POUR UNE SOCIOLOGIE PRAGMATIQUE DE L'ENSEIGNEMENT DES MATHÉMATIQUES

Patrick Trabal
CERSM (Univ. Paris Ouest Nanterre)/GSPR (EHESS)
ptrabal@u-paris10.fr

Vinicio de Macedo Santos[1]
GEPEME/FEUSP (Universidade de São Paulo)
vms@usp.br

Résumé
Cette recherche examine les façons dont les enseignants de mathématiques gèrent des contraintes didactiques et une ambivalence de la discipline au monde sensible. Pour cela, nous avons étudié des corpus issus de manuels brésiliens et français à l'aide du logiciel Prospéro. L'analyse pointe l'importance des injonctions mathématiques dans des situations dans lesquelles elles ne s'imposaient pourtant pas.

Mots-clés
Enseignement – mathématiques – sociologie pragmatique – didactique – manuel scolaire

1. Un oubli sociologique ?

L'enseignement des mathématiques ne passionne guère les sociologues. Les savoirs à enseigner ne semblent pas porteurs de forts enjeux comme c'est le cas pour l'apprentissage de l'histoire, des langues ou de l'économie. Parce que les contenus apparaissent comme particulièrement stables, les débats concernent tout au plus les pédagogies déployées et, en dehors des polémiques qui ont occupé l'espace public lors de l'introduction des fameuses « mathématiques modernes »[2], les querelles ne mobilisent guère au-delà du cercle assez restreint des didacticiens.

Pourtant, si l'enseignement des mathématiques a du mal à s'imposer comme une question de société, ce qui conduirait assurément quelques sociologues à prendre la parole, les mathématiques, elles, sont bien cœur de nos sociétés contemporaines. Il ne s'agit pas ici d'imposer un « panmathématisme », à l'instar de celui défendu par Lichnerowicz (par exemple, 1967 et 1979), mais d'acter que les exigences du « prof de maths » et les modalités de résolution de « l'exercice de maths » s'invitent assez souvent dans des soucis de la famille, dans les discussions ordinaires entre les jeunes, dans les publicités à la télévision. Peut-être plus que d'autres matières, le devoir de maths apparaît-il comme un symbole de l'exigence scolaire en raison

1. Sa recherche a été financée par CAPES (2009 en France) et CNPq (2010/2011 au Brésil).
2. Pour une analyse du cas français, on pourra se reporter à Trabal (1997).

de la valorisation de la filière scientifique – à moins que ce ne soit l'inverse. Par ailleurs, la désaffection grandissante des amphis de sciences et de mathématiques en particulier constitue également une préoccupation qui conduit des acteurs à alerter les pouvoirs publics sur la nécessité d'intervenir pour éviter une pénurie dommageable au développement national[3]. Malgré toutes ces raisons de s'intéresser à la question de l'enseignement des mathématiques, les sociologues délaissent ce sujet ou plutôt le laissent aux didacticiens. Les tensions qui se manifestent lors de cet apprentissage sont alors analysées comme des défauts de méthodes et ces spécialistes de l'éducation s'efforcent d'analyser les représentations des apprenants, de saisir les curricula, de théoriser des progressions pédagogiques qui permettent de mieux transmettre des savoirs.

1.1 De quelques lectures sociologiques

Dans les années 90, les travaux menés de façons indépendantes en France (Trabal, 1995, 1996, 1997, 1999) et au Brésil (Santos, 1990, 2008a, 2008b) notent une série d'ambivalences, de tensions, de souffrances, en montrant qu'elle ne pouvait pas se résumer à des erreurs pédagogiques puisqu'elle pointe avant tout des processus sociaux. On a convoyé trois traditions en sciences sociales pour analyser ces phénomènes.

D'une part, la théorie des représentations sociales, développée par Moscovici (1961 et 1984) puis Jodelet (1989) permettait d'analyser l'image des mathématiques en considérant la représentation comme « une forme de connaissance, socialement élaborée et partagée, ayant une visée pratique et concourant à la construction d'une réalité commune à un ensemble social » (ibid., p 36). En mobilisant les travaux d'Abric et de Flament, on peut identifier un noyau central, « qui détermine à la fois la signification et l'organisation de la représentation » (Flament, 1994), et qui constitue « l'identité même de la représentation » (Flament, 1989, p. 218). Ce travail a permis d'identifier une représentation assez partagée qui donne conjointement à lire chez les mêmes personnes la capacité des mathématiques à assurer quelques certitudes (très utiles notamment dans un processus argumentatif lorsque l'on affirme que « c'est comme 2+2 font 4 », ou que « c'est mathématiquement prouvé »…) et une mise à distance de ce monde mathématique dans sa propension à exclure ceux qui transgressent l'ordre[4].

D'autre part, la sociologie bourdieusienne s'invitait assez naturellement pour construire l'idée d'un champ fortement hiérarchisé par cet ordre mathématique. Cette discipline – que l'on peut entendre au sens fort de Foucault – permet non seulement de classer les différentes filières en fonction de l'importance de cet enseignement (en termes de volumes, d'exigences, de coefficients), mais aussi de structurer durablement cet ordre puisque ce sont les meilleurs élèves qui s'engagent

3. Voir par exemple Braly (2009). On peut lire également cette inquiétude dans des sites spécialisés : http://lamaisondesenseignants.com/index.php?action=afficher&id=4&rub=30
4. On peut à ce titre renvoyer aux annotations des enseignants, recensées par Stella Baruk, lorsqu'ils manifestent leur indignation devant les erreurs des élèves avec des mots extrêmement forts : « horreur », « n'importe quoi », « idiot »… (Baruk, 1973).

dans la filière scientifique et à la fois qui obtiennent les meilleurs emplois grâce à des formations construites, de façon explicite, sur la capacité à résoudre des problèmes mathématiques. Ceux qui posent ces compétences comme critère arguent qu'elles permettent d'identifier les candidats les mieux structurés.

