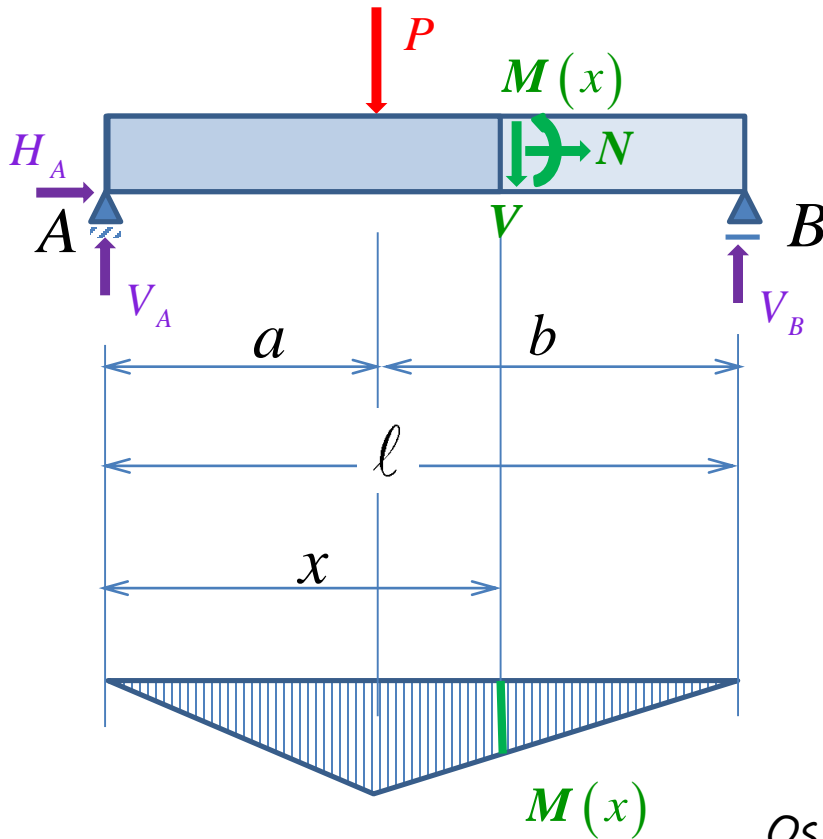


# PEF 2602 – TRELIÇAS ISOSTÁTICAS – 19/08/2013

Recordando das VIGAS:



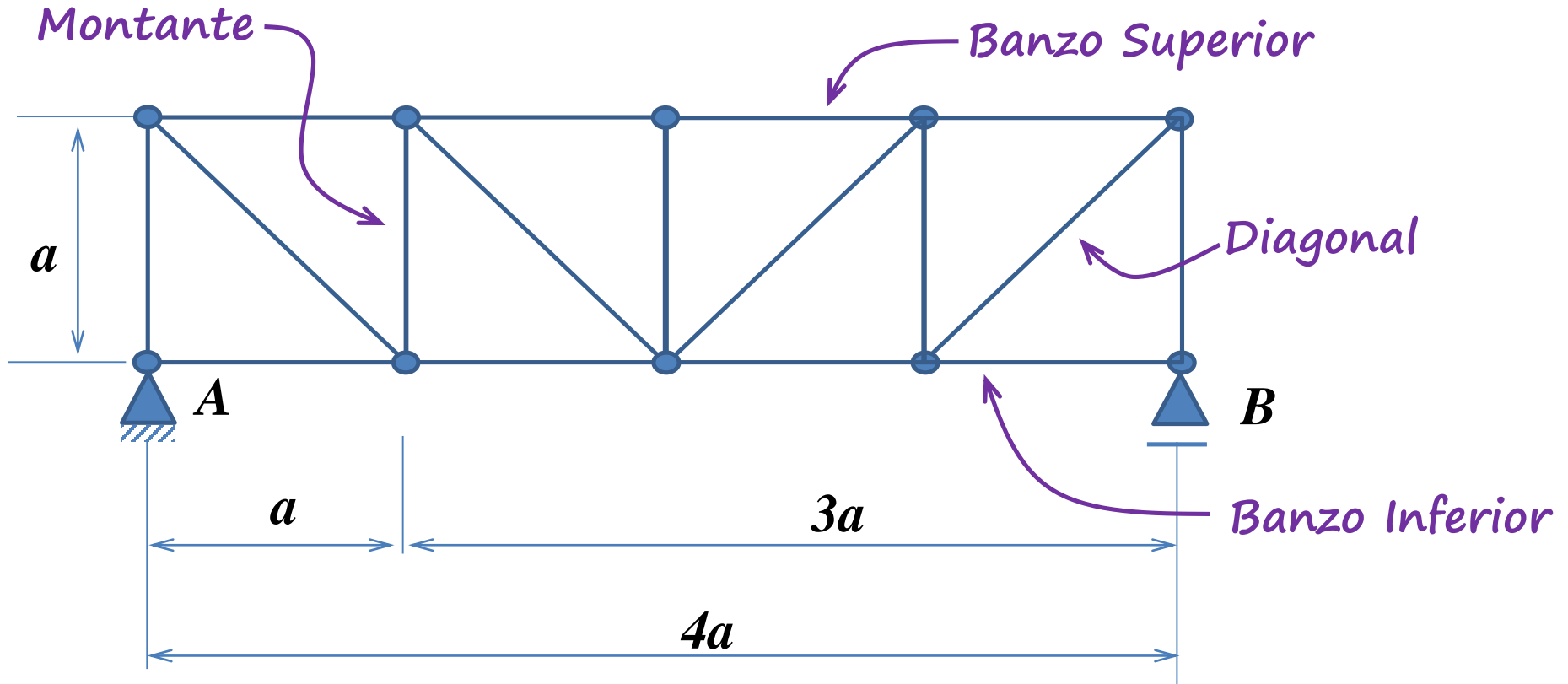
Equilíbrio:

