Lista de Exercícios de ①

Gabarito Cálculo II

Lista 2

LIATE

Calcule as integrais usando o método da integração por substituição:

1) $\int \frac{2x}{5+x^2}\,dx$

Pelo método de integração por substituição de variáveis, temos:

Fazendo $u = 5+x^2$; $du = 2x\,dx$ (Pode-se fazer também $dx = \frac{du}{2x}$)

$$\int \frac{2x}{5+x^2}\,dx = \int \frac{1}{u}\,du = \ln|u| + C = \ln(5+x^2) + C$$

2) $\int \frac{dx}{(3x-5)}$

Pelo método de integração por substituição de variáveis, vem:

Fazendo $u = 3x-5$; $du = 3\,dx$

$$\int \frac{3\,dx}{(3x-5)}\,\frac{1}{3} = \int \frac{1}{3}\,\frac{1}{u}\,du = \frac{1}{3}\int \frac{1}{u}\,du = \frac{1}{3}\ln|u| + C = \frac{1}{3}\ln|3x-5| + C$$

$$= \ln|3x-5|^{1/3} + C$$

3) $\int \operatorname{sen}^2 x \cos x\,dx$

Pelo método de integração por substituição de variáveis, tem-se:

Fazendo $u = \operatorname{sen} x$; $du = \cos x\,dx$

$$\int \operatorname{sen}^2 x \cos x\,dx = \int u^2\,du = \frac{u^3}{3} + C = \frac{(\operatorname{sen} x)^3}{3} + C = \frac{\operatorname{sen}^3 x}{3} + C$$

4) $\int \operatorname{sen}(x+7)\,dx$

Aplicando o método de integração de substituição de variáveis, vem:

Fazendo $u = x+7$; $du = dx$

$$\int sen\,(x+7)\,dx = \int sen\,u\,du = -\cos u + C = -\cos(x+7) + C$$

5) $\int tg\,x\,dx$

$$\int tg\,x\,dx = \int \frac{sen\,x}{\cos x}\,dx$$

Utilizando o método de integração de substituição de variáveis, temos:

Fazendo $u = \cos x$, $du = -sen\,x\,dx \Rightarrow \dfrac{du}{-sen\,x} = dx$

$$\int \frac{sen\,x}{\cos x}\,dx = \int \frac{sen\,x}{u}\,\frac{du}{-sen\,x} = -\int \frac{1}{u}\,du = -\ln|u| + C = -\ln|\cos x| + C =$$

$$= \ln|\cos x|^{-1} + C = \ln\left(\frac{1}{|\cos x|}\right) + C = \ln\left|\frac{1}{\cos x}\right| + C = \ln|sec\,x| + C$$

6) $\int (x + sec^2 3x)\,dx$

$$\int (x + sec^2 3x)\,dx = \int x\,dx + \int sec^2 3x\,dx$$

Usando o método de integração por substituição de variáveis, vem:

Fazendo $u = 3x$, $du = 3\,dx \rightarrow dx = \dfrac{du}{3}$

$$\int x\,dx + \int sec^2 3x\,dx = \int x\,dx + \int sec^2 u\,\frac{du}{3} = \int x\,dx + \frac{1}{3}\int sec^2 u\,du =$$

$$= \frac{x^2}{2} + C_1 + \frac{1}{3} tg\,u + C_2 = \frac{x^2}{2} + \frac{1}{3}\,tg\,3x + C$$

7) $\int (\sqrt{x^2-2x^4})\,dx$

$$\int \sqrt{x^2-2x^4}\,dx = \int \sqrt{x^2(1-2x^2)}\,dx = \int x\sqrt{1-2x^2}\,dx$$

Aplicando o método de integração por substituição de variáveis, tem-se:

Fazendo $u = 1-2x^2$; $du = -x\,dx \Rightarrow dx = \frac{du}{-x}$

$$\int x\sqrt{1-2x^2}\,dx = \int x\sqrt{u}\,\frac{du}{-x} = -\int u^{1/2}\,du = -\frac{u^{3/2}}{\frac{3}{2}} + C = -\frac{2}{3}u^{3/2} + C =$$

$$= -\frac{2}{3}(1-2x^2)^{3/2} + C$$

8) $\int \left(\frac{e^x}{e^x+4}\right) dx$

Pelo método de integração por substituição de variáveis, vem

Fazendo $u = e^x+4$; $du = e^x\,dx \Rightarrow \frac{du}{e^x} = dx$

$$\int \left(\frac{e^x}{e^x+4}\right) dx = \int \frac{e^x}{u}\,\frac{du}{e^x} = \int \frac{1}{u}\,du = \ln|u| + C = \ln(e^x+4) + C$$

9) $\int \frac{1}{\sqrt[3]{(x+2)^2}}\,dx$

Usando o método de integração por substituição de variáveis, temos:

Fazendo $u = x+2$; $du = dx$

$$\int \frac{1}{\sqrt[3]{(x+2)^2}}\,dx = \int \frac{1}{\sqrt[3]{u^2}}\,du = \int \frac{1}{u^{2/3}}\,du = \int u^{-2/3}\,du = \frac{u^{1/3}}{\frac{1}{3}} + C = 3u^{1/3} + C =$$

$$= 3\sqrt[3]{u} + C = 3\sqrt[3]{(x+2)} + C$$

10) $\int \operatorname{sen}(4x+1)\,dx$

Utilizando o método de integração por substituição de variáveis, temos
Fazendo $u = 4x+1$, $du = 4dx \Rightarrow \frac{du}{4} = dx$

$$\int sen(4x+1)\,dx = \int sen\,u\,\frac{du}{4} = \frac{1}{4}\int sen\,u\,du = \frac{1}{4}(-\cos u) + C = \frac{-1}{4}\cos(4x+1) + C$$

11) $\int \frac{\ln(x)}{x}\,dx$

Aplicando o método de integração por substituição de variáveis, tem-se:
Fazendo $u = \ln x$; $du = \frac{1}{x}dx \Rightarrow x\,du = dx$

$$\int \frac{\ln(x)}{x}\,dx = \int \frac{u}{x}\,x\,du = \int u\,du = \frac{u^2}{2} + C = \frac{(\ln x)^2}{2} + C$$

12) $\int \frac{1}{a^2+x^2}\,dx$

$$\int \frac{1}{a^2+x^2}\,dx = \int \frac{1}{a^2\left(1+\frac{x^2}{a^2}\right)}\,dx = \frac{1}{a^2}\int \frac{1}{1+\frac{x^2}{a^2}}\,dx = \frac{1}{a^2}\int \frac{1}{1+\left(\frac{x}{a}\right)^2}\,dx$$

Usando o método de integração por substituição de variáveis, temos
Fazendo $u = \frac{x}{a}$; $du = \frac{1}{a}\,dx \Rightarrow dx = a\,du$

$$\frac{1}{a^2}\int \frac{1}{1+\left(\frac{x}{a}\right)^2}\,dx = \frac{1}{a^2}\int \frac{1}{1+u^2}\,a\,du = \frac{1}{a^2}\,a\int \frac{1}{1+u^2}\,du = \frac{1}{a}\,arc\,tg\,u + C =$$

$$= \frac{1}{a}\,arc\,tg\left(\frac{1}{a^2+x^2}\right) + C$$

13) $\int \frac{x}{1+x^2}\,dx$

Pelo método de integração por substituição de variáveis, temos: ③

Fazendo $u = 1+x^2$; $du = 2x\,dx \Rightarrow dx = \frac{du}{2x}$

$$\int \frac{x}{1+x^2}\,dx = \int \frac{x}{u}\cdot\frac{du}{2x} = \frac{1}{2}\int \frac{1}{u}\,du = \frac{1}{2}\ln|u| + C = \frac{1}{2}\ln(1+x^2) + C =$$

$$= \ln(1+x^2)^{1/2} + C = \ln\left(\sqrt{1+x^2}\right) + C$$

14) $\int (e^x+1)^2\,dx$

$$\int (e^x+1)^2\,dx = \int (e^{2x}+2e^x+1)\,dx = \int e^{2x}\,dx + 2\int e^x\,dx + \int 1\,dx$$

