PCS3515 – Sistemas Digitais

Métodos de Minimização
Timing *Hazards*

Seções 4.3.7 e 4.4 – livro texto e DDPPonline

Com apoio do material dos Prof. Simplício e Cintia

2018/1

Spina

Soma de Produtos Canônica

- É uma soma completa!
- Não é necessariamente a função de chaveamento minimizada!

Spina

Spina

Como obter uma soma mínima?

- Um implicante primário essencial (IPE) é aquele que é o único IP que cobre alguma das células que não são cobertas por nenhum outro IP.
  - Portanto todos os IPEs devem estar presentes em qualquer solução mínima.
- Se IPEs não cobrem a função totalmente, como selecionar os demais IPs que fazem parte da expressão mínima?

Spina

Ex.: somas mínimas

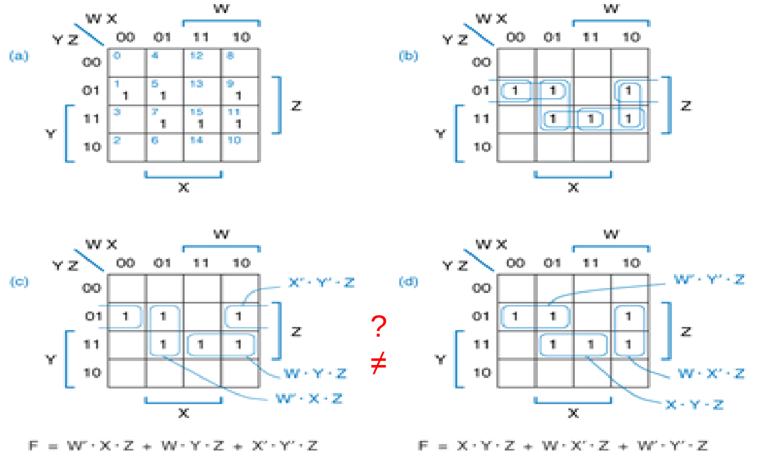


Figure 4-37
$F = \Sigma_{W,X,Y,Z}(1,5,7,9,11,15)$: (a) Karnaugh map; (b) prime implicants; (c) a minimal sum; (d) another minimal sum.

Alguns métodos de minimização

- Tabela de cobertura
- Método Tabular

Spina

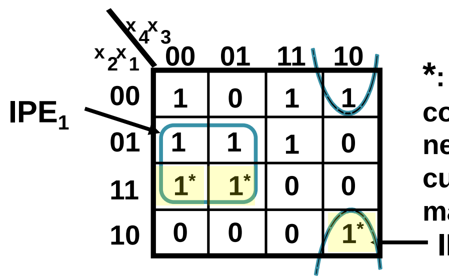
Tabela de Cobertura

- Considere uma função de chaveamento, representada pelo seu Mapa de Karnaugh.
- Custo (k) = número de Literais do IP
- Para descobrir os demais implicantes realiza-se um processo de redução da Tabela de Cobertura:
  - eliminar as células já cobertas por IPE's;
  - encontrar implicantes de menor custo (k) possível e que cobrem o maior número de células.
    - estes implicantes dominam os demais.

Spina

Tabela de Cobertura – Exemplo 1

$x_2x_1 \backslash x_4x_3$	00	01	11	10
00	1	0	1	1
01	1	1	1	0
11	1	1	0	0
10	0	0	0	1



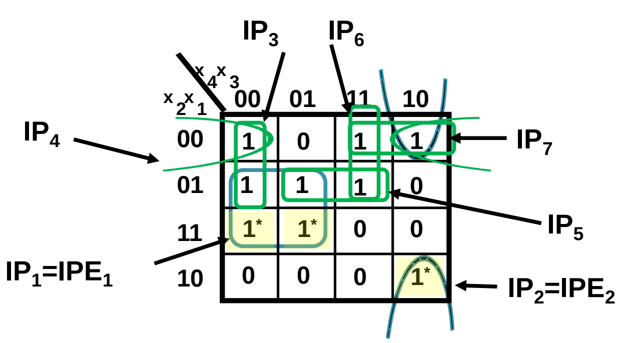
***: Células não cobertas por nenhum outro cubo que seja o maior possível.**

$$IPE_1 = \sim x_4.x_1$$
$$IPE_2 = x_4.\sim x_3.\sim x_1$$

0	4	12	8
1	5	13	9
3	7	15	11
2	6	14	10

Spina

Tabela de Cobertura – Exemplo 2



$IP1 = IPE_1 = \sim x_4.x_1$
$IP2 = IPE_2 = x_4.\sim x_3.\sim x_1$
$IP_3 = \sim x_4.\sim x_3.\sim x_2$
$IP_4 = \sim x_3.\sim x_2.\sim x_1$
$IP_5 = x_3.\sim x_2.x_1$
$IP_6 = x_4.x_3.\sim x_2$
$IP_7 = x_4.\sim x_2.\sim x_1$

