



EESC-USP



# PARTE 3

## EFEITO DE ENTALHES

Waldek Wladimir Bose Filho, PhD

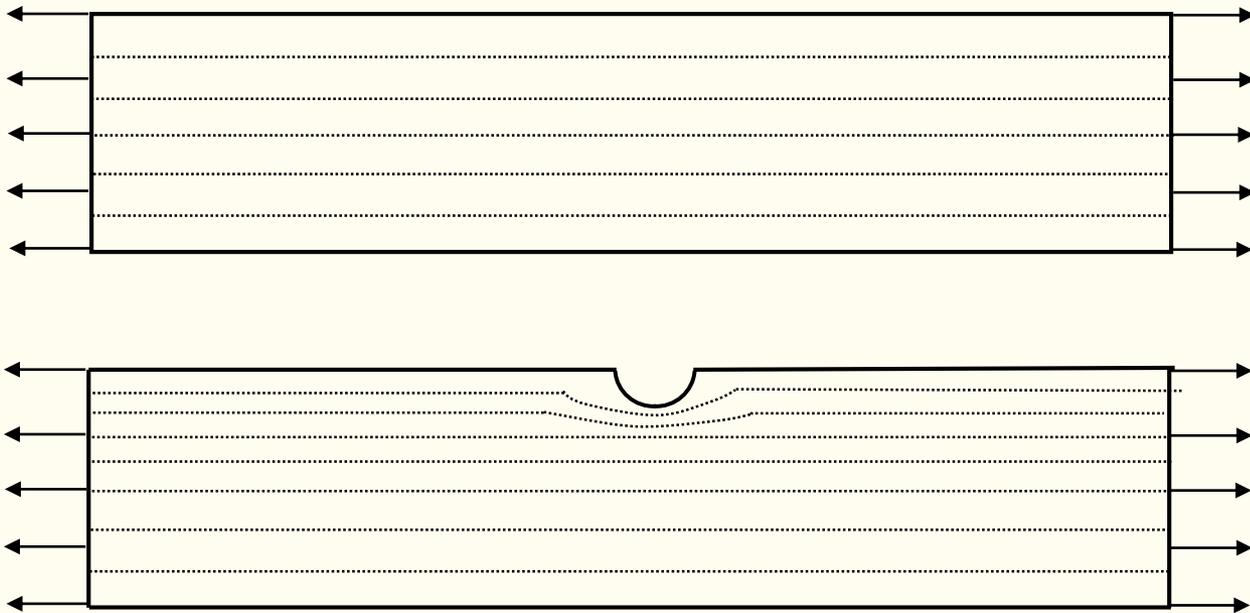
NEMAF – Núcleo de Ensaio de  
Materiais e Análise de Falhas



## Efeitos de Entalhe

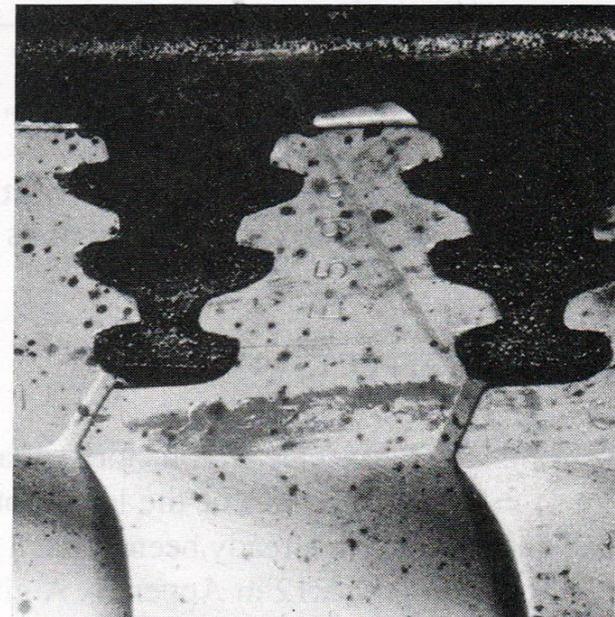
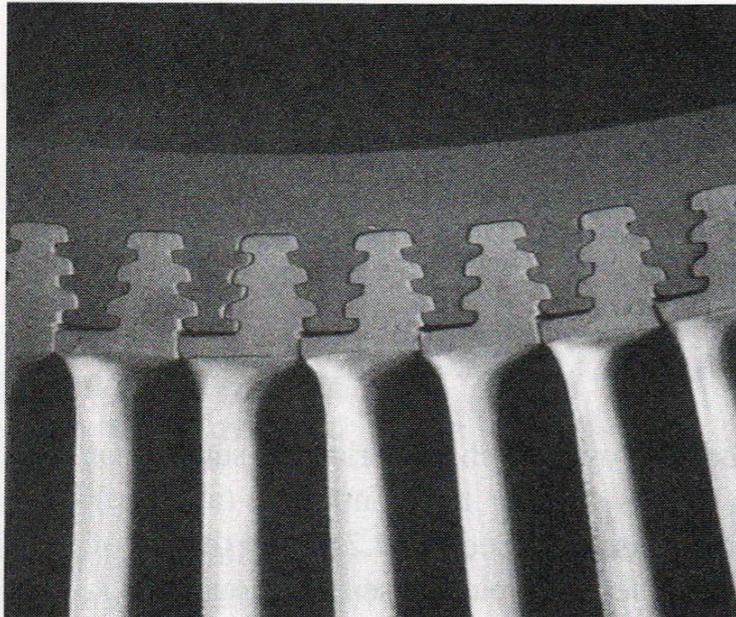
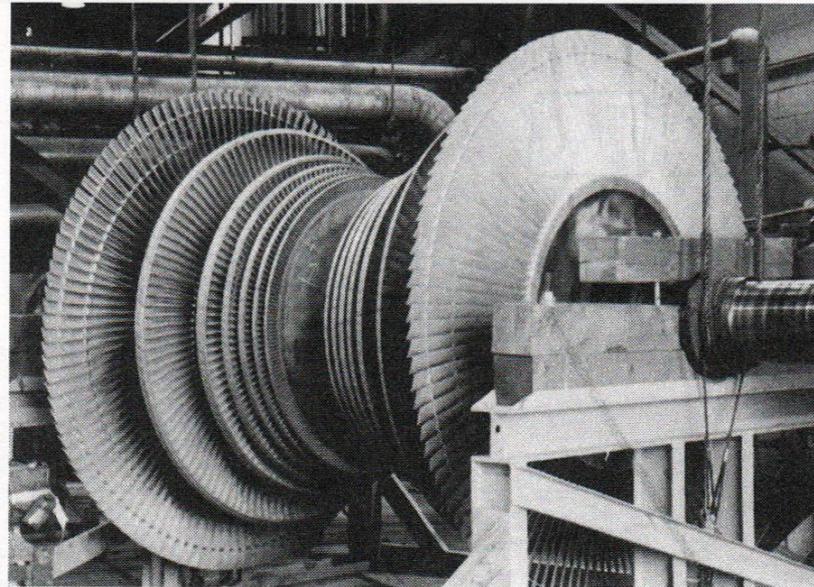
EESC-USP

- Máquinas, componentes e membros estruturais possuem alguma forma de descontinuidades
- Descontinuidade atuam como concentradores de tensão que aumentam localmente a tensão.





EESC-USP





EESC-USP

## Efeito de Entalhes – Fator Concentrador de Tensão



$S$  – tensão nominal (baseada na área da seção )

Fator concentrador de tensão: 
$$K_t = \frac{\sigma_{\max}}{S}$$

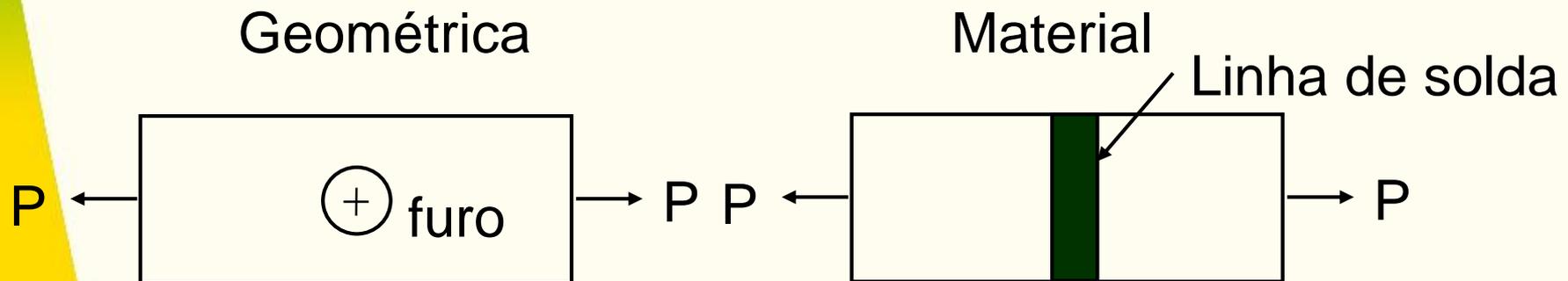
- $K_t$  é um fator teórico dependente da geometria
- $K_t$  depende do modo de carregamento
- $K_t$  não depende da magnitude do carregamento
- $K_t$  não depende das propriedades do material



EESC-USP

## Fator Concentrador de Tensão

- Melhor fonte para encontrar valores de  $K_t$ :  
*Stress Concentration Factors -R.E. Peterson*  
*John Wiley & Sons Publication*
- $K_t$  para algumas formas comuns de geometrias e carregamentos
- Tipos de descontinuidades





EESC-USP

# Fator de Entalhe em Fadiga



- O efeito do entalhe deveria reduzir  $\sigma_a$  correspondente a qualquer vida pelo fator  $k_t$ .

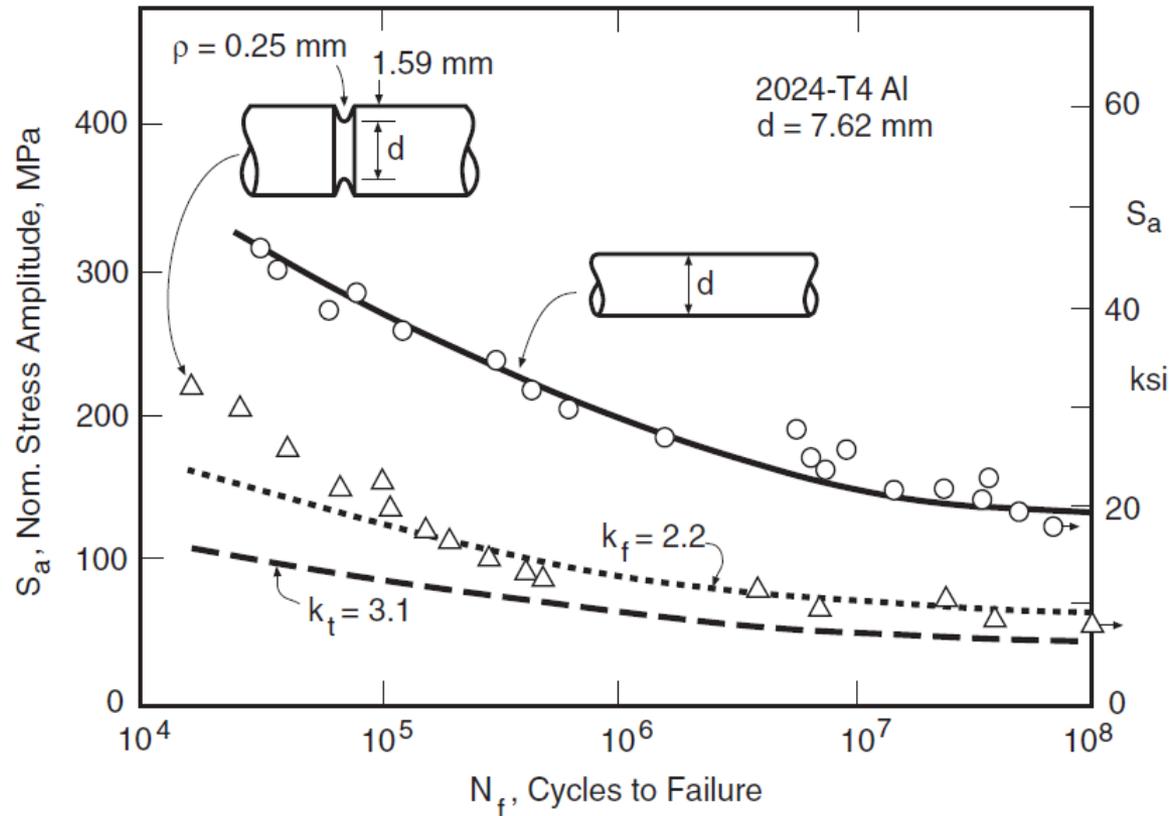


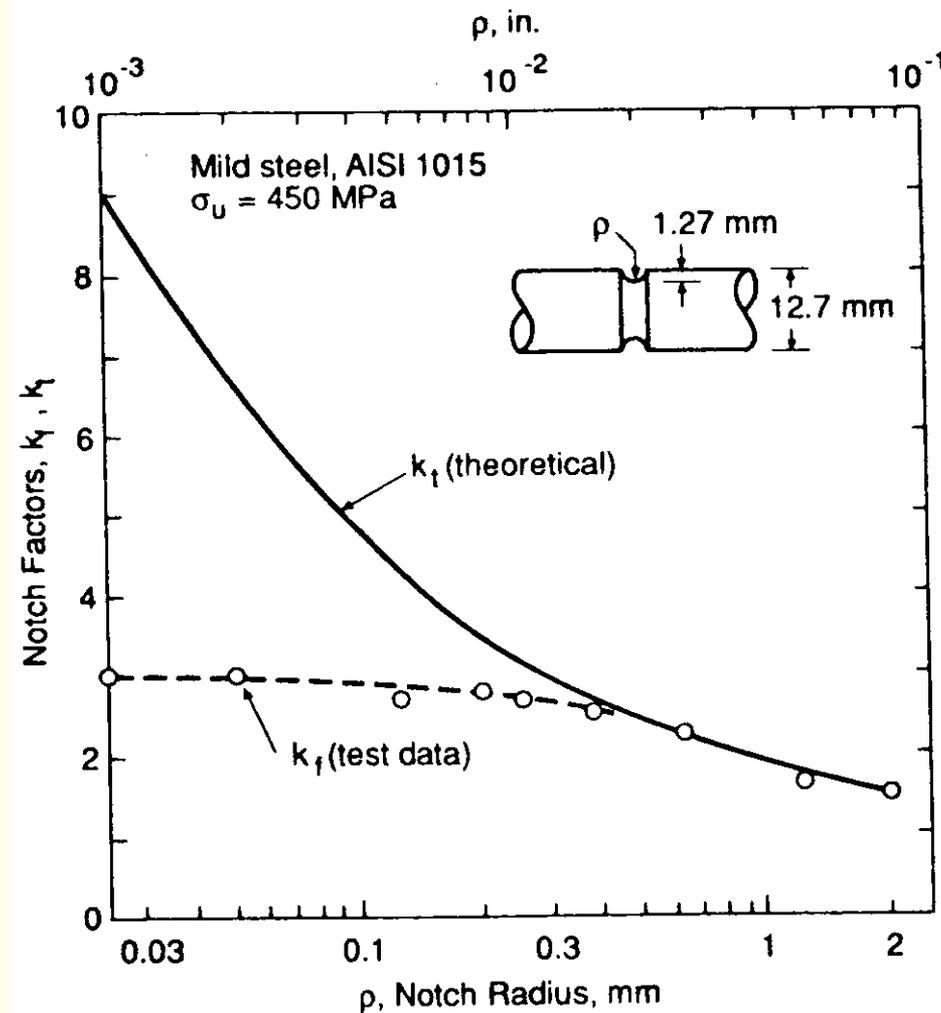
Figure 10.2 Effect of a notch on the rotating bending  $S-N$  behavior of an aluminum alloy, and comparisons with strength reductions using  $k_t$  and  $k_f$ . (Data from [MacGregor 52].)