Utilizando o método de integração por substituição de variáveis, temos que:

Fazendo $u = 2x$; $du = 2\,dx \Rightarrow \frac{du}{2} = dx$

$$\int e^{2x}\,dx + 2\int e^x\,dx + \int 1\,dx = \int e^u\cdot\frac{du}{2} + 2\int e^x\,dx + \int 1\,dx = \frac{1}{2}\int e^u\,du +$$

$$+ 2\int e^x\,dx + \int 1\,dx = \frac{1}{2}e^u + C_1 + 2e^x + C_2 + x + C_3 = \frac{1}{2}e^{2x} + 2e^x + x + C$$

15) $\int \frac{\cos x}{3-\operatorname{sen} x}\,dx$

Aplicando o método de integração por substituição de variáveis, tem-se:

Fazendo $u = 3-\operatorname{sen} x$; $du = -\cos x\,dx \Rightarrow dx = \frac{du}{-\cos x}$

$$\int \frac{\cos x}{3-\operatorname{sen} x}\,dx = \int \frac{\cos x}{u}\cdot\frac{du}{-\cos x} = -\int \frac{1}{u}\,du = -\ln|u| + C = -\ln|3-\operatorname{sen} x| +$$

$$+ C = \ln|3-\operatorname{sen} x|^{-1} + C = \ln\left(\frac{1}{|3-\operatorname{sen} x|}\right) + C = \ln\left|\frac{1}{3-\operatorname{sen} x}\right| + C$$

Calcule as integrais usando o método da integração por partes.

16) $\int x^5 \ln(x)\,dx$

Pelo método de integração por partes, temos que:

Fazendo $u = \ln x$; $du = 1/x\,dx$

$dv = x^5\,dx$; $v = \int x^5\,dx \Rightarrow v = \dfrac{x^6}{6}$

$$uv - \int v\,du = \frac{x^6}{6}\ln x - \int \frac{x^6}{6}\frac{1}{x}\,dx = \frac{x^6}{6}\ln x - \frac{1}{6}\int x^5\,dx = \frac{x^6}{6}\ln x -$$

$$-\frac{1}{6}\frac{x^6}{6} + C = \frac{x^6}{6}\left(\ln x - \frac{1}{6}\right) + C$$

17) $\int x \cos x\,dx$

Utilizando o método de integração por partes, chegamos a:

Fazendo $u = x$; $du = dx$

$dv = \cos x\,dx$; $v = \int \cos x\,dx \Rightarrow v = \operatorname{sen} x$

$$uv - \int v\,du = x \operatorname{sen} x - \int \operatorname{sen} x\,dx = x \operatorname{sen} x - (-\cos x) + C = x \operatorname{sen} x + \cos x +$$

$$+ C$$

18) $\int e^x \cos x\,dx$

Aplicando o método de integração por partes, tem-se

Fazendo $u = \cos x$, $du = -\operatorname{sen} x\,dx$

$dv = e^x\,dx$; $v = \int e^x\,dx \Rightarrow v = e^x$

$$uv - \int v\,du = e^x \cos x - \int e^x(-\operatorname{sen} x)\,dx = e^x \cos x + \int e^x \operatorname{sen} x\,dx$$

Novamente, pelo método de integração por partes, vem:

Fazendo $u = \operatorname{sen} x$; $du = \cos x\, dx$

$dv = e^x dx$; $v = \int e^x dx \Rightarrow v = e^x$

$$uv - \int v\, du = e^x \cos x + \left(e^x \operatorname{sen} x - \int e^x \cos x\, dx\right) = e^x \cos x + e^x \operatorname{sen} x - \int e^x \cos x\, dx$$

$$\int e^x \cos x\, dx = e^x \cos x + e^x \operatorname{sen} x - \int e^x \cos x\, dx$$

$$\int e^x \cos x\, dx + \int e^x \cos x\, dx = e^x(\cos x + \operatorname{sen} x) + C$$

$$2\int e^x \cos x\, dx = e^x(\cos x + \operatorname{sen} x) + C \Rightarrow \int e^x \cos x\, dx = \frac{e^x}{2}(\cos x + \operatorname{sen} x) + C$$

