Vinicio
EDM 5057
A' (cap 2)

Elementos de

Didática da Matemática

Bruno D'Amore

Tradução:
Maria Cristina Bonomi

Editora Livraria da Física
São Paulo – 2007

Copyright © 2007 Editora Livraria da Física

1a. Edição

Editor: José Roberto Marinho
Tradução: Maria Cristina Bonomi Barufi
Revisão: Maria Angela Rodrigues Figueiredo
Projeto gráfico e diagramação: Casa Editorial Maluhy & Co.
Capa: Arte Ativa

Dados Internacionais de Catalogação e Publicação (CIP)
(Câmara Brasileira do Livro, SP, Brasil)

D'Amore, Bruno
Elementos de didática da matemática / Bruno D'Amore; [tradução Maria Cristina Bonomi] São Paulo: Editora Livraria da Física, 2007.

Título original: Elementi di didatica della matematica.
Bibliografia.

1. Matemática 2. Matemática – Estudo e ensino
I. Título.

07-7906 CDD-510.7

Índice para catálogo sistemático:
1. Matemática : Estudo e ensino 510.7

ISBN: 978-85-88325-88-3

Todos os direitos reservados. Nenhuma parte desta obra poderá ser reproduzida sejam quais forem os meios empregados sem a permissão da Editora. Aos infratores aplicam-se as sanções previstas nos artigos 102, 104, 106 e 107 da Lei nº 9.610, de 19 de fevereiro de 1998.

Impresso no Brasil

Editora Livraria da Física
Telefone 55 11 3816 7599 / Fax 55 11 3815 8688

www.livrariadafisica.com.br

2

Didática da Matemática como epistemologia da aprendizagem matemática

A diferença entre nós e os alunos que se encontram sob nossa responsabilidade está apenas no fato de que nós já percorremos um trecho mais comprido da parábola da vida. Se os alunos não entendem, a culpa é do professor que não sabe explicar. Também não vale culpar as escolas dos anos anteriores. Precisamos aceitar os alunos como são e fazer com que lembrem o que esqueceram, ou estudaram sob outra nomenclatura. Se o professor atormenta os seus alunos, e em lugar de conquistar o seu amor, estimula ódio contra si mesmo e contra a ciência que ensina; não apenas o seu ensinamento será negativo, mas ter que conviver com tantos pequenos inimigos será para ele um tormento contínuo.

Giuseppe Peano [1858–1932], *Giochi di aritimetica e problemi interessanti*, Paravia, Turim, 1924, Conclusão.

2.1 Limites da presente resenha

Conhecemos verdadeiramente apenas aquilo que sabemos explicar.

Johann Heinrich Pestalozzi [1746–1827].

Toda a pesquisa em Didática (de tipo) **B** parece concentrar sua atenção no fenômeno da aprendizagem, mas do ponto de vista dos fundamentos e, portanto, não aceitando um modelo único de teoria de aprendizagem (embora, neste momento, a

Psicologia Cognitiva pareça ser a candidata mais autorizada para assumir o papel de organizadora da fundamentação de muitas experiências de investigação).

Começando agora a enfrentar a tipologia que chamei de **B**, isto é, a Didática da disciplina como epistemologia da aprendizagem, poderei apenas continuar a fornecer exemplos no campo que me compete, isto é, aquele da matemática. Debates com colegas didatas de outras disciplinas e eventuais leituras, porém, me confirmam o fato de que as problemáticas gerais parecem ser, sob muitos aspectos, as mesmas, ainda que nas diferentes especificidades. Assim, embora não querendo (não podendo) sair do restrito âmbito referido, estou convencido de que não seriam tão diferentes os possíveis relatos críticos análogos, pertencentes a outros setores de investigação didática.[1]

Apresento imediatamente o que farei neste capítulo e na seqüência do livro. Analisarei algumas das problemáticas que parecem emergir com mais força nos últimos anos, problemáticas essas que se consolidaram como elementos de investigação **B**, e que me parecem proporcionar sustentação sólida e significativa para uma possível generalização, fornecendo também contribuições à definição de uma Didática geral. Limitar-me-ei, portanto, em mencionar alguns aspectos relativos à Didática da Matemática, mas com comentários na direção de uma generalização. Dada a natureza expositiva da obra, irei me abster de apresentações excessivamente técnicas e me limitarei apenas à apresentação dos diferentes problemas, resenhando, nas próximas seções, algumas temáticas de especial interesse, muito difundidas no meu ambiente. Honestamente, devo reconhecer que o que segue nada mais é do que um panorama limitado, reduzido a menos do que o essencial, totalmente insuficiente, tendo apenas o objetivo de dar àqueles que não pertencem à comunidade dos pesquisadores em Didática da Matemática uma idéia das problemáticas; sendo assim, nada exaustivo.

Com grande pesar, não tratarei de problemas que hoje em dia são muito discutidos, mas que me fariam entrar demasi-

Notas

[1] A respeito da especificidade da pesquisa em Didática da Matemática, sugiro mais uma vez Brun e Conne (1990) e Boero (1992a).

adamente em particularidades; às vezes procurarei remediar, recorrendo a citações bibliográficas oportunas.

Por exemplo, farei apenas uma menção ao problema da *visualização*, para a qual me limito a remeter a alguns trabalhos específicos;[2] farei somente algum comentário sobre conceitos figurais;[3] e apenas alguma observação sobre a demonstração na atividade matemática na sala de aula;[4] e outros como já antecipei no *Prefácio*. Evitarei tratar de problemáticas relacionadas com as modalidades de pesquisa em Didática; entretanto, como observar o comportamento de estudantes e professores parece ser a técnica vitoriosa, quero pelo menos remeter a alguns estudos recentes a respeito do tema e dessa técnica: Thompson (1984), Arsac e Mante (1989), Comiti e Grenier (1994), Blanchard-Laville (1997), Schubauer-Leoni (1997b) e Schubauer-Leoni e Leutenegger (1997).

Evitarei também os estudos didáticos específicos: a didática da geometria, a didática das transformações geométricas, a

Notas

[2] Veja-se, por exemplo, Bishop (1989) e Vinner (1992). Para iniciar de maneira crítica esse estudo, aconselho Kaldrimidou (1987), que contém uma ampla bibliografia. Também sugiro Kaldrimidou (1995) e Bagni (1997a), nos quais é apresentada uma interpretação especial do conceito de visualização que me parece útil para as aplicações didáticas.

[3] O estudo pioneiro a respeito deste assunto é o de Efraim Fischbein iniciado nos anos 60, embora o ponto de partida para quem quiser enfrentar esse assunto é um artigo muito mais recente do próprio Fischbein (1993); contribuíram muito nesse setor os trabalhos de Maria Alessandra Mariotti, destaco: Mariotti (1993a,b,c,d) e Mariotti e Fischbein (1997). Também sugiro Mariotti (1992a,b, 1994, 1995a,b). Voltarei brevemente a tratar desse tema em 5.10.

[4] Acredito que, sobre esse tema, deve-se considerar o hoje fundamental estudo dos trabalhos de Raymond Duval e, em particular, o seu livro: Duval (1995a; 1999), um livro muito complexo cujos conteúdos vão além da referida problemática. Sempre de Duval, sugiro ainda: (1991, 1992–93, 1995b). Finalmente, sugiro Duval (1996) que é colocado como referência tanto para os temas aqui referidos, como para questões muito mais gerais. Assinalo também os seguintes trabalhos: Barbin (s.d., 1994), Härtig (1993), Antibi (1993). As pesquisas nesse assunto encontram-se muito desenvolvidas; a bibliografia é ampla e, portanto, a fim de limitar as dificuldades de investigação, restrinjo-me a assinalar Grugnetti, Iaderosa e Reggiani (1996): na realidade, a importância dessa seleção supera nitidamente o âmbito da escola secundária e a bibliografia é muito vasta; sugiro também a leitura das resenhas de Arsac (1988) e Daconto (1996). Nicolina Malara dedicou muita atenção ao tema da demonstração geométrica no âmbito da Scuola di Formazione per Insegnanti do Ministero della Publica Istruzione e da C.I.I.M. (Commissione Italiana per l'Insegnamento della Matematica) organismo da U.M.I. (Unione Matematica Italiana), que publica e distribui gratuitamente seus anais. Voltarei a tratar desse tema no capítulo 11.

didática da álgebra,[5] ..., que também têm muitos seguidores e muita relevância em âmbito internacional. Assim como estudos ainda mais detalhados e específicos, por exemplo: a didática dos vetores, a didática das homotetias, a didática das operações aritméticas,..., que constituem a estrutura básica das investigações empíricas. Evitarei ainda estudos de caráter transversal: a didática das demonstrações em geral, a didática da resolução de problemas, a didática das definições,..., que têm estudiosos em todo o mundo.

2.2 Um pouco mais sobre a terminologia. Por que buscar uma teoria?

Uma boa prática é fruto de uma verdadeira teoria

José Ignacio Bartolache, *Lecciones matemáticas*, 1769.

Se quiseres proceder, construa uma teoria.

A.Karmiloff-Smith & B. Inhelder, na revista *Cognition*, 3, 1975, 195–212.

Não há nada de mais prático do que uma boa teoria.

Ditado popular.

Antes de continuar em modo específico no terreno das exemplificações, é necessário analisar alguns aspectos gerais. Começarei por aqueles terminológicos.

Assumirei que o termo "educação" seja mais geral e abrangente do que "didática"; mas não deixarei de mencionar que sobre essa questão, ou seja, a questão da dupla terminologia em uso por quem se ocupa de pesquisa em didática, é vivaz o debate: deve-se dizer "Educação Matemática" ou "Didática da Matemática"? No mundo anglo-saxão, como já disse, prefere-se atualmente a primeira expressão, mas justamente com referência àquela área do conhecimento que diz respeito aos processos de ensino-aprendizagem da Matemática, ou seja, àquilo

Notas

[5] Sobre esse assunto, porém, quero citar, pelo menos, alguns trabalhos brilhantes produzidos na Itália: Arzarello, Bazzini e Chiappini (1994), Bazzini (1997), Malara (1994, 1997), Malara e Gherpelli (1996), apenas para mencionar alguns exemplos.

que, na França, Alemanha, Itália, Espanha etc., normalmente se chama de maneira difusa "Didática da Matemática". O que me permite, por enquanto, seguindo também Steiner (1985) e Godino (1991), identificar as duas denominações; voltarei neste ponto em 2.6.

Tomando emprestado ainda de Steiner (1990) poder-se-ia pensar que a teoria da Educação Matemática é parte da Didática da Matemática e que esta, por sua vez, faça parte daquele *sistema* que se chama sistema de ensino da Matemática. Este último campo compreende uma ampla série de problemáticas que vão desde a formação inicial dos professores à formação em serviço, do desenvolvimento do currículo às atividades em classe nas aulas de Matemática, do material didático ao livro texto, até os vários e muito diversos problemas de avaliação etc.. Embora tudo isso seja de interesse extraordinário, não entrarei aqui em questões desse tipo, a não ser por meio de reflexões que se inspiram em investigações, como veremos nos capítulos seguintes.

