

Lista de Exercícios – 14/03/2018

Questão 1 – Encontre os menores valores positivos para o período T das seguintes funções:

(a) $\cos x, \sin x, \cos 2x, \sin \pi x, \sin 2\pi x$

(b) $\cos nx, \cos 2\pi x/k, \cos 2\pi nx/k$

Questão 2 – Dada a função $f(t)$ com T , definida como:

$$f(t) = t, \quad \text{para } \frac{-T}{2} \leq t < \frac{T}{2},$$

desenvolva a mesma em série de Fourier.

Questão 3 – Seja $f(t)$ uma função periódica, com período $T = 4$, definida como:

$$f(t) = t^2, \quad \text{para } -2 \leq t < 2.$$

Nessas condições, pede-se:

- (a) Faça o esboço do gráfico de $f(t)$ no intervalo $-6 \leq t < 6$;
- (b) Desenvolva $f(t)$ em série de Fourier.

Questão 4 – Seja $f(x)$ uma função periódica, com período $T = 2\pi$, definida como:

$$f(x) = \begin{cases} 1, & \text{para } 0 \leq x < \pi; \\ 0, & \text{para } -\pi \leq x < 0. \end{cases}$$

Nessas condições, pede-se:

- (a) Faça o esboço do gráfico de $f(x)$ no intervalo $-3\pi \leq x < 3\pi$;
- (b) Calcule a série de Fourier de $f(x)$;
- (c) Use os resultados obtidos nos itens (a) e (b) para obter uma expressão em série para π ;
- (d) Usando o resultado do item (c), calcule o valor de π quando truncamos a série de Fourier com 2 termos e 3 termos. Avalie a diferença.

Questão 5 – Seja $f(x)$ uma função periódica, com período $2T$, definida como:

$$f(x) = \begin{cases} T - x, & \text{para } 0 \leq x \leq T; \\ T + x, & \text{para } -T \leq x \leq 0. \end{cases}$$

Nessas condições, pede-se:

- (a) Faça o esboço do gráfico de $f(x)$ no intervalo $-3T \leq x < 3T$;
- (b) $f(x)$ é par ou ímpar? Justifique!
- (c) Usando a resposta do item (b), calcule a série de Fourier de $f(x)$;

Questão 6 – Seja $f(t)$ uma função periódica, tal que:

$$f(t) = t + \pi, \quad \text{para } -\pi \leq t < \pi \quad \text{e} \quad f(t + 2\pi) = f(t).$$

Nessas condições, pergunta-se:

- (a) Qual é o período da função $f(t)$?
- (b) Faça o esboço do gráfico de $f(t)$ no intervalo $-3\pi \leq t < 3\pi$;
- (c) Desenvolva a série de Fourier de $f(t)$.

Questão 7 – Mostre que se uma função $f(x)$ tem os coeficientes de Fourier a_n e b_n e $g(x)$ tem os coeficientes c_n e d_n , então $kf(x) + mg(x)$ tem os coeficientes $(ka_n + mc_n)$ e $(kb_n + md_n)$.