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_i F_H^i = H_A = 0 \\ \sum_i F_V^i = V_A + V_B - P = 0 \\ \sum_i M^i(A) = V_B l - Pa = 0 \end{array} \right.$$

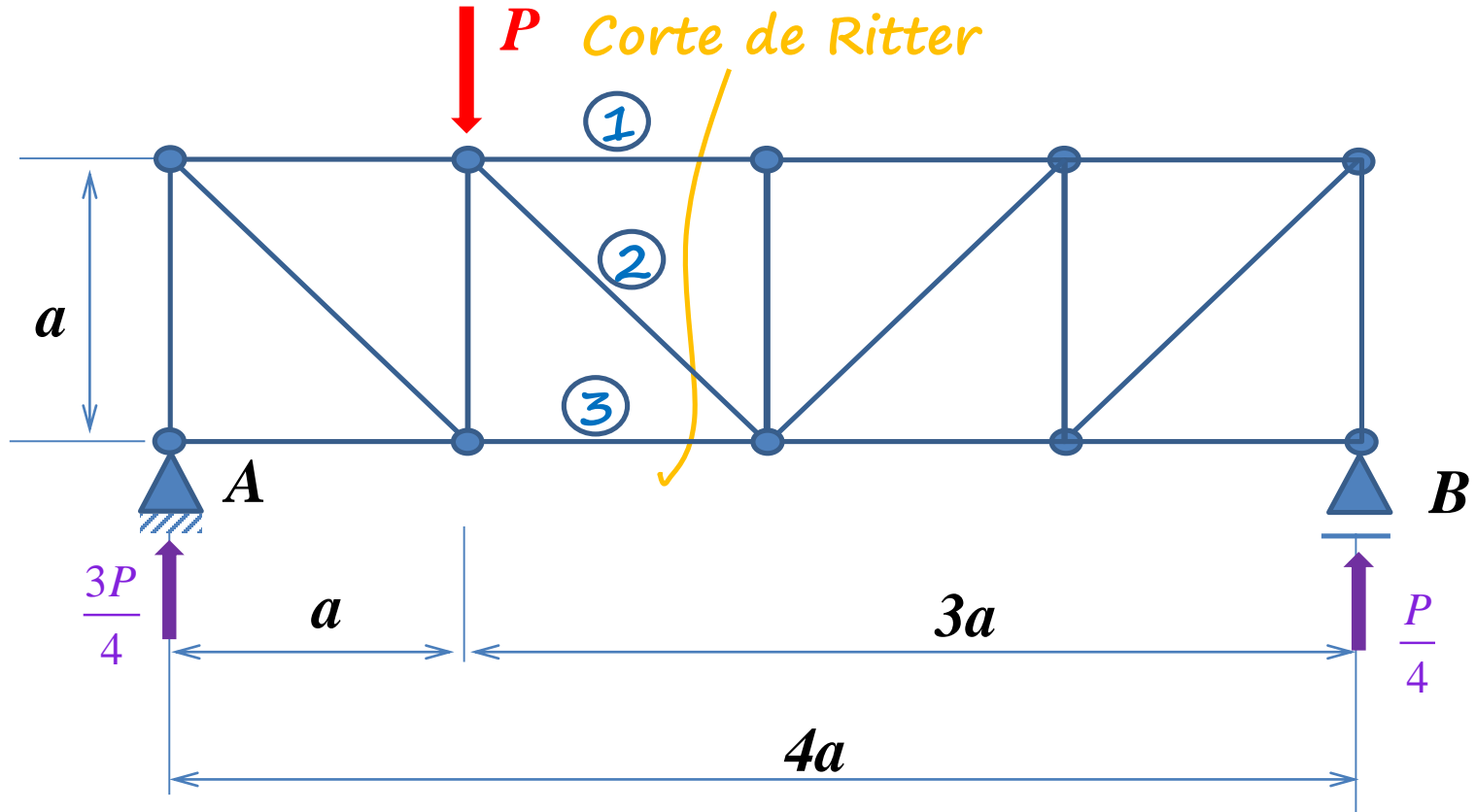
$$\begin{array}{l} \vdots \\ V_B = \frac{Pa}{l} \\ \vdots \\ V_A = \frac{P(\ell - a)}{l} = \frac{Pb}{l} \end{array}$$

Os esforços solicitantes são determinados imaginando-se seções de corte genéricas!

