

Planejamento de produção: Previsão de Demanda

Aula 6 – parte 2

Mauro Osaki

TES/ESALQ-USP
Pesquisador do Centro de Estudos
Avançados em Economia Aplicada
Cepea/ESALQ-USP

Fone: 55 19 3429-8841
Fax: 55 19 3429-8829
E-mail: mosaki@esalq.usp.br
<http://www.cepea.esalq.usp.br>

51

Objetivos desta apresentação

- Previsão de demanda quantitativa
- Regressão linear
- Regressão múltiplas
- Exemplos
- Exercícios

52

Mauro Osaki - TES/ESALQ-USP

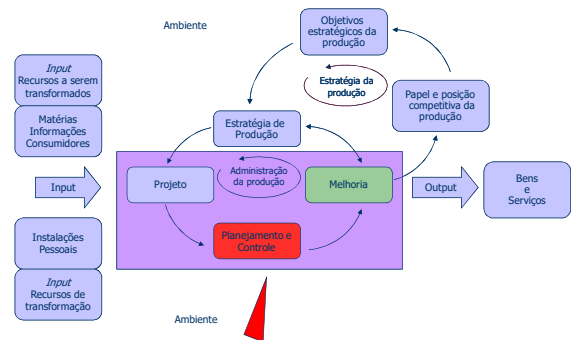
Referencial teórico

- CHASE, R.B; JACOBS, F.R.; AQUALIANO, N.J. **Administração da produção para a vantagem competitiva**. 10 ed. Porto Alegre: Bookmann, 2006 – CAP. 12.
- SLACK, N., CHAMBERS, S., HARLAND, C., JOHNSTON, R., **Administração da produção**. 2 ed. São Paulo: Atlas, 2002

53

Mauro Osaki - TES/ESALQ-USP

Modelo geral da administração da produção



Fonte: Slack et. al (2002)

54

Mauro Osaki - TES/ESALQ-USP

Uso de Regressão:

- **Regressão Linear Simples**
 - As variáveis dependentes guardam uma relação linear com uma variável independente.
- **Regressão Linear Múltipla**
 - A variável dependente guarda uma relação linear com mais de uma variável independente.

55

Mauro Osaki - TES/ESALQ-USP

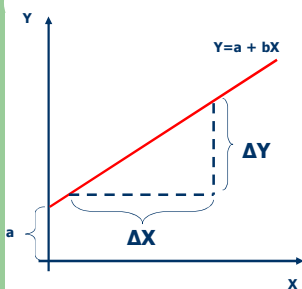
Análise de Regressão Linear

- Trata-se de relacionamento funcional entre duas ou mais variáveis correlacionadas;
- Utilizada para prever uma variável dada outra variável;
- O relacionamento funcional é geralmente desenvolvido a partir de dados observados;
- A regressão é útil para realizar previsão de grande ocorrências e planejamento agregado da produção;

56

Mauro Osaki - TES/ESALQ-USP

Regressão linear (RL)



$$Y = a + bX$$

Onde:

Y = variável dependente
X = variável independente
a = Intercepto (valor de Y quando X = 0)
b = Coeficiente angular

Limitação

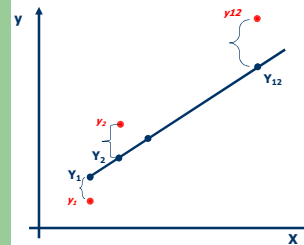
Os dados passados e as projeções futuras supostamente devem encaixar numa linha reta.

57

Mauro Osaki - TES/ESALQ-USP

Método dos Mínimos Quadrados

- O método tenta ajustar a linha aos dados que **minimizam a soma dos quadrados da distância vertical** entre cada ponto.



$$a = \bar{y} - b\bar{x}$$

$$b = \frac{\sum xy - n\bar{x}\bar{y}}{\sum x^2 - n\bar{x}^2}$$

Onde:

a = Intercepto (valor de Y quando X = 0)
b = Coeficiente angular
 \bar{y} = Média de todos os y's
 \bar{x} = Média de todos os x's
x = Valor de x a cada ponto de dados
y = Valor de y a cada ponto de dados
n = número de pontos
Y = Valor da variável dependente calculada com a equação da regressão.

