PCS 3115 (PCS2215)

Sistemas Digitais I

Módulo 05 – Álgebra Booleana

Prof. Dr. Edison Spina

Sobre o material do

Prof. Dr. Marcos A. Simplicio Jr.

versão: 5 (Mar/2018)

Spina

Conteúdo

- Conceitos básicos
- Teoremas de 1 variável
- Teoremas de 2 variáveis
- Teoremas de n variáveis

- Referência: Cap. 4.1 do início até 4.1.4 (inclusive) do livro-texto.

Spina

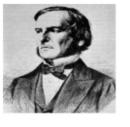
Spina

Álgebra

- Definida por
  - Um conjunto de operações válidas
  - Um conjunto de valores que cada variável pode assumir
- Construídas usando símbolos
  - Letras: variáveis
  - Operadores lógicos
- Exemplo: álgebra com números reais
  - $(a+b) \cdot c / \sqrt{a}$

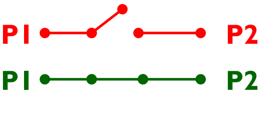
Spina

Álgebra e Circuitos de Chaveamento



- 1854: George Boole cria um sistema algébrico baseado em um número finito de valores
  - Nascimento da Álgebra Booleana
- 1938: Shannon adapta a álgebra booleana para modelar o funcionamento de circuitos a relés
  - Chave aberta (sem corrente): 0
  - Chave fechada (com corrente): 1

- *Álgebra de chaveamento*: ramo da álgebra booleana usando apenas 2 valores (binária)
  - Porém, a literatura costuma usar os termos como sinônimos (e nós também…)



Spina

Álgebra Booleana

- Dois valores possíveis: **{1, 0}**
  - Ou {Verdadeiro, Falso}, {V, F}, {on, off}, {alto, baixo}...

- Em outras palavras:
  - Se $a \neq 0 \rightarrow a = 1$
  - Se $a \neq 1 \rightarrow a = 0$

Spina

Álgebra Booleana

- Relação entre Álgebra Booleana e Eletrônica Digital
  - Obs.: notação positiva (V = 1, F =0)

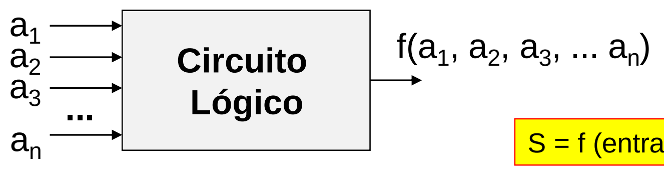
Valor Lógico	Nível Lógico	Nível de Tensão TTL	Nível de Tensão CMOS (tipo AHC)
F	0	0 – 0.8 V	0 – 1.5 V
V	1	2 – 5 V	3.5 – 5 V

Tensões reconhecidas por *portas lógicas*
(obs.: CMOS AHC compatível com TTL)

Spina

Portas lógicas

- Dispositivos digitais que *implementam funções lógicas*.
  - Operam sobre um ou mais sinais lógicos de entrada
  - Produzem uma (e apenas uma) saída, dependente da função lógica implementada



S = f (entradas) !!

Spina

Tabela-verdade

- Tabela com resultados para todas as possíveis combinações de entrada
  - Cada função tem uma tabela verdade própria

variáveis de entrada

todas as possíveis combinações na entrada

X	Y	Z	f(X,Y,Z)
0	0	0	f(0,0,0)
0	0	1	f(0,0,1)
0	1	0	f(0,1,0)
0	1	1	f(0,1,1)
1	0	0	f(1,0,0)
1	0	1	f(1,0,1)
1	1	0	f(1,1,0)
1	1	1	f(1,1,1)

função

valor de saída para uma dada combinação de entradas

Spina

Álgebra Booleana: operações básicas

- **Complemento** (NOT)
  - Também chamada de “negação” ou “inversão”
  - Operação unária (i.e., aplicada sobre uma variável por vez)
  - **Resultado**: valor oposto ao valor da entrada
    - Se X = 0, então X’ = 1
    - Se X = 1, então X’ = 0

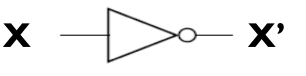
- Símbolos:
  - X, **~X**, **X’**, ¬X, NOT(X),X\

- Tabela-verdade

X	**X’**
0	**1**
1	**0**

- Porta lógica

(representação gráfica)