Ainda segundo Steiner, existem algumas disciplinas "de referência", ou seja, aquelas com as quais se tem contatos privilegiados: obviamente a Matemática, a própria Epistemologia e a História da Matemática, mas também a Psicologia, a Sociologia, a Pedagogia (ou melhor, as ciências da Educação), as Ciências Naturais, a Informática e a Lingüística entre outras.

Poder-se-ia considerar tudo isso, como já assinalei anteriormente, como um "sistema"; mas então não se pode mais deixar de reconhecer que existem outros sistemas análogos, com os quais esse nosso entra em contato: em geral, as "novas aprendizagens" devidas à evolução da sociedade (por exemplo, presença maciça dos computadores na nossa vida cotidiana e na escola, com todos os conflitos que isso acarreta) (Noss, 1998), a educação nas ciências experimentais e assim por diante.

A que inicialmente chamamos "Teoria da Educação Matemática" é vista em outros autores, por meio de modelos, de maneira diferente (às vezes muito diferente, às vezes apenas um pouco diferente).

Por exemplo, Higginson (1980), um dos pioneiros nessa área, propõe como modelo um tetraedro cujas quatro faces representariam a Filosofia, a Sociologia, a Matemática e a Psi-

cologia, enquanto a Teoria da Educação Matemática seria, com significado óbvio, o espaço interno do tetraedro. A explicação dessa visão particular resume de maneira esquemática aquelas que, para Higginson, são as quatro perguntas fundamentais: o que ensinar? (Matemática), por quê? (Filosofia), a quem e aonde? (Psicologia), quando e como? (Sociologia).

Utilizando essa imagem, pode-se, pelo menos idealmente, esclarecer aspectos que dizem respeito à compreensão de posições que muitos possuem sobre o ensino-aprendizagem da Matemática, à compreensão das causas que levam a conservar ou modificar os currículos, às concepções sobre a pesquisa em didática e sobre a preparação dos professores.

O interesse pela teorização em Didática da Matemática tem um motivo válido para existir. Somente quando se tem uma teoria à disposição, pode-se recorrer a um quadro de referência como um guia para a fundamentação dos problemas de investigação e para interpretar os resultados dessa investigação [estou tomando emprestado de Wenzelburger (1990)]. Sem isso, toda a pesquisa na área parece ter como fim ela própria; somente organizando o conhecimento de modo geral, isto é, somente criando uma teoria, tem-se a certeza de contribuir para o progresso unitário em uma área específica. Segundo Godino (1991):

> A teorização é um pré-requisito para que uma área do conhecimento atinja a categoria de científica e possa desenvolver o seu papel explicativo e de prever fenômenos".

Lembro da metáfora da teia de aranha, de Mosterín (1987):

> Somos como aranhas, e as teorias como as redes ou teias das aranhas, com as quais procuramos captar e capturar o mundo. Não se pode confundir essas redes ou teias de aranha com o mundo real, mas, sem elas, estaríamos muito distantes de poder captá-lo e gozá-lo!".

Lembro ainda que no V ICME (Adelaide, Austrália, 1984), decidiu-se criar um Grupo de Trabalho sobre o tema: Teoria da Educação Matemática (TME) que permaneceu em constante atividade e que ainda hoje é notoriamente atuante.

Pouco acima falei de "modelo" para introduzir o tetraedro de Higginson. Mas essa palavra tem para nós uma importância fundamental, tanto que lhe dedicarei muitas páginas nos capítulos 4 e 5, sobretudo por causa da ampla variedade de significados que ela pode assumir.

Quando se fala de "modelo didático", os pedagogos, os especialistas em Didática geral e aqueles que trabalham com as ciências da educação fornecem múltiplas e variadas interpretações; entre essas, por exemplo:

- um modelo pedagógico em sentido amplo;
- uma modelagem dos processos de aprendizagem;
- uma modelagem do desenvolvimento e da prática didática;
- a estrutura conceitual do saber ensinado; etc.

A situação é tão ampla que, muitas vezes, tentou-se estabelecer algumas classificações. Por exemplo, a distinção pedagógica clássica entre modelo autocrático e modelo democrático; os estudos sobre o comportamento em classe por parte dos alunos, que varia de acordo com o comportamento do professor. Essa foi, provavelmente, a origem (de natureza totalmente anglo-saxônica) que abriu espaço para os estudos sobre as diferentes modalidades de aulas, sobre a pedagogia dos projetos, sobre a individualização (Baldacci, 1993), sobre a didática do trabalho em grupo etc. (estudos muito desenvolvidos na França, Alemanha e Itália).

Pode-se tentar uma definição, chamando *modelo pedagógico*, em sentido amplo, um conjunto teórico (eventualmente implícito) que coloca em movimento representações do aluno em situações de aprendizagem, dos saberes e dos instrumentos que convêm ou que devem ser utilizados, do funcionamento da classe e das metodologias didáticas e relacionais, da função e do papel do professor.

Nesse sentido, então, toda pedagogia remete a um modelo pedagógico próprio, que pode ser mesmo implícito ou inconsciente por parte de quem usa instrumentos pedagógicos (por exemplo, é clássica a atitude de um professor convencido de

não necessitar de instrumentos pedagógicos: de fato, ele *de qualquer maneira* explicita um modelo pedagógico, definido a partir de sua própria atitude didática).

Apenas recentemente esses estudos evoluíram, usando diretamente a didática, por exemplo, desde quando o modelo didático foi expresso em termos de modelagem dos processos de aprendizagem. Por exemplo, Meirieu (1987, p. 110 e seguintes) tentou fazer uma descrição tipológica das operações mentais, que distinguiu em quatro tipos: a dedução, a indução, a dialética e a divergência. Para cada tipo, analisou, exemplificou e definiu situações particulares de aprendizagem, retomando em parte os estudos de Beaudot (1973).

Segundo muitos autores, encontra-se aqui a raiz da idéia dos *perfis pedagógicos* ou *perfis cognitivos*, tornados famosos graças à obra clássica de Antoine De La Garanderie (1980) (que encontraremos novamente adiante). O ponto de partida de sua reflexão baseia-se nas diferenças de "evocação" da memória de uma idéia, de uma imagem mental; algumas pessoas parecem ser, "por sua própria natureza", mais visuais, outras mais auditivas; é o que ele chama de uma *língua pedagógica materna*. Como já disse, deveremos voltar a esse ponto mais adiante.

Eis então que, no interior do debate sobre os modelos didáticos, entra com força o indivíduo com suas características pedagógicas *naturais* (Meirieu, 1987). E é daqui que surge a idéia de estratégias pessoais de aprendizagem e o conceito metodológico de estratégias personalizadas de ensino que tiveram tanto êxito no início dos anos 90, em todo o mundo.

Outras idéias de modelo didático dizem respeito mais de perto ao professor e à sua atividade docente, à escolha metodológica, aos itinerários didáticos, às modalidades de acesso ao saber.

Por exemplo, Gardner (1993) analisa as modalidades de abordagem dos conceitos por parte do professor, distinguindo-as em cinco tipos (que se referem a cinco modalidades diferentes da inteligência): abordagem narrativa, abordagem lógico-quantitativa, abordagem filosófico-conceitual, abordagem estética e abordagem experimental (p. 256–257 da edição italiana).

Outras idéias de modelo didático estão relacionadas com a estrutura conceitual do saber ensinado: por exemplo, aqui

está a raiz da problemática que evidenciou a importância que tem, para a aprendizagem, o conjunto das competências que o estudante já possui sobre certo assunto. Nunca se ensina no vazio, no nada; quando se ensina uma coisa, sobre essa "uma coisa" já existem cognições, idéias, competências, mais ou menos corretas, mais ou menos bem fundamentadas: não se pode deixar de partir desse conhecimento preliminar para atingir a conceitualização. Esse tipo de reflexões, como veremos, no caso da Didática da Matemática, levou a uma sempre maior consideração pelo estudo da História da Matemática, enquanto fonte de exemplos sobre idéias a-científicas que podem ser formadas espontaneamente sobre determinados conceitos, antes de uma formação científica verdadeira e própria. E isso também evidenciou a relação que existe entre a "imagem" de um conceito, pensada como algo ainda não estável, facilmente modificável por um ato de vontade cognitivo, por exemplo, uma forma não definitiva, e um "modelo" estável do conceito, considerado imutável. No capítulo 5, fundamentarei minha definição sobre esse ponto muito delicado; essa definição revelou-se cômoda em minhas experiências de investigação e de trabalho com os professores para compreender o percurso didático da formação dos conceitos.

Voltemos ao tema que estávamos tratando.

2.3 Na direção de uma teoria da Didática da Matemática

> Uma descoberta realmente nova, de importância histórica, quase sempre é *supervalorizada* no início, pelo menos pelo gênio que a descobriu. Como a História da Ciência ensina, o âmbito no qual vale um princípio explicativo, descoberto pouco antes, quase sempre é supervalorizado pelo seu descobridor. Essa atitude faz parte precisamente das prerrogativas do gênio. (...) Mesmo no círculo restrito de uma escola científica, o processo de formação de uma nova opinião comum sempre tem início com uma negação excessiva daquilo em que, até pouco antes, se acreditava. Geralmente, como já dissemos, é o próprio pioneiro da nova opinião que se torna responsável por esse exagero. A seus alunos, menos geniais, mas com maior capacidade analítica, cabe a tarefa de parar no momento certo, mitigando o mais possível as oscilações. O processo inverso dá lugar a uma concretização doutrinária que constitui um obstáculo para o ulterior progresso do conhecimento. Com efeito, quando o descobridor de uma nova verdade

não encontra estudantes críticos, mas discípulos crentes, chega-se à formação de religiões que, efetivamente, podem ter uma influência muito positiva na vida cultural em geral, mas que são totalmente indesejáveis no âmbito da ciência.

Konrad Lorenz [1903–1989], *L'altra faccia dello specchio* (1973).

Considerarei aqui a *Epistemologia* em uma de suas tantas acepções possíveis: aquele ramo da Filosofia que estuda a maneira pela qual os conhecimentos científicos de certa área específica são constituídos, até mesmo para delimitar e caracterizar essa especificidade. Nesse sentido, existe, por exemplo, uma Epistemologia da Matemática (Speranza, 1997), uma Epistemologia da Física; segundo alguns, já se encontra definida e, segundo outros, está em vias de definição, uma Epistemologia específica da Didática da Matemática. Entretanto, existem diferentes acepções nas quais tudo isso pode ser entendido; aqui limitar-me-ei apenas a algumas, dentre as mais seguidas pelos pesquisadores em Didática da Matemática.