58

Exemplos: Regressão Linear simples

As vendas de uma empresa para uma linha de produto durante os 12 trimestres dos últimos três anos são os seguintes:

Ano	Período (x)	Venda (y)
Ano 1	1	600
	2	1550
	3	1500
	4	1500
Ano 2	5	2400
	6	3100
	7	2600
	8	2900
Ano 3	9	3800
	10	4500
	11	4000
	12	4900

A empresa quer prever cada trimestre do quarto ano, isto é trimestres 13, 14, 15 e 16.

$$Y = a + bX \quad a = \bar{y} - b\bar{x} \quad b = \frac{\sum xy - n\bar{x}\bar{y}}{\sum x^2 - n\bar{x}^2}$$

59

Ano	x	y	xy	x ²	y ²	Y
	Período	Venda				Previsão
Ano 1	1	600				
	2	1.550				
	3	1.500				
	4	1.500				
Ano 2	5	2.400				
	6	3.100				
	7	2.600				
	8	2.900				
Ano 3	9	3.800				
	10	4.500				
	11	4.000				
	12	4.900				
Ano 4	13					?
	14					?
	15					?
	16					?
Soma						
Média						

60

Y = a + bX

Mauro Osaki - TES/ESALQ-USP

Resolução

1º Passo: Cálculo do xy e da média de x e y.

Ano	Período	x	y	cálculo	xy
			Venda	x*y	
Ano 1	1	600		1 * 600 =	600
	2	1.550		2 * 1550 =	3.100
	3	1.500		3 * 1500 =	4.500
	4	1.500			
Ano 2	5	2.400			
	6	3.100			
	7	2.600			
	8	2.900			
Ano 3	9	3.800			
	10	4.500			
	11	4.000			
	12	4.900		12 * 4900 =	58.800

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{12} x_i}{12} = \frac{1+2+\dots+12}{12} = \frac{78}{12} = 6,5$$

$$\bar{y} = \frac{\sum_{i=1}^{12} y_i}{12} = \frac{600+1550+\dots+4900}{12} = \frac{33350}{12} = 2779,17$$

61

Resolução

2º Passo: Cálculo do x² e y².

Ano	Período	x	y	xy	x ²	y ²
			Venda			
Ano 1	1	600		1*1 =	1	600*600 =
	2	1.550		2*2 =	4	1550*1550 =
	3	1.500				
	4	1.500				
Ano 2	5	2.400				
	6	3.100				
	7	2.600				
	8	2.900				
Ano 3	9	3.800				
	10	4.500				
	11	4.000				
	12	4.900		12*12 =	144	4900*4900 =
Soma						
Média						

62

Mauro Osaki - TES/ESALQ-USP

Resolução

3º Passo: Cálculo do a, b e Y (previsão).

Ano	x Período	y Venda	xy	x ²	y ²	Y Previsão
Ano 1	1	600	600	1	360.000	
	2	1.550	3.100	4	2.402.500	
	3	1.500	4.500	9	2.250.000	
	4	1.500	6.000	16	2.250.000	
Ano 2	5	2.400	12.000	25	5.760.000	
	6	3.100	18.600	36	9.610.000	
	7	2.600	18.200	49	6.760.000	
	8	2.900	23.200	64	8.410.000	
Ano 3	9	3.800	34.200	81	14.440.000	
	10	4.500	45.000	100	20.250.000	
	11	4.000	44.000	121	16.000.000	
	12	4.900	58.800	144	24.010.000	
Soma		78	33.350	268.200	650	112.502.500
Média		6,5	2779,17			

Cálculo do intercepto, inclinação e Y

Cálculo do intercepto, inclinação e Y

Inclinação

$$b = \frac{\sum xy - n\bar{x} \cdot \bar{y}}{\sum x^2 - n(\bar{x})^2} = \frac{268200 - (12 \cdot 6,5 \cdot 2779,17)}{650 - 12 \cdot (6,5^2)} = \frac{51425}{143} = 359,61$$

Intercepto

$$a = \bar{y} - b\bar{x} \quad a = 2779,17 - 359,61 \cdot 6,5 = 441,67$$

Resolução

3º Passo: Y (previsão).

