado?

$$P[S|H] = P[S|M] = P[S] = 0{,}1250?$$

$\frac{100}{250} \neq \frac{150}{250} \neq 0{,}1250$ FALSO são eventos dependentes

10) Em uma fábrica de parafusos, as máquinas A, B e C produzem 25%, 15% e 60% do total, respectivamente. Da produção de cada máquina 6%, 3% e 1%, respectivamente, são parafusos defeituosos. Escolhe-se ao acaso um parafuso e verifica-se que é defeituoso. Qual a probabilidade de que o parafuso venha da máquina A? Qual a probabilidade de que ele venha da máquina B? e a probabilidade de vir da máquina C?

$$P[D] = P[D|A]P[A] + P[D|B]P[B] + P[D|C]P[C]$$
$$(0{,}06 * 0{,}25) + (0{,}03 * 0{,}15) + (0{,}01 * 0{,}60) = 0{,}0255$$
$$P[A|D] = \frac{P[D|A]P[A]}{P[D]} = \frac{0{,}06 * 0{,}25}{0{,}0255} = 0{,}5882$$
$$P[B|D] = \frac{0{,}0045}{0{,}0255} = 0{,}1765$$
$$P[C|D] = \frac{0{,}006}{0{,}0255} = 0{,}2353$$

11) A empresa M&B tem 15.800 empregados, classificados de acordo com a tabela a seguir:

Faixa etária	Sexo		Total
	Homens (H)	Mulheres (M)	
< 25 anos (A)	2.000	800	2.800
25 – 40 anos (B)	4.500	2.500	7.000
> 40 anos (C)	1.800	4.200	6.000
Total	8.300	7.500	15.800

Se um empregado é selecionado ao acaso, calcular a probabilidade de ele ser:

a. Um empregado com 40 anos de idade ou menos;

$$P[B] + P[A] = \frac{7000}{15800} + \frac{2800}{15800} = 0{,}6202$$

b. Um empregado com 40 anos de idade ou menos, e mulher;

$$P[(B \cup A) \cap M] = P[B \cap M] + P[A \cap M] = \frac{2500}{15800} + \frac{800}{15800} = 0{,}2088$$

c. Um empregado com mais de 40 anos de idade e que seja homem;

$$P[C \cap H] = \frac{1800}{15800} = 0{,}1139$$

d. Uma mulher, dado que é um empregado com menos de 25 anos.

$$P[M \cap A] = \frac{800}{2800} = 0,2857$$

12) Num mercado, três corretoras A, B e C são responsáveis por 20%, 50% e 30% do volume de total de contratos negociados, respectivamente. Do volume de cada corretora, 20%, 5% e 2%, respectivamente, são contratos futuros em dólares. Um contrato é escolhido ao acaso e este é futuro em dólares. Qual é a probabilidade de ter sido negociado pela corretora A? e pela C?

$$P[A|F] = \frac{P[F|A]P[A]}{P[F]} = \frac{0,040}{0,0710} = 0,5634$$
$$P[C|F] = \frac{P[F|C]P[C]}{P[F]} = \frac{0,0600}{0,0710} = 0,0845$$

13) A administração de um fundo de investimentos em ações pretende divulgar, após o encerramento do pregão, a probabilidade de queda de um índice da bolsa no dia seguinte, baseando-se nas informações disponíveis até aquele momento. Suponha que a previsão inicial seja de 0,10. Depois de encerrado o pregão, nova informação sugere uma alta do dólar frente ao real. A experiência passada indica que, quando houve queda da bolsa no dia seguinte, 20% das vezes foram precedidas por esse tipo de notícia, enquanto, nos dias em que a bolsa esteve em alta, apenas em 5% das vezes houve esse tipo de notícia no dia anterior

$$P[Q|A] = \frac{P[A|Q]P[Q]}{P[A|Q]P[Q] + P[A|\bar{Q}]P[\bar{Q}]} = \frac{0,0200}{0,0200 + 0,0450} = 0,3077$$