Enfin, on peut s'intéresser à l'enseignement des mathématiques « en train de se faire » comme Latour se propose d'analyser la science « en action » (Latour, 1987). On peut chercher à décrire la réalité du déroulement du cours de maths en croisant les contraintes d'un enseignant garant de la validité des énoncés qui circulent et de celles des apprenants essayant d'en produire. À ce titre, nous avions défendu le projet selon lequel l'enseignement des mathématiques devrait s'inscrire dans la sociologie des sciences dont on peut regretter qu'elle ne s'intéresse, dans les débats post-mertoniens, qu'aux conditions de production des énoncés scientifiques et finalement jamais à leur enseignement, qui pourtant apparaît bien comme une autre opération de traduction. Les interactions entre les représentants du monde académique et les non-scientifiques ont été largement étudiées cette dernière décennie. Ces recherches s'inscrivent le plus souvent dans une sociologie des risques et/ou de l'expertise et s'intéressent aux formats de l'action et du jugement marqués par la critique qui, « dans un monde incertain » (Callon, Lascoumes et Barthe, 2001), donne à lire des tensions entre les protagonistes. Mais pourquoi ne pas penser le cours de maths (et par extension de science) comme un moment de « démocratie technique », un « forum hybride »[5] à la fois « confiné », puisqu'à l'instar du laboratoire la classe tend à se détacher des contraintes du monde physique, mais aussi « de plein air », puisque la majorité des acteurs sont des « chercheurs profanes » ne maîtrisant que partiellement les connaissances scientifiques ?

1.2 La didactique des mathématiques

Historiquement, l'approche didactique s'est centrée sur la formation du professeur de mathématiques et sur ses pratiques d'enseignement. On s'intéresse essentiellement à des prescriptions, des techniques et des modèles de classe avec lesquels le professeur doit se familiariser pour faciliter l'apprentissage de la discipline. La didactique apparaît comme une activité qui hérite, d'un côté, d'une conception des mathématiques où dominent l'impératif et le rapport à la vérité et, de l'autre, d'un caractère prescriptif et normatif, et ce depuis sa naissance et jusqu'à ce qu'elle assume un caractère interprétatif critique basé sur le questionnement de son propre objet d'étude (Steiman, Misirlis & Montero, 2006). Étant entendu que le processus d'enseignement et d'apprentissage n'est plus considéré comme un processus unique, expliqué à partir d'une seule perspective et sans prendre en compte les contextes et les pratiques spécifiques à la salle de classe, l'on voit émerger des questionnements, un déplacement des préoccupations et des réflexions amenant à une redéfinition du savoir didactique mis en jeu.

De cette façon, une perspective de la didactique des mathématiques s'est efforcée de se rapprocher et de transgresser des frontières entre différentes disciplines. Il s'agit alors de s'engager dans l'observation des processus impliqués

5. Dans l'ouvrage de Trabal (1997), on trouve la notion de « lieu mixte », qui d'une certaine façon préfigure la notion de « forum hybride » développée par ces trois auteurs.

dans l’apprentissage des apprenants, de rénover et de développer des connaissances du domaine et de contribuer à l’encadrement épistémologique de l’enseignement actuel des mathématiques et aux savoirs des professeurs qui le mettent en œuvre. Dans les systèmes d’enseignement, à leurs différents niveaux, il existe des enjeux nombreux et complexes qui engagent certes les éducateurs, les apprenants et les connaissances en mathématiques, mais aussi des dimensions qui dépassent l’acte d’enseignement et d’apprentissage : la recherche, l’application des connaissances disponibles pour la modification des programmes, l’amélioration de la formation des professeurs et, d’une façon plus générale, l’ensemble des relations sociales des différents acteurs en dehors de l’institution scolaire et universitaire.

Ce mouvement conduisant à la fois à convoquer d’autres disciplines et à prendre en compte la dimension plurielle de l’enseignement des mathématiques a suscité une série de discussions entre un didacticien et un sociologue dont l’une est ici présentée.

2. Une pragmatique de l’enseignement des mathématiques

2.1 Un changement de regard

La relation des mathématiques à la pratique semble une bonne entrée pour saisir les tensions qui se jouent autour de l’enseignement de cette discipline. D’une part, nous l’avons vu, parce qu’elle permet d’analyser les difficultés à faire sens pour les apprenants. D’autre part, parce que cette distance à la réalité – et donc à ce qui est au cœur des préoccupations des acteurs non mathématiciens, dont les élèves – n’est pas simplement le résultat d’un défaut pédagogique de l’enseignant, mais est intrinsèque à la quiddité mathématique. Qu’il s’inscrive dans la tradition platonicienne qui dans son acception moderne se caractérise par la croyance à des objets « purs », auxquels on a recours par l’idéalisation mathématique, ou dans un point de vue formaliste qui considère que les mathématiques constituent un « langage parfait » permettant notamment de calculer, en renonçant à toute quête de référence à un réel, ou dans des positions intermédiaires qui s’efforcent de tenir ces deux conceptions, le mathématicien tient généralement à prendre ses distances par rapport au réel ou, en tout cas, à s’inscrire contre le pragmatisme. L’usage courant associe la perspective pragmatique à la recherche d’une solution satisfaisante, marquée par sa capacité à répondre aux contraintes d’une situation donnée. S’il s’agit assurément d’une réduction de la pensée des philosophes américains du début du XX^e siècle, l’attachement aux conséquences pratiques de la pensée reste néanmoins un trait caractéristique de cette tradition. Il nous semble qu’il faut interroger les liens entre l’activité mathématique et le pragmatisme dont une sociologie postule ses qualités heuristiques pour décrire le social, qui se caractérisent par une forte tension. D’un côté, que l’on se réfère à une conception platonicienne, selon laquelle seul un travail sur les objets idéels peut prétendre à la validité, ou au point de vue formaliste qui invite à valoriser le langage en renonçant à chercher une quelconque référence au réel, il s’agit bien de ne pas se préoccuper des conséquences du raisonnement pour porter son attention sur sa cohérence par rapport à l’axiomatique donnée – sans avoir du même coup à statuer sur sa pertinence. De l’autre, si on accepte une autonomie de la pensée, il reste à interroger ses enjeux pratiques et à envisager les conséquences dans le monde sensible.