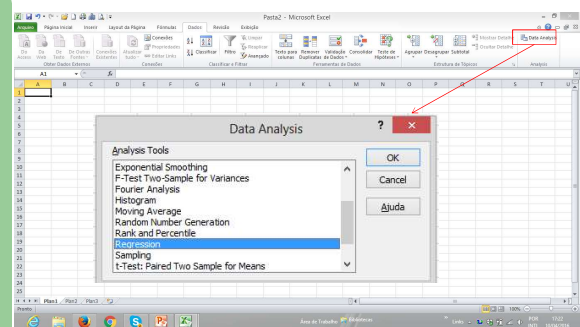
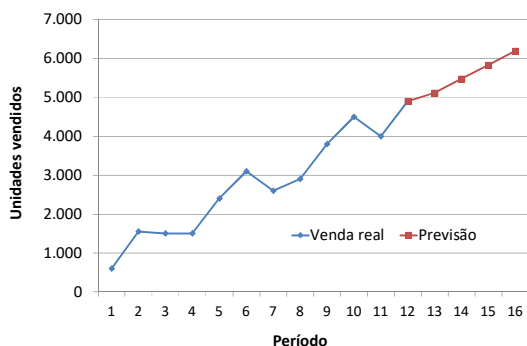
$$Y = a + bx$$

Ano	x Período	y Venda	Y Previsão
Ano 1	1	600	441,7+359,6 (1) = 801,3
	2	1.550	441,7+359,6 (2) = 1.160,9
	3	1.500	1.520,5
	4	1.500	1.880,1
Ano 2	5	2.400	2.239,7
	6	3.100	2.599,4
	7	2.600	2.959,0
	8	2.900	3.318,6
Ano 3	9	3.800	3.678,2
	10	4.500	4.037,8
	11	4.000	4.397,4
	12	4.900	4.757,1

Previsão

Cálculo para a previsão de venda para os trimestres 13, 14, 15 e 16.

Ano	x Período	y Venda	xy	x ²	y ²	Y Previsão
Ano 1	1	600	600	1	360.000	801,3
	2	1.550	3.100	4	2.402.500	1.160,9
	3	1.500	4.500	9	2.250.000	1.520,5
	4	1.500	6.000	16	2.250.000	1.880,1
Ano 2	5	2.400	12.000	25	5.760.000	2.239,7
	6	3.100	18.600	36	9.610.000	2.599,4
	7	2.600	18.200	49	6.760.000	2.959,0
	8	2.900	23.200	64	8.410.000	3.318,6
Ano 3	9	3.800	34.200	81	14.440.000	3.678,2
	10	4.500	45.000	100	20.250.000	4.037,8
	11	4.000	44.000	121	16.000.000	4.397,4
	12	4.900	58.800	144	24.010.000	4.757,1
Ano 4	13					5.116,7
	14					5.476,3
	15					5.835,9
	16					6.195,5
Soma		78	33.350	268.200	650	112.502.500
Média		6,5	2779,17			



69

Mauro Osaki - TES/ESALQ-USP

Excel spreadsheet showing data for 'Ano 1', 'Ano 2', and 'Ano 3' with columns for 'x', 'y', 'xy', 'x2', 'y2', 'Previsão', and 'MQO'. A 'Regression' dialog box is open, showing input ranges and output options.

70

Mauro Osaki - TES/ESALQ-USP

Excel spreadsheet showing 'SUMMARY OUTPUT' and 'RESIDUAL OUTPUT' for a regression analysis. The 'SUMMARY OUTPUT' table includes Regression Statistics, ANOVA, and Coefficients. The 'RESIDUAL OUTPUT' table shows observed, predicted, and residual values for 12 observations.

