Geometria Analítica

Prof. Dr. Lucas Barboza Sarno da Silva

LISTA DE EXERCÍCIOS

1. Os vetores não-nulos $\vec{u}$ e $\vec{v}$ são ortogonais, têm normais iguais, e $\vec{w}$ é gerado por eles. Sabendo que $\vec{w} \cdot \vec{u} = \vec{w} \cdot \vec{v}$ e que $\vec{w}$ não é nulo, obtenha as medidas angulares, em graus, entre $\vec{u}$ e $\vec{w}$ e entre $\vec{v}$ e $\vec{w}$.

2. Determine *x* de modo que $\vec{u}$ e $\vec{v}$ sejam ortogonais.
   a) $\vec{u} = (x, 0, 3)$, $\vec{v} = (1, x, 3)$
   b) $\vec{u} = (x, x, 4)$, $\vec{v} = (4, x, 1)$
   c) $\vec{u} = (x + 1,1,2)$, $\vec{v} = (x - 1, -1, -2)$
   d) $\vec{u} = (x, -1,4)$, $\vec{v} = (x, -3,1)$

3. Calcular o perímetro do triângulo de vértices A(0, 1, 2), B(-1, 0, -1) e C(2, -1, 0).

4. Qual o comprimento do vetor projeção de $\vec{u} = (3, 5, 2)$ sobre o eixo dos *x*?

5. Mostrar que, se $\vec{u}$ e $\vec{v}$ são vetores, tal que $\vec{u} + \vec{v}$ é ortogonal a $\vec{u} - \vec{v}$, então $\|\vec{u}\| = \|\vec{v}\|$.

6. Mostrar que, se $\vec{u}$ é ortogonal a $\vec{v}$ e $\vec{w}$, $\vec{u}$ é também ortogonal a $\vec{v} + \vec{w}$.

7. Calcular a norma dos vetores $\vec{u} + \vec{v}$ e $\vec{u} - \vec{v}$, sabendo que $\|\vec{u}\| = 4$ e $\|\vec{v}\| = 3$ e a medida angular de $\vec{u}$ e $\vec{v}$ é de 60º.

8. Sabendo que $\|\vec{u}\| = 7$, $\|\vec{v}\| = 3$ e $\|\vec{u} + \vec{v}\| = 9$. Calcule o ângulo entre $\vec{u}$ *e* $\vec{v}$.

9. Provar que as diagonais de um losango são perpendiculares.

10. Dados os vetores

$$\vec{u} = 2\vec{\imath} - \vec{\jmath} + 3\vec{k}$$
$$\vec{v} = 4\vec{\imath} + 5\vec{\jmath} + \vec{k}$$
$$\vec{w} = 3\vec{\imath} - \vec{\jmath} + m\vec{k}$$

   a) Calcular $\|\vec{u}\|$ e $\|\vec{v}\|$.
   b) Calcular $\vec{u} \cdot \vec{v}$.
   c) Determinar m de modo que $\vec{u}$ seja ortogonal a $\vec{w}$.
   d) Calcular o cosseno do ângulo $\vec{u}$ e $\vec{v}$.

11. Provar que, sendo θ a medida angular dos vetores $\vec{u}$ e $\vec{v}$,

$$\|\vec{u} + \vec{v}\|^2 = \|\vec{u}\|^2 + \|\vec{v}\|^2 + 2\|\vec{u}\|\|\vec{v}\| cos\theta$$