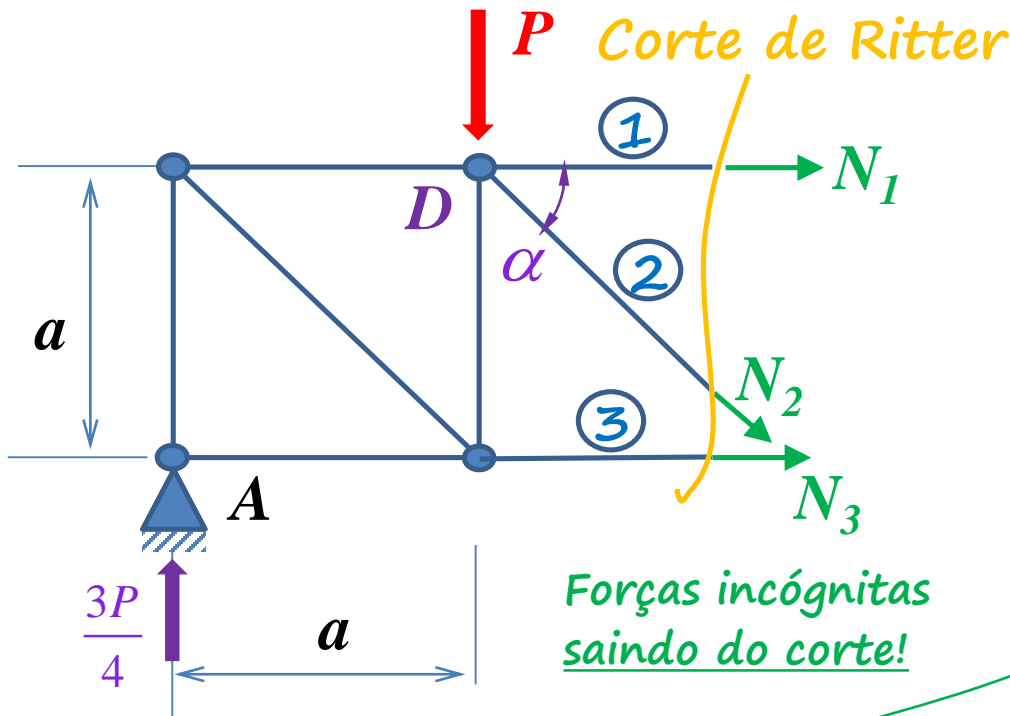
# TRELIÇAS



# TRELIÇAS – Método de Ritter



# TRELIÇAS – Método de Ritter



$$\sum_i F_H^i = N_1 + N_2 \cos \alpha + N_3 = 0$$

$$N_1 + \frac{\sqrt{2}}{2} N_2 + N_3 = 0$$

$$\sum_i F_V^i = \frac{3}{4}P - P - N_2 \sin \alpha = 0$$

$$N_2 = -\frac{\sqrt{2}P}{4}$$

Compressão!

$$\sum_i M_{(D)}^i = N_3 a - \frac{3P}{4}a = 0$$

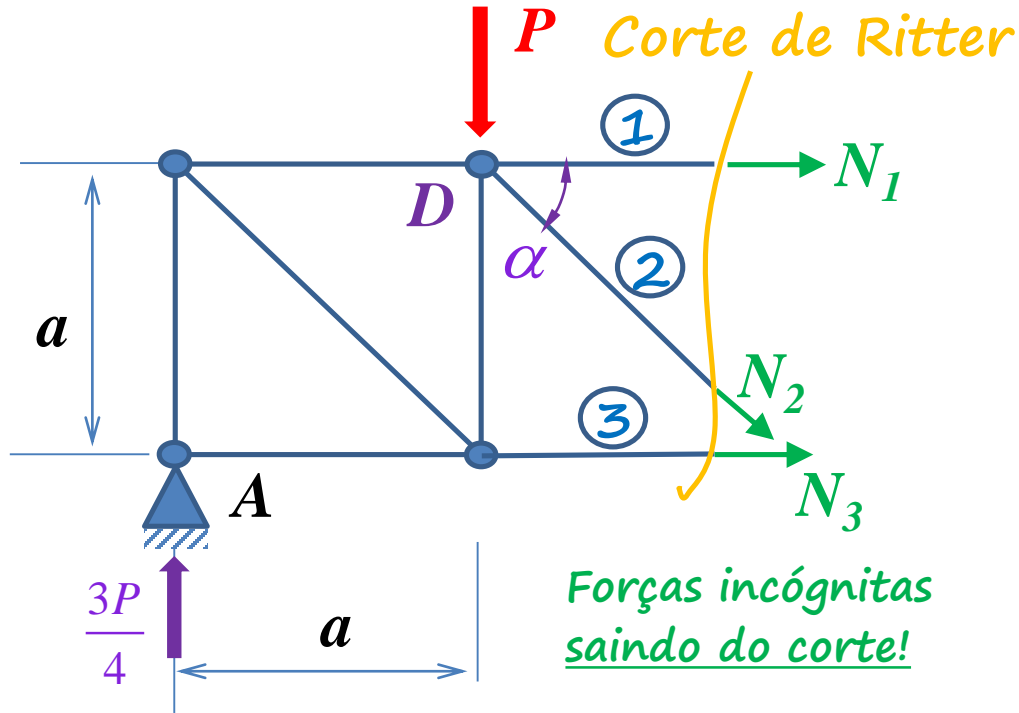
$$N_3 = \frac{3P}{4}$$

Tração!