19) $\int \operatorname{arc\,tg} x\, dx$

Pelo método de integração por partes, vem:

Fazendo $u = \operatorname{arc\,tg} x$; $du = \frac{1}{1+x^2} dx$

$dv = dx$; $v = \int 1\, dx \Rightarrow v = x$

$$uv - \int v\, du = x \operatorname{arc\,tg} x - \int x \cdot \frac{1}{1+x^2} dx = x \operatorname{arc\,tg} x - \int \frac{x}{1+x^2} dx$$

Agora, pelo método de integração por substituição de variáveis, tem-se:

Fazendo $z = 1+x^2$; $dz = 2x\, dx \Rightarrow dx = \frac{dz}{2x}$

$$x \operatorname{arc\,tg} x - \int \frac{x}{1+x^2} dx = x \operatorname{arc\,tg} x - \int \frac{x}{z} \frac{dz}{2x} = x \operatorname{arc\,tg} x - \frac{1}{2}\int \frac{1}{z} dz =$$

$$= x \operatorname{arc\,tg} x - \frac{1}{2} \ln|z| + C = x \operatorname{arc\,tg} x - \frac{1}{2}\ln(1+x^2) + C = x \operatorname{arc\,tg} x -$$

$$- \ln(1+x^2)^{1/2} + C$$

20) $\int x \ln(x)\, dx$

Pelo método de integração por partes, teremos que

Fazendo $u = \ln x$; $du = 1/x\, dx$

$dv = x\,dx$; $v = \int x\, dx \Rightarrow v = \frac{x^2}{2}$

$$uv - \int v\, du = \frac{x^2}{2}\ln x - \int \frac{x^2}{2}\cdot\frac{1}{x}\, dx = \frac{x^2}{2}\ln x - \frac{1}{2}\int x\, dx = \frac{x^2}{2}\ln x - \frac{1}{2}\cdot\frac{x^2}{2}$$

$$+ C = \frac{x^2}{2}\left(\ln x - \frac{1}{2}\right) + C$$

21) $\int x(2x+1)^2\, dx \rightarrow$ Poderia fazer por: $\begin{cases} \text{1) Substituição de variáveis} \\ \text{2) Desenvolvendo o quadrado, e depois multiplicando por } x \end{cases}$

Pelo método de integração por partes, segue que

Fazendo $u = (2x+1)^2$; $du = 4(2x+1)\, dx$

$dv = x\, dx$, $v = \int x\, dx \Rightarrow v = x^2$

$$uv - \int v\, du = x^2(2x+1)^2 - \int x^2\, 4(2x+1)\, dx = [x(2x+1)]^2 - 4\int x^2(2x+1)\, dx$$

$$= (2x^2+x)^2 - 4\int (2x^3+x^2)\, dx = (2x^2+x)^2 - 4\int 2x^3\, dx - 4\int x^2\, dx = (2x^2+x)^2 -$$

$$-8\int x^3\, dx - 4\int x^2\, dx = (2x^2+x)^2 - \frac{8x^4}{4} - \frac{4x^3}{3} + C_1 + C_2 = (2x^2+x)^2 -$$

$$-2x^4 - \frac{4x^3}{3} + C$$

22) $\int (e^{2x}+4)e^x\, dx \rightarrow$ Poderia fazer por substituição de variáveis, depois de efetuar a multiplicação por e^x

Pelo método de integração por partes, obtemos que

Fazendo $u = sen\,x$; $du = cos\,x\,dx$

$dv = e^x dx$; $v = \int e^x dx \Rightarrow v = e^x$

$$uv - \int v\,du = e^x cos\,x + \left(e^x sen\,x - \int e^x cos\,x\,dx\right) = e^x cos\,x + e^x sen\,x - \int e^x cos\,x\,dx$$

$$\int e^x cos\,x\,dx = e^x cos\,x + e^x sen\,x - \int e^x cos\,x\,dx$$

$$\int e^x cos\,x\,dx + \int e^x cos\,x\,dx = e^x(cos\,x + sen\,x) + C$$

$$2\int e^x cos\,x\,dx = e^x(cos\,x + sen\,x) + C \Rightarrow \int e^x cos\,x\,dx = \frac{e^x}{2}(cos\,x + sen\,x) + C$$