Começarei, mais uma vez, por considerações de caráter um pouco mais geral.

Lembro a noção de *paradigma*, referindo-me a Thomas Kuhn (1962, 1968). Não é fácil estabelecer com exatidão o que se entenda com esse termo, inclusive porque nas obras citadas ele aparece em pelo menos 20 *acepções diferentes* [nessa... contagem conforta-me um controle análogo que me propôs Juan Godino, que, porém, contou 22; veja-se Godino (1993a)]. Mais ou menos se pode dizer que Kuhn entende como paradigma o conjunto das hipóteses teóricas gerais e o conjunto das leis para suas aplicações, normalmente aceitas pelos pertencentes a uma mesma comunidade científica, e que implicam num acordo substancial nos julgamentos profissionais, de mérito e de pertinência. Existe um momento, na formação de uma nova comunidade científica, a partir do qual se pode finalmente falar de *paradigma*; a fase que antecede parece ser caracterizada por uma desorganização, sem acordos específicos e com uma solicitação constante de discussões sobre os fundamentos da própria disciplina. Jocosamente, pode-se dizer que, nessa fase, existem tantas teorias quantos pesquisadores e uma solicitação contínua numa exigência de esclarecer os próprios pontos de

vista e os dos outros. Os trabalhos escritos de investigação na área são freqüentemente acompanhados de longas explicações sobre as características gerais da própria pesquisa.

A tese mais famosa de Kuhn é aquela segundo a qual o progresso científico se dá por meio de *revoluções*, uma vez que existe avanço, evolução, somente depois de uma crise. [Evidentemente, estou pensando na outra obra famosa de Kuhn, *A revolução copernicana* (1957)].

No que diz respeito a Imre Lakatos [1922–1974], limito-me em colocar a atenção na idéia de *programa de pesquisas* [estou me referindo, dentre as famosíssimas obras de Lakatos, a Lakatos e Musgrave (1960)]. Com esse termo, entende-se uma espécie de sucessão de teorias relacionadas entre si em um desenvolvimento contínuo, com regras metodológicas de investigação (tanto em sentido positivo: para seguir; como em negativo: para evitar). Cada programa deve conter:

- um núcleo ou centro do programa;
- um sistema de hipóteses auxiliares;
- a heurística, isto é, a totalidade dos procedimentos que podem ser aplicados à resolução dos problemas.

Nessa sucessão, uma nova teoria pode ser considerada um progresso com relação a uma precedente se:

- faz previsões que a precedente não tinha condições de fazer;
- algumas dessas previsões podem ser comprovadas como verdadeiras;
- a nova teoria explica fatos que a precedente não podia provar.

Uma *ciência madura* deve possuir seu programa específico de pesquisa.

Farei referência agora a Mario Bunge (1985a,b). Segundo esse autor, a ciência é um corpo de conhecimentos em constante crescimento, caracterizado pelo fato de tratar de conhecimentos racionais, sistemáticos, exatos, verificáveis (e, portanto, também falíveis). O conhecimento científico coincide

com o conjunto de idéias sobre certo assunto, estabelecidas de maneira mesmo momentaneamente provisória; mas depois, as contribuições individuais e o intercâmbio de informações e idéias dão lugar a uma comunidade científica. Aquilo que caracteriza a diferença entre campos de crença (religiões, ideologias, políticas...) e campos de pesquisa científica está no tipo de modalidade segundo a qual se dão as *mudanças* nas idéias. Nos primeiros campos as mudanças ocorrem por causa de "revelações", controvérsias e pressões sociais; nos segundos, existe uma mudança contínua por causa dos próprios resultados da investigação.

Segundo solicitações mais "fracas", uma ciência se define como tal quando dispõe de um objeto específico de estudo, de seu próprio método de estudo e de sua linguagem específica compartilhada. A essa exigência muitas vezes fazem referência os teóricos das ciências humanas, para justamente chamar "ciências" os próprios domínios de estudo.

Essa exigência "fraca" fez proliferar o nome de "ciências", dado a muitas disciplinas. Com efeito, qualquer disciplina, em cujo desenvolvimento concorram estudiosos que se reconheçam especialistas nela, mais cedo ou mais tarde, adquire as características que acabamos de descrever. O problema da repetição dos experimentos, da definição correta das variáveis em jogo, do sentido que adquirem termos, como rigoroso, verdadeiro etc., tende a desaparecer no vazio (D'Amore, 1998a). Nesse sentido, assinalo apenas como, a partir da proposta de Michel Foucault [1926–1984] (1966), segundo o qual Pedagogia, ciência da Educação e Didática [geral] devem ser consideradas como conjuntos teóricos, como "multiplicidades discursivas"; Vergnioux (1991, p. 168) tentou estabelecer uma tipologia dos enunciados pedagógicos:

- enunciados teóricos obtidos a partir dos saberes constituídos (Psicologia, Sociologia etc.);
- enunciados empíricos extraídos da observação no campo educacional e da experiência dos professores;
- enunciados de síntese empírica que tentam sínteses teóricas a partir dos enunciados empíricos;

- enunciados reguladores que organizam de maneira especulativa os conjuntos discursivos garantindo, por meio de conceitos oportunos, sentido e finalidades da disciplina e dos próprios enunciados.

Segundo Vergnioux, todo discurso pedagógico é um conjunto de enunciados desses quatro tipos. Tem sentido, em sua opinião, falar de *racionalismo didático* nos casos em que, em um discurso pedagógico, existe uma preponderância de enunciados dos últimos dois tipos.

A referência à Sociologia e ao empírico não pode deixar de trazer à lembrança a concepção de *teoria prática* de Émile Durkheim [1858–1917] (1922) sobre esses propósitos. O problema é o de pensar no estatuto de discursos mistos que, por um lado, concernem de perto à prática do professor e, por outro, elaboram uma teorização inspirando-se naquilo que de teórico já foi elaborado no interior das ciências da educação. Certamente, aqui entram em jogo questões de grande porte, dificilmente administráveis, como o papel da Filosofia da Educação e o próprio objetivo do ato de educar. A respeito do sentido e do alcance que tem a Filosofia nessas escolhas, limito-me a remeter a Best (1969, 1973), que examina precisamente tal questão, além de ser um precursor dessas considerações. Quero sublinhar o fato que no âmbito de discussões a respeito desses temas nasceu a *Psicopedagogia* (mas apenas no ambiente escolar), tentando fazer a mediação entre dois níveis diferentes nos quais se situa a teorização pedagógica; por um lado, o nível epistemológico de unificação conceitual, por outro, o nível ético de interrogação crítica acerca dos objetivos.

Sempre sobre as relações muito estreitas entre Filosofia, Epistemologia e Didática e sobre suas recíprocas influências, sugiro aqui o importante enfoque de Artigue (1990) e o clássico trabalho de Ernst (1991).

Existem também trabalhos que procuram unificar as pesquisas em educação ao redor de núcleos conceituais ou de problemáticas fundadoras. Estou pensando na *praxeologia* e na *didaxologia*.

A *praxeologia* pode ser pensada como o estudo das condições de execução de uma ação eficaz em uma dada área; é óbvia

então a referência à eficácia de uma ação didática, uma vez definidos os termos, por exemplo, estudada por Not (1984) e Imbert (1985).

A *didaxologia* é definida por De Landshere (1979) como a ciência do ensino e se baseia na investigação empírica, fazendo referência a um método experimental.

Parece-me possível concluir pelo menos o seguinte: existe um desejo constante, muito evidente, uma forte tensão em caracterizar a vertente didática das ciências da Educação e da Pedagogia de um ponto de vista científico, independentemente do que signifique esse adjetivo.

Aquilo que existe em comum em todas essas interpretações é que as teorias científicas não podem ser criações ou invenções de um único indivíduo, mas deve existir uma comunidade de pessoas, entre as quais vigora um acordo substancial, tanto sobre os problemas significativos da investigação, como sobre as modalidades com as quais ela se explica. Com relação a isso, farei referência, por sua clareza, a um trabalho de Romberg (1988) para definir as características peculiares de uma ciência consolidada e estável:

- deve existir um conjunto de pesquisadores que demonstrem interesses em comum; em outras palavras, devem existir problemáticas centrais que guiem o trabalho dos pesquisadores e que sejam compartilhadas;
- as explicações dadas pelos pesquisadores devem ser de tipo causal;
- o grupo de pesquisadores deve ter elaborado um vocabulário e uma sintaxe comuns, sobre os quais o grupo esteja de acordo;
- o grupo deve ter elaborado procedimentos próprios para aceitar ou refutar os enunciados.

Em todo este livro buscarei delinear os aspectos sobressalentes da Didática da Matemática e de alguns elementos da atual pesquisa em Didática da Matemática, sugerindo que se trata de uma teoria em si mesma (que, porém, pode dar uma contribuição decisiva aos fundamentos de outra teoria que poderia

chamar-se simplesmente *Didática* ou *Didática geral*: mas apenas nos últimos capítulos do livro enfrentarei de modo explícito esse tema). Por enquanto, é fundamental tratar o problema da Didática da Matemática como teoria em si mesma. Farei isso utilizando, às vezes de modo explícito, caracterizações oportunamente escolhidas dos trabalhos de Kuhn, Lakatos e Bunge eventualmente sem muitas distinções.

A existência de um numeroso grupo internacional de pesquisadores em Didática da Matemática, que possuem interesses comuns, é evidente para todos. Para esses pesquisadores, existem problemáticas consideradas centrais e compartilhadas, que, há algumas décadas, dão explicações de caráter causal, que elaboraram um vocabulário comum, compartilhado; que têm seus congressos e revistas específicos, no interior dos quais as propostas de comunicação ou de publicação são julgadas com base em procedimentos já amplamente compartilhados. Estamos, portanto, totalmente nas condições propostas por Romberg, para poder afirmar que a Didática da Matemática possui todas as características para ser considerada uma ciência consolidada e estável.

Uma contribuição notável certamente foi dada pela Escola francesa que, às vezes, criou um vocabulário próprio, que depois se tornou comum e ao qual, aos poucos, os didatas de nova formação aderiram.[6] Existe especificamente um grupo de investigadores que tem como objetivo justamente a definição da teoria "Didática da Matemática"; trata-se do grupo TME que, como já mencionei, formou-se durante o V ICME, em 1984 (Malara, 1998). Para sancionar definitivamente essa oficialidade de existência acadêmica, encontra-se o fato de que continua crescendo em todo o mundo o número de cátedras universitárias de Didática da Matemática, bem como a proliferação (sob diferentes formas) de escolas de especialização ou cursos universitários de licenciatura para formação de professores (Alemanha, França, Espanha, Itália...).

