

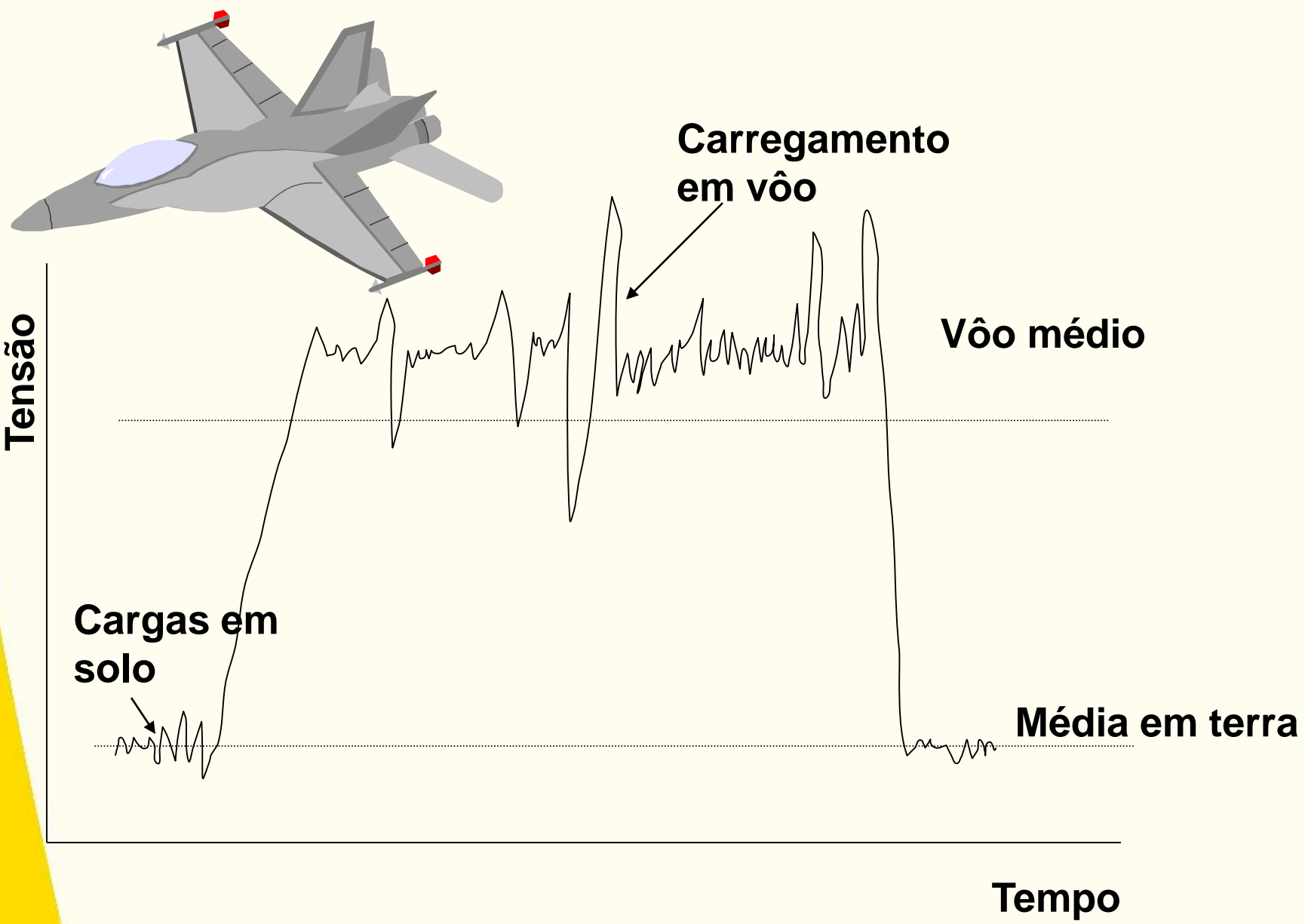


# **Carregamentos de Amplitudes Variável**

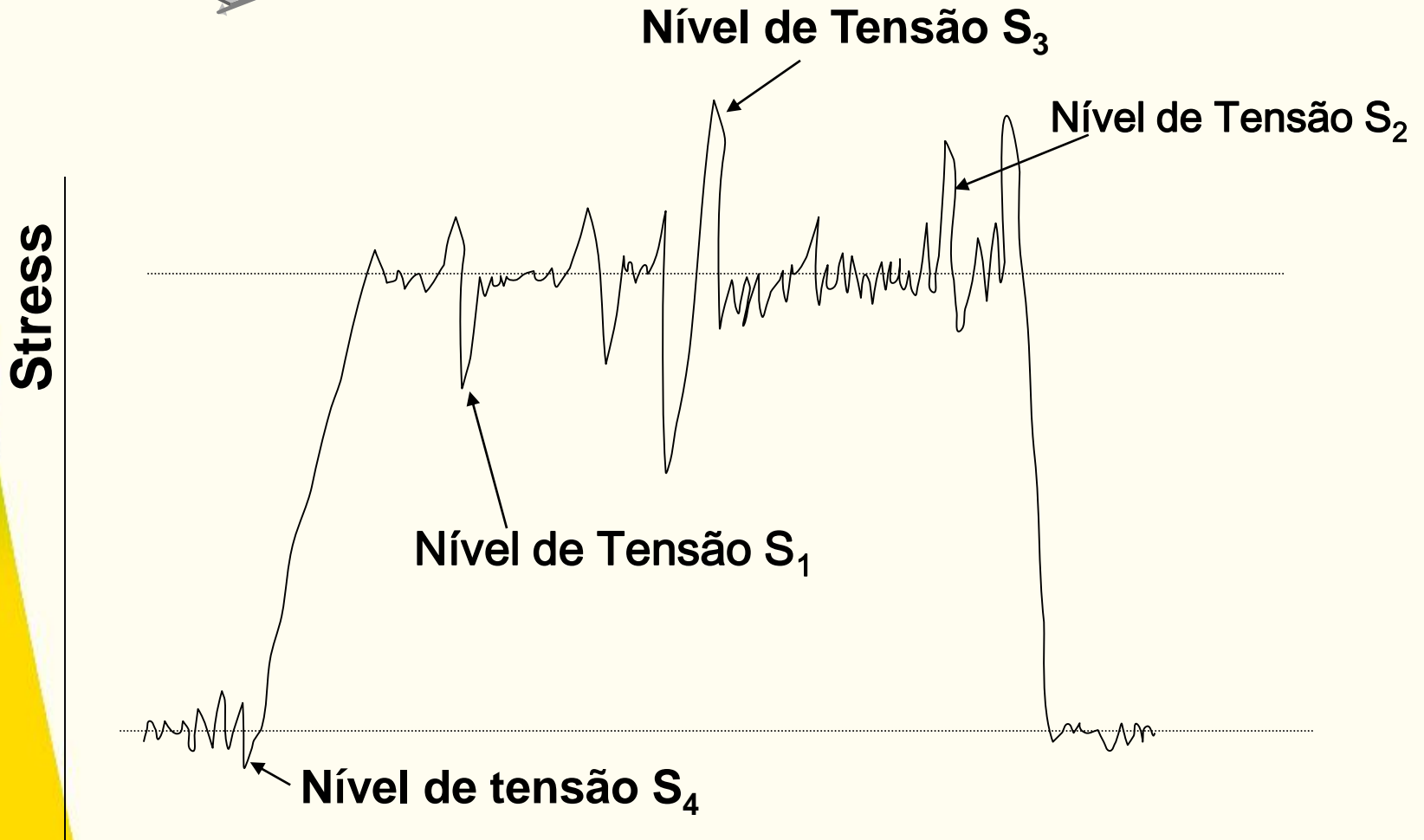
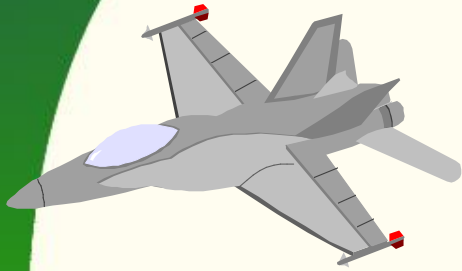
**Waldek Wladimir Bose Filho, PhD**