Spina

Spina

Tabela de Cobertura – Exemplo (3/5)

Implicantes	0	1	3	5	7	8	10	12	13	K
$IP_1=IPE_1$		X	X	X	X					2
$IP_2=IPE_2$						X	X			3
IP_3	X	X								3
IP_4	X					X				3
IP_5				X					X	3
IP_6								X	X	3
IP_7						X		X		3

0	4	12	8
1	5	13	9
3	7	15	11
2	6	14	10

K=Número de literais no produto

Spina

Tabela de Cobertura – Exemplo (4/5)

Implicantes	0	1	3	5	7	8	10	12	13	K
$IP_1=IPE_1$		X	X	X	X					2
$IP_2=IPE_2$						X	X			3
IP_3	X	X								3
IP_4	X					X				3
IP_5				X					X	3
IP_6								X	X	3
IP_7						X		X		3

Spina

Tabela de Cobertura – Exemplo (5/5)

Implicantes	0	12	13	K
$IP_1=IPE_1$				2
$IP_2=IPE_2$				3
IP_3	X			3
IP_4	X			3
IP_5			X	3
IP_6		X	X	3
IP_7		X		3

- IP6 domina IP5 e IP7.
- IP3 e IP4 possuem mesmo custo (k), e, portanto, tem o mesmo custo.
- F_{min} = IP1+IP2+IP3+IP6 (k=2+3+3+3=11)

OU

- F_{min} = IP1+IP2+IP4+IP6 (k=2+3+3+3=11)

Spina

Método Tabular

- Ou algoritmo de Quine-McCluskey

  (não é um algoritmo de minimização!)
- É um procedimento de extração dos Implicantes Primários (IPs).
- É programável!!
- (ver http://www.mathematik.uni-marburg.de/~thormae/lectures/ti1/code/qmc/)

Spina

http://www.mathematik.uni-marburg.de/~thormae/lectures/ti1/code/qmc/

Number of input variables: 4 ▾ Allow Don't-Care: no ▾

Truth table:

	x_3	x_2	x_1	x_0	y
0:	0	0	0	0	0
1:	0	0	0	1	0
2:	0	0	1	0	1
3:	0	0	1	1	0
4:	0	1	0	0	0
5:	0	1	0	1	1
6:	0	1	1	0	0
7:	0	1	1	1	0
8:	1	0	0	0	0
9:	1	0	0	1	0
10:	1	0	1	0	1
11:	1	0	1	1	1
12:	1	1	0	0	0
13:	1	1	0	1	0
14:	1	1	1	0	1
15:	1	1	1	1	0

Implicants (Order 0):

	x_3	x_2	x_1	x_0	
2:	0	0	1	0	→
5:	0	1	0	1	✓
10:	1	0	1	0	→
11:	1	0	1	1	→
14:	1	1	1	0	→

Implicants (Order 1):

	x_3	x_2	x_1	x_0	
2, 10:	-	0	1	0	✓
10, 11:	1	0	1	-	✓
10, 14:	1	-	1	0	✓

Prime implicant chart:

	x_3	x_2	x_1	x_0	2	5	10	11	14	
2, 10:	-	0	1	0	●		○			$(\bar{x}_2 x_1 \bar{x}_0)$
10, 11:	1	0	1	-			○	●		$(x_3 \bar{x}_2 x_1)$
10, 14:	1	-	1	0			○		●	$(x_3 x_1 \bar{x}_0)$
5:	0	1	0	1		●				$(\bar{x}_3 x_2 \bar{x}_1 x_0)$