Notas

[6] A esse propósito, creio ser fundamental o estudo de Perrin-Glorian (1994) que, nas páginas 98–107 e 116–118, tenta fazer uma síntese histórica nesse sentido, obviamente referente à situação francesa.

Após seu nascimento, o TME teve outros numerosos encontros oficiais, como, por exemplo, o de Bielefeld (Alemanha) em 1985, o de Amberes (Bélgica) em 1988, o de Oaxtepec (México) em 1990, o de Paderno del Grappa (Itália) em 1991, ... No decorrer dessas reuniões, aprofundou-se o papel da especificidade e passou-se de temas "sociais" (papéis, modelos, conceitos,...) para temas específicos (por exemplo, perspectivas do ponto de vista vigotskiano na aprendizagem).

Essa última frase nos leva necessariamente a falar de um aspecto extremamente importante no interior de nossa disciplina: as suas profundas relações com o campo da Psicologia.

Desse ponto de vista, poderíamos distinguir três grandes correntes de teorias e modelos relativos à instrução: interação cognitiva, interação social e interação contextual.

- A interação *cognitiva*, na qual poderíamos situar as teorias de J. Piaget, de J. S. Bruner, e de D. P. Ausubel, poderia ser caracterizada pela idéia de que a instrução é, principalmente, uma passagem de informações; o objetivo é, então, aquele de criar situações ótimas para a passagem privilegiada e principal, a que vai do professor ao aluno. O objetivo é fazer que cheguem aos alunos as informações mais corretas possíveis.

- A interação *social* dá importância principal ao papel dos sujeitos que interagem, alunos e professores; a instrução é um produto dessa interação; nessa corrente poderíamos colocar Lev Semionovich Vigotsky [1896–1934] e Alberto Bandura.

- A interação *contextual* dá relevância não apenas aos sujeitos, mas também ao contexto em que se dá a própria interação; nessa corrente podem se colocar os trabalhos de B. F. Skinner, R. M. Gagné e L. J. Cronbach.

Passagem de informações, interação entre sujeitos, interação dos sujeitos com o contexto... Nesse campo, não é possível deixar de se ocupar de escolha, talvez de maneira preliminar, seja no momento de aceitar uma ou outra teoria de aprendizagem como ao enfrentar a caracterização que cada um de nós

quer dar à própria ação em campo didático, tanto no papel do docente como no de investigador.

É óbvio então que a adesão dos pesquisadores em Didática foi maciça quando se lançou a idéia de formar um grupo de estudos sobre a Psicologia da Educação Matemática (PME), que atualmente tem reuniões próprias no mundo todo. Entre os pesquisadores que deram maior impulso a esse grupo, gostaria apenas de lembrar Efraim Fischbein [1920–1998] e Gérard Vergnaud.

O grupo PME ultrapassou a problemática psicológica inicial; o debate sobre a pesquisa evidenciou a necessidade de considerar problemáticas ulteriores como, citando Balacheff (1990a,b):

- a especificidade do conhecimento matemático; isso tem como conseqüência o estudo dos processos cognitivos dos estudantes em lugar do que, em geral, são indicadas como suas capacidades ou os resultados obtidos (isso é, a meu ver, um dos pontos cruciais que distingue, como já disse antes, a moderna investigação em Didática da Matemática);

- a dimensão social da aprendizagem da Matemática no interior de um contexto específico.

Uma tendência nesse sentido já havia sido preconizada pelo próprio Fischbein (1990a) quando, em um artigo que é, na realidade, uma *Introdução*, afirmava que a Psicologia da Educação Matemática deve converter-se na Educação Matemática em geral, como corpo de conhecimento específico.

Mas nessa famosa *Introdução* há outras afirmações "fortes" que vale a pena conhecer.

Poderia parecer que a adoção de questões, conceitos, teorias e métodos tomados do campo da Psicologia (geral) e adotados no campo da Educação Matemática poderia dar frutos positivos e resultados interessantes. Mas a verificação empírica demonstrou amplamente que as coisas *não* são assim. Como se explica isso? Fischbein sugere que isso se deve ao fato de que a Psicologia não é uma disciplina dedutiva; essa falha na passagem do geral ao particular ocorre também naqueles campos da Psicologia (geral) fortemente entrelaçados com o domínio da

Educação Matemática (por exemplo, os estudos realizados por psicólogos sobre a resolução de problemas, sobre a memória, sobre as estratégias de raciocínio, criatividade, representação, imaginação etc.). Isso implica que tais argumentos não possam constituir uma fonte de problemáticas de investigação no campo da Didática da Matemática. Por exemplo, mesmo supondo que exista certa realidade na teoria dos estágios lineares de Piaget e em suas idéias sobre o desenvolvimento dos conceitos matemáticos (número, espaço, caso, função etc.), não é possível, sempre segundo Fischbein, "transladar" tais idéias nos currículos.

Mesmo não sendo um argumento fechado em si mesmo, as problemáticas de caráter psicológico da Didática da Matemática são específicas e, normalmente, nenhum psicólogo encontrará esses problemas no decorrer de sua carreira profissional. Se um psicólogo se interessa por problemas relativos a questões de psicologia da aprendizagem da Matemática, de fato abandona seu campo anterior para passar a esse último. Ademais, inclusive os conceitos psicológicos usuais se tornam outra coisa, adquirem significados diferentes, se utilizados no âmbito matemático ou no âmbito da Educação Matemática. Em outras palavras, ou existe colaboração entre os especialistas dos dois setores, permanecendo, porém, cada um no seu próprio campo, ou existe interferência se o estudioso de uma área se ilude de poder entrar na outra impunemente.

Além disso, existem teorias de aprendizagem, portanto, é óbvio que se busquem aí aportes ulteriores ao estudo da aprendizagem matemática.[7]

Mesmo nesse caso, as teorias são diferentes, dado que cada uma tem especificidades próprias.

No ensino baseado em princípios comportamentais [por mim já descrito amplamente na primeira parte de D'Amore (1993a)], tende-se a dividir o currículo em partes, cada uma

Notas

[7] É evidente que não poderei fazer aqui, de passagem, nada além do que um aceno a essa vasta problemática, entre as mais discutidas no mundo! Convido o leitor a consultar outros textos, mais específicos, sobre o assunto. Entre os tantos, por exemplo, Pontecorvo e Pontecorvo (1985), Bruner (1961a,b), Bruner et al. (1966), Gagné (1965–1985). Em D'Amore (1993a), já havia tentado abordagens rápidas e precisas sobre esse tema difícil. De qualquer maneira, voltarei em breve a tratar desse assunto.

das quais é vista como tema de aprendizagem em si mesma; à aprendizagem chega-se por meio de reforços apropriados; o primeiro passo de cada segmento curricular consiste em temas e conceitos básicos, sobre os quais depois se fundamenta o conhecimento. No caso do ensino fundamentado na epistemologia genética de Piaget, as competências gerais formais, baseadas em operações lógicas que precedem as aritméticas baseadas diretamente nos números, não têm fornecido auxílios adequados para que a criança adquira as habilidades básicas (como mais ou menos já o disse no capítulo anterior).

Uma teoria da aprendizagem matemática baseia-se nos estudos cognitivos: a questão básica é que o estudante constrói, de maneira ativa, seu próprio conhecimento, interagindo com o ambiente e organizando suas construções mentais. O ensino influencia o que o estudante aprende, porém, não determina tal aprendizagem. Isso quer dizer que o estudante não se limita a receber passivamente o conhecimento, mas o elabora novamente, de modo constante e autônomo.

Essa linha, que poderia ser inscrita no "construtivismo", é, segundo Vergnaud (1990a), a mais seguida atualmente por quem se ocupa de teorias de aprendizagem.

O ponto de vista construtivista requer que se assumam dois "axiomas" (Kilpatrick, 1987a):

- o conhecimento não é recebido passivamente, mas construído de modo ativo pelo sujeito que aprende;
- conhecer é um processo de adaptação graças ao qual o sujeito que aprende organiza seu próprio domínio de experiências.

Na realidade, existem (pelo menos) três posições básicas:

- construtivismo simples, chamado *ingênuo*: aquele de quem aceita apenas o primeiro axioma;
- construtivismo *radical*: aquele de quem aceita ambos os axiomas;
- construtivismo *social*: aquele de quem exalta o papel central do conflito cognitivo (do qual tratarei longamente mais adiante) na construção do saber objetivo.

O termo "construtivismo" é atualmente usado em um leque de interpretações dramaticamente amplo. Apenas para ter as primeiras informações, pode-se consultar Von Glaserfeld (1992) e Duval (1996–1997a). Uma interessante visão que conjuga construtivismo e complexidade, a partir do trabalho sociológico de Niklas Luhmann, se encontra em Ontiveros Quiroz (1996, 1997).

Uma outra maneira de se ver o problema das teorias da aprendizagem é o chamado recurso ao *modelo do computador*, segundo o qual o funcionamento da mente pode ser comparado ao de um computador. A aprendizagem é então chamada *processo informático*: estabelece-se a hipótese de que o cérebro e a mente se encontrem vinculados da mesma maneira que um computador com um programa e se comportem como tais, por exemplo, de maneira totalmente seqüencial.

Godino explica isso muito bem em um artigo que já citei anteriormente (1991):

> A cognição é alcançada com um mecanismo de processamento central controlado por um tipo de sistema executivo que ajuda a cognição a ser consciente do que está fazendo. Os modelos da mente podem ser comparados aos modelos de computadores conectados a um servidor central capaz de armazenar e executar sequencialmente programas escritos em uma linguagem de alto nível. Nesses modelos, a mente é considerada essencialmente unitária e as estruturas e operações mentais são consideradas invariantes para os diferentes conteúdos; pensa-se que um mecanismo único esteja na base das capacidades de resolução de certa classe de problemas".

O que implica essa *metáfora*, como a chama Kilpatrick (1985), de um ponto de vista metodológico? Os cientistas cognitivistas que aceitam esse ponto de vista fazem observações sobre como os indivíduos resolvem problemas, se existem ou não regularidades e periodicidades em seus comportamentos individuais específicos: quando as encontram, evidenciam-nas e as propõem como modelos de comportamento geral aos estudantes em dificuldade. Isso quer dizer que constroem "modelos de processo" no que diz respeito à compreensão e à execução; tais modelos são transformados em programas de computador e são colocados em funcionamento para simular o comportamento de um solucionador humano. Naturalmente, não se deve cair no engano de tomar essa metáfora como demasiadamente significativa ou mesmo como *a realidade* do funcionamento cognitivo.[8]

É preciso dizer logo que, justamente graças à proliferação desse tipo de estudos, foram evidenciados outros pontos de vista sobre os processos de aprendizagem e de resolução de problemas, que consideram mais central e ativo o papel do solucionador e que dão muito pouca importância à interação social na sala de aula.