EESC-USP

- Deve ser definido um Fator de Entalhe em fadiga  $K_f$

$$k_f = \frac{S_e^{\text{sem..entalhe}}}{S_e^{\text{entalhado}}} = \frac{\sigma_{ar}}{S_{ar}}$$

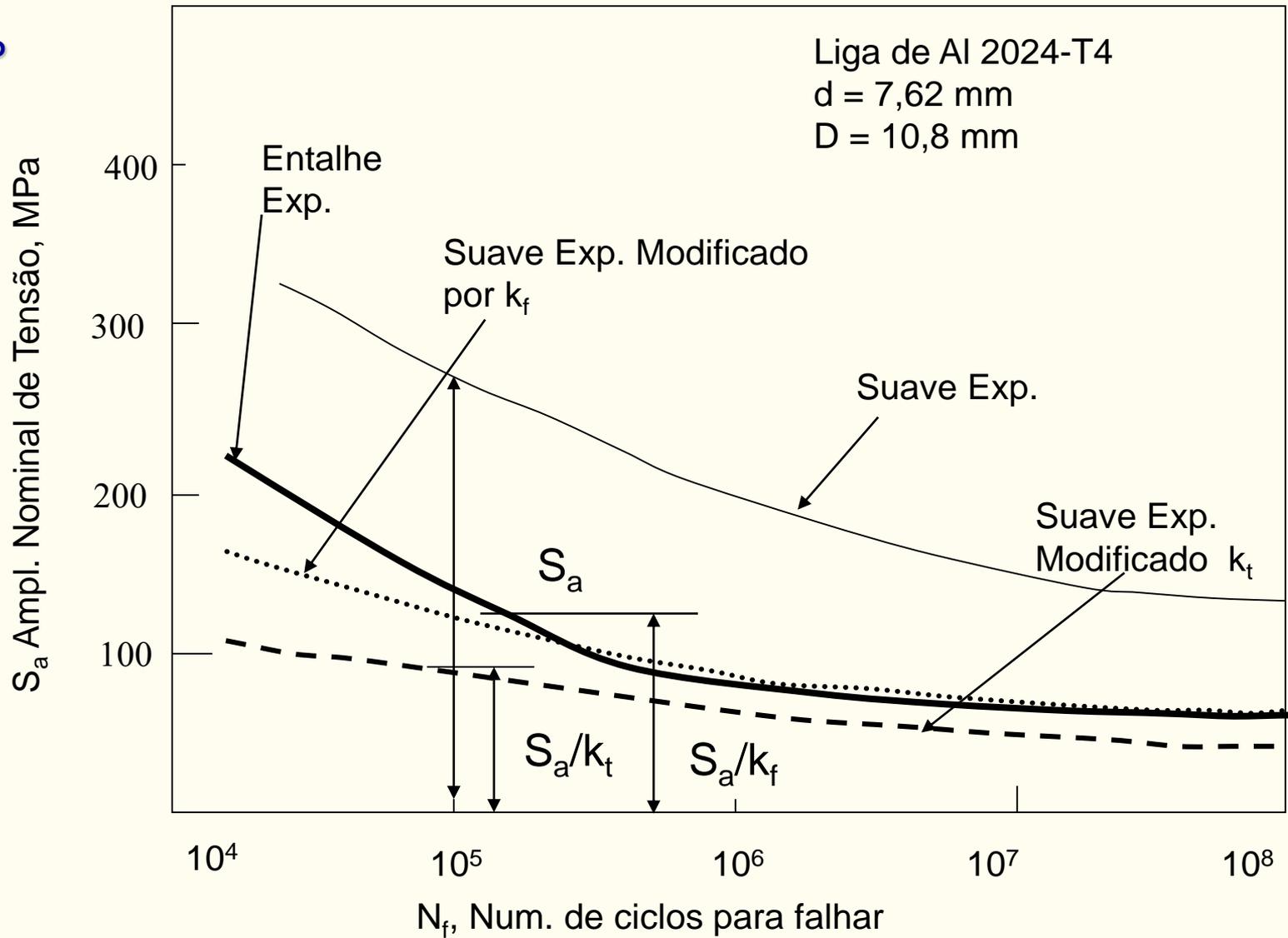


Fator de entalhe em fadiga para vários raios de entalhe baseado no limite de fadiga em flexão rotativa de um aço.

- Se  $\rho$  é grande  $k_f$  tende a  $k_t$
- Para pequenos  $\rho$   $k_f$  é bastante diferente de  $k_t$ .
- Existe mais que uma causa física para a discrepância entre  $k_f$  e  $k_t$ .



EESC-USP





EESC-USP

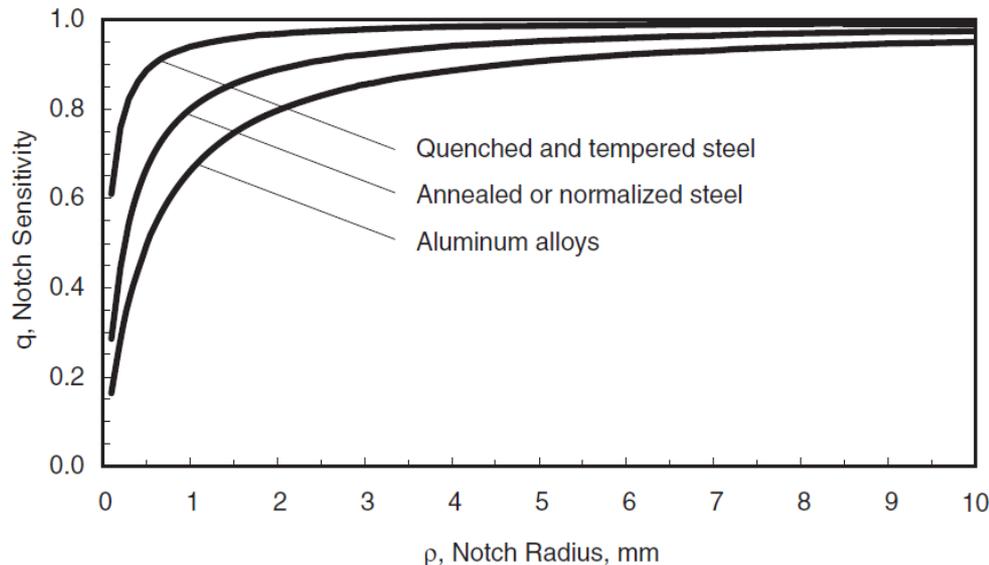
## Sensibilidade ao Entalhe e Relações Empíricas de $K_f$



Um conceito útil para lidar com o efeito de entalhes é a sensibilidade ao entalhe:

$$q = \frac{k_f - 1}{k_t - 1}$$

- $k_f$  depende das propriedades do material em adição a geometria e modo de carregamento.
- $k_f$  pode ser relacionado a  $K_t$  através da sensibilidade ao entalhe,  $q$ :
- $0 \leq q \leq 1$ 
  - $q = 0$  Sem efeito do entalho (muito dúctil)
  - $q = 1$  Efeito do entalhe significativo (muito frágil)
- Para um mesmo material  $q$  aumenta com o raio do entalhe, e dentro de uma mesma classe de materiais  $q$  aumenta com o aumento do limite de resistência,  $\sigma_u$ .





## Relação Empírica (Peterson, 1974):

$$q = \frac{1}{1 + \frac{\alpha}{\rho}}$$

A constante do material,  $\alpha$ , depende da resistência do Material & Dutilidade, é obtido experimentalmente

$$\alpha = \left[ \frac{300}{S_u (\text{ksi})} \right]^{1.8} \times 10^{-3} \text{ pol.}$$

Para ligas ferrosas  
 $S_u > 550 \text{ MPa}$  ou  
 $S_u > 80 \text{ ksi}$

$$\alpha = 0,025 \left( \frac{2070}{S_u (\text{MPa})} \right) \text{ mm}$$

Usando a aproximação,  $S_u \approx 0.5 \text{ BHN}$

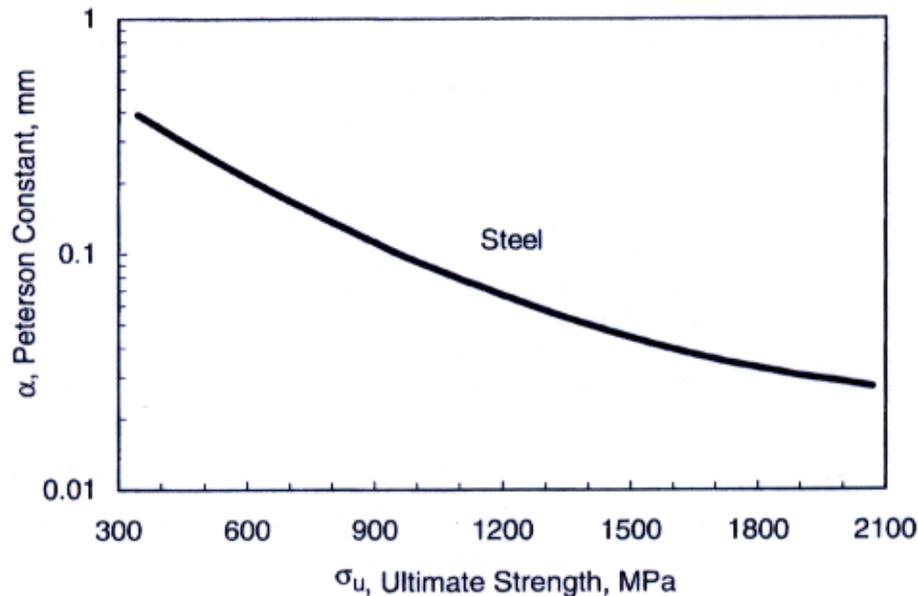
$$\alpha = \left[ \frac{300}{0.5 \text{ BHN}} \right]^{1.8} \times 10^{-3} \text{ pol}$$



■ De maneira geral:

- $\alpha=0,51$  mm (0,02”) para ligas de Al
- $\alpha=0,25$  mm (0,01”) para aço carbono recoz. ou norm.
- $\alpha=0,064$  mm (0,0025”) para aços temperados e revenidos.

Combinando as equações tem-se que:



$$k_f = 1 + \frac{k_t - 1}{\left(1 + \frac{\alpha}{\rho}\right)}$$

Figure 10.7 Peterson constant  $\alpha$  as a function of ultimate tensile strength for carbon and low-alloy steels. Typical values from [Peterson 59] closely fit the curve shown.

$$\log \alpha = 2,654 \times 10^{-7} \sigma_u^2 - 1,309 \times 10^{-3} \sigma_u + 0,001103$$



EESC-USP

Relação Empírica (Neuber):

$$K_f = 1 + \frac{K_t - 1}{1 + \sqrt{\beta / \rho}} \quad (4.9)$$



$\rho$  – é a raiz do entalhe

$\beta$  – é uma constante do material

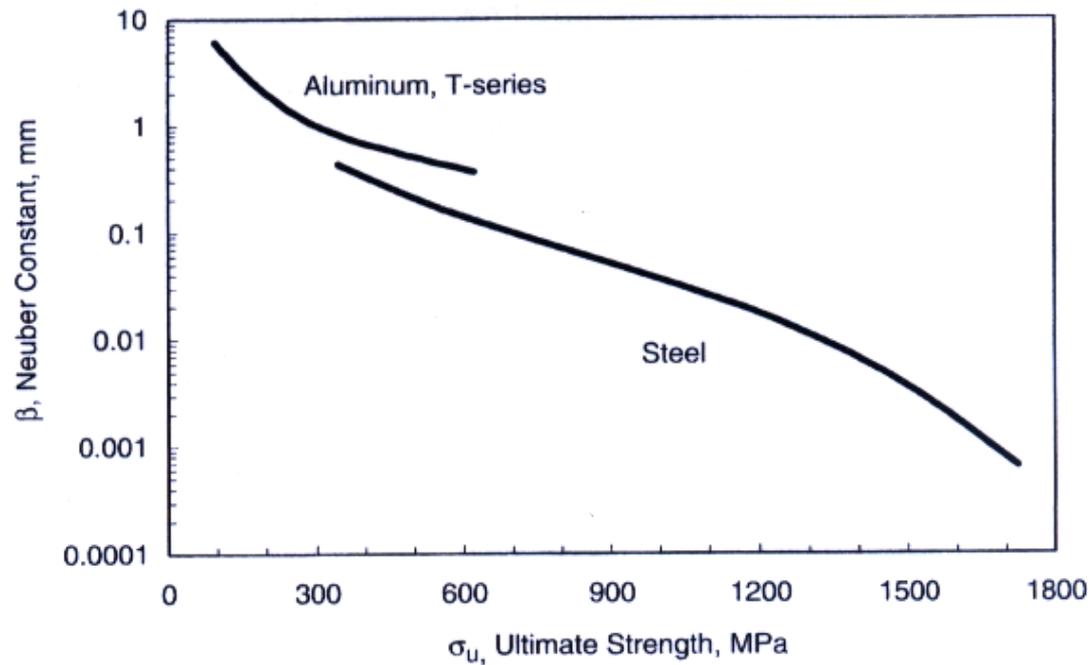
Relacionando a sensibilidade ao entalhe

$$q = \frac{1}{1 + \sqrt{\beta / \rho}} \quad (4.10)$$

Valores típicos de  $\beta$  são dados na Fig. 4.4 do livro (Pg 129)



EESC-US



**Figure 10.8** Neuber constant  $\beta$  as a function of ultimate tensile strength for carbon and low-alloy steels and for solution treated and aged (T-series) aluminum alloys. Curves from [Kohn 52] and [Kuhn 62] are replotted.