$$N_1 = -\frac{P}{4}$$

Compressão!

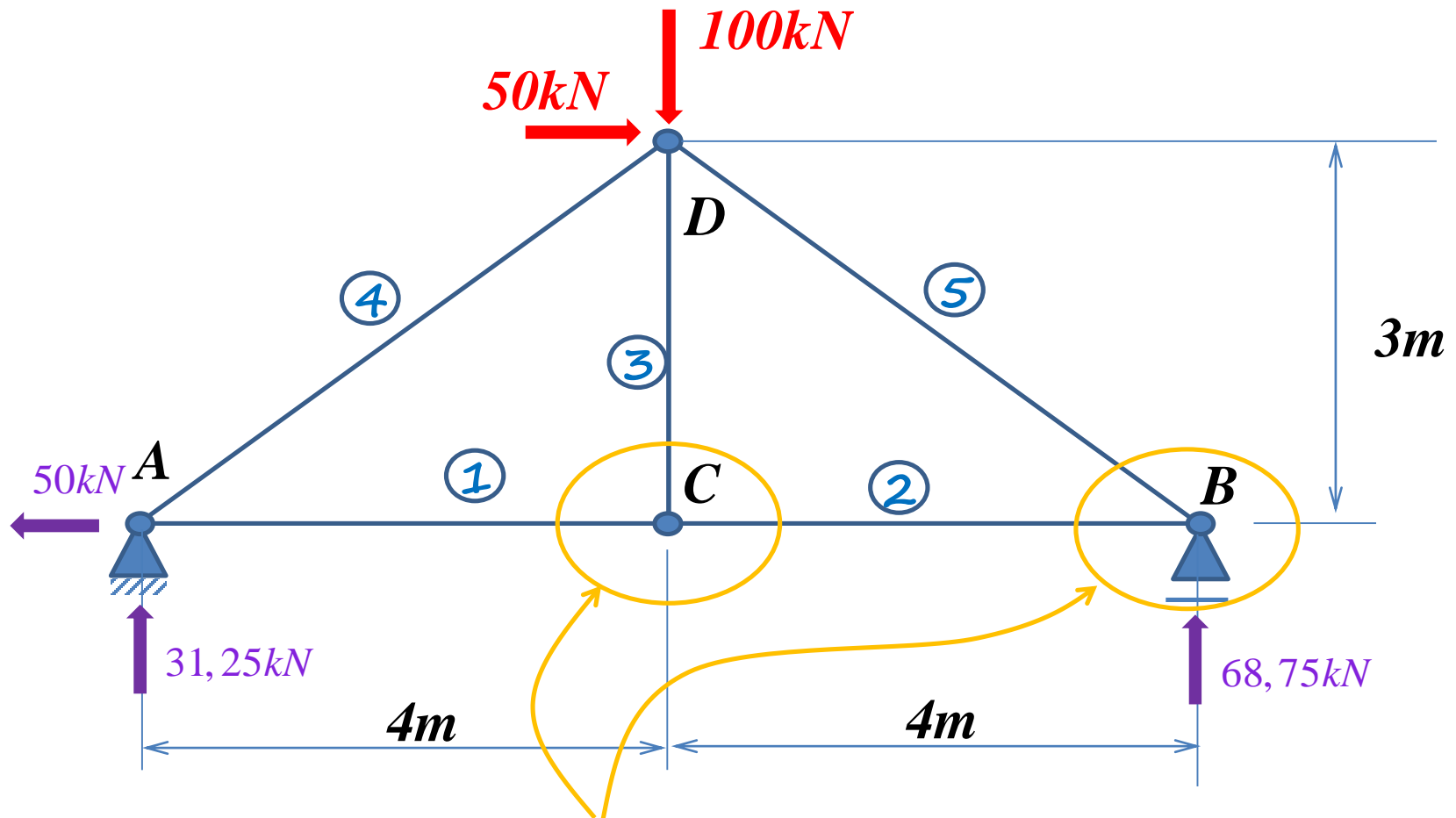
# TRELIÇAS – Método de Ritter



## Notas:

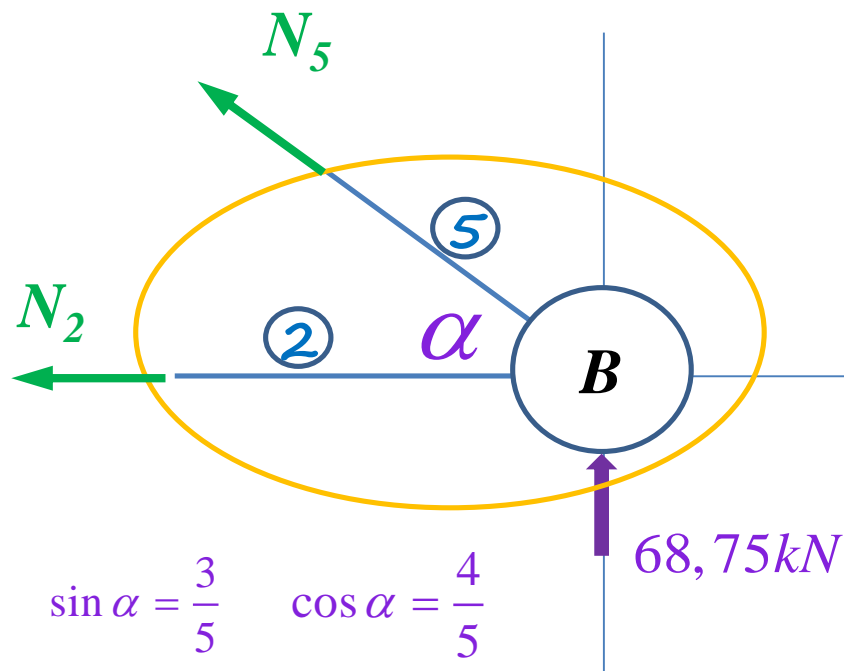
- Até 3 barras podem ser determinadas por cada corte de Ritter!
- Podem ser cortadas quantas barras forem necessárias!

# TRELIÇAS – Método dos Nós



Cortes de Ritter em torno dos nós!

## Corte de Ritter em torno do nó B:



$$\sum_i F_H^i = -N_2 - N_5 \cos \alpha = 0$$