Em particular, sobretudo devido à obra da já citada Escola francesa, desenvolveu-se uma concepção "fundamental" da Didática que tem características diferentes: a aprendizagem é um fato total, a didática possui paradigmas de pesquisa próprios, possui uma posição integradora entre os modelos quantitativos e qualitativos.

Em outras palavras, o processo de ensino-aprendizagem é visto como global; os modelos que foram desenvolvidos compreendem as dimensões epistemológicas, sociais e cognitivas, e consideram as interações entre o saber, os alunos e o professor no interior do contexto da sala de aula.[9]

Creio que possam ser colocadas como fundamentos do que estou tratando de dizer duas célebres perguntas feitas por Colette Laborde (1989):

- como podemos caracterizar as condições que devem ser implementadas no ensino para facilitar uma aprendizagem que reúna certas características fixadas *a priori*?
- que elementos deve possuir a descrição de um processo de ensino, para garantir que possa ser reproduzido, a partir do ponto de vista da aprendizagem que induz nos alunos?

Notas

[8] Sobre esse tipo de questão, veja-se D'Amore (1998a).

[9] Naturalmente seria preciso esclarecer bem o que é e como deve ser entendido esse "cognitivo" tão freqüentemente usado hoje na pesquisa em Didática. A esse propósito, sugiro a leitura de Schubauer-Leoni (1997a).

Note-se o seguinte: à primeira vista, as perguntas parecem ser relativas ao processo de ensino; mas o controle implícito é na direção oposta e, portanto, toda a atenção é centrada nos processos de aprendizagem (a partir dos quais, obviamente, há reflexos no processo de ensino).

Com essas últimas considerações já abandonamos o ponto de vista geral, as teorias gerais da aprendizagem, para chegar a situações muito mais específicas, próximas à Didática da Matemática. Passamos então decididamente à nossa disciplina específica, delineando o ponto de vista *sistêmico*.

Guy Brousseau (1989a) define a concepção da Didática da Matemática como ciência,

> uma ciência que se interessa pela produção e comunicação dos conhecimentos matemáticos, e no que essa produção e essa comunicação possuem de específico",

> uma ciência que possui como objetos específicos de estudo:
>
> - as operações essenciais da difusão dos conhecimentos, as condições dessa difusão e as transformações que ela produz tanto sobre os conhecimentos como sobre quem os utiliza;
>
> - as instituições e as atividades que têm como objetivo facilitar essas operações.

É óbvio que todos nós entramos em jogo quando o objeto explícito é a Matemática e então existem peculiaridades que detalharei profundamente, mais adiante.

Aqui ainda me limito a lembrar que Brousseau (e, de modo mais geral, toda a Escola francesa) considera o fenômeno ensino-aprendizagem de um ponto de vista sistêmico e não como o estudo em separado de cada um dos seus componentes (um pouco como acontece hoje nos estudos econômicos e sociais).

Tem sentido então descrever um *sistema didático*, como fazem Chevallard e Johsua (1982); para esses dois autores, tal sistema é formado por três componentes: professor, aluno e saber ensinado; mas, naturalmente, há um mundo externo, a sociedade em geral, os pais, os matemáticos etc..

Entre os dois sistemas há um tipo de zona intermediária, a *noosfera*: aí se articulam as relações entre os dois sistemas,

com os seus conflitos, em um todo único (Godino, 1993b). A noosfera poderia ser pensada como

> a capa externa que contém todas as pessoas que na sociedade pensam nos conteúdos e nos métodos de ensino".
>
> (Godino, 1993b)

Por outro lado, fala-se de *meio* ou *ambiente* (em francês: *milieu*) como sendo aquele subsistema com o qual o aluno tem de lidar diretamente (materiais, jogos etc.). Esse *milieu* é inicialmente definido como o conjunto de tudo aquilo que age sobre o aluno ou sobre o que o aluno age (Brousseau, 1977). Pode-se pensar na interação entre estudante e *milieu* na ausência de um envolvimento concreto do professor, como ao que define uma situação a-didática; enquanto que, ao levar em consideração também um sistema educativo explícito (por exemplo, a figura do professor), se fala então de situação didática. Às vezes, o *milieu* é definido com base em verdadeiros e próprios objetos concretos, às vezes é agregada uma intenção pela qual esses objetos foram escolhidos, eventualmente como algo estável, outras vezes como algo que se desenvolve e se modifica junto com o estudante. Ainda que, na variação da acepção desse termo, por causa do processo de desenvolvimento de toda a teoria, aparece igualmente clara sua função: serve para, no interior do sistema didático, definir a parte ligada a usos específicos a-didáticos, predispostos sim pelo professor, e, portanto, com objetivos didáticos, mas sem a presença necessária e constante de tais objetivos (por exemplo, sem a participação direta do professor). [Uma descrição da evolução do conceito de *milieu* pode ser encontrada em Perrin-Glorian (1994, pp. 128–130)].

Em Chevallard (1985) e Chevallard e Johsua (1982), chega-se à conclusão de que o sistema didático é um objeto pré-existente, dotado de uma necessidade e um determinismo próprios; caracteriza-se precisamente com base nas relações que estabelece, como já dito, entre estudante, professor e saber.

Para prosseguir com a ilustração do ponto de vista da Escola francesa, suponhamos adotar uma perspectiva de matriz piagetiana, quer dizer, postulamos que todo conhecimento se constrói graças à interação constante entre sujeito e objeto; a

aprendizagem é, portanto, uma hierarquização de estruturas mentais que se baseiam em um substrato, quais sejam os conteúdos.

Nesse sentido, coloca-se, como principal problema de pesquisa, o estudo das condições em que se constitui o saber, com o objetivo de atingir sua otimização, seu controle e sua reprodução em situações escolares. Isso significa que se deve dar importância ao objeto da interação entre os dois subsistemas "aluno" e "saber" e à gestão de tal interação por parte do terceiro subsistema, o "professor".

Nesse âmbito, podemos finalmente acenar ao que se entende por situação didática para depois retomar a questão de maneira mais ampla em 7.3. Trata-se de um conjunto de relações estabelecidas de modo explícito ou implícito entre o professor, o estudante (ou um grupo de estudantes) e elementos de contorno (instrumentos ou materiais), tendo como objetivo fazer com que os estudantes aprendam, ou seja, construam certo conhecimento estabelecido precedentemente. Portanto, as situações didáticas são específicas do conhecimento que se pretende seja atingido.

Agora, para que o estudante construa o seu próprio conhecimento, ele deve ocupar-se pessoalmente da resolução do problema que lhe foi proposto na situação didática, ou seja, ele deve *empenhar-se* em tal atividade. Em tal caso costuma-se dizer que o aluno atingiu a *devolução da situação*.

Vou tentar detalhar mais esse tema tão importante.

A devolução é o processo ou a atividade responsável por meio da qual o professor consegue que o estudante empenhe sua própria responsabilidade pessoal na resolução de um problema (mais em geral, em uma atividade cognitiva) que se torna então problema *do* aluno, aceitando as conseqüências dessa transferência momentânea de responsabilidade, particularmente no que concerne à incerteza que essa hipótese gera na situação.

Originalmente (Brousseau, 1986), a devolução era definida como

> o ato por meio do qual o professor faz o aluno aceitar a responsabilidade por uma situação de aprendizagem (a-didática) ou de um problema e aceita ele próprio as conseqüências dessa transferência".

Isso implica, evidentemente, em que se busque esclarecer o que se entende por situação a-didática. Trata-se de uma idéia que assume relevância no interior do modelo da teoria das situações didáticas, sobre a qual mais e mais vezes deveremos voltar adiante. Dizemos que uma situação didática, sobre certo tema relativo ao saber, possui dois componentes:

- uma situação a-didática;
- um contrato didático.

Trata-se de um modelo teórico: se em um ambiente organizado para a aprendizagem de determinado assunto falta a intenção didática explícita, tem-se uma situação a-didática.

A partir de 1970, Brousseau forneceu exemplos de situações a-didáticas (Perrin-Glorian, 1994, 1997) que ele próprio (1986, p. 50) descreve:

> A situação a-didática final de referência, a que caracteriza o saber, pode ser estudada de maneira teórica, mas na situação didática, tanto para o professor como para o estudante, existe uma espécie de ideal em cuja direção busca-se convergir: o professor deve, sem descanso, ajudar o aluno a eliminar, o mais possível, da situação, todos os seus artifícios didáticos, para permitir-lhe o conhecimento pessoal e objetivo".

A devolução é, portanto, uma situação com base na qual o estudante "funciona" de maneira científica, e não apenas em resposta a estímulos externos à situação, de tipo didático, por exemplo. (Sobre esses pontos precisaremos voltar várias vezes, com muitos mais detalhes, nos capítulos sucessivos).

Numa primeira aproximação, a devolução consiste em fazer o estudante entrar em um funcionamento matemático, diante de um problema que se quer resolver; por um lado, o aluno bem sabe que o problema escolhido tem sentido para possibilitar uma aprendizagem, mas para isso, ele deveria enfrentar o problema sem nenhum componente extra-matemático, em particular sem razões didáticas.

Existem vários obstáculos para a realização da devolução, obstáculos esses sintetizados por Perrin-Glorian (1997):

- falta de estabilidade dos conhecimentos prévios, tanto no que concerne à sua utilização como pela capacidade de uma eventual colocação em discussão;

- falta de confiabilidade nas técnicas operatórias, o que implica num desvio da atenção do objetivo principal e um alto custo para os procedimentos complexos;

- falta de capacidade de leitura global do que está sendo solicitado no problema; essa leitura é substituída, muitas vezes, por uma leitura seletiva, local, com o objetivo de dar respostas prontas.

