



Escola Politécnica
Universidade de São Paulo

PSI3213

Circuitos Elétricos II

Bloco 6

Análise de Malhas

Prof^a Denise Consonni

DUALIDADE

Tensão $\leftrightarrow$ Corrente

Resistência (R) $\leftrightarrow$ Condutância (G)

Indutância (L) $\leftrightarrow$ Capacitância (C)

Carga Elétrica (Q) $\leftrightarrow$ Fluxo Magnético (ψ)

Aberto $\leftrightarrow$ Curto

Impedância (Z) $\leftrightarrow$ Admitância (Y)

Série $\leftrightarrow$ Paralelo

Nó $\leftrightarrow$ Malha

ANÁLISE NODAL

ANÁLISE DE MALHAS

Nós

Malhas

Nó de Referência

Malha Externa

Incógnitas :

tensões nodais

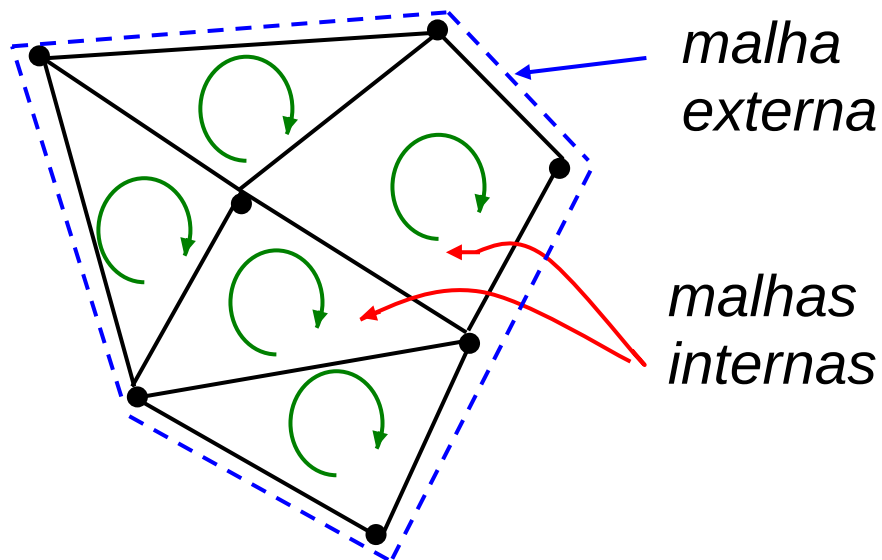
correntes de malha

- 1ª Lei de K.
aos nós não de
referência
- Relações i/v
nos ramos
- Tensões nos
ramos →
tensões nodais
- Fontes de
corrente

- 2ª Lei de K.
às malhas,
exceto externa
- Relações v/i
nos ramos
- Correntes nos
ramos →
correntes de
malhas
- Fontes de
tensão

MALHAS DE REDES PLANARES

São **laços** que não contêm nenhum ramo em seu interior.



 - **correntes de malha**

A cada malha interna se atribui uma **corrente de malha**.

L.Q.O.

ANÁLISE DE MALHAS

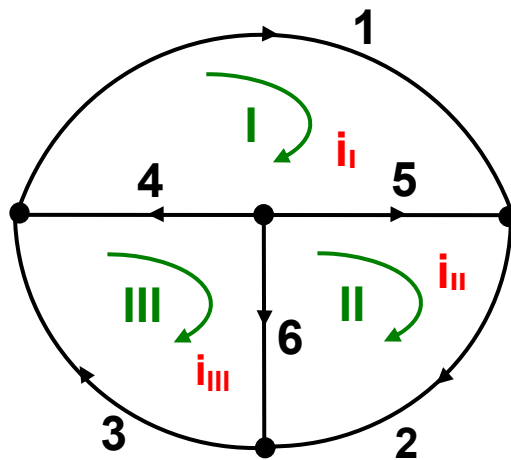


Gráfico Planar

malha I : $\{ 1,4,5 \}$

malha II : $\{ 2,5,6 \}$

malha III : $\{ 3,4,6 \}$

malha externa : $\{ 1,2,3 \}$

Relações corrente de ramo/correntes de malha:

$$j_1 = i_I$$

$$j_2 = i_{II}$$

$$j_3 = i_{III}$$

$$j_4 = i_I - i_{III}$$

$$j_5 = i_{II} - i_I$$

$$j_6 = i_{III} - i_{II}$$

Etapas da Análise de Malhas

1. Definir as malhas da rede planar
2. Atribuir uma corrente de malha a cada malha independente
4. Aplicar a 2ª Lei de Kirchhoff a cada malha independente
5. Eliminar as tensões, usando relações constitutivas v/j
6. Expressar as correntes de ramo em função das correntes de malha
7. Ordenar as equações em relação às correntes de malha
8. Compor a equação matricial relacionando correntes de malha e excitações

ANÁLISE DE MALHAS DE REDES RESISTIVAS LINEARES

Equação Geral

$$\underset{\sim}{R}_m \cdot \underset{\sim}{i}(t) = \underset{\sim}{e}_{sm}(t)$$

$\underset{\sim}{R}_m$ - *matriz das resistências de malha*

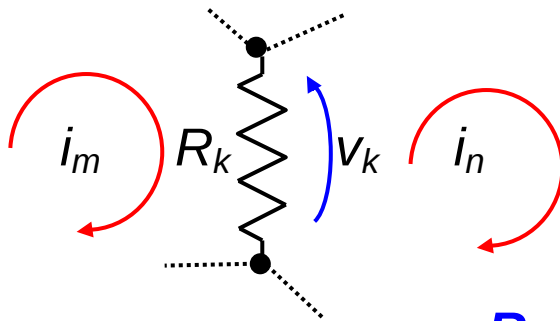
$\underset{\sim}{i}(t)$ - *vetor das correntes de malhas*