Símbolos mais usados na disciplina

Spina

Álgebra Booleana: operações básicas

- Operação E (AND)
  - Também chamada de “multiplicação lógica”
  - **Resultado**: 1 se e somente **<u>todos</u>** os termos forem 1

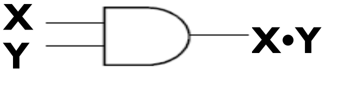
- Símbolos:
  - { • , ∧ }

- Tabela-verdade

X	Y	X•Y
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

- Porta lógica

(representação gráfica)



Símbolo usado na disciplina

Spina

Álgebra Booleana: operações básicas

- Operação OU (OR)
  - Também chamada de “adição lógica”
  - **Resultado**: 1 se **<u>qualquer um</u>** dos termos for 1

- Símbolos:

  { **+** , v }

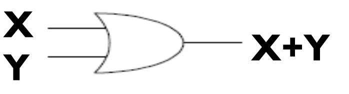
  Símbolo usado na disciplina

- Tabela-verdade

X	Y	X+Y
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

- Porta lógica

  (representação gráfica)



Spina

Operadores: ordem de precedência

- Do nível de parêntesis mais *interno* para o nível mais *externo*
  1. Complemento de variável individual (NOT)
  2. Operação E
  3. Operação OU

Sequência de avaliação

NOT	>	E	>	OU
’	>	•	>	+

$$\text{Ex.: } \overbrace{X'^{\,1} + \underbrace{Y \bullet Z \bullet W'^{\,1}}_{2}}^{3}$$

Teoremas de 1 variável

- (T1) X+0=X (T1') X•1=X → identidade
- (T2) X+1=1 (T2') X•0=0 → elemento nulo
- (T3) X+X=X (T3')X•X=X → idempotência
- (T4) (X')'=X → involução
- (T5) X+X'=1 (T5') X•X'=0 → complemento

- ➔ Podem ser provados por indução perfeita: listando todas as variáveis
  - Ou seja: basta verificar as tabelas-verdade

Spina

Teoremas de 2 ou 3 variáveis

Comutativa:	(T6) X+Y=Y+X	(T6') X•Y=Y•X
Associativa:	(T7) (X+Y)+Z=X+(Y+Z)	(T7') (X•Y)•Z=X•(Y•Z)
Distributiva:	(T8) X•(Y+Z)=X•Y+X•Z	(T8') X+Y•Z=(X+Y)•(X+Z)
Cobertura:	(T9) X+X•Y=X	(T9') X•(X+Y)=X
Combinação:	(T10) X•Y+X•Y'=X	(T10') (X+Y)•(X+Y')=X
Consenso:	(T11) X•Y+X'•Z+Y•Z = X•Y+X'•Z e	
	(T11') (X+Y)•(X'+Z)•(Y+Z) = (X+Y)•(X'+Z)	

Prova T11:
Se X = 1 ➔ Y+Y•Z = Y = Y•X
Se X = 0 ➔ Z+Y•Z = Z = Z•X'
X•Y+X'•Z+Y•Z ➔ (X = 0 + X = 1) ➔ Y•X + Z•X'

Spina

Spina

Teoremas de n variáveis

Idempotência generalizada:

(T12) $X+X+X....=X$ (T12') $X \bullet X \bullet ... \bullet X = X$

De Morgan:

(T13) $(X_1 \bullet X_2 \bullet \ ... \ \bullet X_n)' = X_1' + X_2' + ... + X_n'$

(T13) $(X_1 + X_2 + \ ... + X_n)' = X_1' \bullet X_2' \bullet ... \bullet X_n'$

De Morgan generalizado:

(T14) $[F(X_1, X_2, \ ..., \ X_n, +, \bullet)]' = [F(X_1', X_2', \ ..., \ X_n', \bullet, +)]$

Expansão de Shannon:

(T15) $F(X_1, X_2, \ ..., \ X_n) = [X_1 \bullet F(1, X_2, \ ..., \ X_n)] + [X_1' \bullet F(0, X_2, \ ..., \ X_n)]$

(T15') $F(X_1, X_2, \ ..., \ X_n) = [X_1 + F(0, X_2, \ ..., \ X_n)] \bullet [X_1' + F(1, X_2, \ ..., \ X_n)]$