**NEMAF – Núcleo de Ensaio de  
Materiais e Análise de Falhas**

# Repetição ou Variação de Carga

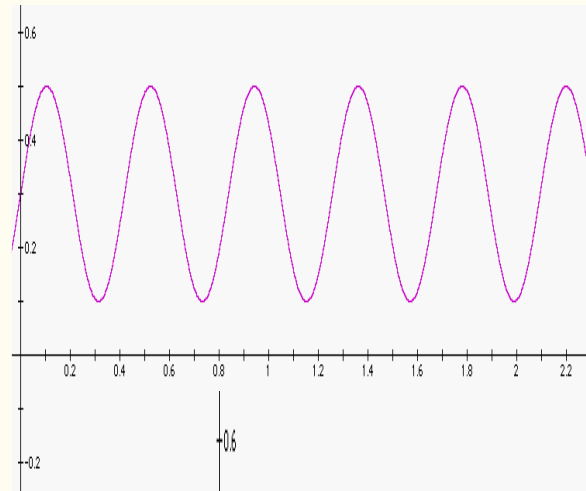
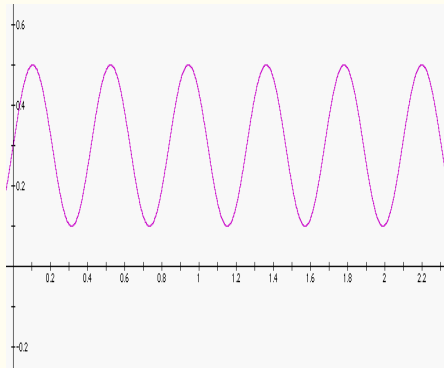


# Estudo do Espectro de Tensão Aplicada



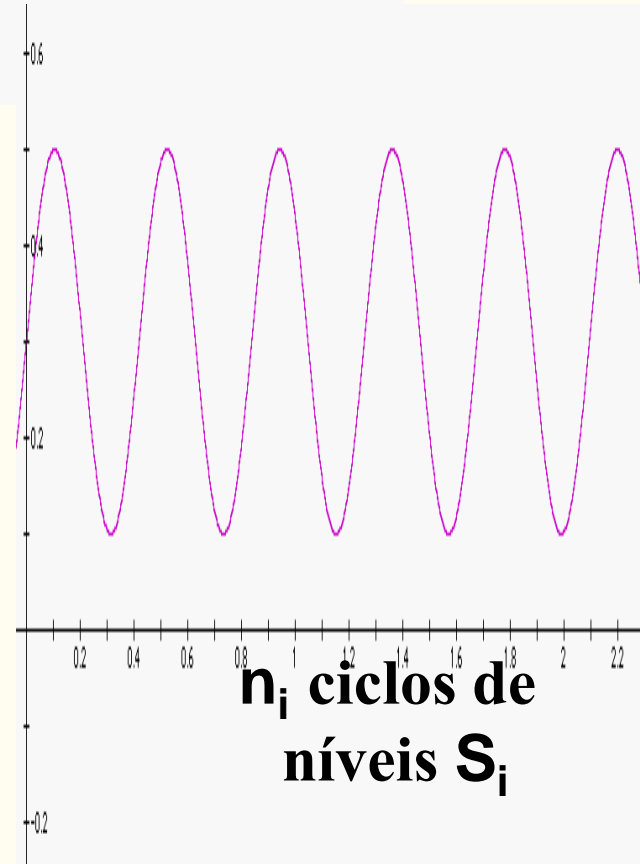
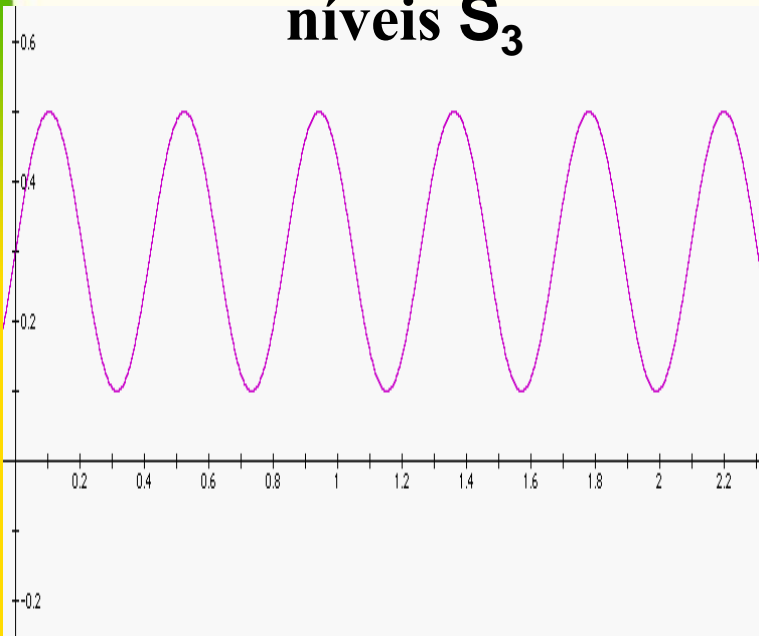
# Frequencia dos Níveis de tensão Aplicados