$\underset{\sim}{e}_{sm}(t)$ - *vetor das fontes de tensão*

Sistema Algébrico Linear

RELAÇÃO ENTRE TENSÕES NOS ELEMENTOS E CORRENTES DE MALHAS

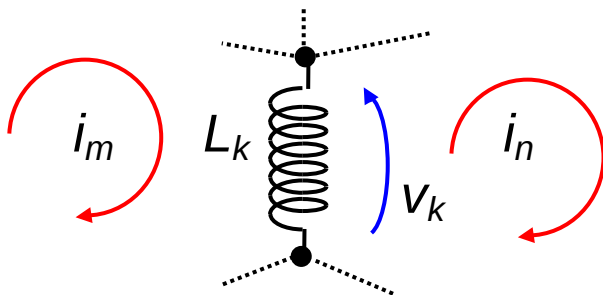
Resistor



$$v_k = R_k(i_m - i_n)$$

R_k = impedância resistiva

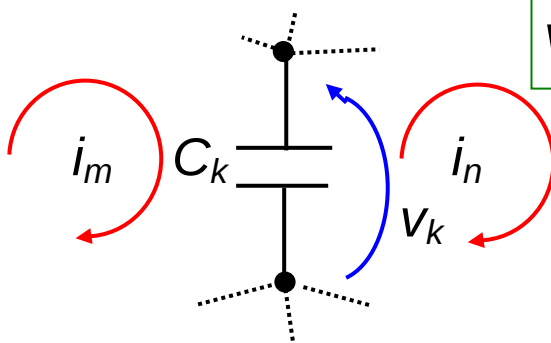
Indutor



$$v_k = L_k D(i_m - i_n)$$

$L_k D$ = Operador impedância indutiva

Capacitor



$$v_k = (1/C_k)D^{-1}(i_m - i_n) + v_{k0}$$

$(1/C_k)D^{-1}$ = Operador impedância capacitiva

L.Q.O.

ANÁLISE DE MALHAS DE REDES R, L, C NO DOMÍNIO DO TEMPO

Equação Geral

$$\tilde{Z}_m(D) \cdot \tilde{i}(t) = \tilde{e}_{sm}(t) + \tilde{v}_0$$

$\tilde{Z}_m(D)$ - *matriz de operadores de impedâncias nodais*

$\tilde{i}(t)$ - *vetor das correntes de malha*

$\tilde{e}_{sm}$ - *vetor das fontes de tensão de malha*

$\tilde{v}_0$ - *vetor das tensões iniciais nos capacitores*

Sistema de Equações Íntegro-Diferenciais

L.Q.O

EQUAÇÕES DA ANÁLISE DE MALHAS

Domínio do Tempo:

$$\tilde{Z}_m(D) \cdot \tilde{i}(t) = \tilde{e}_{sm}(t) + \tilde{v}_0$$

Domínio de Laplace:

$$\tilde{Z}_m(s) \cdot \tilde{I}(s) = \tilde{E}_{sm}(s) + \frac{\tilde{v}_0}{s} + \tilde{\psi}_0$$

Regime Permanente Senoidal:

$$\tilde{Z}_m(j\omega) \cdot \hat{\tilde{I}} = \hat{\tilde{E}}_{sm}$$

ADMITÂNCIAS E IMPEDÂNCIAS

ADMITÂNCIAS

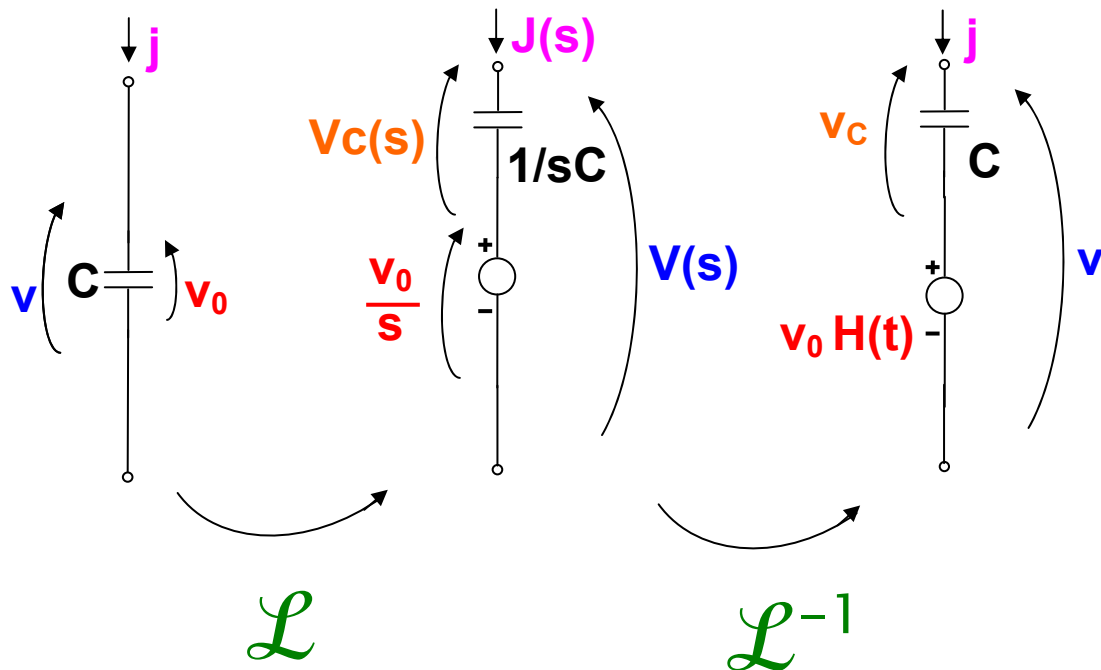
	Resistor	Indutor	Capacitor
Tempo	$G = 1/R$	$(1/L) D^{-1}$	CD
Laplace	$G = 1/R$	$1/(sL)$	sC
RPS	$G = 1/R$	$1/(j\omega L)$	$j\omega C$

IMPEDÂNCIAS

	Resistor	Indutor	Capacitor
Tempo	R	LD	$(1/C)D^{-1}$
Laplace	R	sL	$1/(sC)$
RPS	R	$j\omega L$	$1/(j\omega C)$

