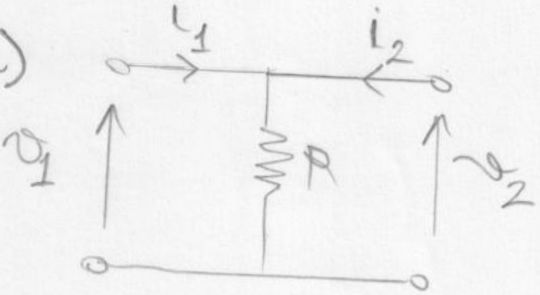
PSI3212 - CIRCUITOS 2
SOLUÇÃO DA LISTA 7

1 -

a)



$R = 5\Omega$

$$\begin{cases} v_1 = R(i_1+i_2) = Ri_1 + Ri_2 \\ v_2 = R(i_1+i_2) = Ri_1 + Ri_2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow Z = \begin{bmatrix} R & R \\ R & R \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 5 \\ 5 & 5 \end{bmatrix} \Omega$$

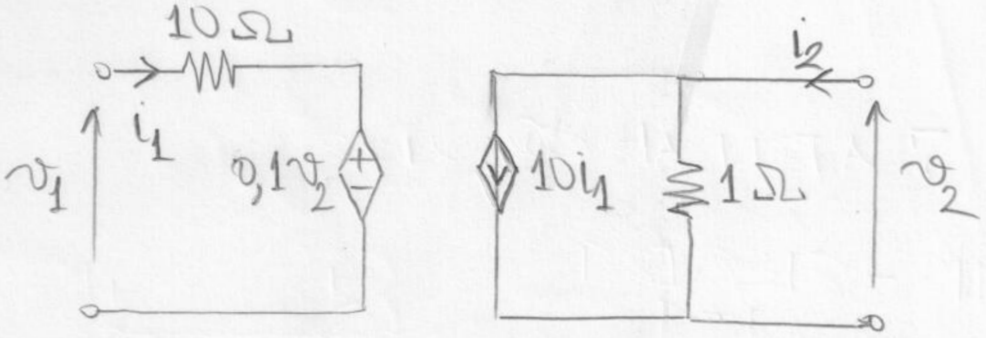
- $Z_{12} = Z_{21} \Rightarrow$ O QUADRIPOLO É RECÍPROCO
- $Z_{11} = Z_{22} \Rightarrow$ O QUADRIPOLO É SIMÉTRICO

$|Z| = 5^2 - 5^2 = 0 \Rightarrow$ O QUADRIPOLO NÃO POSSUI MATRIZ Y.

$$\circ\, H = \begin{bmatrix} \frac{|Z|}{Z_{22}} & \frac{Z_{12}}{Z_{22}} \\ -\frac{Z_{21}}{Z_{22}} & \frac{1}{Z_{22}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0\Omega & 1 \\ -1 & \frac{1}{5}\,S \end{bmatrix}$$

$$\circ\, T = \begin{bmatrix} \frac{Z_{11}}{Z_{21}} & \frac{|Z|}{Z_{21}} \\ \frac{1}{Z_{21}} & \frac{Z_{22}}{Z_{21}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0\Omega \\ \frac{1}{5}\,S & 1 \end{bmatrix}$$

b)



$$\begin{cases} v_1 = 10\, i_1 + 0{,}1\, v_2 \\ i_2 = 10\, i_1 + v_2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow H = \begin{bmatrix} 10\,\Omega & 0{,}1 \\ 10 & 1\,S \end{bmatrix} \qquad |H| = 10 - 10(0{,}1) = 9$$

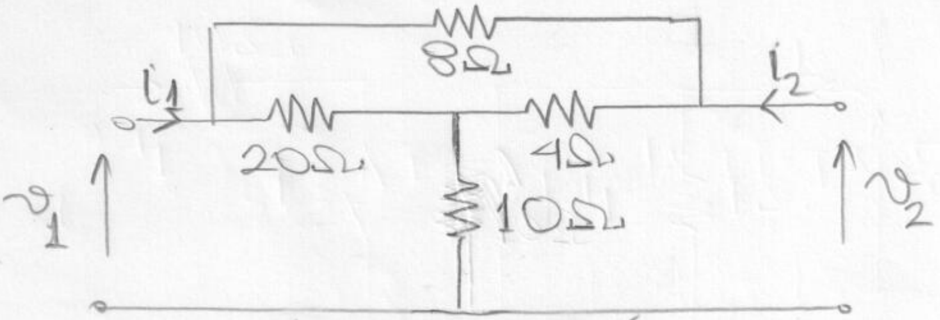
- $h_{12} \neq -h_{21} \Rightarrow$ O QUADRIPOLO NÃO É RECÍPROCO
  $\Rightarrow$ O QUADRIPOLO NÃO É SIMÉTRICO

$$\cdot\ Z = \begin{bmatrix} \frac{|H|}{h_{22}} & \frac{h_{12}}{h_{22}} \\ -\frac{h_{21}}{h_{22}} & \frac{1}{h_{22}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9 & 0{,}1 \\ -10 & 1 \end{bmatrix} \Omega$$

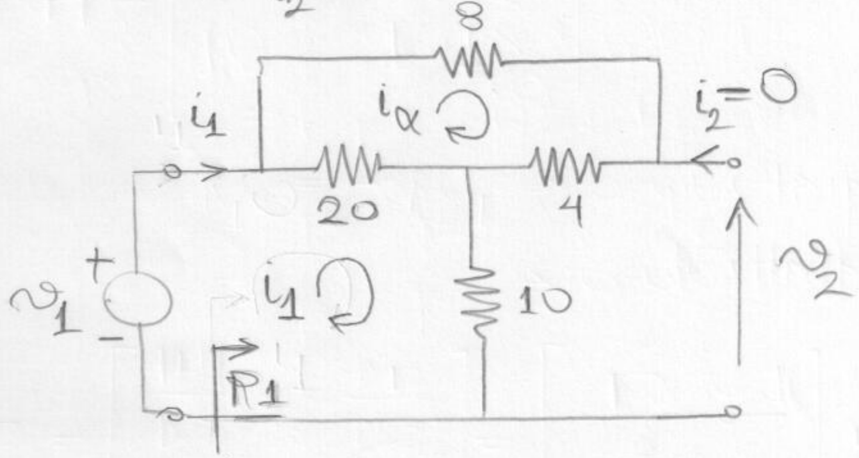
$$\cdot\ Y = Z^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{10} & -\frac{1}{100} \\ 1 & \frac{9}{10} \end{bmatrix} S$$

$$\cdot\ T = \begin{bmatrix} -\frac{|H|}{h_{21}} & -\frac{h_{11}}{h_{21}} \\ -\frac{h_{22}}{h_{21}} & -\frac{1}{h_{21}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{9}{10} & -1\,\Omega \\ -\frac{1}{10}\,S & -\frac{1}{10} \end{bmatrix}$$

c)



- O QUADRIPOLO É CONSTITUÍDO SOMENTE POR RESISTORES ⇒ É RECÍPROCO.
- VAMOS COMEÇAR CALCULANDO Z:
- $Z_{11} = \left.\frac{v_1}{i_1}\right|_{i_2=0}$ E $Z_{21} = \left.\frac{v_2}{i_1}\right|_{i_2=0} = Z_{12}$