À un premier niveau, cette opposition invite à une autre lecture des tensions autour de l’enseignement des mathématiques. Car, si comme le suggère la sociologie pragmatique les formats de l’action et du jugement des élèves – comme de tous les acteurs – sont centraux dans la réalité quotidienne, le travail mathématique qui leur incombe se trouve en tension avec les perceptions et les activités ordinaires. On peut ainsi décrire les difficultés des apprenants soit comme une modalité d’erreurs de cadrage des exigences mathématiques, soit comme une forme de critique de ce mode de connaissance dont la légitimité pourrait être théoriquement discutée si l’institution scolaire et le prestige des mathématiques permettaient une telle remise en question ; elles peuvent toutefois être soumises à des contestations instanciées dans le cours de maths.

Ces discussions difficilement possibles – mais qui surgissent parfois dans des classes si l’enseignant accepte de discuter l’indiscutable – méritent une attention particulière. On peut s’étonner, là encore, qu’elles sont rarement prises pour objet dans la littérature sociologique alors que se multiplient depuis trois décennies les ethnographies et anthropologies de « la vie de laboratoire »[6]. Non seulement le travail ordinaire des mathématiciens échappe en partie à ces programmes de recherche, mais celui à l’œuvre dans les établissements scolaires n’est jamais étudié. À défaut de pouvoir mener une enquête au cœur de ces laboratoires, l’activité d’une partie des mathématiciens se donne à lire dans leurs ouvrages, dans les manuels scolaires en particulier. Quand ils démontrent leurs théorèmes, quand ils transmettent un raisonnement en exemplifiant, quand ils illustrent leur propos à l’aide de schémas, ils restituent une activité qui n’apparaît pas si détachée du monde sensible. Lorsqu’un élève se fait réprimer car il affirme que trois points sont alignés « parce que ça se voit sur la figure », l’enseignant imposera certes une démonstration mais elle se nourrira de ce même schéma. La dévalorisation du monde sensible au profit d’un monde idéel se conjugue malgré tout avec un travail perceptuel qui a besoin d’appuis : de l’encre ou de la craie, du papier ou un tableau, un mouvement physique qui représente ce qui doit être pensé. Certes, personne n’a jamais prétendu qu’il fallait se départir de quelques leviers pour expliciter le raisonnement. Mais on note rarement la tension entre une disqualification du monde sensible pour poser la nécessité d’une démonstration d’une part, et la possibilité d’appuyer un raisonnement en mobilisant le monde physique.

Une sociologie pragmatique des mathématiques et de leur enseignement a moins vocation à statuer sur la nature de l’activité des mathématiciens en notant des écarts entre les positions qu’ils peuvent tenir dans certaines arènes et la réalité de leurs pratiques ordinaires – ce type de programme incombe plus à une sociologie du dévoilement – qu’à décrire les façons dont se lient cette activité hautement conceptuelle et le monde sensible. Notre perspective invite à penser que ces articulations sont variables selon les moments et selon les lieux ; l’un des enjeux pour

6. Cf. par exemple : Latour, Woolgar et Biezunski (1979) ou Akrich, Latour et Callon (2006).

l’enseignement consiste à s’assurer de l’adéquation entre le travail cognitif de l’élève et les modalités par lesquelles le professeur articule le monde réel et les « idéalités ».

La capacité de l’enseignant à jouer sur différents registres, passant de la démonstration à l’illustration et réciproquement, la propension des programmes à introduire de la flexibilité dans l’exigence mathématique[7] sont autant de modalités des difficultés à articuler l’activité mathématique avec le monde réel.

Ce questionnement sociologique fait écho à des approches de didacticiens. Dans la perspective d’une prise en compte des contextes pertinents pour les apprenants, Lave et Wenger (1991) et Blanco (2000) insistent sur le fait que l’enseignement et l’apprentissage sont imprégnés des conditions contextuelles qui dépassent la dimension simplement individuelle et cognitive pour s’imposer comme le cadre des pratiques sociales. La notion de contexte est large et peut avoir des significations différentes en fonction de l’approche retenue. L’on peut ainsi se référer à l’environnement *micro*, *méso* et *macro* social et culturel où est immergé le sujet, ou encore à un ensemble de références, de significations et de questions mobilisées par le sujet pour orienter son action, qu’elle soit physique ou intellectuelle, dans l’un quelconque de ces environnements. Selon la perspective vygotskienne, le contexte socioculturel s’entend comme accessible à l’individu par l’entremise de son interaction sociale avec d’autres membres de la société qui connaissent mieux les compétences et les instruments intellectuels et culturels socialement et historiquement constitués. Le contexte selon Lacasa (1994) présuppose une certaine relation entre les objets et leur environnement autre que simplement physique. Pour cet auteur, les apprenants et autres personnes impliquées dans le quotidien scolaire sont plus que de simples spectateurs, et le contexte est lié aux rapports sociaux constitués. En effet, les rapports sociaux établis dans le quotidien extrascolaire produisent chez les sujets actifs des formes et des représentations qui se répercutent à l’école et en salle de classe. Lorsque nous parlons de « réel » dans l’enseignement de disciplines, les didacticiens se réfèrent à des situations et à des activités évoquant l’expérience de l’apprenant, dans la mesure où ce réel est susceptible de faire sens pour le sujet, de sous-tendre ses élaborations conceptuelles et de fournir des appuis au développement des savoirs scolaires (Douek, 2009). Ce dernier auteur fait « l’hypothèse qu’un objet de savoir fait sens pour un sujet s’il a un caractère culturel et si plus spécialement il est susceptible d’être “instrumentalisé”[8] par un sujet ».