L.Q.O

Condições Iniciais na Análise de Malhas



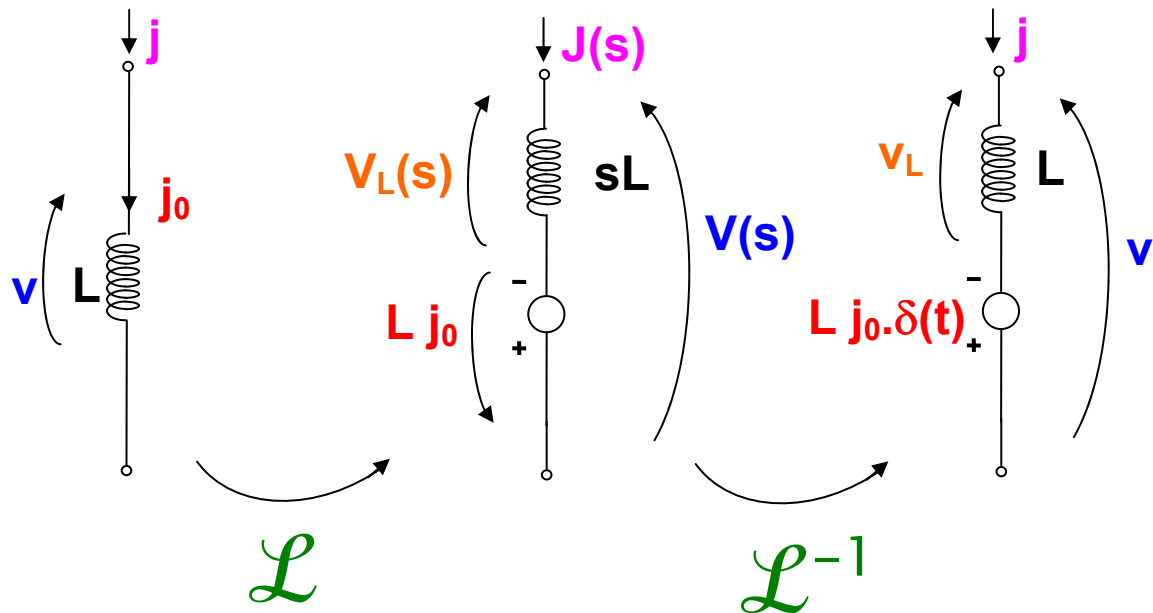
$$v = \frac{1}{C} \int_0^t j(\tau) d\tau + v_0$$