Spina

Álgebra Booleana: operações derivadas

- **Circuitos equivalentes**, de acordo com Teorema de De Morgan: **NAND** ou **NÃO-E**
  - Combinação de inversão e operação E

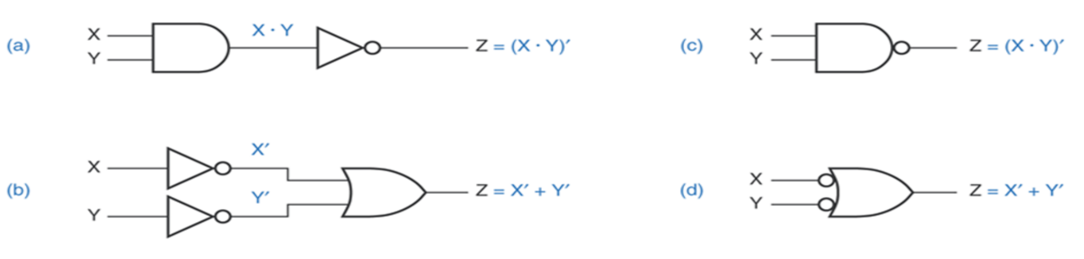
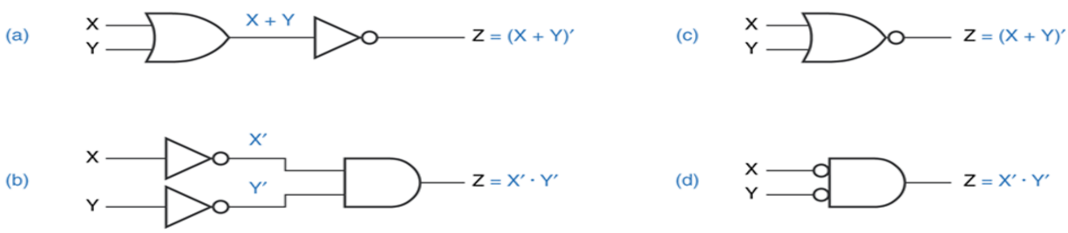


Fig 4-3

Spina

Álgebra Booleana: operações derivadas

- **Circuitos equivalentes**, de acordo com Teorema de De Morgan: **NOR** ou **NÃO-OU**
  - Combinação de inversão e operação OU



From *Digital Design: Principles and Practices*, Fourth Edition, John F. Wakerly, ISBN 0-13-186389-4.

Fig 4-4

Spina

Álgebra Booleana: operações derivadas

- Operação OU-Exclusivo (XOR)
  - $X \oplus Y = (X' \bullet Y) + (X \bullet Y')$
  - Resultados (equivalentes)
    - 1 se **apenas uma** das entradas for 1, 0 caso contrário
    - 1 se **ambas as entradas são diferentes**, 0 caso contrário

- Símbolo:
  { ⊕ }

- Tabela-verdade

X	Y	X⊕Y
0	0	0
0	I	I
I	0	I
I	I	0

- Porta lógica
  (representação gráfica)

Spina

Exercícios

1. Simplificar a expressão $(x+y+z) \cdot (x \cdot y' + y \cdot z + x \cdot z')$
2. Calcular (desenvolver) $f = (x.y + y' \cdot z + x \cdot z')'$
3. Comprovar que $[(x + x'.y) = (x+y)]$ por Diagrama de Venn.
4. Usando os teoremas apresentados, demonstre que:

$F = B' \cdot C + A \cdot C \cdot D' + A' \cdot C + E \cdot B' + E \cdot (A+C) \cdot (A'+D')$
$= B' \cdot (C+E) + (C+E \cdot (A+C)) \cdot (A \cdot D)'$

Spina

Exercícios: Respostas

1. Simplificar a expressão $(x+y+z) \cdot (x \cdot y' + y \cdot z + x \cdot z')$

$(x+y+z) \cdot (x \cdot y + y \cdot z + x \cdot z') =$

$= x \cdot x \cdot y' + x \cdot y \cdot z + x \cdot x \cdot z' + x \cdot y \cdot y' + y \cdot y \cdot z + x \cdot y \cdot z' + x \cdot y' \cdot z + y \cdot z \cdot z + x \cdot z \cdot z' =$

$= x \cdot y' + x \cdot y \cdot z + x \cdot z' + x \cdot 0 + y \cdot z + x \cdot y \cdot z' + x \cdot y' \cdot z + y \cdot z + x \cdot 0 =$