Ainsi, de notre point de vue, le sensible et le tangible dans le rapport des apprenants aux mathématiques s’imposent à eux comme le « réel », un réel que nous chercherons à caractériser de prime abord selon trois dimensions principales liées à sa nature et à sa fréquence : « immédiate » (situations du quotidien et du contexte proche, ou micro-contexte), « médiate » (situations externes des méso et micro-contextes) et « pensée/hypothétisée » (expériences qui mènent à des questionnements, des réflexions, des formulations d’hypothèses, des conclusions, etc.).

7. Sans que celles-ci n’aient pu être à ce jour recensées systématiquement, il n’est pas rare d’entendre des plaintes des enseignants de mathématiques regrettant l’abandon d’un formalisme ou de l’exigence de démonstration, et critiquant la nécessité de passer par de longues « activités pratiques » avant d’entamer leur cours sur une notion donnée.
8. Citant Rabardel, 1999.

Le croisement d’une sociologie pragmatique de l’enseignement des mathématiques et d’une tradition didactique de cette discipline revient à examiner les façons dont s’articulent l’activité mathématique et le monde sensible. Le programme de recherche dans lequel nous nous sommes engagés revient à interroger à la fois les différentes réalités dans lesquelles sont engagés les élèves, les façons dont les enseignants gèrent les tensions entre raisonnements ordinaires, disqualification du sensible et exigences mathématiques, les objets qu’ils peuvent mobiliser concrètement dans le monde physique, leurs efforts pour montrer l’utilité des mathématiques notamment à travers la réalisation de séquences pédagogiques qui invitent à un processus de mathématisation, les formes d’ajustement des élèves aux demandes de leur professeur – lesquels se heurtent parfois à la question du sens –, et enfin les jeux d’évaluation et les opérations critiques de ces activités par les différents protagonistes.

2.2 Travailler sur des corpus de manuels scolaires

Dans cette perspective, nous nous sommes intéressés à l’activité d’un rédacteur de manuel de mathématiques. Nous pouvons considérer qu’il est tenu par un ensemble de contraintes que nous nous proposons de décrire dans un premier temps. Il conviendra alors d’étudier finement la façon dont il les gère et d’interroger les conséquences de ces façons de composer.

Il est, en premier lieu, des contraintes purement didactiques qui imposent de découper l’interrogation mathématique en plusieurs tâches afin de ne pas « bloquer » les élèves à la première question qui pourrait les empêcher de poursuivre en cas d’échec. De même, il s’agit de respecter des règles fixant le nombre et le type de compétences exigées par les programmes et les référentiels ainsi que leur progression. Par ailleurs, dans le cas des problèmes dans lesquels l’auteur de l’exercice propose d’introduire une situation réelle, il s’agit alors *a minima* qu’elle fasse sens pour un élève, au mieux qu’elle l’intéresse. Enfin, on peut supposer qu’elle soit crédible, ce qui impose au rédacteur un degré de réalisme. Il apparaît que nombre de ces contraintes peuvent entrer en opposition. L’étude scientifique de la trajectoire d’un ballon, la puissance d’une chaîne Hi-Fi ou la rapidité d’un jeu informatique exige des compétences mathématiques qui dépassent largement celles étudiées à moins de procéder à des simplifications qui altèrent le réalisme des situations.

Un des enjeux de notre étude est donc d’étudier dans quelle mesure les rédacteurs d’exercice acceptent de se soumettre à ces contraintes et comment ils les gèrent.
Dans cette phase de la recherche, nous nous sommes concentrés sur un ensemble de notions mathématiques enseignées au Brésil et en France à des élèves de 11-12 à 14-15 ans. Nous avons choisi deux niveaux scolaires distincts et quatre thèmes, conformément au tableau ci-dessous :

Tableau 1 : Niveaux scolaires de l’échantillon en fonction des thèmes

	11-12 ans	14-15 ans
Fractions/décimaux	X	
Géométrie/mesures	X	
Équations/inéquations		X
Géométrie plane		X

Nous aurions pu prendre n’importe quel niveau et des contenus y afférents, mais nous avons choisi ces classes qui correspondent à l’année suivant et celle précédant un changement d’établissement. Quant aux contenus, nous avons opté pour ceux qui sont à la fois enseignés dans les deux pays et dans les mêmes tranches d’âge. Les fractions et les décimaux peuvent être liés à des situations du quotidien et l’approche qui en est faite (représentations symboliques, notions dissociées, algorithmes spécifiques, etc.) génère de nombreuses difficultés chez les apprenants. Le thème des équations est quant à lui bien plus difficile à lier à des problèmes réels. Et celui de la géométrie, encore que favorable à l’exploitation de diverses situations du monde physique et de l’expérience des apprenants, est un thème souvent délaissé à l’école, et ce malgré sa présence significative dans les programmes. Les présents résultats se fondent sur l’analyse de ces notions selon quatre ouvrages : deux brésiliens (Imenes & Lellis, 2002) pour les niveaux de 5e et 8e (ce qui aujourd’hui correspond respectivement aux 6e et 9e années) et deux français (Pène & Depresle, 2000, 2003)[9] pour les classes de 6e et 3e, soit dans des cibles communes (les 11-12 ans et les 14-15 ans).