$n_1$  Ciclos de níveis  $S_1$



$n_2$  ciclos de níveis  $S_2$

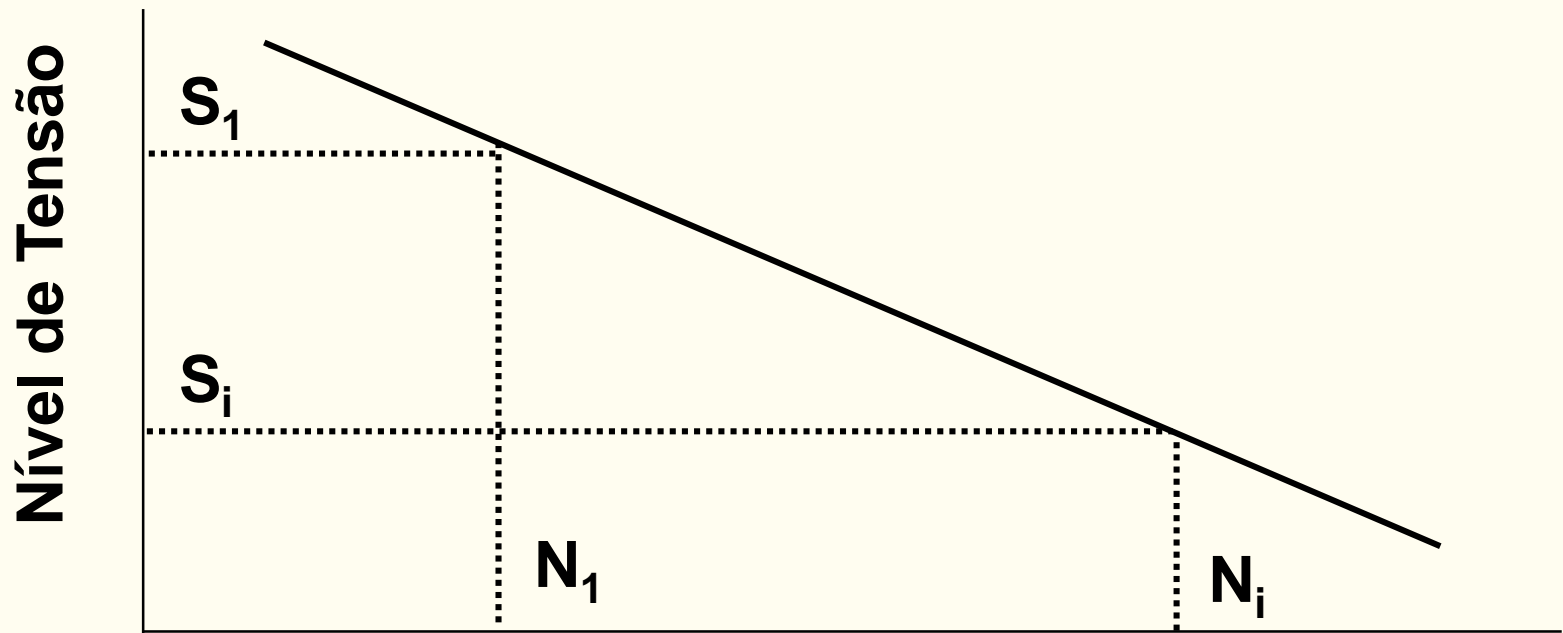
$n_3$  ciclos de níveis  $S_3$



$n_i$  ciclos de níveis  $S_i$

## Dados S - N para vários níveis de tensão

$N_1$  Números de ciclos para falhar se o componente é submetido a somente  $S_1$  e assim por diante, sendo  $N_i$  Números de ciclos para falhar se o componente é submetido a somente  $S_i$



Núm. De ciclos para falhar,  $N$

Assim, a fração de dano causado por  $S_i$  em 01 ciclo

$$D_i = \frac{1}{N_i}$$

**O dano acumulado total** devido a uma história de tensão aplicada

$$\begin{aligned} D &= \sum_1^n D_i = \sum \frac{n_i}{N_i} \\ &= \frac{n_1}{N_1} + \frac{n_2}{N_2} + \frac{n_3}{N_3} + \dots + \frac{n_k}{N_k} \end{aligned}$$

**A falha irá acontecer se**

$$D = \sum \frac{n_i}{N_i} \geq 1$$

**Regra de Palmgren – Miner  
ou regra de Miner**

## Comentários sobre a regra de MINER:

- Modelo linear de dano acumulado.
- Muito fácil de usar e implementar.

**- Não leva em conta a seqüência de aplicação de cargas ou tensões**

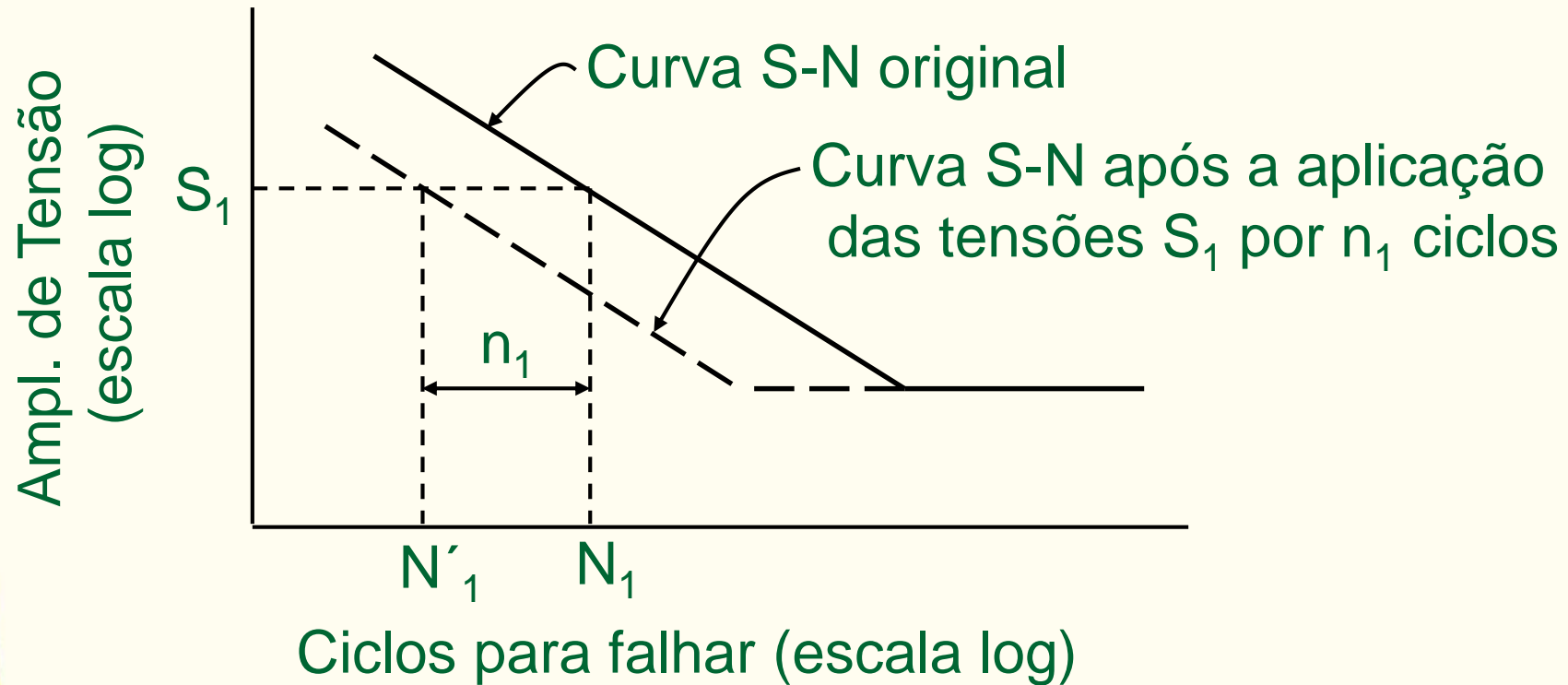
Exemplo: A regra de Miner prediz o mesmo dano para seqüências de alta para baixa tensões e de baixa para alta tensões. Na práticas estas histórias de carregamentos apresentam diferentes danos.

**-Prediz que a taxa de dano acumulado é independente do nível de tensão.**

Em altas amplitudes de deformação a nucleação de tricas iniciarão em poucos ciclos e em baixas amplitudes de deformação quase que toda vida é gasta para nucleação.

# Efeitos da regra de Miner sobre a curva S-N

$N'_1 = (N_1 - n_1)$  é o novo valor de vida no nível  $S_1$  após ter sido submetido a  $n_1$  ciclos.