*Aço*

$$\log \beta = -1,079 \times 10^{-9} \sigma_u^3 + 2,74 \times 10^{-6} \sigma_u^2 - 3,74 \times 10^{-3} \sigma_u + 0,6404$$

$$345 \leq \sigma_u \leq 1725 \text{ MPa}$$

*Alumínio*

$$\log \beta = -9,402 \times 10^{-9} \sigma_u^3 + 1,422 \times 10^{-5} \sigma_u^2 - 8,249 \times 10^{-3} \sigma_u + 1,451$$

$$345 \leq \sigma_u \leq 1725 \text{ MPa}$$

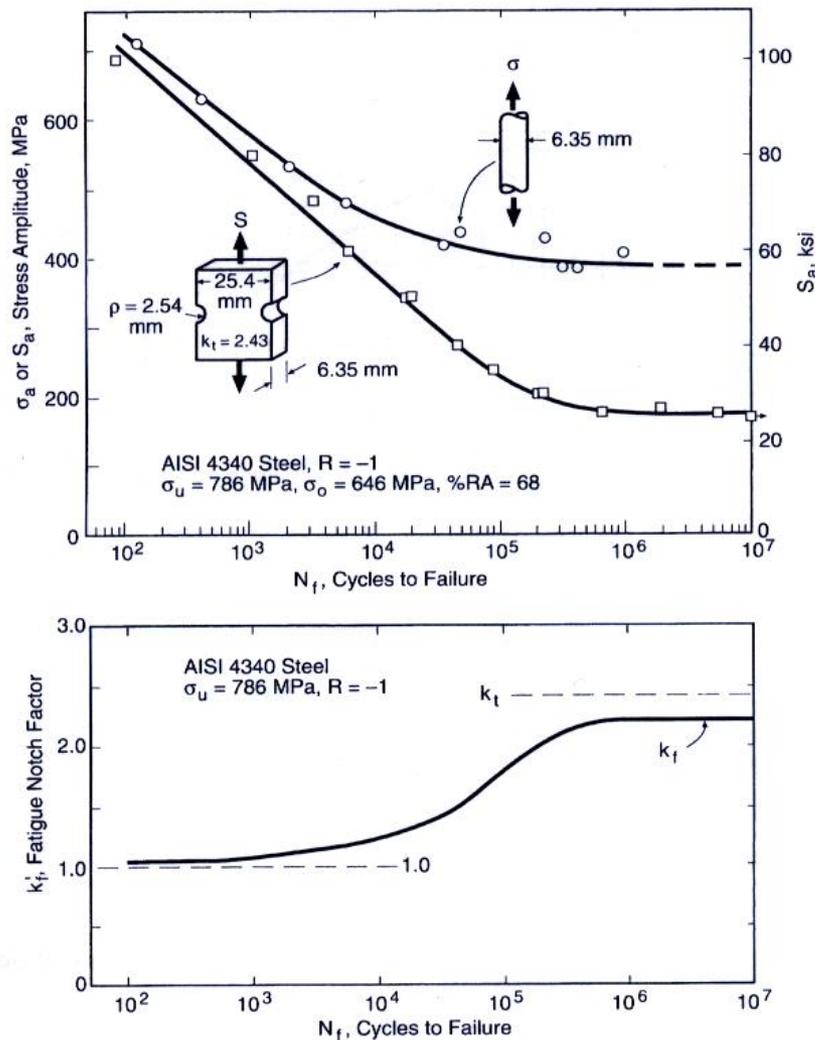


EESC-USP



# METODOLOGIA TENSÃO-VIDA, $\sigma - N$ , PARA CORPOS ENTALHADOS

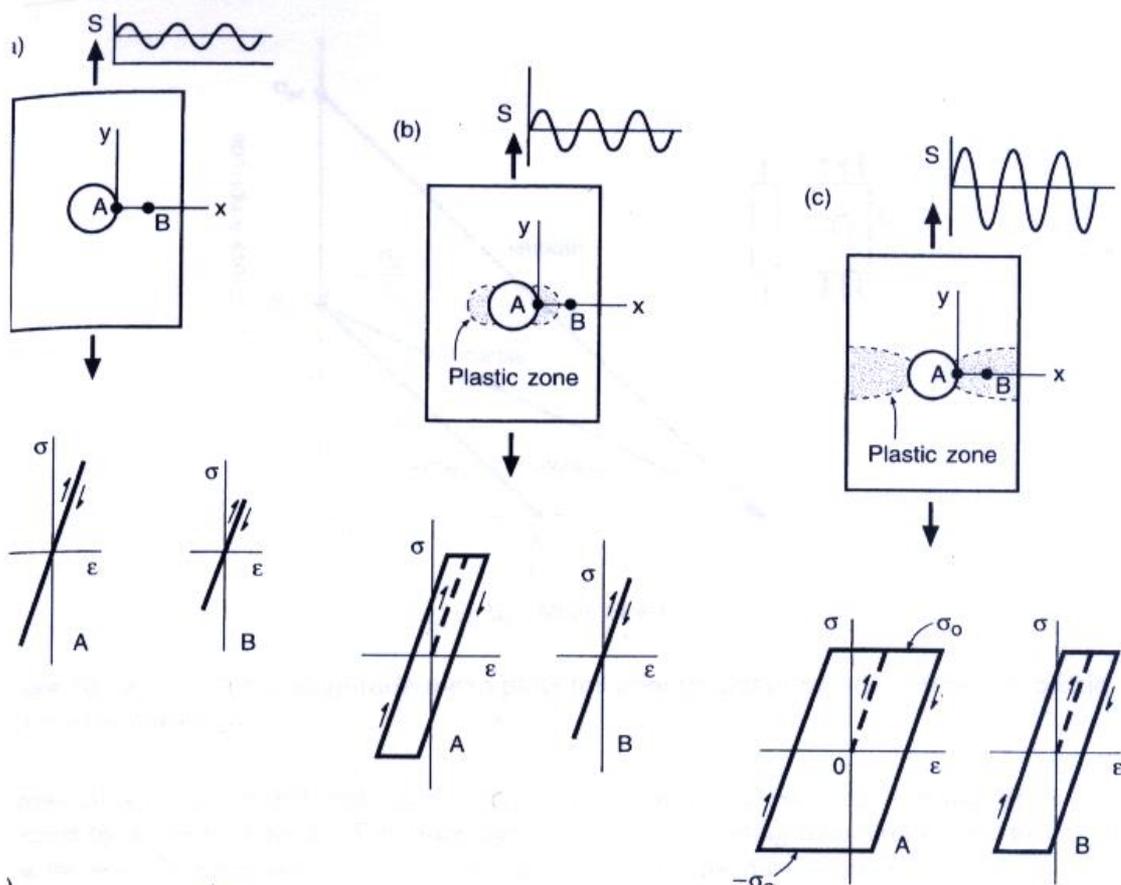
# Efeito de Entalhes em Vidas Intermediária e Curta



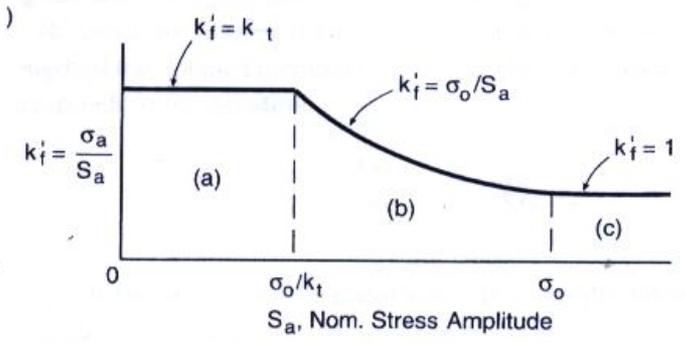
- No caso de vida intermediária ou curta de materiais dúcteis, o escoamento reverso se torna importante.
- Uma consequência deste comportamento é que a razão da resistência a fadiga de corpos de prova sem entalhe e entalhados torna-se ainda menor do que  $k_f$ .
- Assim, é conveniente definir um fator de entalhe em fadiga que varia com a vida

$$k'_f = f(N_f) = \frac{\sigma_{ar}}{S_{ar}}$$

Figure 10.11 Test data for a ductile metal illustrating variation of the fatigue notch factor with life. The S-N data (top) are used to obtain  $k'_f = \sigma_a / S_a$  (bottom). The notches are half-circular cutouts. Nominal stress  $S$  is defined on the basis of the net area, as in Fig. A.11(b).



- $k'_f = k_t$  se for puramente elástico.
- $k'_f = \sigma_0/S_a$  se existe escoamento localizado na frente do entalhe.
- $k'_f = 1$  se o escoamento for generalizado



**Figure 10.12** Cyclic yielding for a notched member of an ideal elastic, perfectly plastic material. There are three possibilities: (a) no yielding, (b) local yielding, and (c) full yielding. The fatigue notch factor is thus expected to vary with the stress level, as in (d).

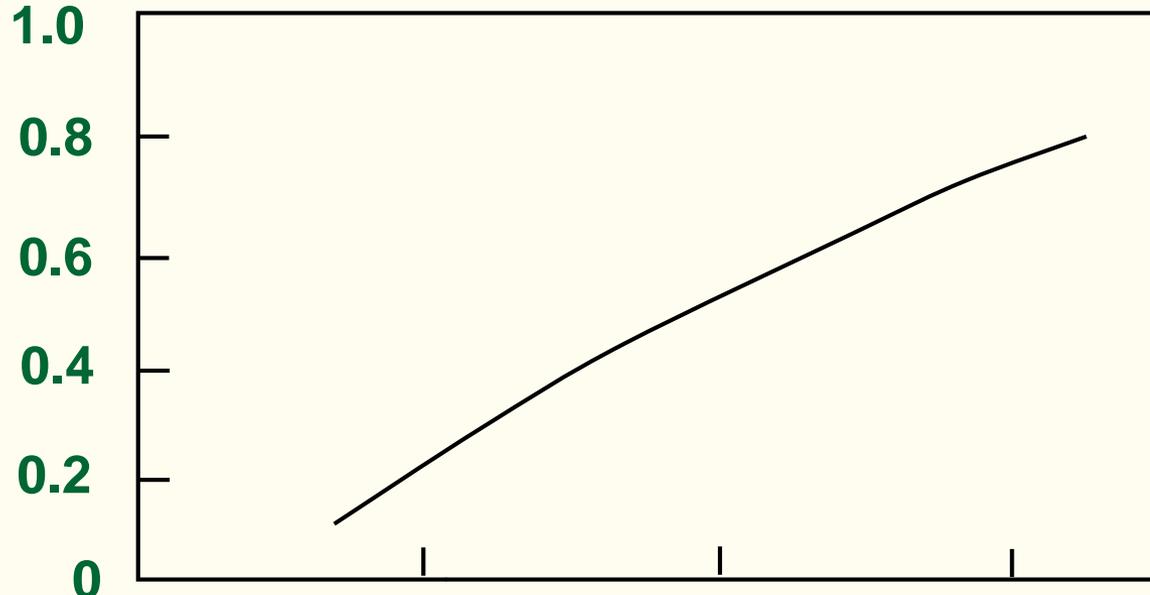


EESC-USP

# Relação entre $K'_f$ e $K_f$ como função do limite de resistência.



$(K'_f - 1) / (K_f - 1)$  para  $10^3$  ciclos



0	100	200	300	← Aço
0	33	67	100	← Alumínio
0	22	44	66	← Magnésio

Limite de Resistência,  $S_u$  (ksi)



- As expressões empíricas e as curvas para  $k_f$  e  $k'_f$  foram obtidas a partir de dados em carregamentos completamente reversos e portanto não podem ser aplicados diretamente se a tensão média estiver presente.
- A metodologia mais comum é o uso da equação de Goodman para a tensão nominal. No caso de materiais dúteis e de baixa ductilidade tem-se:

$$S_{ar} = \frac{\sigma_{ar}}{k_f} = \frac{S_a}{1 - \frac{S_m}{\sigma_u}}$$

$$S_{ar} = \frac{\sigma_{ar}}{k_f} = \frac{S_a}{1 - \frac{k_f S_m}{\sigma_u}}$$

- As expressões de SWT e Walker são alternativas possíveis.

$$S_{ar} = \frac{\sigma_{ar}}{k_f} = \sqrt{S_{\max} S_a} = S_{\max} \sqrt{\frac{1-R}{2}}$$

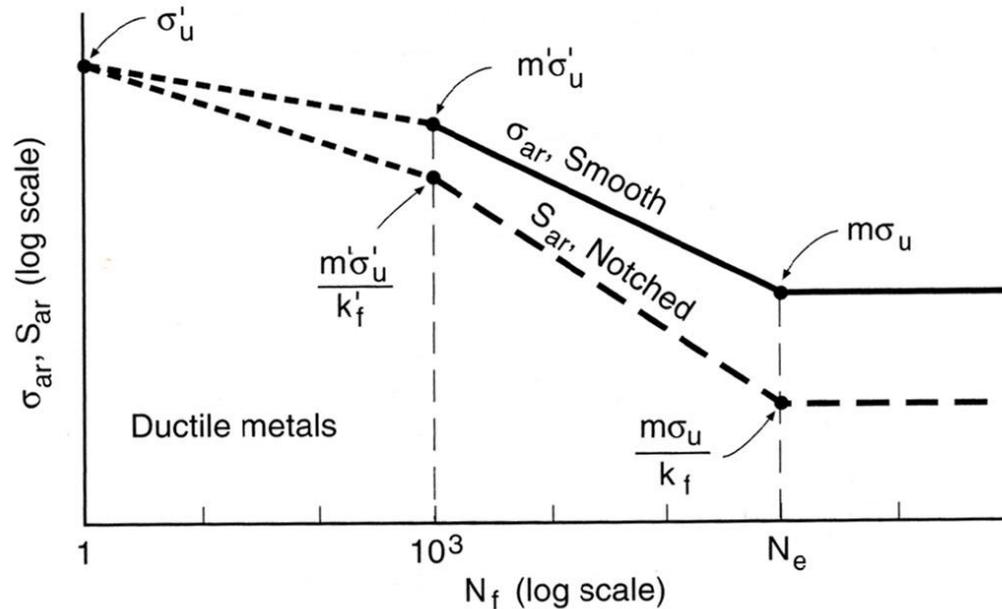
$$S_{ar} = \frac{\sigma_{ar}}{k_f} = S_{\max}^{1-\gamma} S_a^\gamma = S_{\max} \left( \frac{1-R}{2} \right)^\gamma$$

**$\gamma$  deve ser obtido para o CP entalhado**



EESC-U

## Estimativa das Curvas S-N: Juvinal e Shigley



**Figure 10.16** Estimating completely reversed S-N curves for smooth and notched members according to procedures suggested by Juvinal or Shigley.

$$\sigma_{er} = m_t \cdot m_d \cdot m_s \cdot m_o \cdot \sigma_{erb}$$

$$\sigma_{er} = m_e \cdot m_t \cdot m_d \cdot m_s \cdot m_o \cdot \sigma_u$$

$$m = m_e \cdot m_t \cdot m_d \cdot m_s \cdot m_o$$



EESC-USP

- $m_e$ : fator relativo a relação  $\sigma_{er}/\sigma_u$ .
- $m_t$ : tipo de carga.
- $m_d$ : tamanho.
- $m_s$ : efeito do acabamento superficial.
- $m_0$ : outro possível efeito a ser considerado