ANÁLISE DE MALHAS:

$$\begin{bmatrix} 30 & -20 \\ -20 & 32 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_\alpha \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} i_1 \\ i_\alpha \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{2}{35} v_1 \\ \frac{1}{28} v_1 \end{bmatrix}$$

ASSOCIAÇÃO DE RESISTORES

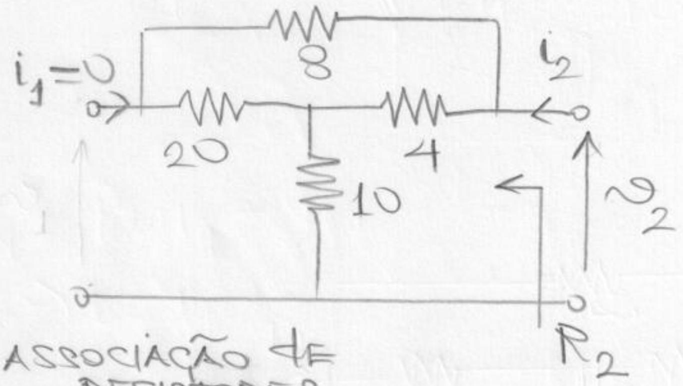
$$\Rightarrow Z_{11} = \frac{35}{2}\,\Omega \text{ ou } Z_{11} = R_1 \overset{\downarrow}{=} 10 + 20 \| (8+4).$$

$$\frac{i_\alpha}{i_1} = \frac{35}{56} \Rightarrow i_\alpha = \frac{35}{56} i_1$$

$$v_2 = 10 i_1 + 4 i_\alpha = 10 i_1 + 4 \cdot \frac{35}{56} i_1$$

$$\Rightarrow v_2 = \frac{25}{2} i_1 \Rightarrow Z_{21} = \frac{25}{2}\,\Omega = Z_{12}$$

$$\circ \; Z_{22} = \left.\frac{v_2}{i_2}\right|_{i_1=0}.$$



ASSOCIAÇÃO DE RESISTORES

$$Z_{22} = R_2 = 10 + (20+8) \| 4$$

$$\Rightarrow Z_{22} = 10 + \frac{28 \cdot 4}{32} = \frac{27}{2}\,\Omega \neq Z_{11}$$

LOGO, O QUADRIPOLO NÃO É SIMÉTRICO.

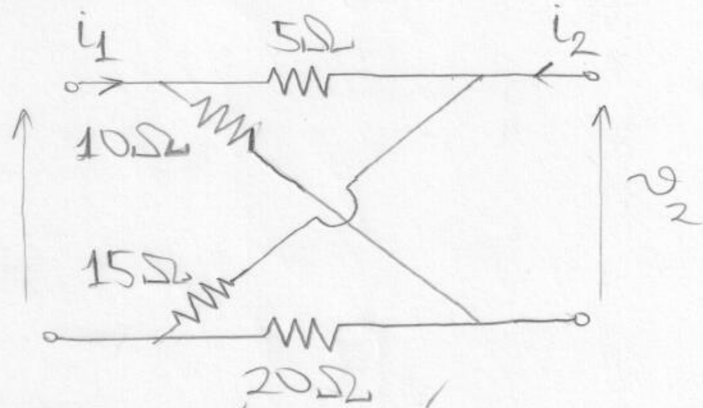
$$Z = \begin{bmatrix} \frac{35}{2} & \frac{25}{2} \\ \frac{25}{2} & \frac{27}{2} \end{bmatrix} \Omega \quad \text{E} \quad |Z| = \frac{35 \cdot 27 - 25^2}{4} = 80.$$

$$\circ \; Y = Z^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{27}{160} & -\frac{25}{160} \\ -\frac{25}{160} & \frac{35}{160} \end{bmatrix} S$$

$$\circ \; H = \begin{bmatrix} \frac{|Z|}{Z_{22}} & \frac{Z_{12}}{Z_{22}} \\ -\frac{Z_{21}}{Z_{22}} & \frac{1}{Z_{22}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{160}{27}\,\Omega & \frac{25}{27} \\ -\frac{25}{27} & \frac{2}{27}\,S \end{bmatrix}$$

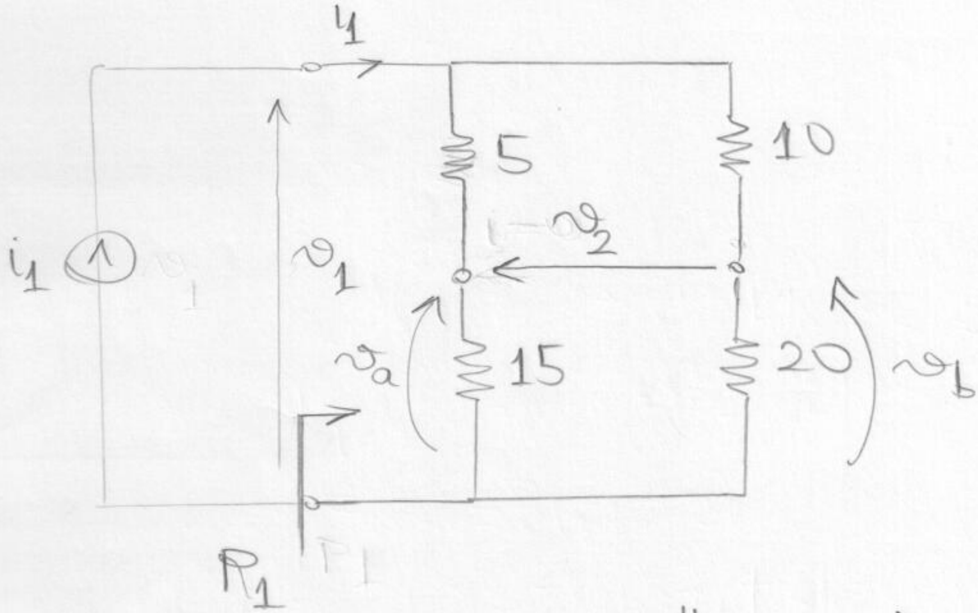
$$\circ \; T = \begin{bmatrix} \frac{Z_{11}}{Z_{21}} & \frac{|Z|}{Z_{21}} \\ \frac{1}{Z_{21}} & \frac{Z_{22}}{Z_{21}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{7}{5} & \frac{32}{5}\,\Omega \\ \frac{2}{25}\,S & \frac{27}{25} \end{bmatrix}$$

d)



- O QUADRIPOLO É RECÍPROCO POIS SÓ É CONSTITUÍDO DE RESISTORES.
- VAMOS INICIALMENTE DETERMINAR Z:

$$\circ \quad Z_{11} = \frac{v_1}{i_1}\bigg|_{i_2=0} \quad \text{E} \quad Z_{21} = \frac{v_2}{i_1}\bigg|_{i_2=0} = Z_{12}.$$



$$\circ \; Z_{11} = R_1 = (5+15)\,\|\,(10+20) = 12\,\Omega$$

$$\circ \; Z_{21} = \frac{v_2}{i_1}\bigg|_{i_2=0} = \frac{1}{i_1}\cdot(v_a - v_b) = \frac{1}{i_1}\left[15\cdot\frac{30 i_1}{50} - 20\cdot\frac{20 i_1}{50}\right]$$

$$\Rightarrow Z_{21} = 9 - 8 = 1\,\Omega = Z_{12}.$$

$$\circ \; Z_{22} = \frac{v_2}{i_2}\bigg|_{i_1=0} = \underbrace{(5+10)\,\|\,(15+20)}_{\text{ASSOCIAÇÃO DE RESISTORES}} = \frac{15\cdot 35}{50} = \frac{21}{2}\,\Omega$$

$Z_{22} \neq Z_{11} \Rightarrow$ O QUADRIPOLO NÃO É SIMÉTRICO.