2.3 Une analyse outillée par le logiciel Prospéro

Nous avons isolé, dans un premier temps, les énoncés des exercices qui mentionnent, de près ou de loin, une allusion au monde physique et social. En fait, notre démarche a essentiellement consisté à retirer les nombreux énoncés qui se résument à additionner des fractions, résoudre des séries d’équations ou d’inéquations. Nous avons ensuite entrepris une analyse sémantique. Pour cela, nous avons mobilisé le logiciel Prospéro avec lequel on peut relier les dimensions statistique (permettant de traiter de grandes quantités d’énoncés), sémantique (pour rendre compte des significations attribuées à des thèmes ou des arguments), historique (afin de décrire les phénomènes de gradualité ou de ruptures, de retour sur le passé ou d’engagement sur le futur) et pragmatique (pour saisir le cadre de l’action et de l’énonciation). Si toutes les fonctionnalités ne sont pas centrales pour la présente recherche[10], il reste que, pour lier ces différents aspects, il faut néanmoins interroger les différentes stratégies de codage des éléments du discours. Pour avoir du sens, la représentation de structures textuelles doit assumer le fait que le chercheur est lui-même conduit à interpréter les textes (Chateauraynaud, 2003). Le logiciel Prospéro

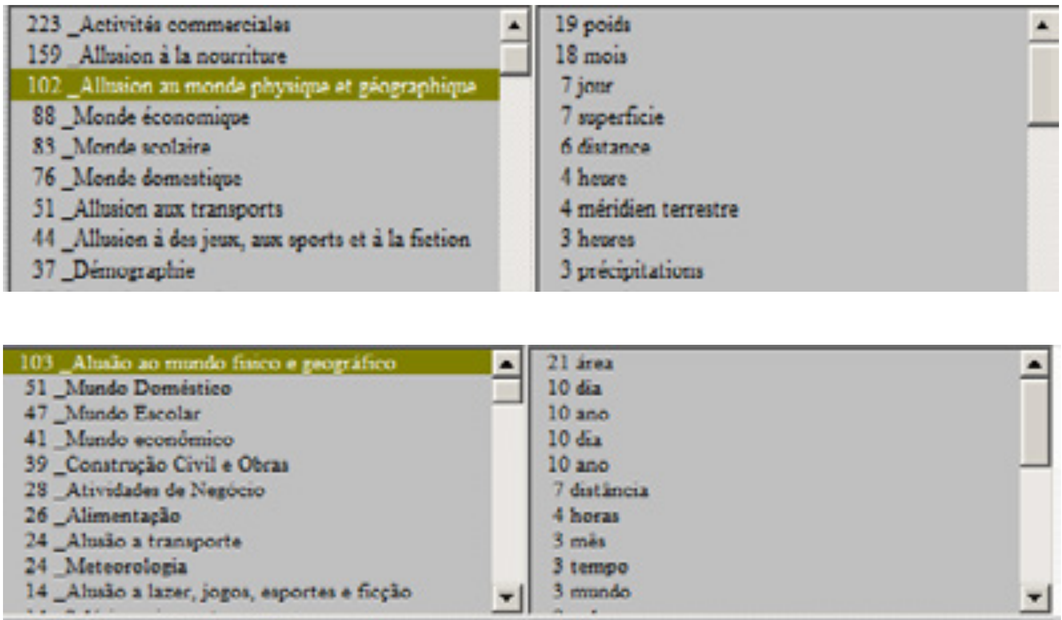
9. Nous avons pris l’éditeur Belin qui figure parmi les ouvrages les plus utilisés par les enseignants.
10. Cf. le site prosperologie.org.

et les programmes qui l’accompagnent sont précisément construits autour de cette exigence : l’utilisateur doit pouvoir évaluer plusieurs jeux d’interprétations. En ce qui nous concerne, nous avons créé une série de collections et de catégories qui permet de décrire les répertoires et les univers sémantiques déployés dans nos corpus. Cette recherche a nécessité la traduction du logiciel en portugais. Celle-ci n’est pas achevée et notre analyse se concentrera sur les dimensions lexicales et sémantiques que nous avons pu traduire.

3. Des façons de gérer des contraintes

On peut présenter les premiers résultats de l’analyse de ce corpus en décrivant, dans un premier temps, les mondes mis en scène par les rédacteurs des exercices. En construisant plusieurs catégories – dans le vocabulaire du logiciel, il s’agit d’assembler des éléments qui entretiennent une relation métonymique –, il apparaît de fortes différences entre les corpus français et brésiliens.

Figure 1 : Déploiement des principales catégories dans les corpus français et brésiliens



À gauche de ces illustrations, on peut lire les principales catégories qui se déploient dans les corpus et à droite les premiers représentants de la catégorie sélectionnée. Pris dans des cultures données et soucieux de faire référence à des mondes qui font sens pour leur public, les auteurs convoquent plus souvent des situations liées à l’alimentation en France et, au Brésil, à la construction de bâtiments et d’infrastructures civiles en lien avec des considérations géographiques et écologiques. On ne peut être certain que l’intention des auteurs de coller à des univers qui font sens pour les élèves soit performative, mais un sociologue qui souhaite saisir les formes de représentations et quelques données culturelles peut également noter que les mondes supposés faire sens pour les jeunes se donnent à lire par les ordres de grandeur des richesses. Dans le corpus français, lorsqu’il s’agit de donner le prix d’une voiture, ce sera celui d’une moyenne. Dans un ouvrage datant de 2000, on choisit une automobile coûtant 13648 € HT. Dans le corpus brésilien, on enregistre des valeurs économiques très différentes à l’image des inégalités qui marquent ce pays. Comme dans le cas français, on trouve des situations dans lesquelles l’élève se retrouve à la tête d’une entreprise commerciale ; l’argent dont il est question peut atteindre 11500 R$ (soit aujourd’hui environ 4300 €[11]). Mais, lorsque l’on évoque des salaires, ils correspondent aux minima (moins de 622 R$ mensuels soit, au cours actuel, 230 €). Plusieurs énoncés décrivent une situation dans laquelle le père de famille n’a pas d’argent et il s’agit de l’aider soit en vendant sa voiture, soit en économisant sur des achats incontournables.