# Implementação da regra de Miner

- **Estabeleça a história de carregamento/tensão para a estrutura.**
- **Espectro de tensão:**

Nível de tensão(Tensão alternada e média) versus o número de ocorrências em uma unidade de operação (tal como dia, hora, ano, vôos, etc.)
- **Analise a geometria do componente para  $K_t$  , etc.**
- **Obtenha os dados S-N para o material correspondente ao  $K_t$  e níveis de tensão.**
- **Calcule o dano acumulado por unidade de operação usando a regra de Miner.**

## Exemplo da Implementação da regra de Miner

Um componente aeronáutico, sem entalhe e previamente sem tensões, fabricado de liga de Al é submetido a uma tensão alternada de 207 MPa e uma tensão média variável como segue:

$\sigma_m = 0$  para 10 ciclos/vôo

$\sigma_m = 69$  MPa para 6 ciclos/vôo

$\sigma_m = 138$  MPa para 3 ciclos/vôo

$\sigma_m = 207$  MPa para 0,2 “

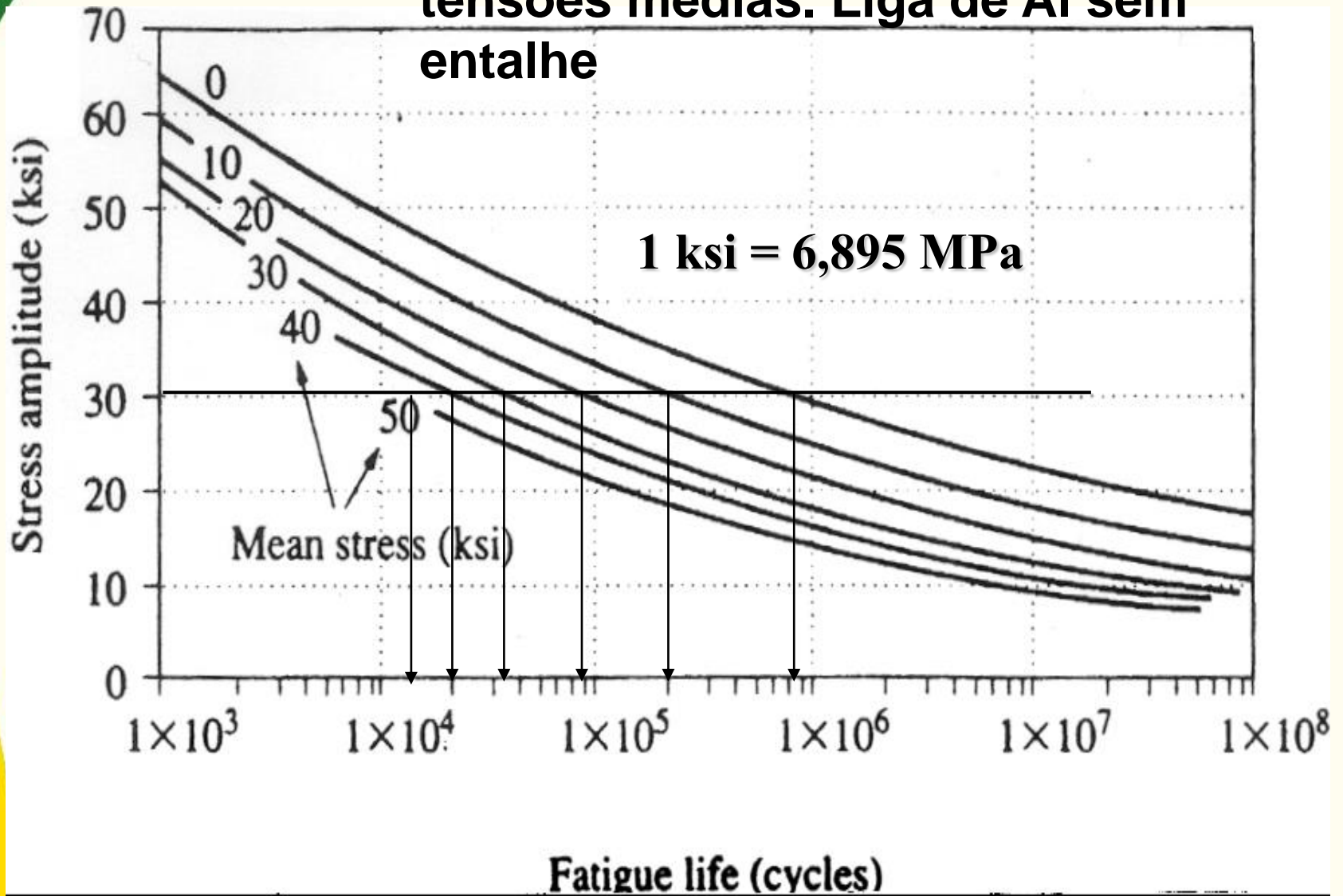
$\sigma_m = 276$  MPa para 0,1 “

$\sigma_m = 345$  MPa for 0,05 “

Os dados S-N para o material sem entalhe é dado no diagrama A-M.

- a) Estime a vida em fadiga em número de vôos.
- b) Usando um fator de espalhamento de 3 (coef. de segurança), estime a vida segura em vôos se a média de vôo é de 45 min.

# Diagrama S - N para diferentes tensões médias. Liga de Al sem entalhe



**Da curva S-N**

**Solução:**

$\sigma_a$ MPa	$\sigma_m$ MPa	Nº. of Ocorr. por voô, <b>n</b>	Nº. de ciclos para falhar, <b>N</b>	[n/N] ( $10^6$ )
207(30)	0	10	955.000	10,4712
207(30)	69 (10)	6	272.000	22,0588
207(30)	138 (20)	3	103.000	29,1262
207(30)	207(30)	0,2	46.400	4,31034
207(30)	276(40)	0,1	23.700	4,21941
207(30)	345(50)	0,05	13.200	3,78788
$\Sigma(n/N)$				73,9738

**A partir do espectro de tensões**

**Continuação:**

**Dano por vôo,  $D_f = \sum(n/N) = 73,9738 \times 10^{-6}$**

**Dano Total na vida,  $D = (\text{Dano por vôo}) \times (\text{Núm. de vôos})$**

**Falha ocorre quando  $D = 1$**

**$D = 1 \Rightarrow = 73,9738 \times 10^{-6} \times (\text{Num. de vôos}) = 1$**

**Num. de vôos estimados para falhar = 13.515**

**Num. de vôos seguros = 13.515/(fator de espalhamento)**

**Num. de vôos seguros = 4.505**

**Num de horas de vôos seguros = 4.505 (45/60)= 3.378 Hr.**

# Teoria do Dano Não Linear

**Para superar os problemas na regra de Miner**

- As teorias não lineares exigem constantes adicionais do material e de geometria que devem ser obtidas a partir de ensaios.**
- A teoria não linear leva em conta o efeito da história. Cálculos pode ser trabalhoso.**
- Elas fornecem uma melhor previsão do que a regra de Miner em alguns históricos de carregamentos simples, mas não é garantia de que ela funciona melhor do que a aplicação real da historia de carregamento real.**