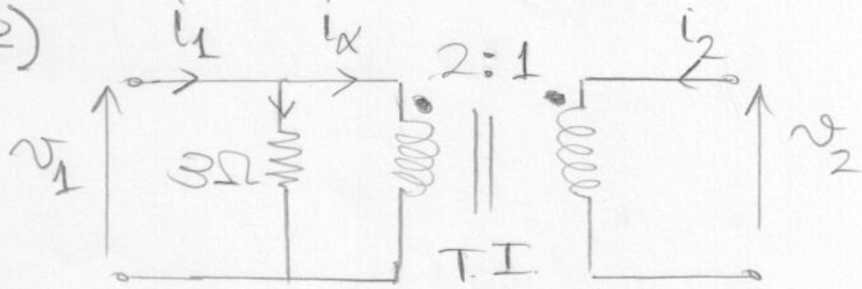
$$\Rightarrow Z = \begin{bmatrix} 12 & 1 \\ 1 & \frac{21}{2} \end{bmatrix} \Omega \quad \text{E} \quad |Z| = 125$$

$$\circ\ Y = Z^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{21}{250} & -\frac{1}{125} \\ -\frac{1}{125} & \frac{12}{125} \end{bmatrix} S$$

$$\circ\ H = \begin{bmatrix} \frac{|Z|}{Z_{22}} & \frac{Z_{12}}{Z_{22}} \\ -\frac{Z_{21}}{Z_{22}} & \frac{1}{Z_{22}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{250}{21}\Omega & \frac{2}{21} \\ -\frac{2}{21} & \frac{2}{21} S \end{bmatrix}$$

$$\circ\ T = \begin{bmatrix} \frac{Z_{11}}{Z_{21}} & \frac{|Z|}{Z_{21}} \\ \frac{1}{Z_{21}} & \frac{Z_{22}}{Z_{21}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 12 & 125\Omega \\ 1 S & \frac{21}{2} \end{bmatrix}$$

e)



$\circ\ \dfrac{v_1}{v_2} = \dfrac{2}{1} \Rightarrow v_1 = 2v_2 \qquad \circ\ \dfrac{i_\alpha}{i_2} = -\dfrac{1}{2} \Rightarrow i_\alpha = -\dfrac{i_2}{2}$

$\circ\ i_1 = i_\alpha + \dfrac{v_1}{3} = -\dfrac{i_2}{2} + \dfrac{v_1}{3} \Rightarrow i_2 = -2i_1 + \dfrac{2v_1}{3}$

$\Rightarrow i_2 = -2i_1 + \dfrac{2}{3}(2v_2) = -2i_1 + \dfrac{4}{3}v_2.$

LOGO,

$$\begin{cases} v_1 = 2v_2 \\ i_2 = -2i_1 + \dfrac{4}{3}v_2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow H = \begin{bmatrix} 0\Omega & 2 \\ -2 & \frac{4}{3}\,S \end{bmatrix} \quad E \quad |H| = 4.$$

∘ COMO $h_{12} = -h_{21}$, O QUADRIPOLO É RECÍPROCO.

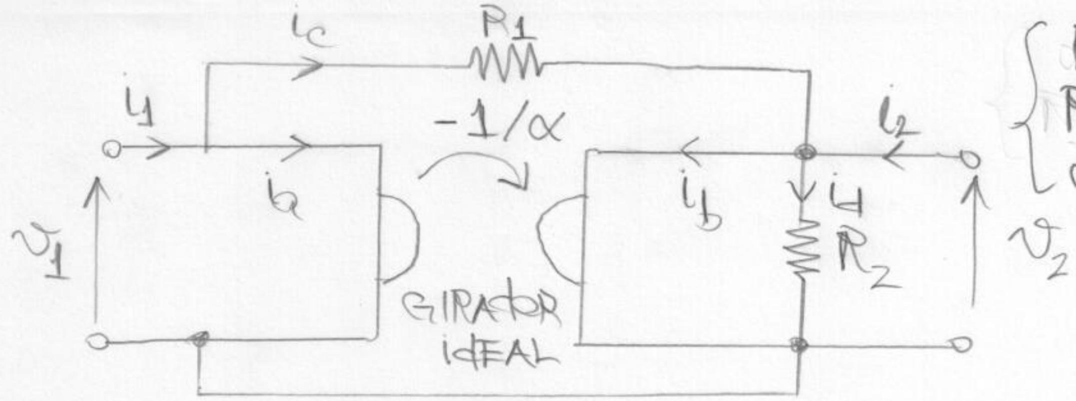
MAS $|H| \neq 1 \Rightarrow$ O QUADRIPOLO NÃO É SIMÉTRICO.

∘ COMO $h_{11} = 0$, O QUADRIPOLO NÃO POSSUI MATRIZ Y.

$$\circ\ Z = \begin{bmatrix} \frac{|H|}{h_{22}} & \frac{h_{12}}{h_{22}} \\ -\frac{h_{21}}{h_{22}} & \frac{1}{h_{22}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & \frac{3}{2} \\ \frac{3}{2} & \frac{3}{4} \end{bmatrix} \Omega$$

$$\circ\ T = \begin{bmatrix} -\frac{|H|}{h_{21}} & -\frac{h_{11}}{h_{21}} \\ -\frac{h_{22}}{h_{21}} & -\frac{1}{h_{21}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 0\Omega \\ \frac{2}{3}\,S & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

f)



$$\begin{cases} R_1 = 2\,\Omega \\ R_2 = 4\,\Omega \\ \alpha = 2\,S \end{cases}$$

DE ACORDO COM O LIVRO-TEXTO (ORSINI, CONSONNI), VALEM AS SEGUINTES RELAÇÕES NO GIRADOR IDEAL:

$$\begin{cases} v_1 = -\dfrac{1}{\alpha}\, i_b \\ v_2 = \dfrac{1}{\alpha}\, i_a \end{cases}$$

EM QUE $-\dfrac{1}{\alpha}$ É O RAIO DE GIRO EM OHMS.