Spina

http://www.mathematik.uni-marburg.de/~thormae/lectures/ti1/code/qmc/

Number of input variables: 4 ▾ Allow Don't-Care: no ▾

Truth table:

	x_3	x_2	x_1	x_0	y
0:	0	0	0	0	1
1:	0	0	0	1	0
2:	0	0	1	0	1
3:	0	0	1	1	0
4:	0	1	0	0	1
5:	0	1	0	1	1
6:	0	1	1	0	0
7:	0	1	1	1	1
8:	1	0	0	0	1
9:	1	0	0	1	0
10:	1	0	1	0	1
11:	1	0	1	1	0
12:	1	1	0	0	1
13:	1	1	0	1	0
14:	1	1	1	0	0
15:	1	1	1	1	1

Implicants (Order 0):

	x_3	x_2	x_1	x_0	
0:	0	0	0	0	→
2:	0	0	1	0	→
4:	0	1	0	0	→
5:	0	1	0	1	→
7:	0	1	1	1	→
8:	1	0	0	0	→
10:	1	0	1	0	→
12:	1	1	0	0	→
15:	1	1	1	1	→

Implicants (Order 1):

	x_3	x_2	x_1	x_0	
0, 2:	0	0	-	0	→
0, 4:	0	-	0	0	→
0, 8:	-	0	0	0	→
2, 10:	-	0	1	0	→
4, 5:	0	1	0	-	✓
4, 12:	-	1	0	0	→
5, 7:	0	1	-	1	✓
7, 15:	-	1	1	1	✓
8, 10:	1	0	-	0	→
8, 12:	1	-	0	0	→

Implicants (Order 2):

	x_3	x_2	x_1	x_0	
0, 2, 8, 10:	-	0	-	0	✓
0, 4, 8, 12:	-	-	0	0	✓

Legend:
Don't-care: ×
Implicant (non prime): →
Prime implicant: ✓
Essential prime implicant: ●
Prime implicant but covers only don't-care: (×)

Prime implicant chart:

	x_3	x_2	x_1	x_0	0	2	4	5	7	8	10	12	15	
0, 2, 8, 10:	-	0	-	0	○	●				○	●			$(\bar{x}_2 \bar{x}_0)$
0, 4, 8, 12:	-	-	0	0	○		○			○		●		$(\bar{x}_1 \bar{x}_0)$
4, 5:	0	1	0	-			○	○						$(\bar{x}_3 x_2 \bar{x}_1)$
5, 7:	0	1	-	1				○	○					$(\bar{x}_3 x_2 x_0)$
7, 15:	-	1	1	1					○				●	$(x_2 x_1 x_0)$

Extracted essential prime implicants: $(\bar{x}_2 \bar{x}_0)$, $(\bar{x}_1 \bar{x}_0)$, $(x_2 x_1 x_0)$

Reduced prime implicant chart (Iteration 0):

	x_3	x_2	x_1	x_0	5	
4, 5:	0	1	0	-	●	$(\bar{x}_3 x_2 \bar{x}_1)$

Extracted essential prime implicants: $(\bar{x}_3 x_2 \bar{x}_1)$

Minimal boolean expression:

$y = (\bar{x}_2 \bar{x}_0) \lor (\bar{x}_1 \bar{x}_0) \lor (x_2 x_1 x_0) \lor (\bar{x}_3 x_2 \bar{x}_1)$

Métodos de minimização programáveis

- Algoritmos clássicos:
  - Quine-McCluskey
  - *Iterative consensus*
- Melhorias computacionais:
  - baseado nos algoritmos clássicos, utilizam boas estruturas de dados e/ou alteram ordem dos passos.
- Métodos Heurísticos: saída não exata
  - Espresso-II
- *Looking at things differently*:
  - Espresso MV: observa minimização de múltiplas saídas usando lógica multivalores (não-binária).

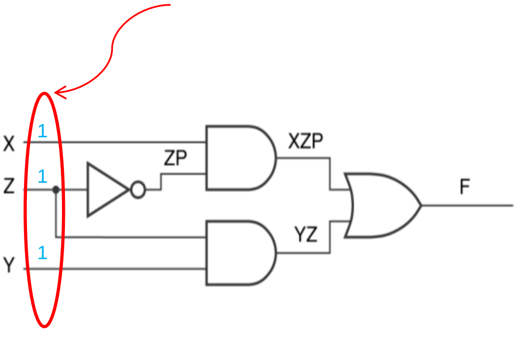
Timing Hazards

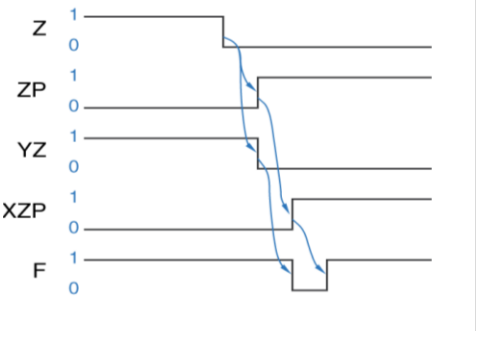
- "Perigos de temporização"
- Consideração de sinais de entrada não estáveis (não *steady-state*)
- Atrasos de propagação dos sinais
- Saídas espúrias de curta duração (*glitches*).