Ces résultats très riches dans le cadre d’une analyse culturaliste méritent toutefois d’être complétés par une approche qui vise à saisir plus finement la nature de la relation au monde sensible induite par les auteurs. Nous avons procédé ainsi à une analyse manuelle pour lier cela aux types de compétences mathématiques exigées.

Le tableau 2 fait apparaître, dans les cas brésilien et français et pour chaque classe d’âge retenu, le nombre d’énoncés et leur proportion pour chacune des compétences étudiées en tenant compte d’une classification selon quatre groupes :

- L’un rassemble des questions qui semblent réalistes : notre critère a consisté à retenir celles que l’on peut effectivement se poser dans certaines situations. On peut par exemple avoir à se demander quel est le coût d’un crédit ou la consommation de sa voiture.
- Un autre concerne celles qui assument une relation avec le monde du jeu. La contrainte de recoupement avec la réalité est partiellement levée.
- Un troisième regroupe les interrogations qui apparaissent artificielles. Généralement dictée par un souci d’éprouver des compétences mathématiques, la rédaction de ces énoncés conduit à des questionnements très improbables. Par exemple, on a trouvé des problèmes dans lesquels on demande la quantité de tissu acheté en partant du montant final, ou bien dans lesquels on interroge les conditions d’un achat de 400 livres tous au même prix, ou encore où il s’agit d’inventer un problème qui conduira à utiliser le théorème de Pythagore.
- Le dernier comprend tous les énoncés qui pointent explicitement une routine mathématique : comparer deux fractions, résoudre une équation, déterminer l’échelle d’un plan… Très souvent, les exercices qui contiennent ce type de consigne comportent également des questions convoquant une forme de mathématisation (ceux qui ne comportent qu’une routine ont été exclus du corpus).

11. Rappelons que l’ouvrage date de 2008.

Tableau 2 : Classification en catégories et pourcentages des énoncés en fonction des thèmes

		11-12 ans		14-15 ans	
		Fractions/décimaux	Géométrie/mesures	Équations/inéquations	Géométrie plane
Brésil	Réaliste	35,4	44,7	8,3	15,0
	Jeux	6,6	7,9	20,8	17,5
	Artificiel	22,6	19,7	20,8	20,0
	Routine	35,4	27,6	50,0	47,5
	Total	100,0	100,0	100,0	100,0
France	Réaliste	35,8	23,1	21,4	26,3
	Jeux	2,3	9,6	0,0	5,3
	Artificiel	28,9	30,8	35,7	36,8
	Routine	33,0	36,5	42,9	31,6
	Total	100,0	100,0	100,0	100,0

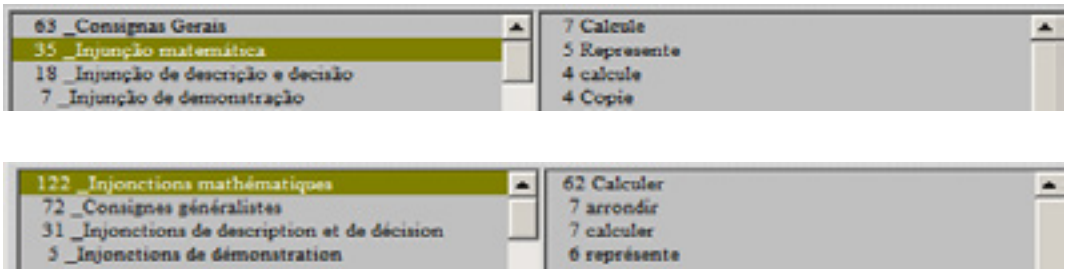
Ce tableau met en évidence une partie des contraintes éprouvées par les auteurs lorsqu’ils s’efforcent d’instancier les mathématiques dans le monde.

Il semble qu’il existe des manières différentes de gérer la tension entre la nécessité de mettre à l’épreuve des compétences mathématiques et l’impératif de réalisme. On peut sans doute penser ces façons de faire selon un continuum sur lequel figurerait à une extrémité un jeu ou une situation qui assume son caractère fictionnel (« Blanche-Neige prépare un flan aux biscuits… ») et de l’autre un cas assez réaliste : « Le salaire d’un travailleur est de 516,00 R$. Il a été embauché le 1er avril et a donc travaillé neuf mois dans l’année. Quel sera le montant de son 13e mois ? » (les modalités de calcul étaient précisées au début de l’énoncé). Entre les deux figurent plusieurs cas dont certains sont peu vraisemblables (on demande de calculer la quantité d’un produit acheté à partir de la somme dépensée) voire déconnectés de la réalité des élèves : « Si on achète 248 livres à 15,78 € l’un, on dépense environ 4000 € – Vrai ou faux ? » Nous n’avons pas, à ce jour, étudié la réception de ces énoncés.