VAMOS COMEÇAR DETERMINANDO A MATRIZ Y:

$$\begin{cases} i_1 = i_a + i_c \\ i_2 = i_b + i_d - i_c \end{cases}$$

- $i_a = \alpha v_2$
- $i_b = -\alpha v_1$ • $i_d = \dfrac{v_2}{R_2}$
- $i_c = \dfrac{v_1 - v_2}{R_1}$

LOGO,
$$\begin{cases} i_1 = \alpha v_2 + \dfrac{v_1 - v_2}{R_1} \\ i_2 = -\alpha v_1 + \dfrac{v_2}{R_2} - \dfrac{v_1 - v_2}{R_1} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} i_1 = \dfrac{v_1}{R_1} + \dfrac{\alpha R_1 - 1}{R_1} v_2 \\ i_2 = \dfrac{-\alpha R_1 - 1}{R_1} v_1 + \dfrac{R_1 + R_2}{R_1 R_2} v_2 \end{cases}$$

PORTANTO,

$$Y=\begin{bmatrix} \dfrac{1}{R_1} & \dfrac{\alpha R_1-1}{R_1} \\ \dfrac{-\alpha R_1-1}{R_1} & \dfrac{R_1+R_2}{R_1R_2} \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} \dfrac{1}{2} & \dfrac{3}{2} \\ -\dfrac{5}{2} & \dfrac{3}{4} \end{bmatrix} S.$$

$$|Y|=\frac{1}{2}\frac{3}{4}+\frac{5}{2}\cdot\frac{3}{2}=\frac{3}{8}+\frac{15}{4}=\frac{33}{8}.$$

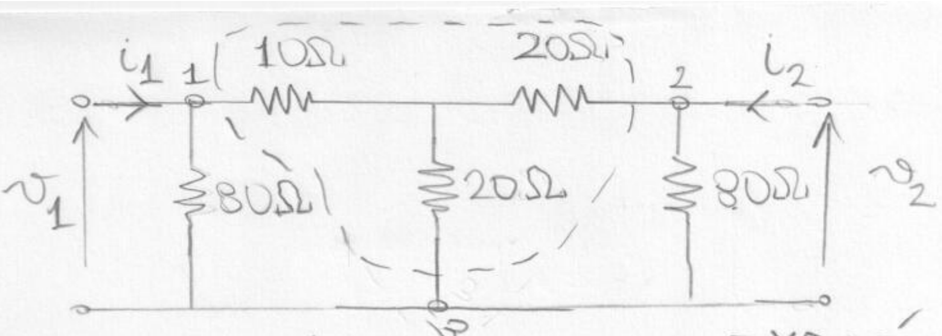
- $y_{12}\neq y_{21} \Rightarrow$ O QUADRIPOLO NÃO É RECÍPROCO
- $\Rightarrow$ O QUADRIPOLO NÃO É SIMÉTRICO.

- $$Z=Y^{-1}=\frac{8}{33}\begin{bmatrix} \dfrac{3}{4} & -\dfrac{3}{2} \\ \dfrac{5}{2} & \dfrac{1}{2} \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} \dfrac{2}{11} & -\dfrac{4}{11} \\ \dfrac{20}{33} & \dfrac{4}{33} \end{bmatrix} \Omega$$

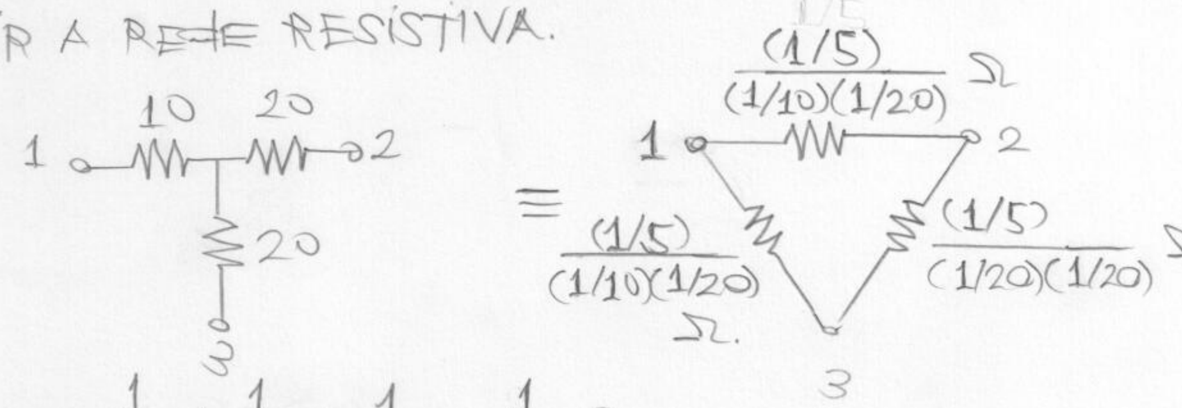
- $$H=\begin{bmatrix} \dfrac{1}{y_{11}} & -\dfrac{y_{12}}{y_{11}} \\ \dfrac{y_{21}}{y_{11}} & \dfrac{|Y|}{y_{11}} \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 2\,\Omega & -3 \\ -5 & \dfrac{33}{4}\,S \end{bmatrix}$$

- $$T=\begin{bmatrix} -\dfrac{y_{22}}{y_{21}} & -\dfrac{1}{y_{21}} \\ -\dfrac{|Y|}{y_{21}} & -\dfrac{y_{11}}{y_{21}} \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} \dfrac{3}{10} & \dfrac{2}{5}\,\Omega \\ \dfrac{33}{20}\,S & \dfrac{1}{5} \end{bmatrix}$$

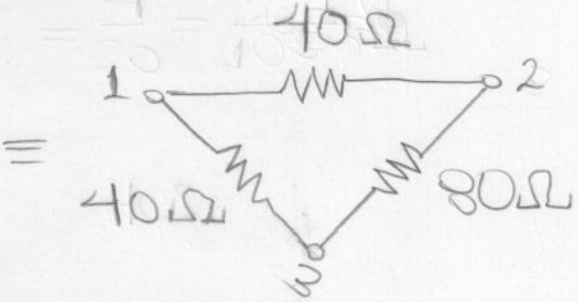
g)



HÁ VÁRIAS FORMAS DE RESOLVER O EXERCÍCIO. VAMOS UTILIZAR UMA TRANSFORMAÇÃO Y-Δ PARA REDUZIR A REDE RESISTIVA.

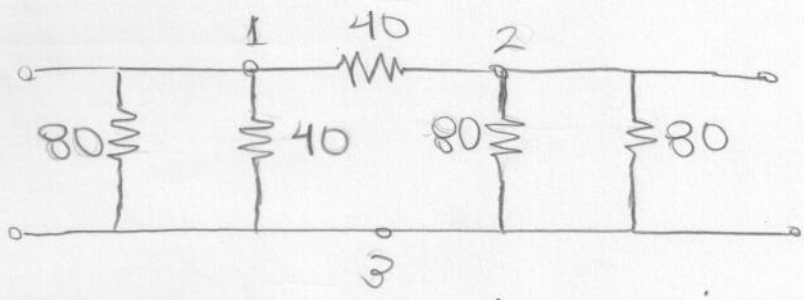


$$G_Y = \frac{1}{10} + \frac{1}{20} + \frac{1}{20} = \frac{1}{5}\ S$$

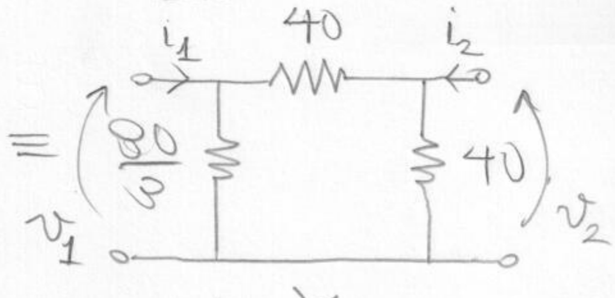


$$80 // 40 = \frac{80 \cdot 40}{80+40} = \frac{3200}{120} = \frac{80}{3}\ \Omega$$