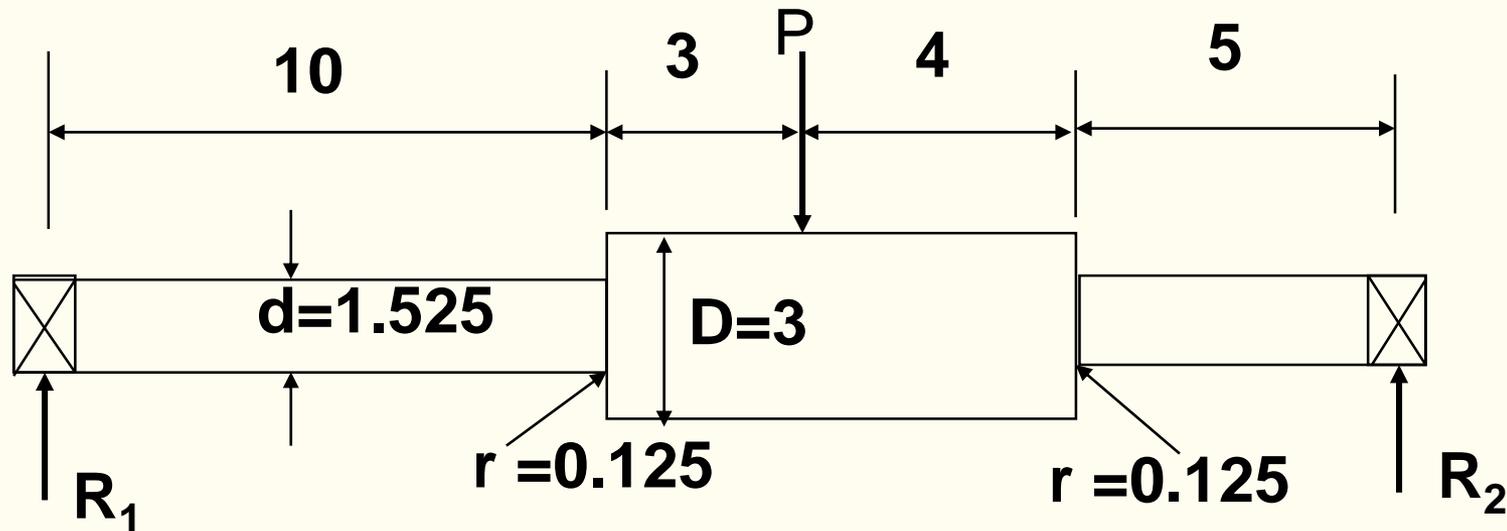


EESC-USP

## Efeitos do Entalhe – Exemplo sobre a Tensão - Vida



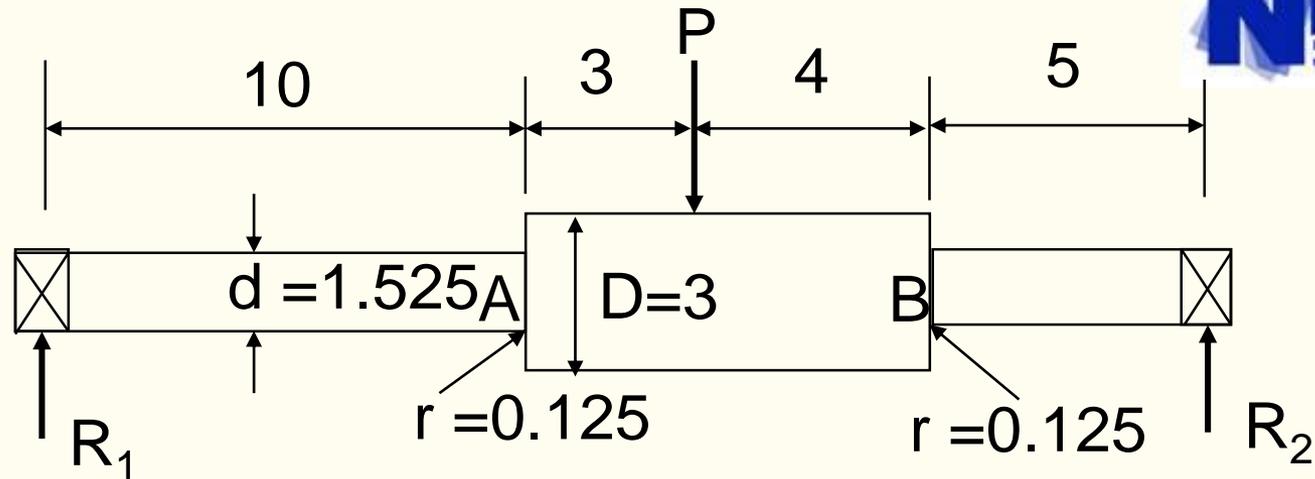
- Eixo em flexão reversa devido a força radial  $P$ .
- Determine a vida em fadiga se  $P = 1000$  lb
- Determine a carga permitida para uma vida infinita
- Como melhorar o desempenho em fadiga deste eixo
- Dado  $S_u = 100$  ksi



Todas as dimensões em polegadas.



EESC-USP



$$R_2 = (13/22) P, R_1 = (9/22) P$$

O eixo será crítico nos locais A & B.

O momento de flexão:  $M_A = (10)(9/22) P$ ,  $M_B = (5)(13/22) P$

Desde que ambos os filetes possuem geometria idêntica,  
O filete A seria o crítico por causa das altas tensões.

$$\text{Tensão em A: } \sigma = \frac{M}{I} y; I = \frac{\pi d^4}{64} \Rightarrow \sigma = 23.5 \text{ ksi}$$

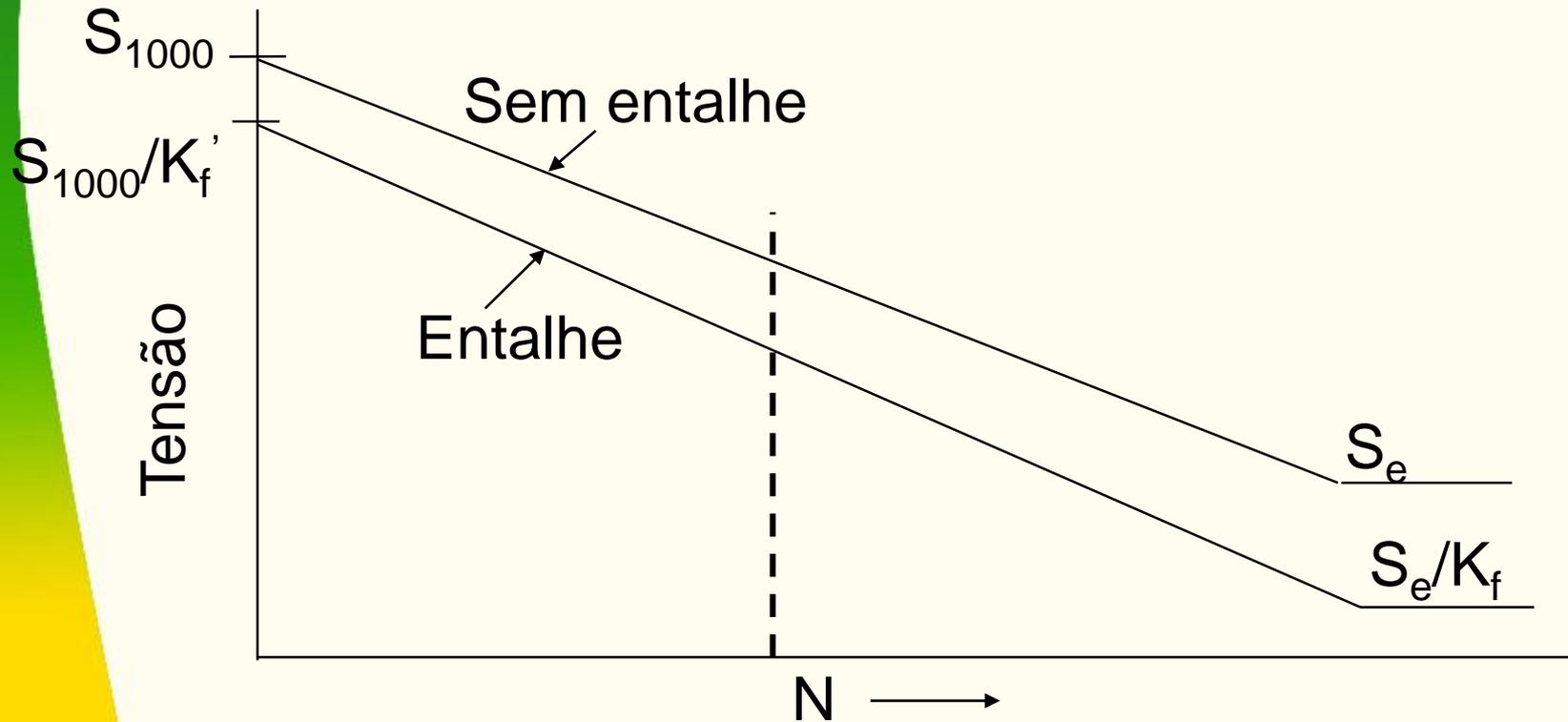


EESC-USP

# Efeitos do Entalhe – Exemplo sobre a Tensão - Vida



Efeito do Entalhe:





EESC-USP

## Comportamento Sem Entalhe:

$$S_e' = 0.5 S_u = 50 \text{ ksi}$$

$$S_e = S_e' C_{\text{tam.}} C_{\text{carga}} C_{\text{superf.}}$$

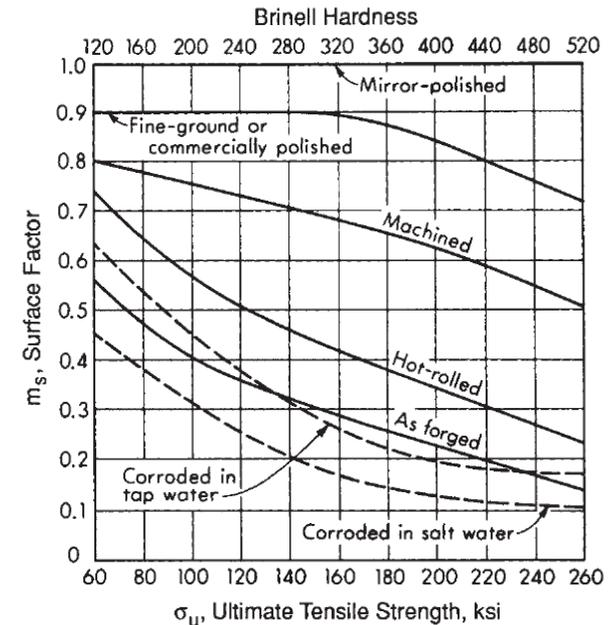
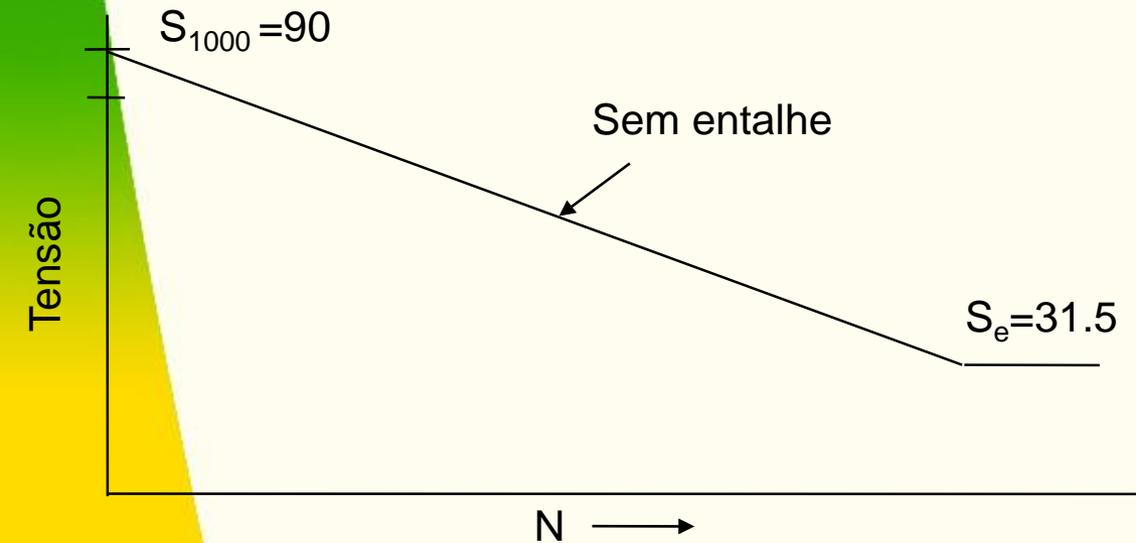
$$C_{\text{tam.}} = 0.869(1.525)^{-0.097} = 0.83$$

$$C_{\text{carga}} = 1.0$$

$$C_{\text{sup}} = 0.76 \text{ para } S_u = 100 \text{ ksi}$$

$$S_e = 31.5 \text{ ksi}$$

$$S_{1000} = 0.9 S_u = 90 \text{ ksi}$$





EESC-USP

## Comportamento c/ Entalhe:

$$K_f = \frac{S_e^{\text{sem entalhe}}}{S_e^{\text{entalhe}}}$$

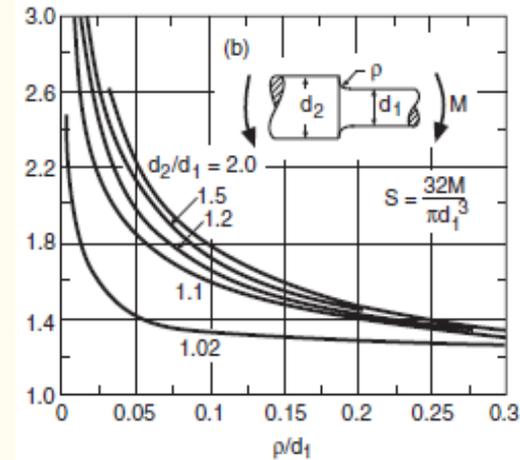
$$K_f = 1 + \frac{K_t - 1}{\left(1 + \frac{a}{r}\right)}$$



para  $D/d = 1,97$  e  $r/d = 0,08$  tem-se  $K_t = 1,9$

$$a = \left[ \frac{300}{S_u \text{ (ksi)}} \right]^{1,8} \times 10^{-3} \text{ in.} = 0,072 \text{ in.}$$

$$K_f = 1 + \frac{1,9 - 1}{\left(1 + \frac{0,072}{0,125}\right)} \longrightarrow K_f = 1.85$$