$= x \cdot (y' + y \cdot z) + x \cdot z' + x \cdot y \cdot z' + y \cdot z + x \cdot y' \cdot z + y \cdot z =$

$= x \cdot (y' + z) + x \cdot z'(1 + y) + z \cdot (y + x \cdot y') + y \cdot z =$

$= x \cdot y' + x \cdot z + x \cdot z' + z \cdot (y + x) + y \cdot z =$

$= x \cdot y' + x \cdot z + x \cdot z' + y \cdot z + x \cdot z + y \cdot z = x \cdot y' + x \cdot z + x \cdot z + x \cdot z' + y \cdot z + y \cdot z =$

$= x \cdot y' + x \cdot (z + z') + y \cdot z = x \cdot y' + x \cdot 1 + y \cdot z = x \cdot y' + x + y \cdot z =$

$= x + y \cdot z$

Exercícios: Respostas

2. Calcular (desenvolver) f = (x.y+y'•z+x•z')'

   f = (x•y + y'•z + x•z')'

   = (x•(y+z') + y'•z)' T8

   = [x•(y+z') + (y+z')']' T13

   = (x • a + a')'

   = (x • a)' • a

   = (x' + a') • a

   = x' • a + a • a' T5

   = x' • a = x' • (y + z')

Spina

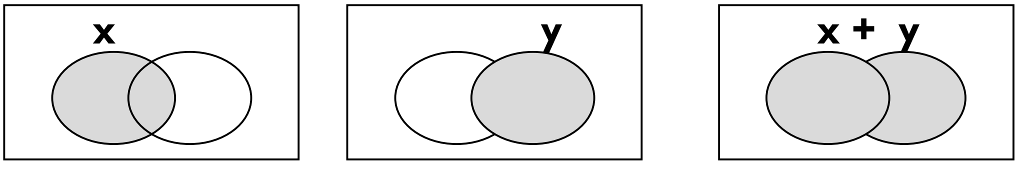
Exercícios: Respostas

3. Comprovar que [(x + x'.y) = (x+y)] por Diagrama de Venn.

Spina

Exercícios: Respostas

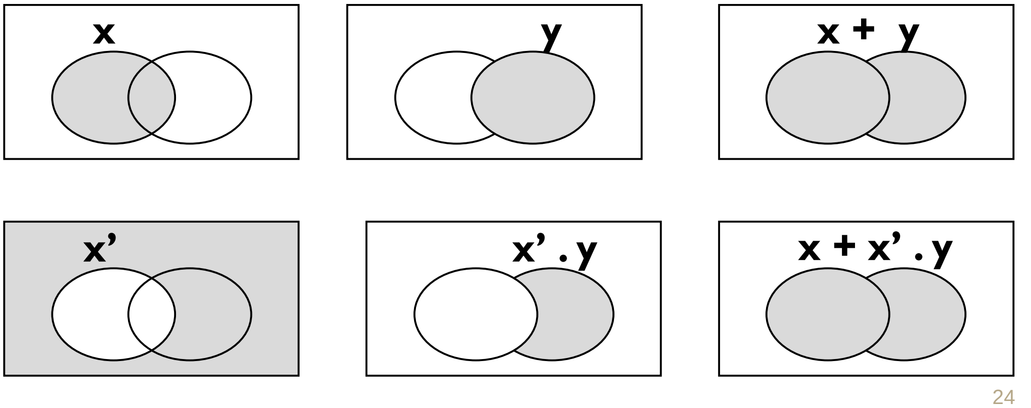
3. Comprovar que [(x + x'.y) = (x+y)] por Diagrama de Venn.



Spina

Exercícios: Respostas

3. Comprovar que [(x + x'.y) = (x+y)] por Diagrama de Venn.



Spina

Spina

Exercícios: Respostas

4. Usando os teoremas apresentados, demonstre que:

F = B'•C + A•C•D' + A'•C + E•B' + E•(A+C) • (A'+D') = B'•(C+E) + (C+E•(A+C)) • (A•D)'

$$B'\cdot C + A\cdot C\cdot D' + A'\cdot C + E\cdot B' + E\cdot(A + C)\cdot(A' + D')$$
$$= B'\cdot C + B'\cdot E + A\cdot D'\cdot C + A'\cdot C + E\cdot(A + C)\cdot(A' + D') \; (T6, T6', T7, T7')$$