LOGO, O QUADRIPOLO FICA



≡



VAMOS INICIALMENTE DETERMINAR A MATRIZ Y:

$$i_1 = \frac{v_1}{\left(\frac{80}{3}\right)} + \frac{v_1 - v_2}{40} = \frac{5v_1}{80} - \frac{v_2}{40} = \frac{v_1}{16} - \frac{v_2}{40}.$$

$$i_2 = \frac{v_2}{40} + \frac{v_2 - v_1}{40} = -\frac{v_1}{40} + \frac{v_2}{20}$$

$$\Rightarrow Y = \begin{bmatrix} \frac{1}{16} & -\frac{1}{40} \\ -\frac{1}{40} & \frac{1}{20} \end{bmatrix} S$$

- $y_{12} = y_{21} \Rightarrow$ O QUADRIPOLO É RECÍPROCO
- $y_{11} \neq y_{22} \Rightarrow$ O QUADRIPOLO NÃO É SIMÉTRICO

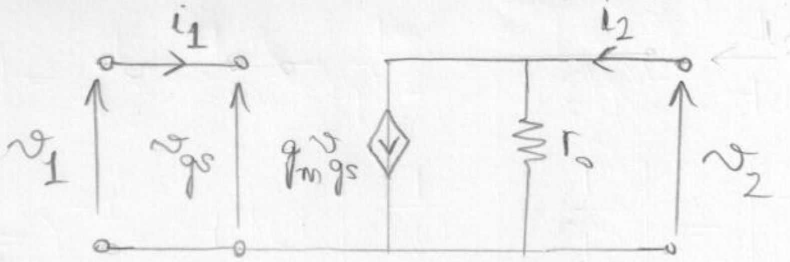
$$|Y| = \frac{1}{16}\cdot\frac{1}{20} - \frac{1}{40^2} = \frac{4}{1600} = \frac{1}{400}$$

$$\cdot\; Z = Y^{-1} = 400 \begin{bmatrix} \frac{1}{20} & \frac{1}{40} \\ \frac{1}{40} & \frac{1}{16} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 20 & 10 \\ 10 & 25 \end{bmatrix} \Omega$$

$$\cdot\; H = \begin{bmatrix} \frac{1}{y_{11}} & -\frac{y_{12}}{y_{11}} \\ \frac{y_{21}}{y_{11}} & \frac{|Y|}{y_{11}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 16\,\Omega & \frac{2}{5} \\ -\frac{2}{5} & \frac{1}{25}\,S \end{bmatrix}$$

$$\cdot\; T = \begin{bmatrix} -\frac{y_{22}}{y_{21}} & -\frac{1}{y_{21}} \\ -\frac{|Y|}{y_{21}} & -\frac{y_{11}}{y_{21}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 40\,\Omega \\ \frac{1}{10}\,S & \frac{5}{2} \end{bmatrix}$$

2 —



$$\begin{cases} g_m = 2\,mA/V \\ r_o = 50\,k\Omega \end{cases}$$

• $v_{gs} = v_1$.

COMEÇANDO PELA MATRIZ Y, TEMOS:

$$\begin{cases} i_1 = 0 \\ i_2 = g_m v_{gs} + \dfrac{v_2}{r_o} = g_m v_1 + \dfrac{v_2}{r_o} \end{cases}$$

$$\Rightarrow Y = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ g_m & \dfrac{1}{r_o} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 2 \cdot 10^{-3} & 20 \cdot 10^{-6} \end{bmatrix} S$$

COMO $|Y| = 0 \Rightarrow$ O QUADRIPOLO NÃO ADMITE MATRIZ Z.
ALÉM DISSO, COMO $y_{11} = 0$, O QUADRIPOLO NÃO ADMITE MATRIZ H.

$$\cdot\, T = \begin{bmatrix} -\dfrac{y_{22}}{y_{21}} & -\dfrac{1}{y_{21}} \\ -\dfrac{|Y|}{y_{21}} & -\dfrac{y_{11}}{y_{21}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\dfrac{1}{100} & -500\,\Omega \\ 0\,S & 0 \end{bmatrix}$$

3 – A TRANSMISSÃO INVERSA OCORRE QUANDO UMA FONTE DE TENSÃO OU CORRENTE, LIGADA NA SAÍDA DO QUADRIPOLO, PROVOCA UMA TENSÃO OU CORRENTE NÃO NULA NA SUA ENTRADA. COM CIRCUITOS COM QUADRIPOLOS NÃO RECÍPROCOS, É POSSÍVEL IMPEDIR A TRANSMISSÃO EM UM SENTIDO E MANTER A TRANSMISSÃO NO OUTRO. É O CASO DO QUADRIPOLO COM GIRADOR DESSE EXERCÍCIO.

OS PARÂMETROS DE QUADRIPOLOS QUE MODELAM A TRANSMISSÃO INVERSA SÃO:

$$z_{12} = \left.\frac{V_1}{I_2}\right|_{I_1=0}, \qquad h_{12} = \left.\frac{V_1}{V_2}\right|_{I_1=0},$$

$$y_{12} = \left.\frac{I_1}{V_2}\right|_{V_1=0}, \qquad g_{12} = \left.\frac{I_1}{I_2}\right|_{V_1=0},$$

POIS LEVAM EM CONTA O EFEITO DA SAÍDA NA ENTRADA INATIVADA ($V_1=0$ OU $I_1=0$). LEMBRANDO QUE

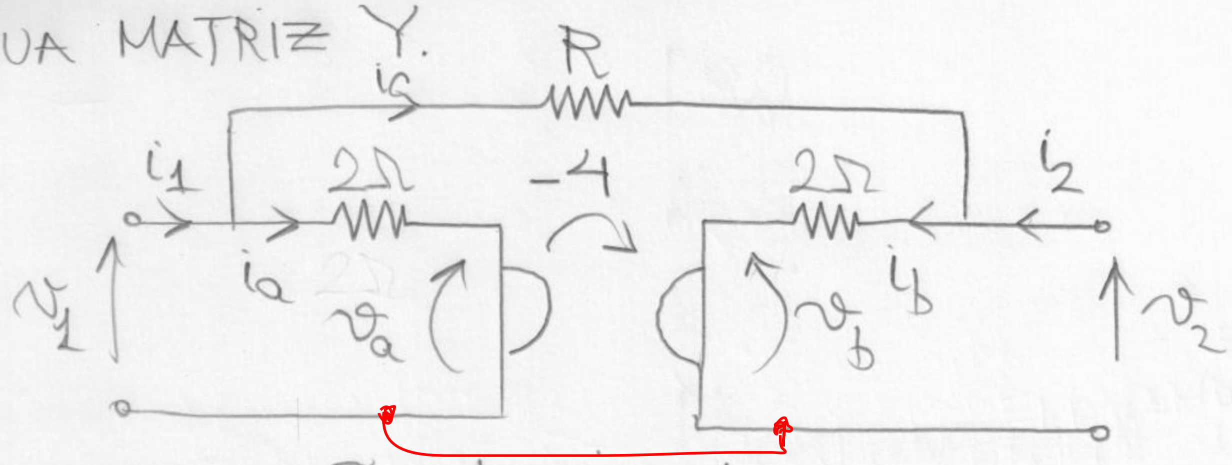
$$z_{12} = -\frac{y_{12}}{|Y|} = \frac{h_{12}}{h_{22}} = -\frac{g_{12}}{g_{11}} = \frac{|T|}{C},$$