v_C

$$V(s) = \frac{1}{sC} J(s) + \frac{v_0}{s}$$

$V_C(s)$

Condições Iniciais na Análise de Malhas

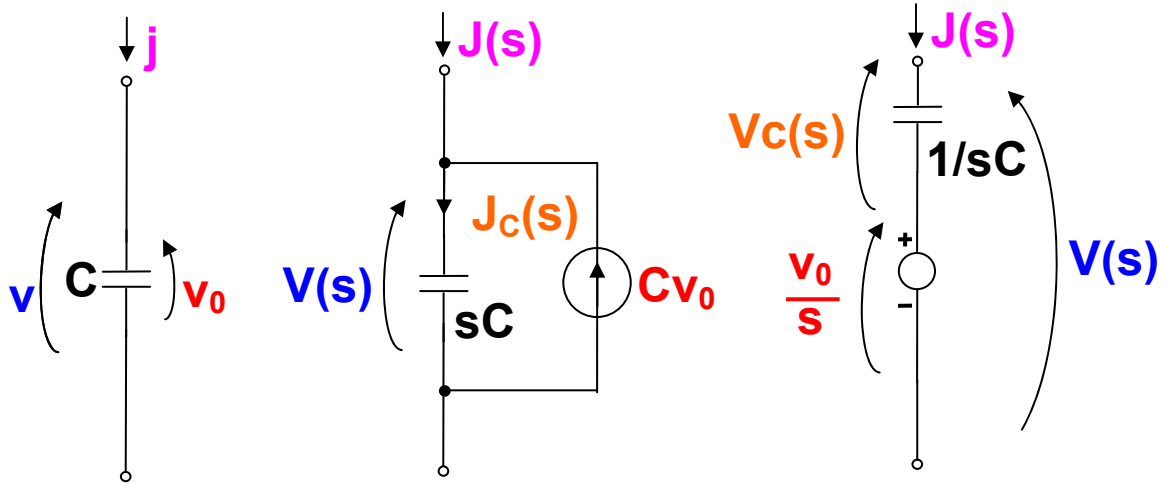


$$v = L \frac{dj}{dt}$$

$$V(s) = sL J(s) - L j_0$$

$$V_L(s)$$

Convenções e Condições Iniciais

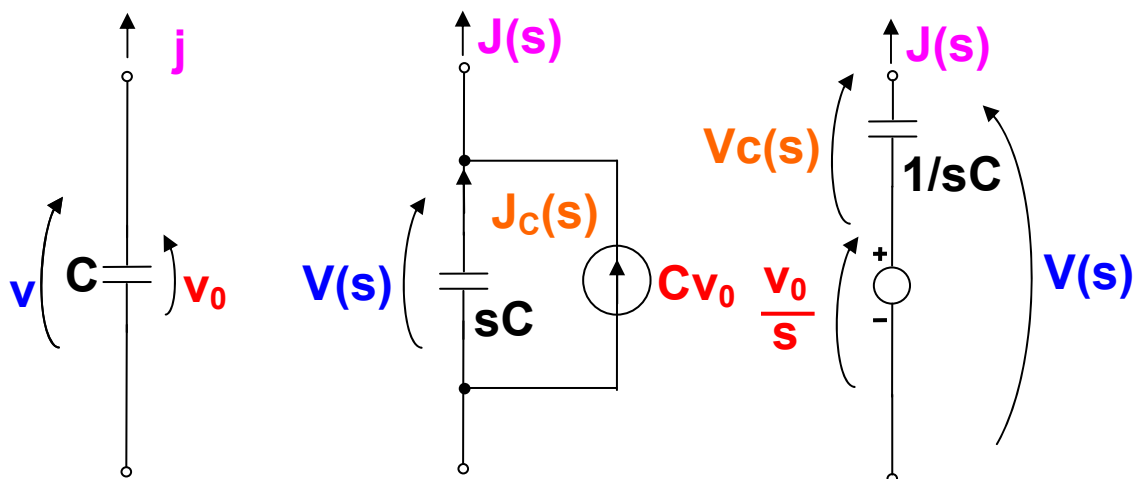


Convenção

Receptor

$$J(s) = s C V(s) - C v_0$$

$$V(s) = \frac{1}{sC} J(s) + \frac{v_0}{s}$$



Convenção

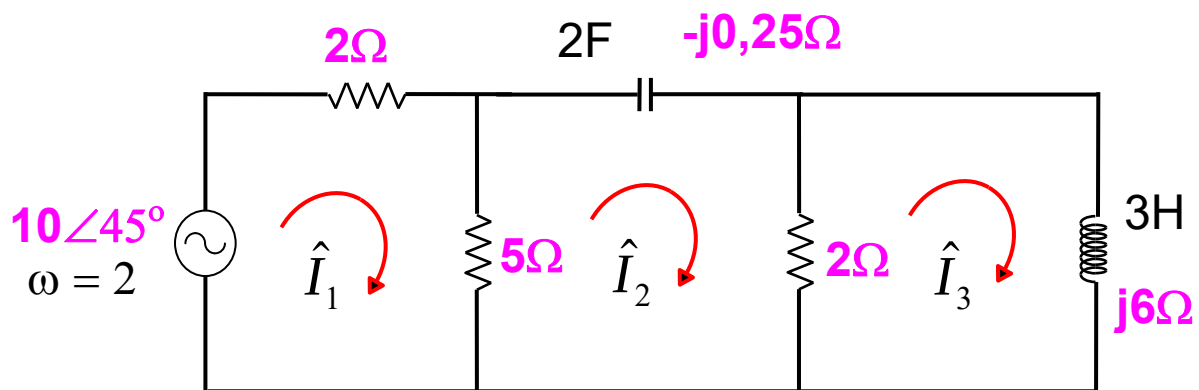
Gerador

$$J(s) = -s C V(s) + C v_0$$

$$V(s) = -\frac{1}{sC} J(s) + \frac{v_0}{s}$$

ANÁLISE DE MALHAS RPS

Exemplo



Impedâncias:

$$Z = \frac{\hat{V}}{\hat{I}}$$

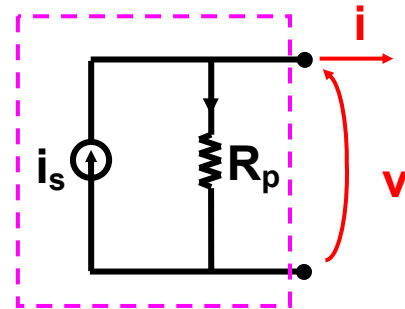
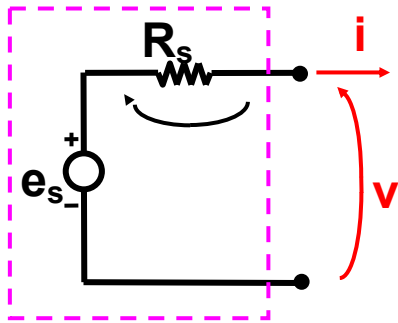
$$j\omega L$$

$$\frac{1}{j\omega C}$$

$$\begin{bmatrix} 7 & -5 & 0 \\ -5 & 7 - j0,25 & -2 \\ 0 & -2 & 2 + j6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{I}_1 \\ \hat{I}_2 \\ \hat{I}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10\angle 45^\circ \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \hat{I}_1 \\ \hat{I}_2 \\ \hat{I}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2,995\angle 41,76^\circ \\ 2,120\angle 38,81^\circ \\ 0,696\angle -32,75^\circ \end{bmatrix}$$