71

Previsão com tendência e sazonalidade

72

Decomposição de uma série temporal

Trata-se de dados ordenados cronologicamente que possam conter um ou mais componentes de demanda.

A decomposição de uma série temporal significa identificar e separar os dados

- Tendência** (Fácil): Visualização gráfica e observação da direção da série.
- Sazonalidade** (Fácil): Visualização gráfica e comparando o mesmo período na série.
- Cíclica** (Médio): Requer série de dados longos.
- Autocorrelação** (Difícil): Requer uma sofisticação na modelagem e conhecimento econométrico.
- Aleatório** (Difícil): Qualquer coisa que tenha sobrado e não identificado no modelo.

Legend: Fácil (Green smiley), Médio (Yellow smiley), Difícil (Red sad smiley)

73

Variação SAZONAL

Quando a série contém efeitos sazonais e de tendência ao mesmo tempo, tem-se que entender como se relacionam entre si. Examina-se dois tipos de variação sazonal:

Variação sazonal

- Aditiva**: Presume que a quantidade sazonal é uma CONSTATANTE, não importando qual seja a quantidade da tendência ou da média.
Previsão = Tendência + Sazonal
- Multiplicativa**: A tendência é multiplicada pelos fatores sazonais. Ela reflete a experiência real, então quanto maior for a série básica projetada, maior será a variação ao redor desta.
Previsão = Tendência X Sazonal

74

Fator ou índice SAZONAL

Fator sazonal é a quantidade de correção necessária numa série temporal para se ajustar à estação do ano.

$$f_{st} = \frac{\bar{y}_t}{\frac{\sum_{i=1}^n y_{it}}{n}}$$

f_{st} : fator de sazonal no tempo t
 \bar{y}_t : quantidade média de produto y no período i no tempo t
 y_{it} : quantidade de produto y no período i para o total de n ano no tempo t
 n : total de ano

Demanda com eliminação do fator SAZONAL

Demanda com correção necessária na série temporal

$$y_{it}^* = \frac{y_{it}}{fs_t}$$

y_{it}^* : quantidade de produto y sem sazonalidade no período i no tempo t
 y_{it} : quantidade (observada) de produto y no período i no tempo t
 fs_t : Fator de sazonal no tempo t

75

Exemplos: Regressão Linear simples

As vendas de uma empresa para uma linha de produto durante os 12 trimestres dos últimos três anos são os seguintes:

Ano	Período	Venda
Ano 1	1	600
	2	1550
	3	1500
	4	1500
Ano 2	5	2400
	6	3100
	7	2600
	8	2900
Ano 3	9	3800
	10	4500
	11	4000
	12	4900

A empresa quer prever cada trimestre do quarto ano, isto é trimestres 13, 14, 15 e 16.

76

Mauro Osaki - TES/ESALQ-USP

Passos:

- 1) Determinar o fator sazonal
- 2) Eliminar a sazonalidade dos dados originais;
- 3) Desenvolver regressão por MQO para os dados com eliminação de sazonalidade;
- 4) Projetar a demanda para cada trimestre do ano 4;
- 5) Criar previsão para cada trimestre do ano 4 pelo fator sazonal;

77

Mauro Osaki - TES/ESALQ-USP

x	y	x2	Y	Previsão MQO	Média dos mesmos trimestres \bar{y}_t	Fator sazonal	Demanda com eliminação de sazonalidade (y)	xy	Demanda sem sazonalidade	Previsão c/ sazonalidade
Ano	Período	Venda								
Ano 1	1	600								
	2	1.550								
	3	1.500								
	4	1.500								
Ano 2	5	2.400								
	6	3.100								
	7	2.600								
	8	2.900								
Ano 3	9	3.800								
	10	4.500								
	11	4.000								
	12	4.900								
Ano 4	13									
	14									
	15									
	16									
Soma										

fs_t : fator de sazonal no tempo t
 \bar{y}_t : quantidade média de produto y no período i no tempo t
 y_{it} : quantidade de produto y no período i para o total de n no tempo t
 n : total de ano n