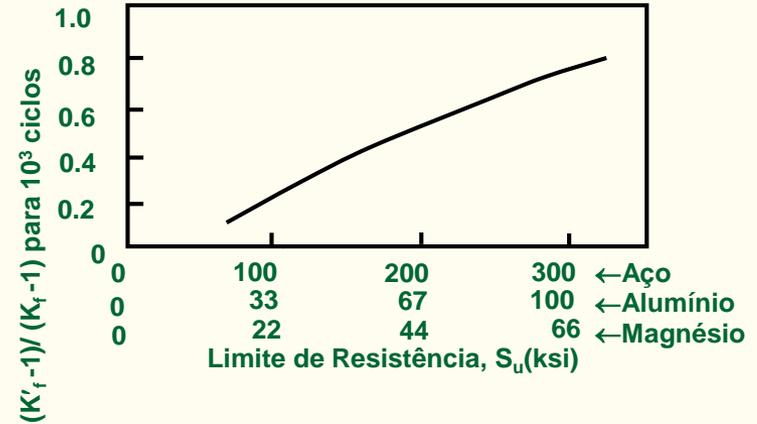
EESC-USP

# Comportamento Entalhado:



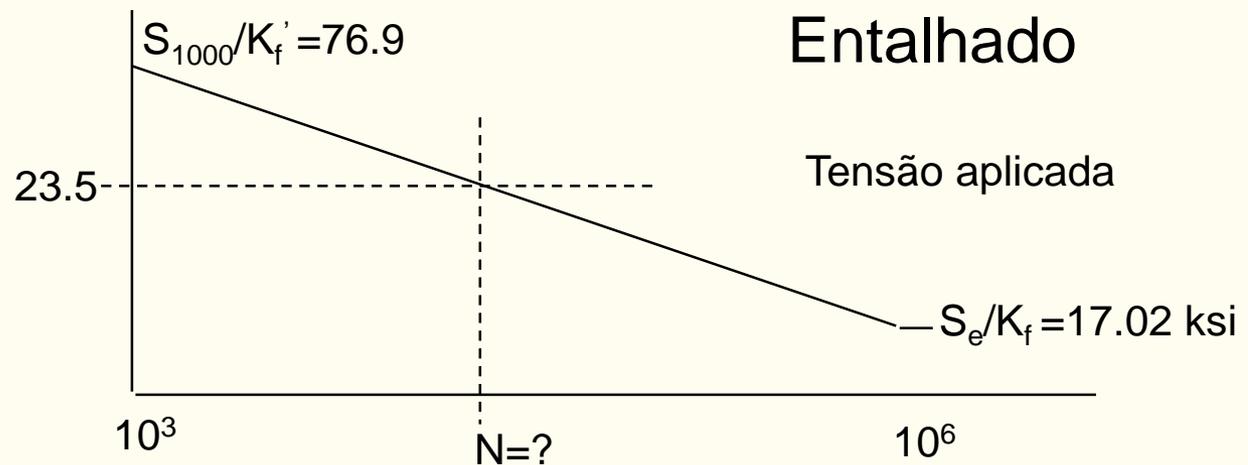
$$K_f' = \frac{S_{1000}^{\text{sem entalhe}}}{S_{1000}^{\text{entalhado}}}$$

Para  $S_u = 100 \text{ ksi}$   $\frac{K_f' - 1}{K_f - 1} = 0.2$



$$\Rightarrow K_f' = 1.17$$

$$S_{1000}^{\text{entalhado}} = S_{1000}^{\text{sem entalhe}} / K_f' = 90 / 1.17 = 76.9 \text{ ksi}$$





# Comport. Entalhado:

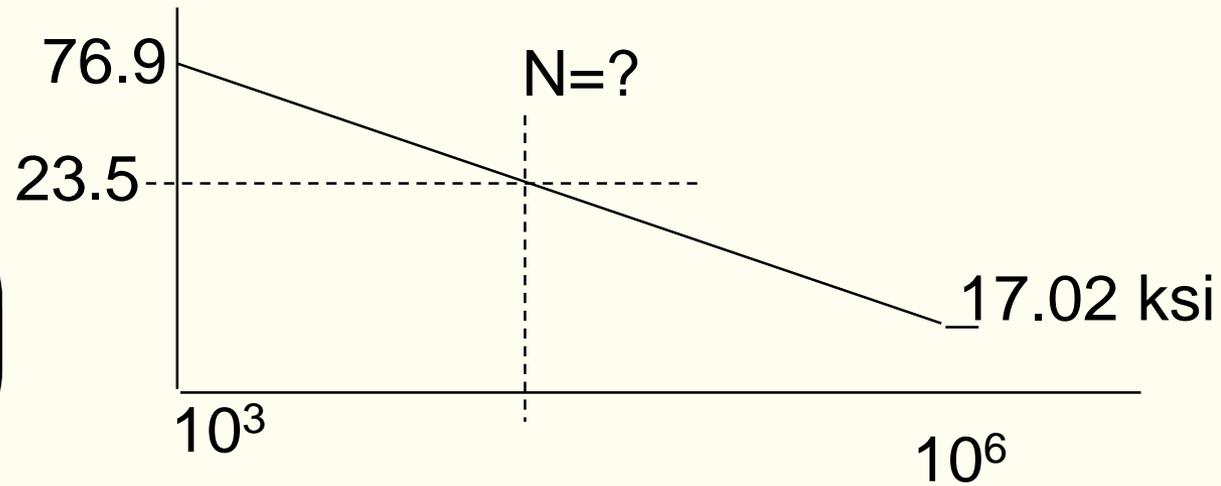
EESC-USP

$$N = 10^{-C/b} S^{1/b}$$

$$b = -\frac{1}{3} \log_{10} \left( \frac{S_{1000}}{S_e} \right)$$

$$C = \log_{10} \frac{(S_{1000})^2}{S_e}$$

$$b = -\frac{1}{3} \log_{10} \left( \frac{76.9}{17.02} \right) = -0.2183, \quad C = \log_{10} \frac{(76.9)^2}{17.02} = 2.5409$$



$$N = 10^{-C/b} S^{1/b}$$

⇒ N = 2.3 x 10<sup>5</sup> Ciclos  
Para P = 1000 lb



EESC-USP



## Carga permitida para vida infinita? :

$$S_{e \text{ entalhe}} = 17,02 \text{ ksi}$$

Correspondente Momento e Carga

$$M_{\text{permitida}} = \sigma I/y = 5,9263 \text{ kips-in}$$

$$P_{\text{permitida}} = M_{\text{permitida}} / [(10)(9/22)] = 1,4487 \text{ kips}$$

## Como melhorar o desempenho em fadiga deste eixo?

- Aumentar a resistência ( $S_e$  increases)
- Filetes polidos ( $C_{\text{superf}}$  increases)
- Aumentar o raio do filete ( $K_f$  Diminui)
- Jatear o filete ( $S_e$  aumenta)



EESC-USP

## Comportamento ao Entalhe (Metodologia Alternativa):



$$N = 10^{-C/b} S^{1/b}$$

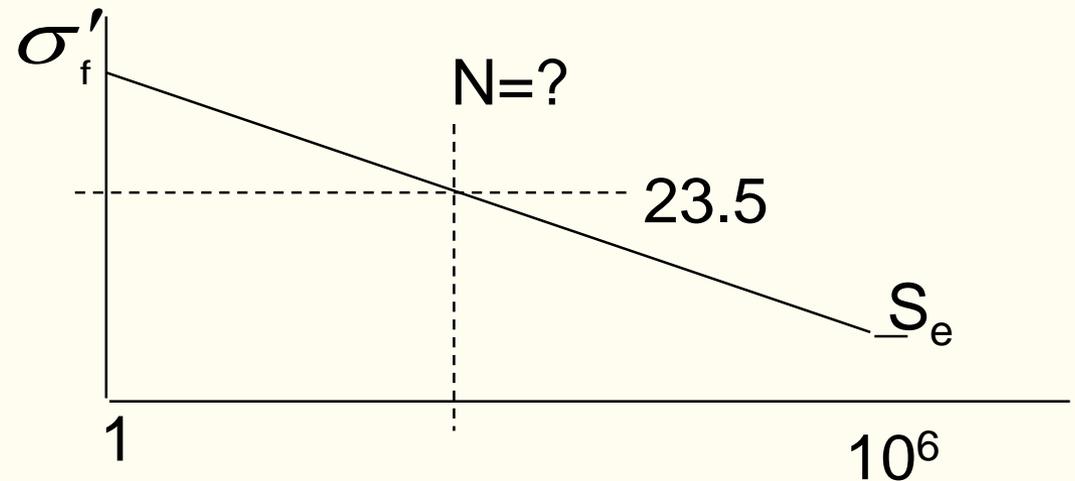
$$b = -\frac{1}{6} \log_{10} \left( \frac{\sigma'_f}{S_e} \right)$$

$$C = \log_{10} (\sigma'_f)$$

$$b = -\frac{1}{6} \log_{10} \left( \frac{150}{17.02} \right) = -0.15752$$

$$C = \log_{10} (150) = 2.17609$$

$$N = 10^{-C/b} S^{1/b} \implies N = 1.29 \times 10^5 \text{ Ciclos}$$



**Mais conservativa do que o resultado de Juvinall**



EESC-USP





EESC-USP



# METODOLOGIA $\epsilon$ - N PARA CORPOS ENTALHADOS



EESC-USP

# METODOLOGIA DEF.-VIDA



## **METODOLOGIA:**

- Estabeleça a história de def. na raiz do entalhe
- Relacione a história da def. nominal a história de def. na raiz do entalhe via fatores de concentração de tensão/def.
- **Use os dados de def. – Vida em fadiga de CPs sem entalhes**

## **VANTAGENS:**

- Considera a plasticidade na raiz do entalhe
- Considera as variações na tensão média local
- Considera as tensões residuais.



EESC-USP

# FATORES DE CONCENTRAÇÃO DE TENSÃO & DEF.

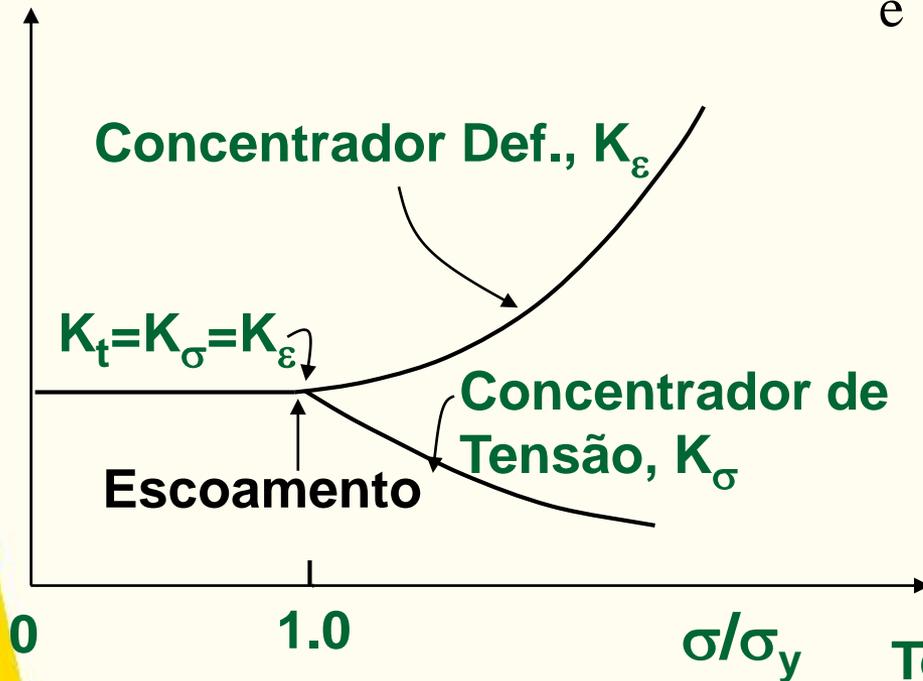


Antes do escoamento  $K_\sigma$  e  $K_\varepsilon$  são iguais, mas após escoamento a relação tensão x deformação não é mais linear e  $K_t$  é dada pelas relações:

$$\text{Concentração de Tensão, } K_\sigma = \frac{\sigma}{S}$$

$$\text{Concentração de Def. , } K_\varepsilon = \frac{\varepsilon}{e}$$

K (Fator de Concentração)

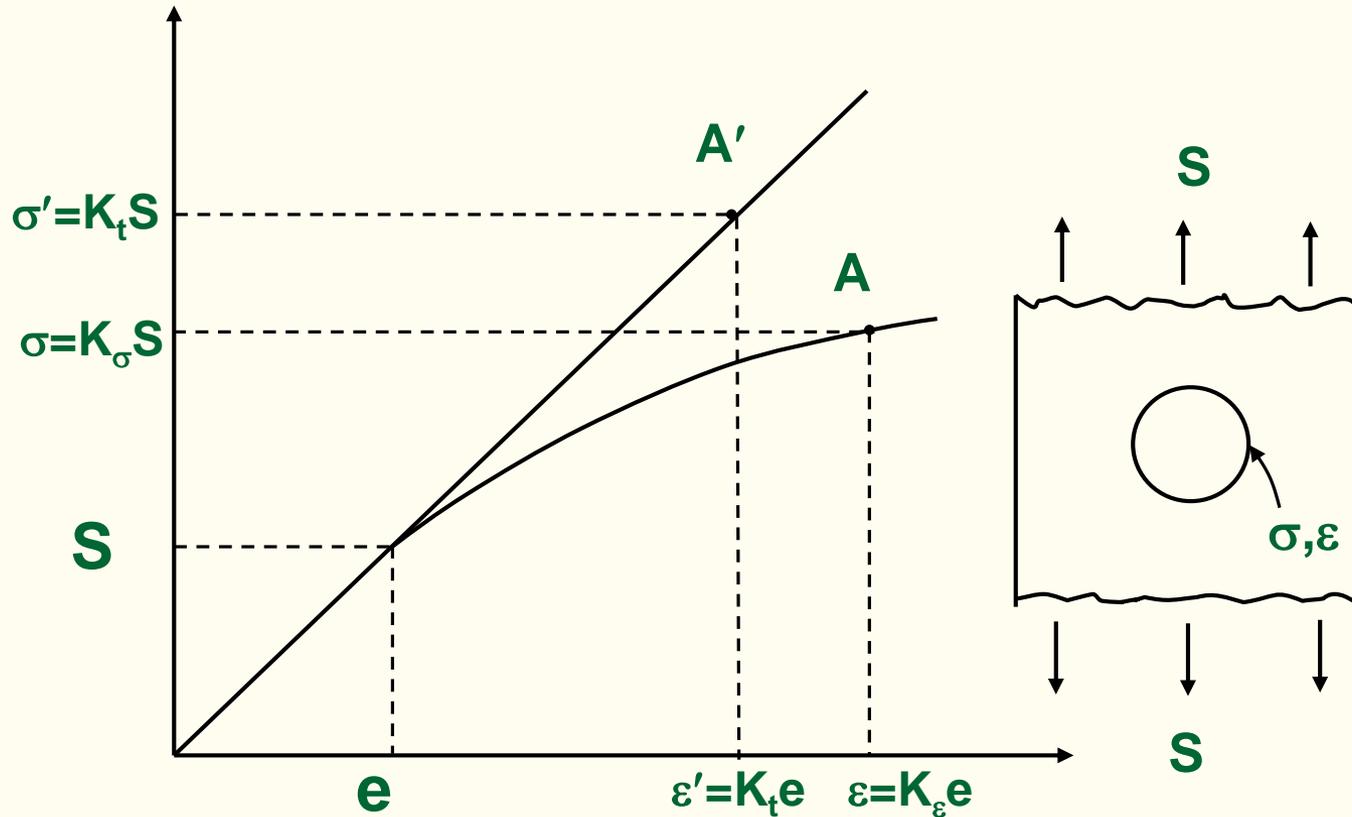


- Devido ao escoam. local  $K_\sigma$  difere de  $K_\varepsilon$
- Após escoamento, a tensão local é menor e a Def. local é maior do que a predita por  $K_t$



EESC-USP

# Previsão da tensão e def. local

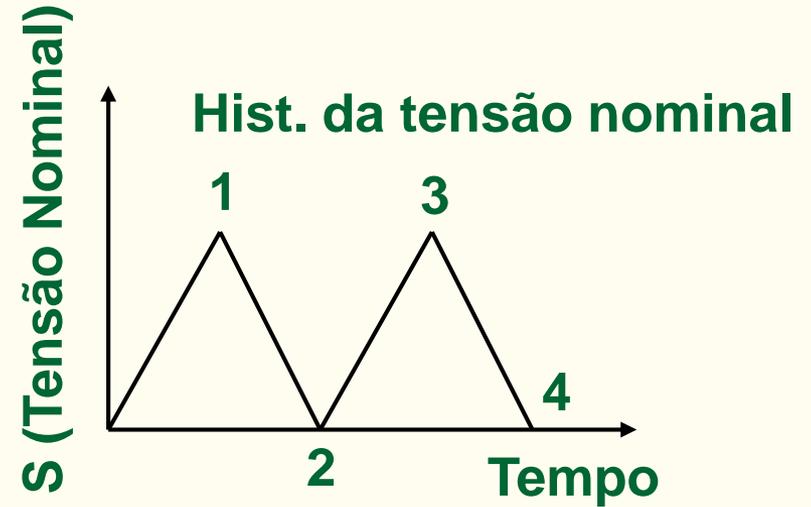
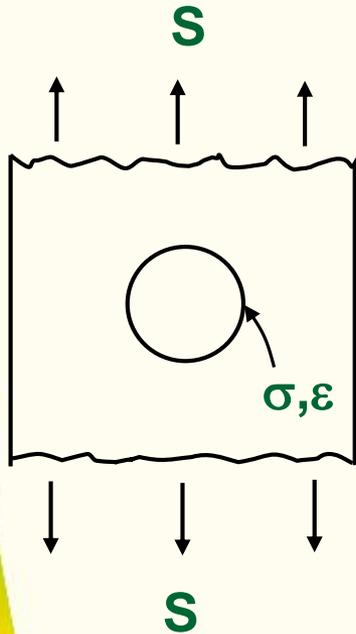


Diferenças entre as previsões da tensão e def. local usando os valores de  $K_t$  e  $K_\sigma$ ,  $K_\epsilon$ .