FONTES EQUIVALENTES



$$v = e_s - R_s \cdot i$$

$$i = i_s - v / R_p$$

$$\Rightarrow v = R_p \cdot i_s - R_p \cdot i$$

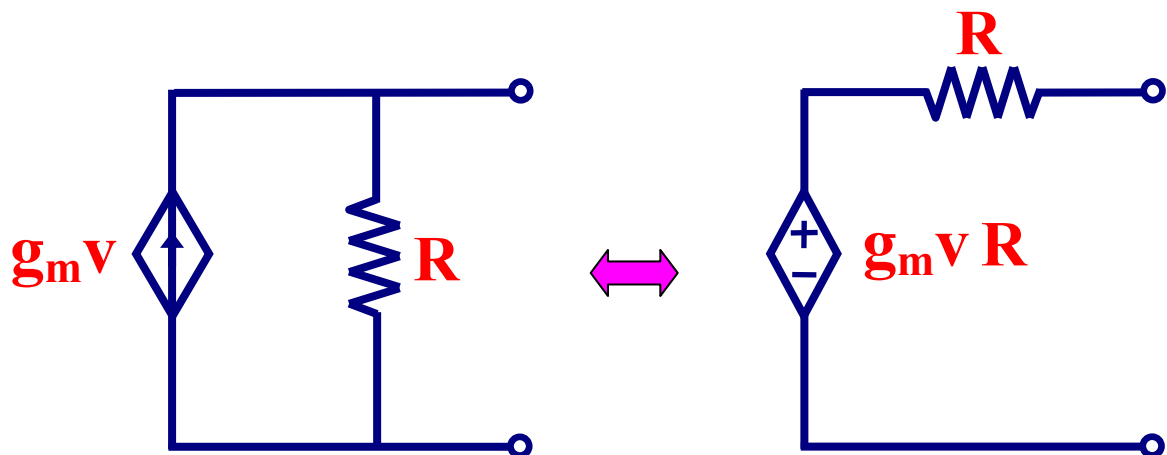
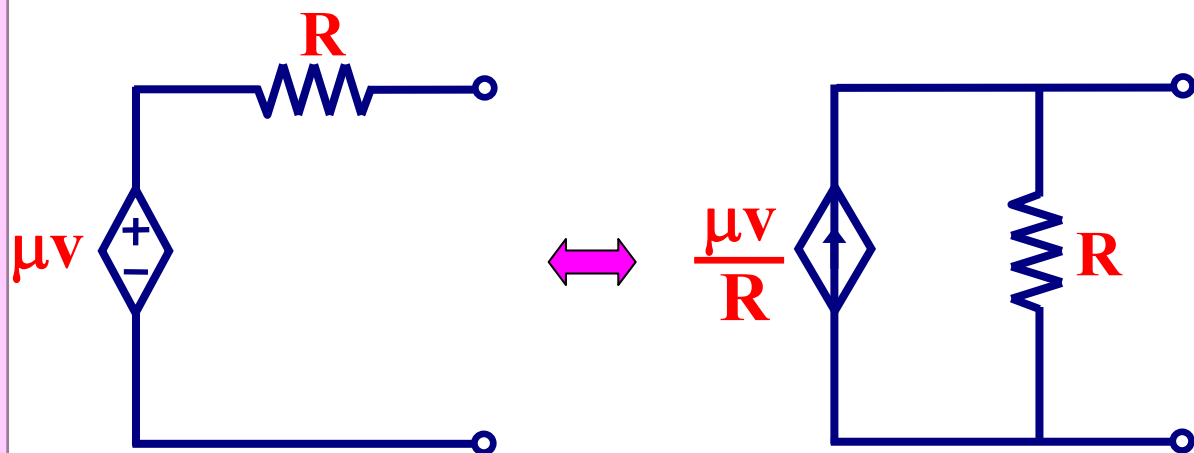
$$e_s - R_s \cdot i = R_p \cdot i_s - R_p \cdot i$$

válido para $\forall v$ e $\forall i$ SE :

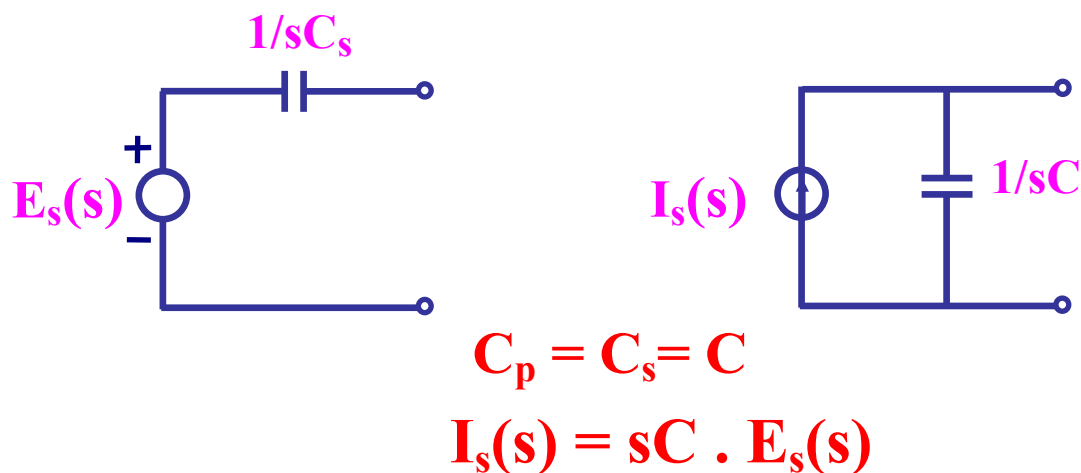
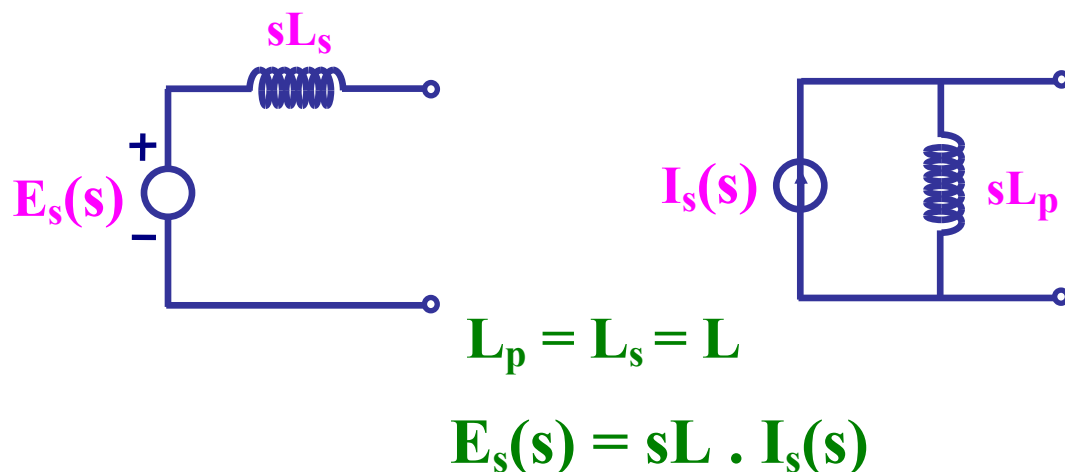
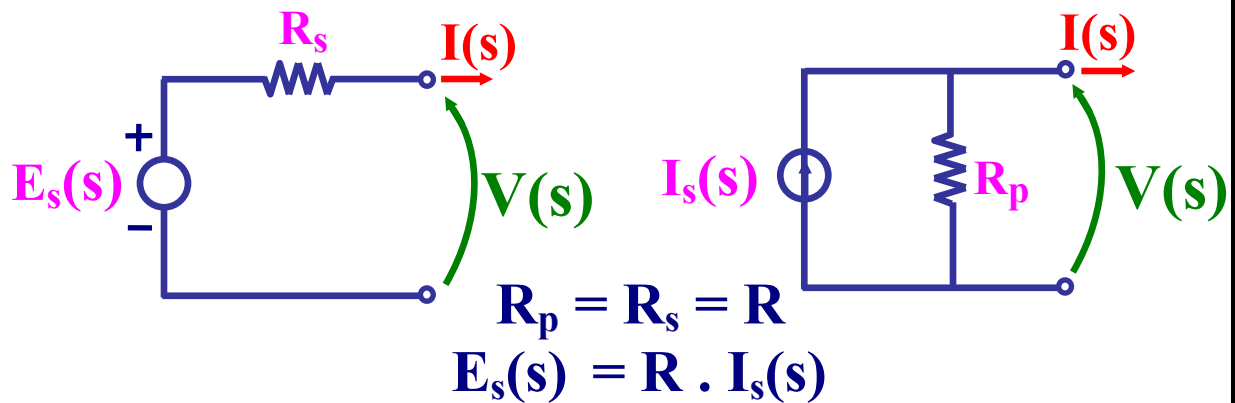
$$R_p = R_s$$