78

Mauro Osaki - TES/ESALQ-USP

Passo 1. Fator Sazonal

Calcula-se a média para os mesmos trimestres no período de 3 anos

x	y	x2	Y	Previsão MQO	Média dos mesmos trimestres \bar{y}_t
Ano	Período	Venda			
Ano 1	1	600	1	801,3	=ARRED(MÉDIA(C4:C8;C12):1)
	2	1.550	4	1.160,9	3.050,0
	3	1.500	9	1.520,5	2.700,0
	4	1.500	16	1.880,1	3.100,0
Ano 2	5	2.400	25	2.239,7	
	6	3.100	36	2.599,4	
	7	2.600	49	2.959,0	
	8	2.900	64	3.318,6	
Ano 3	9	3.800	81	3.678,2	
	10	4.500	100	4.037,8	
	11	4.000	121	4.397,4	
	12	4.900	144	4.757,1	
Ano 4	13			5.116,7	
	14			5.476,3	
	15			5.835,9	
	16			6.195,5	
Soma		78	33.350	650	
Média		6,5	2779,17		

79

Passo 1. Fator Sazonal

x	y	x2	Y	Previsão MQO	Média dos mesmos trimestres \bar{y}_t	Fator sazonal (f_{it})
Ano	Período	Venda				
Ano 1	1	600	1	801,3	2.266,7	2266,7/(33350/12)= 0,82
	2	1.550	4	1.160,9	3.050,0	3050,0/(33350/12)= 1,10
	3	1.500	9	1.520,5	2.700,0	2700,0/(33350/12)= 0,97
	4	1.500	16	1.880,1	3.100,0	3100,0/(33350/12)= 1,12
Ano 2	5	2.400	25	2.239,7		0,82
	6	3.100	36	2.599,4		1,10
	7	2.600	49	2.959,0		0,97
	8	2.900	64	3.318,6		1,12
Ano 3	9	3.800	81	3.678,2		0,82
	10	4.500	100	4.037,8		1,10
	11	4.000	121	4.397,4		0,97
	12	4.900	144	4.757,1		1,12
Ano 4	13			5.116,7		
	14			5.476,3		
	15			5.835,9		
	16			6.195,5		
Soma		78	33.350	650		12,00
Média		6,5	2779,17			

80

Mauro Osaki - TES/ESALQ-USP

Passo 2: Eliminar a sazonalidade dos dados originais

x	y	x2	y				
Ano	Periodo	Venda	Previsão MQO	Média dos mesmos trimestres	Fator sazonal	Demanda com eliminação de sazonalidade (y)	
Ano 1	1	600	1	801,3	2.266,7	0,82	=ARRED((C4/I4);1)
	2	1.550	4	1.160,9	3.050,0	1,10	1.412,4
	3	1.500	9	1.520,5	2.700,0	0,97	1.544,0
	4	1.500	16	1.880,1	3.100,0	1,12	1.344,8
Ano 2	5	2.400	25	2.239,7	0,82	2.942,6	
	6	3.100	36	2.599,4	1,10	2.824,7	
	7	2.600	49	2.959,0	0,97	2.676,2	
	8	2.900	64	3.318,6	1,12	2.599,9	
Ano 3	9	3.800	81	3.678,2	0,82	4.659,1	
	10	4.500	100	4.037,8	1,10	4.100,4	
	11	4.000	121	4.397,4	0,97	4.117,3	
	12	4.900	144	4.757,1	1,12	4.392,9	
Ano 4	13			5.116,7			
	14			5.476,3			
	15			5.835,9			
	16			6.195,5			
Soma	78	33.350	650		12,00	33350	
Média	6,5	2779,17				2779,17	

Para eliminar o efeito sazonal sobre os dados, dividem-se os dados originais pelo fator sazonal.