O processo que complementa a devolução é então o da institucionalização dos conhecimentos. Entende-se, com esse termo, o processo por meio do qual os estudantes devem mudar o estatuto dos seus conhecimentos ainda não oficiais, que ainda não são patrimônio definitivo, oficialmente utilizável, por exemplo, na resolução de problemas ou no que é pretendido pelo professor como saber possuído de maneira oficial. Uma de suas funções

> "é a de articular os conhecimentos que os estudantes colocam em jogo na resolução de problemas, conhecimentos esses que são o resultado de saberes anteriores".
>
> que fracassaram em uma precedente tentativa de fazer a adaptação a
>
> "uma situação nova e que encontraram uma nova oportunidade de uso".
>
> (Perrin-Glorian, 1997, p. 54)

A institucionalização dos conhecimentos entra em jogo, por exemplo, na verificação da resolução dos problemas, num balanço das atividades desenvolvidas em aula, o que significa que

> "a institucionalização é assim *um motor de avanço do contrato didático*".
>
> (Perrin-Glorian, 1997, p. 56)

A teoria das situações é uma teoria de aprendizagem claramente de tipo construtivista na qual a aprendizagem é produzida por meio da resolução de problemas.[10]

Uma vez que o conhecimento matemático, em sua peculiaridade, inclui não apenas conceitos, mas também sistemas de representação simbólica; não somente processos de desenvolvimento, como também validações de novas idéias matemáticas, é preciso contemplar vários *tipos* de situações:

siuações de ação funcionam no ambiente e favorecem o nascimento de teorias implícitas que funcionarão no grupo como modelos proto-matemáticos;

situações de formulação favorecem a aquisição de modelos e linguagens explícitas; se têm uma dimensão social explícita, fala-se então de situações de comunicação;

situações de validação são pedidas verificações e, portanto, explicações sobre as teorias utilizadas e também explicitação dos meios que subjazem nos processos demonstrativos;

situações de institucionalização têm o objetivo (como vimos) de estabelecer e dar um status oficial a conhecimentos surgidos durante a atividade em classe. Normalmente têm relação com conhecimentos, símbolos etc., que devem ser retidos, tendo em vista sua utilização em um trabalho sucessivo.

Mas, aprender por adaptação ao ambiente comporta rupturas cognitivas, acomodação, modificação de modelos implícitos, linguagens, sistemas cognitivos. Também por isso, tem-se revelado contraproducente obrigar o estudante a uma progressão cognitiva passo a passo; o princípio de adaptação pode contrastar com o processo de recusa de um conhecimento

Notas

[10] Brousseau introduz nesse ponto a idéia de assimilar a resolução ao processo de tomada de decisões de como resolver um jogo de estratégia. Para esse ponto remeto diretamente a Brousseau (1986).

inadequado, que é uma mudança necessária para a aprendizagem. Idéias que sabemos serem transitórias, na espera de sua sistematização, resistem, por assim dizer, aos "ataques" e, portanto, persistem, inclusive quando deveriam ser superadas. Essas rupturas são tão necessárias que devem ser inclusive previstas pelo estudo das situações e indiretamente pelos comportamentos dos estudantes (Brousseau, 1976, 1983a).

Brousseau introduziu então a idéia de *obstáculo*; tal conceito converteu-se rapidamente em um dos fundamentos da pesquisa mundial, revelando-se tão frutífero a ponto de encontrar-se entre as "palavras" mais utilizadas no momento pela comunidade internacional de pesquisadores em Didática da Matemática, fazendo parte daquele vocabulário comum a que me referi nesta mesma seção. Dado que os capítulos sucessivos serão explicitamente dedicados às "palavras" desse vocabulário, remeto ao capítulo 6 para a abordagem desse tema especial.

Entretanto, no *triângulo*, ao qual foi feita, a pouco, uma referência rápida (professor – estudante – saber), o *saber* ocupa um lugar de relevância, assunto esse que ainda não enfrentei aqui. Farei isto imediatamente, seguindo Chevallard (1989).

O principal assunto estudado pela Didática da Matemática encontra-se constituído pelos diferentes tipos de sistemas didáticos (formados pelos possíveis subsistemas que contêm esses elementos: professor, estudante, saber), que já existem ou que podem ser criados (por exemplo, ativando particulares maneiras de ensino). Nessas condições, o saber não é absoluto porque depende das instituições em que o sujeito se encontra. *Conhecer certa teoria matemática* é uma frase que tem sentido se for especificada qual é a instituição à qual se faz referência como nível de competência. Além disso, é necessário fazer uma distinção entre relação *institucional* (o saber referido ao objeto conceitual considerado como aceitável no interior de uma instituição) e relação *pessoal* (conhecimento do objeto por parte de uma determinada pessoa); esse último pode ou não coincidir com o da instituição à qual a pessoa pertence.

Chevallard coloca-se então as seguintes questões:

- quais são as condições que garantem que o percurso didático de tal elemento do saber e de tal relação institucional e pessoal com esse elemento do saber seja possível?
- quais são as restrições que podem impedir que essas condições sejam satisfeitas?

Eis então que é possível compreender como, para Chevallard, o problema central da didática seja o estudo da relação institucional com o saber, de suas condições e de seus efeitos. De um ponto de vista epistemológico, o estudo da relação pessoal acaba sendo secundário, enquanto que, na prática, é primário.

A relatividade do saber, com relação à instituição na qual se apresenta, havia levado Chevallard ao conceito de *transposição didática* (Chevallard, 1985). Faz-se referência aqui à adaptação do conhecimento matemático para transformá-lo em conhecimento a ser ensinado. Inicialmente, existe a preocupação com a passagem do saber matemático ao saber para ser ensinado (essa passagem tem implicações muito ricas; entre todas, assinalamos a necessária recontextualização do conceito em exame, do contexto matemático ao qual pertence, com base no saber no qual o professor se inspira, para o contexto da escola, programa, currículo, no qual deve estar incluído). Em seguida, uma vez realizada a introdução do conceito, apropriamo-nos dele para fazer algo; essa imersão no saber ensinado permite a recontextualização do objeto do saber. Mas isso não permitirá a reconstrução do motivo da existência original da noção, nem lhe restituirá todas e apenas as funções para a qual tal noção foi introduzida. E isso, observe-se bem, não apenas nos primeiros níveis de escolarização.

Outras idéias, atualmente fundamentais para entender o funcionamento da pesquisa em Didática da Matemática, são também da Escola francesa; por exemplo, a de "contrato didático" (já mencionado várias vezes), "campo conceitual", "dialética instrumento-objeto", "engenharia didática" e "reprodutibilidade", são todas "palavras" do vocabulário das quais nos ocuparemos em capítulos subseqüentes.[11]

Naturalmente, um dos primeiros esclarecimentos a ser feito, antes de enfrentar a pesquisa em Didática da Matemática, é o

Notas

[11] Embora esteja apresentando idéias, por assim dizer, "francesas", é óbvio que, uma vez nascidas, foram acolhidas pela comunidade científica e tornadas próprias em outros contextos nacionais de pesquisa. Por exemplo, a dialética instrumento-objeto tem em Sfard (1991) um tratamento exemplar.

de definir o significado dos objetos matemáticos pela maneira como são usados não apenas pelos matemáticos, mas também pelos epistemólogos da Matemática. A esse tema foram dedicados muitos estudos, necessários como preliminares, para quem deseja dedicar-se à pesquisa; aponto as reflexões de Godino e Batanero (1994, 1997) e, de modo mais geral, Kitcher (1984), Tymoczko (1986) e Speranza (1997).

O que apenas quero evidenciar aqui é a, hoje em dia, alcançada e consolidada existência de um "núcleo firme" no sentido de Lakatos, a existência de paradigmas atualmente recorrentes, um grande grupo de pesquisadores concordes sobre os temas e as peculiaridades da pesquisa, uma linha de pesquisa (no sentido de Bunge), com problemáticas fortemente originais e uma linguagem amplamente compartilhada. Tudo isso era exigido para o nascimento de uma nova teoria, visto que as anteriores não estavam aptas em fornecer respostas a perguntas específicas.

2.4 Outras interpretações da Didática da Matemática

Quem quer que o seu ponto de vista não seja submetido a controles e verificações, fará bem em usar frases muito longas, ricas de orações subordinadas uma dentro da outra. Quem deseja submeter os próprios raciocínios à verificação e ao controle dos leitores deve colocá-los em frases breves, lineares. Quanto melhor o fizer, mais atingirá esse objetivo.

Tulio De Mauro, *Guida all'uso delle parole.*

Os aspectos delineados na seção anterior não são os únicos interesses hoje cultivados por quem desenvolve pesquisa em Didática da Matemática e não são as únicas interpretações hoje existentes da Didática da Matemática.

Segundo alguns, a Didática da Matemática deveria ter como principal objetivo o desenho dos currículos, de modo a contribuir para a teoria e a prática do currículo e da inovação curricular. Por exemplo, muitos estudos atuais são dedicados ao estudo da eficácia do currículo e de segmentos do mesmo. Para não entrar muito em particulares, limito-me a aconselhar algumas leituras inspiradoras sobre esse assunto: Fey (1980), Romberg e Carpenter (1986), Rico (1990).

Esses estudos levam a arquiteturas curriculares que são tão complexas que os ... arquitetos acabam colocando em jogo escolhas pessoais de criatividade, juízos intuitivos, elaborações de testes de verificação informal. A problemática é aquela de transformar algo intuitivo (Didática A) em atividade cientificamente controlada; mas atualmente dispomos de pouquíssima pesquisa verdadeira, para explicar a dinâmica do sistema que poderia transformar esse conjunto de necessidades, interesses e valores em um currículo com fundamento científico.[12]

Entendendo assim a Didática da Matemática, assinalo que uma teoria que se revelou interessante para a sistematização da pesquisa didática em sentido curricular (segmento por segmento) é a teoria dos níveis de raciocínio de Van Hiele (1986). Segundo esse autor, a aprendizagem é uma acumulação sucessiva, organizada em rede, de uma quantidade suficiente de experiências adequadas em torno de certo assunto; por isso, existe a possibilidade de atingir altos níveis de conhecimento em geral, e de raciocínio em particular, fora do ensino escolar, se existir a oportunidade de realizar as experiências adequadas. Mas, apesar disso, essas experiências, mesmo que existam e não devam ser desprezadas, geralmente não são suficientes para produzir um desenvolvimento da capacidade de raciocínio completo e rápido; e é por isso que a tarefa da Educação Matemática escolar é aquela de fazer com que se

Notas

[12] Quando, entre 1971 e 1986, elaborei com alguns colegas e alguns professores do primeiro ciclo da Escola Fundamental (escola elementar na Italia) o currículo chamado Ma.S.E (na sigla em italiano, Matematica Scuola Elementare), utilizei muito as assim chamadas "escalas de Guttman" [nas suas versões mais modernas de Lord e Novick, de Resnick e de White. Sobre isso, o leitor pode ver Gattullo e Giovannini (1989) e Resnick e Ford (1981)]. Ainda que as escalas de Guttman tenham tido grande sucesso na pesquisa em Didática da Matemática, por exemplo, porque por meio delas se demonstrou, pela primeira vez em 1971, que as habilidades de contagem são independentes da capacidade de estabelecer correspondência biunívoca, seu valor me parece ser mais heurístico e instável; certamente, é sempre melhor do que se basear no mais ou menos ou na intuição, mas uma verdadeira pesquisa em termos modernos seria necessária. O projeto Ma.S.E. compreende hoje 12 volumes para professores, publicados entre 1986 e 1996 (Progetto Ma.S.E., 1986–1996). O fato de que, para alguns desses volumes se tenha atingido (enquanto escrevo) a sétima edição, mostra bem o êxito obtido junto aos professores. Existe também uma coleção de cinco pequenos volumes – cadernos escritos por alguns professores de primeiro ciclo da Escola Fundamental diretamente para as crianças; nessa coleção é fornecida uma interpretação concreta do Projeto, muitas vezes comprovada em sala de aula.

realizem experiências ulteriores com relação às experiências escolares normais, tão bem organizadas de maneira a serem úteis o máximo possível.