PARA <u>IMPEDIR</u> A TRANSMISSÃO INVERSA, É PRECISO ANULAR PELO MENOS UM DOS SEGUINTES PARÂMETROS DO QUADRIPOLO:

$$z_{12}, y_{12}, h_{12}, g_{12} \text{ ou } |T|.$$

ESSA RESTRIÇÃO FAZ COM QUE QUALQUER EXCITAÇÃO NA SAÍDA NÃO SEJA PERCEBIDA NA ENTRADA. POR OUTRO LADO, VAMOS VER QUE MESMO ANULANDO A TRANSMISSÃO INVERSA, A TRANSMISSÃO DIRETA CONTINUA A ACONTECER NO QUADRIPOLO DO EXERCÍCIO. POR CONVENIÊNCIA, VAMOS ENCONTRAR

SUA MATRIZ Y.



RELAÇÕES DO GIRADOR:

$$\begin{cases} v_a = -4 i_b \\ v_b = 4 i_a \end{cases}$$

2ª L.K. NAS MALHAS DE ENTRADA E SAÍDA:

$$\begin{cases} v_1 = v_a + 2i_a \\ v_2 = v_b + 2i_b \end{cases}$$

RESOLVENDO O SISTEMA

$$\Rightarrow \begin{cases} v_1 = 2i_a - 4i_b \\ v_2 = 4i_a + 2i_b \end{cases} \Rightarrow \left| \begin{array}{l} i_a = \frac{1}{10} v_1 + \frac{1}{5} v_2 \\ i_b = \frac{1}{5} v_1 + \frac{1}{10} v_2 \end{array} \right.$$

ASSIM, PODEMOS ESCREVER i_1 E i_2 EM FUNÇÃO DE v_1 E v_2, POIS:

$$\begin{cases} i_1 = i_a + i_c \\ i_2 = i_b - i_c \end{cases} \quad \text{E} \quad i_c = \frac{v_1 - v_2}{R}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} i_1 = \frac{1}{10} v_1 + \frac{1}{5} v_2 + \frac{v_1 - v_2}{R} = \left(\frac{1}{10} + \frac{1}{R}\right) v_1 + \left(\frac{1}{5} - \frac{1}{R}\right) v_2 \\ i_2 = -\frac{1}{5} v_1 + \frac{1}{10} v_2 + \frac{v_2 - v_1}{R} = \left(-\frac{1}{5} - \frac{1}{R}\right) v_1 + \left(\frac{1}{10} + \frac{1}{R}\right) v_2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow Y = \begin{bmatrix} \frac{1}{10} + \frac{1}{R} & \frac{1}{5} - \frac{1}{R} \\ -\frac{1}{5} - \frac{1}{R} & \frac{1}{10} + \frac{1}{R} \end{bmatrix}$$

PARA NÃO HAVER TRANSMISSÃO INVERSA, IMPOMOS

$$y_{12} = 0 \Rightarrow \frac{1}{5} - \frac{1}{R} = 0 \Rightarrow R = 5\,\Omega$$

NOTE QUE COM ESSE VALOR DE R, CONTINUA HAVENDO TRANSMISSÃO DIRETA, POIS

$$y_{21} = -\frac{1}{5} - \frac{1}{R} = -\frac{1}{5} - \frac{1}{5} = -\frac{2}{5} \neq 0$$

4- NOTE QUE NAS MEDIDAS FORAM ANULADAS V_2 E I_2. ISSO É FEITO NA DETERMINAÇÃO DOS PARÂMETROS T (OU ABCD).

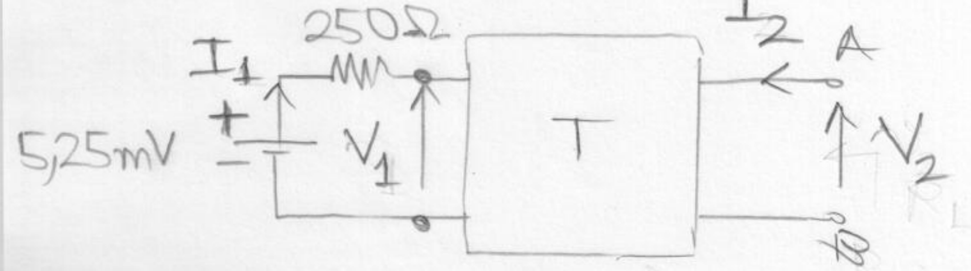
LOGO,

$$A = \left.\frac{V_1}{V_2}\right|_{I_2=0} = \frac{20 \cdot 10^{-3}}{40} = 0{,}5 \cdot 10^{-3}$$

$$B = \left.\frac{-V_1}{I_2}\right|_{V_2=0} = \frac{-4}{-200 \cdot 10^{-3}} = 20\,\Omega$$

$$C = \left.\frac{I_1}{V_2}\right|_{I_2=0} = \frac{20 \cdot 10^{-6}}{40} = 0{,}5 \cdot 10^{-6}\ S$$

$$D = \left.\frac{-I_1}{I_2}\right|_{V_2=0} = \frac{-5 \cdot \cancel{10^{-3}}}{-200 \cdot \cancel{10^{-3}}} = 25 \cdot 10^{-3}$$



VAMOS USAR OS PARÂMETROS ABCD PARA DETERMINAR O GERADOR EQUIVALENTE DE THÉVENIN VISTO ENTRE A E B.

$$\begin{cases} V_1 = A V_2 + B(-I_2) \\ I_1 = C V_2 + D(-I_2) \end{cases}$$

EQ. ADICIONAL: $V_1 = 5{,}25 \cdot 10^{-3} - 250 I_1$

$$\Rightarrow \begin{cases} 5{,}25 \cdot 10^{-3} - \cancel{250 I_1} = A V_2 + B(-I_2) \\ \cancel{250 I_1} = 250 C V_2 + 250 D(-I_2) \end{cases}$$

$$5{,}25 \cdot 10^{-3} = (A + 250C) V_2 + (B + 250D)(-I_2)$$

$$V_2 = \underbrace{\frac{5{,}25 \cdot 10^{-3}}{A + 250C}}_{= V_{th}} + \underbrace{\frac{B + 250D}{A + 250C}}_{= R_{th}} I_2 .$$