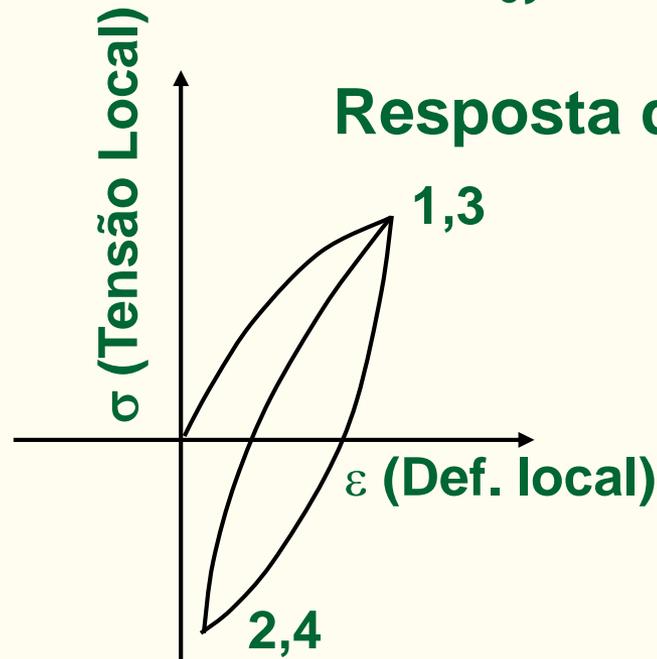


EESC-USP

# Resposta da Tensão/Def. Nominal & Local



## Resposta da tensão-def. local





# FATORES DE CONCENTRAÇÃO TENSÃO & DEF. – Regra de Neuber



EESC-USP

**Regra de Neuber: Média Geométrica dos fatores de concentração de tensão e def. permanece uma constante igual a  $K_t$**

$$K_t = \sqrt{K_\sigma K_\varepsilon} \quad (4.12)$$

**De maneira que  $K_t^2 = K_\sigma K_\varepsilon$**

**Substituindo para  $K_\sigma$  e  $K_\varepsilon$**

$$K_t^2 = \frac{\sigma}{S} \frac{\varepsilon}{e}$$

$$K_t^2 S e = \sigma \varepsilon$$

**Tensão/def. nominal  
- Dado**

**Tensão/def. local na  
raiz do entalhe.  
- A ser determinada**



EESC-USP

$$K_t^2 S e = \sigma \varepsilon \quad e = S / E$$

- Para uma dada geometria de componente e modo de carregamento :  $K_t$  é constante
- Para um dado carregamento: a tensão nominal,  $S$ , pode ser calculada
- Para uma tensão nominal conhecida  $S$ : a deformação nominal  $e$  pode ser calculada via a lei tensão-def.

$$\sigma \varepsilon = K_t^2 S e$$

**Resposta na raiz do entalhe**  
**- Necessária para o cálculo da vida**

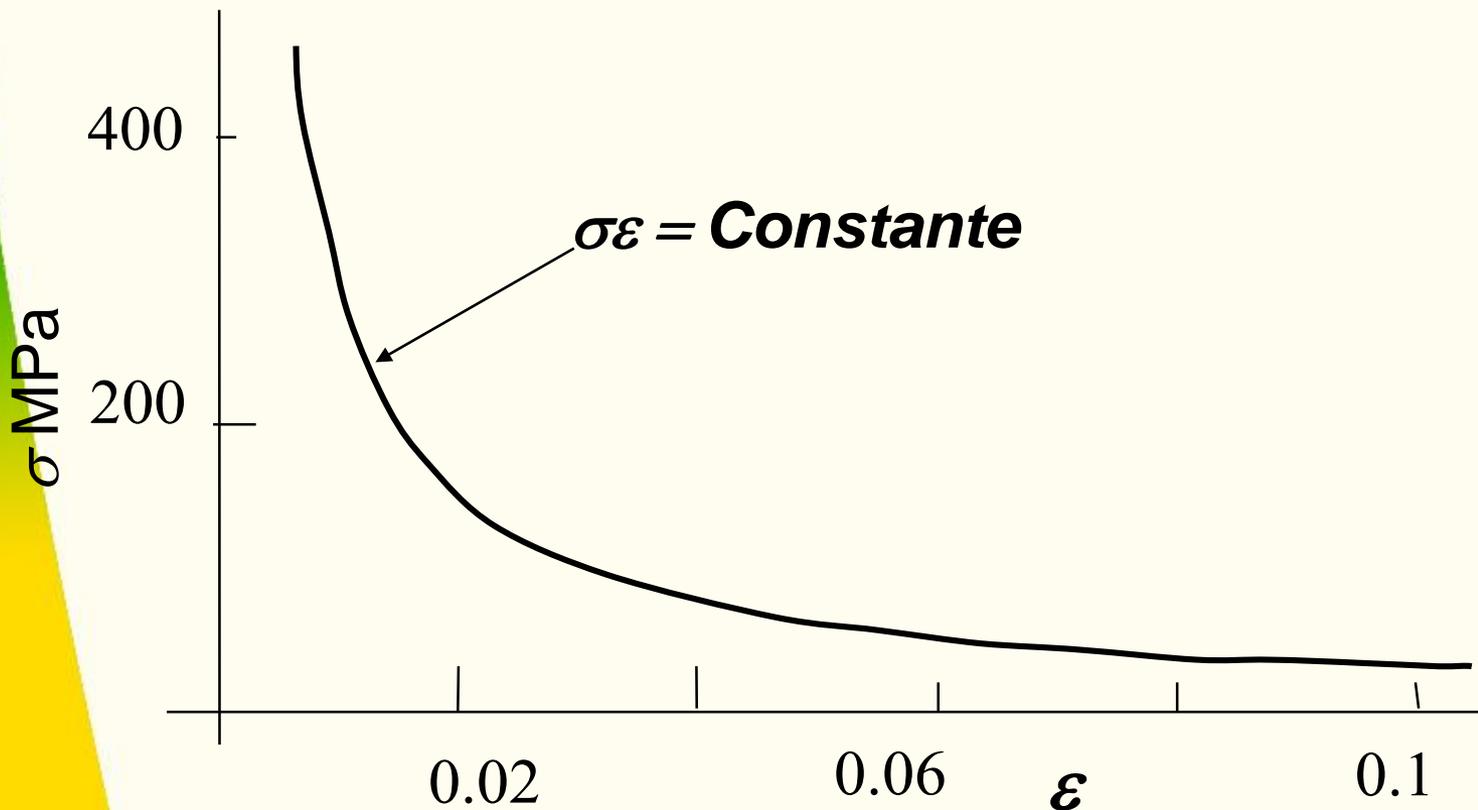
**Aplicada/conhecida**  
**- Constante**



EESC-USP

$$\sigma\varepsilon = K_t^2 S e \Rightarrow \sigma\varepsilon = \text{Constante}$$

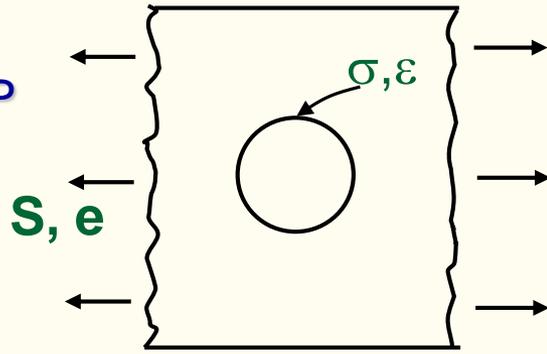
- $\sigma\varepsilon = \text{Constante}$ , é uma hipérbola no plano tensão-def.



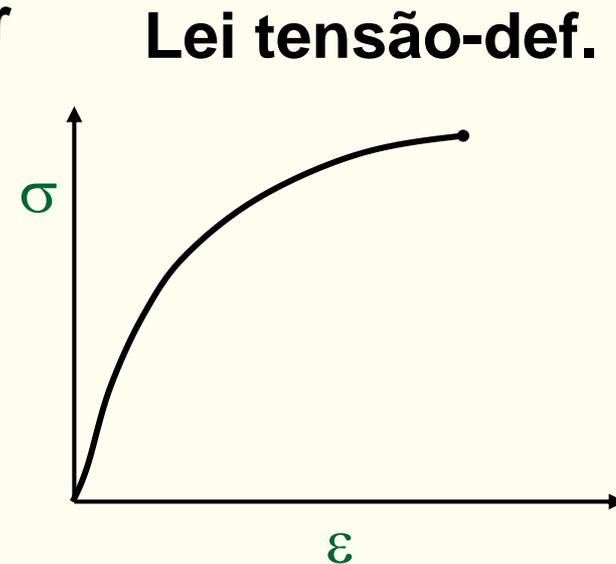
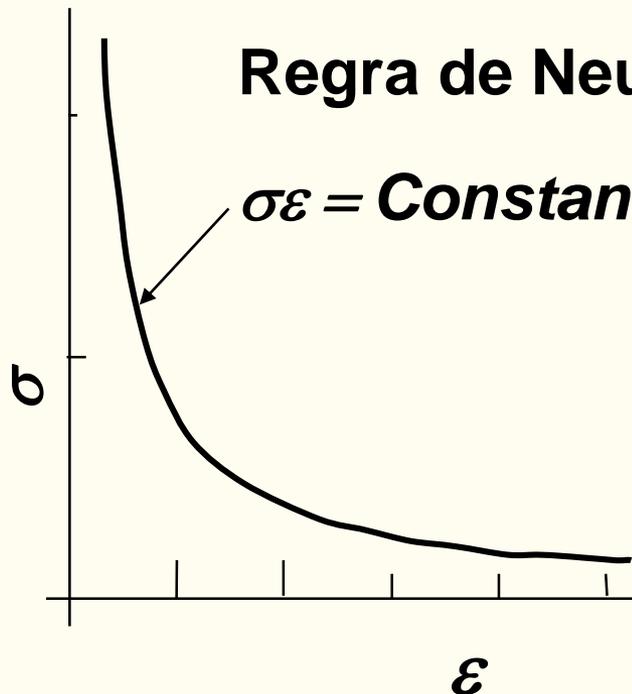


EESC-USP

## Regra de Neuber e Resposta Local



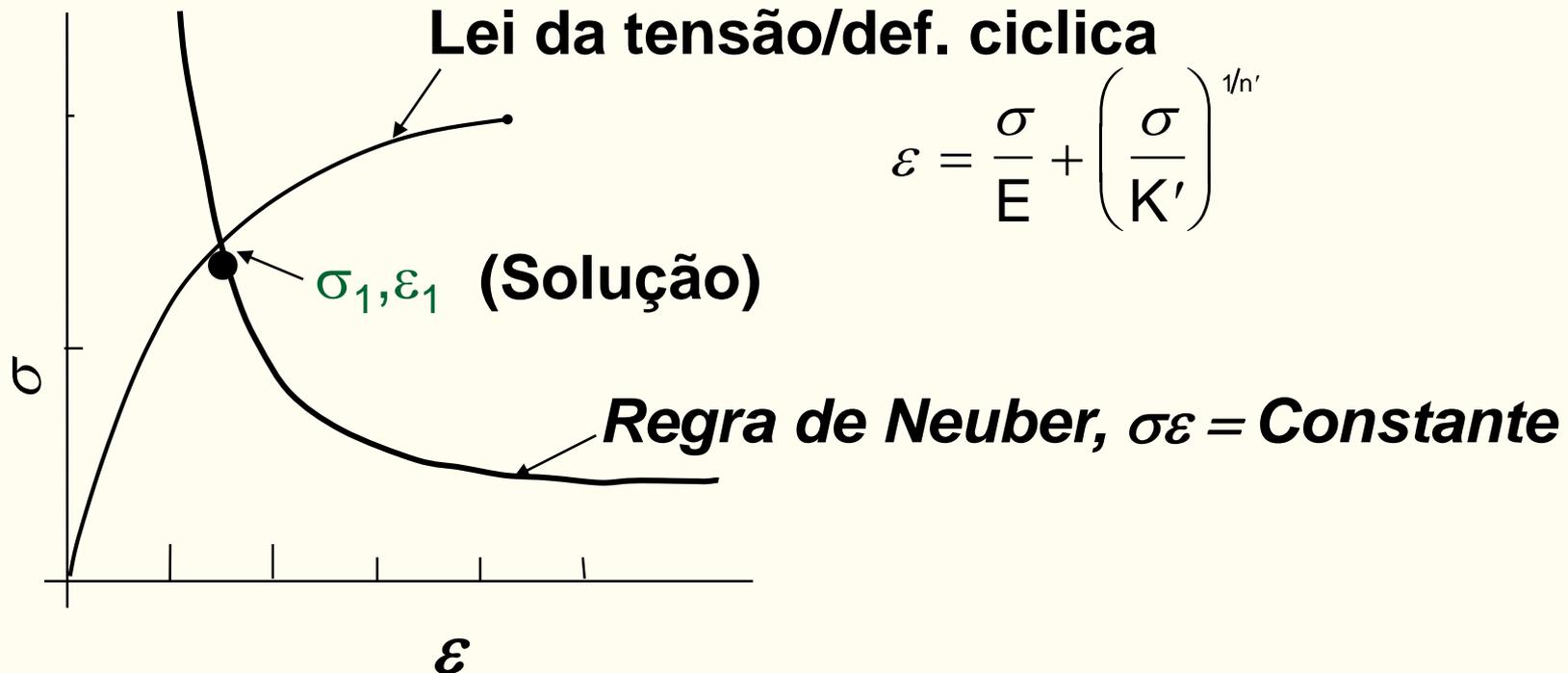
$\sigma$  e  $\varepsilon$  local devem satisfazer **ambos** a Regra de Neuber e a lei tensão-def. (ou Histerese).