Le tableau 2 montre également que la facilité d’imaginer des contextes réalistes est liée à l’ontologie des entités mathématiques en jeu. Il existe des manifestations sensibles d’objets mathématiques dans le monde physique et social : on peut lire des compteurs kilométriques, des prix, des pourcentages de réduction… qui sont accessibles en regardant le tableau de bord de sa voiture ou une publicité. Dans les situations ordinaires, on peut donc se poser des questions directement en termes mathématiques : « ce produit est-il moins cher que celui-là ? » La rédaction d’énoncés se connectant au monde sensible est alors plus facile car la mathématisation de ce type de situation fait partie des activités sociales quotidiennes. Lorsqu’il s’agit de procéder à une mathématisation à partir d’objets comme le toit d’une maison, un terrain de foot ou une tasse, on exige des élèves un processus cognitif qui s’inscrit intrinsèquement dans une activité mathématique mais on peut se heurter à une remise en cause de la pertinence d’un détour par un raisonnement mathématique. Ainsi, peut-on souligner que l’ontologie des entités mathématiques dépend du degré de légitimité de la discipline à s’instancier dans le monde – pour le dire en termes sociologiques – ou de la proximité avec les processus cognitifs ordinaires pour l’exprimer selon un lexique plus didactique.

Enfin, dans une troisième analyse visant à saisir comment l’activité pédagogique demandée s’articule avec le monde sensible, nous avons regroupé les verbes caractérisant les demandes adressées aux élèves selon quatre catégories. L’une nommée « Injonctions mathématiques », regroupe des termes comme « calculer », « dessiner », « mesurer »… sous toutes leurs formes graphiques et selon toutes les conjugaisons exprimant un ordre. De même, nous avons créé une catégorie « Injonctions de démonstration » pour rassembler les invitations à justifier, démontrer, argumenter… puis une autre, « Injonctions de description et de décision », qui caractérise les formes verbales pour exiger une réponse à des questions comme « peut-il acheter ceci ? », « combien faut-il mettre de farine ? » ou « quelle est la surface à peindre dans une chambre ? ». Enfin, une catégorie « Consignes générales » regroupe les formes verbales plus neutres ou, en tout cas, plus indécidables.

Figure 2 : Copie d’écran des principales épreuves (formes verbales) utilisées dans les consignes aux élèves



L’importance du score de la catégorie « Injonctions mathématiques » interroge : nous proposons de revenir sur les conséquences de ce résultat qui ouvre une série d’interrogations.

Conclusion

Nous proposions dans cette recherche d’examiner les façons par lesquelles les rédacteurs d’exercices mathématiques s’efforçaient de gérer la tension entre une velléité de connecter la discipline avec le monde d’une part et d’autre part de tenir le rôle d’une activité construite sur une volonté de séparation avec ce monde.

Nos analyses à travers des corpus brésilien et français pointent une activité de rédaction qui s’efforce d’inventer des situations dans des univers de sens *a priori* pertinents pour les élèves. On a également repéré qu’il semblait facile de puiser dans les situations dans lesquelles les mathématiques ont été « naturalisées ». On repère par ailleurs quelques énoncés – en fait relativement peu – dans lesquels on convoque un monde qui peut se départir au moins partiellement d’une contrainte de recoupement avec le monde réel, c’est-à-dire un univers ludique qui a théoriquement quelques chances de faire sens pour l’élève. Mais ces stratégies ne se conjuguent pas avec un abandon de l’injonction mathématique. Même lorsqu’il s’agit de déterminer le produit le moins cher, il arrive que la question s’exprime comme une injonction mathématique en indiquant clairement le procédé. Ainsi, lit-on : « calcule la réduction de prix… », « calculer la superficie des mers et des océans », « calculer la quantité de miel nécessaire (pour la sorcière) »… et non « combien économise-t-on », « quelle est la superficie… », « combien la sorcière doit-elle mettre de miel ». Pourquoi les auteurs de ces énoncés mathématiques s’efforcent-ils à la fois de rédiger des exercices qui convoquent des manifestations du monde sensible sans lâcher l’injonction mathématique ?

À défaut d’une réponse univoque à cette question, nous pouvons proposer plusieurs pistes. L’une qui peut expliquer cette propension à puiser des exemples dans le monde physique et social serait la conséquence d’injonctions présentes dans les programmes. On peut imaginer que les auteurs répondent alors à une commande et, à ce titre, prennent quelques ressources pour les traduire dans ce qui est généralement attendu dans l’enseignement.

Une autre lecture tient dans une volonté à la fois de montrer la capacité de la discipline à irradier différentes activités du monde social et à imposer l’approche mathématique comme la voie privilégiée pour gérer les *pragmata*. Les positions panmathématiques ont déjà été théorisées, notamment par les promoteurs des mathématiques modernes, mais on trouve dans notre corpus des expressions destinées aux élèves : « Ouverture d’un appel d’offres public pour sélectionner des professionnels qui vont travailler dans un domaine où la connaissance du portugais est très importante. Il faut également que la personne sache l’histoire, la géographie et un peu de mathématique. » Et d’enchaîner sur un exercice de mathématique.

Dans cette perspective, on peut interpréter cette façon de faire comme une volonté de montrer l’intérêt des mathématiques qui peut se heurter à la mise en œuvre d’autres démarches pour résoudre les problèmes. Dans bien des interrogations du corpus, on peut répondre sans raisonnement mathématique soit par une activité perceptuelle (ça se voit), soit par la mobilisation d’expériences (généralement, on fait des économies en achetant un produit en plus grande quantité), soit par un bon sens qui peut s’opposer à l’ordre mathématique. Par exemple, dans l’énoncé suivant « Laura achète six tartelettes et une brioche ; elle paie en tout 16,55 €. La brioche coûte 4,25 €. Combien coûte une tartelette ? », on peut très bien imaginer qu’elle a obtenu une réduction sur le prix d’une tartelette achetée seule. Le rappel de l’injonction mathématique apparaît alors comme un moyen de s’assurer de la mobilisation des mathématiques.

