<u>PSI3213 – CIRCUITOS ELÉTRICOS II</u>

Lista 1: Transformada de Laplace

<u>*Transformada de Laplace*</u>

1 – Usando a definição de transformada de Laplace, calcular $\mathcal{L}\,[\cosh(\beta t)]$.

2 – Usando as propriedades e teoremas da transformada de Laplace, calcular:

a) $\mathcal{L}\,[t^2 e^{-at}]$

b) $\mathcal{L}\left[\frac{d}{dt}(e^{-at}\ \cosh(\beta t)\,H(t))\right]$

c) $\mathcal{L}\,[\delta'(t)]$

d) $\mathcal{L}\left[\frac{d}{dt}(\mathrm{sen}(\omega t))\right]$

e) $\mathcal{L}\left[\frac{d}{dt}(\cos(\omega t))\right]$

f) $\mathcal{L}\left[\ \frac{d}{dt}(\cos(\omega t)\,H(t))\ \right]$

g) $\mathcal{L}\,[(sen(t) - \cos(t))^2]$

h) $\mathcal{L}\,[e^{-4t}\ cosh(2t)]$

i) $\mathcal{L}\,[\ t^2\ cos(t)]$

j) $\mathcal{L}\,[f''(t)]$ para $f(t) = \begin{cases} t^2, 0 < t \le 1 \\ \quad 0, t > 1 \end{cases}$

3 – Mostre que a transformada de Laplace da função periódica f (t) indicada na Figura 1 vale:

$$F(s) = \frac{1}{s^2} tgh\left(\frac{s}{2}\right)$$

Nota: $tgh(x) = \frac{e^{2x}-1}{e^{2x}+1}$

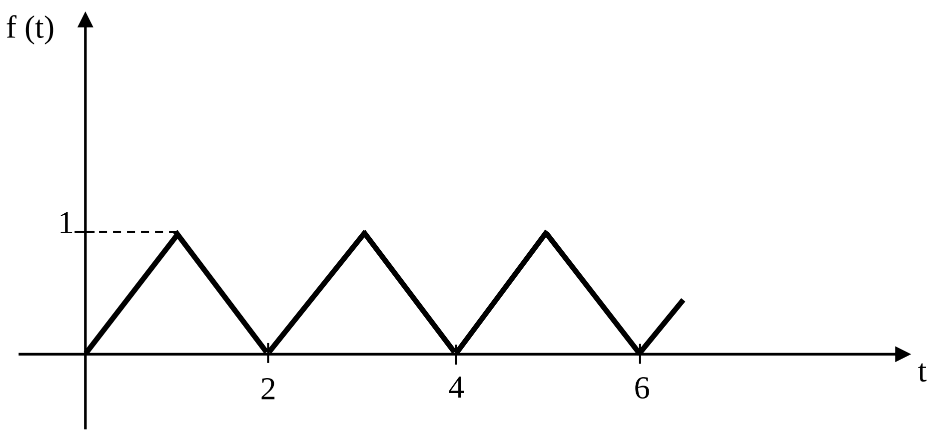

Figura 1

4 – Um indutor de 0,1 H é alimentado por um gerador de corrente i_s (t) = 5H(t) (A, s). Determine a tensão v (t) no indutor.

5 – Para o circuito da Figura 2, determinar V (s) = $\mathcal{L}$ [v (t)], sabendo-se que:

i_s (t) = 1,2 cos t H(t) (A, s)

i_L (0_-) = 0   R = 1 Ω

v (0_-) = 0   C = 0,625 F

L = 1,6 H

6 – Para o circuito da Figura 3, os capacitores estavam inicialmente descarregados, e então a chave permaneceu muito tempo na posição 1, passando para a posição 2 em t = 0. Determine:

I(s), V_1(s), V_2(s)

i(t), v_1(t), v_2(t), para t ≥ 0.