Spina

Exercícios: Respostas

4. Usando os teoremas apresentados, demonstre que:

F = B'•C + A•C•D' + A'•C + E•B' + E•(A+C) • (A'+D') = B'•(C+E) + (C+E•(A+C)) • (A•D)'

$$B'\cdot C + A\cdot C\cdot D' + A'\cdot C + E\cdot B' + E\cdot(A + C)\cdot(A' + D')$$
$$= B'\cdot C + B'\cdot E + A\cdot D'\cdot C + A'\cdot C + E\cdot(A + C)\cdot(A' + D') \; (T6, T6', T7, T7')$$
$$= B'\cdot(C + E) + (A\cdot D' + A')\cdot C + E\cdot(A + C)\cdot(A' + D') \; (T8)$$

Exercícios: Respostas

4. Usando os teoremas apresentados, demonstre que:

F = B’•C + A•C•D’ + A’•C + E•B’ + E•(A+C) • (A’+D’) =

B’•(C+E) + (C+E•(A+C)) • (A•D)’

$$
\begin{aligned}
& B' \cdot C + A \cdot C \cdot D' + A' \cdot C + E \cdot B' + E \cdot (A + C) \cdot (A' + D') \\
&= B' \cdot C + B' \cdot E + A \cdot D' \cdot C + A' \cdot C + E \cdot (A + C) \cdot (A' + D') \ (\text{T6, T6}', \text{T7, T7}') \\
&= B' \cdot (C + E) + (A \cdot D' + A') \cdot C + E \cdot (A + C) \cdot (A' + D') \ (\text{T8}) \\
&= B' \cdot (C + E) + (D' + A') \cdot C + E \cdot (A + C) \cdot (A' + D') \ (\text{T11, T9})
\end{aligned}
$$

Spina

Exercícios: Respostas

4. Usando os teoremas apresentados, demonstre que:

F = B’•C + A•C•D’ + A’•C + E•B’ + E•(A+C) • (A’+D’) =

B’•(C+E) + (C+E•(A+C)) • (A•D)’

$$
\begin{aligned}
& B' \cdot C + A \cdot C \cdot D' + A' \cdot C + E \cdot B' + E \cdot (A + C) \cdot (A' + D') \\
&= B' \cdot C + B' \cdot E + A \cdot D' \cdot C + A' \cdot C + E \cdot (A + C) \cdot (A' + D') \ (\text{T6, T6}', \text{T7, T7}') \\
&= B' \cdot (C + E) + (A \cdot D' + A') \cdot C + E \cdot (A + C) \cdot (A' + D') \ (\text{T8}) \\
&= B' \cdot (C + E) + \boxed{(D' + A') \cdot} C + E \cdot (A + C) \cdot \boxed{(A' + D')} \ (\text{T11, T9}) \\
&= B' \cdot (C + E) + (C + E \cdot (A + C)) \cdot \boxed{(A' + D')} \ (\text{T8, etc})
\end{aligned}
$$

Spina

Spina

Exercícios: Respostas

4. Usando os teoremas apresentados, demonstre que:

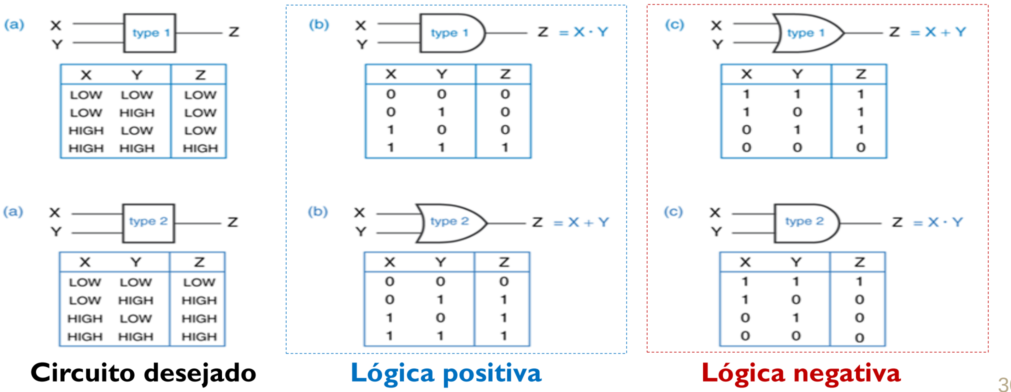
F = B'•C + A•C•D' + A'•C + E•B' + E•(A+C) • (A'+D') = B'•(C+E) + (C+E•(A+C)) • (A•D)'