S’agit-il de contraintes didactiques, d’une démarche d’explicitation pour assurer la qualité de l’interaction en précisant les attentes ou d’une volonté d’imposer implicitement une *hexis* mathématique en rappelant l’ordre disciplinaire ? Pour statuer sur ces hypothèses, il conviendrait de poursuivre l’enquête en repérant comment les enseignants, en classe, expriment leurs injonctions, en étudiant finement les façons dont se négocient les programmes et les référentiels et, d’une façon plus générale, en examinant toutes les manières de gérer l’ambivalence intrinsèque de la discipline au monde sensible.

RÉFÉRENCES

Akrich, M., Latour, B. & Callon, M. (Eds.) (2006). *Sociologie de la traduction : textes fondateurs*. Paris : Mines – les Presses « Sciences sociales ».

Baruk, S. (1973). *Échec et maths*. Paris : Éditions du Seuil.

Blanco, M. M. (2000). El aprendizaje del estudiante para profesor de matemática desde la naturaleza situada de la cognición : implicaciones para la formación inicial de maestros. In C. Corral & E. Zurbano (Eds.), *Propuestas metodológicas y de evaluación en la formación inicial de los profesores del área de didáctica de la matemática*. España : Universidad de Oviedo.

Braly, J. P. (2009). Paris, capitale mondiale des maths, *Le Journal du CNRS*, 232, mai.

Callon, M., Lascoumes, P. & Barthe, Y. (2001). *Agir dans un monde incertain : essai sur la démocratie technique*. Paris : Le Seuil.

Chateauraynaud, F. (2003). *Prospéro. Une technologie littéraire pour les sciences humaines*. Paris : CNRS.

Douek, N. (2009). Mathématiques, réalité et didactique des domaines d'expérience. *Jornal internacional de Estudos em Educação Matemática* (JIEEM), 1(1), 83-98.

Flament, C. (1989). Structure et dynamique des représentations sociales. In D. Jodelet (Ed.), *Les représentations sociales* (pp. 204-219). Paris : PUF.

Flament, C. (1994). Structure, dynamique et transformation des représentations sociales. In J. C. Abric, *Pratiques sociales et représentations* (pp. 37-57). Paris : PUF.

Imenes L. M., Lellis M. (2002). *Matemática para todos*, 5ª série, 3o. Ciclo, São Paulo: Scipione.

Imenes L. M., Lellis M. (2002). *Matemática para todos*, 8ª série, 4o. Ciclo, São Paulo: Scipione.

Jodelet, D. (1989). *Les représentations sociales*. Paris : PUF.

Lacasa, P. (1994). *Aprender en la escuela, aprender en la calle*. Madrid : Visor.

Latour, B. (1987). *Science in Action*. Cambridge, Massachusetts : Harvard University Press.

Latour, B., Woolgar, S. & Biezunski, M. (1979). *Laboratory Life : The Social Construction of Scientific Facts*. Beverly Hills : Sage Publications.

Lave, J. & Wenger, E. (1991). *Situated Learning. Legitimate Peripheral Participation*. Cambridge University Press.

Lichnerowicz, A. (1967). Remarques sur les mathématiques et la réalité. In J. Piaget, *Logique et connaissance scientifique* (pp. 474-485). Paris : Gallimard. Encyclopédie de la Pléiade, volume dirigé par Piaget.

Lichnerowicz, A. (1979). Le regard mathématique. *Éducation*, 399, 6-8.

Moscovici, S. (1961). *La psychanalyse, son image et son public*. Paris : PUF.

Moscovici, S. (1984). *Psychologie sociale*. Paris : PUF.

Pène N., Depresle, P. (2000). *Nouveau décimale. Math 6*[e]. Paris: Belin.

Pène N., Depresle, P. (2003). *Nouveau décimale. Math 3*[e]. Paris: Belin.

Rabardel, P. (1999). Éléments pour une approche instrumentale en didactique des mathématiques. In M. Bailleul (Ed.), *Actes de la x*[e] *École d'été des didactiques des mathématiques* (pp. 203-213). Houlgate, IUFM de Caen.

Santos, V. de M. (1990). *A matemática no primeiro grau : o significado que pais, alunos e professores conferem à matemática*. Dissertação (Mestrado) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo.

Santos, V. de M. (2008a). *Percursos em Educação Matemática : ensino, aprendizagem e produção de conhecimento*. Tese de Livre Docência. Faculdade de Educação da USP, São Paulo.

Santos, V. de M. (2008b). A matemática escolar, o aluno e o professor : paradoxos aparentes e polarizações em discussão. *Cadernos CEDES Unicamp*, Campinas, 28, 13-28.

Steiman, J., Misirlis, G. & Montero, M. (2006). Didáctica general, didácticas específicas y contextos sóciohistóricos en las aulas de la Argentina. In G. Fioriti (Ed.). *Didácticas específicas : reflexiones y aportes para la enseñanza*. Buenos Aires : San Martín, 1ª edición.

Trabal, P. (1995). *Le sens commun, les mathématiques et les sciences : une approche de la sociologie des sciences par une étude des représentations sociales des mathématiques et des sciences*. Thèse N.R., EHESS, Paris.

Trabal, P. (1996). Des lycéens discutent un texte d'un mathématicien : le panmathématisme de Lichnerowicz soumis à des élèves de première, *La Gazette des mathématiciens*, 68, 63-70.

Trabal, P. (1997). *La violence de l'enseignement des mathématiques et des sciences : une autre approche de la sociologie des sciences*, Coll. Éducation et formation – série Recherches. Paris : L'Harmattan.

Trabal, P. (1999). Une sociologie de l'enseignement des mathématiques ? *Le Télémaque (philosophie, éducation & société)*, 15, 57-68.