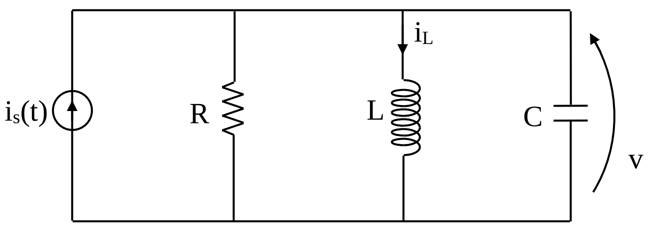

Figura 2

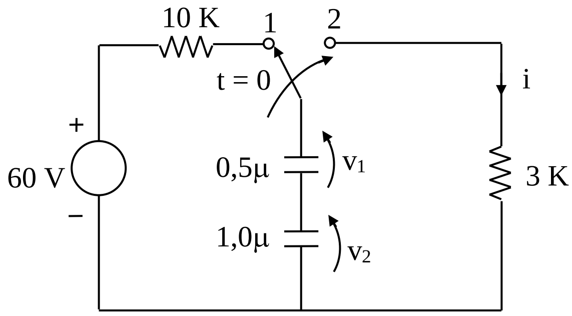

Figura 3

7 – Determine as antitransformadas de Laplace das seguintes funções:

a) $F(s) = \frac{1}{s^4}$

b) $F(s) = \frac{1}{(s-2)^4}$

c) $F(s) = \frac{4s+12}{s^2+8s+16}$

d) $F(s) = \frac{11s^2+6s+15}{(s+1)(s^2+2s+5)}$

e) $F(s) = \frac{(s+5)^2}{s(s+1)^4}$

f) $F(s) = \frac{s^2+25s+150}{4s+80}$

8 – Usando transformada de Laplace, determine a solução completa da equação diferencial

$$\ddot{y}(t) + 4\dot{y}(t) + 5 = 2u(t) + 3u(t)$$

com $u(t) = H(t)$ e condições iniciais nulas.

Exercícios com o Simulador Numérico

1. Considere o Exercício 4 da Seção **Transformada de Laplace**.

Instruções (para o Multisim 14.0):

- Para conferir sua resposta, desenhe o seguinte circuito no *schematic* do Multisim 14.0:

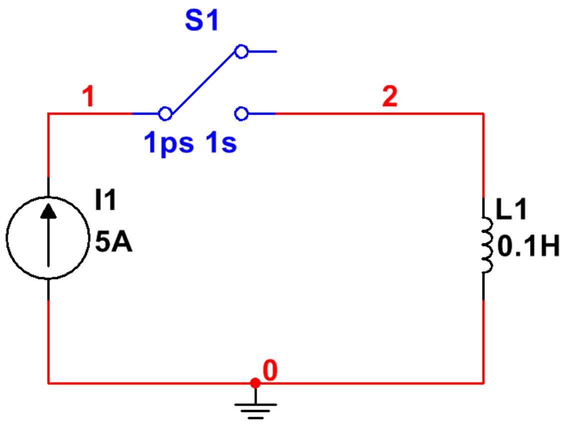

Figura 7: Montagem do circuito elétrico.

(a) Os componentes podem ser selecionados em *Place* → *Component*.

- A fonte de corrente contínua pode ser encontrada no *Group: Sources*, *Family: SIGNAL_CURRENT_SOURCES*, *Component: DC_CURRENT*.

- A chave pode ser encontrada no *Group: Basic*, *Family: SWITCH*, *Component: TD_SW1*. Configure o instante em que a chave é acionada (**TON**) para **1 p**s, e o instante em que a chave é desligada (**TOFF**) para **1** s (em seguida, vamos configurar a simulação para terminar antes desse instante). Além disso, configure a resistência em curto (**Ron**) para **10 p**Ω e a resistência em aberto (**Roff**) para **1 G**Ω.

(b) Para verificar a resposta do exercício, a simulação deve ser uma análise de transitório. Configure a simulação em *Simulate* → *Analyses and simulation*. Em *Active Analysis*, selecione *Transient.*

- Na aba *Analysis parameters*, vá em ***Initial conditions*** e selecione ***Calculate DC operating point***. Ajuste o ***End time (TSTOP)*** para **0.001** s, já que queremos observar o impulso de tensão sobre o indutor, cuja duração é muito pequena. Além disso, para que a simulação retorne uma boa aproximação do impulso, é preciso adotar um passo de simulação relativamente baixo, já que o impulso varia abruptamente em t = 0. Por isso, adote ***Maximum Step Size (TMAX)*** igual a 1e-005 s.