SUBSTITUINDO $A + 250C = 625 \cdot 10^{-6}$

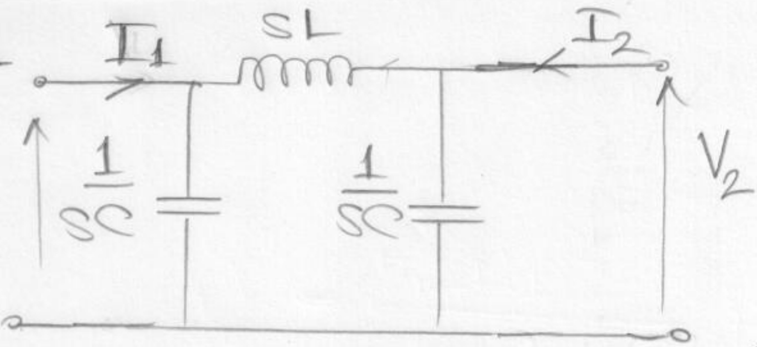
$B + 250D = 26{,}25\ \Omega$

TEMOS

$$V_2 = \underbrace{\frac{5{,}25 \cdot 10^{-3}}{625 \cdot 10^{-6}}}_{= V_{th} = 8{,}4\,V} + \underbrace{\frac{26{,}25}{625 \cdot 10^{-6}}}_{= R_{th} = R_o = 42\,k\Omega} I_2$$

$$\therefore P_{máx} = \left(\frac{V_{th} \cdot \cancel{R_o}}{2\cancel{R_o}}\right)^2 / R_o = \frac{V_{th}^2}{4R_o} \cong 420\,\mu W.$$

5 -



VAMOS COMEÇAR PELOS PARÂMETROS Y:

$$\begin{cases} I_1 = sCV_1 + \dfrac{V_1 - V_2}{sL} = \left(sC + \dfrac{1}{sL}\right)V_1 - \dfrac{1}{sL}V_2 \\ I_2 = sCV_2 + \dfrac{V_2 - V_1}{sL} = -\dfrac{1}{sL}V_1 + \left(sC + \dfrac{1}{sL}\right)V_2. \end{cases}$$

$$\Rightarrow Y = \begin{bmatrix} sC + \frac{1}{sL} & -\frac{1}{sL} \\ -\frac{1}{sL} & sC + \frac{1}{sL} \end{bmatrix}$$

$$|Y| = \left(sC + \frac{1}{sL}\right)^2 - \frac{1}{s^2L^2} = s^2C^2 + 2\frac{C}{L}$$

$$\cdot\ G = \begin{bmatrix} \frac{|Y|}{y_{22}} & \frac{y_{12}}{y_{22}} \\ -\frac{y_{21}}{y_{22}} & \frac{1}{y_{22}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{s^3LC^2 + 2sC}{s^2LC+1} & \frac{-1}{s^2LC+1} \\ \underbrace{\frac{1}{s^2LC+1}}_{=g_{21}} & \underbrace{\frac{sL}{s^2LC+1}}_{=g_{22}} \end{bmatrix}$$

$$\cdot\ \frac{1}{y_{22}} = \frac{1}{sC + \frac{1}{sL}} = \frac{sL}{s^2LC+1}$$

SABEMOS QUE $V_2 = g_{21}V_1 + g_{22}I_2$

MAS $V_2 = -400 I_2 \Rightarrow I_2 = \dfrac{V_2}{-400}$

E $V_1(s) = \dfrac{30}{s}$ pois $v_1(t) = 30H(t)$ (V,s).

LOGO,

$$V_2(s) = g_{21}\frac{30}{s} + g_{22}\frac{V_2(s)}{-400}$$

$$\Rightarrow V_2(s) = \frac{g_{21}\,30}{s\left(1 + \frac{g_{22}}{400}\right)}$$

SUBSTITUINDO $C = 0{,}2\,\mu F$ E $L = 200\,mH$, TEMOS

$$\cdot\, g_{21} = \frac{1}{s^2 40\,10^{-9} + 1} = \frac{25\cdot 10^6}{s^2 + 25\cdot 10^6}$$

$$\cdot\, g_{22} = \frac{0{,}2\,s}{s^2 40\cdot 10^{-9} + 1} = \frac{5\cdot 10^6 s}{s^2 + 25\cdot 10^6}.$$

SUBSTITUINDO, TEMOS:

$$\Rightarrow V_2(s) = \frac{750\cdot 10^6}{s(s^2 + 25\,10^6)\left(1 + \frac{12{,}5\cdot 10^3 s}{s^2 + 25\cdot 10^6}\right)}$$

$$V_2(s) = \frac{750\cdot 10^6}{s(\underbrace{s^2 + 25\cdot 10^6 + 12{,}5\cdot 10^3 s}_{\text{FATORAÇÃO}: (s+10000)(s+2500)})}$$

$$= \frac{750\cdot 10^6}{s(s+2500)(s+10^4)}$$

$$= \frac{A}{s} + \frac{B}{s+2500} + \frac{C}{s+10^4}$$

$$A = \frac{750\cdot 10^6}{2500\cdot 10^4} = 30$$

$$B = \frac{750\cdot 10^6}{(-2500)(-2500+10^4)} = -40$$

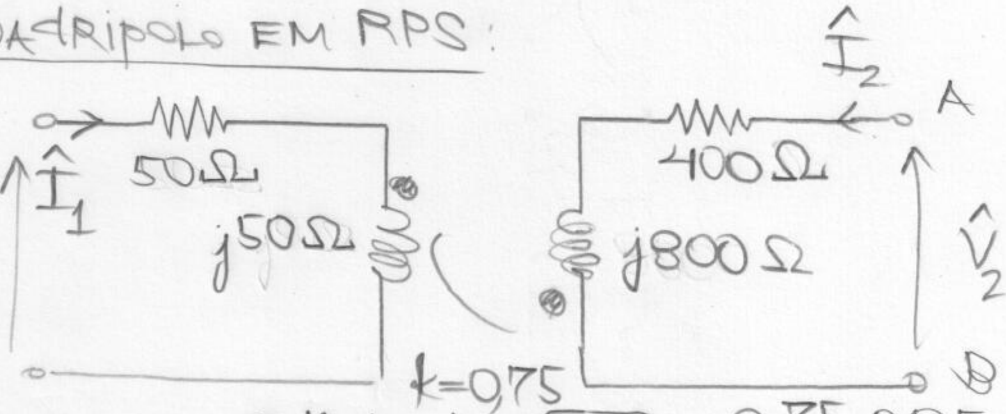
$$C = \frac{750\cdot 10^6}{(-10^4)(-10^4+2500)} = 10$$

$$\Rightarrow V_2(s) = \frac{30}{s} - \frac{40}{s+2500} + \frac{10}{s+10^4}$$

$$\longleftrightarrow v_2(t) = \left(30 - 40e^{-2500t} + 10e^{-10^4 t}\right) H(t)$$

6 – $\omega = 4000\ rad/s$.

a) QUADRIPOLO EM RPS:



$\Rightarrow |M| = k \cdot \sqrt{L_1 L_2} = 0{,}75 \cdot 0{,}05 = 0{,}0375$

$\Downarrow$

$j\omega|M| = j150\ \Omega$

VAMOS COMEÇAR PELA MATRIZ Z:

$$\begin{cases} \hat{V}_1 = 50\hat{I}_1 + j50\hat{I}_1 - j150\hat{I}_2 \\ \hat{V}_2 = 400\hat{I}_2 + j800\hat{I}_2 - j150\hat{I}_1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow Z = \begin{bmatrix} 50+j50 & -j150 \\ -j150 & 400+j800 \end{bmatrix} \Omega$$

$$|Z| = 50(1+j)\,400(1+j2) + 150^2$$
$$= 20000(1+3j-2) + 150^2$$
$$= 2500 + j60000$$

$$\circ\ T = \begin{bmatrix} \dfrac{Z_{11}}{Z_{21}} & \dfrac{|Z|}{Z_{21}} \\ \dfrac{1}{Z_{21}} & \dfrac{Z_{22}}{Z_{21}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dfrac{-50+j50}{150} & \dfrac{-60000+j2500}{150}\Omega \\ \dfrac{j}{150}S & \dfrac{-800+j400}{150} \end{bmatrix}$$

$$\frac{1}{Z_{21}} = \frac{j}{150}$$

(b) $$\begin{cases} \hat{V}_1 = A\hat{V}_2 + B(-\hat{I}_2) \\ \hat{I}_1 = C\hat{V}_2 + D(-\hat{I}_2) \end{cases}$$

EQ. ADICIONAL: $\hat{V}_1 = \hat{E}_s - 25\hat{I}_1$

$$\Rightarrow \begin{cases} \hat{E}_S - \cancel{25\hat{I}_1} = A\hat{V}_2 + B(-\hat{I}_2) \\ \cancel{25\hat{I}_1} = 25C\hat{V}_2 + 25D(-\hat{I}_2) \end{cases}$$

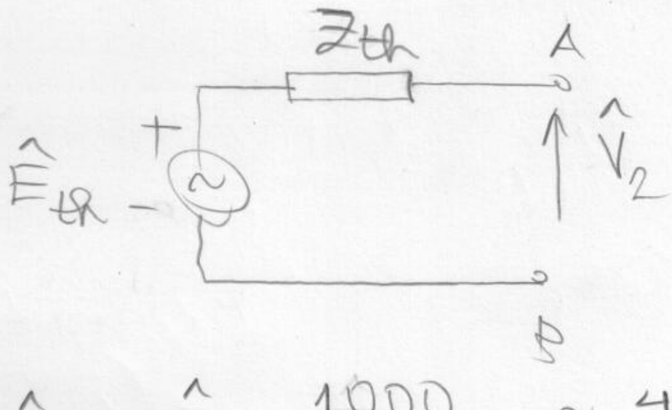
$$\hat{E}_S = (A+25C)\hat{V}_2 + (B+25D)(-\hat{I}_2)$$

$$\Rightarrow \hat{V}_2 = \underbrace{\frac{\hat{E}_S}{A+25C}}_{=\hat{E}_{th}} + \underbrace{\frac{B+25D}{A+25C}}_{=Z_{th}}\hat{I}_2$$

- $\hat{E}_S = 260\angle 0^\circ$ V.
- $A+25C = \frac{-50+j50+j25}{150} = \frac{-50+j75}{150} =$
- $B+25D = \frac{-60000+j2500+20000+j10000}{150}$

$$= \frac{-80000+j12500}{150}$$

$$\begin{cases} \hat{E}_{th} = \frac{260\angle 0^\circ \cdot 150}{-50+j75} \cong 432{,}67\angle -123{,}69^\circ \text{ V} \\ Z_{th} = \frac{-80000+j12500}{-50+j75} \cong 898{,}29\angle 47{,}43^\circ\ \Omega \\ \Rightarrow Z_{th} \cong 607{,}69+j661{,}54\ \Omega \end{cases}$$



(c) $\hat{V}_2 = \hat{E}_{th} \cdot \frac{1000}{1000+Z_{th}} \cong \frac{432{,}67 \cdot 1000\angle -123{,}69^\circ}{1607{,}69+j661{,}54}$

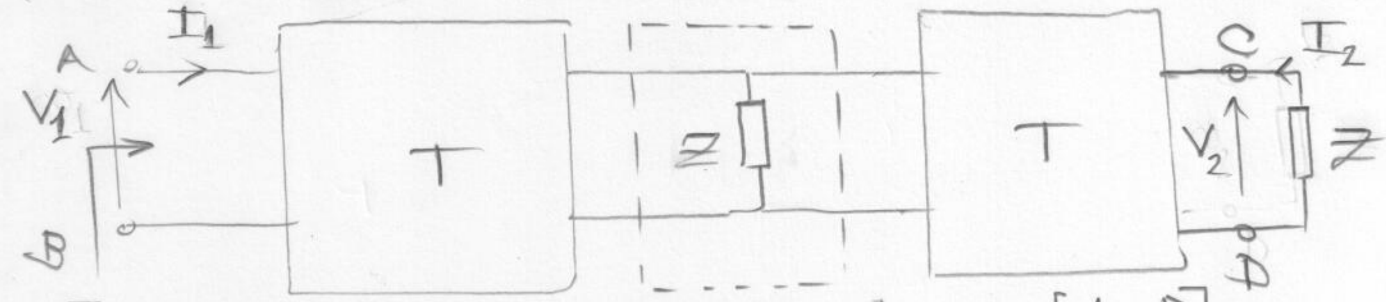
divisor de tensão

$$\Rightarrow \hat{V}_2 \cong 248{,}9\angle -146{,}0^\circ \text{ V}$$

Logo,

$$v_2(t) \cong 248{,}9 \cos(4000t - 146{,}0^\circ) \text{ (V, s)}.$$

7-



Z_{in} $T=\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}$ $T'=\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{1}{Z} & 1 \end{bmatrix}$ $T=\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}$

MATRIZ T_{tot} do QUADRIPOLO RESULTANTE DE DUAS ASSOCIAÇÕES EM CASCATA:

$$T_{tot} = T \cdot T' T$$

$$= \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{1}{Z} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} A + B/Z & B \\ C + D/Z & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} A^2 + \frac{AB}{Z} + BC & AB + \frac{B^2}{Z} + BD \\ AC + \frac{AD}{Z} + DC & BC + \frac{BD}{Z} + D^2 \end{bmatrix}$$

SABEMOS QUE $V_2 = -Z I_2 \Rightarrow -I_2 = \frac{V_2}{Z}$.

LOGO, AS EQUAÇÕES dos TERMINAIS FICAM:

$$\begin{cases} V_1 = \left(A^2 + \frac{AB}{Z} + BC\right) V_2 + \left(AB + \frac{B^2}{Z} + BD\right) \frac{1}{Z} V_2 \\ I_1 = \left(AC + \frac{AD}{Z} + DC\right) V_2 + \left(BC + \frac{BD}{Z} + D^2\right) \frac{1}{Z} V_2 \end{cases}$$

$$Z_{in} = \frac{V_1}{I_1} = \frac{A^2 Z + AB + BCZ + AB + \frac{B^2}{Z} + BD}{ACZ + AD + DCZ + BC + \frac{BD}{Z} + D^2}$$

$$\Rightarrow Z_{in} = \frac{(A^2 + BC) Z^2 + B(2A + D) Z + B^2}{C(A + D) Z^2 + (AD + BC + D^2) Z + BD}$$