## **Descrição geral das teorias não lineares:**

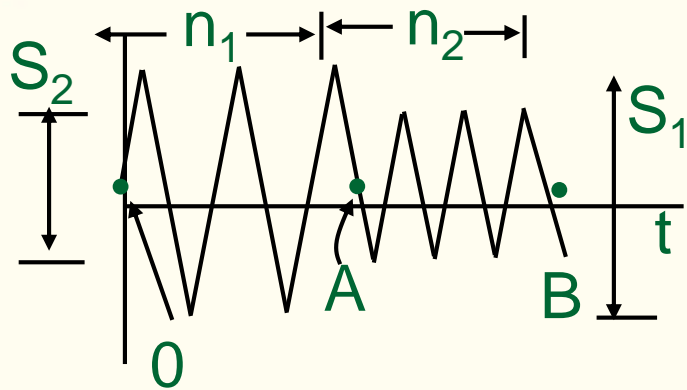
$$D = \left( \frac{n}{N} \right)^p$$

**O expoente,  $p$ , é função do nível de tensão.  
Geralmente,  $0 < p < 1$**

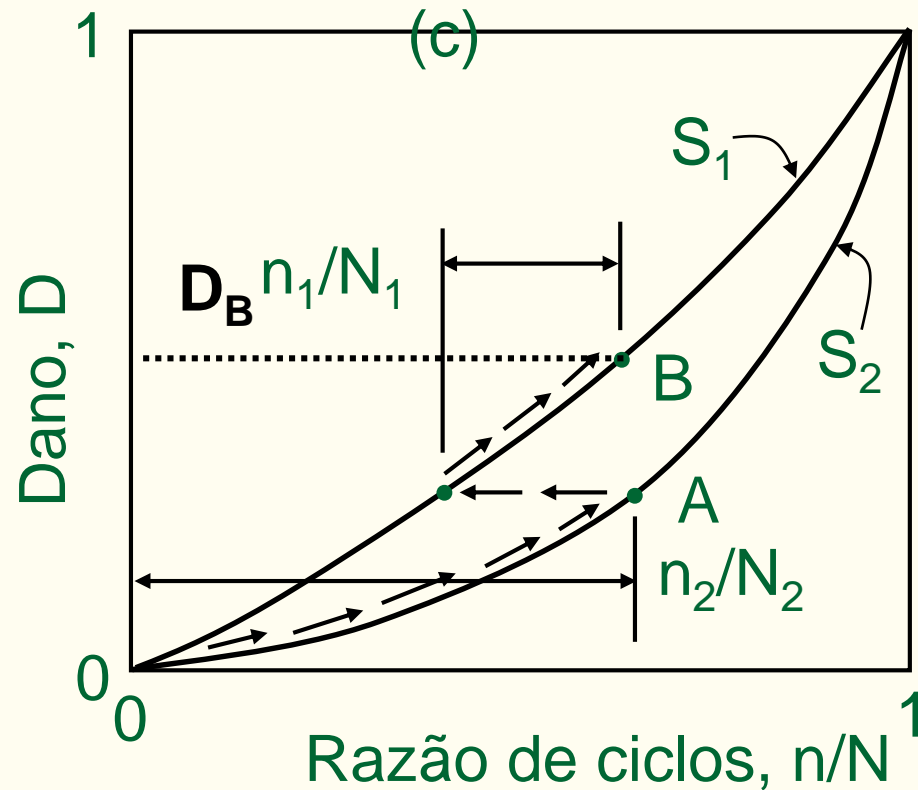
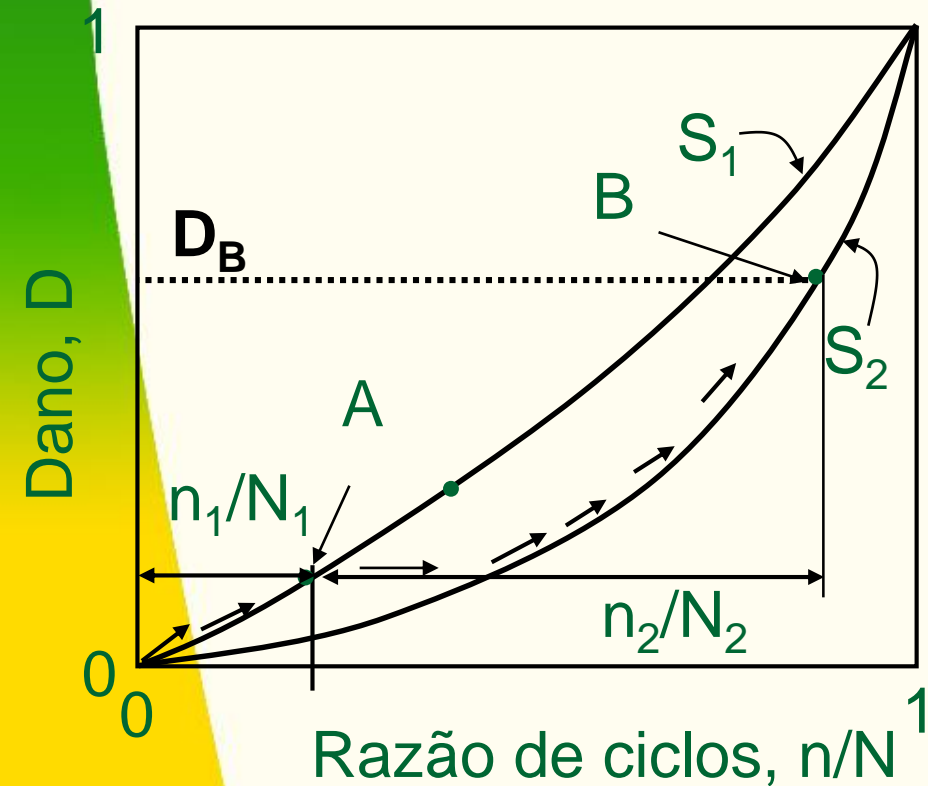
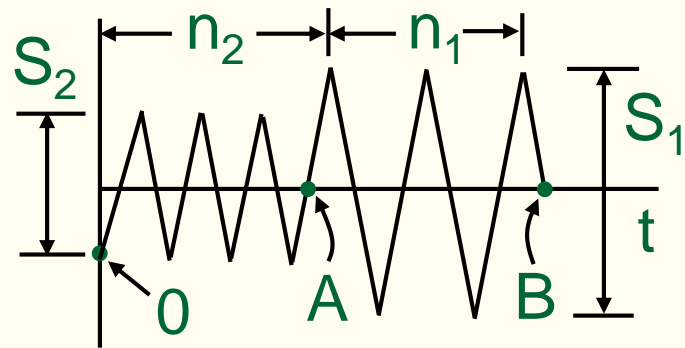
**para  $p = 1$ , recorre-se a regra linear do dano de Miner**



## Alta - Baixa



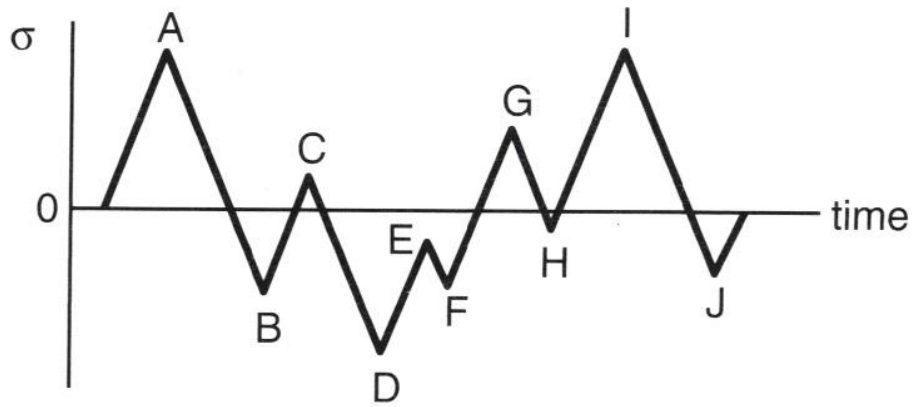
## Baixa - Alta



Dano  $D_B$  no final dos blocos de carregamentos são diferentes.