Spina

Spina

Static-1 Hazard





Definição: É um par de combinações de entrada que:

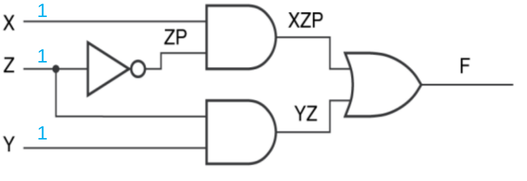
(a) diferem em somente uma variável de entrada; e

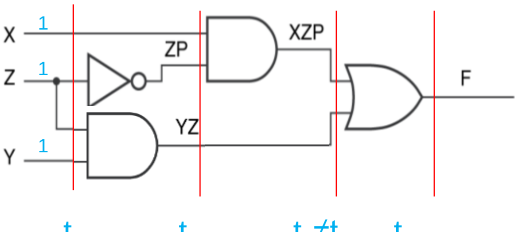
(b) ambos produzem saída 1;

é possível por um momento ocorrer saída 0 durante uma transição das variáveis de entrada

Spina

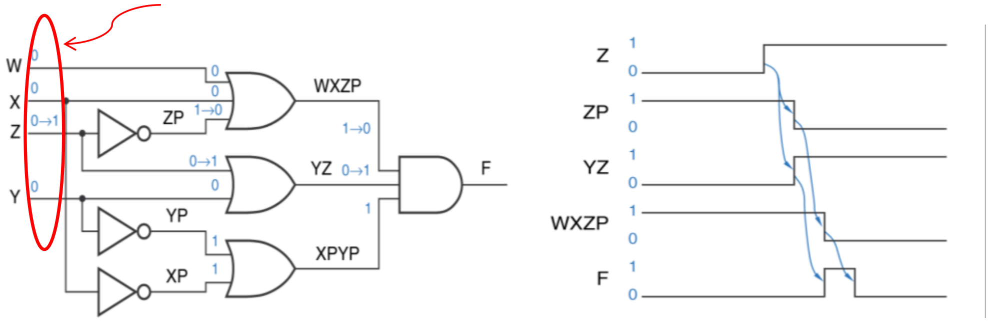
Atrasos das portas





Spina

Static-0 Hazard



Definição: É um par de combinações de entrada que:

(a) diferem em somente uma variável de entrada; e

(b) ambos produzem saída 0;

possível por um momento ocorrer saída 1 durante uma transição das variáveis de entrada

Um circuito AND-OR (soma de produtos) <u>bem projetado </u>não possui *static-0 hazards*.

Spina

Como encontrar *hazards* usando mapas?

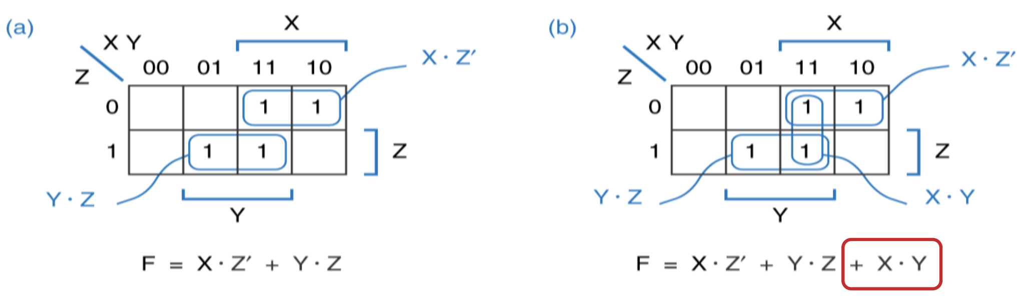


Figure 4-40

Karnaugh map for the circuit of Figure 4-38: (a) as originally designed; (b) with static-1 hazard eliminated.

3º IP elimina o *static-1 hazard*.