19) $\int arc\,tg\,x\,dx$

Pelo método de integração por partes, vem:

Fazendo $u = arc\,tg\,x$; $du = \frac{1}{1+x^2}dx$

$dv = dx$; $v = \int 1\,dx \Rightarrow v = x$

$$uv - \int v\,du = x\,arc\,tg\,x - \int x\,\frac{1}{1+x^2}dx = x\,arc\,tg\,x - \int \frac{x}{1+x^2}dx$$

Agora, pelo método de integração por substituição de variáveis, tem-se:

Fazendo $z = 1+x^2$; $dz = 2x\,dx \Rightarrow dx = \frac{dz}{2x}$

$$x\,arc\,tg\,x - \int \frac{x}{1+x^2}dx = x\,arc\,tg\,x - \int \frac{x}{z}\,\frac{dz}{2x} = x\,arc\,tg\,x - \frac{1}{2}\int \frac{1}{z}dz =$$

$$= x\,arc\,tg\,x - \frac{1}{2}\ln|z| + C = x\,arc\,tg\,x - \frac{1}{2}\ln(1+x^2) + C = x\,arc\,tg\,x -$$

$$- \ln(1+x^2)^{1/2} + C$$

Fazendo $u = e^{2x} + 4$; $du = 2e^{2x}dx$

$dv = e^x dx$; $v = \int e^x dx \Rightarrow v = e^x$

$$uv - \int v\,du = (e^{2x}+4)e^x - \int e^x 2e^{2x} dx = (e^{2x}+4)e^x - 2\int e^{3x} dx$$

Agora, pelo método de integração por substituição de variáveis, tem-se:
Fazendo $z = 3x$, $dz = 3dx \Rightarrow dx = \frac{dz}{3}$

$$(e^{2x}+4)e^x - 2\int e^{3x}dx = (e^{2x}+4)e^x - 2\int e^z \frac{dz}{3} = (e^{2x}+4)e^x - \frac{2}{3}\int e^z dz =$$

$$= (e^{2x}+4)e^x - \frac{2}{3}e^z + C = (e^{2x}+4)e^x - \frac{2}{3}e^{3x} + C$$

23) $\int (x+1)^2 \frac{1}{x} dx$ → Poderia fazer pelo desenvolvimento do quadrado, e depois pela à propriedade da distributiva

Usando o método de integração por partes, temos que:
Fazendo $u = (x+1)^2$; $du = 2(x+1)dx$

$dv = \frac{1}{x}dx$; $v = \int \frac{1}{x}dx \Rightarrow v = \ln|x|$

$$uv - \int v\,du = (x+1)^2 \ln|x| - \int \ln|x| \cdot 2(x+1)\,dx = (x+1)^2\ln|x| - 2\int (x+1)\ln|x|\,dx$$

Na última integral obtida, ela terá solução se $x>0$ ou $x<0$. Seria interessante colocar $x>0$, para que $|x| = x$. Dessa forma, supondo que $x>0$, o resultado obtido fica:

$$(x+1)^2 \ln x - 2\int (x+1)\ln x\,dx$$

Novamente, usando o método de integração por partes, vem:
Fazendo $u = \ln x$; $du = 1/x\,dx$

$dv = (x+1)dx$; $v = \int (x+1)dx \Rightarrow v = \frac{x^2}{2} + x$

$$uv - \int v\,du = (x+1)^2 \ln x - 2\left[\left(\frac{x^2}{2}+x\right)\ln x - \int\left(\frac{x^2}{2}+x\right)\frac{1}{x}\,dx\right] = (x+1)^2 \ln x -$$

$$-2\left(\frac{x^2}{2}+x\right)\ln x + 2\int\left(\frac{x}{2}+1\right)dx = (x+1)^2\ln x - (x^2+2x)\ln x + 2\int\frac{x}{2}\,dx + 2\int 1\,dx =$$