**Contagem de Ciclos Para Histórias de  
Carregamentos Irregulares  
Rain Flow**

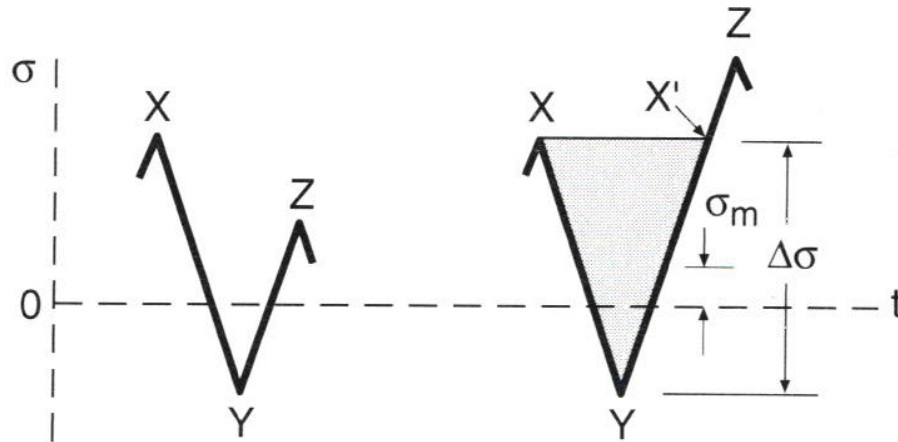


Peaks: A, C

Valleys: B, D

Simple ranges: A-B, B-C

Overall ranges: A-D, D-G



$\Delta\sigma_{YZ} < \Delta\sigma_{XY}$   
No cycle

$\Delta\sigma_{YZ} \geq \Delta\sigma_{XY}$   
X-Y = cycle

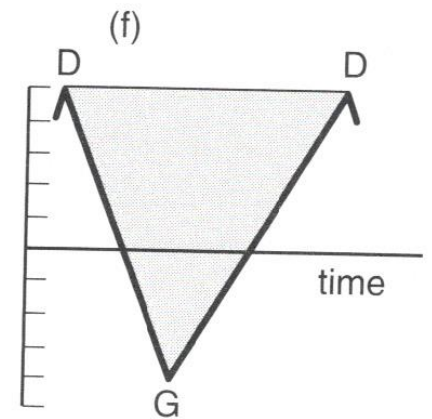
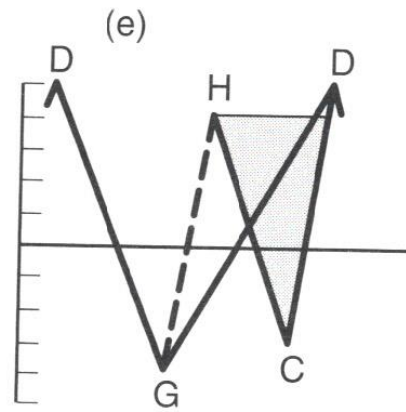
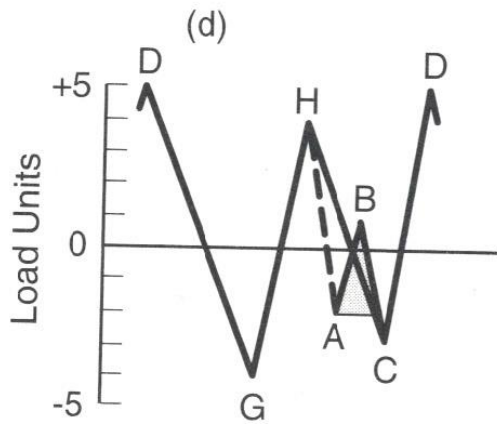
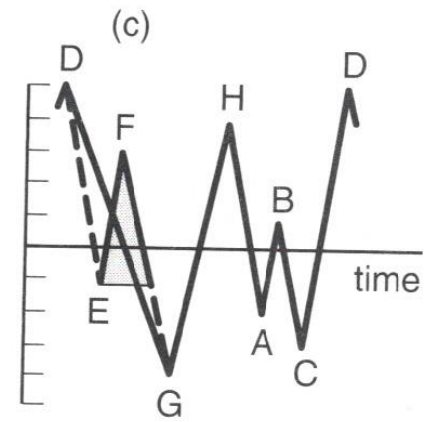
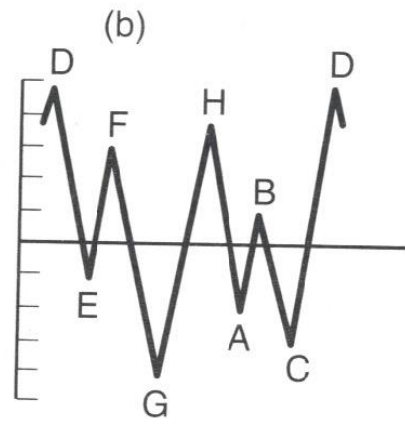
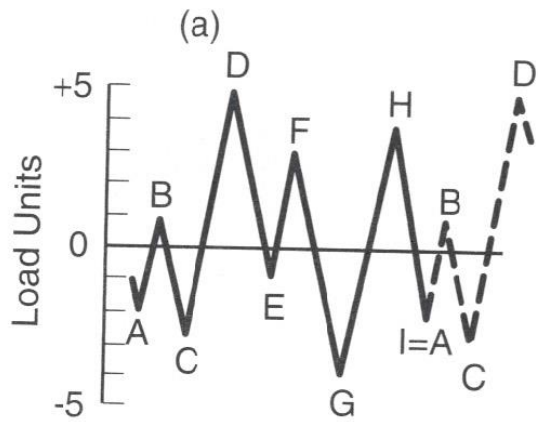
For cycle X-Y

Peak:  $\sigma_X$

Valley:  $\sigma_Y$

Range:  $\Delta\sigma = \sigma_X - \sigma_Y$

Mean:  $\sigma_m = (\sigma_X + \sigma_Y)/2$



Cycle	Range	Mean
E-F	4.0	1.0
A-B	3.0	-0.5
H-C	7.0	0.5
D-G	9.0	0.5

## EXEMPLO

- Em um local de interesse em um componente aeronáutico feito de uma liga de Ti-6Al-4V da Tabela 9.1; o material é repetidamente carregado uniaxialmente com uma história de carregamento da figura abaixo. Estime o número de repetições necessárias para causar a falha do componente.

Constantes para a curva S-N para materiais estruturais  
 -CPS ensaiados com tensão média igual a zero e sem entalhe e carregamento axial(Ref: Dowling)

Materiais	$S_y$	$S_u$	$S = \sigma'_f (2N_f)^b = A(N_f)^b$			$\sigma_a = C + D \log N_f$	
			$\sigma'_f$	A	b	C	D
<b><u>Aços</u></b>							
AISI 1015 (N)	227	415	976	886	-0.14	545	-69.6
Man-Ten (HR)	322	557	1089	1006	-0.115	703	-83.0
RQC-100 (R Q&T)	683	758	938	897	-0.0648	780	-68.9
AISI 4142 (Q&T, 450 HB)	1584	1757	1937	1837	-0.0762	1529	-148
AISI 4340 (qualidade aeronáutica)	1103	1172	1758	1643	-0.0977	1247	-137
<b><u>Liga de Al</u></b>							
2024-T4	303	476	900	839	-0.102	624	-69.9
<b><u>Liga de Ti</u></b>							
Ti-6Al-4V (Solubilizada e envelhecida)	1185	1233	2030	1889	-0.104	1393	-157

(N) Normalizada, (HR) laminado a quente.  $S_y$ ,  $S_u$ ,  $\sigma'_f$ , A, C e D estão em MPa. Os dados são para fadiga de alto ciclo  $10^3 < N < 10^6$

- A contagem de ciclos inicia no primeiro ponto no nível A e termina quando a história retorna a este ponto, em A'. Considerando os eventos:
  - A1-B1-A2 um ciclo é contado neste nível.
  - A2-B2-A3
  - A3-B3-A4
  - O próximo evento A4-C1-D1 será considerado mas não contado.
  - C1-D1-C2 outro ciclo de outro nível e assim por diante até 100 ciclos serem formados.
  - Neste ponto todos os ciclos foram considerados menos os ciclos A4, E e A'. Estes foram o maior ciclo que pode ser formado.