$$N_2 = -\frac{4}{5} N_5$$

$$\sum_i F_V^i = N_5 \sin \alpha + 68,75 = 0$$

$$N_5 = -\frac{5}{3} 68,75 = -114,5833 \text{ kN}$$

*Compressão!*

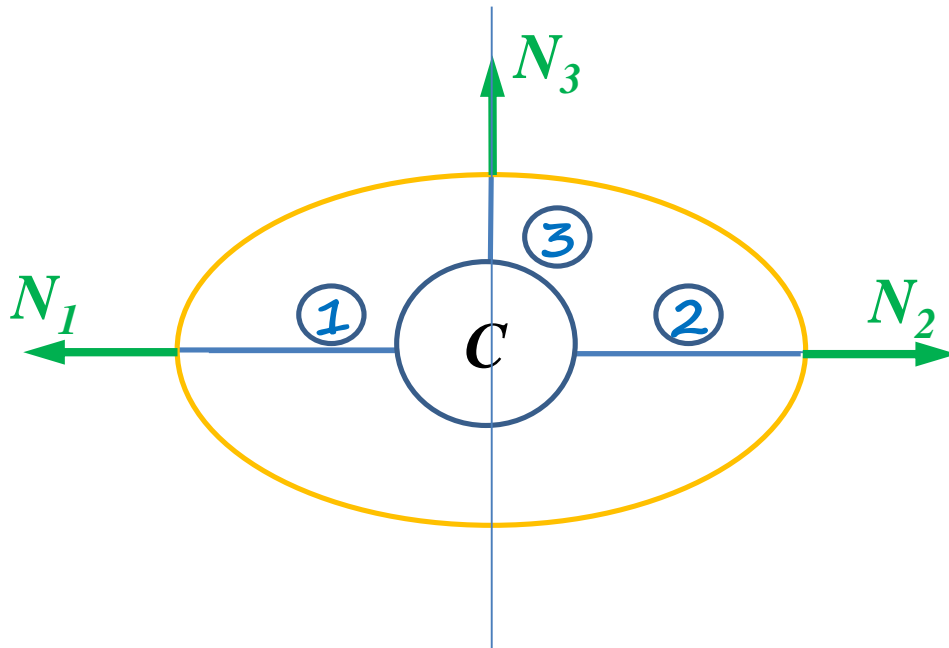
$$N_2 = -\frac{4}{5} \times (-114,5833) = +91,667 \text{ kN}$$

*Tração!*

$$\sum_i M_{(B)}^i = 0$$

Trivial!  $\Rightarrow$  O Método dos nós gera apenas duas equações de equilíbrio de forças para cada nó!