$$R_p \cdot i_s = e_s$$

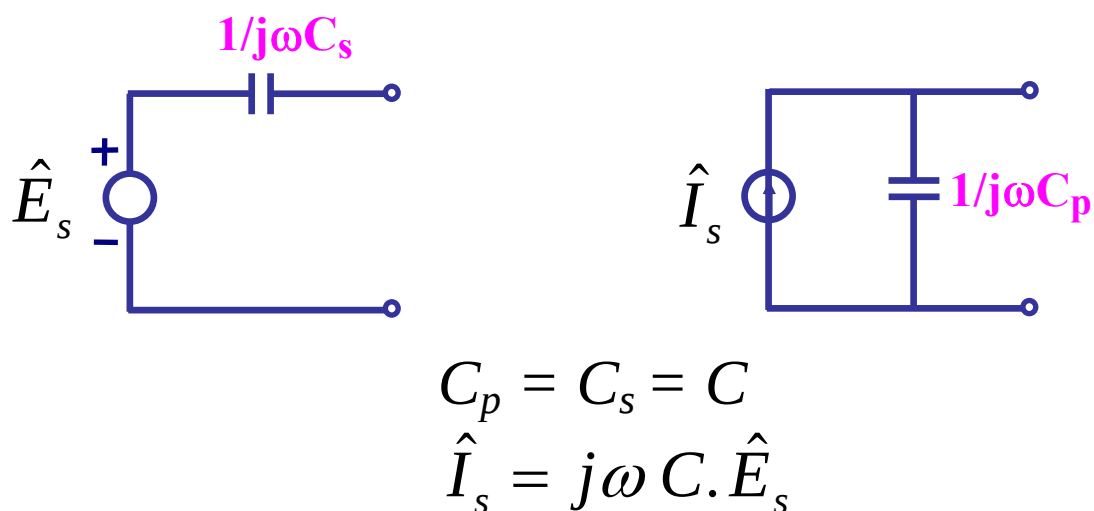
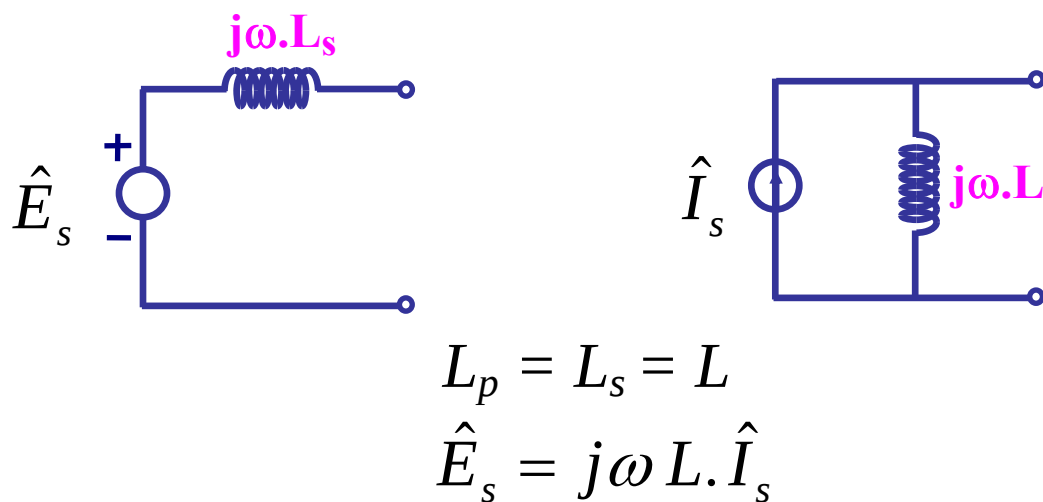
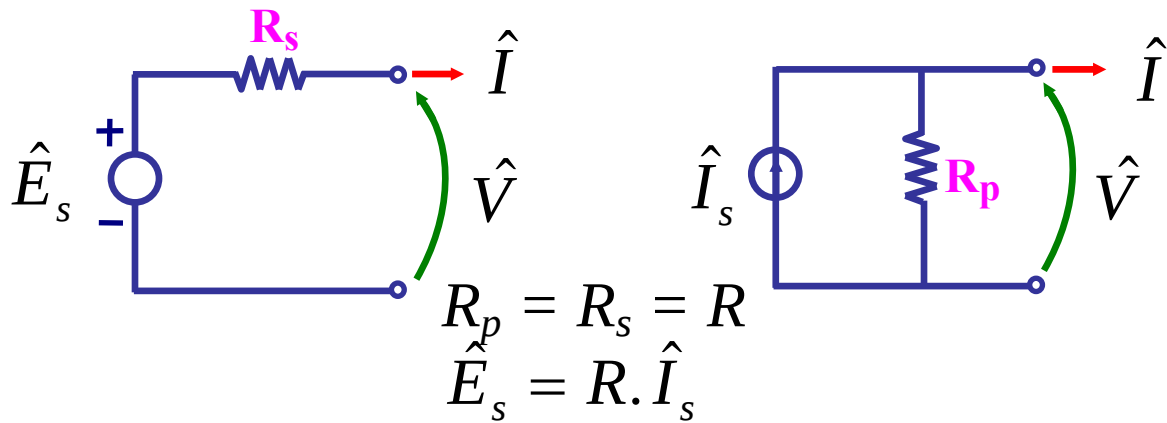
Fontes Equivalentes com vinculados