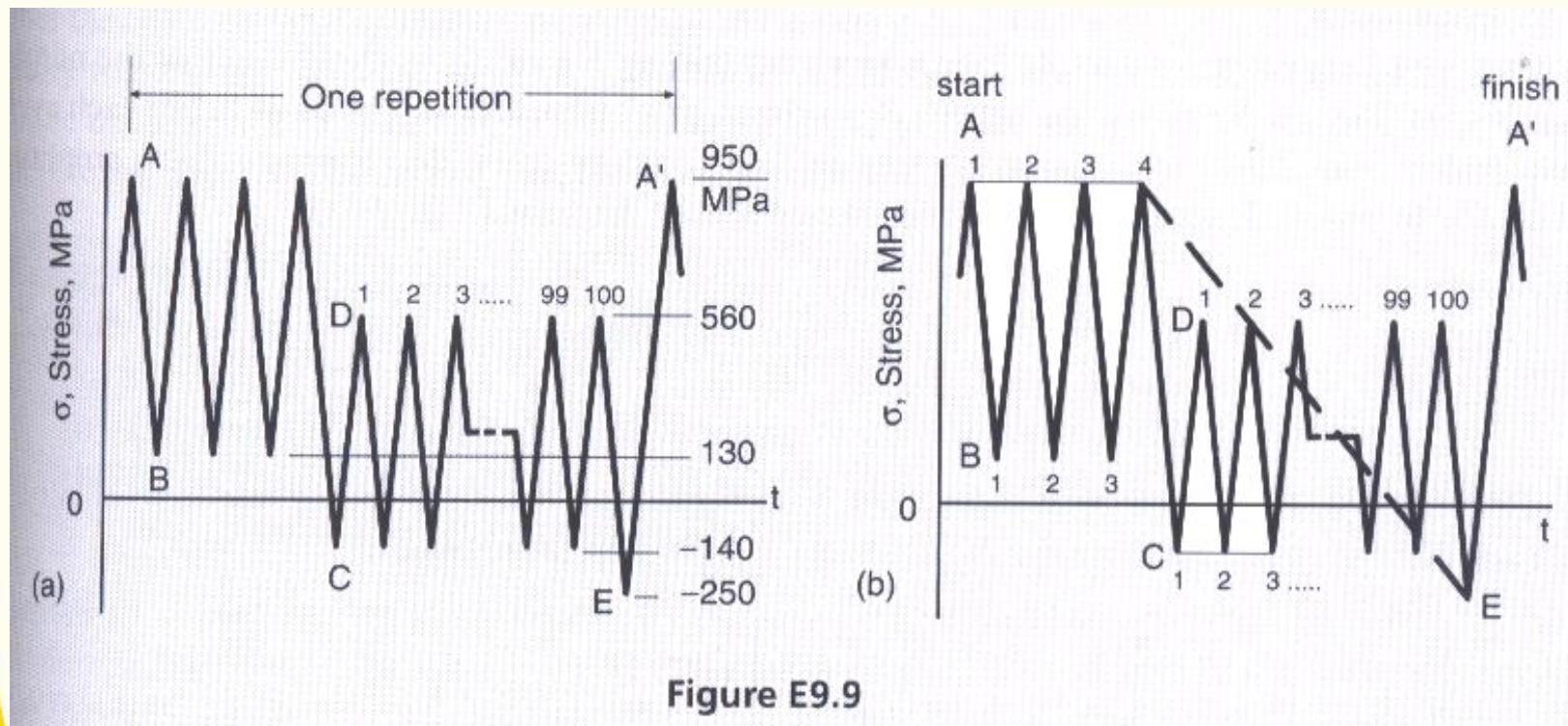


Figure E9.9

Ciclo	j	N <sub>j</sub>	σ <sub>min</sub> MPa	σ <sub>max</sub> MPa	σ <sub>a</sub> MPa	N <sub>fj</sub>	N <sub>j</sub> /N <sub>fj</sub>
A-B	1	3	130	950	410	4,21X10 <sup>4</sup>	7,12X10 <sup>-5</sup>
C-D	2	100	-140	560	350	1,14X10 <sup>6</sup>	8,74X10 <sup>-5</sup>
A-E	3	1	-250	950	600	6,75X10 <sup>3</sup>	1,481X10 <sup>-4</sup>
							<b>Σ=3,068 x10<sup>-4</sup></b>

As constantes  $\sigma'_f$  e b para a liga de Ti-4Al-4V e a equação de SWT

$$\sqrt{\sigma_{\max} \sigma_a} = \sigma'_f (2 N_f)^b \dots\dots\dots (\sigma_{\max} > 0)$$

$$N_f = \frac{1}{2} \left( \frac{\sqrt{\sigma_{\max} \sigma_a}}{\sigma'_f} \right)^{1/b}$$

A estimativa do número de repetições pode ser obtida para :

$$D = B_f \sum \frac{n_i}{N_i} = 1$$

$$B_f = \frac{1}{3,068 \times 10^{-4}} = 3259 \text{ repetições}$$

# Tensão Equivalente e Fator de segurança

- Um procedimento alternativo é o cálculo de um nível de tensão equivalente, de amplitude constante que cause a mesma vida que a história de carregamento de amplitude variável, se aplicada para o mesmo número de ciclos.
- Considere:
  - $N_B$  = ciclos da história de carregamentos;
  - $N_f$  = ciclos para falhar =  $B_f \times N_B$ ;
- Para cada ciclo uma  $\sigma_{ar}$  equivalente pode ser considerada a partir do par (amplitude de tensão e tensão média);

$$B_f \left[ \sum_{j=1}^{N_B} \frac{N_j}{N_{fj}} \right] = 1$$

$$\sigma_{ar} = \sigma'_f (2N_f)^b \Rightarrow N_{fj} = \frac{1}{2} \left( \frac{\sigma_{arj}}{\sigma'_f} \right)^{1/b}$$

- Tratar cada ciclo individualmente, de maneira que  $N_j = 1$  e substitua os valores de  $N_{fj}$  na primeira equação, obtendo:

$$\frac{N_f}{N_B} \left[ \sum_{j=1}^{N_B} 2 \left( \frac{\sigma_{arj}}{\sigma'_f} \right)^{-1/b} \right] = 1 \Rightarrow \sigma'_f (2N_f)^b \left[ \sum_{j=1}^{N_B} (\sigma_{arj})^{-1/b} / N_B \right]^b = 1$$

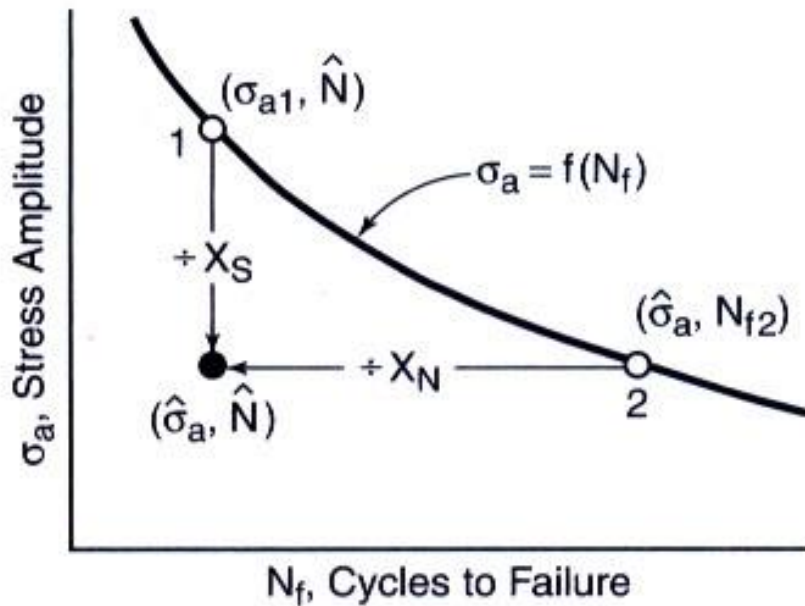
$$\sigma_{aq} = \sigma'_f (2N_f)^b$$

$$\sigma_{aq} = \left[ \sum_{j=1}^{N_B} (\sigma_{arj})^{-1/b} / N_B \right]^{-b} \Rightarrow \sigma_{aq} = \left[ \sum_{j=1}^k N_j (\sigma_{arj})^{-1/b} / N_B \right]^{-b}$$