Corte de Ritter em torno do nó C:



$$\sum_i F_V^i = N_3 = 0$$

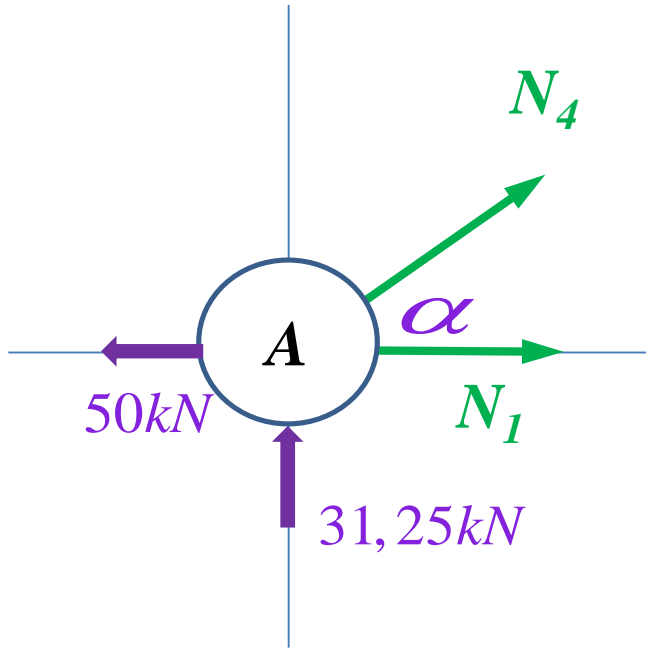
Pode-se concluir por  
simples inspeção!

$$\sum_i F_H^i = N_2 - N_1 = 0$$

$$N_1 = N_2 = +91,667 \text{ kN}$$



Nó A:



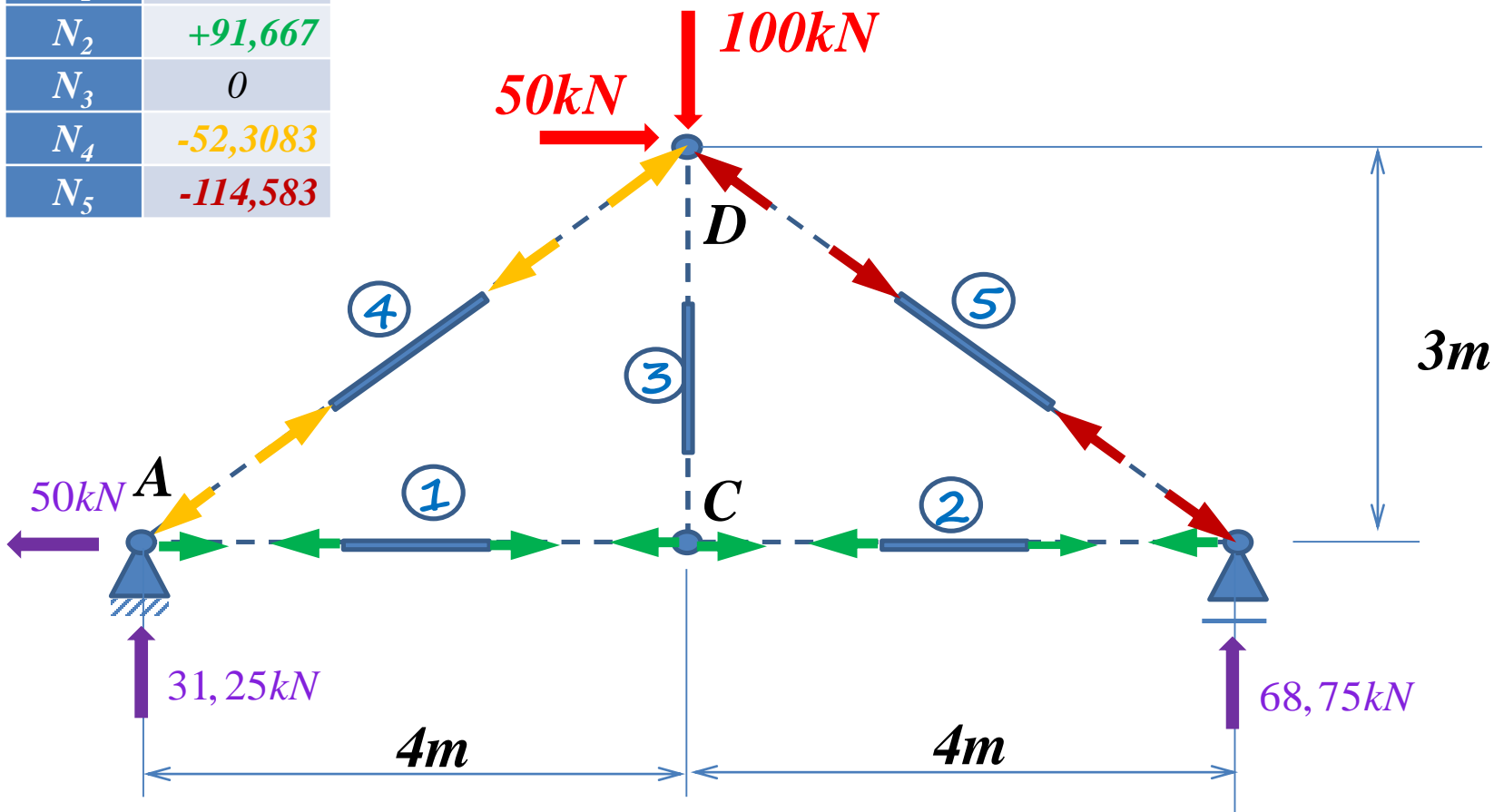
$$\sum_i F_V^i = N_4 \sin \alpha + 31,25 = 0$$