O que Van Hiele chama de "fases de aprendizagem" são as etapas na graduação e na organização das atividades que um estudante deve realizar, a fim de adquirir as experiências que o levem a um nível superior de raciocínio, com relação a um assunto bem determinado. Ao longo dessas fases, o professor deve fazer com que os seus alunos construam a rede mental de relações do nível de raciocínio que devem atingir, criando, em primeiro lugar, os nós da rede (os "objetos") e depois as conexões entre eles. Dito de outra maneira, é necessário conseguir, em primeiro lugar, que os estudantes adquiram, de maneira significativa, os conhecimentos básicos necessários (novos conceitos, propriedades, termos etc..) com os quais deverão trabalhar, de modo que possam depois concentrar sua atividade em aprender a utilizá-los e combiná-los entre si.

As fases da aprendizagem propostas por Van Hiele são cinco:

Fase 1: ***Informação*** Trata-se de uma fase de contato inicial. O professor deve informar seus alunos sobre o campo de estudo no qual começarão a trabalhar, que tipos de problemas serão colocados, que material será utilizado etc.. Ao mesmo tempo, os estudantes aprenderão a manejar o material e adquirirão uma série de conhecimentos básicos necessários para poder começar o trabalho matemático propriamente dito. Essa é uma fase de informação não só para os alunos, mas também para o professor, na medida em que permite verificar os conhecimentos prévios dos estudantes sobre o tema que está para ser iniciado. Como dizia um pouco acima, eventuais experiências extra-escolares não devem ser desprezadas, dado que podem ser utilizadas como fonte de motivação do novo tema. De fato, é verdade que, muitas vezes, o professor não aborda um tema totalmente novo com os seus alunos; eles podem já tê-lo enfrentado anteriormente, ainda que com menor profundidade crítica, por exemplo, em um curso precedente. Assim, o professor aproveita essa primeira fase tanto para conhecer o grau de competência dos alunos sobre o tema, como para ver que tipos de raciocínios são capazes de fazer nesse âmbito.

Fase 2: ***Orientação rígida*** Nessa fase, os estudantes começam a explorar o campo de estudos por meio de investigações baseadas no material proposto. O principal objetivo dessa fase é conseguir que os estudantes descubram, compreendam e aprendam quais são os conceitos, as propriedades, as figuras etc.. mais importantes na área do assunto que estão estudando. Nessa fase são construídos os elementos de base da rede de relações do novo nível. Van Hiele afirma, referindo-se a essa fase, que "se as atividades são organizadas de modo atento, formam a base adequada do pensamento do nível superior". Objetivamente, os estudantes, sozinhos, não poderão realizar uma aprendizagem eficaz (com relação aos resultados e ao tempo empregado), por isso é necessário que as atividades propostas sejam convenientemente dirigidas aos conceitos, às propriedades etc., que estão enfrentando. O trabalho a ser feito será selecionado de maneira tal que os conceitos e as estruturas características sejam apresentados de modo progressivo.

Fase 3: ***Explicitação*** Uma das principais finalidades da terceira fase é a de fazer com que os estudantes troquem suas próprias experiências, comentem as regularidades que observaram e expliquem como enfrentaram a atividade, tudo isso em um contexto de diálogo no grupo. É importante que surjam pontos de vista diferentes, uma vez que a tentativa de cada estudante em justificar sua própria opinião fará com que ele tenha de analisar atentamente suas próprias idéias (e aquelas de seus companheiros), ordená-las e exprimi-las com clareza. Esse diálogo faz com que, no decorrer dessa fase, se forme parcialmente a nova rede de relações. Essa mesma fase também tem o objetivo de fazer com que os estudantes terminem de aprender o novo vocabulário, correspondente ao novo nível de raciocínio que estão come-

çando a utilizar. Em alguns casos, especialmente com alunos do primeiro ciclo da Escola Fundamental, não é conveniente, do ponto de vista didático, introduzir ao mesmo tempo novos conceitos, novo vocabulário e novos símbolos. Uma técnica utilizada pelos professores, para reduzir esse problema, consiste em permitir que, no início, as crianças usem as novas figuras, conceitos ou propriedades a seu modo, até que tenham adquirido um domínio suficiente sobre os mesmos. Nessa terceira fase, se aceitará que as crianças usem um vocabulário próprio da língua comum, mesmo que não totalmente correto. Portanto, a terceira fase não é uma fase de aprendizagem de idéias novas, mas uma revisão do trabalho feito antes, uma organização de conclusões, de prática e de aperfeiçoamento na maneira de se exprimir.

Fase 4. ***Orientação livre*** Agora os alunos devem aplicar os conhecimentos e a linguagem que estão adquirindo em outras investigações, diferentes das anteriores. O campo de estudo é, nesse momento, em grande parte conhecido pelos alunos, mas eles ainda devem aperfeiçoar os próprios conhecimentos sobre o mesmo. Isso é obtido por parte do professor colocando problemas que, preferivelmente, possam ser estudados de diversas formas ou que possam levar a diferentes soluções. Nesses problemas serão colocados indicadores que mostrem o caminho a ser seguido, mas de modo tal que o estudante possa combiná-los de maneira adequada, aplicando os conhecimentos e as formas de raciocínio adquiridos nas fases antecedentes. Quero observar que o núcleo dessa fase se encontra constituído por atividades de utilização dos novos conceitos, propriedades e novas formas de raciocínio. Os problemas propostos na fase 4 não devem ser exercícios de aplicação, tantas vezes utilizados em aula, para cuja resolução baste recordar algum fato concreto e utilizá-lo diretamente; pelo contrário, pelo menos algum problema dessa fase deve apresentar situações novas, ser aberto, com vários percursos de resolução. Esse tipo de atividade é a que permitirá completar a construção da

rede de relações que começou a ser formada nas fases anteriores, de modo que se estabeleçam as relações mais completas e importantes.

Fase 5. ***Integração*** Ao longo das fases 1, 2, 3 e 4, os estudantes adquiriram novos conhecimentos e habilidades, mas devem ainda atingir uma visão geral dos conteúdos e métodos que têm à disposição, com relação aos novos conhecimentos em outros campos que estudaram anteriormente. Trata-se de condensar, em um todo único, o domínio dos conhecimentos explorados nas fases de 1 a 4, fazendo com que coincida com os conhecimentos já adquiridos. Nessa fase, o professor pode favorecer esse trabalho exigindo ou sugerindo compreensões globais, mas é importante que essas compreensões não comportem mais novos conceitos ou novas propriedades para o estudante: nessa fase, deve-se tratar apenas de acumulação, confronto e combinação de coisas já conhecidas. Encerrada essa fase, os estudantes terão à sua disposição uma nova rede de relações mentais, mais ampla do que a anterior e que a substituirá, tendo também atingido um novo nível de raciocínio.

Como se vê, trata-se mais de uma organização didática do que de uma verdadeira teoria de aprendizagem; talvez por isso as idéias de Van Hiele agradaram tanto aos professores. Existem muitíssimas experiências de sua aplicação a vários conceitos, sobretudo em Geometria, nos diversos níveis escolares: já vi seu uso para o estudo dos quadriláteros, para introduzir as translações e, de modo mais geral, as isometrias no plano; para estudar uma classificação dos polígonos com relação à amplitude dos ângulos. Em muitos países, Van Hiele é muito conhecido e seguido; um bom exemplo de aplicação ao estudo dos ângulos, no segundo ciclo da Escola Fundamental, pode ser encontrado em Afonso Martin, Camacho Machin, Socas Robayana (1999).

Uma seção como esta corre o risco de não terminar: os autores que podem ser citados e cujas idéias e teorias podem ser relatadas já são muitíssimos. Todavia, a natureza deste livro exige uma escolha drástica. Não posso, no entanto, encerrar a

seção, sem ao menos fazer uma referência bibliográfica sobre a fenomenologia didática das estruturas matemáticas, para o que recomendo o trabalho de Hans Freudenthal (1983; 1991).

2.5 Outras posições atuais na pesquisa em Didática da Matemática

> Não há dúvida de que podemos estudar os fenômenos e os objetos que nos circundam considerando sua composição e estrutura, ou os processos e mudanças aos quais são submetidos, ou ainda o modo como foram originados. Ao mesmo tempo é claro e evidente, sem necessidade de nenhuma demonstração, que se pode falar da origem de qualquer fenômeno somente depois que tal fenômeno tenha sido descrito.
>
> Vladimir Jakovlevich Propp [1895–1970], *Morfologia della fiaba*.

A Educação Matemática viu os didatas tomarem posições que vão de um extremo a outro, algumas vezes de modo conflitante.

Há quem afirme que a Didática da Matemática não chegará jamais a ser um campo com fundamentação científica; entre esses, muitos defendem que *ensinar é uma arte* (a questão se encontra muito mais difundida do que poderia parecer de modo explícito, especialmente entre aqueles que defendem a pesquisa não em Didática da Matemática, mas em Matemática mesmo; é por isso que volto ao assunto).

Há quem afirme que a Didática da Matemática se reduz a problemas de escolha de conteúdos, currículos, métodos de ensino, desenvolvimento de habilidades, particulares interações em classe etc.; nada muito além da Didática A.

É preciso prestar muita atenção, no entanto, antes de fazer rapidamente uma classificação: não é suficiente ver as afirmações ou as palavras, mas é preciso analisar também as intenções.

Em um de seus trabalhos de 1989, o próprio Brousseau (1989a) identificava uma primeira acepção da Didática da Matemática como *arte de ensinar*, conjunto de meios e procedimentos que tendem a fazer conhecer a Matemática. Ele distingue duas concepções de caráter científico: uma concepção multidisciplinar aplicada e uma concepção autônoma (dita também fundamental ou matemática). Como ligação entre as duas se

insere uma concepção tecnicista para a qual a didática coincide com as técnicas de ensino:

> "invenção, descrição, estudo, produção e controle dos novos meios para o ensino: currículo, objetivos, meios de avaliação, materiais, manuais, programas, obras sobre a formação etc...".

A concepção multidisciplinar constitui para a Didática da Matemática apenas um cômodo rótulo para indicar os ensinamentos necessários na formação técnica e profissional dos professores. A Didática como aérea de conhecimento científica viria a ser

> "o campo de pesquisa levado a termo sobre o ensino no quadro de disciplinas científicas, clássicas".