- Para determinação do fator de segurança, a mesma lógica apresentada pode ser aplicada, sendo  $\sigma_a$  agora  $\sigma_{aq}$  e a curva S-N sendo dada por:

$$\sigma_{aq} = \sigma'_f (2 N_f)^b$$

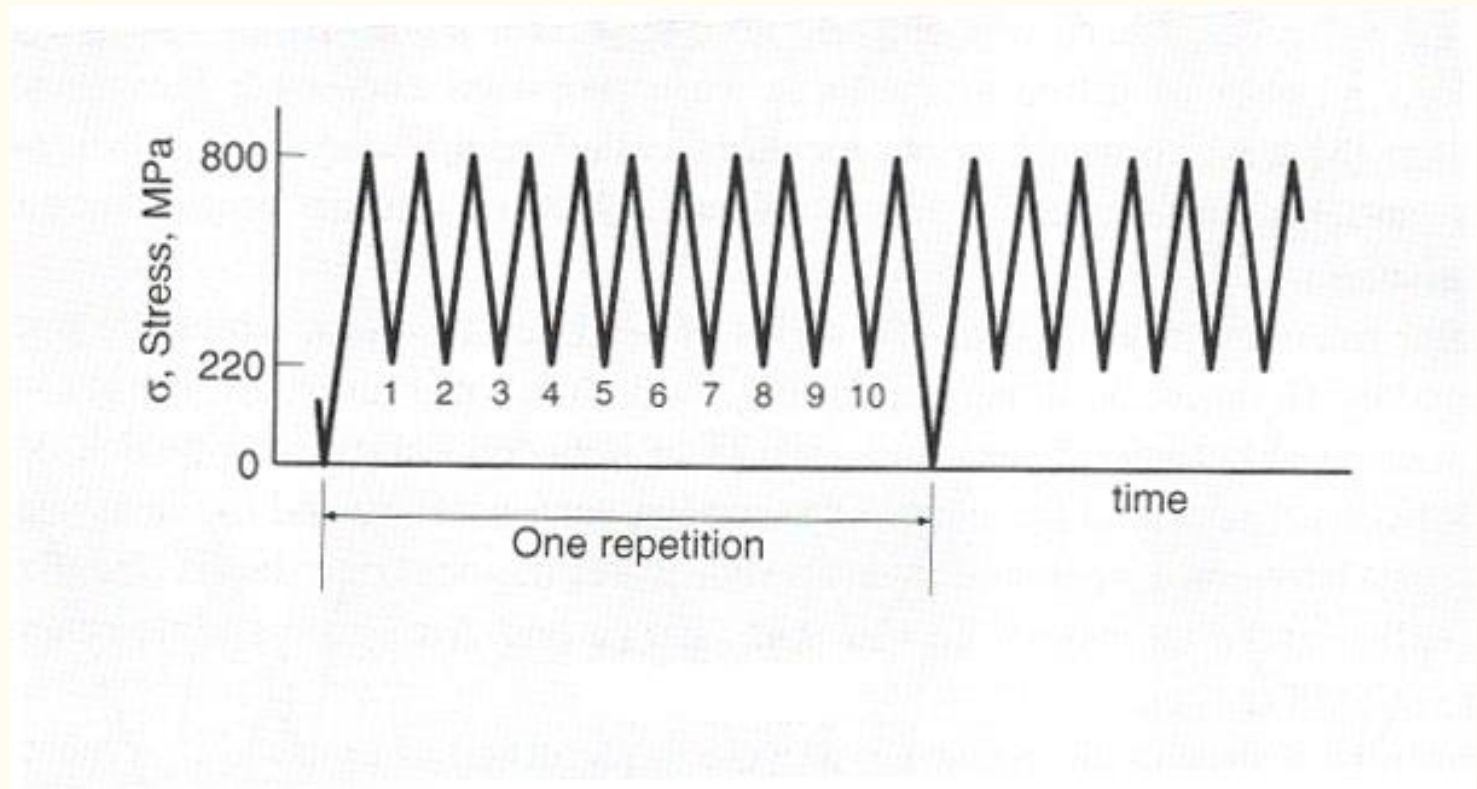


$$X_S = \frac{\sigma_{aq1}}{\hat{\sigma}_{aq}} \dots \dots (N_f = \hat{N})$$

$$X_N = \frac{N_{f2}}{\hat{N}} \dots \dots (\sigma_{aq} = \hat{\sigma}_{aq})$$

$$X_S = X_N^{-b}$$

- Uma história de carregamento é apresentada a seguir, sendo o carregamento uniaxial aplicado em um CP não entalhado fabricado de um aço AISI 4340. Estime o número de repetições necessárias para falhar o CP.



j	Nj	$\sigma_{\min}$	$\sigma_{\max}$	$\sigma_a$	$\sigma_m$	Nfj	Nj/Nfj
1	1	0	800	400	400	$1,36 \times 10^5$	$7,37 \times 10^{-6}$
2	10	220	800	290	510	$1,54 \times 10^6$	$6,51 \times 10^{-6}$

$$\sigma_a = \frac{\sigma_{\max} - \sigma_{\min}}{2} \dots \dots \dots \sigma_m = \frac{\sigma_{\max} + \sigma_{\min}}{2}$$

$$\sigma'_f = 1758 \text{ MPa e}$$

$$b = -0,0977$$

$$N_f = \frac{1}{2} \left( \frac{\sigma_a}{\sigma'_f - \sigma_m} \right)^{1/b}$$

$$B_f \left[ \sum_{j=1}^{N_B} \frac{N_j}{N_{fj}} \right] = 1 \Rightarrow B_f = 1 / 1,388 \times 10^{-5} = 72.000 \dots \text{repeti\c{c}oes}$$

Considere a hist3ria de carregamento anterior e:

- Estime a vida usando o m3todo da tens3o equivalente com amplitude constante.
- Se para esta hist3ria de tens3es 3 esperada 1000 repeti33es, qual o fator de seguran3a em vida e em tens3o?

j	N <sub>j</sub>	σ <sub>min</sub>	σ <sub>max</sub>	σ <sub>a</sub>	σ <sub>m</sub>	σ <sub>arj</sub>	N <sub>j</sub> x (σ <sub>arj</sub> ) <sup>-1/b</sup>
1	1	0	800	400	400	517,8	6,036 x 10 <sup>27</sup>
2	10	220	800	290	510	408,5	5,330 x 10 <sup>27</sup>

$$\sigma_{aq} = \left[ \sum_{j=1}^k N_j (\sigma_{arj})^{-1/b} / N_B \right]^{-b} = [1,137 \times 10^{28} / 11]^{-(-0,0977)} = 435,8 \text{ MPa}$$

Substituindo este valor em e calculando N<sub>f</sub>:

$$\sigma_{aq} = \sigma'_f (2 N_f)^{1/b} \Rightarrow N_f = \frac{1}{2} \left( \frac{\sigma_{aq}}{\sigma'_f} \right)^{1/b} = \frac{1}{2} \left( \frac{435,8}{1758} \right)^{1/-0,0977} = 792.300$$

$$B_f = \frac{N_f}{\sigma'_f} = \frac{792.300}{11} = 72.000$$

O fator de segurança pode ser calculado como:

$$X_N = \frac{N_{f2}}{\hat{N}} = \frac{792.300}{11 \times 1000} = 72,0$$

$$X_S = X_N^{-b} = 72^{-0,0977} = 1,52$$