$$N_4 = -\frac{5}{3} 31,25 = -52,083kN$$

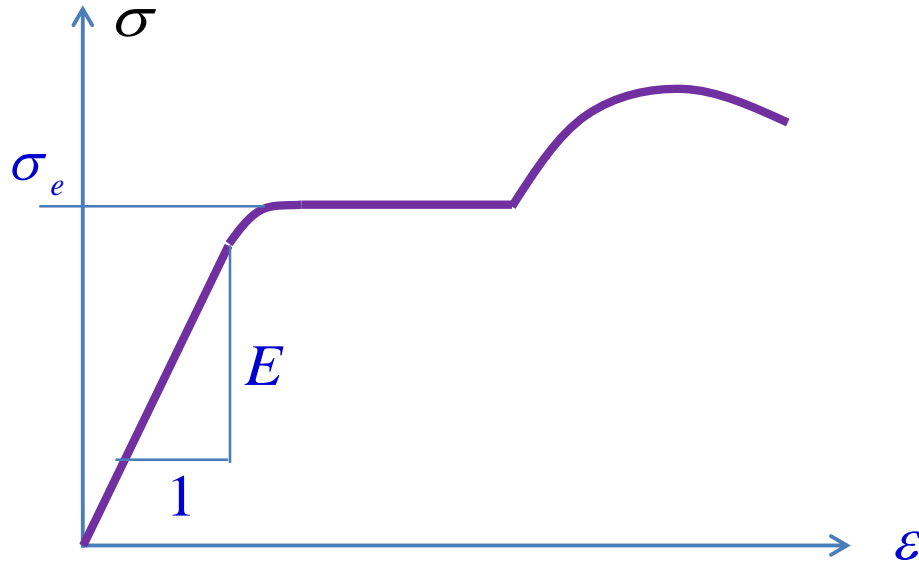
Sobram 3 equações de equilíbrio nodal: que servem de verificação:

- Equilíbrio horizontal do nó A
- Equilíbrio horizontal e vertical do nó D

	[kN]
$N_1$	+91,667
$N_2$	+91,667
$N_3$	0
$N_4$	-52,3083
$N_5$	-114,583



## Dimensionamento:



$$E = 210GPa$$

$$\sigma_{\text{lim}} = \sigma_e = 250MPa$$

$$s = 2 \quad (\text{coeficiente de seguran\c{c}a})$$

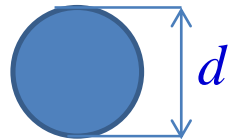
Tens\c{a}o admiss\c{i}vel:

$$\bar{\sigma} = \frac{\sigma_{\text{lim}}}{s} = \frac{250}{2} = 125MPa$$

1. Barras Tractionadas:

$$\sigma = \frac{N}{A} \leq \bar{\sigma}$$

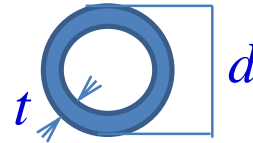
1.1. Adotando barra circular, de diâmetro 'd':



$$A = \frac{\pi d^2}{4} \geq \frac{N}{\bar{\sigma}}$$

$$d \geq \sqrt{\frac{4N}{\pi\bar{\sigma}}} = \sqrt{\frac{4 \times 91,667 \times 10^3}{\pi \times 125 \times 10^6}} = 0,0306m = 3,06cm$$

## 1.2. Escolha de um perfil comercial:



$$A \geq \frac{N}{\bar{\sigma}} = \frac{91,667 \times 10^3}{125 \times 10^6} = 7,33 \times 10^{-4} \text{ m}^2 = 7,33 \text{ cm}^2$$

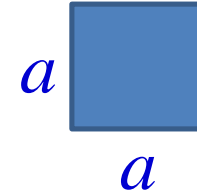
### Catálogo Vallourec & Mannesmann:

Diâmetro externo	Espessura da parede	Massa linear	Superfície de corte transversal	Segundo momento da superfície	Raio de inércia	Momento elástico de resistência	Momento plástico de resistência
D	T	M	A	I	i	W <sub>el</sub>	W <sub>pl</sub>
mm	mm	kg/m	cm <sup>2</sup>	cm <sup>4</sup>	cm	cm <sup>3</sup>	cm <sup>3</sup>
48,3	2,9	3,25	4,14	10,7	1,61	4,43	5,99
	5,6	5,90	7,51	17,4	1,52	7,21	10,3
	6,3	6,53	8,31	18,7	1,50	7,76	11,2
60,3	3,2	4,51	5,74	23,5	2,02	7,78	10,4
	3,6	5,03	6,41	25,9	2,01	8,58	11,6
	4,0	5,55	7,07	28,2	2,00	9,34	12,7
	4,5	6,19	7,89	30,9	1,98	10,2	14,0
76,1	3,2	5,75	7,33	48,8	2,58	12,8	17,0
	3,6	6,44	8,20	54,0	2,57	14,2	18,9
	4,0	7,11	9,06	59,1	2,55	15,5	20,8



## 2. Barras Comprimidas:

2.1. Adotando seção quadrada maciça, de lado 'a':



$$A = a^2$$

$$I = \frac{a^4}{12}$$

(Nota: não é uma escolha prática, é apenas para exercitar as fórmulas!)