EESC-USP

Para uma dada tensão nominal  $S_1$  e uma deformação nominal  $e_1$ , os valores da tensão e def. local ( $\sigma_1, \varepsilon_1$ ) são dados na “intersecção” da regra de Neuber R e a lei de tensão-def. (ou Histerese).





Em fadiga, deve ser usado  $K_f$  ao invés de  $K_t$  sendo que assumindo que o comportamento

**Regra de Neuber**  $\sigma \varepsilon = \text{Constante} = K_f^2 S e$

**Lei tensão-def.**  $\varepsilon = \frac{\sigma}{E} + \left( \frac{\sigma}{K'} \right)^{1/n'}$

$$e = \frac{S}{E} + \left( \frac{S}{K'} \right)^{1/n'}$$

$$e = \frac{S}{E} \quad \text{if } S \leq S_y$$

**conhecido**

**Substituir  $e$  e  $\varepsilon$  na regra de Neuber**

$$\sigma \left[ \frac{\sigma}{E} + \left( \frac{\sigma}{K'} \right)^{1/n'} \right] = K_t^2 S \left[ \frac{S}{E} + \left( \frac{S}{K'} \right)^{1/n'} \right]$$



## Regra de Neuber e Resposta Tensão-Def. Local /Exemplo

EESC-USP

Dados:  $S=50$  ksi,  $K' =154$  ksi,  $E = 30$  Msi,  $K_t=2,0$  and  $n' =0,125$

$$\sigma \left[ \frac{\sigma}{30000} + \left( \frac{\sigma}{154} \right)^{1/0.125} \right] = K_t^2 S \left[ \frac{S}{30000} + \left( \frac{S}{154} \right)^{1/0.125} \right]$$

$$\sigma^9 + 1.054485 \times 10^{13} \sigma^2 = 1.132623 \times 10^{17}$$

Resolvendo p/  $\sigma$ :  $\sigma = 72.8$  ksi.

Então, a def.  $\varepsilon$  pode ser obtida pela substituição de  $\sigma$  na regra de Neuber ou na lei tensão-def.

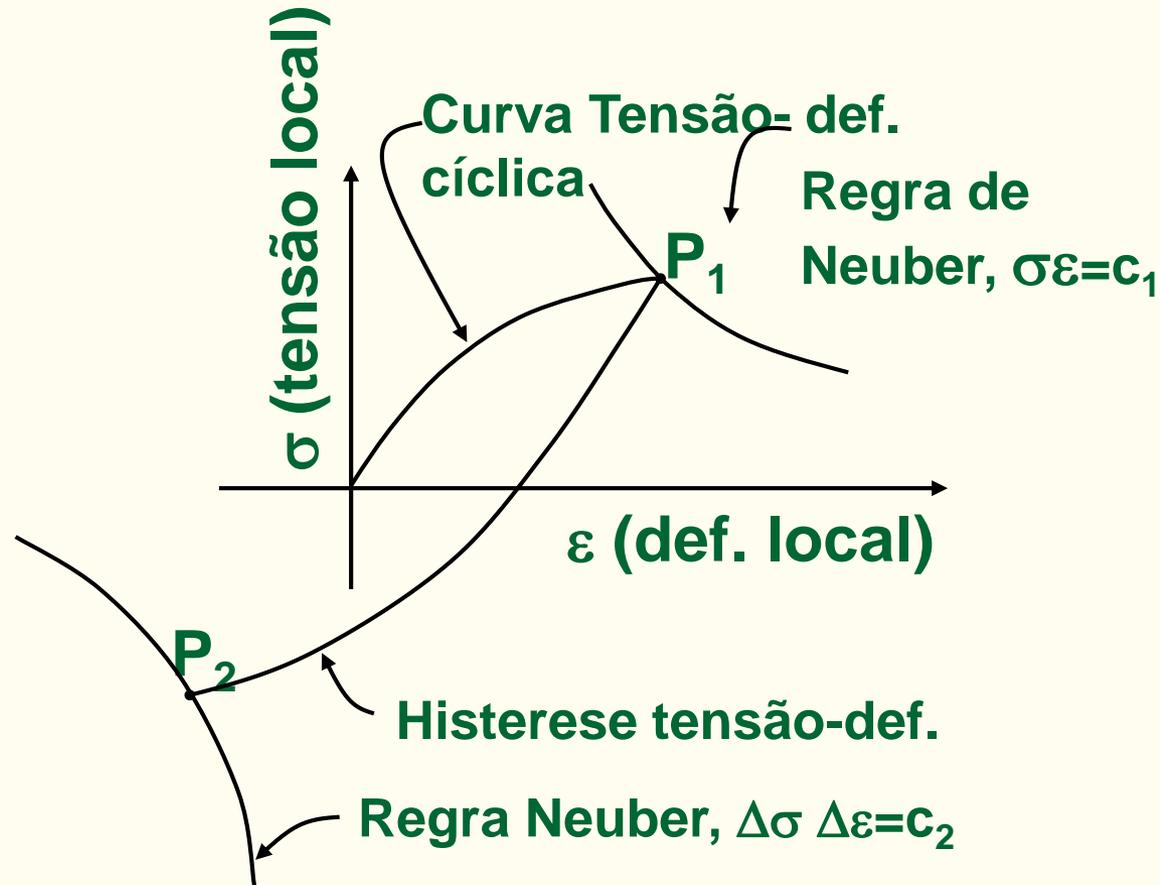
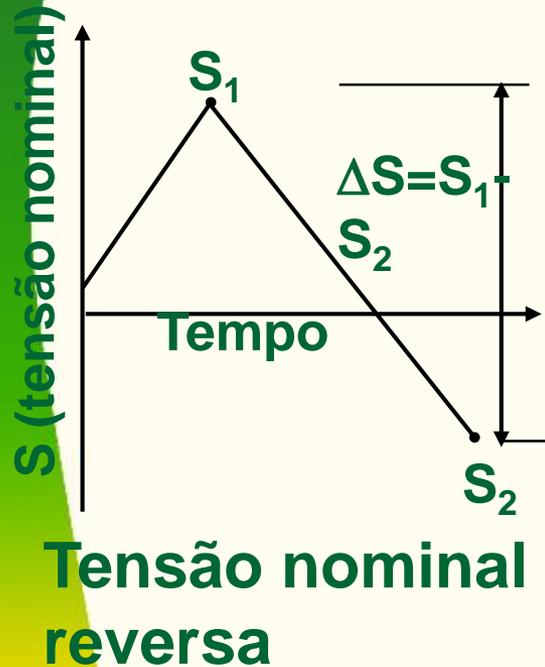
$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E} + \left( \frac{\sigma}{K} \right)^{1/n'} = \left[ \frac{72.8}{30000} + \left( \frac{72.8}{154} \right)^{1/0.125} \right]$$

$$\varepsilon = 0.002427 + 0.002494 = 0.004921$$



# Methodologia Para a Resposta Local a Partir da História Nominal Aplicada

EESC-USP



Intersecção da histerese tensão-def. e a hiperbole de Neuber ( $\Delta\sigma \Delta\varepsilon$ ).



EESC-USP

# Regra de Neuber e a Resposta da Histerese Local



Regra de Neuber  $\Delta\sigma \Delta\varepsilon = \text{Constante} = K_f^2 \Delta S \Delta e$

Note, para fadiga  $K_f$  é usado no lugar de  $K_t$

**Lei da histerese**

$$\frac{\Delta\varepsilon}{2} = \frac{\Delta\sigma}{2E} + \left( \frac{\Delta\sigma}{2K'} \right)^{1/n'}$$

$$\frac{\Delta e}{2} = \frac{\Delta S}{2E} + \left( \frac{\Delta S}{2K'} \right)^{1/n'}$$

$$\frac{\Delta e}{2} = \frac{\Delta S}{2E} \quad \text{if } \frac{\Delta S}{2} \leq S_y$$

**Substituir  $\Delta e$  e  $\Delta\varepsilon$  na regra de Neuber**

$$\Delta\sigma \left[ \frac{\Delta\sigma}{2E} + \left( \frac{\Delta\sigma}{2K'} \right)^{1/n'} \right]$$

$$= K_t^2 \Delta S \left[ \frac{\Delta S}{2E} + \left( \frac{\Delta S}{2K'} \right)^{1/n'} \right]$$

conhecido



## Regra de Neuber e a Resposta da Histerese Local - Example

EESC-USP

Dado:  $\Delta S=100$ ,  $K' =154$  ksi,  $E = 30$  Msi,  $K_t=2.0$  and  $n' =0.125$

$$\Delta \sigma \left[ \frac{\Delta \sigma}{60000} + \left( \frac{\Delta \sigma}{308} \right)^{1/0.125} \right] = 0.71606$$

$$(\Delta \sigma)^9 + 1.34975 \times 10^{15} (\Delta \sigma)^2 = 5.79903 \times 10^{19}$$

Resolvendo para  $\Delta \sigma$ :  $\Delta \sigma = 145.6$  ksi.

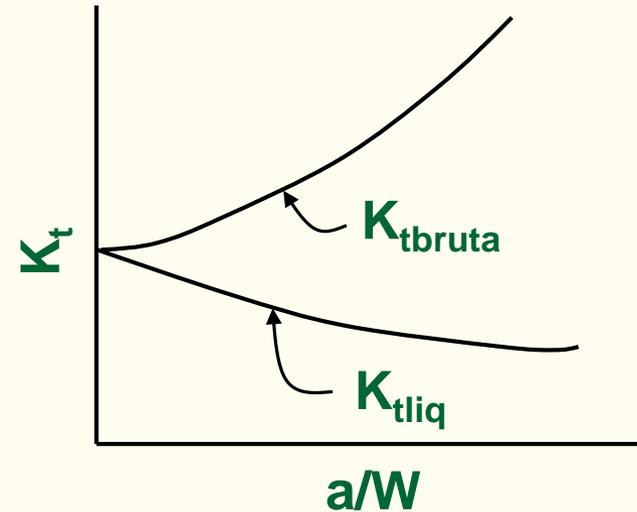
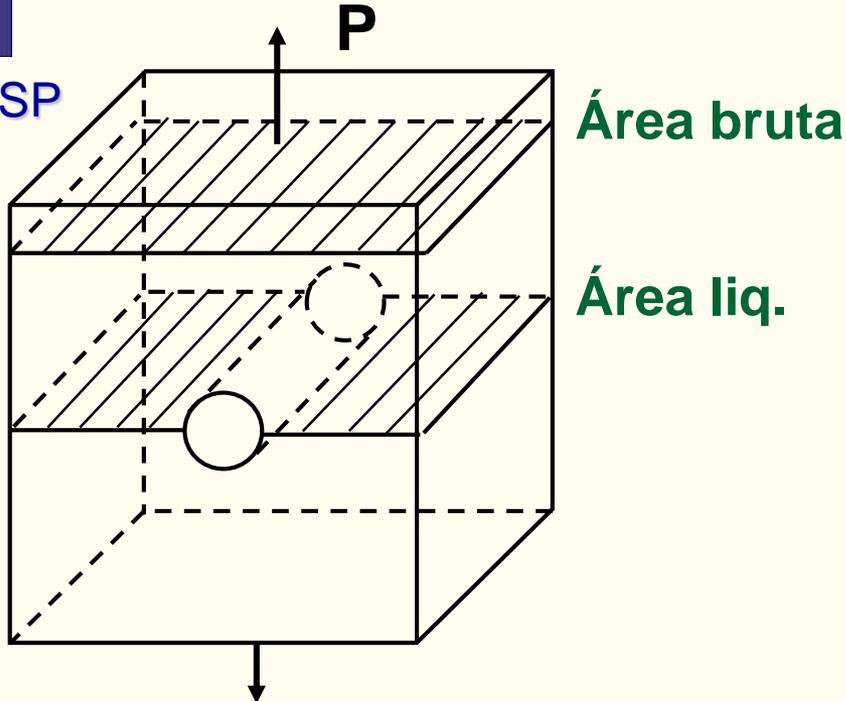
Então, a variação de  $\Delta \varepsilon$  pode ser obtida pela substituição de  $\Delta \sigma$  na regra de Neuber ou na Histerese

$$\begin{aligned} \frac{\Delta \varepsilon}{2} &= \frac{\Delta \sigma}{2E} + \left( \frac{\Delta \sigma}{2K'} \right)^{1/n'} = \left[ \frac{72.8}{30000} + \left( \frac{72.8}{154} \right)^{1/0.125} \right] \\ &= 0.002427 + 0.002494 = 0.004921 \Rightarrow \Delta \varepsilon = 0.009842 \end{aligned}$$



EESC-USP

# ÁREAS BRUTA E LÍQUIDA PARA FCT



$a$  = raio do furo,  $W$  = largura da placa,  $t$  = espessura da placa

Área Bruta =  $Wt$ , Área Liq. =  $(W-2a)t$

$S_{bruta} = P/Wt$ ,  $S_{liq} = P/(W-2a)t$

$K_{tbruta} = \sigma_{max} / S_{bruta}$ ,  $K_{tliq} = \sigma_{max} / S_{liq}$



## Problema



EESC-USP

Para uma placa com entalhe com um fator de concentração de tensão líquido de  $K_t = 3$ ,  $E = 200 \text{ GPa}$ ,  $K' = 1400 \text{ MPa}$ ,  $S_y = 600 \text{ MPa}$ ,  $n' = 0.14$

Determine a tensão líquida,  $S$ , necessária para:

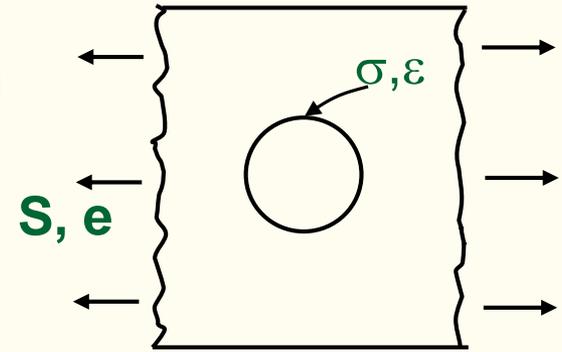
- A) O escoamento é atingido,  $S_y$  na raiz do entalhe
- B) Uma def. de  $\varepsilon = 1 \%$  na raiz do entalhe

Se uma seção líquida de  $610 \text{ MPa}$  é aplicada na placa, determine a tensão e def. local na raiz do entalhe ( $\sigma$  e  $\varepsilon$ ).