- Na aba *Output*, selecione a seguinte variável e clique em ***Add*****: V(2)** (tensão no indutor). Adicione também a expressão **integral(V(2))** para averiguar a área do impulso, que corresponde ao fluxo magnético injetado no indutor no instante em que a chave fecha. Prossiga clicando em ▶ ***Run***.

(c) A janela do *Grapher View* deverá mostrar os valores calculados de **V(2)** e **integral(V(2))** em função do tempo.

2. Considere o Exercício 6 da Seção **Transformada de Laplace**.

Instruções (para o Multisim 14.0):

- Para conferir sua resposta, desenhe o seguinte circuito no *schematic* do Multisim 14.0:

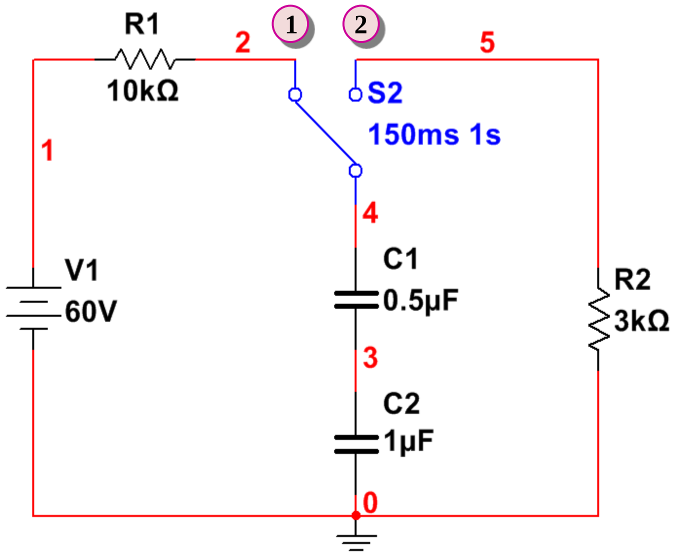

Figura 8: Montagem do circuito elétrico.

(a) Os componentes podem ser selecionados em *Place* → *Component*.

- a chave pode ser encontrada no *Group: Basic*, *Family: SWITCH*, *Component: TD_SW1*. Devido aos dois capacitores em série, o cálculo do *DC Operating Point* do Multisim retorna os valores iniciais de **V(4)** e **V(3)** errados. Para contornar esse problema, vamos calcular tanto as condições iniciais do circuito (com a chave na posição 1) e também a resposta do problema (com a chave na posição 2) fazendo em ambos os casos a análise de transitório. Por isso, configure o instante em que a chave é acionada (**TON**) para **150 m**s, e o instante em que a chave é desligada (**TOFF**) para **1** s (em seguida, vamos configurar a simulação para terminar antes desse instante). Além disso, configure a resistência em curto (**Ron**) para **1 u**Ω e a resistência em aberto (**Roff**) para **1 G**Ω.

(b) Configure a simulação em *Simulate* → *Analyses and simulation*. Em *Active Analysis*, selecione *Transient.*

- Na aba *Analysis parameters*, vá em ***Initial conditions*** e selecione ***Set to zero***. As condições iniciais serão calculadas quando a chave estiver na posição 1, de 0 a 150 ms. Ajuste o ***End time (TSTOP)*** para **0.3** s. Além disso, para que a mudança da posição da chave ocorra num instante muito próximo a 150 ms, é preciso adotar um passo de simulação relativamente baixo. Por isso, adote ***Maximum Step Size (TMAX)*** igual a 3e-005 s.

- Na aba *Output*, selecione as seguintes variáveis e clique em ***Add*: V(4)-V(3), V(3)** e **I(R2)**. Adicione também as seguintes expressões teóricas para **V(4)-V(3), V(3)** e **I(R2)**, dadas respectivamente por:

  40*exp(-1000*(time-150e-3))

  20*exp(-1000*(time-150e-3))

  (20e-3)*exp(-1000*(time-150e-3)),

  para ***time*** ≥ 150 ms. Prossiga clicando em ►***Run***.

(c) A janela do *Grapher View* deverá mostrar os valores calculados pelo simulador numérico juntamente com os valores teóricos para comparação. Verifique as respostas dando um ***zoom horizontal*** nas imediações de t = 150 ms.