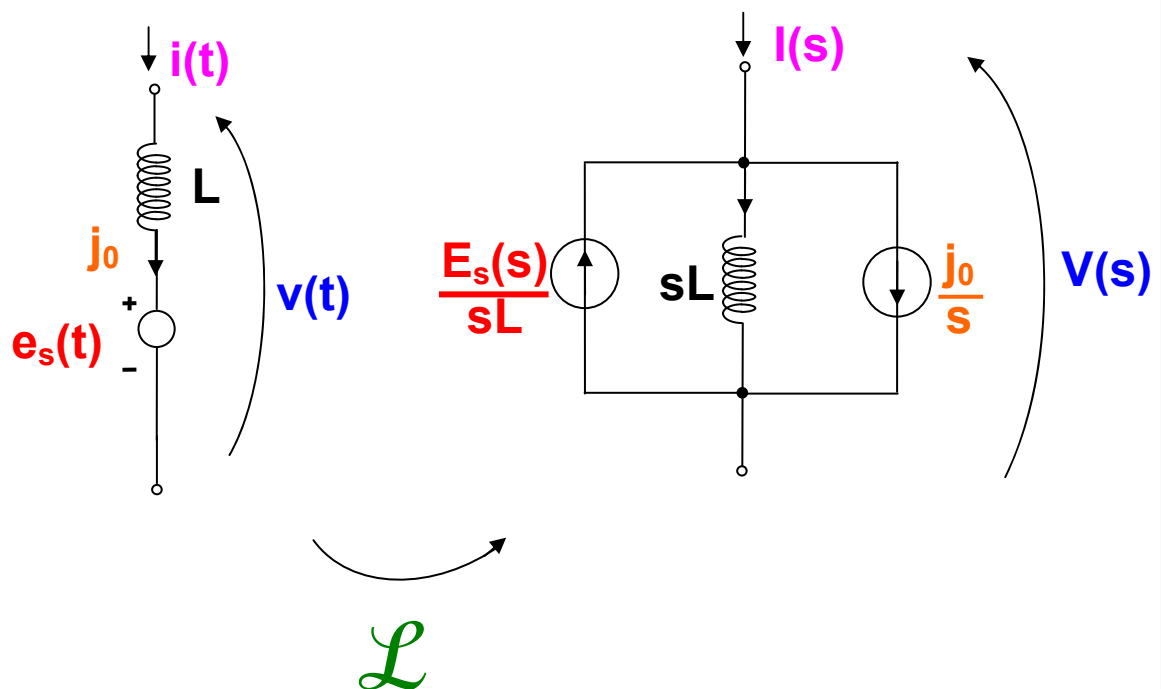
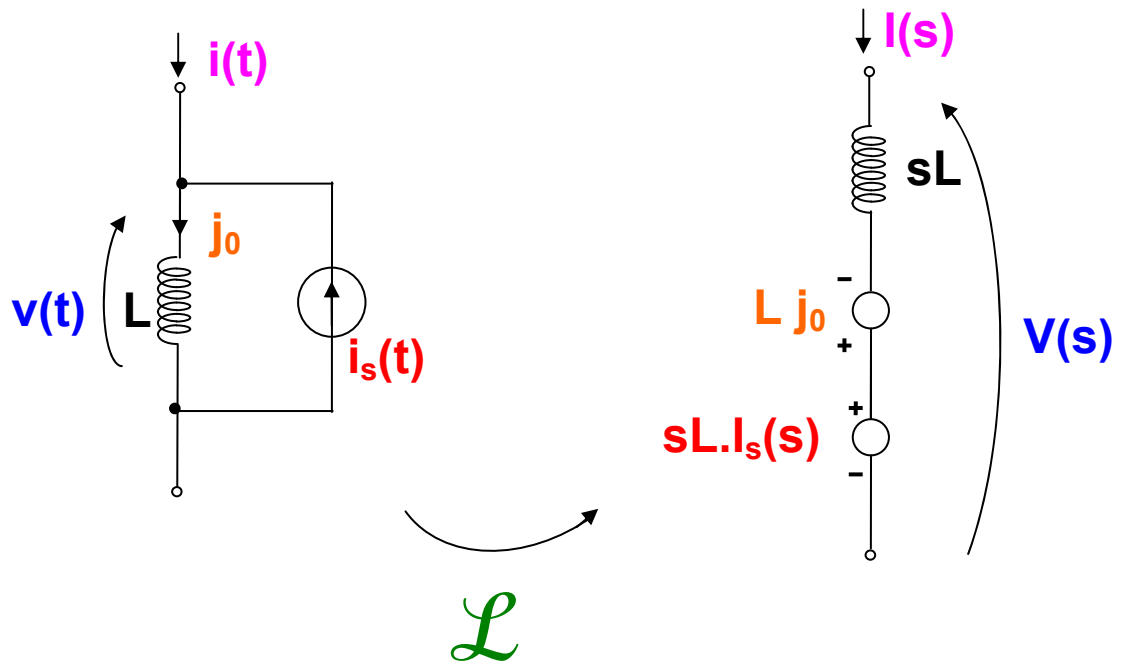
Fontes Equivalentes - Laplace