# Solução

EESC-USP a) A raiz do entalhe irá escoar em  $\sigma = S_y = 600$



Calcule a def. local a partir da tensão

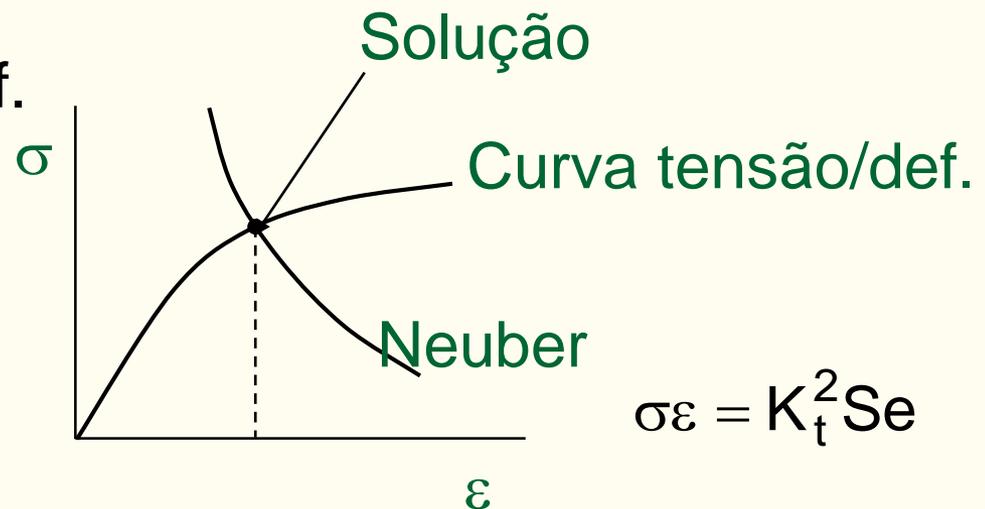
$$\epsilon = \frac{\sigma}{E} + \left( \frac{\sigma}{K'} \right)^{\frac{1}{n'}} = \frac{600}{200000} + \left( \frac{600}{1400} \right)^{\frac{1}{0.14}}$$

$$\epsilon = 0.00535$$

Calcule a tensão/def. (S, e) líquida a partir da tensão/def. local ( $\sigma, \epsilon$ )

Regra de Neuber

$$\sigma \epsilon = K_t^2 S e$$



$$\sigma \epsilon = K_t^2 S e$$



EESC-USP

$$(3)^2 S \left[ \frac{S}{E} + \left( \frac{S}{K'} \right)^{1/n'} \right] = (600)(0.00535)$$

Substituindo para e

$$\frac{S^2}{200000} + \frac{S^{8.1429}}{2.96718 \times 10^{22}} = 0.356667 \quad \boxed{S = 266.5 \text{ MPa}}$$

b) Dado  $\varepsilon = 0.01$  na raiz do entalhe; Determine S & e

Calcule a tensão local a partir da def. local

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E} + \left( \frac{\sigma}{K'} \right)^{1/n'}$$

$$\frac{\sigma}{200000} + \left( \frac{\sigma}{1400} \right)^{1/0.14} = 0.01 \rightarrow \sigma = 693 \text{ MPa}$$



EESC-USP

Calcule a tensão/def. líquida (**S, e**) a partir da  
tensão/def. a partir da conhecida tensão/def. local ( **$\sigma, \epsilon$** )

Regra de Neuber

$$K_t^2 S \left[ \frac{S}{E} + \left( \frac{S}{K'} \right)^{1/n'} \right] = 693 \dots (0,01)$$

$$\frac{S^2}{200000} + \frac{S^{8.1429}}{2.96718 \times 10^{22}} = 0.77 \text{ Resolvendo} \rightarrow$$

$$S = 382.6 \text{ MPa}$$

$$e = \frac{382.6}{E} + \left( \frac{382.6}{K'} \right)^{1/0.14}$$

$$e = 0.00201$$

Verifique  $K_t^2 S e = \sigma \epsilon$

$$9(382.6)(0.00201) = 693(0.01)$$



## Solução (Contd.)

EESC-USP

c) Se  $S=610$  MPa,  $\sigma =?$   $\varepsilon =?$

$$\sigma \varepsilon = K_t^2 S \varepsilon \quad \rightarrow \quad \sigma \left[ \frac{\sigma}{E} + \left( \frac{\sigma}{K'} \right)^{1/n'} \right] = (9) S \left[ \frac{S}{E} + \left( \frac{S}{K'} \right)^{1/n'} \right]$$

$$\frac{\sigma^2}{200000} + \frac{\sigma^{8.1429}}{2.96718 \times 10^{22}} = 31.2799$$

Resolvendo para  $\sigma$ ,  $\sigma = 864.19$  MPa

Def. local, 
$$\varepsilon = \frac{864.19}{E} + \left( \frac{864.19}{K'} \right)^{1/n'} = 0.036196$$



EESC-USP

## Problema



Um componente com entalhe tem um fator de concentração de tensão teórico,  $K_t = 3$ . O componente é carregado a uma tensão nominal,  $S = 200$  MPa. Determine a tensão,  $\sigma$ , e a deformação,  $\varepsilon$ , resultante na raiz do entalhe. O componente é então descarregado para uma tensão nominal,  $S = 0$ .

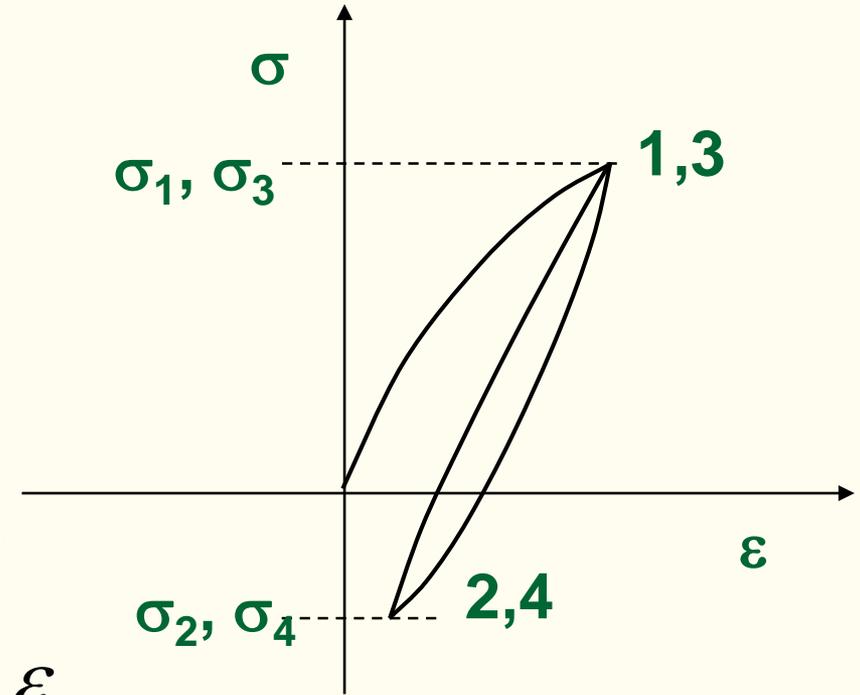
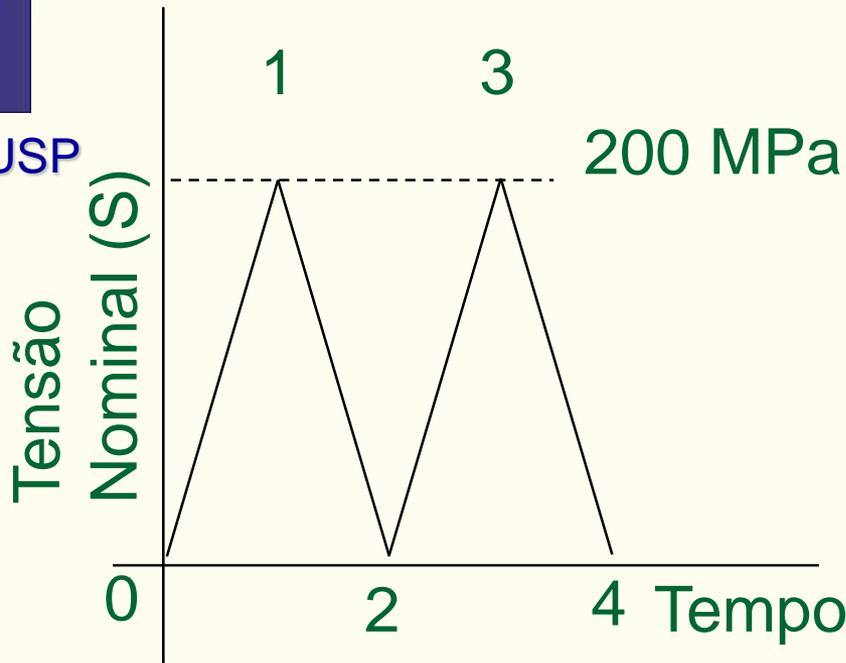
Determine a tensão residual na raiz do entalhe.

Qual é a vida em fadiga do componente se ele estiver submetido a uma tensão cíclica nominal de 0 a 200 MPa ( $R=0$ )?

Use a análise de Neuber e a relação de Morrow da tensão média – def. [Eq. (2.49)]. As propriedades de def.-vida para este material são:  $E=100$  GPa,  $\sigma'_f=1000$  MPa,  $b = -0,08$ ,  $\varepsilon'_f=1,0$  and  $c = -0,60$ .



EESC-USP



Segmento 0-1:  $K_t^2 S_1 e_1 = \sigma_1 \varepsilon_1$

$$K_t^2 S_1 \left[ \frac{S_1}{E} + \left( \frac{S_1}{K'} \right)^{1/n'} \right] = \sigma_1 \left[ \frac{\sigma_1}{E} + \left( \frac{\sigma_1}{K'} \right)^{1/n'} \right]$$

dado:

$$K_t = 3, \quad S_1 = 200, \quad E = 100000, \quad K' = 1000 \text{ MPa}, \quad n' = 0.1333$$



EESC-USP

$$\frac{\sigma_1^2}{100000} + \frac{\sigma_1^{8.5}}{1000^{7.5}} = (9)(200) \left[ \frac{200}{100000} + \left( \frac{200}{1000} \right)^{7.5} \right]$$

$$\sigma_1^{8.5} + 3.162278 \times 10^{17} \sigma_1^2 = 1.1416783 \times 10^{23} \quad \sigma_1 = 463.9 \text{ MPa}$$

Segmento 1-2:  $K_t^2 \Delta S \Delta e = \Delta \sigma \Delta \varepsilon$

$$K_t^2 \Delta S \left[ \frac{\Delta S}{E} + 2 \left( \frac{\Delta S}{2K'} \right)^{1/n'} \right] = \Delta \sigma \left[ \frac{\Delta \sigma}{E} + 2 \left( \frac{\Delta \sigma}{2K'} \right)^{1/n'} \right]$$

$\Delta S = 200$       resolver para  $\Delta \sigma = 589.6 \text{ MPa}$

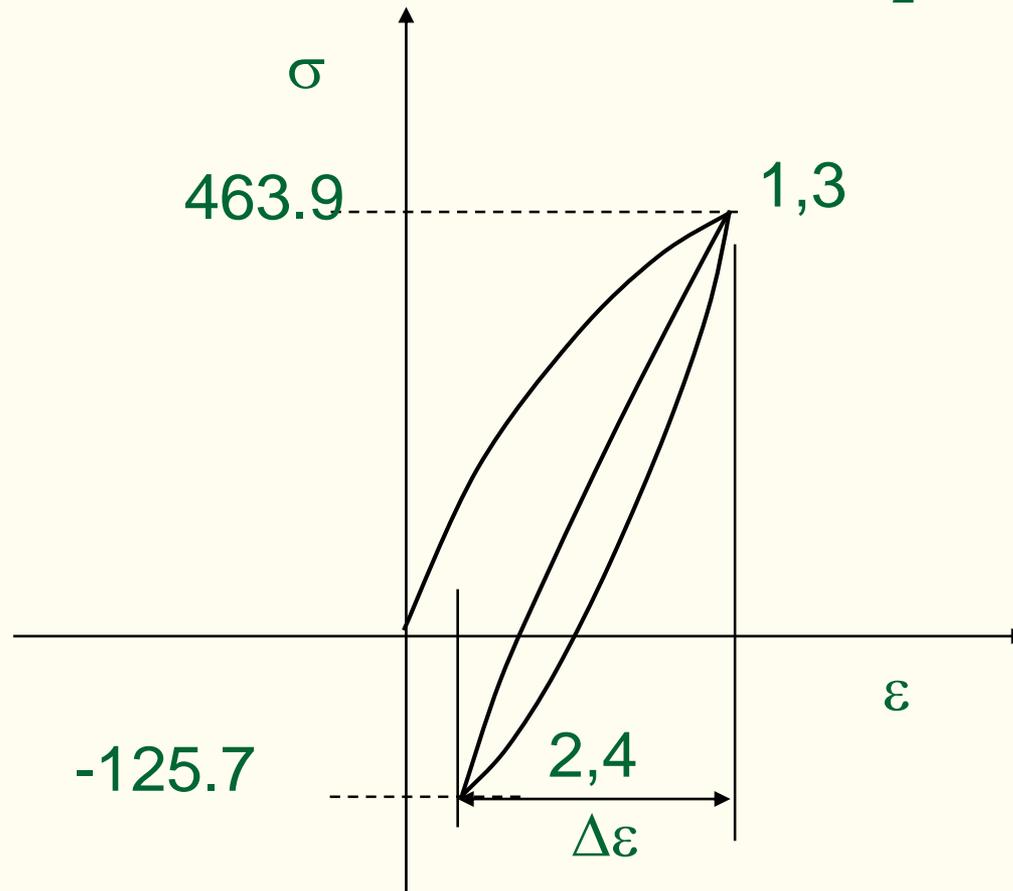
$$\sigma_2 = \sigma_1 - \Delta \sigma \quad \Rightarrow \quad \sigma_2 = -125.7$$



EESC-USP

A tensão residual na raiz do entalhe acontece quando a Tensão nominal é completamente aliviada, isto é,  $S_2=0$

A tensão residual na raiz do entalhe,  $\sigma_2 = -125.7$  MPa



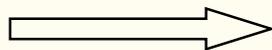


EESC-USP

Cálculo da vida:

$$\frac{\Delta \varepsilon}{2} = \frac{\Delta \sigma}{2E} + \left[ \frac{\Delta \sigma}{2K'} \right]^{1/n'}$$

$$\frac{\Delta \varepsilon}{2} = \frac{589.6}{2(100000)} + \left[ \frac{589.6}{2(1000)} \right]^{7.5}$$



$$\frac{\Delta \varepsilon}{2} = 0.00305$$

Tensão Média,  $\sigma_0 = \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2} = 169.1 \text{ MPa}$



EESC-USP

Usando Morrow para levar em conta o efeito da tensão Média na vida em fadiga,

$$\frac{\Delta\varepsilon}{2} = \frac{\sigma'_f - \sigma_0}{E} (2N_f)^b + \varepsilon'_f (2N_f)^c$$

$$0.00305 = \frac{1000 - 169.1}{100000} (2N_f)^{-0.08} + 1.0 (2N_f)^{-0.60}$$

$$0.00305 = 0.008309 (2N_f)^{-0.08} + (2N_f)^{-0.60}$$

Resolvendo para  $2N_f = 875,670$

Vida,  $N = 437,835$  cycles