

Procedendo de forma análoga ao exemplo 8.3.1 e aplicando (2), obtemos

$$\begin{aligned} A &= 4 \int_{\pi/2}^0 [4 \operatorname{sen} t \cdot (-2 \operatorname{sen} t) - \operatorname{sen} t \cdot (-2 \operatorname{sen} t)] dt \\ &= 4 \int_{\pi/2}^0 (-8 \operatorname{sen}^2 t + 2 \operatorname{sen}^2 t) dt \\ &= -4 \int_0^{\pi/2} -6 \operatorname{sen}^2 t dt \\ &= 24 \int_0^{\pi/2} \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cos 2t \right) dt \\ &= 12 \left(t - \frac{1}{2} \operatorname{sen} 2t \right) \Big|_0^{\pi/2} \\ &= 12 \cdot \frac{\pi}{2} \\ &= 6\pi \text{ u. a. .} \end{aligned}$$

8.4 EXERCÍCIOS

Nos exercícios de 1 a 14, encontrar o comprimento de arco da curva dada.

1. $y = 5x - 2$, $-2 \leq x \leq 2$

2. $y = x^{2/3} - 1$, $1 \leq x \leq 2$

3. $y = \frac{1}{3} (2 + x^2)^{3/2}$, $0 \leq x \leq 3$

4. $x^{2/3} + y^{2/3} = 2^{2/3}$

5. $y = \frac{1}{4} x^4 + \frac{1}{8x^2}$, $1 \leq x \leq 2$

6. $x = \frac{1}{3} y^3 + \frac{1}{4y}$, $1 \leq y \leq 3$

7. $y = \frac{1}{2} (e^x + e^{-x})$, de $(0,1)$ a $\left(1, \frac{e + e^{-1}}{2}\right)$
8. $y = \ln x$, $\sqrt{3} \leq x \leq \sqrt{8}$
9. $y = 1 - \ln (\operatorname{sen} x)$, $\frac{\pi}{6} \leq x \leq \frac{\pi}{4}$
10. $y = \sqrt{x^3}$, de $P_0(0, 0)$ até $P_1(4, 8)$
11. $y = 4\sqrt{x^3} + 2$, de $P_0(0, 2)$ até $P_1(1, 6)$
12. $y = 6(\sqrt[3]{x^2} - 1)$, de $P_0(1, 0)$ até $P_1(2\sqrt{2}, 6)$
13. $(y - 1)^2 = (x + 4)^3$, de $P_0(-3, 2)$ até $P_1(0, 9)$
14. $x^2 = y^3$, de $P_0(0, 0)$ até $P_1(8, 4)$

Nos exercícios de 15 a 21, estabelecer a integral que dá o comprimento de arco da curva dada.

15. $y = x^2$, $0 \leq x \leq 2$
16. $y = \frac{1}{x}$, de $P_0(\frac{1}{4}, 4)$ até $P_1(4, \frac{1}{4})$
17. $x^2 - y^2 = 1$, de $P_0(3, -2\sqrt{2})$ até $P_1(3, 2\sqrt{2})$
18. $y = e^x$, de $P_0(0, 1)$ até $P_1(2, e^2)$
19. $y = x^2 + 2x - 1$, $0 \leq x \leq 1$
20. $y = \sqrt{x}$, $2 \leq x \leq 4$
21. $y = \operatorname{sen} 3x$, $0 \leq x \leq 2\pi$

Nos exercícios de 22 a 29, calcular o comprimento de arco da curva dada na forma paramétrica.