Fontes Equivalentes - RPS

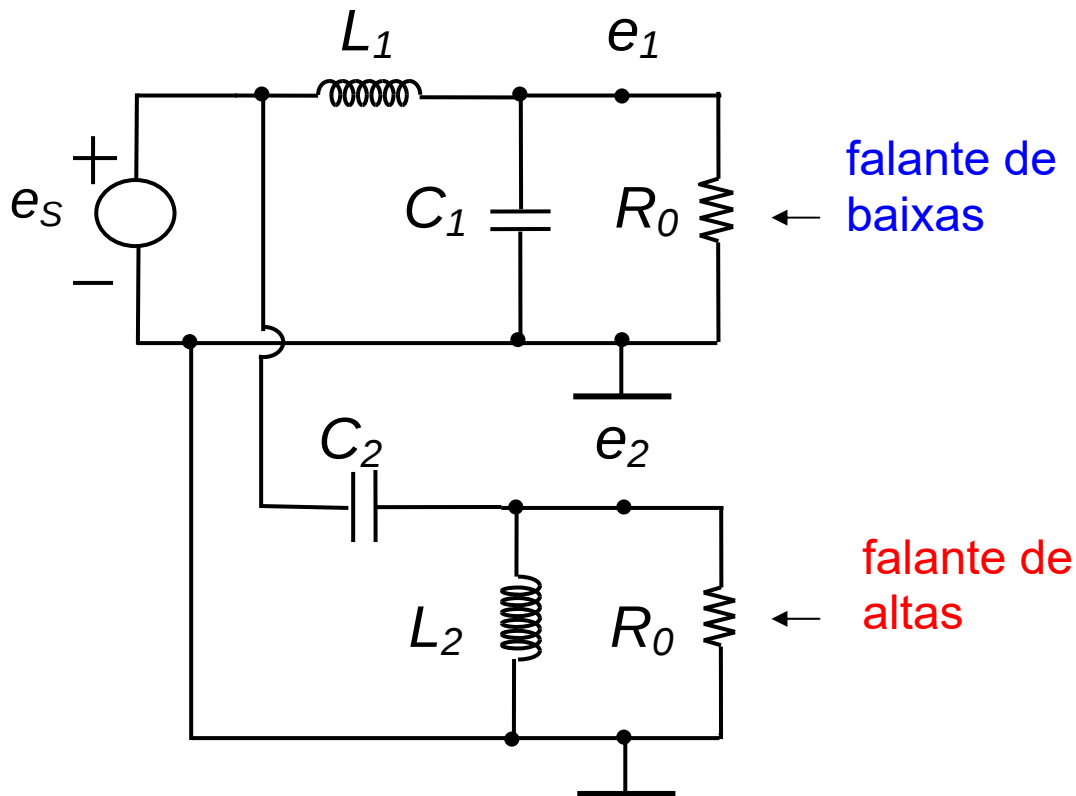


Transformação de Fontes com Condições Iniciais



DIVISOR DE FREQUÊNCIAS PARA ALTO-FALANTES

f_c = frequência de corte = $\omega_c / (2\pi)$



Cálculo dos componentes

Condições:

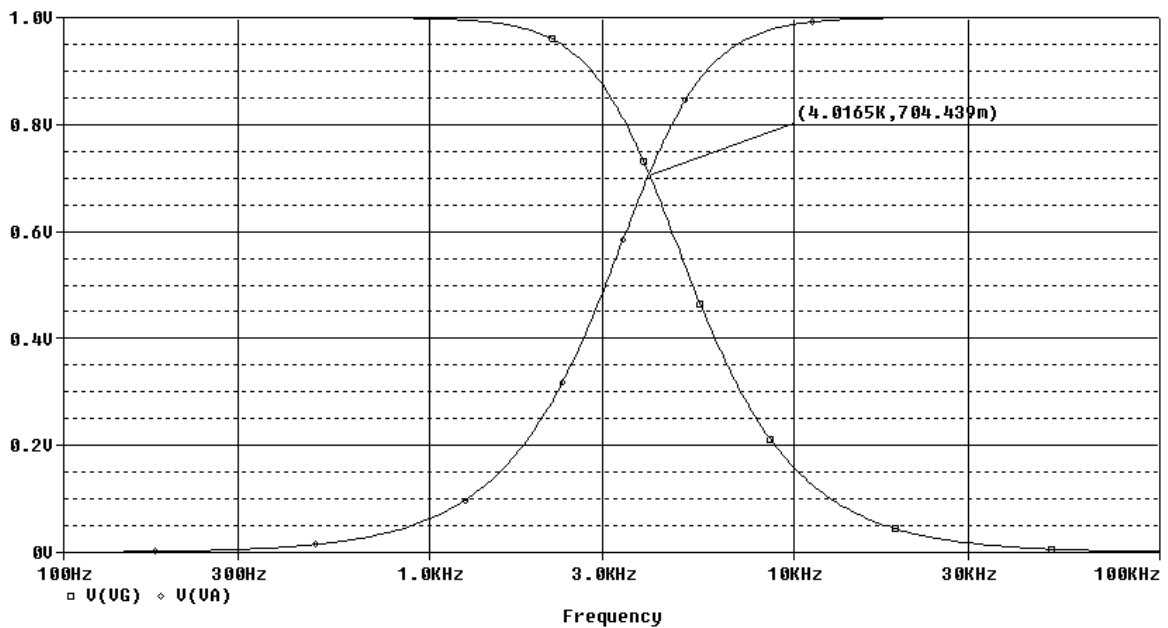
$$\omega_c^2 L_1 C_1 = 1, \quad |G_{1,2}(j\omega_c)| = 1/\sqrt{2}$$

Parâmetros:

$$L_1 = L_2 = \frac{R_0}{\sqrt{2} \pi f_c}, \quad C_1 = C_2 = \frac{1}{\omega_c^2 L_1}$$

L.Q.O

DIVISOR DE FREQUÊNCIAS PARA ALTO-FALANTES



$$f_c = 4\text{kHz}$$

$$C_1 = C_2 = 3,517 \mu\text{F}$$

$$L_1 = L_2 = 0,45 \text{ mH}$$

$$R_0 = 8\Omega$$