$$y_{it}^* = \frac{y_{it}}{f_{s_i}}$$

Passo 3: Regressão linear mínimos quadrados

x	y	x2	y				
Ano	Periodo	Venda	Previsão MQO	Média dos mesmos trimestres	Fator sazonal	Demanda com eliminação de sazonalidade (y)	xy
Ano 1	1	600	1	801,3	2.266,7	0,82	735,7
	2	1.550	4	1.160,9	3.050,0	1,10	1.412,4
	3	1.500	9	1.520,5	2.700,0	0,97	1.544,0
	4	1.500	16	1.880,1	3.100,0	1,12	1.344,8
Ano 2	5	2.400	25	2.239,7	0,82	2.942,6	14.713,0
	6	3.100	36	2.599,4	1,10	2.824,7	16.948,2
	7	2.600	49	2.959,0	0,97	2.676,2	18.733,4
	8	2.900	64	3.318,6	1,12	2.599,9	20.799,2
Ano 3	9	3.800	81	3.678,2	0,82	4.659,1	41.931,9
	10	4.500	100	4.037,8	1,10	4.100,4	41.004,0
	11	4.000	121	4.397,4	0,97	4.117,3	45.290,3
	12	4.900	144	4.757,1	1,12	4.392,9	52.714,8
Ano 4	13			5.116,7			
	14			5.476,3			
	15			5.835,9			
	16			6.195,5			
Soma	78	33.350	650		12,00	33350	265706,5
Média	6,5	2779,17				2779,17	

Inclinação

$$b = \frac{\sum xy - n\bar{x}\bar{y}}{\sum x^2 - n\bar{x}^2} = \frac{265706,5 - (12 * 6,5 * 2779,17)}{650 - 12 * (6,5^2)} = 342,2$$

Intercepto

$$a = \bar{y} - b\bar{x} \quad a = 2779,17 - 342,2 * 6,5 = 555,0$$

SUMMARY OUTPUT					
Regression Statistics					
Multiple R	0,929608				
R Square	0,864263				
Adjusted R Square	0,850689				
Standard Error	512,798				
Observations	12				
ANOVA					
	df	SS	MS	F	Significance F
Regression	1	16743299	16743299	63,67197	1,2E-05
Residual	10	2629618	262961,8		
Total	11	19372917			
Coefficients					
	Intercept	Variable 1	Variable 2	Variable 3	Variable 4
Intercept	555,0076	315,6054	1,758549	0,10916	-148,205
Variable 1	342,1783	42,88233	7,979472	1,2E-05	246,6305

RESIDUAL OUTPUT		
Observations	Predicted Y	Residuals
1	897,1859	-161,486
2	1239,364	173,0358
3	1581,543	-37,5425
4	1923,721	-578,921
5	2265,899	676,7008
6	2608,078	216,6225
7	2950,256	-274,056
8	3292,434	-692,534
9	3634,612	1024,488
10	3976,791	123,6092
11	4318,969	-201,669
12	4661,147	-268,247

Passo 4) Projetar a demanda para cada trimestre do ano 4

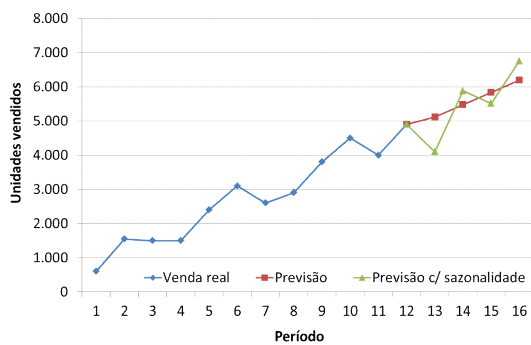
x	y	x2	y				
Ano	Periodo	Venda	Previsão MQO	Média dos mesmos trimestres	Fator sazonal	Demanda com eliminação de sazonalidade (y)	xy
Ano 1	1	600	1	801,3	2.266,7	0,82	735,7
	2	1.550	4	1.160,9	3.050,0	1,10	1.412,4
	3	1.500	9	1.520,5	2.700,0	0,97	1.544,0
	4	1.500	16	1.880,1	3.100,0	1,12	1.344,8
Ano 2	5	2.400	25	2.239,7	0,82	2.942,6	14.713,0
	6	3.100	36	2.599,4	1,10	2.824,7	16.948,2
	7	2.600	49	2.959,0	0,97	2.676,2	18.733,4
	8	2.900	64	3.318,6	1,12	2.599,9	20.799,2
Ano 3	9	3.800	81	3.678,2	0,82	4.659,1	41.931,9
	10	4.500	100	4.037,8	1,10	4.100,4	41.004,0
	11	4.000	121	4.397,4	0,97	4.117,3	45.290,3
	12	4.900	144	4.757,1	1,12	4.392,9	52.714,8
Ano 4	13			5.116,7			
	14			5.476,3			
	15			5.835,9			
	16			6.195,5			
Soma	78	33.350	650		12,00	33350	265706,5
Média	6,5	2779,17				2779,17	