$$22. \begin{cases} x = t^3 \\ y = t^2 \end{cases}, \quad 1 \leq t \leq 3$$

$$23. \begin{cases} x = 2(t - \operatorname{sen} t) \\ y = 2(1 - \cos t) \end{cases}, \quad t \in [0, \pi]$$

$$24. \begin{cases} x = -\operatorname{sen} t \\ y = \cos t \end{cases}, \quad t \in [0, 2\pi]$$

$$25. \begin{cases} x = t \operatorname{sen} t \\ y = t \cos t \end{cases}, \quad t \in [0, \pi]$$

$$26. \begin{cases} x = 3t + 2 \\ y = t - 1 \end{cases}, \quad t \in [0, 2]$$

$$27. \begin{cases} x = 1/3 t^3 \\ y = 1/2 t^2 \end{cases}, \quad 0 \leq t \leq 2$$

$$28. \begin{cases} x = e^t \cos t \\ y = e^t \operatorname{sen} t \end{cases}, \quad 1 \leq t \leq 2$$

$$29. \begin{cases} x = 2 \cos t + 2t \operatorname{sen} t \\ y = 2 \operatorname{sen} t - 2t \cos t \end{cases}, \quad 0 \leq t \leq \frac{\pi}{2}$$

$$30. \text{ Achar o comprimento da hipociclóide } \begin{cases} x = 4 \operatorname{sen}^3 t \\ y = 4 \cos^3 t \end{cases}, \quad t \in [0, 2\pi]$$

$$31. \text{ Achar o comprimento da circunferência } \begin{cases} x = a \cos t \\ y = a \operatorname{sen} t \end{cases}, \quad t \in [0, 2\pi]$$

$$32. \text{ Calcular o comprimento da parte da circunferência que está no primeiro quadrante } \begin{cases} x = 7 \cos t/4 \\ y = 7 \operatorname{sen} t/4 \end{cases}$$

Nos exercícios de 33 a 35, calcular a área da região limitada pelas seguintes curvas, dadas na forma paramétrica.

$$33. \begin{cases} x = \cos t \\ y = \operatorname{sen} t \end{cases} \quad \text{e} \quad \begin{cases} x = \cos t \\ y = 1/2 \operatorname{sen} t \end{cases}$$

$$34. \begin{cases} x = 2 \cos^3 t \\ y = 2 \operatorname{sen}^3 t \end{cases} \quad \text{e} \quad \begin{cases} x = 2 \cos t \\ y = 2 \operatorname{sen} t \end{cases}$$

35. $\begin{cases} x = t \\ y = t^2 \end{cases}$ e $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 + 3t \end{cases}$
36. Calcular a área da parte da circunferência $\begin{cases} x = 2 \cos t \\ y = 2 \sin t \end{cases}$ que está acima da reta $y = 1$.
37. Calcular a área da região delimitada pela elipse $\begin{cases} x = 3 \cos t \\ y = \sin t \end{cases}$.
38. Calcular a área da região limitada à direita pela elipse $\begin{cases} x = 3 \cos t \\ y = 2 \sin t \end{cases}$ e à esquerda pela reta $x = \frac{3\sqrt{3}}{2}$.
39. Calcular a área da região entre as curvas $\begin{cases} x = 4 \cos t \\ y = 2 \sin t \end{cases}$ e $\begin{cases} x = \cos t \\ y = \sin t \end{cases}$.
40. Calcular a área entre o arco da hipociclóide $\begin{cases} x = 3 \cos^3 t \\ y = 3 \sin^3 t \end{cases}$, $t \in [0, \frac{\pi}{2}]$ e a reta $x + y = 3$.
41. Calcular a área delimitada pela hipociclóide $\begin{cases} x = 4 \sin^3 t \\ y = 4 \cos^3 t \end{cases}$.
42. Calcular a área da região S , hachurada na Figura 8.12.

$$\begin{cases} x = k(t - \sin t) \\ y = k(1 - \cos t) \end{cases}$$

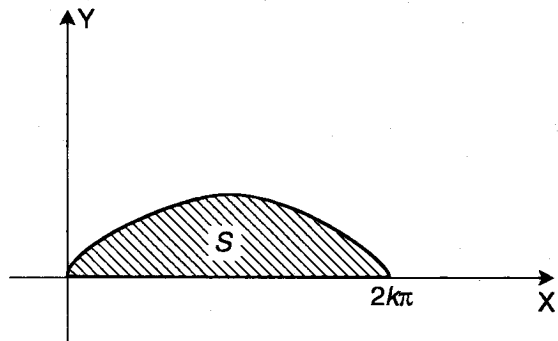


Figura 8-12