Acréscimo de circuito que elimina o problema

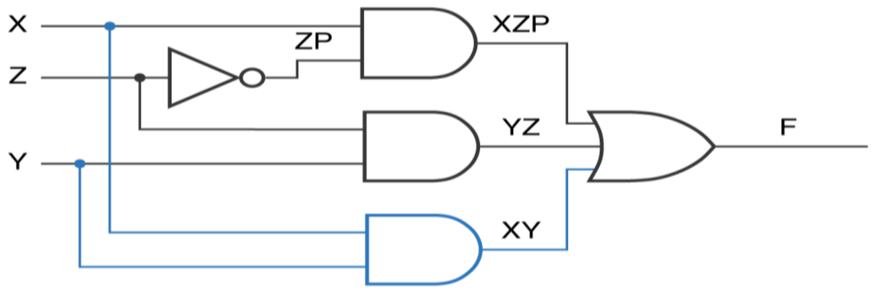


Figure 4-41
Circuit with static-1 hazard eliminated.

Truque do gato !
Wallace Tonussi – 1980!

Spina

Outro exemplo de *static-1 hazard*

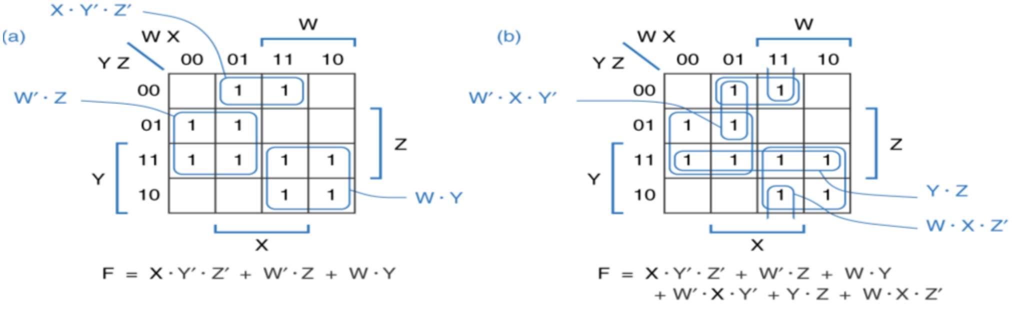


Figure 4-42
Karnaugh map for another sum-of-products circuit:(a) as originally designed; (b) with extra product terms to cover static-1 hazards.

Spina

Dynamic Hazards

- É a possibilidade de alterações na saída mais de uma vez como resultado de uma única transição de entrada.

- Caminhos com atrasos diferentes a partir da entrada em que houve mudança.

Spina

Dynamic Hazards - Exemplo

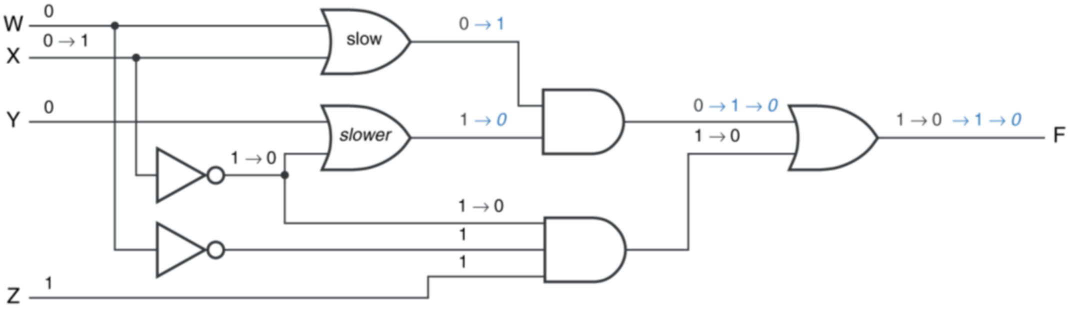


Figure 4-43

Circuit with a dynamic hazard.

Spina

Projeto de circuitos livre de *hazards*

- Circuitos de dois níveis AND-OR bem projetados não estão sujeitos a hazards static-0 ou dinâmicos
  - Static-1 hazards podem ser eliminados através do método indicado.
- Métodos gerais indicados nas referências extras
- Críticos para circuitos assíncronos

mais tarde veremos circuitos síncronos!

Spina

Tarefas

- Leitura das seções 4.3.7 e 4.4.
- Exercícios do Capítulo 4 do livro-texto
  - ao menos *drill problems* 4.18 e 4.19
  - Exercícios 4.47 a 4.64.

Spina