$$Y = 555 + 342,2 (13) = 5003,3$$

Passo 5) previsão para cada trimestre do ano 4 pelo fator sazonal

x	y	x2	y				
Ano	Periodo	Venda	Previsão MQO	Média dos mesmos trimestres	Fator sazonal	Demanda com eliminação de sazonalidade (y)	xy
Ano 1	1	600	1	801,3	2.266,7	0,82	735,7
	2	1.550	4	1.160,9	3.050,0	1,10	1.412,4
	3	1.500	9	1.520,5	2.700,0	0,97	1.544,0
	4	1.500	16	1.880,1	3.100,0	1,12	1.344,8
Ano 2	5	2.400	25	2.239,7	0,82	2.942,6	14.713,0
	6	3.100	36	2.599,4	1,10	2.824,7	16.948,2
	7	2.600	49	2.959,0	0,97	2.676,2	18.733,4
	8	2.900	64	3.318,6	1,12	2.599,9	20.799,2
Ano 3	9	3.800	81	3.678,2	0,82	4.659,1	41.931,9
	10	4.500	100	4.037,8	1,10	4.100,4	41.004,0
	11	4.000	121	4.397,4	0,97	4.117,3	45.290,3
	12	4.900	144	4.757,1	1,12	4.392,9	52.714,8
Ano 4	13			5.116,7			
	14			5.476,3			
	15			5.835,9			
	16			6.195,5			
Soma	78	33.350	650		12,00	33350	265706,5
Média	6,5	2779,17				2779,17	

$$Y = 5003,3 \times 0,82 = 4080,7$$



87

Mauro Osaki - TES/ESALQ-USP

Regressão Linear Múltipla:

$$Y = a + b_1X_1 + b_2X_2 + b_3X_3 + b_4X_4$$

Onde:

- Y = quantidade de pizza demanda
- a = intercepto.
- X_1 = preço médio do pedaço de pizza.
- X_2 = preço médio da educação.
- X_3 = preço médio do refrigerante.
- X_4 = localização do campus.

88

Mauro Osaki - TES/ESALQ-USP

Exercícios

89

Exercício 1

Suponha uma empresa tenha vendido uma média de 1000 toneladas de bacalhau a cada ano durante 10 anos. Na média, foram vendidas 200 toneladas na primavera, 350 no verão, 300 no outono e 150 no inverno.

- Calcule o fator sazonal
- A empresa espera aumentar a venda em 10% no próximo ano, qual a quantidade de produto para cada estação?

Quantidade média de venda de bacalhau para cada estação durante 10 anos

Estação	Venda
Primavera	200
Verão	350
Outono	300
Inverno	150
Ano	1000

90

Exercício 2 – Tendência e Fator Sazonalidade via MQO

A empresa possui o seguinte quadro de venda trimestral para dois anos:

Ano	Trimestre	Quantidade
Ano 1	1	300
	2	200
	3	220
	4	530
Ano 2	5	520
	6	420
	7	400
	8	700

- Encontre a equação linear pelo MQO;
- Calcule o fator sazonal médio para cada trimestre;
- Calcule a previsão de venda para cada trimestre do ano 3 incluindo a tendência e fator sazonal.

91

Mauro Osaki - TES/ESALQ-USP