1º Critério: Tensão Normal:

$$|\sigma_{\max}| = \frac{N_{\max}^c}{A} \leq \bar{\sigma}$$

$$N_{\max}^c = -114,4583 \text{ kN} \quad |\sigma| = \frac{|-114,4583 \times 10^3|}{a^2} \leq 125 \times 10^6$$

$$a \geq \sqrt{\frac{114,4583 \times 10^3}{125 \times 10^6}} = 0,0303 \text{ m} = 3,03 \text{ cm}$$

## 2. Barras Comprimidas:

2º Critério: Estabilidade

$$|N| \leq \frac{P_{crit}}{s}$$



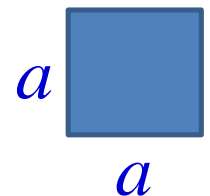
$$P_{crit} = \frac{\pi^2 EI}{l_{fl}^2} = \frac{\pi^2 EI}{l^2}$$

$$|N_{max}^c| \leq \frac{1}{s} \frac{\pi^2 EI}{l^2}$$

$$I = \frac{a^4}{12} \geq \frac{s l^2 |N_{max}^c|}{\pi^2 E}$$

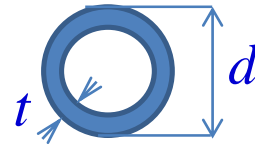
$$a \geq \sqrt[4]{\frac{12 s l^2 |N_{max}^c|}{\pi^2 E}} = \sqrt[4]{\frac{12 \times 2 \times 5^2 \times 114,4583 \times 10^3}{\pi^2 \times 210 \times 10^9}} = 0,076m$$

$$a \geq 7,6cm$$



## 2. Barras Comprimidas:

2.1. Escolha de um perfil comercial:



1º Critério: Tensão Normal:

$$\frac{N_{\max}^c}{A} \leq \bar{\sigma}$$

$$A \geq \frac{N_{\max}^c}{\bar{\sigma}}$$

$$A \geq \frac{|-114,4583 \times 10^3|}{125 \times 10^6} = 9,157 \times 10^{-4} \text{ m}^2 = 9,157 \text{ cm}^2$$

2º Critério: Estabilidade

$$|N_{\max}^c| \leq \frac{1}{s} \frac{\pi^2 EI}{\ell^2}$$

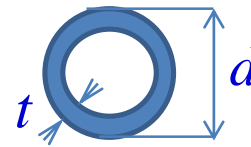
$$I \geq \frac{s \ell^2 |N_{\max}^c|}{\pi^2 E}$$

$$I \geq \frac{2 \times 5^2 \times 114,4583 \times 10^3}{\pi^2 \times 210 \times 10^9} = 2,76 \times 10^{-6} \text{ m}^4 = 276 \text{ cm}^4$$



## 2. Barras Comprimidas:

### 2.1. Escolha de um perfil comercial:



$$A \geq 9,157 \text{ cm}^2$$

$$I \geq 276 \text{ cm}^4$$

Perfis MSH de seção circular

Diâmetro externo	Espessura da parede	Massa linear	Superfície de corte transversal	Segundo momento da superfície
D	T	M	A	I
mm	mm	kg/m	cm <sup>2</sup>	cm <sup>4</sup>
76,1	3,2	5,75	7,33	48,8
	3,6	6,44	8,20	54,0
	4,0	7,11	9,06	59,1
	4,5	7,95	10,1	65,1
88,9	17,5	25,3	32,2	151
	20,0	27,7	35,2	156
	3,6	7,57	9,65	87,9
	4,0	8,38	10,7	96,3
114,3	17,5	30,8	39,3	265
	20,0	34,0	43,3	279
	25,0	39,4	50,2	295
	3,6	7,57	9,65	87,9

Perfis MSH de seção circular

Diâmetro externo	Espessura da parede	Massa linear	Superfície de corte transversal	Segundo momento da superfície
D	T	M	A	I
mm	mm	kg/m	cm <sup>2</sup>	cm <sup>4</sup>
101,6	4,0	9,63	12,3	146
	8,8	20,1	25,7	279
	10,0	22,6	28,8	305
	---	---	---	---
114,3	4,0	10,9	13,9	211
	4,5	12,2	15,5	234
	5,0	13,5	17,2	257
	5,6	15,0	19,1	283
139,7	4,5	15,0	19,1	437
	5,0	16,6	21,2	481
	5,6	18,5	23,6	531
	6,3	20,7	26,4	589