$$\begin{aligned}
& B' \cdot C + A \cdot C \cdot D' + A' \cdot C + E \cdot B' + E \cdot (A + C) \cdot (A' + D') \\
&= B' \cdot C + B' \cdot E + A \cdot D' \cdot C + A' \cdot C + E \cdot (A + C) \cdot (A' + D') \text{ (T6, T6}', \text{T7, T7}') \\
&= B' \cdot (C + E) + (A \cdot D' + A') \cdot C + E \cdot (A + C) \cdot (A' + D') \text{ (T8)} \\
&= B' \cdot (C + E) + (D' + A') \cdot C + E \cdot (A + C) \cdot (A' + D') \text{ (T11, T9)} \\
&= B' \cdot (C + E) + (C + E \cdot (A + C)) \cdot (A' + D') \text{ (T8, etc)} \\
&= B' \cdot (C + E) + (C + E \cdot (A + C)) \cdot (A \cdot D)' \text{ (T11)}
\end{aligned}$$

Spina

Princípio da Dualidade (Aula 6 - 4.1.5)

- Qualquer teorema em álgebra de chaveamento continua verdadeiro se trocarmos 0 por 1, e • por +
  - ➔ Pode-se projetar circuitos com lógica positiva ("alto = 1") ou negativa ("alto = 0"), usando o mesmo conjunto de portas lógicas



(a) type 1:

X	Y	Z
LOW	LOW	LOW
LOW	HIGH	LOW
HIGH	LOW	LOW
HIGH	HIGH	HIGH

(b) type 1:

X	Y	Z
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

(c) type 1:

X	Y	Z
1	1	1
1	0	1
0	1	1
0	0	0

(a) type 2:

X	Y	Z
LOW	LOW	LOW
LOW	HIGH	HIGH
HIGH	LOW	HIGH
HIGH	HIGH	HIGH

(b) type 2:

X	Y	Z
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

(c) type 2:

X	Y	Z
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	0

Circuito desejado **Lógica positiva** **Lógica negativa**

Spina

Tabela Verdade e Expressões Algébricas

- Tabela verdade: representação um tanto básica...
  - Todas as entradas/saídas ➔ pode ficar grande
- Mas qualquer informação na Tabela Verdade pode ser representada algebricamente!
  - Para isso, precisamos de algumas definições...

variáveis de entrada

todas as possíveis combinações na entrada

X	Y	Z	f(X,Y,Z)
0	0	0	f(0,0,0)
0	0	1	f(0,0,1)
0	1	0	f(0,1,0)
0	1	1	f(0,1,1)
1	0	0	f(1,0,0)
1	0	1	f(1,0,1)
1	1	0	f(1,1,0)
1	1	1	f(1,1,1)

função

valor de saída para uma dada combinação de entradas

Spina

Definições (1/3)

- **Literal**: variável de chaveamento ou seu complemento.

- **Termo produto**: único literal, ou produto lógico de 2 ou mais literais.
  - Ex.: z’, w•x•y, x•y’•z, w’•y’•z

- **Expressão da soma de produtos**: soma lógica de termos produto.
  - Ex.: z’ + w•x•y + x•y’•z + w’•y’•z

Definições (2/3)

- **Termo soma**: único literal, ou soma lógica de 2 ou mais literais.
  - Ex.: z’, w+x+y, x+y’+z, w’+y’+z
- **Expressão do produto de somas**: produto lógico de termos soma.
  - Ex.: z’.(w+x+y).(x+y’+z).(w’+y’+z)
- **Termo Normal**: termo soma ou produto em que nenhuma variável aparece mais de uma vez.
  - Um termo não-normal pode ser simplificado com os teoremas T3 (X+X=X, X•X=X) e T5 (X+X'=1, X•X’=0)

Spina

Definições (3/3)

- **Mintermo**: termo produto normal com n literais.
  - Existem 2^n mintermos.
- **Maxtermo**: termo soma normal com n literais.
  - Existem 2^n mintermos.
- Existe uma relação direta entre **Tabela Verdade e mintermos/maxtermos**!
  - **Mintermo**: termo produto cuja saída é 1.
  - **Maxtermo**: termo soma cuja saída é 0.