$$= (x+1)^2\ln x - (x^2+2x)\ln x + \int x\,dx + 2\int 1\,dx = (x+1)^2\ln x - (x^2+2x)\ln x +$$

$$+\frac{x^2}{2} + C_1 + 2x + C_2 = (x+1)^2\ln x - (x^2+2x)\ln x + \frac{x^2}{2} + 2x + C =$$

$$\boxed{\underline{\text{Resposta MAPLE:}}\ \int (x+1)^2\frac{1}{x}\,dx = \frac{x^2}{2} + 2x + \ln|x| + C}$$

$$= (x^2+2x+1)\ln x - (x^2+2x)\ln x + \frac{x^2}{2} + 2x + C = x^2\ln x + 2x\ln x + \ln x - x^2\ln x - 2x\ln x +$$

$$+\frac{x^2}{2} + 2x + C = \frac{x^2}{2} + 2x + \ln x + C$$

24) $\int (x+1)\cos 2x\,dx$

Pelo método de integração por partes, obtemos que:

Fazendo $u = x+1$; $du = dx$

$dv = \cos 2x\,dx$; $v = \int \cos 2x\,dx \Rightarrow v = +\frac{1}{2}\,\text{sen}\,2x$

$$uv - \int v\,du = \frac{1}{2}(x+1)\,\text{sen}\,2x - \int\frac{1}{2}\,\text{sen}\,2x\,dx = \frac{1}{2}(x+1)\,\text{sen}\,2x - \frac{1}{2}\int\text{sen}\,2x\,dx$$

Agora, pelo método de integração por substituição de variáveis, segue que

Fazendo $z = 2x$; $dz = 2\,dx \Rightarrow dx = \frac{dz}{2}$

$$\frac{1}{2}(x+1)\,\text{sen}\,2x - \frac{1}{2}\int\text{sen}\,2x\,dx = \frac{1}{2}(x+1)\,\text{sen}\,2x - \frac{1}{2}\int\text{sen}\,z\,\frac{dz}{2} = \frac{1}{2}(x+1)\,\text{sen}\,2x -$$

$$-\frac{1}{4}\int\text{sen}\,z\,dz = \frac{1}{2}(x+1)\,\text{sen}\,2x - \frac{1}{4}(-\cos z) + C = \frac{1}{2}(x+1)\,\text{sen}\,2x + \frac{1}{4}\cos 2x + C$$

25) $\int e^{2x} \operatorname{sen} x \, dx$

Pelo método de integração por partes, obtemos que:
Fazendo $u = e^{2x}$; $du = 2e^{2x} dx$

$dv = \operatorname{sen} x \, dx$; $v = \int \operatorname{sen} x \, dx \Rightarrow v = -\cos x$

$$uv - \int v \, du = -e^{2x} \cos x - \int (-\cos x) \cdot 2e^{2x} dx = -e^{2x} \cos x + 2\int e^{2x} \cos x \, dx$$

Novamente, usando o método de integração por partes, segue que:
Fazendo $u = e^{2x}$; $du = 2e^{2x} dx$

$dv = \cos x \, dx$; $v = \int \cos x \, dx \Rightarrow v = \operatorname{sen} x$

$$uv - \int v \, du = -e^{2x} \cos x + 2\left(e^{2x} \operatorname{sen} x - \int \operatorname{sen} x \cdot 2e^{2x} dx\right) = -e^{2x} \cos x +$$

$$+ 2e^{2x} \operatorname{sen} x - 4\int e^{2x} \operatorname{sen} x \, dx$$

$$\int e^{2x} \operatorname{sen} x \, dx = -e^{2x} \cos x + 2e^{2x} \operatorname{sen} x - 4\int e^{2x} \operatorname{sen} x \, dx$$

$$\int e^{2x} \operatorname{sen} x \, dx + 4\int e^{2x} \operatorname{sen} x \, dx = +e^{2x}(-\cos x + 2\operatorname{sen} x) + C$$

$$5\int e^{2x} \operatorname{sen} x \, dx = e^{2x}(-\cos x + 2\operatorname{sen} x) + C$$

$$\int e^{2x} \operatorname{sen} x \, dx = \frac{1}{5} e^{2x}(-\cos x + 2\operatorname{sen} x) + C$$