(entende-se: Psicologia, Semiótica, Lingüística, Epistemologia, Lógica, Neurofisiologia, Pedagogia, Psicanálise etc..). Aceitando essa linha, a natureza do conhecimento didático tornar-se-ia uma verdadeira e própria tecnologia fundada sobre outras disciplinas. Mas nem sempre as outras disciplinas de referência são "consistentes"; e eis então explicada de outra maneira a aspiração de muitos pesquisadores, por exemplo, de Escola francesa: construir uma área de estudo própria, independente dos outros campos.

Percebe-se agora a discrepância entre essa posição e aquela *multidisciplinar* de Steiner (1985), que não admite essa insistência na busca de *teorias internas* (ele as chama *home-theories*); ele vê nessa atitude o perigo de restrições inadequadas. Segundo Steiner, a própria natureza desse tema e as problemáticas causadas necessitam de procedimentos multidisciplinares: inútil insistir em procurar as razões, conhecimentos e metodologias que outras disciplinas já conseguiram construir. De seu ponto de vista, não existiriam, portanto, limites entre as disciplinas relacionadas pouco acima e a didática.

Certo, frente a essas posições muito mais gerais, deve-se colocar um problema ... de aplicação.

Na condição de que a pesquisa em Didática da Matemática deva ter uma conseqüência concreta nos processos de ensino-

aprendizagem,[13] o que o professor pode tirar disso para a sua ação em classe, quotidianamente? Não se deve esperar (seria ingênuo, inútil e danoso) a produção de *didáticas-modelo* que o professor deve imitar,

> mas é razoável pensar que o desenvolvimento da pesquisa proporá algum conhecimento que tornará os professores capazes de enfrentar o difícil problema didático de conduzir a vida dessa sociedade cognitiva original: a classe [durante as aulas] de Matemática"
>
> (Balacheff, 1990b)

2.6 Educação Matemática e Didática da Matemática: desenvolvimentos interpretativos recentes

> Se prosseguir como desejamos, a investigação não será desenvolvida sobre um eixo linear, mas em espiral: voltando regularmente a resultados já obtidos e dirigindo-se a objetos novos somente na medida em que o conhecimento deles permitirá aprofundar aquele conhecimento do qual antes havíamos adquirido apenas rudimentos.
>
> Claude Lévi-Strauss, *Il crudo e il cotto*.

Apesar de seus evidentes sucessos como teoria em si mesma, a Didática da Matemática ainda pode, para alguns, ser reconduzida a teorias mais consolidadas e gerais, como Psicologia, Pedagogia, Sociologia, Epistemologia, Didática ou a suas concepções multidisciplinares.

Entretanto, a história mostra como, na realidade, as teorias psico-pedagógicas ou as teorias nascidas em tais disciplinas, como o comportamentalismo, as várias teorias do desenvolvimento, o construtivismo etc., por si mesmas, aplicadas ao ensino de conteúdos específicos, simplesmente resultam insuficientes e ineficazes. Isso é o que afirmam, com razão e vigor, Brousseau (1989a), Chevallard (1992) e outros.

Notas

[13] O que, no entanto, para dizer a verdade, tem sido colocado em discussão às vezes por quem defende que a pesquisa possa se resolver por si mesma, sem necessidade de verificações ou de aplicações práticas.

Mesmo Freudenthal (1991) assumiu uma posição crítica diante daquelas teorias psicológicas ou pedagógicas que tentavam modelos institucionais gerais para os processos de ensino e aprendizagem da Matemática.

O saber colocado em jogo se torna então central para muitos estudiosos, na tentativa de construir teorias de caráter fundamental que expliquem o funcionamento do sistema ensino-aprendizagem.

Recentemente, o assunto foi amplamente desenvolvido, como demonstra a coleção de intervenções a respeito do tema no ICME 8 (Malara, 1998). Partindo justamente dessas recentes reflexões, procurarei, de maneira rápida, delinear quais são alguns dos pontos de vista atuais.

Certamente pode-se partir do trabalho de Steiner (1985), segundo o qual a complexidade do sistema global de ensino da Matemática pode ser dividido em Teoria, Desenvolvimento e Prática, para ressaltar como a Educação Matemática seja um sistema social heterogêneo e complexo, no qual se distinguem três âmbitos (Godino, Batanero, 1998):

- "A ação prática reflexiva sobre os processos de ensino e aprendizagem da Matemática;
- a tecnologia didática, que se propõe preparar materiais para melhorar a eficácia da instrução matemática, usando os conhecimentos científicos disponíveis;
- a pesquisa científica, que se ocupa de compreender o funcionamento do ensino da Matemática, em todos os seus aspectos, assim como aquele dos sistemas didáticos especiais (professor, estudantes e conhecimento)".

Ora, se é verdade que esses âmbitos dizem respeito a um mesmo objeto que é o funcionamento do sistema didático, tendo como meta comum o de melhorar o resultado da Educação Matemática, também é verdade que qualquer um deles se distingue por tempos, objetivos, recursos, regras, restrições, condicionamentos etc.

Em particular:

- o primeiro refere-se principalmente ao professor e à sua necessidade de ter aquelas informações que tenham o efeito de melhorar a eficácia didática do ensino;

- o segundo refere-se àqueles que se interessam pelos currículos, a quem escreve manuais didáticos, a quem cria materiais didáticos;

- o terceiro refere-se sobretudo à pesquisa que, normalmente, se desenvolve em ambientes universitários (ainda que, em vários países, Itália inclusive, assista-se a uma proliferação de grupos de pesquisa formados tanto por professores universitários como não).

Segundo Godino e Batanero (1998), os dois primeiros componentes podem ser considerados juntos como "pesquisa para a ação", enquanto o terceiro seria equivalente à "pesquisa para o conhecimento", retomando uma distinção feita por Bartolini Bussi (1994).

É óbvio que tais especificidades estão presentes e, em certo sentido, são necessárias, porque cada uma oferece contribuições únicas. Por exemplo, a necessidade prática de soluções imediatas para problemas específicos não pode ser satisfeita pela investigação científica, que ainda não está em condição de elaborar, a partir dos resultados de suas próprias pesquisas, aparatos resolutivos de todos os problemas (mais ou menos como acontece em economia ou em medicina).

Consequentemente, ainda que existam relevantes e numerosos casos estudados pela pesquisa, a tecnologia didática ainda deve se servir de bases como a evidência, a experiência, a intuição, o bom senso etc..

Esse tipo de reflexões leva à distinção cada vez maior das dicções "Educação Matemática" e "Didática da Matemática" que, até agora, havia proposto como sinônimos.

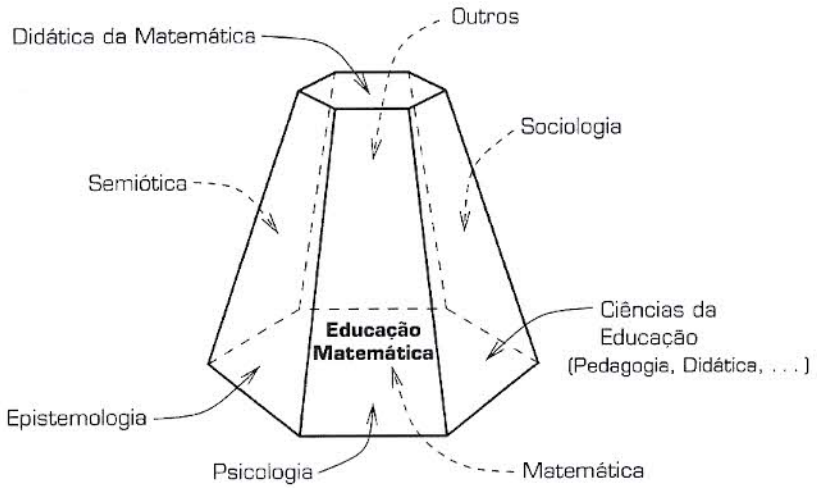
A Didática da Matemática seria a disciplina científica ligada à terceira das três componentes precedentes. Também faria referência a ela o estudo da tentativa de

adaptar e articular as contribuições das outras disciplinas interessadas no ensino e na aprendizagem da Matemática".

(Godino, Batanero, 1998)

A Educação Matemática estaria, por outro lado, interessada nas primeiras duas componentes: teoria, desenvolvimento e prática.

Do último artigo citado, tomo emprestado um gráfico e duas definições, que ilustram bem a situação até agora descrita, e que parecem ser precursores de desenvolvimentos futuros e de discussões nada simples.



Didática da Matemática: é a disciplina científica e o campo de pesquisa cujo objetivo é o de identificar, caracterizar e compreender os fenômenos e os processos que condicionam o ensino e a aprendizagem da Matemática.

Educação Matemática: é o sistema social complexo e heterogêneo que inclui teoria, desenvolvimento e prática relativo ao ensino e aprendizagem da Matemática. Inclui a Didática da Matemática como subsistema".

As reflexões precedentes conseguem apenas dar a idéia da *complexidade* da Didática da Matemática, quando se começa a considerar aqueles setores disciplinares limítrofes, aos

quais muitos autores fizeram referência a partir dos primeiros sintomas da necessidade de uma disciplina em si mesma (Lunkenbein, 1979), e que sempre constituíram uma das suas características. Escreve Sitia (1984, p. 135):

> As principais dificuldades dessa pesquisa [dar um fundamento à Didática da Matemática] dependem do fato de que a Didática da Matemática é um campo cujos domínios de referência e cujas atividades são caracterizadas por uma extrema *complexidade*".

O aparato de pesquisa que informa e constrói a Didática da Matemática parece ter como objetivo principal a descrição, a explicação e a predição dos sistemas didáticos; enquanto o objetivo da Educação Matemática parece mais ligado a resolver problemas em situações e contextos dados.

Assim, a Didática da Matemática recai nas epistemologias de todas as investigações: é guiada pela teoria, pretende desenvolver a teoria, realiza cuidadosas análises bibliográficas, propõe afirmações que devem ser integradas em um corpo de conhecimentos em contínuo crescimento, está sujeita a reivindicações de rigor, deve oferecer aparatos de pesquisa reproduzíveis, deve estar de acordo com as premissas de validade, coerência, objetividade etc.. Pode-se também requerer que as pesquisas produzidas sejam originais e relevantes.

Por outro lado, no que diz respeito às atividades no interior da Educação Matemática, os critérios seriam diferentes: as características mais desejáveis são a utilidade, a facilidade de se alcançar o resultado, o baixo custo (em todos os sentidos), a rapidez, a eficácia, o rendimento etc..

Todavia, é óbvio que os dois setores estão mutuamente ligados, tanto mais se se misturam as instituições em que as pesquisas são conduzidas.

Quis dar alguma idéia sobre esse desenvolvimento recente, ainda que ele não seja de maneira alguma totalmente compartilhado e seja tema de acaloradas discussões. Mas exatamente esse fato deve ser considerado como um exemplo de vitalidade.