Spina

Tabela verdade e (min/max)termos

- Exemplo para 3 entradas
  - mintermos: produto (ANDs) deve dar 1
  - maxtermo: soma (ORs) deve dar 0

linha	X	Y	Z	f(X,Y,Z)	*f (exemplo)*	mintermo	maxtermo
0	0	0	0	f(0,0,0)	*1*	X'•Y'•Z'	X+Y+Z
1	0	0	1	f(0,0,1)	*0*	X'•Y'•Z	X+Y+Z'
2	0	1	0	f(0,1,0)	*0*	X'•Y•Z'	X+Y'+Z
3	0	1	1	f(0,1,1)	*1*	X'•Y•Z	X+Y'+Z'
4	1	0	0	f(1,0,0)	*1*	X•Y'•Z'	X'+Y+Z
5	1	0	1	f(1,0,1)	*0*	X•Y'•Z	X'+Y+Z'
6	1	1	0	f(1,1,0)	*1*	X•Y•Z'	X'+Y'+Z
7	1	1	1	f(1,1,1)	*1*	X•Y•Z	X'+Y'+Z'

Spina

Tabela verdade: Soma Canônica

- Ou primeira forma canônica: **soma dos mintermos** correspondentes às **saídas 1**
  - No exemplo: X'•Y'•Z' + X'•Y•Z + X•Y'•Z' + X•Y•Z' + X•Y•Z

$$F = \sum_{X,Y,Z}(0,3,4,6,7)$$

linha	X	Y	Z	f(X,Y,Z)	*exemplo*	mintermo
0	0	0	0	f(0,0,0)	*1*	**X'•Y'•Z'**
1	0	0	1	f(0,0,1)	*0*	X'•Y'•Z
2	0	1	0	f(0,1,0)	*0*	X'•Y•Z'
3	0	1	1	f(0,1,1)	*1*	**X'•Y•Z**
4	1	0	0	f(1,0,0)	*1*	**X•Y'•Z'**
5	1	0	1	f(1,0,1)	*0*	X•Y'•Z
6	1	1	0	f(1,1,0)	*1*	**X•Y•Z'**
7	1	1	1	f(1,1,1)	*1*	**X•Y•Z**

Spina

Spina

Tabela verdade: Produto Canônico

- Ou segunda forma canônica: **produto dos maxtermos** correspondentes às **saídas 0**
  - No exemplo: $(X+Y+Z') \bullet (X+Y'+Z) \bullet (X'+Y+Z')$

    $F = \prod_{X,Y,Z}(1,2,5)$

linha	X	Y	Z	f(X,Y,Z)	exemplo	maxtermo
0	0	0	0	f(0,0,0)	1	X+Y+Z
1	0	0	1	f(0,0,1)	**0**	**X+Y+Z’**
2	0	1	0	f(0,1,0)	**0**	**X+Y’+Z**
3	0	1	1	f(0,1,1)	1	X+Y’+Z’
4	1	0	0	f(1,0,0)	1	X’+Y+Z
5	1	0	1	f(1,0,1)	**0**	**X’+Y+Z’**
6	1	1	0	f(1,1,0)	1	X’+Y’+Z
7	1	1	1	f(1,1,1)	1	X’+Y’+Z’

Spina

Exercícios

- 1 - Escreva a tabela da verdade para:

  a) $F = X \bullet (Y+Z')$

  b) $F = X' \bullet Y + X' \bullet Y' \bullet Z$

  c) $F = W' \bullet X + W \bullet (Y'+Z)$

  d) $F = (W \bullet Z)' \bullet (X'+Y')'$

- 2 - Escreva soma e produto canônico para:

  a) $F = \sum_{X,Y}(1,2)$

  b) $F = \prod_{A,B}(0,1,2)$

  c) $F = X'+Y.Z$

Spina

Exercícios 1: Resposta

1) Escreva a tabela-verdade para

a) F = X • (Y + Z')