26) $\int \operatorname{sen}^3 x \, dx$

$$\int \operatorname{sen}^3 x \, dx = \int \operatorname{sen} x \cdot \operatorname{sen}^2 x \, dx$$

Utilizando o método de integração por partes, obtemos que

Fazendo $u = sen^2 x$; $du = 2 sen x \cos x \, dx$

$dv = sen x \, dx$; $v = \int sen x \, dx \Rightarrow v = -\cos x$

$$uv - \int v \, du = -sen^2 x \cos x - \int (-\cos x) \cdot 2 sen x \cos x \, dx = -sen^2 x \cos x + 2 \int sen x \cos^2 x \, dx$$

$$= -sen^2 x \cos x + 2 \int sen x (1 - sen^2 x) \, dx = -sen^2 x \cos x + 2 \int (sen x - sen^3 x) \, dx =$$

$$= -sen^2 x \cos x + 2 \int sen x \, dx - 2 \int sen^3 x \, dx$$

$$\int sen^3 x \, dx = -sen^2 x \cos x + 2 \int sen x \, dx - 2 \int sen^3 x \, dx$$

$$\int sen^3 x \, dx + 2 \int sen^3 x \, dx = -sen^2 x \cos x + 2 \int sen x \, dx$$

$$3 \int sen^3 x \, dx = -sen^2 x \cos x - 2 \cos x + C$$

$$\int sen^3 x \, dx = -\frac{1}{3} sen^2 x \cos x - \frac{2}{3} \cos x + C$$

27) $\int (x+1) \cos 2x \, dx$

Aplicando o método de integração por partes, chegamos a:

Fazendo $u = x + 1$; $du = dx$

$dv = \cos 2x \, dx$; $v = \int \cos 2x \, dx \Rightarrow v = \frac{1}{2} sen 2x$

$$uv - \int v \, du = \frac{1}{2}(x+1) sen 2x - \int \frac{1}{2} sen 2x \, dx = \frac{1}{2}(x+1) sen 2x - \frac{1}{2} \int sen 2x \, dx$$

Agora, pelo método de integração por substituição de variáveis, tem-se:

Fazendo $z = 2x$; $dz = 2 \, dx \Rightarrow dx = \frac{dz}{2}$

$$\frac{1}{2}(x+1) sen 2x - \frac{1}{2} \int sen 2x \, dx = \frac{1}{2}(x+1) sen 2x - \frac{1}{2} \int sen z \frac{dz}{2} = \frac{1}{2}(x+1) sen 2x -$$

$$-\frac{1}{4}\int \operatorname{sen} z\, dz = \frac{1}{2}(x+1)\operatorname{sen} 2x - \frac{1}{4}(-\cos z) + C = \frac{1}{2}(x+1)\operatorname{sen} 2x + \frac{1}{4}\cos 2x + C$$

7

28) $\int (x+1)\cos 2x\, dx$ OBS: 24), 27) e 28) são iguais

29) $\int \sqrt{x \ln x}\, dx \rightarrow$ Não seria $\int \sqrt{x}\ln x\, dx$? sim

30) $\int x^2 e^x dx$

Aplicando o método de integração por partes, temos que:

Fazendo $u = x^2$; $du = 2x\, dx$

$dv = e^x dx$; $v = \int e^x dx \Rightarrow v = e^x$

$$uv - \int v\, du = x^2 e^x - \int e^x \cdot 2x\, dx = x^2 e^x - 2\int e^x \cdot x\, dx$$

Novamente, pelo método de integração por partes, segue que:

Fazendo $u = x$; $du = dx$

$dv = e^x dx$; $v = \int e^x dx \Rightarrow v = e^x$

$$uv - \int v\, du = x^2 e^x - 2\left(xe^x - \int e^x dx\right) = x^2 e^x - 2xe^x + \int e^x dx = x^2 e^x - 2xe^x +$$

$$+ e^x + C = e^x(x^2 - x + 1) + C$$