➔ Identificar variáveis de entrada

- Variáveis: X, Y e Z

➔ Criar uma coluna à esquerda para cada variável de entrada

- Três colunas à esquerda
- Nota: 2^n linhas para *n* variáveis

X	Y	Z	
0	0	0	*0*
0	0	1	*1*
0	1	0	*2*
0	1	1	*3*
1	0	0	*4*
1	0	1	*5*
1	1	0	*6*
1	1	1	*7*

Spina

Exercícios 1: Resposta

➔ Criar colunas à direita conforme precedência:

f = X • (Y + Z') ➔ *Criar coluna para Z'*

X	Y	Z	Z'
0	0	0	1
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	0

Spina

Exercícios 1: Resposta

➔ Criar colunas à direita conforme precedência:

f = X • (Y + Z') ➔ *Criar coluna para (Y+Z')*

X	Y	Z	Z'	Y+Z'
0	0	0	1	1
0	0	1	0	0
0	1	0	1	1
0	1	1	0	1
1	0	0	1	1
1	0	1	0	0
1	1	0	1	1
1	1	1	0	1

Spina

Exercícios 1: Resposta

➔ Criar colunas à direita conforme precedência:

f = X • (Y + Z') ➔ *Criar coluna para X•(Y+Z')*

X	Y	Z	Z'	Y+Z'	X•(Y+Z')
0	0	0	1	1	0
0	0	1	0	0	0
0	1	0	1	1	0
0	1	1	0	1	0
1	0	0	1	1	1
1	0	1	0	0	0
1	1	0	1	1	1
1	1	1	0	1	1

Spina

Exercícios 1: Resposta

b) F = X'•Y+X'Y'•Z

X	Y	Z	F
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	0

c) F = W'•X+W•(Y'+Z)

W	X	Y	Z	F
0	0	0	0	0
0	0	0	1	0
0	0	1	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	0	1
0	1	0	1	1
0	1	1	0	1
0	1	1	1	1
1	0	0	0	1
1	0	0	1	1
1	0	1	0	0
1	0	1	1	1
1	1	0	0	1
1	1	0	1	1
1	1	1	0	0
1	1	1	1	1

d) F = (W•Z)'•(X'+Y')'

W	X	Y	Z	F
0	0	0	0	0
0	0	0	1	0
0	0	1	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	0	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	1
0	1	1	1	1
1	0	0	0	0
1	0	0	1	0
1	0	1	0	0
1	0	1	1	0
1	1	0	0	0
1	1	0	1	0
1	1	1	0	1
1	1	1	1	0

Spina

Exercícios 2: Resposta

a) F = $\sum_{X,Y}(1,2)$ ➔ F = X'•Y + X•Y' = (X'+Y') • (X+Y)

01+10 **00 • 11**

b) F = $\prod_{A,B}(0,1,2)$ ➔ F = A•B = (A+B)•(A+B')•(A'+B)

11 **00 • 01 • 10**

c) F = X'+Y•Z ➔ (três variáveis):

X'Y'Z'+X'Y'Z+ X'YZ'+X'YZ+XYZ+X'YZ

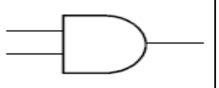
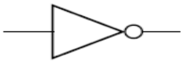
000 **001** **010** **011** **111**

(X'+Y+Z) • (X'+Y+Z') • (X'+Y'+Z)

100 **101** **110**

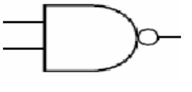
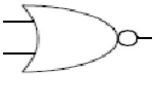
Spina

Resumo

Blocos Lógicos Básicos				
Porta lógica	**Símbolo Usual**	**Tabela verdade**	**Função Lógica**	**Expressão**
E AND		A B S 0 0 0 0 1 0 1 0 0 1 1 1	**Função E:** 1 se todas as entradas forem 1; 0 nos outros casos	S = A•B
OU OR		A B S 0 0 0 0 1 1 1 0 1 1 1 1	**Função OU:** 0 se todas as entradas forem 0; 1 nos outros casos	S = A+B
NÃO NOT		A S 0 1 1 0	**Função NOT:** inverte o valor da entrada	S = A'

Spina

Resumo

Blocos Lógicos Básicos				
Porta lógica	**Símbolo Usual**	**Tabela verdade**	**Função Lógica**	**Expressão**
NÃO-E NAND		A B S 0 0 1 0 1 1 1 0 1 1 1 0	**Função NÃO-E:** Inverso da função E	S=(A•B)'
NÃO-OU NOR		A B S 0 0 1 0 1 0 1 0 0 1 1 0	**Função NOR:** Inverso da função OU	S=(A+B)'
OU-Exclusivo XOR		A B S 0 0 0 0 1 1 1 0 1 1 1 0	**Função XOR:** 1 quando as duas entradas forem distintas entre si	S=A⊕B